



**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA  
DE AGUASCALIENTES**

**CENTRO DE CIENCIAS DEL DISEÑO Y DE LA CONSTRUCCIÓN  
DEPARTAMENTO DE CONSTRUCCIÓN Y ESTRUCTURAS**

**DISEÑO POR FLEXIÓN DE ELEMENTOS DE  
ACERO ROLADO EN FRÍO.**

**TESIS**

QUE PRESENTA

**YOLANDA PATRICIA LÓPEZ ARELLANO**

PARA OBTENER EL GRADO DE

**MAESTRO EN INGENIERÍA  
SEGURIDAD ESTRUCTURAL**

ASESOR:

**DR. MARIO EDUARDO ZERMEÑO DE LEÓN**

AGUASCALIENTES, AGS.  
MARZO DE 2009

*Agradezco a Dios por estar siempre conmigo, dándome la salud y la fuerza para cumplir mis metas.*

*De manera especial agradezco a mi asesor el Dr. Zermeño por compartir sus conocimientos y ser quien promovió principalmente el desarrollo del tema de este trabajo.*

*Ing. Daniel Reyna, Ing. Juan Carlos López, Ing. Ricardo Lomas, gracias por su apoyo.*

*Para mis padres, José Eleazar López Valadez y María del Carmen Arellano de López, con todo mi amor, quien con su apoyo, dedicación comprensión y cariño, me han impulsado siempre a continuar superándome día con día.*



*Para mis hermanos, sobrinos y amigos, Juan Carlos, Gloria, Blanca, Chepe, Quique, Andrea, Enya, Juan Pablo, Diego, Chava y Andy, que son mi vida y mi alegría.*

*Para la Universidad Autónoma de Aguascalientes, mil gracias.*



DC-D-389  
ASUNTO: Autorización de  
Tema de Maestría.

**ING. YOLANDA PATRICIA LOPEZ ARELLANO  
P R E S E N T E .**

Con base en lo que establece el Reglamento de Docencia en el artículo 173, le informo que se le autoriza el Tema de tesis: "Diseño por Flexión de Elementos de Acero Rolado en Frio". Así mismo se le designa como asesor al Dr. Mario Eduardo Zermeño de León. A fin de asignarle fecha para la verificación del Examen de Grado para la obtención del título de la Maestría en Ingeniería con salida terminal en Seguridad Estructural, deberá cumplir con lo establecido en los artículos 161, 162, 174 y 175.

Con el objeto de dar cumplimiento a este reglamento el paso siguiente será autorizar la impresión de su tesis, toda vez que presente la carta de liberación y/o acuerdo señalado en la Fracc. II del artículo 175.

Sin más por el momento, aprovecho la oportunidad para enviarle un cordial saludo.

ATENTAMENTE  
"SE LUMEN PROFERRE"  
Aguascalientes, Ags., 14 de octubre 2008

M. EN A. MARIO ANDRADE CERVANTES  
DECANO

- c.c.p. M. EN URB. HUMBERTO DURAN LOPEZ  
Secretario de Investigación y Posgrados.
- c.c.p. M. EN VAL JUAN JAVIER AMADOR ROMO DE VIVAR  
Jefe del Depto. de Construcción y Estructuras.
- c.c.p. Archivo.

JJARV/lbm

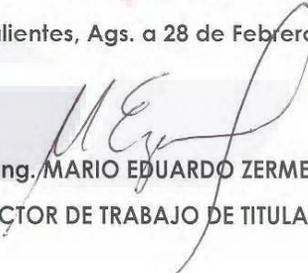
**M. EN A. MARIO ANDRADE CERVANTES**  
**DECANO DEL CENTRO DE CIENCIAS DEL DISEÑO**  
**Y DE LA CONSTRUCCION**  
**PRESENTE.**

Por este conducto, le informo que la Ing. Yolanda Patricia López Arellano, ha concluido el trabajo de titulación que lleva por nombre “**Diseño por flexión de elementos de acero rolado en frío**”, de acuerdo a los objetivos y contenidos planteados para su autorización y en cuyo trabajo fungí como asesor, por lo que he autorizado al sustentante para que realice la impresión final del documento y realice los trámites pertinentes para obtener el grado de Maestría en Ingeniería con salida terminal en Seguridad Estructural, por la Universidad Autónoma de Aguascalientes.

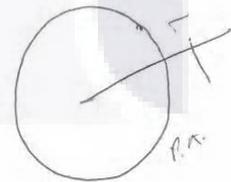
Agradezco la atención que se sirva tener a la presente y aprovecho la ocasión para enviarle un cordial saludo.

**ATENTAMENTE**

Aguascalientes, Ags. a 28 de Febrero del 2009

  
**Doctor en Ing. MARIO EDUARDO ZERMEÑO DE LEÓN**  
**DIRECTOR DE TRABAJO DE TITULACIÓN**

c.c.p. Ing. Yolanda Patricia López Arellano  
c.c.p. Archivo



## OBJETIVO

El objetivo del presente trabajo de titulación es desarrollar el diseño por flexión de elementos de acero rolado en frío, realizando una comparativa entre dos formas de calculo fundamentadas en las especificaciones AISI que se publicaron en el año 1996 y las especificaciones publicadas en el año 2002 y mejoradas en el año 2004.

## RESUMEN:

Se desarrollan 3 ejemplos, con los cuales se aplicara la teoría básica de diseño de ambas especificaciones. Los perfiles seleccionados son:

- Un perfil en forma de I
- Un perfil en forma de sombrero
- Un perfil en forma de canal

En ambas especificaciones se utilizan los métodos ASD y LRFD.

En la especificación 1996 los cálculos son meramente numéricos, en la especificación 2004 los cálculos son numéricos y además se utiliza el programa CUFSM, elaborado especialmente como herramienta auxiliar para resolver perfiles de acero de lamina rolada en frío, teniendo como teoría básica el " Método de Diseño Directo ", método creado por Schafer and Pekoz en 1998.

Conforme se van resolviendo los problemas se hará una explicación breve de la teoría y los fundamentos básicos de diseño de manera que el lector entienda fácilmente la forma de realizar los cálculos para diseñar elementos de acero rolado en frío, sujetos a esfuerzos de flexión.



**INDICE**

INTRODUCCION	1
HISTORIA	1
<b>CAPITULO 1</b> TEORIA DE DISEÑO ESPECIFICACIONES AISI 1996	2
1.1 TIPOS DE MIEMBROS DE LÁMINA DELGADA DE ACERO	2
1.2 VENTAJAS DE LA CONSTRUCCÒN EN ACERO	3
1.3 FUNDAMENTOS DE CÁLCULO PARA EL DISEÑO DE PERFILES DE LAMINA ROLADA EN FRÍO.	4
1.4 FLEXIÒN DE VIGAS DE LÁMINA DELGADA.	5
1.5 ESFUERZOS PERMISIBLES	6
1.6 ELEMENTOS ATIESADOS Y NO ATIESADOS	6
1.7 ESPECIFICACIONES PARA EL DISEÑO DE MIEMBROS ESTRUCTURALES DE ACERO CONFORMADO EN FRIO DE ACUERDO A LO PUBLICADO POR AISI EN 1996	7
1.8 UNIDADES DE LOS TÉRMINOS.	8
1.9 MIEMBROS EN FLEXION	8
1.10 CONDICIONES DE SERVICIO	9
1.11 PROPIEDADES DE LAS SECCIONES	10
1.12 RESISTENCIA PARA FLEXIÒN EXCLUSIVAMENTE	11
1.13 RESISTENCIA NOMINAL DE LA SECCIÒN	11
1.14 EJEMPLOS	13
1.14 - 1 EJEMPLO 1	13
1.14 - 2 EJEMPLO 2	21
1.14 - 3 EJEMPLO 3	27
1.15 CONCLUSIÒN DEL CAPITULO	41
<b>CAPITULO 2</b> METODO DE DISEÑO DIRECTO	42
2.1 TEORIA DE DISEÑO	42
2.2 PROGRAMA CUFSM	43
2.3 DESARROLLO DE LOS 3 EJEMPLOS - METODO DE DISEÑO DIRECTO	49

2.3.1 – EJEMPLO 1	49
2.3.2 – EJEMPLO 2	51
2.3.3 – EJEMPLO 3	54
2.3.4 – CALCULO DE $M_{crI}$ – METODO SEMI-EMPIRICO DE INTERACCIÓN EJEMPLO 3	60
2.3.5 - CALCULO DE $M_{crd}$ – SOLUCIÒN EJEMPLO 3	64
2.3.6 - CALCULO DE $M_{crI}$ – METODO SEMI-EMPIRICO DE INTERACCIÓN EJEMPLO 2	69
2.3.7 – CALCULO DE $M_{crd}$ – SOLUCIÒN EJEMPLO 2	73
2.4 CONCLUSION DEL CAPITULO	77
<b>CAPITULO 3</b> COMPARACIÒN DE RESULTADOS	78
3.1 – EJEMPLO 1	78
3.2 - EJEMPLO 2	79
3.3 - EJEMPLO 3	80
3.4 - CONCLUSION DEL CAPITULO	81
<b>CAPITULO 4</b> CONCLUSION GENERAL	82
GLOSARIO	83
BIBLIOGRAFIA	85



## INTRODUCCIÓN.

Dentro de la gran variedad de obras de Infraestructura Urbana, se encuentran las construcciones para la vivienda, muy necesarias en la actualidad en nuestro estado, debido al establecimiento de numerosas familias cuyas necesidades, requieren de estos espacios para llevar a cabo las necesidades vitales.

El presente trabajo de titulación, se ocupa de los lineamientos y criterios a utilizar para el análisis y diseño por flexión de elementos de acero rolado en frío, material que en los últimos años ha tenido una gran importancia para uso de la estructuración de obras de edificación, específicamente de la vivienda, con el objetivo de cubrir los requisitos antes mencionados de seguridad, funcionalidad, economía y tiempo programado para su construcción, de ahí que el inversionista podrá tomar con éstas bases una adecuada decisión.

Cabe señalar que se cuenta como antecedente el uso de éste tipo de material, empleado en Estados Unidos y Canada en la construcción de numerosas viviendas, desde el año 1930, lo cual ha tenido auge en los últimos años, debido a la idea de preservar la naturaleza, sustituyendo la estructuración de madera por estructuración de perfiles de lamina delgada de Acero rolado en frío.

Los miembros de lámina delgada se usan ampliamente en estructuras sometidas a cargas ligeras y moderadas, o bien en claros cortos. Para tales estructuras es antieconómica la utilización de perfiles laminados convencionales, porque sería muy pequeño el esfuerzo que se utilizaría en el perfil mínimo disponible. La ventaja de los miembros de lamina delgada estriba en la facilidad que hay para formar una gran variedad de perfiles, diseñados para utilizar el material con efectividad y para simplificar y acelerar las operaciones de construcción. Puede obtenerse una economía considerable mediante la producción en serie de elementos estructurales estandarizados.

## HISTORIA

Aun cuando los miembros ligeros se han usado ya por muchos años, no fue sino hasta 1946 que se contó con unas especificaciones generales para diseño.

En este tiempo se publicó la primera edición de las Especificaciones para Diseño de Miembros Estructurales de Perfiles Ligeros por el Instituto Americano del Hierro y el Acero.

Estas especificaciones conocidas como "especificaciones AISI", estan basadas en los resultados de trabajos experimentales dirigidos por el Dr. George Winter en la Universidad de Cornell.

Para el presente trabajo se tomarán las especificaciones del AISI publicadas en 1996 de las cuales se extracta lo más importante a tomar en cuenta para el desarrollo de los ejemplos que se exponen mas adelante.

## CAPITULO 1

### TEORIA DE DISEÑO ESPECIFICACIONES AISI 1996.

#### 1.1 TIPOS DE MIEMBROS DE LÁMINA DELGADA DE ACERO

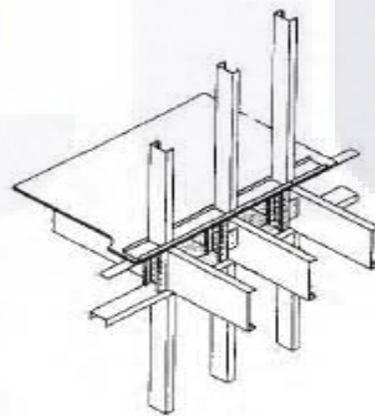
Los miembros estructurales de lamina delgada se forman en frío, a partir de laminas o tiras de acero, con espesores que fluctúan de un calibre 18 ( 0.048 plg = 1.2 mm ) a cerca de un ¼ plg ( 6.35 mm ).

Los perfiles comunes son canales, zetas, ángulos, secciones de sombrero, miembros tubulares, tes y secciones I.

Estas secciones de 5 a 30 cms. de peralte, pueden soportar cargas considerables y se usan como miembros estructurales principales en edificios hasta de seis pisos de altura.

En otra categoría se incluyen secciones formadas en frío, manufacturadas por lo general en paneles, para usarse en cubiertas de techo y en pisos y paredes. Los espesores utilizados varían de 0.46 mm a 1.9 mm, con peraltes de 3.8 cms. a 19 cms.

Es posible obtener otros perfiles y configuraciones, lo que depende solo de la utilización y del costo del equipo de formado y laminado.



## 1.2 VENTAJAS DE LA CONSTRUCCIÓN EN ACERO

Hay muchas razones por las cuales la elaboración de acero ha llegado a la vanguardia, como una de las mejores y más viables alternativas, de materiales de construcción, para la construcción residencial y comercial.

1. El acero es un material de alta tecnología.
2. Máxima resistencia en comparación con cualquier material de construcción.
3. 100 % reciclable.
4. No es combustible, ni contribuye a la propagación de un incendio.
5. Inorgánico, no hay putrefacción, es moldeable, se puede dividir, cortar y tiene propiedades de fluencia.
6. Dimensionalmente estable, no se dilata o se contrae con el contenido de humedad.
7. Buena calidad del material en consecuencia, debido a que es producido en estricta conformidad con el reglamento aplicable, sin que haya variaciones regionales.
8. Material que da amplios beneficios para el constructor.
9. Más ligero que otros materiales elaborados.
10. Fácil selección de materiales.
11. Ahorros en tiempos de construcción por la facilidad en el montaje de la estructura.
12. Paredes rectas y esquinas cuadradas.
13. Las ventanas y las puertas se abren y se cierran como deben.
14. Ahorros en chatarra y desperdicios (2% para el acero frente a un 20% para la madera).
15. La estabilidad de precios - el aumento en los precios no es frecuente.
16. El acero es un material de mucho consumo, con los consecuentes beneficios para el consumidor.

Hay muchas razones por las cuales los propietarios de viviendas están recurriendo al uso del acero, tales como :

1. Alta resistencia resultando estructuras más seguras, menos mantenimiento y mas lento el envejecimiento de la estructura.
2. Seguridad contra incendios.
3. No vulnerable a las termitas como la madera.
4. No es vulnerable a cualquier tipo de hongo u organismo, incluyendo el moho.
5. Menos probabilidad de existencia de problemas - menos peso lo que se traduce en menos movimiento.
6. Menos probabilidad de daños en un terremoto.
7. Estructuras más ligeras, con conexiones más fuertes resultando en menos fuerza sísmica.
8. Menos probabilidad de daños por la fuerza de los vientos.
9. Conexiones más fuertes, atornilladas en lugar de ser clavadas.

### 1.3 FUNDAMENTOS DE CÁLCULO PARA EL DISEÑO DE PERFILES DE LÁMINA ROLADA EN FRÍO.

El uso de materiales de lámina delgada y el proceso de formado en frío, introducen unos cuantos factores adicionales, que deben considerarse en el diseño de componentes estructurales.

Los miembros de lámina delgada tienen un espesor tan reducido en comparación con su ancho, que se pandean bajo esfuerzos de muy pequeña intensidad, como resultado de cargas de compresión, de corte, de flexión o de aplastamiento. El pandeo crítico es generalmente de naturaleza local y precede al pandeo general del miembro.

El criterio de diseño para láminas delgadas se basa en la resistencia de post-pandeo del miembro, después que se presenta el pandeo local. Las pruebas han demostrado que un miembro continúa soportando carga adicional, aunque haya alcanzado el esfuerzo elástico de pandeo antes de fallar.

Como las secciones se hacen de material delgado, con altas relaciones de ancho a espesor, y son por lo general de sección abierta, pueden estar sujetas a pandeo torsional o a pandeo torsio-flexionante, dependiendo de la localización del centro de cortante con respecto al centroide de la sección.

La capacidad de carga de una sección dada, se aumenta apreciablemente, utilizando atiesadores intermedios o atiesadores de borde, demostrado esto en pruebas de laboratorio.

Al estar un miembro en compresión, el atiesador aumenta el área efectiva de la sección transversal, suministrando refuerzo a un ancho grande, reduciendo en esta forma su relación de ancho a espesor y aumentando el esfuerzo crítico.

Para efectos de determinación de carga, las propiedades de las secciones transversales, se basan en un área efectiva reducida.

Deben considerarse también los efectos locales, tales como tipo de conexiones, apoyo en los extremos y empleo del formado en frío, al igual que en el diseño estructural convencional.

Cuando a un perfil no se pueda conocer con seguridad su capacidad máxima de carga, las especificaciones AISI, permiten la realización de pruebas de carga, para sustituir a los cálculos y determinar así el funcionamiento estructural de la sección.

Las propiedades de las secciones de los perfiles de lámina delgada de acero, pueden basarse en un método lineal o semilineal.

Las técnicas de diseño plástico no son aplicables, además la curva esfuerzo - deformación de los aceros de calibre delgado, no exhiben las mismas características que las de los aceros de grado estructural.

## 1.4 FLEXIÓN DE VIGAS DE LÁMINA DELGADA.

La resistencia de una viga de lamina delgada formada en frío, esta limitada por la fuerza cortante o el momento flexionante mínimos que produzcan fluencia, pandeo o una distorsión excesiva de cualquiera de sus elementos.

Cuando el funcionamiento adecuado de la viga depende de su deformación, su resistencia útil puede ser menor que el valor obtenido mediante las limitaciones por cortante o por momento.

La distribución de esfuerzos en el momento de la falla depende de la simetría de la sección transversal y de las características esfuerzo deformación del material.

Se pueden presentar 3 casos:

- a) El perfil se flexiona respecto a un eje de simetría y los patines de tensión y de compresión alcanzan el esfuerzo de fluencia casi simultáneamente, por consiguiente la distribución de esfuerzos en el instante de la falla es casi lineal,
- b) El perfil se flexiona respecto a un eje neutro que no esta en el plano de simetría y en estas circunstancias pueden fluir los patines de tensión, mientras que los de compresión están sometidos a esfuerzos relativamente bajos. Un aumento de carga, por encima de la fluencia inicial de los patines de tensión, ocasionara un desplazamiento del eje neutro hacia arriba, hacia el patín de compresión, presentándose una redistribución de esfuerzos, de modo que en el instante de la falla, tanto las áreas de tensión como las de compresión, se encontraran trabajando al esfuerzo de fluencia.
- c) El mismo perfil se flexiona en la dirección opuesta, los patines de compresión pueden fluir o pandearse primero; la falla se presenta con muy poca deformación adicional y la distribución de esfuerzos es casi lineal, nuevamente.

Para determinar la posición del eje neutro y el momento de inercia  $I$  de la sección transversal efectiva, debe conocerse el ancho efectivo de los elementos atiesados.

Como el ancho efectivo depende de la magnitud del esfuerzo de flexión  $f_b$  y éste depende, a su vez, del modulo de sección  $I/c$ , no puede determinarse el uno sin el otro.

La solución a este problema se obtiene por medio de aproximaciones sucesivas; se estima primero el esfuerzo  $f_b$  en el elemento atiesado y se calcula el correspondiente ancho efectivo  $b_e$ , calculándose a continuación las propiedades de la sección.

Después de lo anterior, se recalcula el esfuerzo en el elemento atiesado; si es muy cercano al valor supuesto inicialmente no se requieren cálculos adicionales, pero si difiere substancialmente se utiliza un valor revisado de  $f_b$  para recalcular el ancho efectivo, las propiedades de la sección, y el correspondiente nuevo valor del esfuerzo.

Este proceso se repite hasta que concuerdan estrechamente el valor de  $f_b$ , utilizado para calcular el ancho efectivo y el esfuerzo obtenido con base en las propiedades de la sección efectiva.

## 1.5 ESFUERZOS PERMISIBLES

Las especificaciones AISI establecen un esfuerzo básico de diseño,  $F_b$  aplicable a los casos de tensión directa y de compresión por flexión, que se determina dividiendo el esfuerzo de fluencia  $F_y$  del acero entre un factor de seguridad.

Sin embargo este esfuerzo básico de diseño es aplicable solo a condiciones en las cuales los miembros fallan por fluencia; cuando la resistencia de un miembro esta controlada por pandeo, deberá usarse un esfuerzo permisible o un área efectiva reducidos.

## 1.6 ELEMENTOS ATIESADOS Y NO ATIESADOS

Las especificaciones AISI clasifican los elementos de miembros como atiesados y no atiesados, según lo siguiente:

1. Si un elemento esta sujeto en ambas orillas, paralelamente a la dirección del esfuerzo, por atiesadores unidos o por bordes o patines formados que ofrezcan una resistencia especificada contra deformación lateral, el elemento se considera como atiesado.
2. Un elemento que tenga una o ambas orillas, paralelamente a la dirección del esfuerzo, libre de resistencia lateral se considera como no atiesado.

La razón para clasificar los elementos como atiesados y no atiesados es que existe una diferencia en su manera de fallar.

Un elemento no atiesado tiene una carga crítica definida con la cual se presenta una falla repentina por pandeo. El esfuerzo critico unitario puede ser menor que el esfuerzo del punto de cedencia.

El elemento atiesado no se pandea repentinamente sino que, conforme se aumenta la carga, presenta ondas de pandeo graduales que reducen la sección efectiva y causan una redistribución de esfuerzos.

Los ejemplos tratados en el presente trabajo son de miembros ligeros atiesados. Al analizar un elemento atiesado, el primer paso es determinar el ancho efectivo de diseño por aproximaciones sucesivas.

Se calculan los esfuerzos de flexión, usando la fórmula de flexión y las propiedades de la sección efectiva. Los esfuerzos calculados se comparan entonces con los permisibles.

El análisis de la sección atiesada se efectúa entonces por aproximaciones sucesivas. Se supone un esfuerzo en la sección efectiva y luego se calcula una sección efectiva para ese esfuerzo y finalmente se determina un nuevo esfuerzo unitario para la sección efectiva.

El nuevo esfuerzo unitario se usa como inicial para la segunda aproximación. Se hacen las suficientes aproximaciones para obtener resultados prácticamente constantes.

## 1.7 ESPECIFICACIONES PARA EL DISEÑO DE MIEMBROS ESTRUCTURALES DE ACERO CONFORMADO EN FRÍO DE ACUERDO A LO PUBLICADO POR AISI EN 1996

El diseño se debe efectuar de acuerdo con los requisitos para el diseño por factores de carga y resistencia ( LRFD ), o de acuerdo con los requisitos para el diseño por tensiones admisibles ( ASD ).

Ambos métodos se aceptan no teniendo idénticos resultados. Desarrollando cada método por separado sin mezclar ambos métodos.

Las prácticas de fabricación de los miembros estructurales de acero conformado en frío difieren en varios aspectos de los de los perfiles laminados en caliente.

En el caso de los perfiles de acero conformado en frío, el proceso de formación se lleva a cabo a temperatura ambiente, o a una temperatura próxima a la misma, utilizando plegadoras, prensas o maquinas formadoras.

Algunas de las diferencias significativas entre los perfiles conformados en frío y los perfiles laminados en caliente son:

1. Ausencia de las tensiones residuales provocadas por el enfriamiento disparejo debido al laminado en caliente.
2. Falta de filetes en las esquinas.
3. Aumento de la resistencia a la fluencia con una disminución del límite de proporcionalidad y de la ductilidad provocado por el conformado en frío.
4. Presencia de tensiones reducidas en frío cuando el acero conformado en frío no ha sido finalmente recocido.
5. Predominio de elementos con elevadas relaciones entre su ancho y su espesor.
6. Esquinas redondeadas.
7. Las curvas tensión – deformación pueden ser de tipo fluencia brusca o de tipo fluencia gradual.

Las especificaciones del AISI en cuanto al tipo de acero a utilizar, acepta lo contenido y especificado en las normas ASTM, y recomienda lo siguiente:

Las propiedades del material que son importantes para el diseño de miembros de acero conformado en frío son: límite de fluencia, resistencia a la tensión y ductilidad.

La ductilidad es la capacidad de un acero de sostener deformaciones plásticas o permanentes antes de fracturarse, y es una propiedad importante tanto para la seguridad estructural como para la conformación en frío.

Generalmente se mide por la deformación de una probeta de 2 pulgadas de longitud. La relación entre la resistencia a la tensión y el límite de fluencia es otra propiedad importante del material. Es una medida del endurecimiento provocado por la deformación y de la capacidad del material para redistribuir tensiones.

Un estado límite es la condición en la cual la utilidad estructural de un elemento o miembro portante se ve afectada a tal punto que deja de ser seguro para los

ocupantes de la estructura, o en la cual el elemento ya no es capaz de satisfacer la función para la cual fue diseñado.

Los estados límites típicos para los miembros de acero conformado en frío son las deformaciones excesivas, la fluencia, el pandeo y llegar a la máxima resistencia luego del pandeo localizado ( es decir, resistencia posterior al pandeo ).

Estos estados límites se han establecido en base a la experiencia práctica o en laboratorio y han sido investigados exhaustivamente a través de investigaciones analíticas y experimentales.

Los antecedentes del establecimiento de los estados límites están ampliamente documentados en Winter 1970; Pekoz 1986b; y Yu 1991, y los continuos esfuerzos en la investigación de este campo nos permiten comprenderlos cada día mejor.

En el diseño por factores de carga y resistencia se consideran dos tipos de estados límite:

- ( 1 ) el estado límite de resistencia requerido para resistir las cargas extremas durante la vida útil de la estructura, y
- ( 2 ) el estado límite de la capacidad de la estructura de desempeñar la función para la cual fue diseñada durante toda su vida útil.

Estos dos estados límites generalmente se conocen como estado límite de resistencia y estado límite de servicio. Al igual que el método ASD, el método LRFD se centra en el estado límite de resistencia en la sección A6.1.1 y en el estado límite de servicio en la sección A5.1.1 de las especificaciones AISI 96.

## **1.8 UNIDADES DE LOS TERMINOS.**

La especificación ha sido preparada de manera que es posible utilizar cualquier sistema de unidades compatibles, excepto en aquellos casos en los cuales el texto de las especificaciones explícitamente establezcan lo contrario.

## **1.9 MIEMBROS EN FLEXION**

La resistencia nominal a la flexión exclusivamente,  $M_n$ , debe ser de acuerdo al menor de los valores calculados de acuerdo con lo siguiente; cuando corresponda.

1. La resistencia nominal a la flexión,  $M_n$ , se debe calcular ya sea en base a la iniciación de la fluencia en la sección efectiva ( Procedimiento I ) o

en base a la capacidad de reserva inelástica ( Procedimiento II ) según corresponda.

Para secciones con alas comprimidas rigidizadas o parcialmente rigidizadas:

$$\begin{aligned}\phi_b &= 1.67 \text{ ASD} && (\text{C3.1.1 AISI 96}) \\ \phi_b &= 0.95 \text{ LRFD} && (\text{C3.1.1 AISI 96})\end{aligned}$$

Para secciones con alas comprimidas no rigidizadas:

$$\begin{aligned}\phi_b &= 1.67 \text{ ASD} && (\text{C3.1.1 AISI 96}) \\ \phi_b &= 0.90 \text{ LRFD} && (\text{C3.1.1 AISI 96})\end{aligned}$$

### **Procedimiento I.- En base a la iniciación de la fluencia.**

El momento de fluencia efectivo en base a la resistencia de la sección,  $M_n$ , se debe de determinar de la siguiente manera.

$$M_n = S_e F_y \quad (\text{Eq. C3.1.1-1 AISI 1996})$$

Donde:

$F_y$  = Tensión de fluencia de cálculo de acuerdo con lo determinado en la sección A7.1

$S_e$  = Modulo elástico de la sección efectiva calculado con la fibra extrema comprimida o traccionada a  $F_y$ .

Este procedimiento será el indicado a utilizar para la solución de los ejemplos que mas adelante se resuelven.

Cuando sea aplicable, para calcular las propiedades de la sección se deben utilizar los anchos efectivos de cálculo.

$M_n$  se debe calcular considerando el equilibrio de tensiones, suponiendo una curva tensión-deformación idealmente elastoplástica igual para compresión y tensión, suponiendo pequeñas deformaciones y suponiendo que las secciones planas permanecen planas durante la flexión.

## **1.10 CONDICIONES DE SERVICIO**

Las estructuras se deben diseñar de manera que satisfagan las funciones requeridas durante su vida útil esperada. Los limites de condiciones de servicio se deben seleccionar en base a la función que cumplirá la estructura, y se deben evaluar utilizando cargas y combinaciones de cargas realistas.

Los estados límites de servicio son condiciones bajo las cuales la estructura ya no puede satisfacer las funciones para las cuales fue diseñada.

En general las condiciones de seguridad y resistencia no se ven afectadas por los estados límite de servicio. Sin embargo, los criterios de servicio son esenciales para garantizar el comportamiento estructural y la economía del diseño.

Las condiciones habituales que pueden requerir estados límites de servicio son:

1. Deflexiones o rotaciones excesivas que pueden afectar la apariencia o funcionalidad de la estructura o provocar daños en los elementos no estructurales.
2. Vibraciones excesivas que pueden incomodar a los ocupantes o provocar el mal funcionamiento de los equipos.
3. Deterioro provocado por el tiempo como la corrosión o aspectos estéticos. Al verificar los estados límites de servicio el diseñador debe considerar las cargas de servicio adecuadas, la respuesta de la estructura y la reacción de los ocupantes del edificio.

Las cargas de servicio que pueden requerir consideración incluyen las cargas estáticas, las cargas de nieve o de lluvia, las variaciones de temperatura y las cargas dinámicas, efectos del viento o la operación de maquinarias.

Las cargas de servicio adecuadas para verificar los estados límite de servicio pueden ser apenas una fracción de las cargas nominales.

La respuesta de la estructura frente a las cargas de servicio se puede analizar suponiendo un comportamiento elástico lineal, siendo posible que los miembros que acumulan deformaciones residuales bajo cargas de servicio requieran la consideración de este comportamiento a largo plazo.

Los estados límites de servicio dependen de la función de la estructura y de la percepción del observador.

A diferencia de los estados límite de resistencia, no es posible especificar estados límite generalizados que sean aplicables a todas las estructuras. Se recomienda utilizar el código de construcción aplicable correspondiente.

### **1.11 PROPIEDADES DE LAS SECCIONES**

Las propiedades geométricas de un miembro ( es decir, área, momento de inercia, modulo resistente, radio de giro, etc. ), se evalúan utilizando los métodos convencionales del calculo estructural.

Estas propiedades se basan ya sean en las dimensiones de la totalidad de la sección transversal, los anchos efectivos o la sección neta, según corresponda.

En el caso de miembros en flexión y miembros comprimidos con carga axial, para calcular las propiedades de las secciones se utilizan tanto las dimensiones totales como las dimensiones efectivas.

Las dimensiones totales se utilizan para calcular la carga o momento crítico, mientras que las dimensiones efectivas, evaluadas a la carga o momento crítico, se utilizan para calcular la resistencia nominal.

## 1.12 RESISTENCIA PARA FLEXIÓN EXCLUSIVAMENTE

Las resistencias a la flexión de los miembros en flexión se diferencian según el miembro esté arriostrado lateralmente o no.

Si estos miembros están arriostrados lateralmente se les dimensiona de acuerdo con la resistencia nominal de la sección, si no están arriostrados lateralmente el estado límite es el pandeo lateral torsional.

La resistencia a la flexión determinante es el menor de los valores determinado de acuerdo con las condiciones aplicables.

## 1.13 RESISTENCIA NOMINAL DE LA SECCIÓN

Existen dos procedimientos de diseño para calcular la resistencia nominal de la sección de los miembros flexionados.

El procedimiento I se basa en la iniciación de la fluencia y el procedimiento II en la capacidad de reserva inelástica.

Para el presente trabajo se utilizará el **procedimiento I**.

En el procedimiento I el momento nominal,  $M_n$  de la sección transversal es el momento efectivo de fluencia,  $M_y$ , determinado en base a las superficies efectivas de las alas y el alma de la viga utilizando las ecuaciones dadas en el capítulo B de las especificaciones AISI 96.

De manera similar el diseño de perfiles de acero laminado en caliente, el momento de fluencia  $M_y$  de una viga de acero conformado en frío es el momento en el cual la fibra extrema ( en tensión, en compresión o ambas ) llega al límite de fluencia del acero.

Esta es la máxima capacidad de flexión a utilizar en el diseño elástico.

La figura No. 1 muestra diferentes tipos de distribuciones de esfuerzos para momento de fluencia en base a diferentes ubicaciones del eje neutro.

Para secciones equilibradas las fibras extremas de las alas en compresión y en tensión llegan al límite de fluencia simultáneamente. Sin embargo, si el eje neutro está ubicado de manera excéntrica, la fluencia inicial puede ocurrir ya sea en el ala en tensión en el caso b o en el ala en compresión en el caso c.

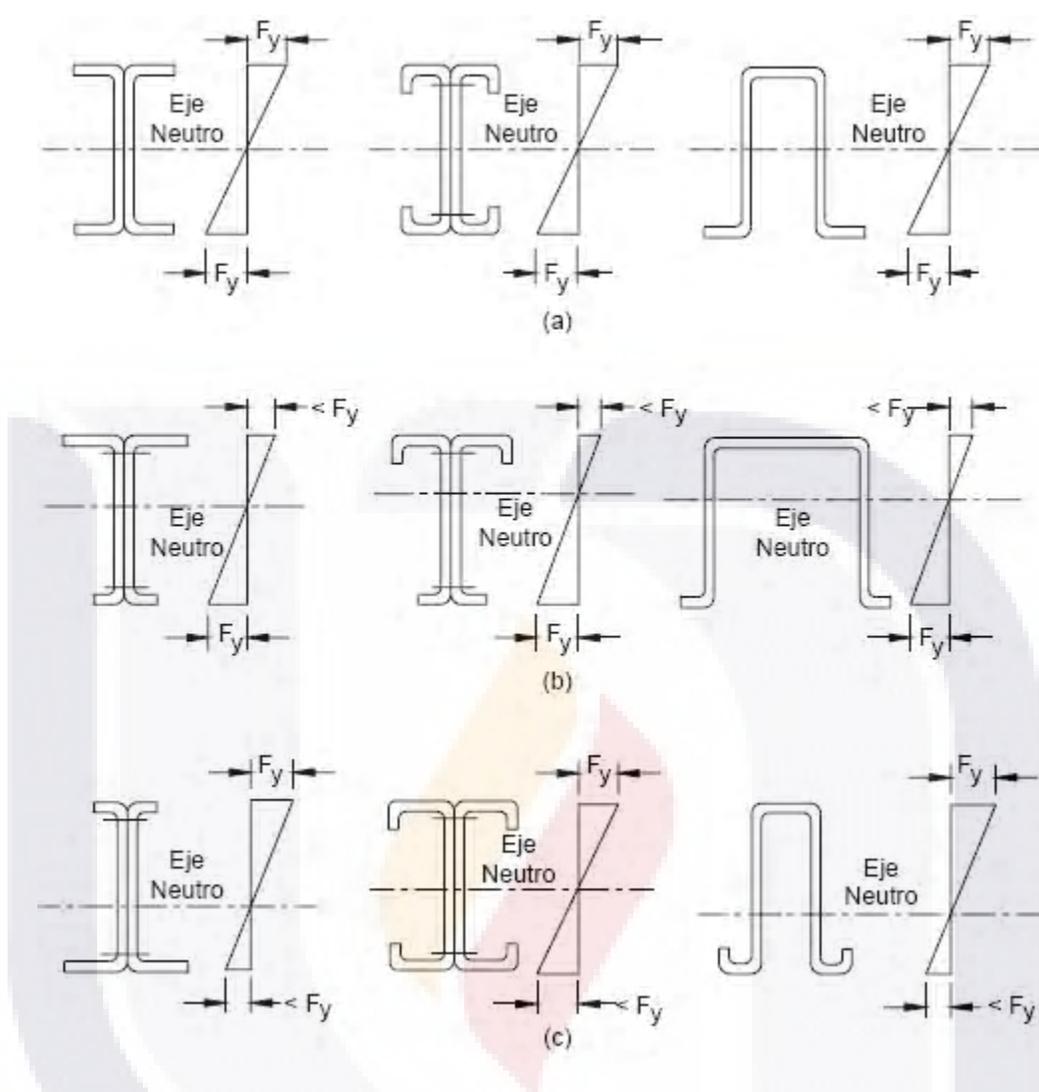


Figura no. 1.- Distribución de esfuerzos para el momento de fluencia, Ref. Wei Wen You.  
 ( a ) Secciones equilibradas, ( b ) Eje neutro próximo al patín de compresión,  
 ( c ) Eje neutro próximo al patín de tensión ( fluencia inicial en el patín de compresión ).

En consecuencia, la resistencia nominal de la sección para la iniciación de la fluencia se calcula utilizando la ecuación:

$$M_n = M_y = S_e F_y \quad (\text{Eq. C3.1.1-1, AISI 96})$$

Donde:

$F_y$  = Tensión de fluencia de cálculo  
 $S_e$  = modulo elástico de la sección efectiva calculado con la fibra extrema en compresión o en tensión a  $F_y$ .

Para el cálculo del acero conformado en frío generalmente se calcula utilizando uno de los dos casos siguientes:

1. Si el eje neutro esta mas cerca del ala en tensión que del ala en compresión, la tensión máxima ocurre en el ala comprimida y, por lo tanto, la relación de esbeltez  $\lambda$  de la placa y el ancho efectivo del ala comprimida se determina utilizando la relación  $w/t$  y  $f = F_y$ . Obviamente este procedimiento también es aplicable para aquellas vigas en las cuales el eje neutro esta ubicado a la mitad de la profundidad de la sección.

2. Si el eje neutro esta más cerca del ala en compresión que del ala en tensión, la tensión máxima  $F_y$  ocurre en el ala en tensión. La tensión en el ala en compresión depende de la ubicación del eje neutro, que se determina por la superficie efectiva de la sección. Esta última no se puede determinar a menos que se conozca la tensión de compresión. La solución de forma cerrada de este tipo de diseño es posible, pero seria un procedimiento tedioso y complejo. Por lo tanto la práctica habitual consiste en determinar las propiedades de la sección por aproximaciones sucesivas.

Para determinar la resistencia en flexión de cálculo,  $\phi_b M_n$ , utilizando el enfoque del LRF, se usan factores de resistencia ligeramente diferentes para las secciones con alas comprimidas rigidizadas o parcialmente rigidizadas y las secciones con alas comprimidas no rigidizadas. Estos valores de  $\phi_b$  fueron derivados a partir de los resultados de ensayos y una relación carga permanente y sobrecarga de 1/5.

### 1.14 EJEMPLOS

#### 1.14-1 Ejemplo 1:

Usando el método ASD y LRF comprobar si la sección I es adecuada con un patín de compresión no atiesado como se muestra en la figura 2. El momento nominal del esfuerzo de la sección esta calculado en base al inicio de la fluencia usando  $F_y = 50$  Ksi. El momento por carga muerta  $M_d = 30$  in.-Kips y el momento por carga viva  $M_l = 150$  in.-Kips.

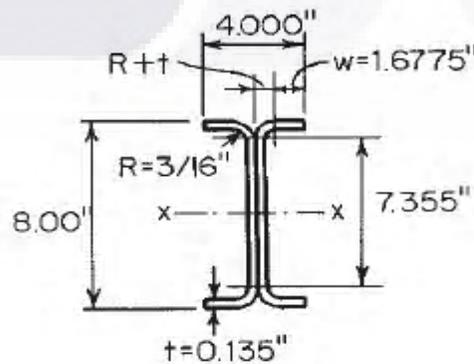


Figura no. 2.- Perfil del ejemplo 1, Ref. Wei Wen You.

Solución.

De acuerdo a lo anteriormente descrito, se procederá a obtener las superficies efectivas del perfil de acuerdo al procedimiento I, para obtener el momento de fluencia  $M_n = M_y$ , y se determinara la ubicación del eje neutro para determinar el calculo a seguir de acuerdo a los 2 casos existentes.

A. Método ASD

1. Calculo de las propiedades de la sección:

Las propiedades de la sección de los elementos de esquina redondeados puede obtenerse por medio de la tabla siguiente, para  $R = 3/16$  in. Y un espesor de  $t = 0.135$  in.

$$I_x = I_y = 0.0003889 \text{ in}^4$$

$$A = 0.05407 \text{ in}^2$$

$$x = y = 0.1564$$

Enseguida se checa el ancho efectivo de los patines considerándolos como no atiesados

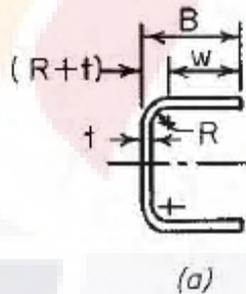


Figura no. 3.- Ancho efectivo, Ref. Wei Wen You.

La relación  $w/t$  debe ser menor a 60

$$w = 4/2 - ( R + t ) = 1.6775 \text{ in}$$

$$w/t = 1.6775/0.135 = 12.426 < 60 \text{ por lo tanto O.K.}$$

Eq. B1.1 AISI 96)

Enseguida se obtiene el ancho efectivo de los patines de compresión utilizando lo siguiente:

1. cuando  $\lambda < 0.673$ ,  $b = w$  (Eq. B2.1-5 AISI 96)

2. cuando  $\lambda > 0.673$ ,  $b = \rho w$  (Eq. B2.1-5 AISI 96)

Donde :  $b$  = ancho efectivo de diseño para elementos a compresión uniforme para Determinar el esfuerzo.

$w$  = ancho plano de elementos a compresión

$\rho$  = factor de reducción

Tabla No. 1 - Esquinas a 90°. Dimensiones y Propiedades.



Dimensiones		Propiedades				T
Espesor (in)	Radio interior R (in)	Momento de Inercia $I_x = I_y$ (in <sup>4</sup> )	Coordenadas del centroide $x = y$ (in)	Area A Blanco (in <sup>2</sup> )	Ancho (in)	(in)
0.135	0.1875	0.0003889	0.1564	0.05407	0.3652	
0.105	0.1875	0.0002408	0.1373	0.03958	0.3495	
0.075	0.0938	0.0000301	0.0829	0.01546	0.1865	
0.060	0.0938	0.0000193	0.0734	0.01166	0.1787	
0.048	0.0938	0.0000128	0.0658	0.00888	0.1724	
0.036	0.0625	0.00000313	0.0464	0.00452	0.1170	

$$\lambda = \frac{1.052}{\sqrt{K}} (w/t) \sqrt{(f/E)} = \frac{1.052}{\sqrt{0.43}} (12.426) \sqrt{(50/29500)} \quad (\text{Eq. B2.1-4 AISI 96})$$

$$= 0.821 > 0.673$$

K = coeficiente de pandeo local

Valores de K para determinar el esfuerzo critico de pandeo.

Caso      Condición de apoyo      Tipo de esfuerzo      Valores de k para Longitud de placa

$$f_{cr} = k \frac{\pi^2 E}{12(1 - \mu^2)(w/t)^2}$$

Case	Boundary condition	Type of stress	Value of k for long plate
(a)		Compression	4.0
(b)		Compression	6.97
(c)		Compression	0.425
(d)		Compression	1.277
(e)		Compression	5.42
(f)		Shear	5.34
(g)		Shear	8.98
(h)		Bending	23.9
(i)		Bending	41.8

Figura no. 4.- Valores de K, Ref. comentarios AISI 96.

$$\rho = ( 1 - ( 0.22 / \lambda ) ) / \lambda = ( 1 - ( 0.22/0.821 ) ) / 0.821 = 0.892$$

(Eq. B2.1-3 AISI 96)

$$b = \rho w = 0.892 ( 1.6775 ) = 1.4963 \text{ in.} \quad (\text{Eq. B2.1-2 AISI 96})$$

$\lambda$  = factor de esbeltez

Con los datos calculados, utilizando el ancho efectivo del patín de compresión y considerando el alma totalmente efectiva, la localización del eje neutro, el momento de inercia  $I_x$  y el modulo de sección elástica de la sección efectiva  $S_e$  puede calcular de la siguiente forma:

Elemento	Area A ( in2 )	Distancia del centroide a la fibra superior y ( in. )	Ay ( in3 )	Ay2 ( in4 )
Patín superior	$2(1.4963)(0.135) = 0.4040$	0.0675	0.0273	0.0018
Esquina superior	$2 ( 0.05407 ) = 0.1081$	0.1564	0.0169	0.0026
Alma	$2(7.355)(0.135) = 1.9859$	4.0000	7.9436	31.7744
Esquina inferior	$2 ( 0.05407 ) = 0.1081$	7.8436	0.8479	6.6506
Patín Inferior	$2(1.6775)(0.135) = 0.4529$	7.9325	3.5926	28.4983
Total	3.059		12.4283	66.9277

$$Y_{cg} = \sum ( Ay ) / \sum A = 12.4283/3.059 = 4.063 \text{ in.}$$

De acuerdo a este resultado nos encontramos con que la distancia  $y_{cg}$  del centro de gravedad del perfil esta ubicada a una distancia  $Y_{cg} > d/2 = 4.00 \text{ in}$  ocurriendo el inicio de la fluencia en el patín de compresión de acuerdo al caso c de la figura no. 1, revisando el perfil con el procedimiento adecuado de acuerdo al caso 1.

De acuerdo a la distancia y al eje centroidal se origina un bloque de esfuerzos con el cual podemos obtener los esfuerzos generados en el alma, por medio de triángulos semejantes y aplicar la teoría para revisar el alma basada también en conocer el ancho efectivo utilizando las siguientes ecuaciones:

$$f_1/3.7405'' = 50/4.063'' \quad f_1 = ( 50 \times 3.7405 ) / 4.063 = 46.03 \text{ Ksi (compresión)}$$

$$f_2/3.6145'' = 50/4.063'' \quad f_2 = ( 50 \times 3.6145 ) / 4.063 = -44.48 \text{ Ksi (tensión)}$$

$$\Psi = f_2 / f_1 = -44.48 / 46.03 = -0.966 \quad (\text{Eq. B2.3-5 AISI 96})$$

$$K = 4 + 2 ( 1 - \Psi )^3 + 2 ( 1 - \Psi ) = 4 + 2 ( 1 - (-0.966) )^3 + 2 ( 1 - (-0.966) )$$

$$K = 23.13 \quad (\text{Eq. B2.3-4 AISI 96})$$

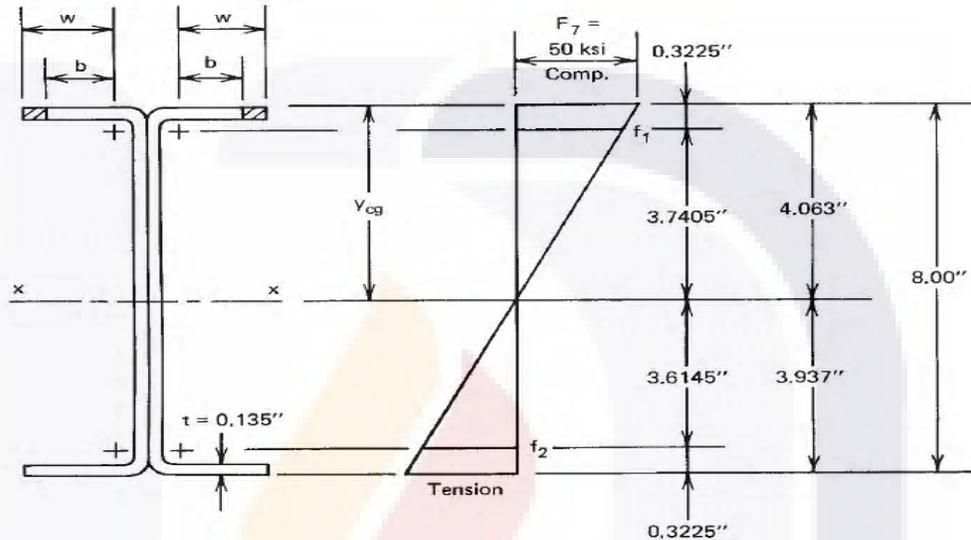


Figura no. 5 .- Distribución de esfuerzos en el alma, Ref. Wei Wen You.

Para almas no reforzadas  $( h/t )_{\max} < 200$  (Capítulo 3 Wei Wen You)

$h = 7.355 \text{ in} / 0.135 = 54.48 < 200$  por lo tanto O.K.

$$\lambda = \frac{1.052}{\sqrt{23.13}} ( 54.48 ) \sqrt{( 46.03 / 29500 )} = 0.471 < 0.673 \quad (\text{Eq. B2.1-4 AISI 96})$$

$\rho = 1.0$  por lo tanto  $b_e = h = 7.355 \text{ in}$ .

$$b_1 = b_e / ( 3 - \Psi ) = 7.355 ( 3 - (-0.966) ) = 1.855 \text{ in.} \quad (\text{Eq. B2.3-1 AISI 96})$$

Donde  $\Psi < -0.236$

$$b_2 = b_e / 2 = 7.355 / 2 = 3.6775 \text{ in.} \quad (\text{Eq. B2.3-2 AISI 96})$$

donde:  $b_1 + b_2 = 1.855 + 3.6775 = 5.5325 \text{ in.} > 3.7405 \text{ in.}$  siendo más grande que la porción de compresión del alma, dándose por entendido que el alma es totalmente efectiva.

En la figura No. 6 se puede ver que la sumatoria de  $b_1$  y  $b_2$  no debería exceder la parte de compresión del alma calculada sobre la base de la sección efectiva. Cuando el valor de  $( b_1 + b_2 )$  excede la parte de compresión del alma, el alma es completamente efectiva.

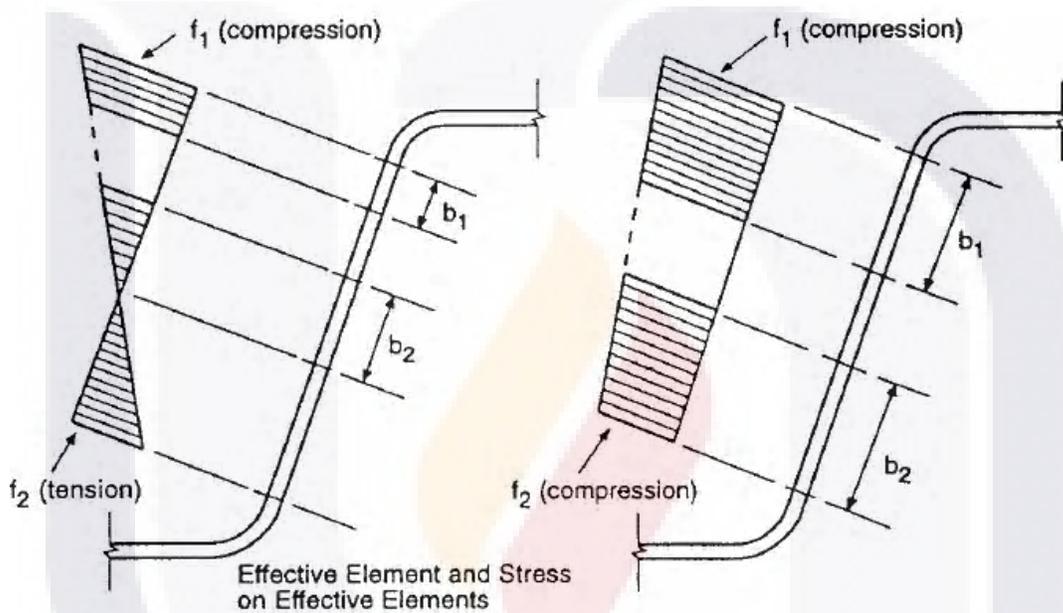


Figura No. 6 Elementos atiesados con gradiente de esfuerzo y almas, Ref. Wei Wen You.

Cumpliendo con las especificaciones en cuanto a los anchos efectivos del perfil, se procede a calcular el momento de inercia de la sección:

$$I_{\text{centroidal}} = [ \sum I_i + \sum A_i y^2 ] - \sum A y_{cg}^2$$

$$\sum I_i = 2 [ ( 1/12 ) ( 0.135 ) ( 7.355 )^3 ] = 8.9522 \text{ ( momento de inercia del alma, de lo demás se desprecia )}$$

$$\sum A_i y^2 = 66.9277$$

$$\sum A y_{cg}^2 = ( 3.059 ) ( 4.063 )^2 = - 50.4979$$

$$I_x = 25.382 \text{ in}^4 \quad S_e = I_x / Y_{cg} = 25.382 / 4.063 = 6.247 \text{ in}^3$$

2. Calculo del momento nominal y el momento de diseño

$$M_n = S_e F_y = ( 6.247 ) ( 50 ) = 312.35 \text{ Kips} - \text{in} \quad (\text{Eq. C3.1.1-1, AISI 96})$$

El momento de diseño admisible es

$$M_a = M_n / \Omega_b = 312.35 / 1.67 = \mathbf{187.0 \text{ kips} - \text{in}} \quad (\text{Eq. A5.1.1-1 AISI 96})$$

3. Calculo del momento requerido. Fundamentándose en las combinaciones de carga especificadas en AISI 96, el momento requerido se calcula de la siguiente manera:

$$M = M_D + M_L = 30 + 150 = 180 \text{ kips} - \text{in}. \quad (\text{A5.1.2 AISI 96})$$

Donde :  $M < M_a$  la sección I es adecuada por el metodo ASD.

## B. Método LRFD

1. El momento de diseño nominal para LRFD es el mismo que el utilizado para ASD.

El momento de diseño para la sección I teniendo un patín de compresión atiesado es:

$$\phi_b M_n = 0.90 ( 312.35 ) = \mathbf{281.12 \text{ Kips} - \text{in}} \quad (\text{Eq. A6.1.1-1 AISI 96})$$

2. El momento requerido. De acuerdo a los factores de carga y combinaciones de carga especificadas para este método en el AISI 96, el momento requerido se calcula de la siguiente manera:

$$M_{u1} = 1.4 D + L = 1.4 ( 30 ) + 150 = 192 \text{ kips} - \text{in} \quad (\text{A6.1.2 AISI 96})$$

$$M_{u2} = 1.2 D + 1.6 L = 1.2 ( 30 ) + 1.6 ( 150 ) = 276 \text{ kips} - \text{in} \quad (\text{momento que controla}) \quad (\text{A6.1.2 AISI 1996})$$

$$M_u < \phi_b M_n \text{ o sea } 276 < 281.12 \quad (\text{Eq. A6.1.1-1 AISI 96})$$

Por lo tanto la sección también es adecuada por el método LRFD.

1.14-2 Ejemplo 2.

Para la siguiente sección sombrero con un patín de compresión atiesado determinar el momento de diseño admisible alrededor del eje X tanto por el método ASD como por el método LRFD. Suponer que el esfuerzo de fluencia del acero es 50 ksi. Usar el método lineal. El momento nominal esta determinado por el inicio de la fluencia.

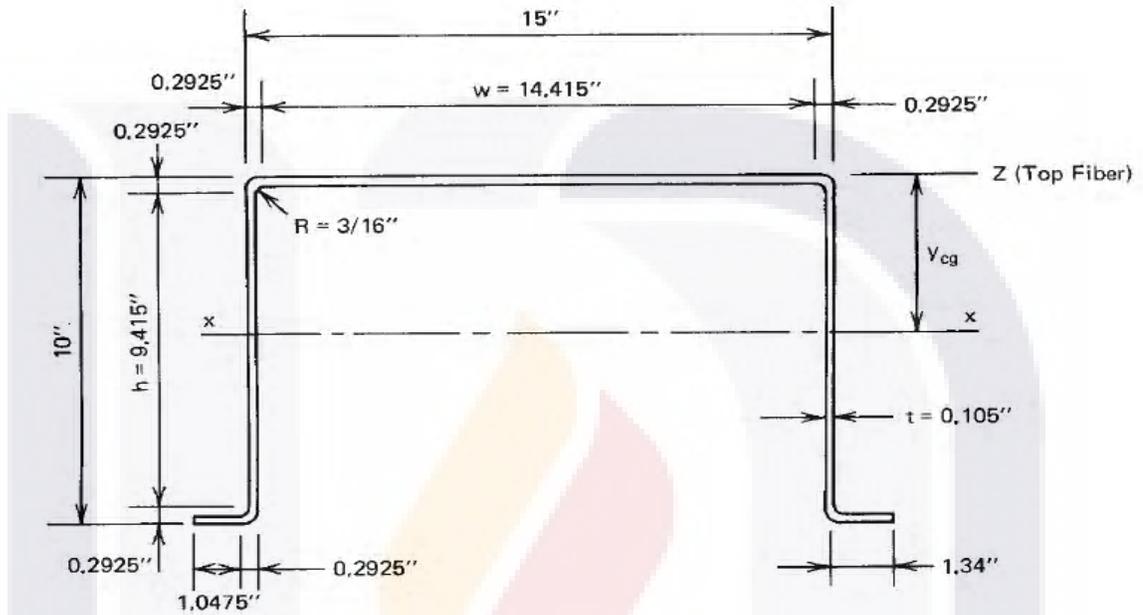


Figura No. 7 Perfil del ejemplo no. 2, Ref. Wei Wen You.

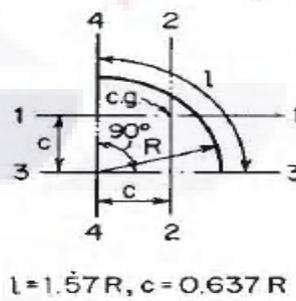


Figura No. 8 Propiedades geométricas, Ref. Wei Wen You.

1. Calculo de las propiedades de la sección.

A. Elementos redondeados de la esquina.

Atendiendo a la figura se tiene:

$$R' = R + t/2 = 3/16'' + 0.105'' / 2 = 0.24 \text{ in}$$

Longitud del arco

(Eqs. Pag. 34 capitulo 1 Wei Wen You)

$$L = 1.57 R' = 1.57 ( 0.24 ) = 0.3768 \text{ in}$$

$$c = 0.637 R' = 0.637 ( 0.24 ) = 0.1529 \text{ in.}$$

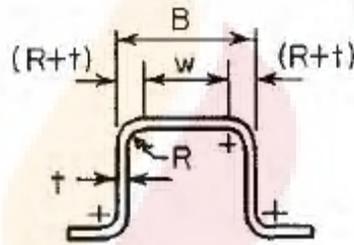


Figura No. 9 Ancho efectivo, Ref. Wei Wen You.

B. Localización del eje neutro.

a. Primera aproximación. Para el patín de compresión.

$$\text{De acuerdo a la figura } w = 15 - 2 ( 3/16 + 0.105 ) = 14.415 \text{ in}$$

$$w/t = 14.415 / 0.105 = 137.29$$

Calculando el ancho efectivo se obtiene y suponiendo que  $f = F_y = 50 \text{ ksi}$ .

$$\lambda = \frac{1.052}{\sqrt{4}} ( 137.29 ) \sqrt{ ( 50 / 29500 ) } = 2.973 > 0.673$$

(Eq. B2.1-4 AISI 96);  $K = 4$ , ver figura no. 4

$$\rho = ( 1 - ( 0.22 / \lambda ) ) / \lambda = ( 1 - ( 0.22 / 2.973 ) ) / 2.973 = 0.311$$

$$b = \rho w = 0.311 ( 14.415 ) = 4.483 \text{ in} \quad (\text{Eq. B2.1-3 AISI 96})$$

Usando el ancho efectivo del patín de compresión y suponiendo que el alma trabaja en su totalidad, se calcula la posición del eje neutro de la siguiente forma:

Se eliminan los espesores en el cálculo y solo se toman en cuenta las longitudes de los elementos.

La distancia de la esquina inferior a la fibra extrema se obtiene como

$$10 - ( R - c ) + t = 10 - ( 3/16'' - 0.1529 ) + 0.105 = 9.8604$$

La distancia de la esquina superior se obtiene como

$$( R - c ) + t = ( 3/16'' - 0.1529 ) + 0.105 = 0.1396$$

Longitud de la parte lateral

$$10 - 2 ( R + t ) = 10 - 2 ( 3/16 + 0.105 ) = 9.415$$

Elemento	Longitud efectiva L ( in )	Distancia del centroide a la fibra superior y ( in )	Ly ( in <sup>2</sup> )
Patín inferior	2 x 1.0475 = 2.0950	9.9475	20.84
Esquina inferior	2 x 0.3768 = 0.7536	9.8604	7.4308
Parte lateral	2 x 9.415 = 18.83	5.0000	94.15
Esquina superior	2 x 0.3768 = 0.7536	0.1396	0.1052
Ancho efectivo w	<u>4.483</u>	0.0525	<u>0.2354</u>
Total	26.9152		122.7614

$$Y_{cg} = \sum ( Ly ) / \sum L = 122.7614 / 26.9152 = 4.561 \text{ in.}$$

La distancia  $Y_{cg}$  es menor que la mitad del peralte total = 5 in, el eje neutro esta mas cerca del patín de compresión y el esfuerzo maximo se encuentra en el patín de tensión. El esfuerzo máximo de compresión se calcula como sigue:

$$50 / ( 10 - 4.561 ) = f / 4.561 \quad ; \quad f = 50 ( 4.561 / ( 10 - 4.561 ) ) = 41.93 \text{ ksi}$$

El esfuerzo calculado es menor que el valor supuesto, por lo que es necesario realizar mas iteraciones hasta llegar a un valor del esfuerzo que se aproxime al valor supuesto.

B. Suponiendo un valor de  $f = 40.70$  ksi.

$$\lambda = \frac{1.052}{\sqrt{4}} ( 137.29 ) \sqrt{( 40.70 / 29500 )} = 2.682 > 0.673 \quad (\text{Eq. B2.1-4 AISI 96});$$

$$\rho = ( 1 - ( 0.22 / \lambda ) ) / \lambda = ( 1 - ( 0.22/2.682 ) ) / 2.682 = 0.3422 \quad (\text{Eq. B2.1-3 AISI 96});$$

$$b = \rho w = 0.3422 ( 14.415 ) = 4.934 \text{ in.} \quad (\text{Eq. B2.1-2 AISI 1996});$$

Con el nuevo valor del ancho efectivo de la zona de compresión, se calcula nuevamente la distancia al centroide del perfil, distancia  $Y_{cg}$ .

Elemento	Longitud efectiva L ( in )	Distancia del centroide a la fibra superior y ( in )	$L_y$ ( in <sup>2</sup> )	$L_y^2$ ( in <sup>3</sup> )
Patín inferior	$2 \times 1.0475 = 2.0950$	9.9475	20.84	207.3059
Esquina inferior	$2 \times 0.3768 = 0.7536$	9.8604	7.4308	73.2707
Parte lateral	$2 \times 9.415 = 18.83$	5.0000	94.15	470.75
Esquina superior	$2 \times 0.3768 = 0.7536$	0.1396	0.1052	0.0147
Ancho efectivo w	<u>4.934</u>	0.0525	<u>0.259</u>	<u>0.0136</u>
Total	27.3662		122.785	751.3549

$$Y_{cg} = \sum ( L_y ) / \sum L = 122.785/27.3662 = 4.487 \text{ in.}$$

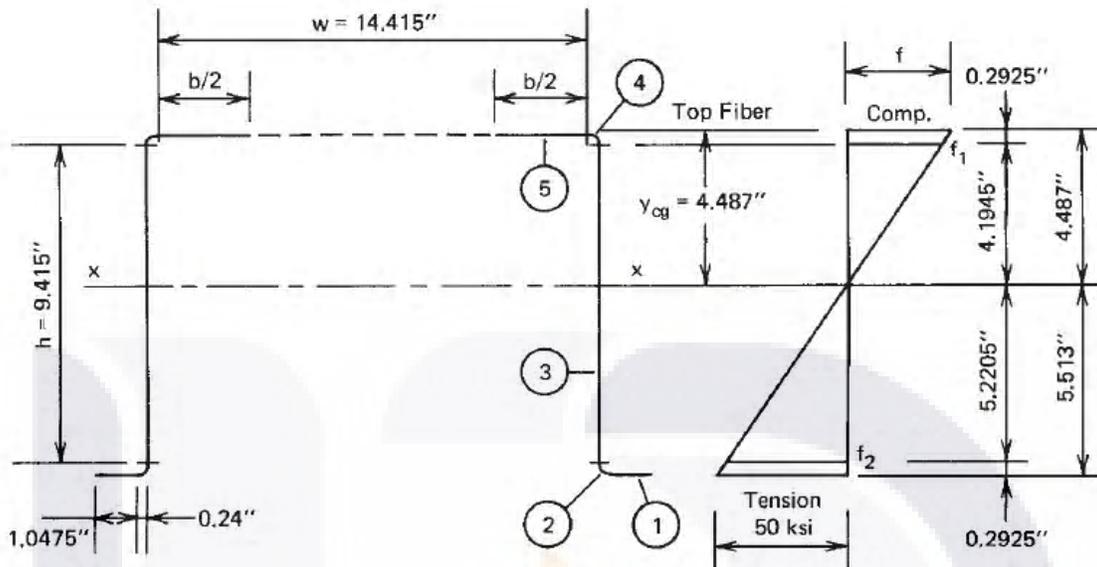


Figura No. 10 Distribución de esfuerzos en el alma, Ref. Wei Wen You.

$$50 / ( 10 - 4.561 ) = f / 4.487 \quad ; \quad f = 50 ( 4.487 / ( 10 - 4.487 ) ) = 40.69 \text{ ksi}$$

El esfuerzo calculado es el más cercano al valor supuesto por lo tanto O.K.

C. Se comprueba la efectividad del alma.

$$f_1/4.1945'' = 50/5.513'' \quad f_1 = ( 50 \times 4.1945 ) / 5.513 = 38.04 \text{ Ksi (compresión)}$$

$$f_2/5.2205'' = 50/5.513'' \quad f_2 = ( 50 \times 5.2205 ) / 5.513 = -47.35 \text{ Ksi (tension)}$$

$$\Psi = f_2 / f_1 = -47.35 / 38.04 = -1.245 \quad (\text{Eq. B2.3-5 AISI 96})$$

$$K = 4 + 2 ( 1 - \Psi )^3 + 2 ( 1 - \Psi ) = 4 + 2 ( 1 - (-1.245) )^3 + 2 ( 1 - (-1.245) )$$

$$K = 31.12 \quad (\text{Eq. B2.3-4 AISI 96})$$

$$\text{Para almas no reforzadas } ( h/t )_{\text{max}} < 200 \quad (\text{Eq. B1.2 AISI 96})$$

$h = 9.415 \text{ in} / 0.105 = 89.67 < 200$  por lo tanto O.K.

$$\lambda = \frac{1.052}{\sqrt{31.12}} (89.67) \sqrt{(38.04 / 29500)} = 0.607 < 0.673 \quad (\text{Eq. B2.1-4 AISI 96})$$

$\rho = 1.0$  por lo tanto  $b_e = h = 9.415 \text{ in}$ .

$$b_1 = b_e / (3 - \Psi) = 9.415 / (3 - (-1.245)) = 2.218 \text{ in.} \quad (\text{Eq. B2.3-1 AISI 96})$$

Donde  $\Psi < -0.236$

$$b_2 = b_e / 2 = 9.415 / 2 = 4.7075 \text{ in.} \quad (\text{Eq. B2.3-2 AISI 1996})$$

donde:  $b_1 + b_2 = 2.218 + 4.7075 = 6.9255 \text{ in} > 4.1945 \text{ in}$  siendo mas grande que la porción de compresión del alma, dándose por entendido que el alma es totalmente efectiva.

D. Calculo del momento de inercia y del modulo de sección.

Factorizando el espesor y calculando el momento de inercia como elementos línea se obtiene:

$$I_{\text{centroidal}} = [ \sum I_i + \sum L y^2 ] - \sum L y_{cg}^2$$

$$\sum I_i = 2 [ (1/12) (9.415)^3 ] = 139.0944 \quad (\text{momento de inercia del alma, de lo demás se desprecia})$$

$$\sum L y^2 = 751.3549$$

$$\sum L y_{cg}^2 = (27.3662) (4.487)^2 = -550.9683$$

$$I'_x = 339.4810 \text{ in}^3 \quad S_e = I_x / y_{cg} = (339.481) (0.105) / 5.513 = 6.466 \text{ in}^3$$

Momento de diseño nominal y permisible.

$$M_n = S_x F_y = ( 6.466 ) ( 50 ) = 323.3 \text{ kips in} \quad (\text{Eq. C3.1.1-1, AISI 96})$$

$$M_a = M_n / \Omega_b = 323.3 / 1.67 = \mathbf{193.59 \text{ kips - in}} \quad (\text{Eq. A5.1.1-1 AISI 96})$$

#### B. Metodo LRFD

El momento nominal para el método LRFD es el mismo calculado para el método ASD.

De acuerdo a las especificaciones del AISI, el momento de diseño para una sección sombrero teniendo un patín de compresión atiesado es :

$$\phi_b M_n = 0.95 ( 323.30 ) = \mathbf{307.14 \text{ Kips - in}} \quad (\text{Eq. A6.1.1-1 AISI 96})$$

#### 1.14- 3 Ejemplo 3.

Para la sección canal con un borde atiesado como se muestra en la figura No. 11, determinar el momento de diseño admisible (  $M_a$  ) alrededor del eje X por el método ASD y el momento de diseño (  $\phi_b M_n$  ) por el método LRFD. Suponer que el punto de fluencia del acero es 50 ksi y el arriostamiento lateral es adecuado. Usar el método lineal. El momento nominal esta determinado por el inicio del límite de fluencia.

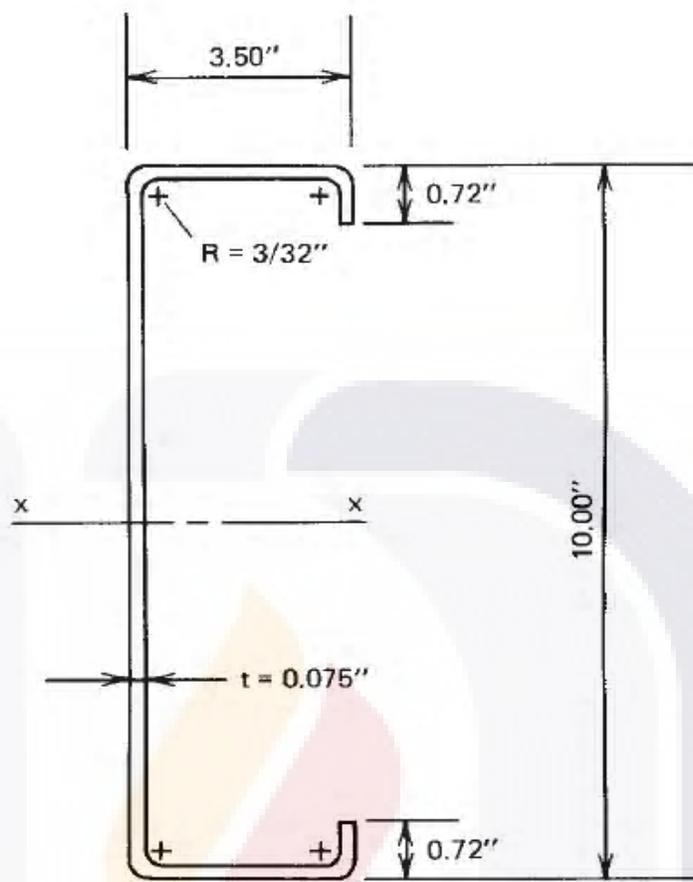


Figura No. 11 Perfil del ejemplo 3, Ref. Wei Wen You.

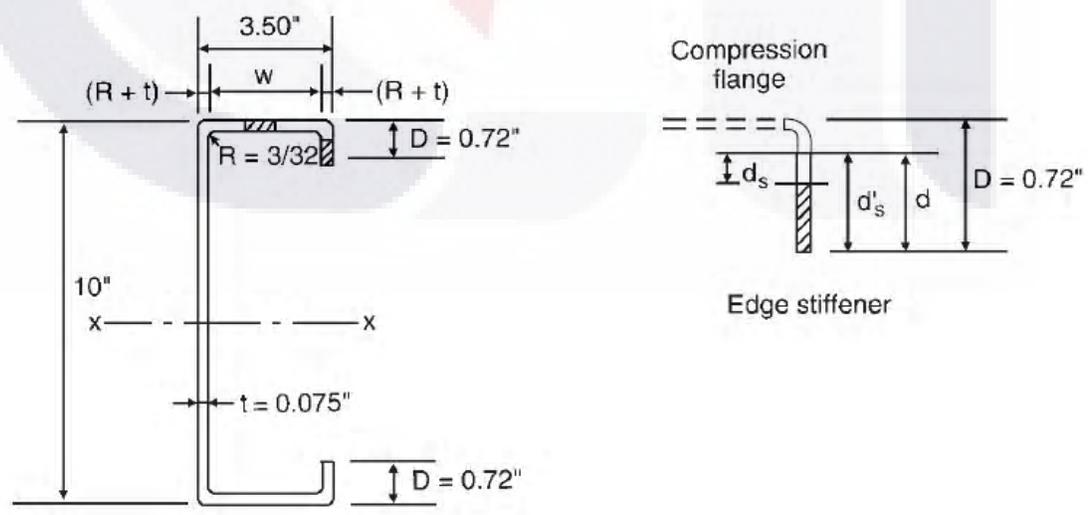


Figura No. 12 Anchos efectivos, Ref. Wei Wen You.

A. método ASD

1. Calculo de las propiedades de la sección. Con el fin de simplificar el cálculo de los elementos lineales, como se muestra en la figura, se utiliza para el método lineal lo siguiente:

A.1 Elementos de la esquina.

$$R' = R + t/2 = 3/32 + 0.075/2 = 0.131 \text{ in}$$

Longitud del arco

(Eqs. Pag. 34 capitulo 1 Wei Wen You)

$$L = 1.57 R' = 1.57 ( 0.131 ) = 0.206 \text{ in}$$

$$c = 0.637 R' = 0.637 ( 0.131 ) = 0.0836 \text{ in}$$

A.2 Ancho efectivo del patín de compresión

Para la sección canal dada con patines iguales, el eje neutro esta localizado ya sea a la mitad del peralte o mas cerca del patín de tensión. Por lo tanto usar  $f = F_y = 50 \text{ ksi}$  para calcular el ancho efectivo del patín de compresión.

De acuerdo a la figura anterior

$$w = 3.50 - 2 ( R + t ) = 3.50 - 2 ( 3/32 + 0.075 ) = 3.1624 \text{ in}$$

$$w / t = 3.1624 / 0.075 = 42.17$$

Atendiendo a lo especificado para patines de compresión con un borde atiesado

$$S = 1.28 \sqrt{E/f} = 1.28 \sqrt{29500/50} = 31.09 ; \text{ donde } w/t > S$$

(Eq. 3.75 capitulo 3 Wei Wen You)

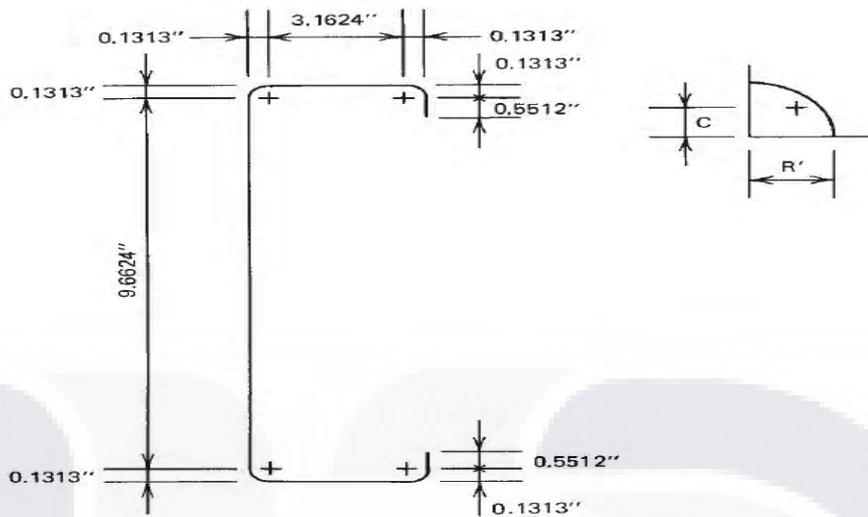


Figura No. 13 Propiedades geométricas, Ref. Wei Wen You.

Para lo cual se utiliza la siguiente ecuación para calcular el momento requerido de inercia del borde atiesado (  $I_a$  ) como sigue:

$$I_a = \{ [115 ( w/t ) / S ] + 5 \} t^4 = \{ [115 ( 42.17 ) / 31.09 ] + 5 \} 0.075^4 =$$

(Eq. 3.90 capítulo 3 Wei Wen You)

$$I_a = 5.093 \times 10^{-3} \text{ in}^4$$

Para el labio simple de un borde atiesado utilizar para la sección canal dada:

$$D = 0.720 \text{ in}$$

$$d = D - ( R + t ) = 0.72 - ( 3/32 + 0.075 ) = 0.5512$$

$$d / t = 0.5512 / 0.075 = 7.35 < 14 \text{ ( máximo valor de } d / t \text{ )}$$

El momento de inercia del borde atiesado completo es:

$$I_s = d^3 t / 12 = \{ ( 0.5512 )^3 ( 0.075 ) \} / 12 = 1.047 \times 10^{-3} \text{ in}^4$$

$$C_2 = I_s / I_a = 1.047 / 5.093 = 0.206 < 1.0 \quad (\text{Eq. 3.83 capitulo 3 Wei Wen You})$$

$$D / w = 0.72 / 3.1624 = 0.228$$

Donde  $D/w < 0.8$  and  $\theta = 90^\circ$ .  $K_a = 5.25 - 5 ( D/w ) = 5.25 - 5 ( 0.228 )$   
 (Eq. 3.86 capitulo 3 Wei Wen You)

$K_a = 4.11 > 4.0$  por lo tanto usar  $K_a = 4.0$ ,  $K_u = 0.43$  y  $n = 1/3$

$$K = ( C_2 )^n ( k_a - K_u ) + k_u = ( C_2 )^{1/3} ( 4.0 - 0.43 ) + 0.43$$

(Eq. 3.85 capitulo 3 Wei Wen You)

$$K = ( 0.206 )^{1/3} ( 3.57 ) + 0.43$$

$$K = 2.54 < 4.0$$

Utilizar  $k = 2.54$  para calcular el factor de esbeltez de placa para el patín de compresión como sigue:

$$\lambda = \frac{1.052}{\sqrt{K}} ( w/t ) \sqrt{ ( f / E ) } = \frac{1.052 ( 42.17 ) \sqrt{ ( 50 / 29500 ) }}{\sqrt{2.54}} \quad (\text{Eq. B2.1-4 AISI 96})$$

$$\lambda = 1.146 > 0.673$$

El ancho efectivo del patín de compresión es:

$$\rho = ( 1 - ( 0.22 / \lambda ) ) / \lambda = ( 1 - ( 0.22 / 1.146 ) ) / 1.146 = 0.705$$

(Eq. B2.1-3 AISI 96)

$$b = \rho w = 0.705 ( 3.1624 ) = 2.23 \text{ in.}$$

### A.3 Ancho efectivo del borde atiesado

La reducción efectiva del ancho del borde atiesado con la pendiente del esfuerzo puede ser calculado de acuerdo a la sección B3.2 de la AISI 96.

Usando  $K=0.43$ ,  $d/t = 7.35$  y  $f = F_y$ , el factor de esbeltez es:

$$\lambda = \frac{1.052}{\sqrt{K}} (d/t) \sqrt{f/E} = \frac{1.052}{\sqrt{0.43}} (7.35) \sqrt{50/29500} \quad (\text{Eq. B2.1-4 AISI 96})$$

$\lambda = 0.485 < 0.673$  por lo tanto el ancho efectivo del borde atiesado es

$$d's = d = 0.5512 \text{ in}$$

La reducción del ancho efectivo del borde atiesado es

$$d's = C_2 d's = 0.206 (0.5512) = 0.113 \text{ in} \quad (\text{Eq. 3.87 capitulo 3 Wei Wen You})$$

El cálculo indica que la compresión atiesada no es totalmente efectiva.

### A.4 Localización del eje neutro y cálculo de $I_x$ y $S_x$

#### A.4.1 Localización del eje neutro basado en el elemento del alma completa.

Suponiendo que el elemento del alma ( elemento 7 en la figura No. 14 ), es totalmente efectiva, el eje neutro puede localizarse utilizando la siguiente tabla, ver la figura No. 14 para las dimensiones de los elementos:

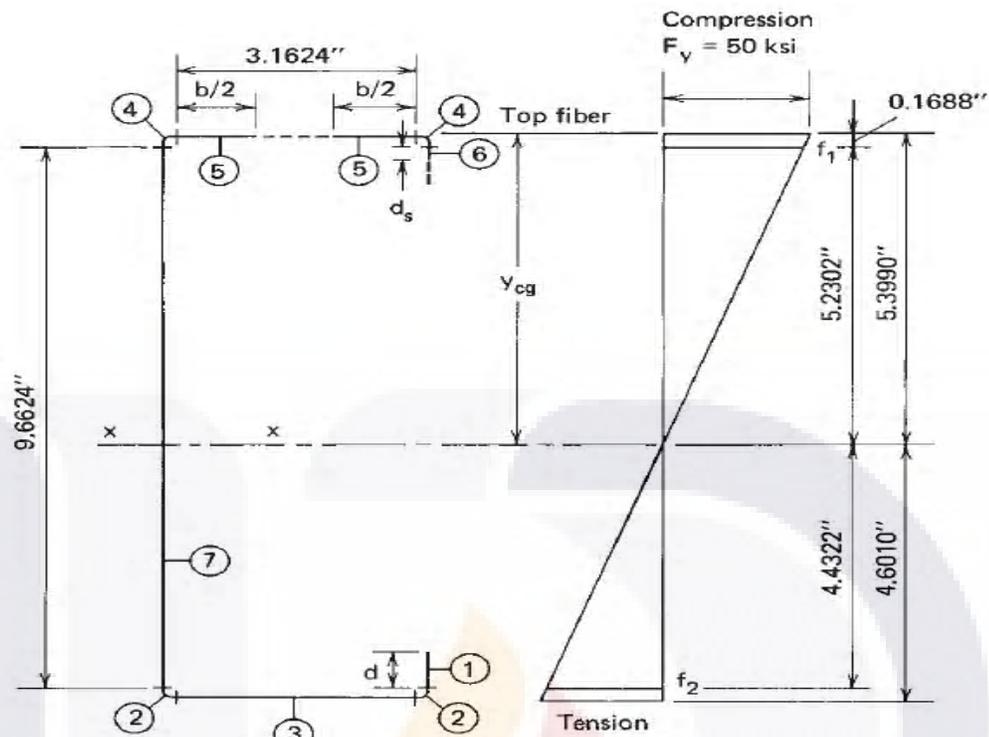


Figura No. 14 Longitud efectiva y distribución de esfuerzo usando el alma totalmente efectiva, Ref. Wei Wen You.

Elemento	Longitud efectiva L (in)	Distancia del centroide a la fibra superior y (in)	$L_y$ (in <sup>2</sup> )
1	= 0.5512	9.5556	5.267
2	L 2 x 0.206 = 0.412	9.9148	4.0849
3	w = 3.1624	9.9625	31.5054
4	2 x 0.206 = 0.412	0.0852	0.0351
5	= 2.23	0.0375	0.0836
6	= 0.113	0.2254	0.0255
7	= 9.6624	5.0000	48.312
Total	16.543		89.3135

$$Y_{cg} = \sum (L_y) / \sum L = 89.3135 / 16.543 = 5.399 \text{ in.}$$

Comprobando la efectividad del alma :

$$f1/5.2302'' = 50/5.399'' \quad f1 = ( 50 \times 5.2302 ) / 5.399 = 48.44 \text{ Ksi ( compresión )}$$

$$f2/4.4322'' = 50/5.399'' \quad f2 = ( 50 \times 4.4322 ) / 5.399 = -41.05 \text{ Ksi ( tension )}$$

$$\Psi = f2 / f1 = -41.05 / 48.44 = -0.847 \quad (\text{Eq. B2.3-5 AISI 96})$$

$$K = 4 + 2 ( 1 - \Psi )^3 + 2 ( 1 - \Psi ) = 4 + 2 ( 1 - (-0.847) )^3 + 2 ( 1 - (-0.847) )$$

$$K = 20.30 \quad (\text{Eq. B2.3-4 AISI 1996})$$

Para almas no reforzadas  $( h/t )_{\max} < 200$  (Ref. B1.2 AISI 1996)

$$h = 9.6624 \text{ in} / 0.075 = 128.83 < 200 \text{ por lo tanto O.K.}$$

$$\lambda = \frac{1.052 ( 128.83 )}{\sqrt{20.30}} \sqrt{( 48.44 / 29500 )} = 1.219 > 0.673 \quad (\text{Eq. B2.1-4 AISI 96})$$

$$\rho = ( 1 - ( 0.22 / \lambda ) ) / \lambda = ( 1 - ( 0.22 / 0.673 ) ) / 0.673 = 0.672$$

(Eq. B2.1-3 AISI 96)

$$b_e = \rho h = 0.672 ( 9.6624 ) = 6.4931 \text{ in.}$$

$$b_1 = b_e / ( 3 - \Psi ) = 6.4931 / ( 3 - (-0.847) ) = 1.6878 \text{ in.}$$

(Eq. B2.3-1 Especificaciones AISI 1996)

Donde  $\Psi < -0.236$

$$b_2 = b_e / 2 = 6.4931 / 2 = 3.2465 \text{ in.}$$

(Eq. B2.3-2 AISI 1996)

donde:  $b_1 + b_2 = 1.6878 + 3.2465 = 4.9343$  que es menor que 5.2302 in como se muestra en la figura 14, por lo que el elemento del alma no es completamente efectiva como se supuso. El eje neutro sería relocalizado utilizando el alma parcialmente efectiva. El procedimiento se hace de forma iterativa.

A.4.2 Localización del eje neutro basándose en elementos de alma no efectiva.

En la primera iteración, la porción no efectiva del alma puede ser supuesta como sigue:

$$5.2302 - ( b_1 + b_2 ) = 5.2302 - 4.9343 = 0.2959 \text{ in}$$

Por lo tanto, el largo efectivo de todos los elementos se muestran en la figura No. 15 utilizando el alma parcialmente efectiva.

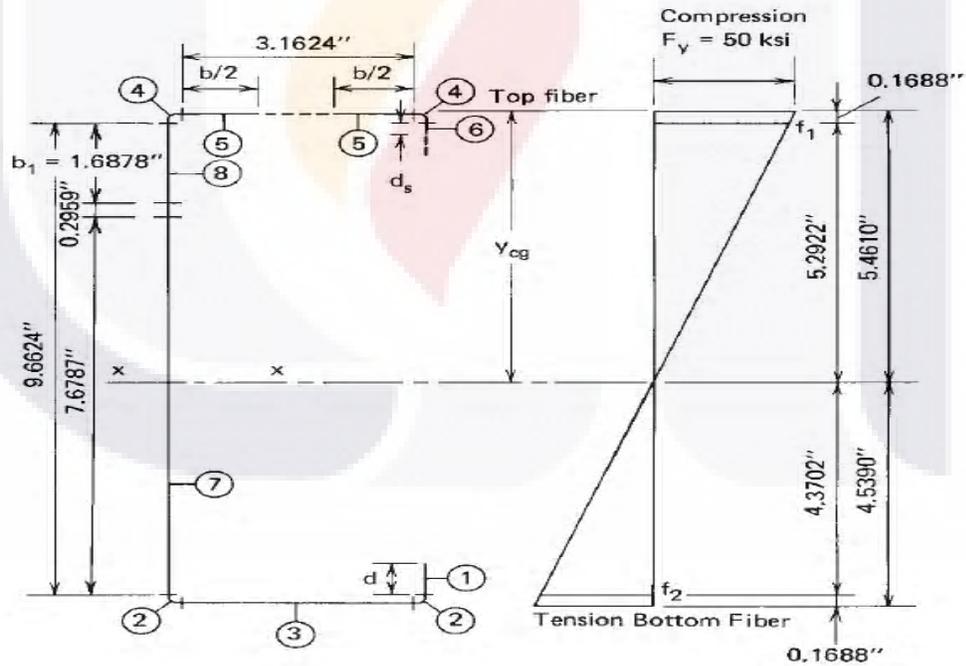


Figura No. 15 Longitud efectiva y distribución de esfuerzo usando el alma parcialmente efectiva (primera iteración), Ref. Wei Wen You.

Obtención de algunas dimensiones de la tabla:

- Elemento 1  $d's = 0.5512$  ;  $y = 10 - 0.72 + ( 0.5512/2 ) = 9.5556$
- Elemento 2  $L = 0.206$  ;  $y = 10 - ( R=3/32 - c= 0.0836 + t= 0.075 ) = 9.9148$
- Elemento 3  $w = 3.1624$  ;  $y = 10 - 0.075/2 = 9.9625$
- Elemento 4  $L = 0.206$  ;  $y = 3/32 - 0.0836 + 0.075 = 0.0852$
- Elemento 5  $b = 2.23$  ;  $y = 0.075 / 2 = 0.0375$
- Elemento 6  $ds = 0.113$  ;  $y = 3/32 + 0.075 + ( 0.113 / 2 ) = 0.2254$
- Elemento 7  $9.6624 - 1.6878 - 0.2959 = 7.6787$  ;  
 $y = ( 7.6787/2 ) + 0.2959 + 1.6878 + ( 3/32 ) + 0.075 = 5.9919$
- Elemento 8  $b1 = 1.6878$  ;  $y = ( 1.6878/2 ) + ( 3/32 ) + 0.075 = 1.0127$

Elemento	Longitud efectiva L ( in )	Distancia del centroide a la fibra superior y ( in )	$L_y$ ( in <sup>2</sup> )
1	= 0.5512	9.5556	5.267
2	L 2 x 0.206 = 0.412	9.9148	4.0849
3	w = 3.1624	9.9625	31.5054
4	2 x 0.206 = 0.412	0.0852	0.0351
5	= 2.23	0.0375	0.0836
6	= 0.113	0.2254	0.0255
7	= 7.687	5.9919	46.0100
8	= <u>1.6878</u>	1.0127	<u>1.7092</u>
Total	16.2471		88.7207

$$Y_{cg} = \sum ( L_y ) / \sum L = 88.7207/16.2471 = 5.461 \text{ in.}$$

$$f1/5.2922'' = 50/5.461'' \quad f1 = ( 50 \times 5.2922 ) / 5.461 = 48.45 \text{ Ksi (compresión)}$$

$$f2/4.3702'' = 50/5.461'' \quad f2 = ( 50 \times 4.3702 ) / 5.461 = -40.01 \text{ Ksi ( tension )}$$

$$\Psi = f_2 / f_1 = -40.01 / 48.45 = -0.826 \quad (\text{Eq. B2.3-5 AISI 96})$$

$$K = 4 + 2 ( 1 - \Psi )^3 + 2 ( 1 - \Psi ) = 4 + 2 ( 1 - (- 0.826) )^3 + 2 ( 1 - (-0.826))$$

$$K = 19.83 \quad (\text{Eq. B2.3-4 AISI 96})$$

Para almas no reforzadas  $( h/t )_{\max} < 200$  (Ref. B1.2 AISI 96)

$$h = 9.6624 \text{ in} / 0.075 = 128.83 < 200 \text{ por lo tanto O.K.}$$

$$\lambda = \frac{1.052 ( 128.83 )}{\sqrt{19.83}} \sqrt{( 48.45 / 29500 )} = 1.233 > 0.673 \quad (\text{Eq. B2.1-4 AISI 96})$$

$$\rho = ( 1 - ( 0.22 / \lambda ) ) / \lambda = ( 1 - ( 0.22 / 1.233 ) ) / 1.233 = 0.666$$

(Eq. B2.1-3 AISI 96)

$$b_e = \rho h = 0.666 ( 9.6624 ) = 6.4352 \text{ in.}$$

$$b_1 = b_e / ( 3 - \Psi ) = 6.4352 / ( 3 - (- 0.826) ) = 1.682 \text{ in.} \quad (\text{Eq. B2.3-1 AISI 1996})$$

Donde  $\Psi < - 0.236$

$$b_2 = b_e / 2 = 6.4352 / 2 = 3.2176 \text{ in.} \quad (\text{Eq. B2.3-2 AISI 1996})$$

Donde:  $b_1 + b_2 = 1.682 + 3.2176 = 4.8996$  que es menor que el valor anterior de 4.9343 en un 0.7%, por lo que se requieren adicionales iteraciones.

Para la segunda iteración la porción no efectiva del alma es:

$$5.2922 - ( b_1 + b_2 ) = 5.2922 - 4.8996 = 0.3926 \text{ in}$$

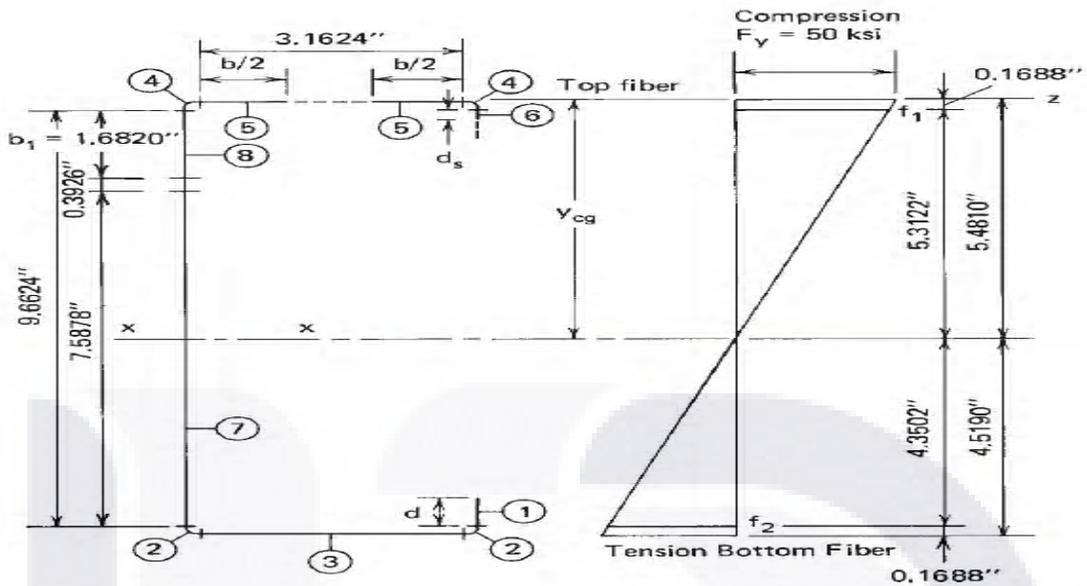


Figura No. 16 Longitud efectiva y distribución de esfuerzo utilizando el alma parcialmente efectiva (segunda iteración), Ref. Wei Wen You.

Usando el mismo procedimiento anterior, el eje neutro se obtiene como sigue:

Elemento	Longitud efectiva L ( in )	Distancia del centroide a la fibra superior y ( in )	$L_y$ ( in <sup>2</sup> )	$L_y^2$ ( in <sup>3</sup> )
1	= 0.5512	9.5556	5.267	50.3298
2	= 0.412	9.9148	4.0849	40.5009
3	= 3.1624	9.9625	31.5054	313.8727
4	= 0.412	0.0852	0.0351	0.0030
5	= 2.23	0.0375	0.0836	0.0031
6	= 0.113	0.2254	0.0255	0.0057
7	= 7.5878	6.03739	45.8098	276.5675
8	= <u>1.682</u>	1.0098	<u>1.6985</u>	<u>1.7151</u>
Total	16.1504		88.5098	682.9977

$$Y_{cg} = \sum ( L_y ) / \sum L = 88.5098 / 16.1504 = 5.481 \text{ in.}$$

$$f1/5.3122'' = 50/5.481'' \quad f1 = ( 50 \times 5.3122 ) / 5.481 = 48.46 \text{ Ksi (compresión)}$$

$$f2/4.3502'' = 50/5.481'' \quad f2 = ( 50 \times 4.3502 ) / 5.481 = -39.68 \text{ Ksi ( tension )}$$

$$\Psi = f2 / f1 = -39.68 / 48.46 = -0.819 \quad (\text{Eq. B2.3-5 AISI 1996})$$

$$K = 4 + 2 ( 1 - \Psi )^3 + 2 ( 1 - \Psi ) = 4 + 2 ( 1 - (-0.819) )^3 + 2 ( 1 - (-0.819) )$$

$$K = 19.68 \quad (\text{Eq. B2.3-4 AISI 96})$$

Para almas no reforzadas  $( h/t )_{\max} < 200$  (Ref. B1.2 AISI 1996)

$$h = 9.6624 \text{ in} / 0.075 = 128.83 < 200 \text{ por lo tanto O.K.}$$

$$\lambda = \frac{1.052}{\sqrt{19.68}} ( 128.83 ) \sqrt{( 48.46 / 29500 )} = 1.238 > 0.673$$
(Eq. B2.1-4 AISI 1996)

$$\rho = ( 1 - ( 0.22 / \lambda ) ) / \lambda = ( 1 - ( 0.22 / 1.238 ) ) / 1.238 = 0.664$$
(Eq. B2.1-3 AISI 96)

$$b_e = \rho h = 0.664 ( 9.6624 ) = 6.4158 \text{ in.}$$

$$b_1 = b_e / ( 3 - \Psi ) = 6.4158 / ( 3 - (-19.68) ) = 1.68 \text{ in.} \quad (\text{Eq. B2.3-1 AISI 96})$$

Donde  $\Psi < -0.236$

$$b_2 = b_e / 2 = 6.4158 / 2 = 3.2079 \text{ in.} \quad (\text{Eq. B2.3-2 AISI 96})$$

$$b_1 + b_2 = 1.68 + 3.2079 = 4.8879 \text{ in}$$

El valor calculado de  $( b_1 + b_2 )$  es aproximadamente igual al valor de  $( b_1 + b_2 )$  calculado desde la primera iteración, es aceptable. Mejor precisión se puede obtener utilizando iteraciones adicionales.

A.4.3 Calculo del momento de inercia y del modulo de sección.

Factorizando el valor del espesor de los elementos, se puede obtener el momento de inercia basándose en elementos lineales:

$$I'_1 = 1/12 ( 0.5512 )^3 = 0.0140$$

$$I'_6 = 1/12 ( 0.113 )^3 = 0.0001$$

$$I'_7 = 1/12 ( 7.5878 )^3 = 36.4054$$

$$I'_8 = 1/12 ( 1.682 )^3 = \underline{0.3965}$$

$$\sum I_i = 36.816$$

$$I_{\text{centroidal}} = [ \sum I_i + \sum L y^2 ] - \sum L y_{cg}^2$$

$$\sum I_i = 36.816$$

$$\sum L y^2 = 682.9977$$

$$\sum L y_{cg}^2 = ( 16.1504 ) ( 5.481 )^2 = \underline{- 485.18}$$

$$I'_x = 234.6337 \text{ in}^3$$

$$I'_x = 234.6337 \text{ in}^3 ; \quad I_x = I'_x t = ( 234.6337 ) ( 0.075 ) = 17.598 \text{ in}^4$$

$$S_e = I_x / y_{cg} = 17.598 / 5.481 = 3.211 \text{ in}^3$$

2. Calculo del momento de diseño nominal y del momento admisible.

El momento nominal para la seccion es:

$$M_n = S_e F_y = S_x F_y = 3.211 ( 50 ) = 160.55 \text{ kips-in} \quad (\text{Eq. C3.1.1-1 AISI 96})$$

El momento de diseño admisible es

$$M_a = M_n / \Omega_b = 160.55 / 1.67 = \mathbf{96.14 \text{ kips - in}} \quad (\text{Eq. A5.1.1-1 AISI 96})$$

## B. método LRFD

El momento nominal para el método LRFD es el mismo que el calculado para el método ASD. El momento nominal alrededor del eje X de la sección canal es:

$$M_n = 160.55 \text{ Kips} - \text{in}$$

De acuerdo al AISI 96, el momento de diseño para una sección canal teniendo un patín de compresión parcialmente atiesado,  $\phi_b = 0.95$  por lo tanto:

$$\phi_b M_n = 0.95 ( 160.55 ) = \mathbf{152.52 \text{ Kips} - \text{in}} \quad (\text{Eq. A6.1.1-1 AISI 96})$$

### 1.15 CONCLUSIÓN DEL CAPITULO EMPLEANDO EL AISI 96.

El procedimiento desarrollado para el diseño por flexión de perfiles de acero rolado en frío en el presente trabajo, es un procedimiento en el cual el valor del momento de diseño se reduce a conocer el modulo de sección del perfil, que incrementado por el valor máximo de resistencia del acero que en este caso es el valor máximo del inicio de la fluencia, nos da como resultado el momento nominal, al cual aplicados los factores especificados de acuerdo al método de diseño ( ASD o LRFD ) se conoce el momento admisible de diseño del perfil.

Básicamente el calculo principal consiste en conocer de acuerdo a las propiedades geométricas de la pieza, anchos efectivos obtenidos a partir de las especificaciones correspondientes, las cuales dependerán de las longitudes efectivas del elemento, con lo cual se deberá conocer la posición del eje neutro en el cual el elemento desarrolle su máxima capacidad de esfuerzo para así finalmente obtener el modulo de sección.

## CAPITULO 2

### METODO DE DISEÑO DIRECTO

#### 2.1 TEORIA DE DISEÑO

En el presente capítulo se desarrolla la teoría de diseño especificada por el AISI en 2002 y mejorada en el año 2004.

El método de diseño directo es un procedimiento alternativo para determinar la resistencia y rigidez de miembros de acero de lámina rolada en frío.

Innumerables investigaciones se han realizado para calibrar los valores utilizados en esta teoría de diseño, la cual se fundamenta en la deformación elástica de los perfiles. Se ha visto que los miembros de acero de lamina rolada en frío, tienen al menos tres modos de pandeo elástico: el pandeo local, el pandeo de distorsión y el pandeo global que en el caso de flexión tema del presente trabajo se le conoce como pandeo lateral torsional en las vigas.

El método de diseño directo proporciona un medio para incorporar los tres modos de pandeo en el proceso de diseño. Siendo los modos de pandeo determinados para un perfil en su conjunto y no analizando elemento por elemento del perfil, asegurando así la compatibilidad y el equilibrio.

El método de diseño directo utiliza para la determinación del análisis del pandeo elástico, el análisis de elemento finito en una franja, el cual tiene limitaciones, las dos más importantes son:

- 1.- El modelo supone los extremos de los miembros como simplemente apoyados y
- 2.- La sección transversal no podrá variar a todo lo largo de su longitud.

A pesar de estas limitaciones es una herramienta útil y un avance importante para las soluciones del pandeo de placa y los coeficientes (  $k$  ) del pandeo de placa que dan una idea de la importante estabilidad en el comportamiento de miembros de acero de lamina rolada en frío.

El American Iron and Steel Institute ha patrocinado la investigación que en parte ha conducido al desarrollo de la libre utilización del programa CUFSM, que emplea el método de franja finita para la determinación del pandeo elástico en cualquier sección transversal de acero de lamina rolada en frío. El programa esta disponible en Internet y funciona en cualquier Pc con Windows. Tutoriales y ejemplos estan disponibles en linea en la misma dirección.

Se hace la aclaración que el método de diseño directo, realiza la revisión de los perfiles de acero de lámina rolada en frío a nivel local en su sección transversal, no así en lo que se refiere a nivel longitudinal. Pero tomando en cuenta las dos mas importantes limitaciones anteriormente señaladas, se tiene que en cuanto a la sección transversal

de un perfil las propiedades son las mismas en toda su longitud y debido a que son miembros simplemente apoyados la relación de esbeltez del perfil ( $Kl/r$ ) y por las condiciones de apoyo en las cuales el valor de  $K = 1$ , se toma en cuenta la longitud total del elemento, no teniendo longitud efectiva, condición que se tiene que revisar en un perfil en lo que respecta al pandeo longitudinal, aparte de la revisión realizada por el método de diseño directo.

**Pandeo local:** El pandeo local implica importantes distorsiones de la sección transversal, pero esta distorsión trata únicamente de rotación, no la translación, de las líneas dobladas del elemento.

El pandeo local mínimo se produce en longitudes de onda media que son menores que la más larga dimensión característica del elemento bajo un esfuerzo de compresión.

**Pandeo de distorsión** implica tanto la translación y la rotación en la línea doblada del perfil. El pandeo de distorsión implica la distorsión de una parte de la sección transversal y predominante rígida respuesta de una segunda parte.

El pandeo de distorsión se produce a una media longitud de onda intermedia a nivel local y global en los modos de pandeo. La mitad de longitud de onda suele ser varias veces más grande que la mayor dimensión característica del elemento. La mitad de longitud de onda depende en gran medida de la carga y la geometría.

El pandeo global o lateral torsional de las vigas sometidas a esfuerzos de flexión, implica la translación (flexión) y/o rotación (torsión) de toda la sección transversal. No existe distorsión en cualquiera de los elementos en los modos de pandeo a lo largo de la longitud de onda intermedia.

El método de diseño directo requiere de la determinación del comportamiento de los elementos en el pandeo elástico, proporcionando una serie de fuerzas nominales (resistencia) que se pueden graficar en curvas para predecir el esfuerzo de los elementos basado en el comportamiento de pandeo elástico.

El procedimiento no requiere cálculos para el ancho efectivo, ni iteraciones, y en su lugar utiliza las propiedades brutas y el comportamiento de pandeo elástico de la sección transversal para predecir el esfuerzo.

## **2.2 PROGRAMA CUFSM**

El programa CUFSM es una herramienta útil, práctica y sencilla para desarrollar el método de diseño directo. Los principales datos a registrar, así como los datos que una vez hecho el análisis, el programa da como resultado, en forma muy resumida son los siguientes:

1. El programa trae un perfil registrado ya resuelto como ejemplo.
2. Teniendo el perfil a diseñar o revisar se registra en la siguiente pantalla los siguientes datos:

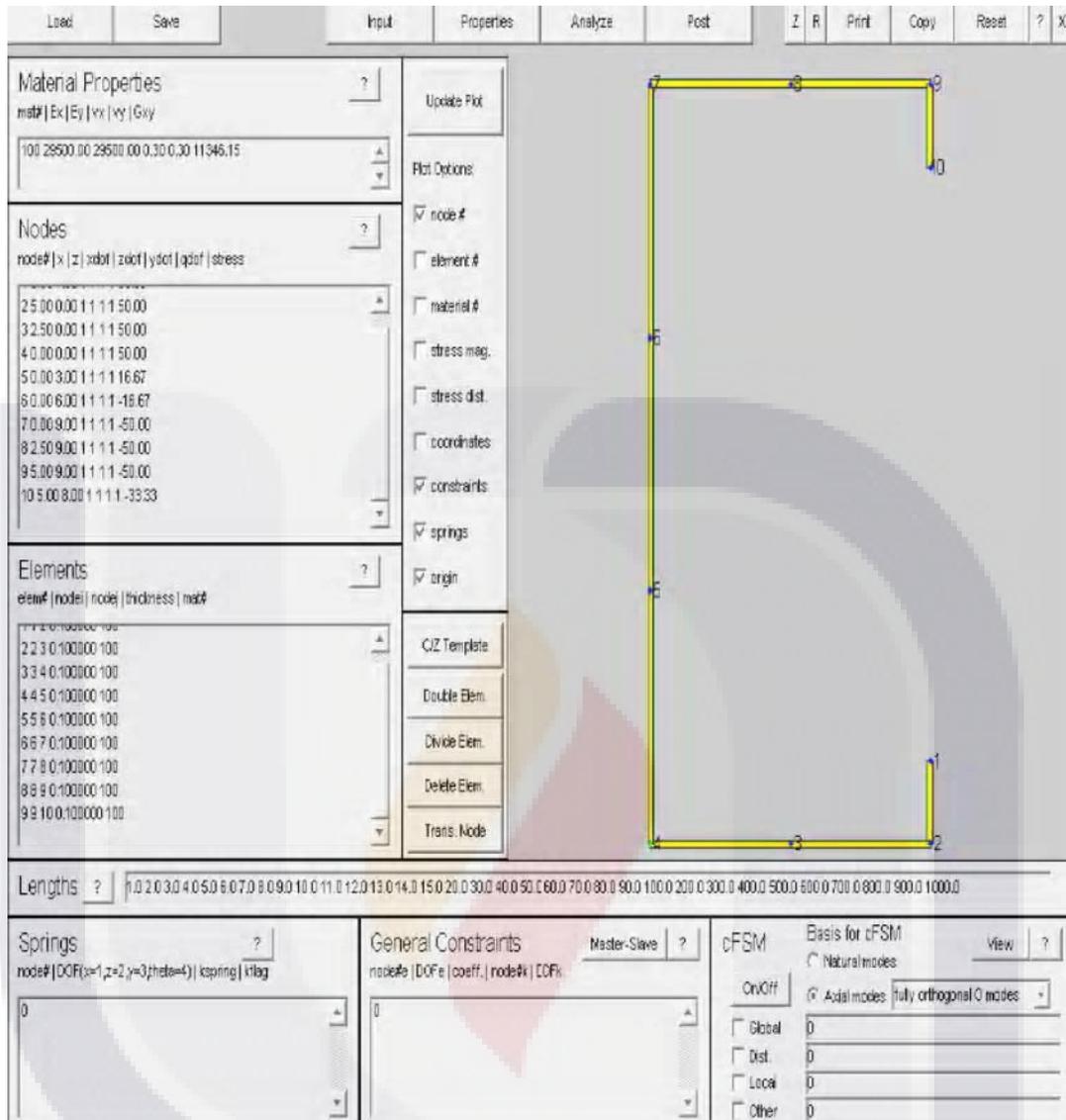


Figura No. 17 Pantalla de input del programa CUFSM, Ref. Tutorial 2 Cufsm.

2.1 En la opción input aparece esta pantalla, en la cual en la parte de propiedades del material se capturan los datos de clasificación del material, modulo de elasticidad del acero  $E = 29500$  ksi, modulo de poison que para el acero es 0.3 y el modulo de elasticidad de cortante que para el acero es  $G = 11346$  ksi, los datos deben de ir separados por un espacio.

2.2 En la sección de nudos se captura la clasificación del nudo, la ubicación reflejada en un sistema de ejes cartesianos, capturando las coordenadas, se colocan enseguida 4 números 1 para indicar que la pieza esta libre externamente ( siendo atiesada internamente ), en caso de tener una pieza sujeta se colocará el valor de 0, y finalmente se captura el esfuerzo máximo de fluencia del acero, por ejemplo 50 ksi.

2.3 En la sección de elementos, se captura la continuidad de cada nudo, especificando el nudo, y dicho nudo al nudo que continua, así como el espesor del elemento y el tipo de material de acuerdo a la clasificación registrada en las propiedades.  
Si se quiere discretizar el perfil para tener mas nudos se elige el botón doble elemento, el cual no es reversible.

2.4 Enseguida se definen las longitudes de onda que se van a analizar para el perfil.

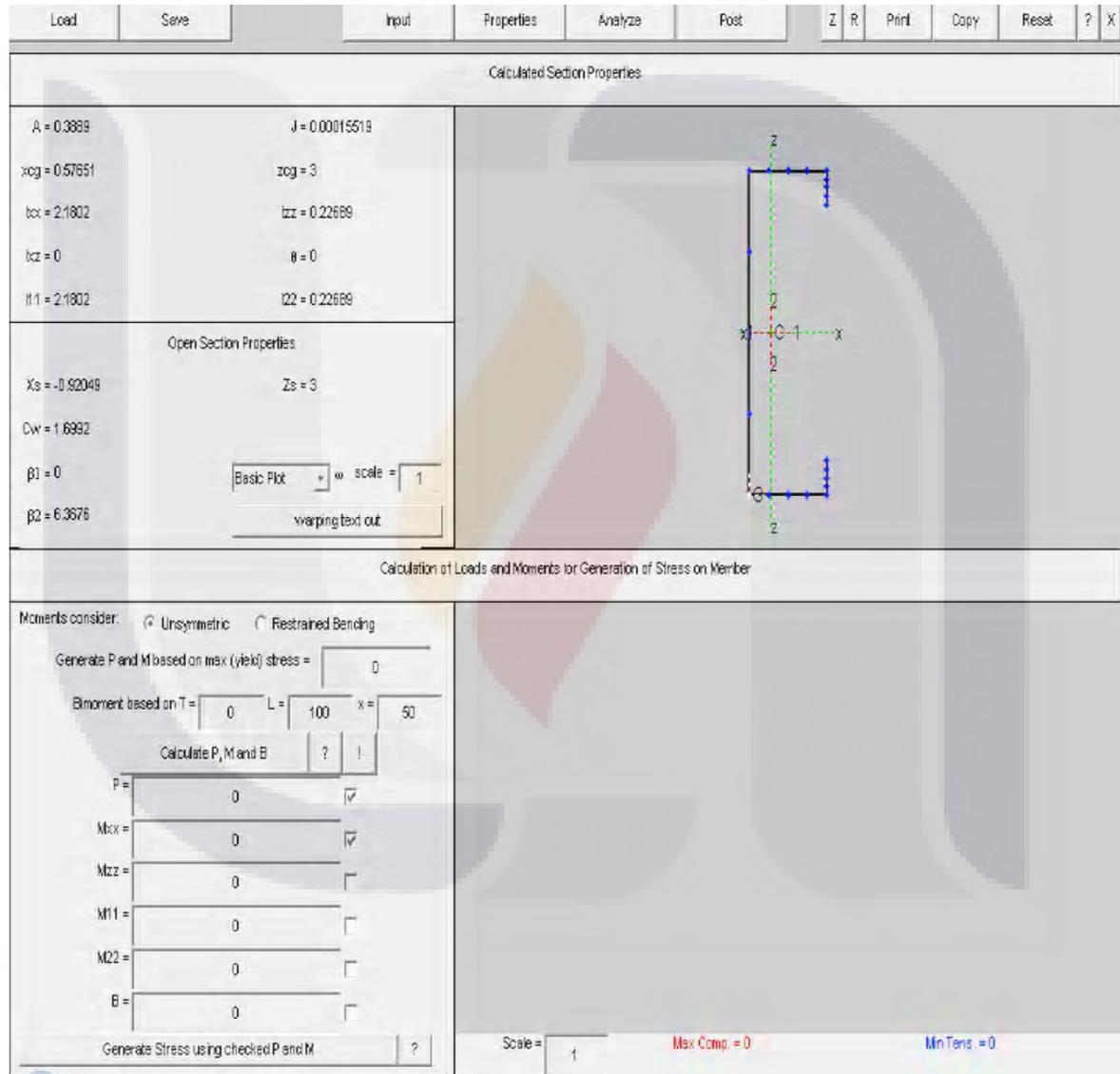


Figura No. 18 Pantalla de propiedades del programa CUFSM, Ref. tutorial 2 Cufsm.

3. En la pantalla de propiedades el programa muestra las propiedades geométricas del perfil.

3.1 Se define el momento máximo de fluencia, por ejemplo 50 Ksi.

3.2 Para el presente trabajo se registra solo M xx

3.2 Seleccionar la opción calcular P, M and B y el programa automáticamente da el valor de M xx que es el My.

3.3 Seleccionar la opción generar esfuerzo usando P y M registrados y el programa automáticamente genera el bloque de esfuerzos del perfil generado en la sección transversal con los valores de la tensión y de la compresión.

3.4 Si se quieren las particularidades del perfil en cuanto a magnitud de esfuerzos se refiere, regresar a propiedades y seleccionar los botones que están a la izquierda de la imagen para que en dicha imagen el programa dibuje lo requerido por el analista.

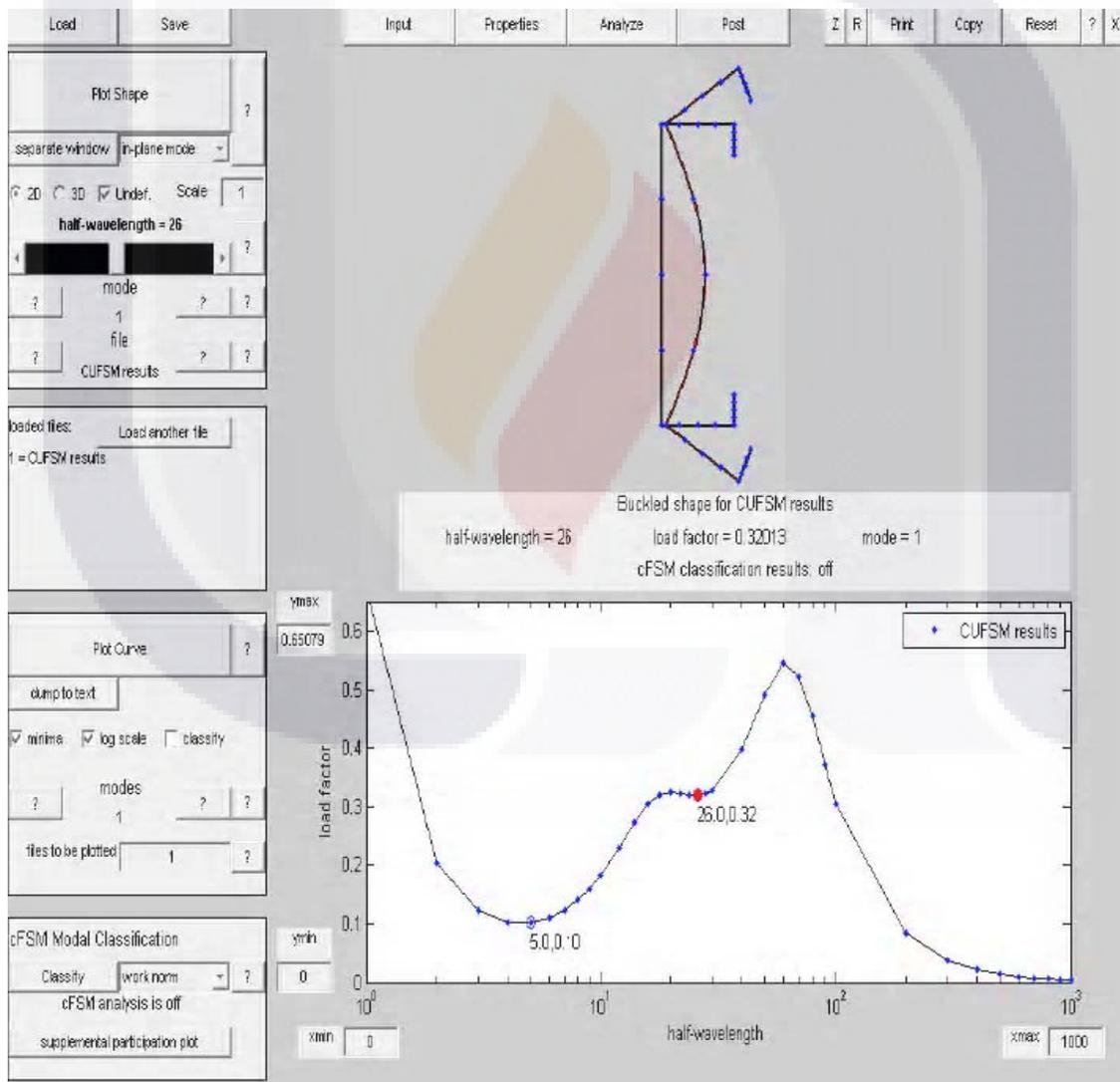


Figura No. 19 Pantalla de análisis del programa CUFSM, Ref. Tutorial 2 Cufsm.

4. En la pantalla de análisis, el programa realiza el análisis fundamentado en la teoría anteriormente explicada de los pandeos del perfil.

4.1 Generalmente el programa da la ubicación del pando nominal con su correspondiente factor de carga.

4.2 Para conocer los demás factores del pando de distorsión y del pando lateral torsional, es necesario cambiar los valores de la longitud de onda de acuerdo a los registrados en la pantalla de input.

4.3 Al seleccionar los valores de las longitudes de onda, realizarlo de acuerdo a como se vaya moviendo sobre su eje el perfil, según sea el caso de pando a tratar.

4.4 Una vez seleccionado el valor de pando se oprime plot shape y el programa da automáticamente el factor de carga para dicho valor.

4.5 Si se requiere una mayor precisión, en la pantalla de input registrar valores de longitud de onda mas detallados, los cuales en la pantalla de análisis el programa los utilizará para dar los correspondientes factores de carga del perfil.

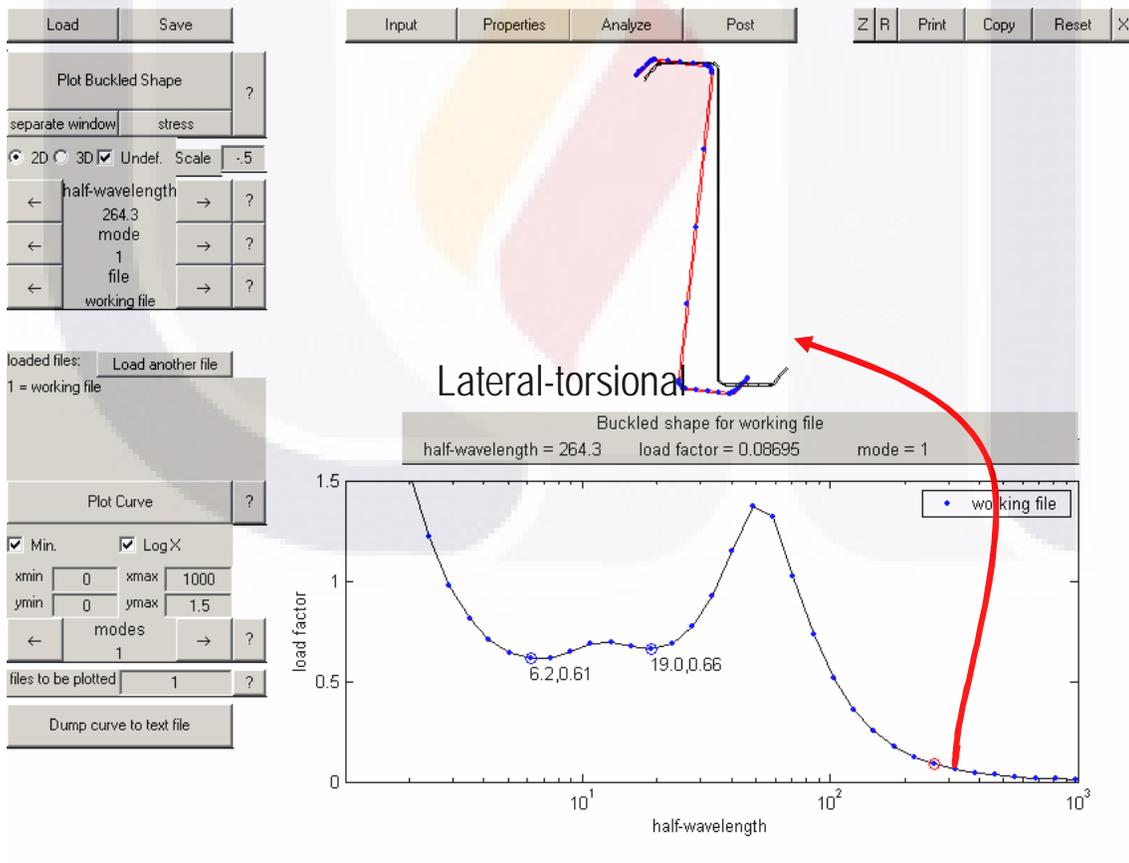


Figura No. 20 Pantalla del análisis del programa CUFSM, Ref. tutorial 2 Cufsm.

En la figura No. 20 se observan los 3 tipos de valores de pandeo que da el programa sobre la curva.

Una vez realizado todo lo descrito en los pasos anteriores, con ello se obtienen los valores de los factores de carga para cada tipo de pandeo y el valor de  $M_y$ , con lo que se aplican las formulas correspondientes del método para el caso de flexión para conocer los tres valores de momento nominal y elegir el mas desfavorable, que aplicados los factores de carga especificados por los métodos de diseño ASD o LRFD, se obtiene finalmente el Momento admisible de diseño.

El AISI en su página de Internet referente al método de diseño directo, da una hoja de cálculo de Excel, con la que se puede calcular rápidamente introduciendo los datos obtenidos en el programa CUFSM, el momento admisible del perfil por los dos métodos, ASD Y LRFD.

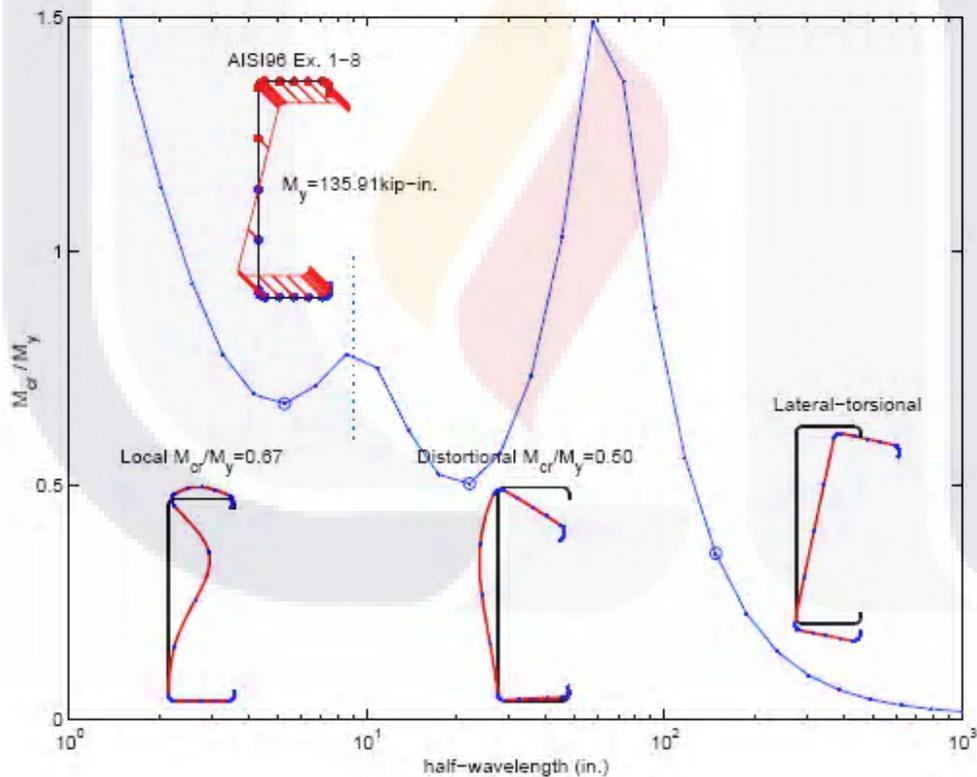


Figura No. 21 Tres tipos de pandeo en flexión con sus factores de carga, Ref. comentarios apéndice 1 AISI 2002

La figura No. 21 resume los datos que se obtienen en el CUFSM para luego utilizarlos en la hoja de cálculo y obtener el momento admisible.

Las especificaciones señalan también la forma de obtener algunos de los valores utilizados en los cálculos, de manera de obtener una mayor precisión en los mismos. Se anexan datos al respecto de cómo obtener tales valores (  $M_{cr1}$ ,  $M_{crd}$  ) en páginas siguientes.

### 2.3 DESARROLLO DE LOS 3 EJEMPLOS RESUELTOS EN EL CAPITULO 1 MEDIANTE EL USO DEL METODO DE DISEÑO DIRECTO.

#### 2.3.1 Ejemplo 1.

Usando el método ASD y LRFD comprobar si la sección I es adecuada con un patín de compresión no atiesado como se muestra en la figura 22. El momento nominal del esfuerzo de la sección esta calculado en base al inicio de la fluencia usando  $F_y = 50$  Ksi. El momento por carga muerta  $M_d = 30$  in.-Kips y el momento por carga viva  $M_l = 150$  in.-Kips.

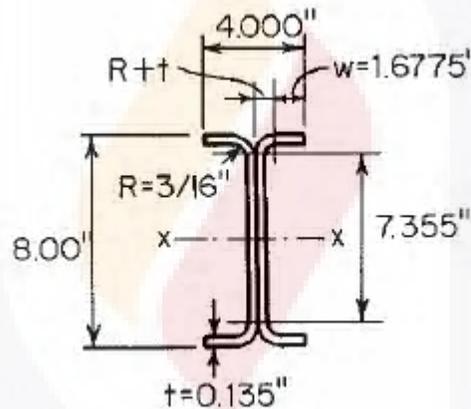


Figura no. 22.- Perfil del ejemplo 1, Ref. Wei Wen You

Resolviendo el problema en el programa CUFSM se obtienen los siguientes datos:

$$M_y = 360 \text{ kips-in}$$

$$\text{Factor de carga en el pandeo local} = 3.04 = M_{cr1} / M_y$$

Por lo tanto:

$$M_{cr1} = 3.04 M_y$$

$$M_{cr1} = 1094.4 \text{ kips-in}$$

$M_n$  es el mínimo de  $M_{ne}$ ,  $M_{nl}$  y  $M_{nd}$  para un elemento sujeto a pandeo lateral torsional esto no ocurrirá por lo que  $M_{ne} = M_y = 360$  Kips-in

Para una sección I con patines no atiesado en compresión, el pandeo distorsional no ocurre, por lo que  $M_{nd} = M_y = 360 \text{ Kips} - \text{in}$ , ignorar pandeo distorsional

Se verifica únicamente el pandeo local:

$$\lambda_l = \sqrt{M_{ne} / M_{cr1}} = \sqrt{360 / 1094.4} = 0.5735 \leq 0.776, \text{ (Eq. 1.2.2-7 apéndice 1 AISI 04)}$$

Por lo que  $M_{nl} = M_{ne} = 360 \text{ Kips} - \text{in}$  (Eq. 1.2.2-5 apéndice 1 AISI 04)

El valor de  $M_n$  es el mínimo de los valores de  $M_{ne}$ ,  $M_{nl}$  y  $M_{nd}$  por lo que el Momento nominal final =  $360 \text{ Kips} - \text{in}$

A. El momento de diseño admisible por el método ASD

$$M_a = M_n / \Omega_b = 360 / 1.67 = \mathbf{215.57 \text{ kips} - \text{in}}$$
 (Eq. A5.1.1-1 AISI 96)

Fundamentándose en las combinaciones de carga especificadas en AISI 96, el momento requerido se calcula de la siguiente manera:

$$M = M_D + M_L = 30 + 150 = 180 \text{ kips} - \text{in}. \text{ (A5.1.2 AISI 96)}$$

Donde:  $M < M_a$  la sección I es adecuada por el método ASD.

B. El momento de diseño admisible por el método LRFD

1. El momento de diseño nominal para LRFD es el mismo que el utilizado para ASD.

El momento de diseño para la sección I teniendo un patín de compresión no atiesado es:

$$\phi_b M_n = 0.90 ( 360 ) = \mathbf{324 \text{ Kips} - \text{in}}$$
 (Eq. A6.1.1-1 AISI 96)

De acuerdo a los factores de carga y combinaciones de carga especificadas para este método en el AISI 96, el momento requerido se calcula de la siguiente manera:

$$Mu_1 = 1.4 D + L = 1.4 ( 30 ) + 150 = 192 \text{ kips} - \text{in} \quad (\text{A6.1.2 AISI 96})$$

$$Mu_2 = 1.2 D + 1.6 L = 1.2 ( 30 ) + 1.6 ( 150 ) = 276 \text{ kips} - \text{in} \quad (\text{momento que controla}) \quad (\text{A6.1.2 AISI 96})$$

$$Mu < \phi_b M_n \text{ o sea } 276 < 324 \text{ Kips-in} \quad (\text{Eq. A6.1.1-1 AISI 96})$$

Por lo tanto la sección también es adecuada por el método LRFD.

### 2.3.2 Ejemplo 2.

Para la siguiente sección sombrero con un patín de compresión atiesado determinar el momento de diseño admisible alrededor del eje X tanto por el método ASD como por el método LRFD. Suponer que el esfuerzo de fluencia del acero es 50 ksi. El momento nominal esta determinado por el inicio de la fluencia.

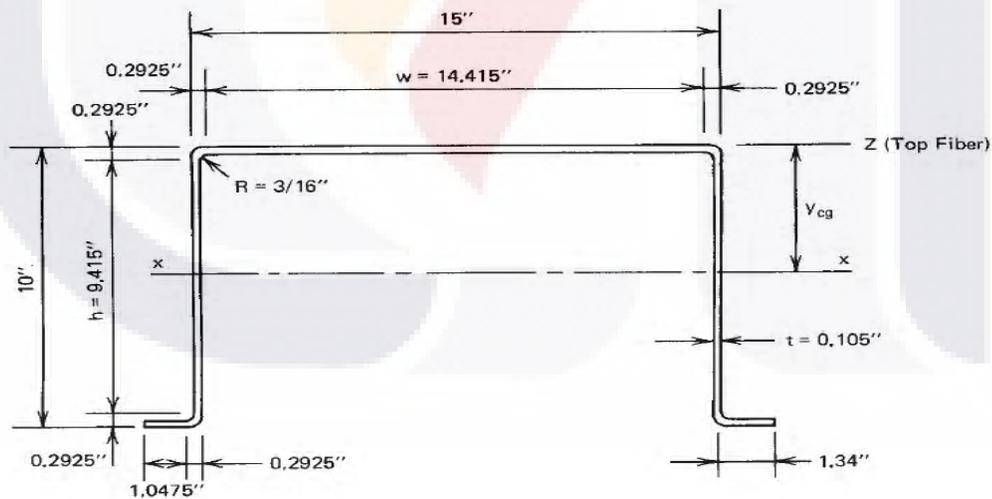


Figura no. 23.- Perfil del ejemplo 2, Ref. Wei Wen You.

Resolviendo el problema en el programa CUFSM se obtienen los siguientes datos:

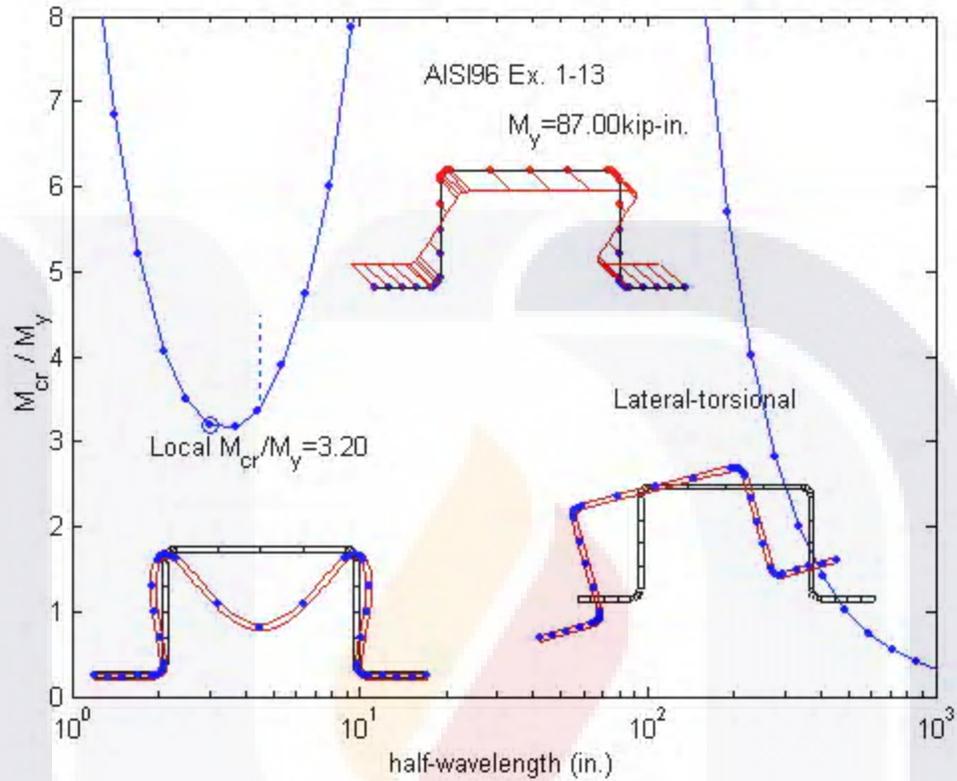


Figura no. 24.- Perfil de sombrero con curva obtenida en CUFSM Ref. comentarios apéndice 1 AISI 2002.

$M_y = 401.94 \text{ kips-in}$   
 Factor de carga en el pandeo local =  $0.28 = M_{cr1} / M_y$

Por lo tanto:

$$M_{cr1} = 0.28 M_y \qquad M_{cr1} = 112.54 \text{ kips - in}$$

$M_n$  es el mínimo de  $M_{ne}$ ,  $M_{nl}$  y  $M_{nd}$  para un elemento sujeto a pandeo lateral torsional esto no ocurrirá por lo que  $M_{ne} = M_y = 401.94 \text{ Kips-in}$

Para una sección sombrero con patín atiesado en compresión, el pandeo distorsional no ocurre, por lo que  $M_{nd} = M_y = 401.94 \text{ Kips - in}$ , ignorar pandeo distorsional

Se verifica únicamente el pandeo local:

$$\lambda_l = \sqrt{M_{ne}/M_{cr1}} = \sqrt{401.94/112.54} = 1.8898 \geq 0.776, \text{ (Eq. 1.2.2-7 apéndice 1 AISI 04)}$$

Para  $\lambda_l \geq 0.776$

$$M_{nl} = (1 - 0.15 (M_{cr1}/M_{ne})^{0.4}) (M_{cr1}/M_{ne})^{0.4} M_{ne} \quad \text{(Eq. 1.2.2-6 apéndice 1 AISI 04)}$$

$$M_{nl} = (1 - 0.15 (112.54/401.94)^{0.4}) (112.54/401.94)^{0.4} 401.94$$

$$M_{nl} = 219.78 \text{ Kips} - \text{in}$$

El valor de  $M_n$  es el mínimo de los valores de  $M_{ne}$ ,  $M_{nl}$  y  $M_{nd}$  por lo que el Momento nominal final = 219.78 Kips - in

A. El momento de diseño admisible por el método ASD

$$M_a = M_n / \Omega_b = 219.78 / 1.67 = \mathbf{131.60 \text{ kips} - \text{in}} \quad \text{(Eq. A5.1.1-1 AISI 96)}$$

B. El momento de diseño admisible por el método LRFD

El momento de diseño nominal para LRFD es el mismo que el utilizado para ASD.

El momento de diseño para la sección sombrero teniendo un patín de compresión atiesado es:

$$\phi_b M_n = 0.95 (219.78) = \mathbf{208.79 \text{ Kips} - \text{in}} \quad \text{(Eq. A6.1.1-1 AISI 96)}$$

### 2.3.3 Ejemplo 3.

Para la sección canal con un borde atiesado como se muestra en la figura, determinar el momento de diseño admisible ( $M_a$ ) alrededor del eje X por el método ASD y el momento de diseño ( $\phi_b M_n$ ) por el método LRFD. Suponer que el punto de fluencia del acero es 50 ksi y el arriostamiento lateral es adecuado. El momento nominal esta determinado por el inicio del límite de fluencia.

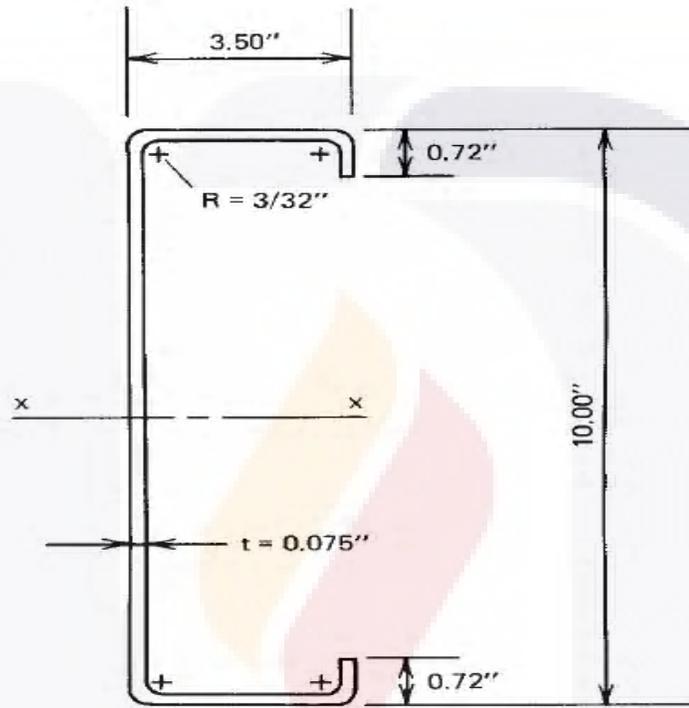


Figura no. 25.- Perfil del ejemplo 3, Ref. Wei Wen You.

Resolviendo el problema en el programa CUFSM se obtienen los siguientes datos:

$$M_y = 217.05 \text{ kips-in}$$

$$\text{Factor de carga en el pandeo local} = 1.03 = M_{cr1} / M_y$$

$$\text{Factor de carga en el pandeo distorsional} = 0.72 = M_{crd} / M_y$$

Por lo tanto:

$$M_{cr1} = 1.03 M_y$$

$$M_{cr1} = 223.56 \text{ kips - in}$$

$$M_{crd} = 0.72 M_y$$

$$M_{crd} = 156.28 \text{ kips - in}$$

Mn es el mínimo de Mne, Mnl y Mnd para un elemento sujeto a pandeo lateral torsional esto no ocurrirá por lo que Mne = My = 217.05 Kips-in

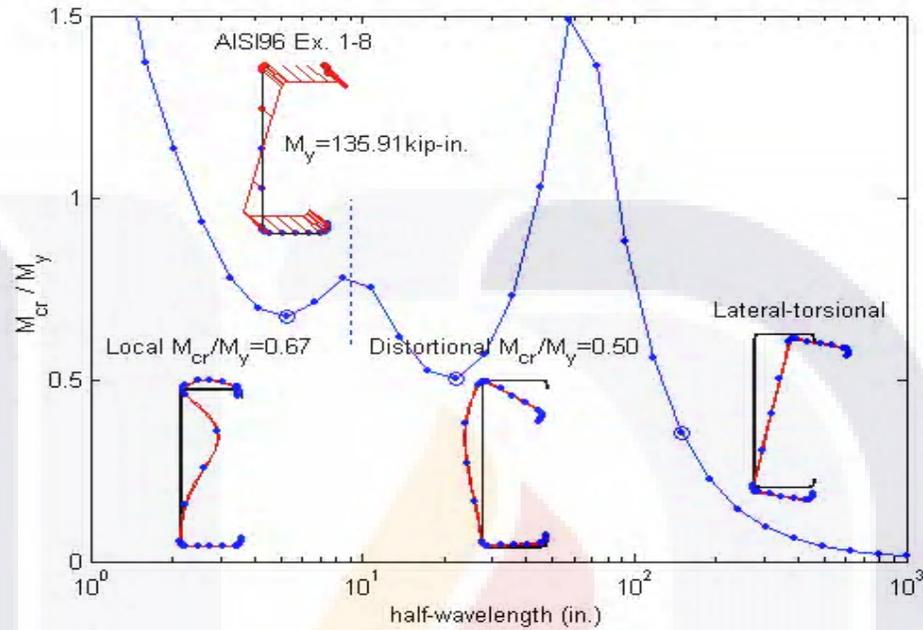


Figura no. 26.- Perfil de canal con labios con curva obtenida en CUFSM Ref. comentarios apéndice 1 AISI 2002.

Se verifica el pandeo local:

$$\lambda l = \sqrt{M_{ne} / M_{cr1}} = \sqrt{217.05 / 223.56} = 0.985 \geq 0.776, \text{ (Eq. 1.2.2-7 apéndice 1 AISI 04)}$$

Para  $\lambda l \geq 0.776$

$$M_{nl} = (1 - 0.15 (M_{cr1} / M_{ne})^{0.4}) (M_{cr1} / M_{ne})^{0.4} M_{ne} \text{ (Eq. 1.2.2-6 apéndice 1 AISI 04)}$$

$$M_{nl} = (1 - 0.15 (223.56 / 217.05)^{0.4}) (223.56 / 217.05)^{0.4} 217.05$$

$$M_{nl} = 186.29 \text{ Kips - in}$$

Se verifica el pandeo distorsional:

$$\lambda_d = \sqrt{M_y / M_{crd}} = \sqrt{217.05 / 156.28} = 1.1785 \geq 0.776, \text{ (Eq. 1.2.2-10 apendice 1 AISI 04)}$$

Para  $\lambda_d \geq 0.776$

$$M_{nd} = (1 - 0.22 (M_{crd}/M_y)^{0.5}) (M_{crd}/M_y)^{0.5} M_{ne} \quad \text{(Eq. 1.2.2-9 apendice 1 AISI 04)}$$

$$M_{nd} = (1 - 0.15 (223.56/217.05)^{0.5}) (223.56/217.05)^{0.5} 217.05$$

$$M_{nd} = 149.79 \text{ Kips} - \text{in}$$

El valor de  $M_n$  es el mínimo de los valores de  $M_{ne}$ ,  $M_{nl}$  y  $M_{nd}$  por lo que el Momento nominal final = 149.79 Kips - in

A. El momento de diseño admisible por el método ASD

$$M_a = M_n / \Omega_b = 149.79 / 1.67 = \mathbf{89.70 \text{ kips} - \text{in}} \quad \text{(Eq. A5.1.1-1 AISI 96)}$$

B. El momento de diseño admisible por el método LRFD

El momento de diseño nominal para LRFD es el mismo que el utilizado para ASD.

El momento de diseño para la sección canal con labios teniendo un patín de compresión atiesado es:

$$\phi_b M_n = 0.95 (149.79) = \mathbf{142.30 \text{ Kips} - \text{in}} \quad \text{(Eq. A6.1.1-1 AISI 96)}$$

EL AISI en su página de Internet referente al CUFSM, proporciona una tabla de cálculo en la cual substituyendo los valores de  $M_y$  y los factores de carga, da como resultado el valor del esfuerzo admisible a flexión para un perfil, que en el caso del ejemplo 3 es lo siguiente:

Cabe hacer notar que el factor de carga del pandeo lateral torsional como se desprecia y no se conoce, se da un valor de 1, el cual no afecta el resultado.

Tabla No. 2 – Tabla de cálculo, método de diseño directo AISI 2004

Fecha: Feb. 09

Nombre: Ing. Paty López

**Calculo del esfuerzo de vigas usando el método de diseño directo Apéndice 1**

Datos:	Notas:	Ejemplo de calculo de vigas
	$M_y =$	217.05 kip-in
	$M_{cr\ell}/M_y =$	1.03 $M_{cr\ell} = 223.5615$ kip-in
	$M_{crd}/M_y =$	0.72 $M_{crd} = 156.276$ kip-in
	$M_{cre}/M_y =$	1 $M_{cre} = 217.05$ kip-in

**Pandeo nominal lateral torsional en esfuerzos de flexión, Apéndice 1, AISI 2004, 1.2.2.1**

for  $M_{cre} < 0.56M_y$   
 $M_{ne} = M_{cre}$  (Eq. 1.2.2-1)

for  $2.78M_y \geq M_{cre} \geq 0.56M_y$   
 $M_{ne} = \frac{10}{9} M_y \left( 1 - \frac{10M_y}{36M_{cre}} \right)$  (Eq. 1.2.2-2)

for  $M_{cre} > 2.78M_y$   
 $M_{ne} = M_y$  (Eq. 1.2.2-3)

$M_{ne} = 174.176$  kip-in

**Pandeo nominal local en esfuerzos de flexión, Apéndice 1, AISI 2004, 1.2.2.2**

for  $\lambda_\ell \leq 0.776$   
 $M_{n\ell} = M_{ne}$  (Eq. 1.2.2-5)

for  $\lambda_\ell > 0.776$   
 $M_{n\ell} = \left( 1 - 0.15 \left( \frac{M_{cr\ell}}{M_{ne}} \right)^{0.4} \right) \left( \frac{M_{cr\ell}}{M_{ne}} \right)^{0.4} M_{ne}$  (Eq. 1.2.2-6)

where  $\lambda_\ell = \sqrt{M_{ne}/M_{cr\ell}}$  (Eq. 1.2.2-7)

$\lambda_\ell = 0.88$  ( esbeltez local global )

$M_{n\ell} = 160.6$  kip-in ( reducción de interacción local global )

**Pandeo nominal distorsional en esfuerzos de flexión, Apéndice 1, AISI 2004, 1.2.2.3**

for  $\lambda_d \leq 0.673$   
 $M_{nd} = M_y$  (Eq. 1.2.2-8)

for  $\lambda_d > 0.673$   
 $M_{nd} = \left( 1 - 0.22 \left( \frac{M_{crd}}{M_y} \right)^{0.5} \right) \left( \frac{M_{crd}}{M_y} \right)^{0.5} M_y$  (Eq. 1.2.2-9)

where  $\lambda_d = \sqrt{M_y/M_{crd}}$  (Eq. 1.2.2-10)

$\lambda_d = 1.18$  ( esbeltez distorsional )

$M_{nd} = 149.8$  kip-in ( reducción distorsional )

**Esfuerzo nominal de flexión de la viga, Apéndice 1, AISI 2004, 1.2.2**

$M_n = 149.79 \text{ kip-in}$  ( controla el pandeo distorsional )

La sección cumple los límites establecidos Apéndice 1, AISI 04, sección 1.1.1.2 ? ( SI/NO )

SI

$\phi =$	0.95	<b>esfuerzo de diseño LRFD</b>	<b>142.30 kip-in</b>
$\Omega =$	1.67		

Las expresiones para el cálculo de los momentos  $M_{ne}$  ( pandeo lateral torsional ),  $M_{nl}$  ( pandeo local ) y  $M_{nd}$  ( pandeo distorsional ) para el caso de una viga sujeta a esfuerzos de flexión, se obtienen a partir de numerosos experimentos realizados con éxito en perfiles de acero rolando en frío, lo cual se puede consultar en códigos al respecto de este tema de Australia y Nueva Zelanda, el esfuerzo del pandeo distorsional esta limitado al  $M_y$  (  $M_y = S_x F_y =$  modulo de sección  $\times F_y = ( I_x / h/2 ) F_y$  ) en lugar del  $M_{ne}$ .

Esto supone que la falla del pandeo distorsional es independiente al comportamiento del pandeo lateral torsional, poca o ninguna interacción existe entre el pandeo distorsional y el pandeo global ( lateral torsional ).

La figura 27 muestra el resultado de tales experimentos con las expresiones utilizadas en el método de diseño directo.

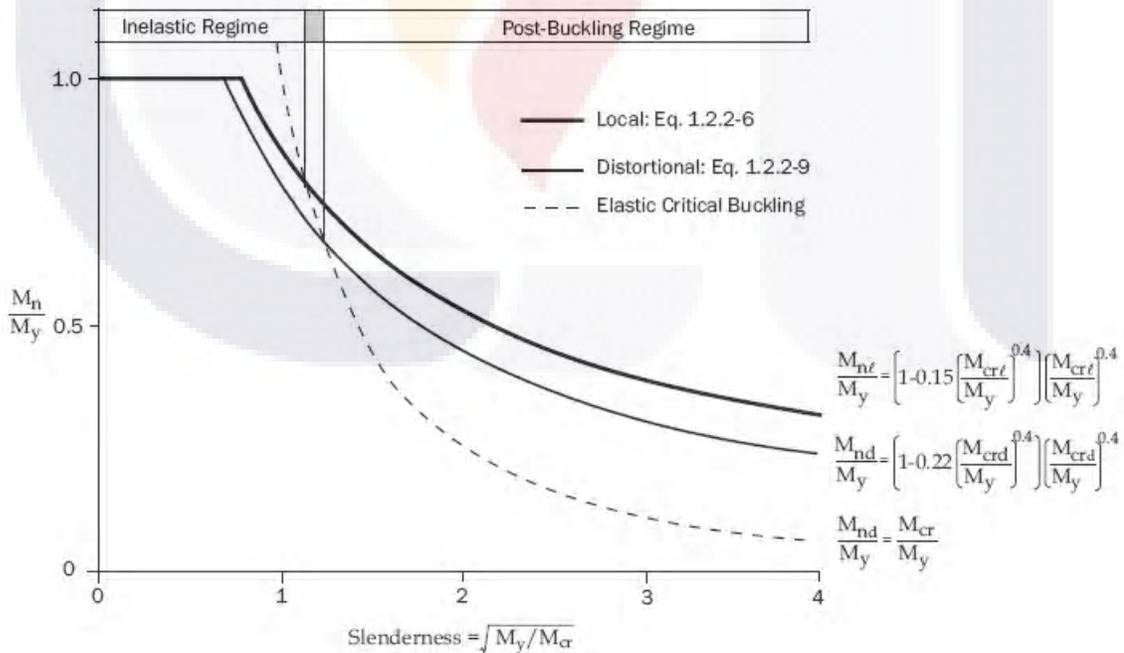


Figura no. 27.- Curvas del esfuerzo local y distorsional directo para vigas (  $M_{ne} = M_y$  ), Ref. figura C-1.2.2.-1 de comentarios del apéndice 1 del AISI 2004.

Las expresiones utilizan el valor de  $M_{cr1}$ ,  $M_{crd}$  y  $M_{cre}$ , para las cuales se tienen las siguientes formulas:

$$M_{cr1} = S_g f_{cr1}$$

(Eq. C-1.1.2-2 apéndice 1 AISI 04)

$$M_{crd} = S_f f_{crd}$$

(Eq. C-1.1.2-4 apéndice 1 AISI 04)

$$M_{cre} = S_f f_{cre}$$

(Eq. C-1.1.2-64 apéndice 1 AISI 04)

Donde:  $S_g = S_f =$  modulo de la sección bruta en la fibra extrema en compresión  
 $f_{cr1}$ ,  $f_{crd}$ ,  $f_{cre} =$  esfuerzo para cada uno de los pandeos en la fibra extrema sujeta a compresión.

Para el calculo de  $f_{cr1}$ ,  $f_{crd}$  se aplican métodos aproximados de solución, especificados en los comentarios del apéndice 1 del AISI 2004, como son el método del elemento ( que considera el esfuerzo del perfil de cada elemento por separado, alma, patín y labio ) y el método semi-empírico de interacción ( que considera el esfuerzo conjunto de dos elementos alma-patín o patín-labio por ejemplo ) para el calculo del  $f_{cr1}$  ( pandeo local ) o el método de solución para el pandeo distorsional, en el mismo manual agrega que para el calculo de  $f_{cre}$  se deben de atender las especificaciones principales del AISI en el cual  $f_{cre} = F_e$ .

Conociendo el valor de  $M_{cr1}$ ,  $M_{crd}$  y  $M_{cre}$  divididos entre  $M_y$  se pueden obtener los valores del factor de carga para desarrollar el calculo del método de diseño directo.

El desarrollo de tales métodos es algo laborioso y sus resultados son aproximados, especialmente el del método del elemento, siendo mas exacto el semi- empírico, por lo que para evitar hacer varios cálculos con estos métodos, todo esto es mas fácil realizarlo por medio del programa CUFSM y hacer el calculo final utilizando la tabla de excell que el mismo AISI proporciona en su pagina de Internet.

En el presente trabajo se desarrollará el método semi-empírico para calcular el  $M_{cr1}$  ( esfuerzo de pandeo local ) con el ejemplo no. 3.

2.3.4  $M_{cr}$  por el método semi-empírico de interacción de 1.1.2.2.1.2. de comentarios apéndice 1 AISI 2002 aplicado al ejemplo No. 3.

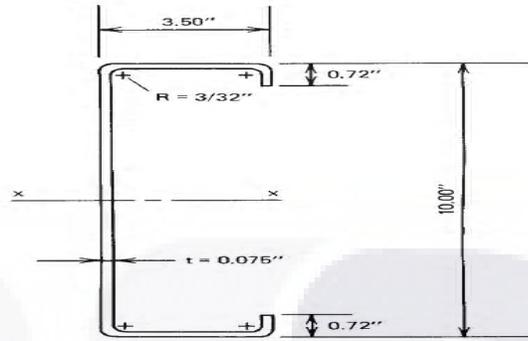


Figura no. 28.- Perfil del ejemplo 3, Ref. Wei Wen You.

Los datos del ejemplo No. 3 son los siguientes:

$h = 10 \text{ in}$  - altura del alma

$b = 3.50 \text{ in}$  - ancho del patín

$d = 0.72 \text{ in}$  - altura del labio

$t = 0.075 \text{ in}$  - espesor

$E = 29,500 \text{ Ksi}$  - Modulo de Elasticidad

$\nu = 0.3$  - Modulo de poisson

$F_y = 50 \text{ Ksi}$  - Esfuerzo de fluencia

$\theta = 90^\circ$  - ángulo del labio con respecto a la horizontal

Consultando la opción propiedades del programa Cufsm, se obtienen los siguientes valores de las propiedades geométricas del canal:

$A_g = 1.383 \text{ in}^2$  - Área de la sección transversal

$J = 0.0025931 \text{ in}^4$  - Constante de torsión del patín

$Y_{cg} = 5 \text{ in}$  - Distancia vertical al centro de gravedad con respecto a la fibra extrema

$I_{xx} = I_x = 21.7049 \text{ in}^4$  - Momento de inercia en x

$X_{cg} = 0.9376$  - Distancia horizontal al centro de gravedad

$I_{zz} = I_y = 2.2509 \text{ in}^4$  - Momento de inercia en y

$X_s = m = -1.4906 \text{ in}$  - Diferencia de la distancia entre centroides del patín y del perfil

$C_w = 43.4339 \text{ in}^6$  - Constante de torsión del pandeo del patín

$S_{gt} = I_x / Y_{cg} = 21.7049 / 5 = 4.34098 \text{ in}^3$  - Modulo de sección del perfil

$M_{crl} = S_g f_{crl}$ , en este método  $f_{crl}$  esta determinado por cada par separado de elementos y el mínimo es el utilizado. (Eq. C-1.1.2-17 apéndice 1 AISI 02)

#### A) Pandeo local patín - labio

$$f_1 = F_y = 50 \text{ Ksi} \quad ; \quad f_2 = F_y ( 1 - d/0.5 h ) = 42.80 \text{ ksi}$$

$$\xi = ( f_1 - f_2 ) / f_1 = 1.44 \quad \text{(Eq. C-1.1.2-5 apéndice 1 AISI 02)}$$

Para un elemento de borde atiesado de ancho  $b$ , y cuando el borde atiesado es un labio simple ( elemento no atiesado ) de ancho  $d$ , ( para cualquier ángulo  $\theta$  ) y el elemento  $b$  está bajo compresión pura, y el elemento  $d$  está bajo un esfuerzo gradiente, el esfuerzo de pandeo local de dos elementos combinados es ( Schafer and Pekóž 1999, Ref. comentarios apéndice 1 AISI 2002 ):

$K$  = coeficiente de pandeo del elemento ( placa ).

$$k = (8.55\xi - 11.07)(d/b)^2 + (-1.59\xi + 3.95)(d/b) + 4 \text{ for } \xi \leq 1 \text{ and } d/b \leq 0.6$$

(Eq. C-1.1.2-29 apéndice 1 AISI 02)

Sustituyendo:  $k = 4.3491$ ,  $d/b < 0.6$  y  $\xi = 0.144 < 1$

$$f_{crf} = k \frac{\pi^2 E}{12(1-\mu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2$$

Formula del fcrl del patín - labio (Eq. C-1.1.2-28 apéndice 1 AISI 02)

$$F_{crl} = 4.3491 ( 3.1416^2 \times 29500 ) / 12 ( 1 - 0.3^2 ) ( 0.075 / 3.50 )^2$$

**Fcrl patín labio = 53.25 Ksi**

B) Pandeo local patín - alma

Para cualquier elemento en el que tenga dos partes atiesadas incluyendo un borde de espesor uniforme, t, conectados ambos por un ancho, h, y el segundo elemento un ancho, b, y el elemento h se encuentre bajo un gradiente de esfuerzos con el elemento b sujeto a compresión pura, el esfuerzo del pandeo local de los dos elementos combinados se calcula de la siguiente forma ( schafner 2001, Ref. Comentarios apéndice 1 AISI 2002 ):

$$f_1 = F_y = 50 \quad f_2 = -F_y = -50 \text{ ( Esfuerzo gradiente a través de h )};$$

$$\xi = ( f_1 - f_2 ) / f_1 = ( 50 - ( - 50 ) ) / 50 = 2 \quad \text{(Eq. C-1.1.2-5 apéndice 1 AISI 02)}$$

( Las siguientes formulas son Eq C-1.1.2-21 a C-1.1.2-27 de apéndice 1 AISI 02) :

$$K_1 = - 0.08 ( \xi - 3 )^2 + 4.72 = -0.08 ( 2 - 3 )^2 + 4.72 = 4.64$$

$$K_m = 7.7 \xi^2 + 4 = 7.7 ( 2 )^2 + 4 = 34.8$$

$$K_{wss} = 0.5 \xi^3 + 4 \xi^2 + 4 = 0.5 ( 2 )^3 + 4 ( 2 )^2 + 4 = 24$$

Como  $b/h = 3.5/10 = 0.35 < \sqrt{(k_1/k_{wss})} = (4.64/24) = 0.4396$

Por lo tanto:

$$k_w = \left( \frac{k_{wss}^2 - k_m k_{wss}}{k_1} \right) \left( \frac{b}{h} \right)^2 + k_m \quad \text{for } \frac{b}{h} < \sqrt{\frac{k_1}{k_{wss}}}$$

Formula del Kw del patín - alma (Eq. C-1.1.2-22 apéndice 1 AISI 02)

$$k_w = [ (24^2 - 34.8(24)) / 4.64 ] (3.50 / 10)^2 + 34.8 = 27.96$$

Como se puede observar el resultado clásico considerando la interacción del pandeo local, la K del patín ha tenido una reducción drástica, porque en este caso el pandeo del patín esta controlado por el alma, pero la K del alma tiene un incremento porque el patín proporciona algunos beneficios positivos en el pandeo local. En realidad los tres elementos interactúan, y los métodos numéricos pueden proporcionar la mejor respuesta.

$$f_{cr\_web\_flange} := k_w \cdot \frac{\pi^2 \cdot E}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \cdot \left( \frac{t}{h} \right)^2$$

Formula del fcrl del patín - alma (Eq. C-1.1.2-21 apéndice 1 AISI 02)

$$F_{crl} = 27.96 [ (3.1416)^2 29500 ) / 12 ( 1 - (0.3)^2 ) ] (0.075 / 10)^2$$

**F<sub>crl</sub> patin alma = 41.93 Ksi**

C) Finalmente se puede concluir que:

$$F_{crl} = \text{mínimo} [ f_{crl} \text{ patín alma} - f_{crl} \text{ patín labio} ] = 41.93 \text{ Ksi}$$

$$M_{cr1} = S_{gt} \cdot f_{cr1} = 4.34098 ( 41.93 ) = \mathbf{182.02 \text{ kip in}} \quad (\text{Eq. C-1.1.2-2 apéndice 1 AISI 04})$$

$$M_y = ( I_x / ( h/2 ) ) F_y = ( 21.7049 ( 10/2 ) ) 50 = 217.05 \text{ kip in}$$

El factor de pandeo local que da el programa para el ejemplo 3 es de 1.03

$$M_{cr1} = M_y ( 1.03 ) = 217.05 ( 1.03 ) = \mathbf{223.56 \text{ kip -in}}$$

Por lo tanto se concluye que los datos resultantes son aproximados:

**Método de interacción** -  $M_{cr1} = 182.02 \text{ kip - in}$

**Método de análisis de elemento finito ( CUFSM )** -  $M_{cr1} = 223.56 \text{ kip - in}$

Con estos datos obtenidos se desarrolla el método de diseño directo de acuerdo al procedimiento utilizado en el desarrollo del ejemplo 3 ( 2.3.3. ) del presente trabajo.

**2.3.5 M<sub>crd</sub> - método de 1.1.2.2.2.1 de comentarios apéndice 1 AISI 2002 aplicado al ejemplo No. 3.**

Para determinar el pandeo distorsional , se necesitan calcular las propiedades de la sección del patín aislado, siendo del ejemplo No. 3 los siguientes datos:

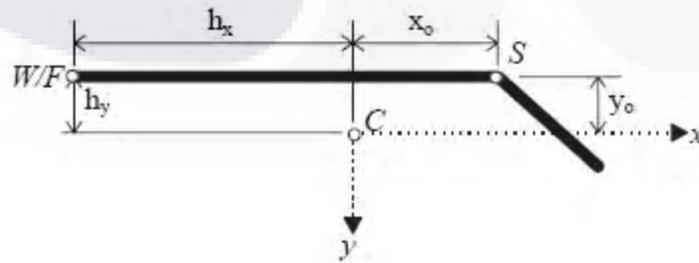
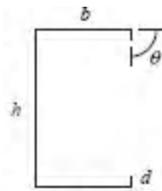


Figura no. 29.- Patín con labio del ejemplo No. 3, Ref. Comentarios apéndice 1 AISI 2002

- $A_f = 0.3165 \text{ in}^2$  - Area del patin seccion transversal
- $J_f = 5.93 \times 10^{-4} \text{ in}^4$  - Constante de torsión del patín
- $I_{xf} = 8.26 \times 10^{-3}$  - Momento de inercia del patín con respecto al eje X
- $I_{yf} = 0.4051 \text{ in}^4$  - Momento de inercia del patín con respecto al eje y
- $I_{xyf} = 0.0282 \text{ in}^4$  - Producto del momento de inercia del patín
- $I_{of} = 2.3116 \text{ in}^4$  - Momento de inercia centroidal
- $X_{of} = 1.4514 \text{ in}$  - Distancia en x del centroide al centro de cortante
- $Y_{of} = -0.0614 \text{ in}$  - Distancia en y del centroide al centro de cortante
- $h_{xf} = -2.0485 \text{ in}$  - Distancia en x del centroide al cruce alma/patín
- $h_{yf} = -0.06142 \text{ in}$  - Distancia en y del centroide al cruce alma/ patín
- $C_{wf} = 0 \text{ in}^6$  - Constante de torsión del patín

En los comentarios del apéndice 1 del AISI 2002, se especifican las formulas para obtener los datos para este caso, y son las escritas en la hoja siguiente:



$$A_f = (b + d)t$$

$$J_f = \frac{1}{3}bt^3 + \frac{1}{3}dt^3$$

$$I_{xf} = \frac{t(t^2b^2 + 4bd^3 + t^2bd + d^4)}{12(b + d)}$$

$$I_{yf} = \frac{t(b^4 + 4db^3)}{12(b + d)}$$

$$I_{xyf} = \frac{tb^2d^2}{4(b + d)}$$

$$I_{of} = \frac{1}{3}tb^3 + \frac{1}{12}bt^3 + \frac{1}{3}td^3$$

$$C_{wf} = 0$$

$$x_o = \frac{b^2}{2(b + d)}$$

$$h_y = y_o = \frac{-d^2}{2(b + d)}$$

$$h_x = \frac{-(b^2 + 2db)}{2(b + d)}$$

$$b = x_o - h_x$$

Formulas de las propiedades geométricas del patín con labio, comentarios apéndice 1 AISI 2002

El procedimiento utilizado para este método, es de acuerdo a lo indicado en pandeo distorsional de elementos con patines de borde atiesado.

$M_{crd} = S_f f_{crd}$  donde para determinar el valor de  $f_{crd}$  se realiza de acuerdo a lo siguiente: (Eq. C1.1.2-4 apéndice 1 AISI 04)

Se determina la longitud crítica de onda, en la cual el pandeo distorsional sucede, que para miembros a flexión es:

$$L_{cr} = \left( \frac{4\pi^4 h (1 - \nu^2)}{t^3} \left( I_{xf} (x_o - h_x)^2 + C_{wf} - \frac{I_{xyf}^2}{I_{yf}} (x_o - h_x)^2 \right) + \frac{\pi^4 h^4}{720} \right)^{1/4}$$

(Eq. C1.1.2-36 apéndice 1 AISI 02 )

Lcr = 28.39 in

Determinación de la propiedad elástica y geométrica del patín atiesado:

$$(k_{\phi f})_e = \left( \frac{\pi}{L} \right)^4 \left( EI_{xf} (x_o - h_x)^2 + EC_{wf} - E \frac{I_{xyf}^2}{I_{yf}} (x_o - h_x)^2 \right) + \left( \frac{\pi}{L} \right)^2 GJ_f$$

(Eq. C1.1.2-34 apéndice 1 AISI 02 )

Køfe= 0.4235 Kip

$$(\tilde{k}_{\phi f})_g = \left( \frac{\pi}{L} \right)^2 \left[ A_f \left( (x_o - h_x)^2 \left( \frac{I_{xyf}}{I_{yf}} \right)^2 - 2y_o (x_o - h_x) \left( \frac{I_{xyf}}{I_{yf}} \right) + h_x^2 + y_o^2 \right) + I_{xf} + I_{yf} \right]$$

(Eq. C1.1.2-35 apéndice 1 AISI 02 )

Køfg= 0.02168 in<sup>2</sup>

Determinación de la propiedad elástica y geométrica del alma atiesada:

$$k_{\phi_{we}} = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \left( \frac{3}{h} + \left( \frac{\pi}{L} \right)^2 \frac{19h}{60} + \left( \frac{\pi}{L} \right)^4 \frac{h^3}{240} \right)$$

Eq. C1.1.2-37 apéndice 1 AISI 02 )

$$K_{\phi_{we}} = 0.3868 \text{ Kip}$$

$$\tilde{k}_{\phi_{wg}} = \frac{ht\pi^2}{13440} \left( \frac{(45360(1-\xi_{web}) + 62160) \left( \frac{L}{h} \right)^2 + 448\pi^2 + \left( \frac{h}{L} \right)^2 (53 + 3(1-\xi_{web}))\pi^4}{\pi^4 + 28\pi^2 \left( \frac{L}{h} \right)^2 + 420 \left( \frac{L}{h} \right)^4} \right)$$

Eq. C1.1.2-38 apéndice 1 AISI 02 )

$$\xi_{\text{alma}} = (f_1 - f_2) / f_1 = (50 - (-50)) / 50 = 2 \quad (\text{Eq. C-1.1.2-5 apéndice 1 AISI 02})$$

$$K_{\phi_{wg}} = 2.612 \times 10^{-3} \text{ in}^2$$

$$f_{\text{crd}} = \frac{k_{\phi_{te}} + k_{\phi_{we}}}{\tilde{k}_{\phi_{te}} + \tilde{k}_{\phi_{wg}}}$$

Eq. C1.1.2-33 apéndice 1 AISI 02 )

$$\text{Donde } f_{\text{crd}} = (0.4235 + 0.3868) / (0.02168 + 0.002612) = 33.356 \text{ Ksi}$$

$$M_{crd} = S_f \cdot f_{crd} = 4.34098 ( 33.356 ) = \mathbf{144.79 \text{ kip -in}} \quad (\text{Eq. C-1.1.2-4 apéndice 1 AISI 04})$$

$$M_y = ( I_x / ( h/2 ) ) F_y = ( 21.7049 ( 10/2 ) ) 50 = 217.05 \text{ kip in}$$

El factor de pandeo distorsional que da el programa para el ejemplo 3 es de 0.72

$$M_{cr1} = M_y ( 0.72 ) = 217.05 ( 0.72 ) = \mathbf{156.28 \text{ kip -in}}$$

Por lo tanto se concluye que los datos resultantes son aproximados:

**Método 1.1.2.2.2.1.** -  $M_{crd} = 144.79 \text{ kip - in}$

**Método de análisis de elemento finito ( CUFSM )** -  $M_{crd} = 156.28 \text{ kip - in}$

Con estos datos obtenidos se desarrolla el método de diseño directo de acuerdo al procedimiento utilizado en el desarrollo del ejemplo 3 ( 2.3.3. ) del presente trabajo.

**2.3.6**  $M_{cr1}$  por el método semi-empírico de interacción de 1.1.2.2.1.2. de comentarios del apéndice 1 del AISI 2002 aplicado al ejemplo No. 2.

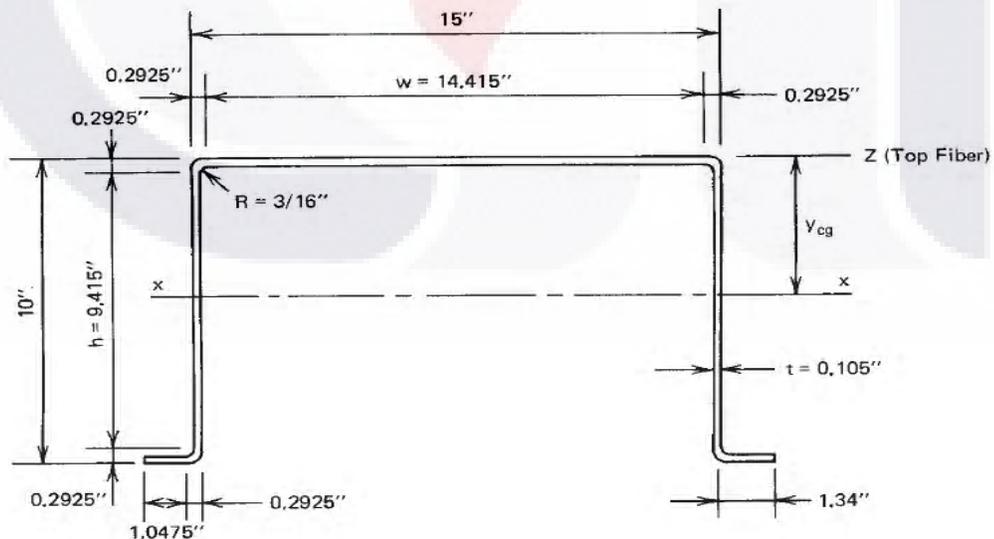


Figura no. 30.- Perfil del ejemplo 2, Ref. Wei Wen You.

Los datos del ejemplo No. 2 son los siguientes:

- h = 10 in - altura del alma
- b = 15 in - ancho del patín
- d = 1.34 in - ancho del labio
- t = 0.105 in - espesor
- E = 29,500 Ksi - Modulo de Elasticidad
- V = 0.3 - Modulo de poisson
- Fy = 50 Ksi - Esfuerzo de fluencia

Consultando la opción propiedades del programa CUFSM, se obtienen los siguientes valores de las propiedades geométricas del canal:

- $A_g = 3.9564 \text{ in}^2$  - Área de la sección transversal
- $J = 0.01454 \text{ in}^4$  - Constante de torsión del patín
- $Y_{cg} = 6.6348 \text{ in}$  - Distancia vertical al centro de gravedad con respecto a la fibra extrema
- $I_{xx} = I_x = 53.336 \text{ in}^4$  - Momento de inercia en x
- $X_{cg} = 8.84 \text{ in}$  - Distancia horizontal al centro de gravedad
- $I_{zz} = I_y = 166.4815 \text{ in}^4$  - Momento de inercia en y
- $X_s = m = 8.84 \text{ in}$  - Diferencia de la distancia entre centroides del patín y del perfil
- $C_w = 1900.5844 \text{ in}^6$  - Constante de torsión del pandeo del patín
- $S_{gt} = I_x / Y_{cg} = 53.336 / 6.6348 = 8.0388 \text{ in}^3$  - Modulo de sección del perfil

$M_{crl} = S_g f_{crl}$ , en este método  $f_{crl}$  esta determinado por cada par separado de elementos y el mínimo es el utilizado. (Eq. C-1.1.2-2 apéndice 1 AISI 04)

De los 3 casos planteados por el método del pandeo local de interacción para la obtención del valor de  $M_{cr1}$  (esfuerzo de pandeo local), al perfil de sombrero solo se adapta el siguiente caso, cabe hacer la aclaración que para este perfil se tiene en base a los resultados del programa CUFSM un bloque de esfuerzos en el que el eje neutro está mas cerca del patín de compresión, teniéndose el máximo esfuerzo de fluencia en el patín de tensión por lo que  $f_1 < f_2$ .

Pandeo local patín – alma

El caso que aplica a este perfil ( sombrero ) del método de solución, es el siguiente:

Para cualquier elemento en el que tenga dos partes atiesadas incluyendo un borde de espesor uniforme,  $t$ , conectados ambos por un ancho,  $h$ , y el segundo elemento un ancho,  $b$ , y el elemento  $h$  se encuentre bajo un gradiente de esfuerzos con el elemento  $b$  sujeto a compresión pura, el esfuerzo del pandeo local de los dos elementos combinados se calcula de la siguiente forma ( schaffer 2001, Ref. Comentarios del apéndice 1 AISI 2002 ).

Del bloque de esfuerzos se obtiene:

$$f_1 = 25.36 \quad f_2 = -F_y = -50 \text{ ( Esfuerzo gradiente a través de } h \text{ )};$$

$$\xi = ( f_1 - f_2 ) / f_1 = ( 25.36 - ( -50 ) ) / 25.36 = 2.97$$

(Eq. C-1.1.2-5 s apéndice 1 AISI 02)

( Las siguientes formulas son Eq C-1.1.2-21 a C-1.1.2-27 de apéndice 1 AISI 2002 ) :

$$K_1 = - 0.08 ( \xi - 3 )^2 + 4.72 = -0.08 ( 2.97 - 3 )^2 + 4.72 = 4.72$$

$$K_m = 7.7 \xi^2 + 4 = 7.7 ( 2.97 )^2 + 4 = 71.92$$

$$K_{wss} = 0.5 \xi^3 + 4 \xi^2 + 4 = 0.5 ( 2.97 )^3 + 4 ( 2.97 )^2 + 4 = 52.38$$

$$\text{Como } b/h = 15/10 = 1.5 > \sqrt{ ( k_1/k_{wss} ) } = ( 4.72/ 52.38 ) = 0.30$$

Por lo tanto:

$$k_w = k_1 \left( \frac{h}{b} \right)^2 \quad \text{for } \frac{b}{h} \geq \sqrt{\frac{k_1}{k_{wss}}}$$

Formula del Kw del patín – alma (Eq. C-1.1.2-23 apéndice 1 AISI 02)

$$K_w = 4.72 \left( 10 / 15 \right)^2 = 2.097$$

En el caso de este perfil considerando la interacción del pandeo local, y tomando en cuenta que el pandeo del patín esta controlado por el alma, teniendo el alma beneficios positivos por el patín en el pandeo local., se tiene que es un perfil simétrico, en el cual el valor de Mcrl es un valor que se considera como doble, pues todos los elementos interactúan.

$$f_{cr\_web\_flange} := k_w \cdot \frac{\pi^2 \cdot E}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \cdot \left( \frac{t}{h} \right)^2$$

Formula del fcrl del patín – alma (Eq. C-1.1.2-21 apéndice 1 AISI 02)

$$F_{crl} = 2.097 \left[ ( 3.1416 )^2 ( 29500 ) / 12 ( 1 - ( 0.3 )^2 ) \right] ( 0.105 / 10 )^2$$

$$F_{crl} \text{ patín alma} = 6.16 \text{ Ksi} \times 2 = 12.32 \text{ Ksi}$$

Finalmente se puede concluir que:

$$M_{crl} = S_g \cdot F_{crl} = 8.0388 ( 12.32 ) = 99.04 \text{ kip in} \quad (\text{Eq. C-1.1.2-2 apéndice 1 AISI 04})$$

$$M_y = ( I_x / z_{cg} ) F_y = ( 53.336 / 6.6348 ) 50 = 401.94 \text{ kip in}$$

El factor de pandeo local que da el programa para el ejemplo 2 es de 0.28

$$M_{cr1} = M_y ( 0.28 ) = 401.94 ( 0.28 ) = 112.54 \text{ kip -in}$$

Por lo tanto se concluye que los datos resultantes son aproximados:

**Método de interacción** -  $M_{cr1} = 99.04 \text{ kip - in}$

**Método de análisis de elemento finito ( CUFSM )** -  $M_{cr1} = 112.54 \text{ kip - in}$

Con estos datos obtenidos se desarrolla el método de diseño directo de acuerdo al procedimiento utilizado en el desarrollo del ejemplo 2 ( 2.3.2. ) del presente trabajo.

La interacción del labio con el alma en este perfil sombrero no se toma en cuenta, pues las formulas desarrolladas en el método semi-empírico , se refieren solamente para casos de esfuerzos gradientes combinados con esfuerzos de compresión pura, y en el caso que nos ocupa el labio esta totalmente bajo esfuerzos de tensión en combinación con el gradiente de esfuerzos del alma, siendo la aportación de tal interacción mayor a la calculada por lo que se toma el esfuerzo de la pieza debida al pandeo local patín superior - alma.

### 2.3.7 $M_{crd}$ por el método de 1.1.2.2.2.1 de comentarios apéndice 1 AISI 2002 aplicado al ejemplo No. 2.

Para determinar el pandeo distorsional , se necesitan calcular las propiedades de la sección del patín aislado, siendo del ejemplo No. 3 los siguientes datos:

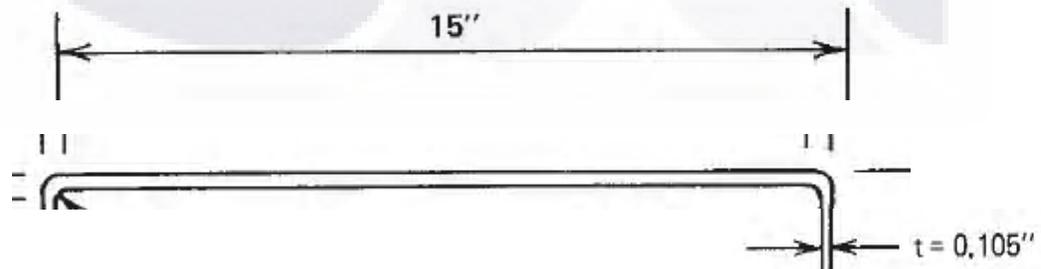


Figura no. 31.- Perfil del ejemplo 2, Ref. Wei Wen You.

Los datos del ejemplo No. 2 son los siguientes:

$h = 10 \text{ in}$  - altura del alma

$b = 15 \text{ in}$  - ancho del patín

$d = 1.34 \text{ in}$  - ancho del labio

$t = 0.105 \text{ in}$  - espesor

$E = 29,500 \text{ Ksi}$  - Modulo de Elasticidad

$G = 11,346.15 \text{ Ksi}$  - Modulo de cortante

$V = 0.3$  - Modulo de poisson

$F_y = 50 \text{ Ksi}$  - Esfuerzo de fluencia

Consultando la opción propiedades del programa CUFSM, se obtienen los siguientes valores de las propiedades geométricas del sombrero :

$A_f = 1.575 \text{ in}^2$  - Área del patín sección transversal

$J_f = 0.0057881 \text{ in}^4$  - Constante de torsión del patín

$I_{xf} = 0 \text{ in}^4$  - Momento de inercia del patín con respecto al eje X

$I_{yf} = 29.5313 \text{ in}^4$  - Momento de inercia del patín con respecto al eje Y

$I_{xyf} = 0 \text{ in}^4$  - Producto del momento de inercia del patín

$X_{of} = 7.5 \text{ in}$  - Distancia en X del cruce del patín/alma al centroide del patín

$Y_{of} = 0 \text{ in}$  - Distancia del centroide al centro de cortante

$H_{xf} = -7.5 \text{ in}$  - Distancia al centroide del patín en x al cruce alma/patín

$H_{yf} = 0 \text{ in}$  - Distancia al centroide del patín en y al cruce alma/patín

$C_w = 0 \text{ in}^6$  - Constante de torsión del pandeo del patín

$S_{gt} = I_x / Y_{cg} = 53.336 / 6.6348 = 8.0388 \text{ in}^3$  - Modulo de sección del perfil

El procedimiento utilizado para este método, es de acuerdo a lo indicado en pandeo distorsional de elementos con patines de borde atiesado.

$M_{crd} = S_f f_{crd}$  donde para determinar el valor de  $f_{crd}$  se realiza de acuerdo a lo siguiente: (Eq. C1.1.2-4 apéndice 1 AISI 04)

Se determina la longitud crítica de onda, en la cual el pandeo distorsional sucede, que para miembros a flexión es:

$$L_{cr} = \left( \frac{4\pi^4 h (1 - \nu^2)}{t^3} \left( I_{xf} (x_o - h_x)^2 + C_{wf} - \frac{I_{xyf}^2}{I_{yf}} (x_o - h_x)^2 \right) + \frac{\pi^4 h^4}{720} \right)^{1/4}$$

(Eq. C1.1.2-36 apéndice 1 AISI 02 )

$L_{cr} = 6.065 \text{ in}$

Determinación de la propiedad elástica y geométrica del patín atiesado:

$$(k_{\phi f})_e = \left( \frac{\pi}{L} \right)^4 \left( EI_{xf} (x_o - h_x)^2 + EC_{wf} - E \frac{I_{xyf}^2}{I_{yf}} (x_o - h_x)^2 \right) + \left( \frac{\pi}{L} \right)^2 GJ_f$$

(Eq. C1.1.2-34 apéndice 1 AISI 02 )

$K_{\phi e} = 17.62 \text{ Kip}$

$$(\tilde{k}_{\phi f})_g = \left( \frac{\pi}{L} \right)^2 \left[ A_f \left( (x_o - h_x)^2 \left( \frac{I_{xyf}}{I_{yf}} \right)^2 - 2y_o (x_o - h_x) \left( \frac{I_{xyf}}{I_{yf}} \right) + h_x^2 + y_o^2 \right) + I_{xf} + I_{yf} \right]$$

(Eq. C1.1.2-35 Apéndice 1 AISI 02 )

$K_{\phi g} = 31.69 \text{ in}^2$

Determinación de la propiedad elástica y geométrica del alma atiesada:

$$k_{\phi_{we}} = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \left( \frac{3}{h} + \left( \frac{\pi}{L} \right)^2 \frac{19h}{60} + \left( \frac{\pi}{L} \right)^4 \frac{h^3}{240} \right)$$

Eq. C1.1.2-37 apéndice 1 AISI 02 )

$$K_{\phi_{we}} = 4.53 \text{ Kip}$$

Del bloque de esfuerzos del perfil se obtiene:

$$f_1 = 25.36 \quad f_2 = -F_y = -50 \text{ ( Esfuerzo gradiente a través de h )};$$

$$\xi = (f_1 - f_2) / f_1 = (25.36 - (-50)) / 25.36 = 2.97$$

(Eq. C-1.1.2-5 apéndice 1 AISI 02)

$$\tilde{k}_{\phi_{wg}} = \frac{ht\pi^2}{13440} \left( \frac{(45360(1-\xi_{web}) + 62160) \left( \frac{L}{h} \right)^2 + 448\pi^2 + \left( \frac{h}{L} \right)^2 (53 + 3(1-\xi_{web}))\pi^4}{\pi^4 + 28\pi^2 \left( \frac{L}{h} \right)^2 + 420 \left( \frac{L}{h} \right)^4} \right)$$

Eq. C1.1.2-38 apéndice 1 AISI 02 )

$$K_{\phi_{wg}} = -0.14946 \text{ in}^2$$

$$f_{crd} = \frac{k_{\phi_{te}} + k_{\phi_{we}}}{\tilde{k}_{\phi_{te}} + \tilde{k}_{\phi_{wg}}}$$

Eq. C1.1.2-33 apéndice 1 AISI 02 )

$$\text{Donde } f_{crd} = (17.62 + 4.53) / (31.69 + (-0.14946)) = 0.702270 \text{ Ksi}$$

$$M_{crd} = S_f \cdot f_{crd} = 8.0388 ( 0.70227 ) = 5.6454 \text{ kip -in}$$

(Eq. C-1.1.2-4 apéndice 1 AISI 04)

$$M_y = ( I_x / ( z_{cg} ) ) F_y = ( 53.336 / 6.6348 ) 50 = 401.94 \text{ kip in}$$

El factor de pandeo distorsional da como resultado el factor de carga siguiente:

$$M_{crd} / M_y = 5.6454 / 401.94 = 0.014045$$

Dicho valor es muy pequeño el cual no se toma en cuenta

Por lo tanto se concluye que los datos resultantes son :

**Método de 1.1.2.2.1. - Factor de carga = 0.014045**

**Método de análisis de elemento finito ( CUFSM ) - Factor de carga = 0.0**

El programa CUFSM no da factor de carga de pandeo distorsional por lo que  $M_{nd}$  lo iguala a  $M_y$  e ignora el pandeo distorsional, verificando únicamente el pandeo local.

## 2.4 CONCLUSION DEL CAPITULO

De acuerdo a lo tratado en el presente capítulo, desarrollando la solución manual para el cálculo de los valores  $M_{cr1}$  y  $M_{crd}$  del método de diseño directo, así como la aplicación del método de análisis finito ( Cufsm ), se puede observar que al utilizar los métodos de solución en forma manual se lleva a cabo un procedimiento de cálculo largo y engorroso para obtener los valores de las fórmulas que se utilizan en tal método, aparte de obtener un resultado final en forma aproximada, por lo que seguramente el calculista preferirá hacer uso del método de análisis finito, pues con el software ( CUFSM ), una vez dibujado el perfil se tienen resultados en forma inmediata, comprobando valores dados como por ejemplo el de las propiedades geométricas, y debido a que el programa analiza la sección transversal del perfil con la teoría de elemento finito, teoría considerada actualmente como la que se aproxima más en su análisis, al comportamiento real de un perfil sometido bajo un esfuerzo, que para el acero rolado en frío reside básicamente en su pandeo, este método es el más confiable, rápido en su análisis y seguro en sus resultados pues la teoría se fundamenta en numerosas investigaciones que lo respaldan.

CAPITULO 3

COMPARACIÒN DE RESULTADOS

3.1 EJEMPLO 1

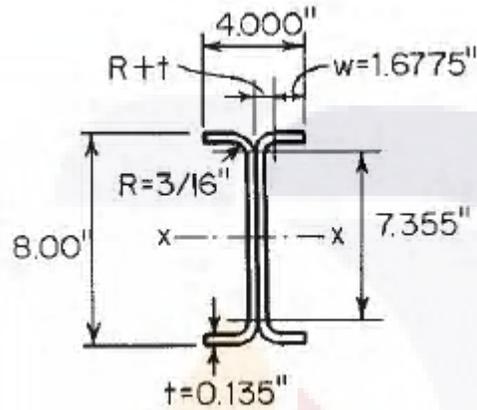


Figura no. 32.- Perfil del ejemplo 1 Ref. Wei Wen You.

Los resultados obtenidos desarrollando los dos métodos, con las especificaciones AISI 1996 y con el método de diseño directo son:

Método	ASD	LRFD
	Momentos admisibles en kips -in	
<b>Diseño directo</b>	215.57	324.00
<b>Especificaciones AISI 1996</b>	187.00	281.12

La diferencia en los esfuerzos admisibles en ambos métodos es de un 15%, en el método de diseño directo los momentos admisibles son mas grandes, estos valores tal vez solo sean aproximados pues cabe hacer la aclaración que el perfil es un perfil armado pues esta compuesto de dos perfiles C unidos espalda con espalda, los cuales se analizaron en el método con especificaciones AISI 1996 como tal, pero en el método de diseño directo no fue así, pues en el programa CUFSM el perfil se dibujó con un alma de espesor uniforme como si fuera un solo elemento y no como en realidad es, por lo tanto estos resultados son solo aproximados, para este ejemplo los momentos admisibles a seleccionar son los del método con las especificaciones AISI 1996.

### 3.2 EJEMPLO 2

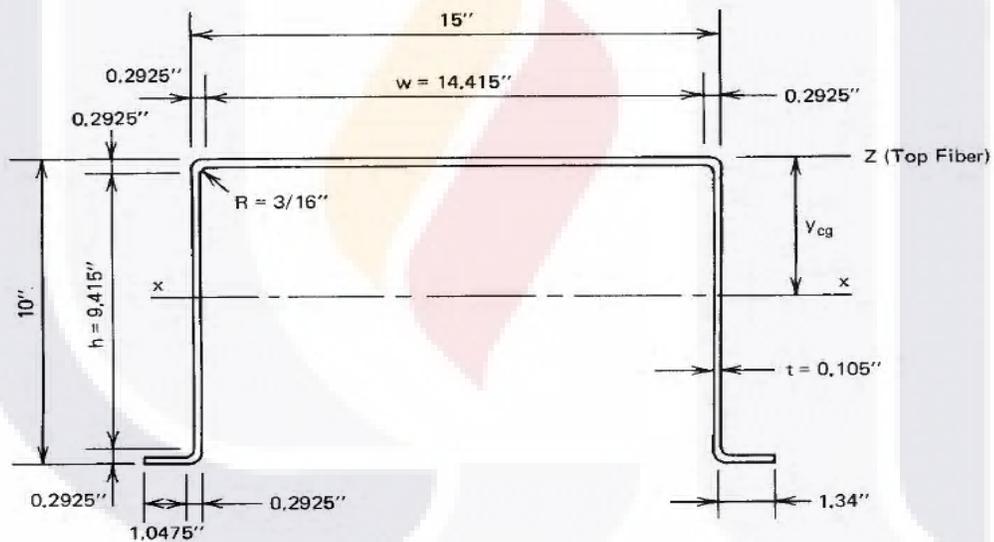


Figura no. 33.- Perfil del ejemplo 2, Ref. Wei Wen You.

Los resultados obtenidos desarrollando los dos métodos, con las especificaciones AISI 1996 y con el método de diseño directo son:

Método	ASD	LRFD
	Momentos admisibles en kips -in	
Diseño directo	131.60	208.79
Especificaciones AISI 1996	193.59	307.14

En este ejemplo la diferencia en los esfuerzos admisibles es de un 47% , cabe señalar que por las características geométricas del perfil y de acuerdo al gradiente de esfuerzos el cual se aprecia en ambos métodos teniendo como resultado el eje neutro cercano al patín de compresión, desarrollándose el máximo esfuerzo de fluencia en el patín inferior de tensión, para este caso y de acuerdo al pandeo local que es el que se revisa en el método de diseño directo, los valores mas confiables son los de este método, pues por la forma del perfil y sus propiedades geométricas, al aplicarle un esfuerzo, su momento de inercia menor es con respecto al eje x, siendo el mas desfavorable, teniendo como resultado momentos admisibles menores, por lo que es preferible tomar estos valores.

3.3 EJEMPLO 3

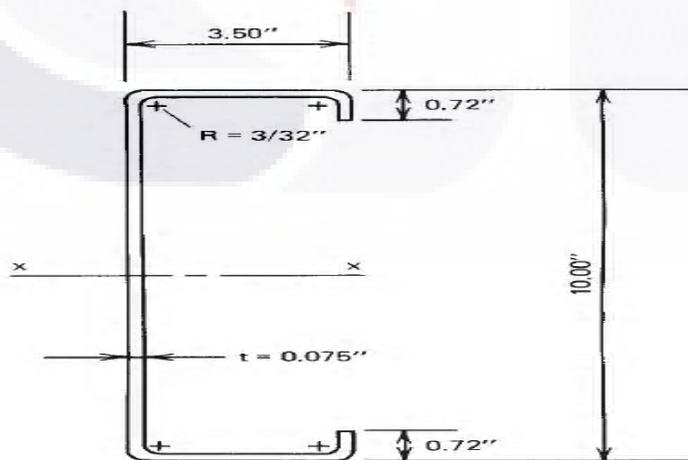


Figura no. 34.- Perfil del ejemplo 3, Ref. Wei Wen You.

Los resultados obtenidos desarrollando los dos métodos, con las especificaciones AISI 1996 y con el método de diseño directo son:

Método	ASD	LRFD
	Momentos admisibles en kips -in	
<b>Diseño directo</b>	89.70	142.30
<b>Especificaciones AISI 1996</b>	96.14	152.52

En este ejemplo la diferencia en los momentos admisibles son solo de un 7%, el gradiente de esfuerzos en ambos métodos es simétrico, pues el eje neutro esta exactamente a la mitad de la altura del perfil, en las especificaciones AISI, se realizaron varias iteraciones, y en el método de diseño directo por las características del perfil se revisan los dos pandeos, el local y el distorsional para tomar el menos favorable, el momento de inercia en x es el mayor por lo que la pieza en este eje es mas resistente, para este ejemplo con este perfil, tomar cualquiera de los dos resultados de tales métodos son igualmente valores confiables.

### 3.4 CONCLUSION DEL CAPITULO

Básicamente la diferencia en los resultados de ambos métodos se debe a la utilización de las propiedades geométricas del perfil, pues las especificaciones AISI 1996 en el desarrollo de la teoría de calculo, consideran los anchos de los elementos reducidos, conociéndose como anchos efectivos, y en el método de diseño directo, la teoría de calculo considera la totalidad del perfil trabajando bajo un gradiente de esfuerzo, asumiendo la colaboración de todas las partes de los elementos.

Tanto un método como otro tienen como punto importante la consideración del valor de K, que es el coeficiente de pandeo de un elemento para conocer su resistencia en base también a las condiciones de sujeción del mismo.

Los valores resultantes son aproximados, y de acuerdo a lo obtenido en los ejemplos desarrollados en el presente trabajo, se observa que quien da resultados mayores es AISI 96, por lo que el calculista tomará la decisión sobre cual procedimiento utilizar, tomando en cuenta que el método de diseño directo es un método cuyo calculo se realiza de forma rápida y sencilla utilizando las herramientas del CUFSM, bajo un procedimiento seguro en el cual se analiza el pandeo elástico del elemento con la teoría del elemento finito, procedimiento probado experimentalmente con éxito.

## CAPITULO 4

### CONCLUSIÓN GENERAL

El método de diseño directo 2004, es un método alternativo para diseñar los perfiles de acero de lámina rolada en frío, teniendo como principal ventaja las herramientas creadas para tal fin como lo son el CUFSM y la tabla de cálculo de la hoja de Excel, con lo cual se tienen resultados muy aceptables.

De acuerdo a las tablas comparativas de resultados se concluye que los valores obtenidos son diferentes, aunque el rango de diferencia en general no es muy grande, por lo que el diseñador puede elegir cualquiera de los dos métodos, de acuerdo a su criterio y facilidad para realizar las teorías para tal fin.

Cabe hacer la aclaración que la resistencia a la flexión de miembros sujetos bajo este tipo de esfuerzo, deberá determinarse de acuerdo a las condiciones aplicables, siendo para los ejemplos desarrollados en el presente trabajo el dimensionamiento de acuerdo a la resistencia nominal de la sección, debido a que están los perfiles arriostrados lateralmente, siendo valido el resultado en toda su longitud ya que la sección transversal es la misma, no así para miembros no arriostrados lateralmente cuyo estado limite será el pandeo lateral torsional en el cual deberá revisarse de acuerdo a la teoría de calculo correspondiente según sea el tipo de perfil y las condiciones de sujeción, un parámetro muy importante como es la longitud del elemento.

Con el desarrollo de éste tema, se llevó a cabo la investigación de uno de los fundamentos de calculo, así como parte de la teoría existente, en el diseño de miembros de lámina delgada sujetos a esfuerzos de flexión, con lo cual se aporta el conocimiento y desarrollo de casos prácticos, utilizando este novedoso material, que es una alternativa mas de los procedimientos de construcción utilizados en la vivienda, que puede traer beneficios en la reducción de los costos, así como facilidad y rapidez en la ejecución para la industria de la construcción en cuanto a éste tipo de obras.



## GLOSARIO

La principal terminología empleada en el presente trabajo es la siguiente:

- 1. ASD ( Diseño por tensiones admisibles ).** Método para dimensionar componentes estructurales ( miembros, conectores, elementos de conexión y conjuntos ensamblados ) de manera tal que la resistencia requerida del componente, determinada por los efectos de todas las combinaciones de cargas nominales que corresponda no supere el momento admisible.
- 2. Resistencia de cálculo.** Resistencia factorizada,  $\phi R_n$ , o resistencia admisible,  $R_n / \phi$  ( momento ), proporcionada por el componente estructural.
- 3. Ancho efectivo de cálculo.** Cuando por motivos de cálculo se reduce el ancho plano de un elemento, el ancho de cálculo reducido se denomina ancho efectivo o ancho de cálculo efectivo.
- 4. Relación entre el ancho plano de un miembro y su espesor.** Ancho plano de un elemento medido sobre su plano, dividido por su espesor.
- 5. Pandeo local.** Pandeo de elementos solo dentro de una sección, en el cual las líneas de unión entre los elementos permanecen rectas y los ángulos entre los elementos no varían.
- 6. LRFD ( Diseño por factores de carga y resistencia ).** Método para dimensionar componentes estructurales ( miembros, conectores, elementos de conexión y conjuntos ensamblados ) de manera tal que cuando la estructura es sometida a todas las combinaciones de cargas que corresponda no se supera ninguno de los estados limites aplicables.
- 7. Cargas nominales.** Magnitudes de las cargas especificadas en el código aplicable excluyendo los factores de carga.
- 8. Resistencia nominal.** Capacidad de una estructura o componente de resistir los efectos de las cargas. Se calcula utilizando las resistencias y dimensiones especificadas de los materiales y ecuaciones derivadas a partir de principios aceptados de la mecánica estructural, o bien mediante ensayos en obra o ensayos efectuados en laboratorio sobre modelos a escala, considerando los efectos del modelado, y las diferencias entre las condiciones en obra y las condiciones de laboratorio.
- 9. Resistencia requerida.** Efecto de las cargas ( momento ) que actúa sobre un componente estructural. Se determina mediante un análisis estructural a partir de las cargas factorizadas en el caso de LRFD o a partir de las cargas nominales en el caso de ASD ( utilizando las combinaciones de cargas criticas mas adecuadas ).
- 10. Factor de resistencia.** Factor que toma en cuenta las inevitables diferencias que existen entre la resistencia real y su valor nominal y los modos de falla y sus consecuencias.

**11. Limite de fluencia mínimo especificado.** El limite de fluencia mínimo especificado es el limite inferior del limite de fluencia que debe ser igualado o superado en un ensayo normalizado para determinar que un lote de acero es adecuado para fabricar miembros estructurales de acero conformado en frío diseñados para dicho limite de fluencia.

**12. Espesor.** El espesor,  $t$ , de cualquier elemento o sección es el espesor del acero base, excluyendo cualquier revestimiento.

**13. Pandeo flexional torsional.** El pandeo flexional torsional es un modo de pandeo en el cual los miembros comprimidos se pueden flexionar y torsionar simultáneamente sin que se modifique la forma de su sección transversal.

**14. Límite de fluencia.** De acuerdo con el uso que se le da en esta especificación, al término límite de fluencia,  $F_y$  o  $F_{sy}$ , significa limite de fluencia o resistencia de fluencia.



## BIBLIOGRAFÍA

1. DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE ACERO

Bresler, Lin y Scalzi.  
Editorial Limusa.  
Año 1983

2. DISEÑO DE ESTRUCTURAS METALICAS

Williams and Harris  
Editorial CECSA  
Año 1961

3. ESPECIFICACION PARA ACERO CONFORMADO EN FRIO  
AISI Año 1996

4. COMENTARIOS, ESPECIFICACIONES DEL METODO DE DISEÑO DIRECTO  
AISI Año 2002 ( COMENTARIOS APENDICE 1 ) Y AISI Año 2004

5.- APENDICE 1, EDICION 2004, DISEÑO DE ACERO ROLADO EN FRÍO, METODO DE  
DISEÑO DIRECTO.

6. COLD FORMED STEEL DESIGN

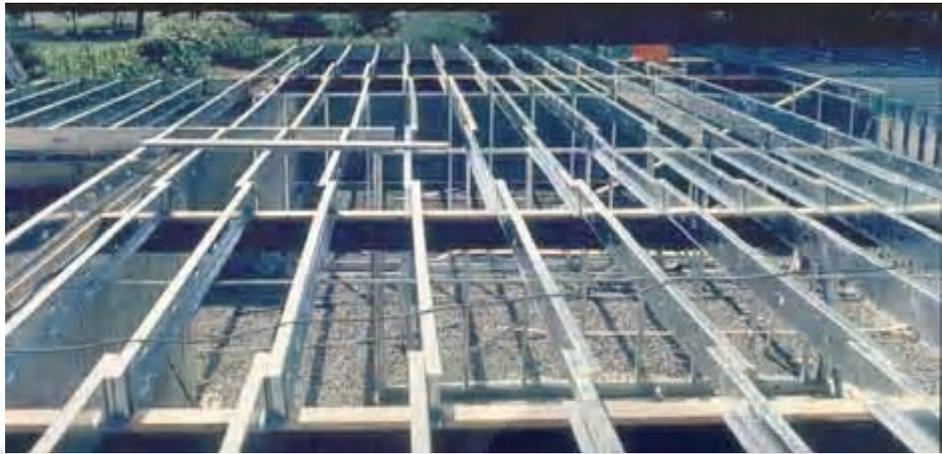
Wei Wen Yu  
Edición Año 2000

7. PAGINA DE INTERNET

PROGRAMA CUFSM  
<http://www.ce.jhu.edu/bschafer/cufsm/>

8. TUTORIALES DEL CUFSM

Tutoriales 1, 2 y 3.  
<http://www.ce.jhu.edu/bschafer/cufsm/>



Losa de entrepiso.



Construcción hecha a base de perfiles de Acero Rolado en Frío.