

TESIS TESIS TESIS TESIS TESIS

**T
E
S
I
S**



**UNIVERSIDAD AUTONOMA
DE AGUASCALIENTES**

Centro de Ciencias del Diseño y la Construcción
Maestría en Ingeniería
Especialidad en Seguridad Estructural

***“Diseño por Compresión y Pandeo de Elementos de Acero Rolado en Frío
(Comparación de las Normas AISI 1996 con el Método de Diseño Directo 2004)”***

Asesor: Dr. en I. Mario Eduardo Zermeño de León

Autor: Ing. Ricardo Luis Lomas Torres

Marzo del 2009

TESIS TESIS TESIS TESIS TESIS

AGRADECIMIENTOS

Esta tesis, si bien ha requerido de esfuerzo y mucha dedicación por parte del autor, noches en vela y fines de semana guardado en el escritorio frente a la computadora, no hubiese sido posible sin el apoyo de aquellas personas que confiaron en mí y me brindaron su mano para la realización de mis estudios, a todas y cada una de ellas les estoy muy agradecido.

Gracias a Dios

Por permitirme concluir otra etapa de mi carrera, y así poder ser alguien mejor en la vida diaria, para él y para los demás, por iluminar mi mente y por poner en mi camino a todas esas personas tan importantes en mi vida y que han sido soporte en mi andar.

Gracias a mis padres Alejandro y Ma. Luisa

Por su cariño, por su apoyo y su comprensión, por enseñarme siempre que en la vida hay que luchar incansablemente para alcanzar nuestras metas, por guiarme siempre por el camino del éxito y no dudar nunca de mí.

Gracias "Mano"

Mi abuelo Ramón, que siempre tenía un momento para mí, por contarme sus historias, y motivarme siempre a dar un paso más.

Gracias a mis Maestros

A mis profesores de la maestría por demostrarnos esa inquietud de querer enseñar por gusto y no por obligación, por sus llamadas de atención cuando nos desbocábamos.

DEDICATORIA

La presente tesis se la dedico primeramente a mi familia, por su apoyo y sus palabras de aliento y muy especialmente a mi Abuelo Ramón Lomas, que aunque se nos adelantó en el camino, se que estaría muy orgulloso de que su nieto se titulara de la maestría, gracias abuelo por ser siempre un ejemplo.



UNIVERSIDAD AUTONOMA
DE AGUASCALIENTES
CENTRO DE CIENCIAS DEL DISEÑO
Y DE LA CONSTRUCCIÓN

DC-D-362
ASUNTO: Autorización de
Tema de Maestría.

**ING. RICARDO LUIS LOMAS TORRES
P R E S E N T E .**

Con base en lo que establece el Reglamento de Docencia en el artículo 173, le informo que se le autoriza el Tema de tesis: "Diseño por Compresión y Pandeo de Elementos de Acero Rolado en Frío (Comparación de las Normas AISI 1996 con el Método de Diseño Directo 2004)". Así mismo se le designa como asesor al Dr. en I. Mario Eduardo Zermeño de León. A fin de asignarle fecha para la verificación del Examen de Grado para la obtención del título de la Maestría en Ingeniería con salida terminal en Seguridad Estructural, deberá cumplir con lo establecido en los artículos 161, 162, 174 y 175.

Con el objeto de dar cumplimiento a este reglamento el paso siguiente será autorizar la impresión de su tesis, toda vez que presente la carta de liberación y/o acuerdo señalado en la Fracc. II del artículo 175.

Sin más por el momento, aprovecho la oportunidad para enviarle un cordial saludo.

ATENTAMENTE
"SE LUMEN PROFERRE"
Aguascalientes, Ags, 29 de septiembre 2008

M. EN A. MARIO ANDRADE CERVANTES
DECANO

- c.c.p. M. EN URB. HUMBERTO DURAN LOPEZ
Secretario de Investigación y Posgrados.
- c.c.p. M. EN VAL. JUAN JAVIER AMADOR ROMO DE VIVAR
Jefe del Depto. de Construcción y Estructuras.
- c.c.p. Archivo.

JJARV/lbm





**UNIVERSIDAD AUTONOMA
DE AGUASCALIENTES**

**M. EN A. MARIO ANDRADE CERVANTES
DECANO DEL CENTRO DE CIENCIAS DEL DISEÑO Y DE LA CONSTRUCCION
PRESENTE**

Por este conducto, le informo que el Ing. Ricardo Luis Lomas Torres, ha concluido la tesis que lleva por nombre **“Diseño por compresión y pandeo de elementos de acero rolado en frío (Comparación de las normas AISI 1996 con el método de diseño directo 2004)”**, de acuerdo a los objetivos y contenidos planteados para su autorización y en cuya tesis fungí como asesor, por lo que he autorizado al sustentante para que realice la impresión final del documento y realice los trámites pertinentes para obtener el grado de Maestría en Ingeniería con salida terminal en Seguridad Estructural, por la Universidad Autónoma de Aguascalientes.

Agradezco la atención que se sirva tener a la presente y aprovecho la ocasión para enviarle un cordial saludo.

ATENTAMENTE

Aguascalientes, Ags. a 12 de Marzo del 2009

Dr. en I. MARIO EDUARDO ZERMEÑO DE LEÓN

DIRECTOR DE TESIS

c.c.p. Ing. Ricardo Luis Lomas Torres

c.c.p. Archivo

RESUMEN

Se presenta una introducción al diseño en compresión de elementos de acero rolado en frío basado en las especificaciones del AISI 1996 y posteriormente con las especificaciones del método directo 2004 para el diseño de esfuerzos, apoyado por un software especializado en este tipo de perfiles denominado "CUFSM" versión 3.12, se establece una comparativa entre las dos especificaciones.

A manera de explicación general, se presenta una breve introducción de estos métodos, los criterios a emplear y en que se basan para su análisis, de esta manera simplificar la comprensión de estos métodos.

Se resuelven tres ejemplos de aplicación de perfiles de acero rolado en frío, como primera etapa se determina la capacidad de carga de cada uno de ellos a través de las especificaciones de diseño del AISI 1996 y posteriormente se procede a analizar estos mismos tres ejemplos por el Método de Diseño Directo 2004 (DSM; Direct Strength Method), este último con el apoyo del software CUFSM 3.12 (disponible en internet) y hojas de cálculo que permiten realizar las operaciones de análisis de una manera rápida y sencilla.

Una vez obtenidos los resultados se procede a realizar las comparativas de los resultados por ambos criterios resaltando claramente las diferencias ó similitudes entre estos, y así, de esta manera, se establecen diferencias claras y precisas entre ambos métodos.

INDICE DE CONTENIDO

1 JUSTIFICACIÓN DEL TEMA

2 MARCO HISTÓRICO DE REFERENCIA

3 INTRODUCCIÓN

4 EJEMPLOS DE APLICACIÓN

 4.1 Solución por Especificaciones AISI 1996

 4.2 Solución por Especificaciones del Método Directo 2004 (CUFSM 3.12)

5 COMPARATIVA DE RESULTADOS

6 CONCLUSIONES

7 ANEXOS

8 GLOSARIO

9 BIBLIOGRAFÍA

1. JUSTIFICACIÓN DEL TEMA

Con este trabajo se pretende ampliar el criterio de utilización de materiales estructurales para la edificación de viviendas y otras estructuras en México, presentando alternativas de diseño en perfiles de acero rolado en frío para tal fin.

La importancia de tener nuevas y mejores alternativas para el proceso de construcción se ven ligadas en el aspecto en el que los materiales utilizados tradicionalmente, y en especial el acero, se encuentran sumamente globalizados, por lo que el factor costo esta muy latente, lo que hace que se encarezca la obra cuando hay un incremento en este, en cambio, con la ayuda de este trabajo, trataremos de encontrar los parámetros y las conclusiones necesarias para obtener resultados que apoyen la utilización de nuevos materiales que nos ayuden tanto económicamente como constructivamente, y tenerlas presentes conociendo sus propiedades y beneficios.

En la vida diaria del ambiente constructivo, estamos expuestos a nuevos desafíos de proyectos a realizar, por lo que se tiene que estar consiente en la necesidad de tener más herramientas para utilizar, por lo que nuevos materiales de construcción pueden aportarnos mas soluciones a problemas futuros.

En la actualidad la necesidad de encontrar una combinación perfecta entre alta resistencia y bajo peso es muy importante, debido a que esto conlleva principalmente a un costo menor, por lo que los perfiles de acero rolado en frío nos brindan este beneficio, ya que su densidad es mucho mas baja que la del concreto o la del acero.

2. MARCO HISTÓRICO DE REFERENCIA

En la actualidad existen varios tipos de acero estructural utilizado en la construcción, uno de ellos, el que nos concierne en esta ocasión, es el acero estructural rolado en frío.

Este tipo de acero es utilizado comúnmente en otros países como Estados Unidos, donde es aplicado para la estructuración de casas habitación, invernaderos, etc., mientras que en nuestro país no es tan usual, sin embargo se utiliza en la fabricación de invernaderos y algunos elementos estructurales secundarios.



Fig. 2.1 Estructuración con secciones de acero rolado en frío

En la figura 2.2, se muestran algunas de las secciones de acero rolado en frío generalmente usadas en el diseño estructural.

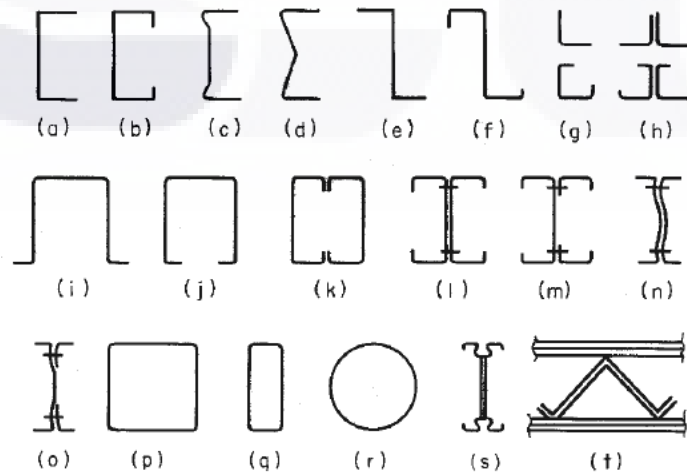


Fig. 2.2 Secciones de acero rolado en frío comúnmente usadas

En general, los rangos de altura de las secciones de acero rolado en frío varían desde 2 hasta 12 pulgadas (51 hasta 305 mm), y el espesor del material varia desde 0.048 hasta alrededor de $\frac{1}{4}$ de pulgada (1.2 – 6.4 mm).

Comparados con otros materiales como el concreto, el acero rolado en frío presenta algunas ventajas:

1. Bajo peso
2. Alta resistencia y rigidez
3. Facilidad de prefabricación y producción en masa
4. Rápida y fácil instalación
5. Eliminación substancial de retrasos debido al clima
6. Detallado más preciso
7. No sufre dilataciones a temperatura ambiente
8. Calidad uniforme
9. Economía en manejabilidad y transporte
10. No combustibilidad
11. Material reciclable

La combinación de las ventajas mencionadas pueden ser el resultado de un bajo costo en la construcción.

El método de diseño directo es una nueva metodología de diseño para miembros de acero rolado en frío. Este método ha sido formalmente adoptado como un procedimiento alternativo de diseño en el Apéndice 1 2004 de las especificaciones norteamericanas para el diseño de miembros de acero estructural rolado en frío, así como en el manual de diseño de acero rolado en frío de Australia y Nueva Zelanda entre otros países más.

Existen varios estudios y experimentos dedicados a este método, entre los más destacados autores de estos se encuentran: Benjamín W. Shafer, Hancock, Bambach y Lau. El primero de ellos de hecho, es el creador del software CUFSM, el cual ha sido utilizado para los cálculos del presente documento.

3. INTRODUCCIÓN

El diseño a compresión de acero rolado en frío básicamente se puede resolver de dos maneras, de acuerdo a las especificaciones del AISI 1996 y por el más reciente método utilizado, DSM 2004 (Design Strenght Method), Método Directo.

Las especificaciones para el diseño de miembros estructurales de acero conformado en frío del AISI, establece que para poder determinar la resistencia nominal de cualquier sección se debe utilizar la siguiente ecuación:

$$P_n = A_e F_n$$

En donde:

$$P_n = \text{Resistencia axial nominal}$$

$$A_e = \text{Área efectiva de la sección}$$

$$F_n = \text{Tensión nominal del pandeo}$$

El área efectiva de la sección se resume a utilizar el área de la sección que realmente está actuando en la resistencia del mismo, determinando un ancho efectivo de cada parte de la sección excluyendo los radios. La obtención de este valor varía de acuerdo al tipo de sección que se está analizando, si es sección cerrada, abierta, si tiene perforaciones, etc. Por lo que hay que tener cuidado de utilizar la sección correcta de las especificaciones del AISI para no cometer errores en el análisis.

El esfuerzo de tensión nominal se determina en relación a las tensiones de pandeo elástico flexional, torsional y flexo-torsional (F_e), tomando el valor más pequeño de estos para proceder a utilizar las ecuaciones de determinación:

$$\text{Para } \lambda_c \leq 1.5 \quad F_n = (0.658^{\lambda_c^2}) F_y \quad \text{Ec. C4-2 (AISI 1996)}$$

$$\text{Para } \lambda_c > 1.5 \quad F_n = \left[\frac{0.877}{\lambda_c^2} \right] F_y \quad \text{Ec. C4-3 (AISI 1996)}$$

Donde:

$$\lambda_c = \sqrt{\frac{F_y}{F_e}} \quad \text{Ec. C4-4 (AISI 1996)}$$

Para el análisis con el método directo, la determinación de la resistencia del elemento se resume en determinar el menor de los esfuerzos de pandeo, Local Nominal, Distorcional y Flexo-Torsional.

Estos esfuerzos de pandeo se pueden analizar de manera manual siguiendo las especificaciones del Apéndice 1 del manual del Método de diseño directo o en este caso, utilizando una herramienta computacional, CUFSM 3.12, el cual nos permite, con tan solo introducir los datos geométricos de la sección y su limite de fluencia f_y , conocer los valores de las relaciones P_{cr1}/P_y , P_{crd}/P_y y P_{cre}/P_y , que son los factores de carga de los pandeos Nominal,

Distorcional y Flexo-Torsional respectivamente, que multiplicados por la resistencia máxima de la sección al esfuerzo axial P_y , se obtiene el valor de cada uno de estos esfuerzos de pandeo.

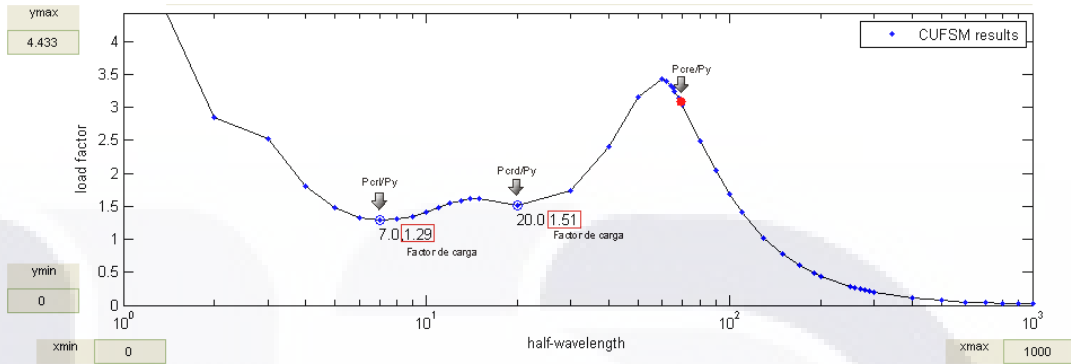


Fig. 4.1 Gráfico de Longitud de onda vs. Factor de carga

El valor P_y , se obtiene directamente del software CUFSM, más sin embargo su obtención no es más que $P_y = A_g F_y$, donde:

- A_g = Área de la sección
- F_y = Límite de fluencia del acero

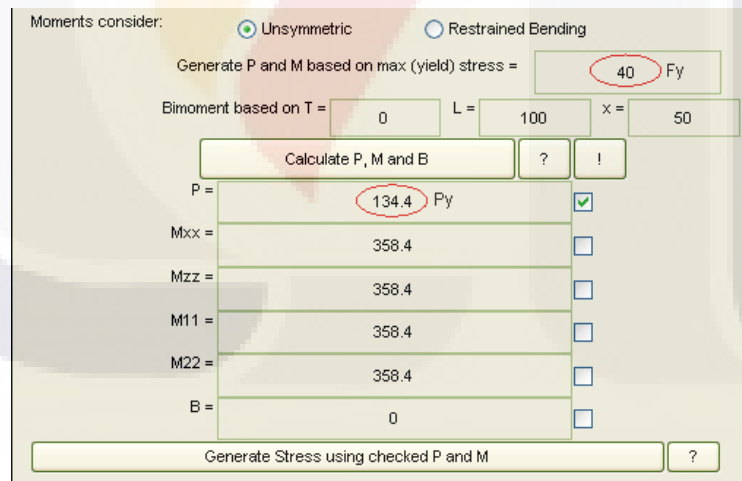


Fig. 4.2 Cálculo de P_y en Software Cufsm

Una vez obtenido este dato, se procede a generar la gráfica de esfuerzos de la sección, en este caso con el esfuerzo de carga axial P , para así generar la gráfica de Longitud de onda vs. Factor de carga, de donde obtenemos los valores para la determinación de los esfuerzos del pandeo elástico crítico (ver Fig. 3.1).

Es importante señalar que el software arroja solo los valores de factores de carga del pandeo nominal y del distorcional, y en algunos casos solo el del Nominal, por lo que es necesario realizar las predicciones de estos aplicando el análisis de forma manual de acuerdo a los comentarios del Apéndice 1 del Método Directo, en su apartado 1.1.2.2. Solución manual del Pandeo Elástico, como se muestra a continuación:

- *Pandeo Local*

Para columnas

$$P_{crl} = A_g f_{crl}$$

$$A_g = \text{Area gruesa}$$

$$f_{crl} = \text{esfuerzo de pandeo local}$$

$$f_{crl} = k \frac{\pi^2 E}{12(1-\mu^2)} \left(\frac{t}{w}\right)^2$$

Donde:

E= Modulo de Young

μ = Radio de Poisson

t= espesor de la sección

w= ancho efectivo

k= coeficiente de pandeo

- *Pandeo Distorcional*

Para columnas

$$P_{crl} = A_g f_{crl}$$

$$A_g = \text{Area gruesa}$$

$$f_{crl} = \text{esfuerzo de pandeo distorcional}$$

f_{crl} = esfuerzo de pandeo distorcional en el extremo de la fibra de compresión. (solución de Schafer 2002, ver anexo).

- *Pandeo Global*

Para columnas

$$P_{cre} = A_g f_{cre}$$

$$A_g = \text{Area gruesa}$$

f_{cre} = El mínimo valor de los esfuerzos de pandeo elástico crítico flexional, torsional o flexo-torsional. Donde f_{cre} es igual a F_e de la sección C.4.1 hasta C.4.4 de las especificaciones de diseño del AISI.

Ya conocidos los valores de los esfuerzos de pandeo, se realizan los cálculos para determinar el esfuerzo axial nominal P_n , que como ya se había mencionado, es igual al menor de los valores de Pandeo Nominal, Distorcional y Flexo-torsional de acuerdo al Apéndice 1 del Método de Diseño Directo para columnas. (Ver Anexo)

Para entender un poco más el sistema de análisis de la herramienta de diseño CUFSM, debemos comprender cual es el principio que utiliza para realizar dicho análisis; pues bien, el software realiza un análisis de elemento finito, en el que da "n" iteraciones del comportamiento elástico de la sección, graficando de esta manera en el eje "y" una longitud de onda donde indica

la distancia en pulgadas en donde se presenta determinado pandeo, y por el eje "x", un factor de carga, que de acuerdo al la resistencia "Py", establece de manera escalada, de tal manera que realiza las operaciones del método directo para de esta manera establecer relación entre los dos valores y así determinar el valor en el que ocurren los pandeos en cuestión. Para una mejor comprensión de esto, se presenta una gráfica en donde se especifica más a detalle lo anterior mencionado.

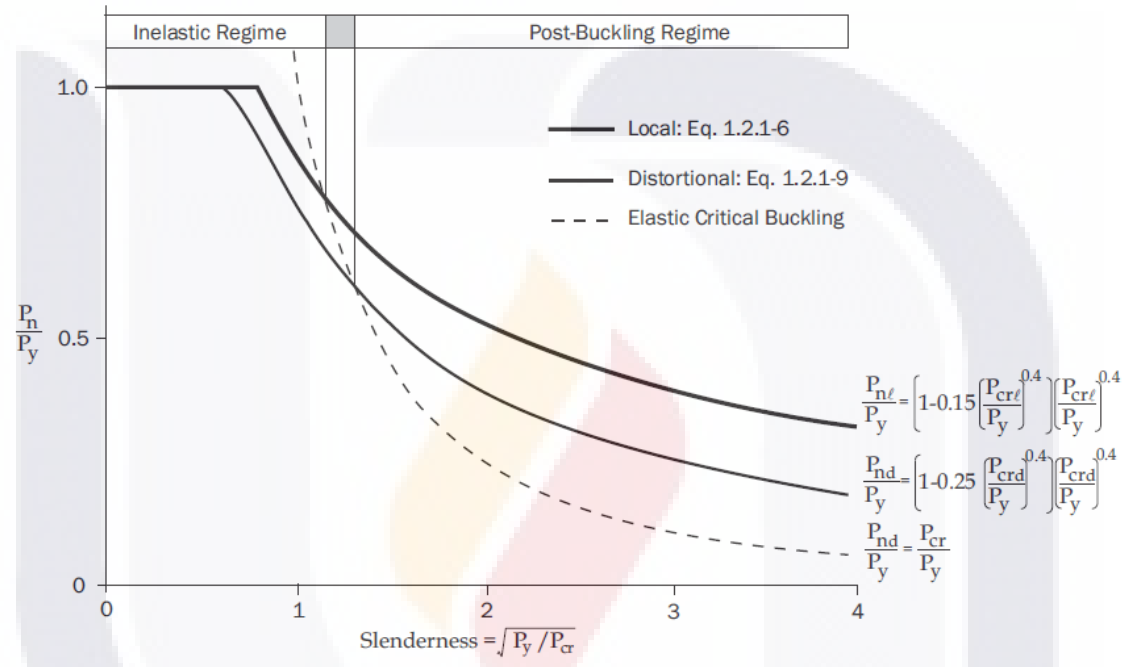


Fig. 4.3 Curvas de esfuerzo de pandeo Local y Distorsional en columnas ($P_{ne} = P_y$)
(Comentarios del apéndice 1 AISI 2004)

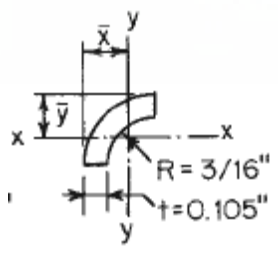
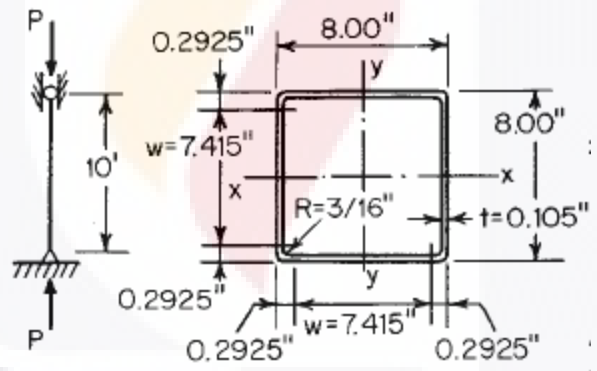
4. EJEMPLOS DE APLICACIÓN (AISI 1996)

Se presentan 3 ejemplos de secciones de acero rolado en frío tomados del libro de Wei – Wen Yu, “Cold – Formed Steel Design” año 2000, los cuales se tratan de un cuadrado, una sección “I” formada por dos canales acuatados y un canal.

Estos ejemplos serán diseñados por compresión siguiendo las especificaciones del AISI 1996 de acuerdo a la sección C.4.

4.1 Solución por Especificaciones AISI 1996

Ej. 1.0 – Determinar la carga axial requerida para una columna tubular cuadrada mostrada. Asumir que $F_y = 40 \text{ ksi}$; $K_x L_x = K_y L_y = 10 \text{ ft}$ y la carga de diseño (muerta-viva) es 1/5. Utilizar métodos ASD y LRFD.



De tabla 4.1 Wei-Wen Yu:
 $\bar{x} = \bar{y} = 0.1373 \text{ in}$
 $A = 0.0396 \text{ in}^2$
 $I_x = I_y = 0.00024 \text{ in}^4$

ej. 5.1 Wei-Wen Yu

1. Propiedades de la sección

$$w = 8.00 - 2(R+t)$$

$$w = 8.00 - 2(0.1875 + 0.105)$$

$$w = 7.415 \text{ in}$$

$$A = 4[(7.415 \times 0.105) + 0.0396]$$

$$A = 3.273 \text{ in}^2$$

$$I_x = I_y = 2(0.105)[(1/12)(7.415)^3 + 7.415(4 - 0.105/2)^2] + 4(0.0396)(4.0 - 0.1373)^2$$

$$I_x = I_y = 33.763 \text{ in}^4$$

$$r_x = r_y = \sqrt{I_x / A}$$

$$r_x = r_y = \sqrt{33.763 \text{ in}^4 / 3.273 \text{ in}^2}$$

$$r_x = r_y = 3.212 \text{ in}$$

La Resistencia axial nominal P_n , de acuerdo a especificaciones AISI 1996 se calcula de la siguiente manera:

$$P_n = A_e F_n$$

Donde:

A_e = Superficie efectiva a la tensión F_n

F_n se determina de la siguiente manera:

$$\text{Para } \lambda_c \leq 1.5 \quad F_n = (0.658 \lambda_c^2) F_y \quad \text{Ec. C4-2 (AISI 1996)}$$

$$\text{Para } \lambda_c > 1.5 \quad F_n = \left[\frac{0.877}{\lambda_c^2} \right] F_y \quad \text{Ec. C4-3 (AISI 1996)}$$

Donde:

$$\lambda_c = \sqrt{\frac{F_y}{F_e}}$$

F_e = La menor de las tensiones de pandeo elástico flexional, torsional y torsional flexional.

2. Esfuerzo de Pandeo Nominal

Tensión de pandeo flexional elástico F_e

$$F_e = \frac{\pi^2 E}{(KL/r)^2} \quad \text{Ec. C4.1-1 (AISI 1996)}$$

donde=

E= Módulo de elasticidad longitudinal

K= Factor de longitud efectiva

L= Longitud no arriostrada del miembro

r= Radio de giro de la sección transversal no reducida

Nota: Preferentemente la relación de esbeltez, KL/r , de todos los miembros comprimidos no debe ser mayor que 200, excepto que, exclusivamente durante la construcción, KL/r , preferentemente no debe ser mayor que 300.

$$KL/r = \frac{10 \times 12}{3.212} = 37.36 < 200 \text{ O.K.}$$

$$F_e = \frac{\pi^2 E}{(KL/r)^2} = \frac{\pi^2 (29,500)}{(37.36)^2} = \mathbf{208.60 \text{ ksi}}$$

$$\lambda_c = \sqrt{\frac{F_y}{F_e}} = \sqrt{\frac{40}{208.60}} = 0.438 < 1.5 \therefore F_n = (0.658^{\lambda_c^2}) F_y$$

$$F_n = (0.658^{0.438^2}) 40$$

$$F_n = \mathbf{36.914 \text{ ksi}}$$

3. Determinación del Área efectiva A_e

El ancho efectivo, b, se determina según sea el caso: (sección B2 AISI 1996)

b=w cuando $\lambda \leq 0.673$ Ec. B2.1-1 (AISI 1996)

b=pw cuando $\lambda > 0.673$ Ec. B2.1-2 (AISI 1996)

donde

w= ancho plano

p= $(1-0.22/\lambda)/\lambda$ Ec. B2.1-3 (AISI 1996)

λ factor de esbeltez

$$\lambda = \frac{1.052}{\sqrt{K}} \left(\frac{w}{t} \right) \sqrt{\frac{f}{E}}$$

Ec. B2.1-4 (AISI 1996)

K= coeficiente de pandeo de placas= 4 para elementos rigidizados apoyados sobre un alma en cada borde longitudinal

$$\lambda = \frac{1.052}{\sqrt{4}} \left(\frac{7.415}{0.105} \right) \sqrt{\frac{36.914}{29,500}}$$

$$\lambda = 1.314 > 0.673 \therefore b = pw$$

$$p = (1 - 0.22/1.314)/1.314 = 0.634$$

$$b = 0.634(7.415)$$

$$b = 4.701in$$

El área efectiva se determina como:

$$A_e = 3.273 - 4(7.415 - 4.701)(0.105)$$

$$A_e = 2.133in^2$$

$$P_n = A_e F_n$$

$$P_n = (2.133)(36.914) = 78.738kips$$

LRFD ($\phi_c = 0.85$)	ASD ($\Omega_c = 1.80$)
$(78.738)(0.85) = 66.93$ kips	$(78.738/1.80) = 43.74$ kips

Dadas las combinaciones de cargas viva y muerta dadas en los datos de inicio, la carga requerida es:

$$P_u = 1.2C_m + 1.6C_v = 1.2C_m + 1.6(5C_m) = 9.2C_m$$

Utilizando la carga de diseño del método LRFD tenemos:

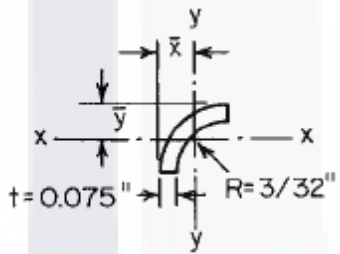
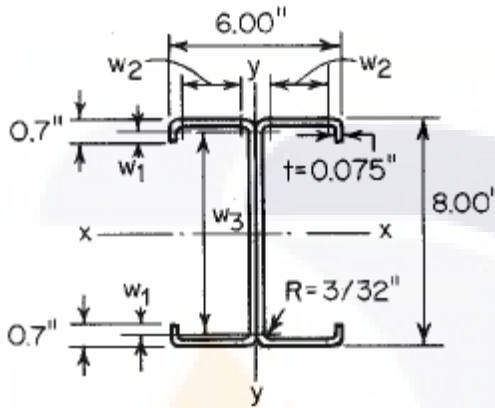
$$C_m = 66.93/9.2 = 7.28kips$$

$$C_v = 5C_m = 36.40kips$$

Por lo tanto la carga axial es:

$$P_a = C_m + C_v = 43.68kips$$

Ej. 2.0 – Usando los métodos ASD y LRFD determinar el esfuerzo de diseño de la sección “I” mostrada usada como un miembro de compresión. Asumir que el factor de longitud efectiva k es 1.0 para los ejes “ x ” y “ y ”, y que la longitud no atiesada para los ejes “ x ” y “ y ” son 12 y 6ft respectivamente. Tomar $K_t L_t = 6ft$ y $F_y = 33ksi$.



De tabla 4.1:
 $\bar{x} = \bar{y} = 0.0829in$
 $A = 0.0155 in^2$
 $I_x = I_y = 0.00003in$

$$P_n = A_e F_n \quad (\text{Ec. C4.1 - AISI})$$

1. Propiedades de la Sección

$$A = 2.24in^2$$

$$I_x = 22.1in^4$$

$$I_y = 4.20in^4$$

$$r_x = 3.15in$$

$$r_y = 1.37in$$

2. Esfuerzo al pandeo Nominal F_n

Dado que la sección “I” es doblemente simétrica, el esfuerzo de Pandeo Nominal será determinado ya sea por el pandeo flexional o el pandeo torsional.

En las secciones con simetría doble sujetas a pandeo torsional, F_e se debe tomar como el menor valor entre F_e calculada con:

$$F_e = \frac{\pi^2 E}{(KL/r)^2} \quad \text{Ec. C4.1 - 1 (AISI 1996)}$$

$$F_e = \sigma_t = \frac{1}{Ar_o^2} \left[GJ + \frac{\pi^2 EC_w}{(K_t L_t)^2} \right] \quad \text{Ec. 3.1.2 - 10 (AISI 1996)}$$

a) Pandeo Flexional Elástico

$$K_x L_x / r_x = \frac{(1)(12 \times 12)}{3.15} = 45.71 \text{ in}$$

$$K_y L_y / r_y = \frac{(1)(6 \times 12)}{1.37} = 52.555 \text{ in}$$

$$F_e = \frac{\pi^2 E}{(KL/r)^2} = \frac{\pi^2 (29500)}{(52.555)^2}$$

$$F_e = 105.413 \text{ ksi}$$

b) Pandeo Torsional Elástico

$$F_e = \sigma_t = \frac{1}{Ar_o^2} \left[GJ + \frac{\pi^2 EC_w}{(K_t L_t)^2} \right] \quad \text{Ec. C3.1.2 - 10 (AISI 1996)}$$

donde:

A= Superficie total de la sección transversal

r_o= radio de giro polar de la totalidad de la sección transversal respecto al centro de corte

$$= \sqrt{r_x^2 + r_y^2 + x_o^2} \quad \text{Ec. C3.1.2 - 13 (AISI)}$$

G= Módulo de elasticidad transversal= 11,300

J= Constante de torsión de St. Venant de la sección transversal= 0.00418

C_w= Constante de alabeo torsional de la sección transversal= 70.70

E= Módulo de elasticidad longitudinal= 29,500

$$r_o = \sqrt{3.15^2 + 1.37^2}$$

$$r_o = 3.435 \text{ in}$$

$$F_e = \sigma_t = \frac{1}{(2.24)(3.435)^2} \left[(11300)(0.00418) + \frac{\pi^2 (29500)(70.70)}{((6)(12))^2} \right]$$

$$F_e = 0.03784[47.234 + 3,970.783]$$

$$F_e = 152.04 \text{ ksi}$$

Se tomará $F_e=105.413 \text{ ksi}$ por ser el menor

Para $\lambda_c \leq 1.5$ $F_n = (0.658^{\lambda_c^2})F_y$

Para $\lambda_c > 1.5$ $F_n = \left[\frac{0.877}{\lambda_c^2}\right]F_y$

Donde:

$$\lambda_c = \sqrt{\frac{F_y}{F_e}} \text{ Ec. C4 - 4(AISI)}$$

F_e = La menor de las tensiones de pandeo elástico flexional, torsional y torsional flexional.

$$\lambda_c = \sqrt{\frac{33}{105.413}} = 0.56 < 1.5$$

$$F_n = (0.658^{0.56^2})(33)$$

$$F_n = 28.941 \text{ ksi}$$

3. Determinación del Área Efectiva Ae

$$w_1 = 0.7" - (R + t) = 0.7 - (0.09375 + 0.075) = 0.5313 \text{ in}$$

$$w_2 = 3.0" - 2(R + t) = 3.0 - (0.09375 + 0.075) = 2.6625 \text{ in}$$

$$w_3 = 8.00" - 2(R + t) = 8.00 - (0.09375 + 0.075) = 7.6625 \text{ in}$$

a) Ancho efectivo de los patines de compresión

Elemento uniformemente comprimido con un rigidizador de borde (sección B4.2 AISI)

a.1) Determinación de la resistencia

caso 1 $w/t \leq S/3$

caso 2 $S/3 < w/t < S$

caso 3 $w/t \geq S$

$$w_2/t = 2.6625/0.075 = 35.50$$

$$S = 1.28\sqrt{E/f}$$

Ec. B4 - 1(AISI)

$$S = 1.28\sqrt{29500/28.941}$$

$$S = 40.866$$

$$S/3 = 40.866/3 = 13.622$$

$$S/3 < w/t < S \therefore \text{caso 2}$$

Donde:

$$k = C_2^n (k_a - k_u) + k_u$$

$$C_2 = I_s / I_a \leq 1$$

$$C_1 = 2 - C_2$$

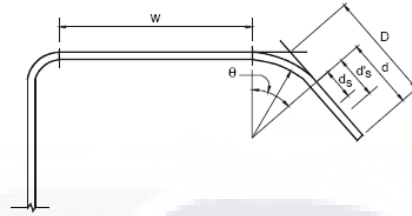
$$n = 1/2$$

$$I_s = \frac{d^3 t}{12} \rightarrow d = w_1$$

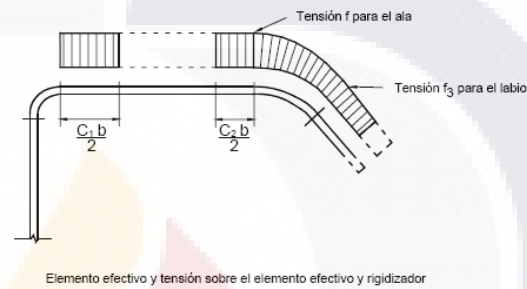
$$k_a = 5.25 - 5(D/w) \leq 4.0$$

$$I_a = 399 \left\{ \left[\frac{(w/t)}{S} \right] - \sqrt{k_u/4} \right\}^3 t^4$$

$$k_u = 0.43$$



D, d = Dimensiones reales del rigidizador
d_s, d_s = Dimensiones efectivas del rigidizador
utilizadas para calcular las propiedades
de la sección



$$I_s = \frac{(0.5313)^3 (0.075)}{12} = 0.000937 in^4$$

$$I_a = 399 \left\{ \left[\frac{(35.50/40.866)}{40.866} \right] - \sqrt{0.43/4} \right\}^3 (0.075)^4$$

$$I_a = 0.002 in^4$$

$$C_2 = \frac{0.000937}{0.002} = 0.469 < 1.0$$

$$D/w_2 = 0.7/2.6625 = 0.2629$$

$$k_a = 5.25 - 5(0.263) + 0.43$$

$$k_a = 3.935 < 4.0$$

$$k = 0.469^{0.5} (3.935 - 0.43) + 0.43$$

$$k = 2.83$$

De acuerdo a la sección B2.1 (AISI) se calcula el ancho efectivo "b" con el valor de "k" obtenido.

$$\lambda = \frac{1.052}{\sqrt{K}} \left(\frac{w_2}{t} \right) \sqrt{\frac{f}{E}}$$

Ec. B2.1 - 4 (AISI 1996)

$$\lambda = \frac{1.052}{\sqrt{2.83}} \left(\frac{2.6625}{0.075} \right) \sqrt{\frac{28,941}{29,500}}$$

$$\lambda = (0.6253)(35.50)(0.03132)$$

$$\lambda = 0.695 > 0.673$$

$$\therefore b = \rho w$$

$$\rho = \frac{1 - 0.22/\lambda}{\lambda} \quad \text{Ec. B2.1 - 3}$$

$$\rho = 0.983$$

$$b = (0.983)(2.6625)$$

$$b = \mathbf{2.617in} \quad \text{Ancho efectivo del patín}$$

b) Ancho efectivo del borde atiesado (w_1)

$$w_1/t = 0.5313/0.075 = 7.084 < 14 \quad O.K.$$

$$\lambda = \frac{1.052}{\sqrt{0.43}} (7.084) \sqrt{\frac{28,941}{29,500}} = 0.356 < 0.673$$

$$\therefore b = d's = w_1$$

$$d's = \mathbf{0.5313 in}$$

$$ds = C_2 d's \quad \text{Ec. B4.2 - 9}$$

$$ds = (0.469)(0.5313) = 0.249 < d's \quad O.K.$$

c) Ancho efectivo de las almas

$$w_3/t = 7.6625/0.075 = 102.167 < 500 \quad O.K.$$

$$\lambda = \frac{1.052}{\sqrt{4}} (102.167) \sqrt{\frac{28,941}{29,500}} = 1.683 > 0.673$$

K=4 para elementos rigidizados
apoyados sobre un alma en cada
borde longitudinal

$$\therefore b = pw_3$$

$$\rho = \frac{(1 - 0.22/\lambda)}{\lambda}$$

$$\rho = (1 - 0.22/1.683)/1.683$$

$$\rho = 0.517$$

$$b = (0.517)(7.6625)$$

$$b = 3.962in$$

d) Área efectiva A_e

$$A_e = 2.24 - [4(0.5313 - 0.249) + 4(2.6625 - 2.617) + 2(7.6625 - 3.962)](0.075)$$

$$A_e = 2.24 - 0.653$$

$$A_e = 1.587in^2$$

4. Cargas Nominal y Admisible

La carga nominal es:

$$P_n = A_e F_n$$

$$P_n = (1.587)(28.941)$$

$$P_n = 45.93kips$$

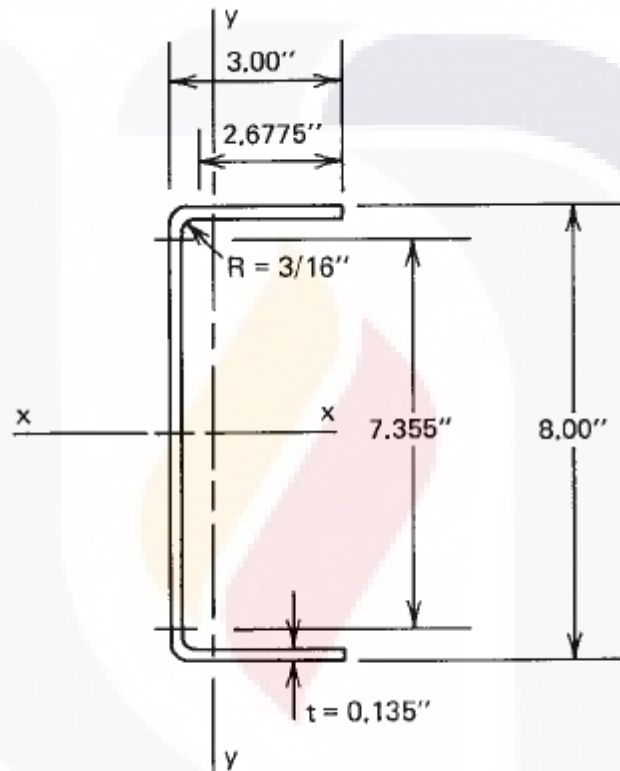
Las cargas admisibles son:

LRFD ($\phi_c = 0.85$)	ASD ($\Omega_c = 1.80$)
$(45.93)(0.85) = 39.04$ kips	$(45.93/1.80) = 25.52$ kips

Ej. 3.0 – Para la sección de canal mostrada, determinar lo siguiente:

- Determinar la longitud crítica L_{cr} , debajo del cual el pandeo torsional flexionante es crítico.
- Utilizar los métodos ASF y LRFD para determinar el esfuerzo de diseño si la carga es aplicada a través del centroide de la sección efectiva.

Asumir que $K_x L_x = K_y L_y = K_t L_t = 6 \text{ ft}$. Utilizar $F_y = 50 \text{ ksi}$.



1. Propiedades de la sección

$A = 1.824 \text{ in}^2$	$m = 1.040 \text{ in}$
$I_x = 17.26 \text{ in}^4$	$J = 0.01108 \text{ in}^4$
$I_y = 1.529 \text{ in}^4$	$C_w = 16.907 \text{ in}^6$
$r_x = 3.076 \text{ in}$	$x_o = 1.677 \text{ in}$
$r_y = 0.916 \text{ in}$	$r_o = 3.622 \text{ in}$
$\beta = 0.7855$	

2. Longitud libre crítica de la columna, L_{cr}

La longitud libre crítica de la columna que divide el pandeo flexional y el pandeo flexo-torsional, puede ser determinado por el método gráfico ó por la solución teórica.

a) *Método gráfico.* Dada la sección, los valores de \bar{b}/\bar{a} , \bar{c}/\bar{a} , y t/\bar{a}^2 son:

$$\begin{aligned} \bar{a} &= 8 - 0.135 = 7.865in \\ \bar{b} &= 3 - 0.135 = 2.9325in \\ \bar{c} &= 0 \\ \bar{b}/\bar{a} &= 2.9325/7.865 = 0.373 \\ \bar{c}/\bar{a} &= 0 \\ t/\bar{a}^2 &= 0.135/(7.865)^2 = 0.0022 \end{aligned}$$

Dado que el valor obtenido de t/\bar{a}^2 en la gráfica de la tabla 3.2 es muy pequeño, es difícil obtener el valor de la longitud crítica L_{cr} , por lo que se procede a utilizar la solución teórica.

b) *Solución teórica.* De acuerdo con la figura 3.2 (ver anexos), la longitud crítica puede ser determinada resolviendo la siguiente ecuación.

$$\begin{aligned} P_y &= (P_{cr})_3 \\ P_y &= \frac{1}{2\beta} \left[(P_x + P_z) - \sqrt{(P_x + P_z)^2 - 4\beta P_x P_z} \right] \end{aligned}$$

Como el área bruta está para ser usada por el cálculo de P_y , P_x y P_z , la siguiente ecuación puede ser usada para determinar L_{cr} :

$$\sigma_{ey} = \frac{1}{2\beta} \left[(\sigma_{ex} + \sigma_t) - \sqrt{(\sigma_{ex} + \sigma_t)^2 - 4\beta \sigma_{ex} \sigma_t} \right]$$

donde:

$$\sigma_{ey} = \frac{\pi^2 E}{\left(K_y L_y / r_y \right)^2} = \frac{\pi^2 (29500)}{(L/0.916)^2}$$

$$\sigma_{ey} = \frac{\pi^2 E}{\left(K_x L_x / r_x \right)^2} = \frac{\pi^2 (29500)}{(L/3.076)^2}$$

$$\sigma_t = \frac{1}{Ar_o^2} \left[GJ + \frac{\pi^2 EC_w}{(K_t L_t)^2} \right] \quad \text{Ec. C3.1.2 - 10 (AISI 1996)}$$

$$\sigma_t = \frac{1}{(1.824)(3.622)^2} \left[(11300)(0.01108) + \frac{\pi^2(29500)(16907)}{(L)^2} \right]$$

Debe de notarse que en la ecuaciones anteriores $K_x L_x = K_y L_y = K_t L_t = L$. Resolviendo las ecuaciones anteriores, la longitud critica es 91.0 in.

3. Cargas Nominal y Permisibles

a) Esfuerzo de Pandeo Nominal F_n

En vista de que los factores de la sección del canal son de una sección simétrica y que la longitud efectiva dada de 72.0 in es menor que la longitud crítica calculada de 91.0 in, la carga nominal axial para el miembro de la compresión dado debe ser gobernado por el pandeo flexo-torsional.

En caso de que la longitud efectiva no sea conocida, ambos pandeos, flexional y flexo-torsional, pueden ser considerados. El valor más pequeño entre el pandeo elástico flexional y el pandeo elástico flexo-torsional pueden ser usados para calcular el esfuerzo de pandeo nominal F_n .

i. Esfuerzo de Pandeo Elástico Flexional sobre el eje "y" Sección 4.1 AISI

$$\frac{K_y L_y}{r_y} = \frac{(6)(12)}{0.916} = 78.60 < 200 \text{ O.K.}$$

$$(F_e)_y = \frac{\pi^2 E}{(KL/r)^2} \quad \text{Ec. C4.1 - 1 (AISI 1996)}$$

$$(F_e)_y = \frac{\pi^2(29500)}{(78.60)^2} = 47.13 \text{ ksi}$$

ii. Esfuerzo Elástico Flexo-Torsional

$$F_e = \frac{1}{2\beta} \left[(\sigma_{ex} + \sigma_t) - \sqrt{(\sigma_{ex} + \sigma_t)^2 - 4\beta\sigma_{ex}\sigma_t} \right] \quad \text{Ec. C4.2 - 1 (AISI 1996)}$$

Donde:

$$\sigma_{ex} = \frac{\pi^2 E}{\left(K_y L_y / r_y \right)^2} \quad \text{Ec. C3.1.2 - 9 (AISI 1996)}$$

$$\sigma_{ex} = \frac{\pi^2 (29500)}{\left((6 \times 12) / 3.076 \right)^2} = 531.41 \text{ ksi}$$

$$\sigma_t = \frac{1}{A r_o^2} \left[GJ + \frac{\pi^2 E C_w}{(K_t L_t)^2} \right] \quad \text{Ec. C3.1.2 - 10 (AISI 1996)}$$

$$\sigma_t = \frac{1}{(1.824)(3.622)^2} \left[(11300)(0.01108) + \frac{\pi^2 (29500)(16.907)}{((6)(12))^2} \right]$$

$$\sigma_t = 0.0418 [125.204 + 949.56] = 44.92 \text{ ksi}$$

Sustituyendo en la ecuación C4.2-1:

$$F_e = \frac{1}{2(0.7855)} \left[(531.41 + 44.92) - \sqrt{(531.41 + 44.92)^2 - 4(0.785)(531.41)(44.92)} \right]$$

$$F_e = 0.637[(576.32) - \sqrt{332,144.74 + 75,001.07}]$$

$$F_e = 0.637(576.32 - 507.09)$$

$$F_e = 44.07 \text{ ksi}$$

Como $44.07 < 47.13 \therefore$ se usará $F_e = 44.07 \text{ ksi}$

$$\lambda_c = \sqrt{\frac{F_y}{F_e}} = \sqrt{\frac{50}{44.07}} = 1.065 < 1.5$$

$$\therefore F_n = (0.658^{\lambda_c^2}) F_y$$

$$F_n = (0.658^{1.065^2}) 50$$

$$F_n = 31.10 \text{ ksi}$$

b) Área Efectiva A_e

i. Patines

$$w = 3 - (R + t) = 3 - (0.1875 + 0.135) = 2.6775 \text{ in}$$

$$w/t = 2.6775/0.135 = 19.83 < 60 \text{ O.K.}$$

$k = 0.43 \rightarrow$ Elementos no rigidizados

$$\lambda = \frac{1.052}{\sqrt{k}} \left(\frac{w}{t}\right) \sqrt{\frac{f}{E}}$$

Ec. B2.1 - 4 (AISI 1996)

$$\lambda = \frac{1.052}{\sqrt{0.43}} (19.83) \sqrt{\frac{31.10}{29500}} = 1.033 > 0.673$$

$$\therefore b = \rho w$$

$$\rho = \frac{(1 - 0.22/\lambda)}{\lambda}$$

$$\rho = (1 - 0.22/1.033)/1.033$$

$$\rho = 0.762$$

$$b = (0.762)(2.6775)$$

$$\underline{b = 2.04 \text{ in}}$$

ii. Alma

$$w = 8 - 2(R + t) = 8 - 2(0.1875 + 0.135) = 7.355 \text{ in}$$

$$w/t = 7.355/0.135 = 54.48 < 500 \text{ O.K.}$$

$k = 4.0 \rightarrow$ Elementos rigidizados apoyados sobre un alma en cada borde longitudinal

$$\lambda = \frac{1.052}{\sqrt{k}} \left(\frac{w}{t}\right) \sqrt{\frac{f}{E}}$$

(Ec. B2.1 - 4 AISI 1996)

$$\lambda = \frac{1.052}{\sqrt{4.0}} (54.48) \sqrt{\frac{31.10}{29500}} = 0.93 > 0.673$$

$$\therefore b = \rho w$$

$$\rho = \frac{(1 - 0.22/\lambda)}{\lambda}$$

$$\rho = (1 - 0.22/0.93)/0.93$$

$$\rho = 0.821$$

$$b = (0.821)(7.355)$$

$$\underline{b = 6.038 \text{ in}}$$

El área efectiva es:

$$A_e = A - [2(2.6775 - 2.04) + (7.355 - 6.038)]0.135$$

$$A_e = 1.82 - (1.275 + 1.317)0.135$$

$$A_e = \mathbf{1.474 \text{ in}^2}$$

c) Carga Axial Nominal para Pandeo de Columna (Flexo-torsional)

$$P_n = A_e F_n$$

$$P_n = (1.474)(31.10)$$

$$P_n = \mathbf{45.84 \text{ kips}}$$

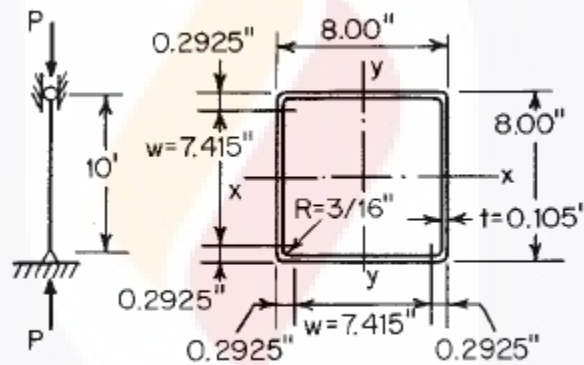
d) Carga Admisible

LRFD ($\phi_c = 0.85$)	ASD ($\Omega_c = 1.80$)
$(45.84)(0.85) = 38.96 \text{ kips}$	$(45.84/1.80) = 25.47 \text{ kips}$

4.2 Solución por Especificaciones del Método Directo 2004 (CUFSM 3.12, Schafer 2006)

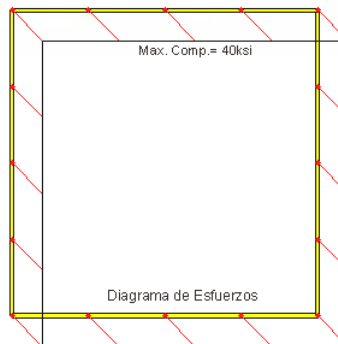
Se tomarán los mismos tres ejemplos anteriores para resolverlos por el método directo introduciendo los datos del perfil en el software CUFSM 3.12 y utilizar las fórmulas del apéndice 1 del AISI 2004, ayudado por los comentarios del mismo utilizando así las especificaciones para la predicción de P_{cre} , P_{rcl} y P_{crd} .

Ej. 1.0 – Determinar la carga axial requerida para una columna tubular cuadrada mostrada. Asumir que $F_y = 40\text{ksi}$; $K_x L_x = K_y L_y = 10\text{ ft}$ y la carga de diseño (muerta-viva) es $1/5$. Utilizar métodos ASD y LRFD.



a) Datos obtenidos por CUFSM:

$P_y = 134.40\text{ ksi}$



Nota: Como en una primera instancia en la gráfica no nos arroja el valor P_{cre}/P_y , se procede a calcular P_{cre} de acuerdo a las especificaciones de los comentarios del Apéndice 1 del AISI 1996 de la siguiente manera:

- Esfuerzo de pandeo Flexo-torsional

$$P_{cre} = A_g f_{cre} = A_g F_e \quad \text{Eq. C-1.1.2-5 (Apéndice 1)}$$

Donde F_e es el menor de los esfuerzos de pandeo elástico flexional, torsional o flexo-torsional.

$$F_e = \frac{\pi^2 E}{(KL/r)^2} = \frac{\pi^2 (29,500)}{(37.36)^2} = 208.60 \text{ksi}$$

Entonces:

$$P_{cre} = (3.273 \text{in}^2)(208.60 \text{ksi}) = 682.75 \text{ksi}$$

$$P_{cre}/P_y = \text{factor de carga}$$

$$682.75/134.40 = 5.08$$

Cuya longitud de onda es 119 in.

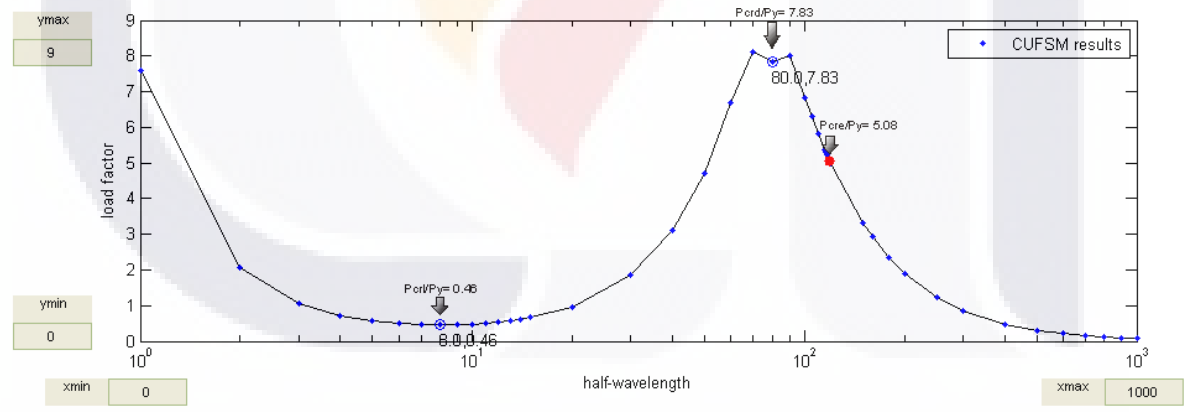
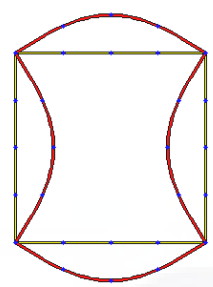
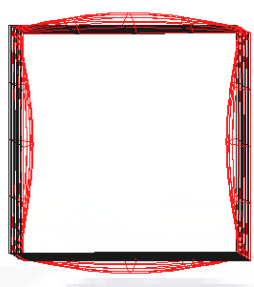


Gráfico 4.2.1. Determinación Gráfica de Pandeos (CUFSM) ej. 1

Pandeo Nominal $P_{cr1}/P_y = 0.46$

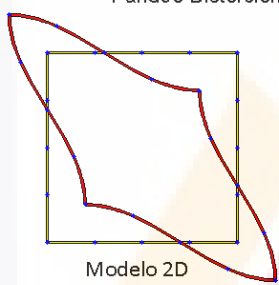


Modelo 2D

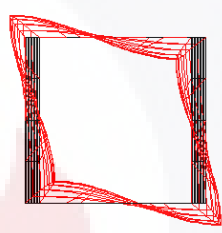


Modelo 3D

Pandeo Distorsional $P_{crd}/P_y = 0.46$

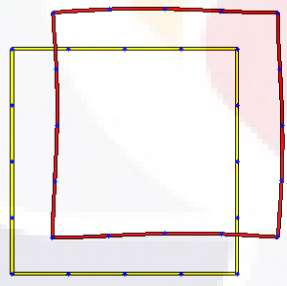


Modelo 2D

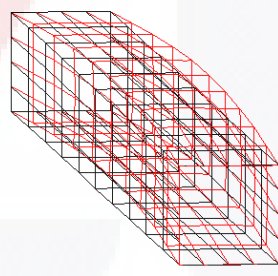


Modelo 3D

Pandeo Flexo - Torsional $P_{cre}/P_y = 5.08$



Modelo 2D



Modelo 3D

Gráfico 4.2.2 Modelos
gráficos de pandeos ej.1

b) Cálculo de Esfuerzo en columnas usando el Método directo de Esfuerzos del Apéndice 1

Datos

Notas: Datos de CUFSM - Problema de aplicación No. 1

$P_y =$	134.4	kip		
$P_{cr\ell}/P_y =$	0.46		$P_{cr\ell} =$	61.824 kip
$P_{crd}/P_y =$	7.83		$P_{crd} =$	1052.352 kip
$P_{cre}/P_y =$	5.08		$P_{cre} =$	682.752 kip

Esfuerzo de Pandeo Flexional, Torsional, o Flexo-Torsional nominal axial por DSM 1.2.1.1

for $\lambda_c \leq 1.5$

$$P_{ne} = \left(0.658\lambda_c^2\right)P_y \quad (Eq. 1.2.1-1)$$

for $\lambda_c > 1.5$

$$P_{ne} = \left(\frac{0.877}{\lambda_c^2}\right)P_y \quad (Eq. 1.2.1-2)$$

where $\lambda_c = \sqrt{P_y/P_{cre}}$ (Eq. 1.2.1-3)

$$\lambda_c = 0.444$$

$$P_{ne} = 123.770 \text{ kip}$$

Esfuerzo de Pandeo Local Nominal Axial por DSM 1.2.1.2

for $\lambda_\ell \leq 0.776$

$$P_{n\ell} = P_{ne} \quad (Eq. 1.2.1-5)$$

for $\lambda_\ell > 0.776$

$$P_{n\ell} = \left[1 - 0.15\left(\frac{P_{cr\ell}}{P_{ne}}\right)^{0.4}\right] \left(\frac{P_{cr\ell}}{P_{ne}}\right)^{0.4} P_{ne} \quad (Eq. 1.2.1-6)$$

where $\lambda_\ell = \sqrt{P_{ne}/P_{cr\ell}}$ (Eq. 1.2.1-7)

$$\lambda_\ell = 1.41 \quad (\text{esbeltez local-global})$$

$$P_{n\ell} = 83.11 \text{ kip} \quad (\text{interacción de reducción local-global})$$

Esfuerzo de Pandeo Distorsional Nominal Axial por DSM 1.2.1.3

for $\lambda_d \leq 0.561$

$$P_{nd} = P_y \quad (Eq. 1.2.1-8)$$

for $\lambda_d > 0.561$

$$P_{nd} = \left(1 - 0.25\left(\frac{P_{crd}}{P_y}\right)^{0.6}\right) \left(\frac{P_{crd}}{P_y}\right)^{0.6} P_y \quad (Eq. 1.2.1-9)$$

where $\lambda_d = \sqrt{P_y/P_{crd}}$ (Eq. 1.2.1-10)

$$\lambda_d = 0.36 \quad (\text{esbeltez distorsional})$$

$$P_{nd} = 134.40 \text{ kip} \quad (\text{seccion total efectiva para pandeo distorsional})$$

Esfuerzo Nominal Axial de la columna por DSM 1.2.1

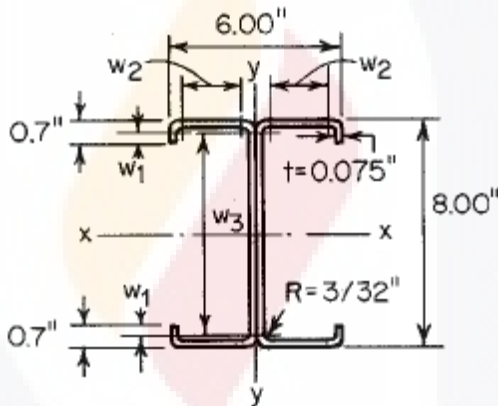
$P_n = 83.11 \text{ kip}$

Esta sección esta referida a los limites precalificados de la sección 1.1.1.1 del DSM? (Y/N)

y

$\phi = 0.85$	esfuerzo adm. LRFD $\phi P_n = 70.64 \text{ kip}$
$\Omega = 1.8$	esfuerzo adm. ASD $P_n/\Omega = 46.17 \text{ kip}$

Ej. 2.0 – Usando los métodos ASD y LRFD determinar el esfuerzo de diseño de la sección “I” mostrada usada como un miembro de compresión. Asumir que el factor de longitud efectiva k es 1.0 para los ejes “x” y “y”, y que la longitud no atiesada para los ejes “x” y “y” son 12 y 6ft respectivamente. Tomar $K_t L_t = 6ft$ y $F_y = 33ksi$.



a) Datos obtenidos por CUFSM:

$P_y = 76.23 \text{ ksi}$

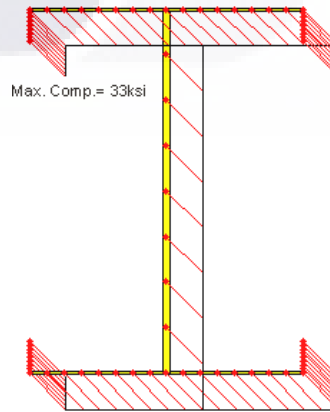


Diagrama de Esfuerzos

Nota: Como en una primera instancia en la gráfica no nos arroja el valor P_{cre}/P_y , se procede a calcular P_{cre} de acuerdo a las especificaciones del AISI 1996 de la siguiente manera:

$$P_{cre} = A_g f_{cre} = A_g F_e$$

$$F_e = \frac{\pi^2 E}{(KL/r)^2} = \frac{\pi^2 (29,500)}{(52.555)^2} = 105.413ksi$$

Entonces:

- Esfuerzo de pandeo Flexo-torsional

$P_{cre} = (2.24in^2)(105.413ksi) = 236.13ksi$
 $P_{cre}/P_y =$ factor de carga
 $236.13/76.23 = 3.09$
 Cuya longitud de onda es 69 in.

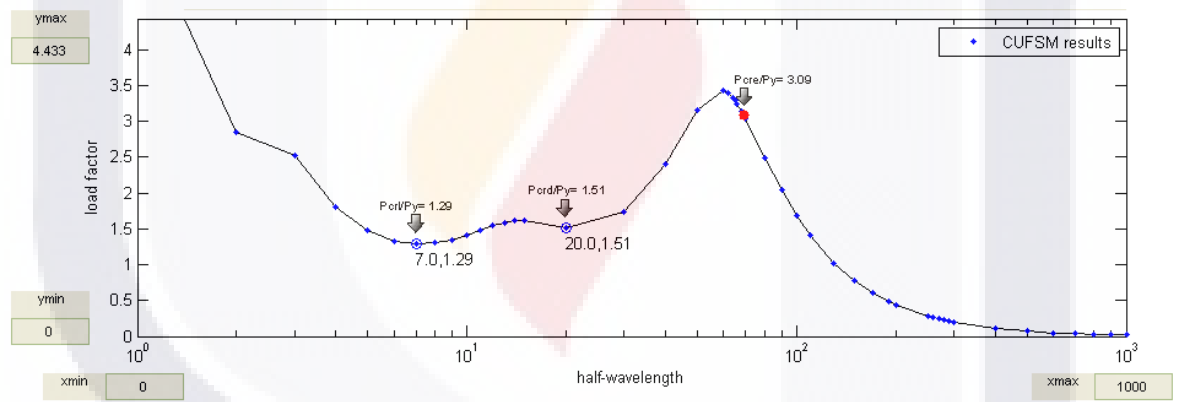
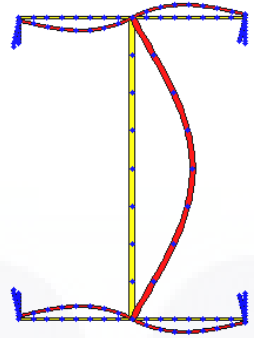
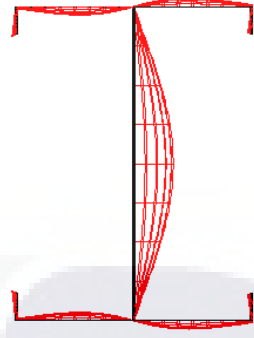


Gráfico 4.2.3. Determinación Gráfica de Pandeos (CUFSM) ej. 2

Pandeo Nominal $P_{cr1}/P_y = 0.46$

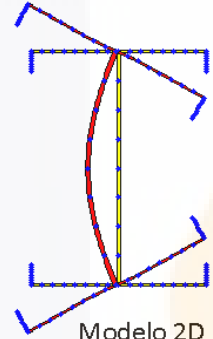


Modelo 2D

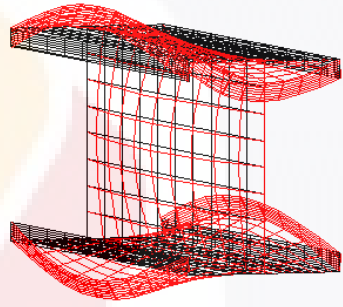


Modelo 3D

Pandeo Distorsional $P_{crd}/P_y = 1.29$

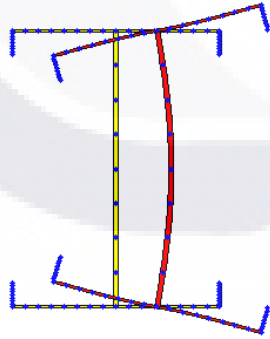


Modelo 2D

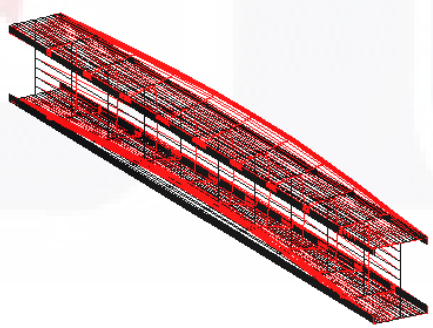


Modelo 3D

Pandeo Flexo - Torsional $P_{cre}/P_y = 3.09$



Modelo 2D



Modelo 3D

Gráfico 4.2.4. Modelos gráficos de pandeos ej.2

b) Cálculo de Esfuerzo en columnas usando el Método directo de Esfuerzos del Apéndice 1

Datos

Notas: Datos de CUFSM - Problema de aplicación No. 2

$P_y =$	76.23	kip		
$P_{cr\ell}/P_y =$	1.29		$P_{cr\ell} =$	98.3367 kip
$P_{crd}/P_y =$	1.51		$P_{crd} =$	115.1073 kip
$P_{cre}/P_y =$	3.09		$P_{cre} =$	235.5507 kip

Esfuerzo de Pandeo Flexional, Torsional, o Flexo-Torsional nominal axial por DSM 1.2.1.1

for $\lambda_c \leq 1.5$

$$P_{ne} = \left(0.658\lambda_c^2\right) P_y \quad (Eq. 1.2.1-1)$$

for $\lambda_c > 1.5$

$$P_{ne} = \left(\frac{0.877}{\lambda_c^2}\right) P_y \quad (Eq. 1.2.1-2)$$

where $\lambda_c = \sqrt{P_y/P_{cre}} \quad (Eq. 1.2.1-3)$

$\lambda_c = 0.569$
 $P_{ne} = 66.573 \text{ kip}$

Esfuerzo de Pandeo Local Nominal Axial por DSM 1.2.1.2

for $\lambda_\ell \leq 0.776$

$$P_{n\ell} = P_{ne} \quad (Eq. 1.2.1-5)$$

for $\lambda_\ell > 0.776$

$$P_{n\ell} = \left[1 - 0.15\left(\frac{P_{cr\ell}}{P_{ne}}\right)^{0.4}\right] \left(\frac{P_{cr\ell}}{P_{ne}}\right)^{0.4} P_{ne} \quad (Eq. 1.2.1-6)$$

where $\lambda_\ell = \sqrt{P_{ne}/P_{cr\ell}} \quad (Eq. 1.2.1-7)$

$\lambda_\ell = 0.82$ (esbeltez local-global)
 $P_{n\ell} = 64.17 \text{ kip}$ (sección total efectiva para pandeo local)

Esfuerzo de Pandeo Distorcional Nominal Axial por DSM 1.2.1.3

for $\lambda_d \leq 0.561$

$$P_{nd} = P_y \quad (Eq. 1.2.1-8)$$

for $\lambda_d > 0.561$

$$P_{nd} = \left(1 - 0.25\left(\frac{P_{crd}}{P_y}\right)^{0.6}\right) \left(\frac{P_{crd}}{P_y}\right)^{0.6} P_y \quad (Eq. 1.2.1-9)$$

where $\lambda_d = \sqrt{P_y/P_{crd}} \quad (Eq. 1.2.1-10)$

$\lambda_d = 0.81$ (esbeltez distorsional)
(reduccion distorsional)
 $P_{nd} = 66.36 \text{ kip}$

Esfuerzo Nominal Axial de la columna por DSM 1.2.1

$P_n = 64.17 \text{ kip}$

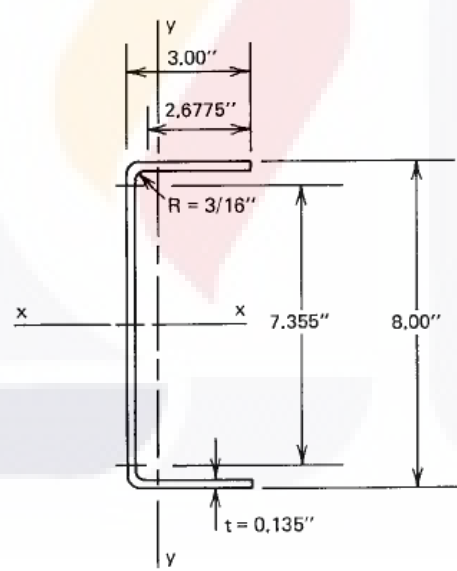
Esta sección esta referida a los limites precalificados de la sección 1.1.1.1 del DSM? (Y/N) y

$\Theta = 0.85$	esfuerzo admisible LRFD $\Theta P_n = 54.55 \text{ kip}$
$\Omega = 1.8$	esfuerzo admisible ASD $P_n/\Omega = 35.65 \text{ kip}$

Ej. 3.0 – Para la sección de canal mostrada, determinar lo siguiente:

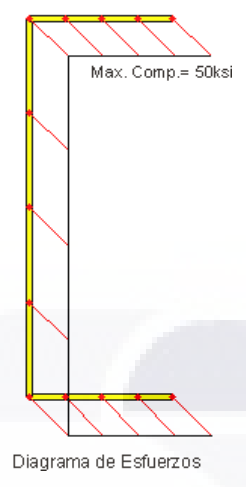
- Determinar la longitud crítica L_{cr} , debajo del cual el pandeo torsional flexionante es crítico.
- Utilizar los métodos ASF y LRFD para determinar el esfuerzo de diseño si la carga es aplicada a través del centroide de la sección efectiva.

Asumir que $K_x L_x = K_y L_y = K_t L_t = 6 \text{ ft}$. Utilizar $F_y = 50 \text{ ksi}$.



a) Datos obtenidos por CUFSM:

$P_y = 94.50 \text{ ksi}$



Nota: Como en una primera instancia en la gráfica no nos arroja el valor P_{cre}/P_y , ni P_{crd}/P_y se procede a calcular P_{cre} y P_{crd} de acuerdo a las especificaciones del AISI 1996 de la siguiente manera:

$$P_{cre} = A_g f_{cre} = A_g F_e$$

$$F_e = \frac{1}{2\beta} \left[(\sigma_{ex} + \sigma_t) - \sqrt{(\sigma_{ex} + \sigma_t)^2 - 4\beta\sigma_{ex}\sigma_t} \right] = 44.07ksi$$

Entonces:

- Esfuerzo de pandeo Flexo-torsional

$$P_{cre} = (1.824in^2)(44.07ksi) = 80.38ksi$$

$P_{cre}/P_y = \text{factor de carga}$
 $80.38/94.50 = 0.85$

- Esfuerzo de pandeo Distorsional

$$P_{crd} = A_g f_{crd} \qquad \text{Eq. C - 1.1.2 - 3 (Apéndice 1)}$$

Donde f_{crd} es el esfuerzo de pandeo en la fibra extrema de compresión

Se utilizará la solución manual de acuerdo a las especificaciones de Schafer 1997:

$$f_{crd} = \frac{k_{\phi fe} + k_{\phi we}}{k_{\phi fg} + k_{\phi wg}}$$

Donde:

$k_{\phi fe}$ = Rigidez elástica rotacional del patín

$$k_{\phi fe} = \left(\frac{\pi}{L_{cr}}\right)^4 \left[(E)(I_x)(x_o - h_x)^2 + (E)(C_w) - E \frac{I_{xy}^2}{I_y} (x_o - h_x)^2 \right] + \left(\frac{\pi}{L_{cr}}\right)^2 GJ$$

$k_{\phi fg}$ = Rigidez geométrica rotacional del patín

$$k_{\phi fg} = \left(\frac{\pi}{L_{cr}}\right)^2 \left[A \left[(x_o - h_x)^2 \left(\frac{I_{xy}}{I_y}\right)^2 - 2y_o(x_o - h_x) \left(\frac{I_{xy}}{I_y}\right) + h_x^2 + y_o^2 \right] + I_x + I_y \right]$$

$k_{\phi we}$ = Rigidez elástica rotacional del alma

$$k_{\phi we} = \frac{(E)(t)^3}{6h(1-\nu^2)}$$

$k_{\phi wg}$ = Rigidez geométrica rotacional del alma

$$k_{\phi wg} = \left(\frac{\pi}{L_{cr}}\right)^2 \frac{th^3}{60}$$

$$\text{Longitud crítica} = L_{cr} = \left[\frac{6\pi^4 h(1-\nu^2)}{t^3} \left[I_x(x_o - h_x)^2 + C_w - \frac{I_{xy}^2}{I_y} (x_o - h_x)^2 \right] \right]^{\frac{1}{4}}$$

$$L_{cr} = 134.833 \text{ in}$$

$$k_{\phi fe} = 1.678$$

$$k_{\phi fg} = 0.01075$$

$$k_{\phi we} = 1.662$$

$$k_{\phi wg} = 0.000625$$

$$P_{crd} = 1.824 \frac{1.678 + 1.662}{0.01075 + 0.000625}$$

$$P_{crd} = (1.824)(293.65) = \mathbf{535.62 \text{ ksi}}$$

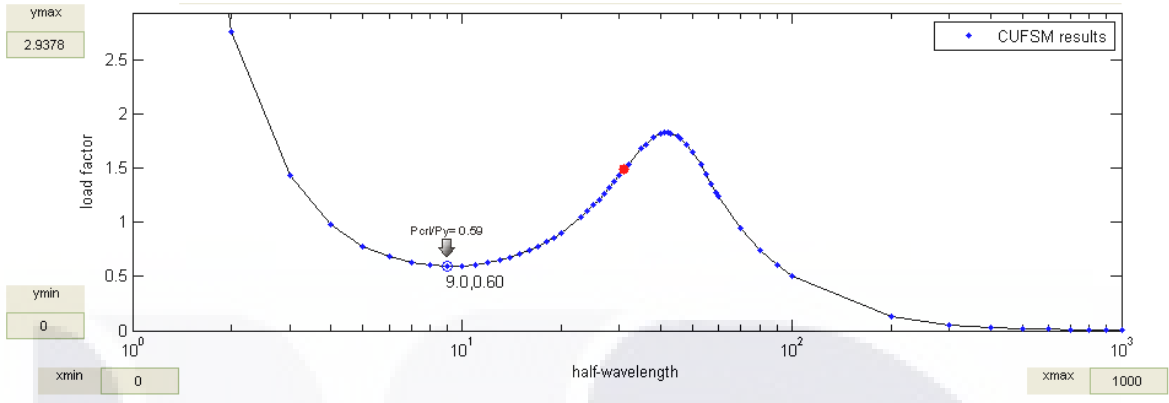


Gráfico 4.2.5. Determinación Gráfica de Pandeos (CUFSM) ej. 3

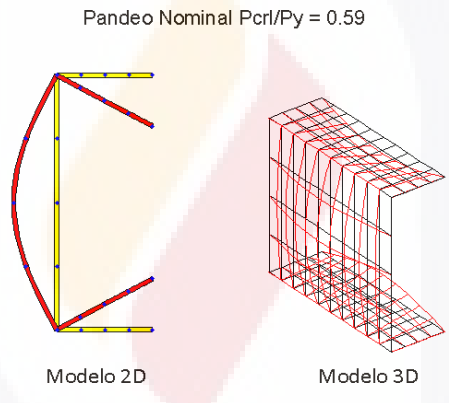


Gráfico 4.2.6. Modelos gráficos de pandeos ej.3

b) Cálculo de Esfuerzo en columnas usando el Método directo de Esfuerzos del Apéndice 1

Datos	Notas: Datos de CUFSM - Problema de aplicación No. 3	
$P_y =$	94.5	kip
$P_{cr\ell}/P_y =$	0.59	$P_{cr\ell} = 55.755$ kip
$P_{crd}/P_y =$	5.67	$P_{crd} = 535.815$ kip
$P_{cre}/P_y =$	0.85	$P_{cre} = 80.325$ kip

Esfuerzo de Pandeo Flexional, Torsional, o Flexo-Torsional nominal axial por DSM 1.2.1.1

for $\lambda_c \leq 1.5$

$$P_{ne} = \left(0.658 \lambda_c^2 \right) P_y \quad (Eq. 1.2.1-1)$$

for $\lambda_c > 1.5$

$$P_{ne} = \left(\frac{0.877}{\lambda_c^2} \right) P_y \quad (Eq. 1.2.1-2)$$

where $\lambda_c = \sqrt{P_y / P_{cre}}$ (Eq. 1.2.1-3)

$\lambda_c = 1.085$
 $P_{ne} = 57.754 \text{ kip}$

Esfuerzo de Pandeo Local Nominal Axial por DSM 1.2.1.2

for $\lambda_\ell \leq 0.776$

$$P_{nl} = P_{ne} \quad (Eq. 1.2.1-5)$$

for $\lambda_\ell > 0.776$

$$P_{nl} = \left[1 - 0.15 \left(\frac{P_{crl}}{P_{ne}} \right)^{0.4} \right] \left(\frac{P_{crl}}{P_{ne}} \right)^{0.4} P_{ne} \quad (Eq. 1.2.1-6)$$

where $\lambda_\ell = \sqrt{P_{ne} / P_{crl}}$ (Eq. 1.2.1-7)

$\lambda_\ell = 1.02$ (esbeltez local-global)
 $P_{nl} = 48.52 \text{ kip}$ (interacción de reducción local-global)

Esfuerzo de Pandeo Distorsional Nominal Axial por DSM 1.2.1.3

for $\lambda_d \leq 0.561$

$$P_{nd} = P_y \quad (Eq. 1.2.1-8)$$

for $\lambda_d > 0.561$

$$P_{nd} = \left(1 - 0.25 \left(\frac{P_{crl}}{P_y} \right)^{0.6} \right) \left(\frac{P_{crl}}{P_y} \right)^{0.6} P_y \quad (Eq. 1.2.1-9)$$

where $\lambda_d = \sqrt{P_y / P_{crl}}$ (Eq. 1.2.1-10)

$\lambda_d = 0.42$ (esbeltez distorsional)
 $P_{nd} = 94.50 \text{ kip}$ (seccion total efectiva para pandeo distorsional)

Esfuerzo Nominal Axial de la columna por DSM 1.2.1

$P_n =$	48.52 kip	(local-global controls)
---------	------------------	-------------------------

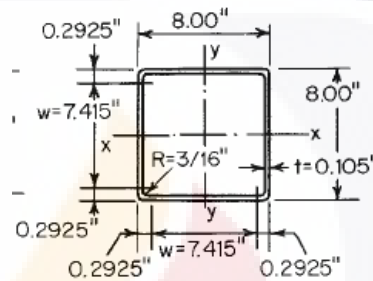
Esta sección esta referida a los limites precalificados de la sección 1.1.1.1 del DSM? (Y/N)

$\Theta =$	0.85	esfuerzo admisible LRFD $\Theta P_n =$	41.24 kip
$\Omega =$	1.8	esfuerzo admisible ASD $P_n / \Omega =$	26.96 kip

5. COMPARATIVA DE RESULTADOS

De acuerdo con los valores obtenidos de los tres ejemplos de aplicación resueltos con las especificaciones del AISI 1996 y posteriormente con el Método de Diseño Directo apoyado en el software CUFSM 3.12 tenemos que los valores de Pn de las secciones analizadas son:

Ejemplo No.1 - Sección Cuadrada -



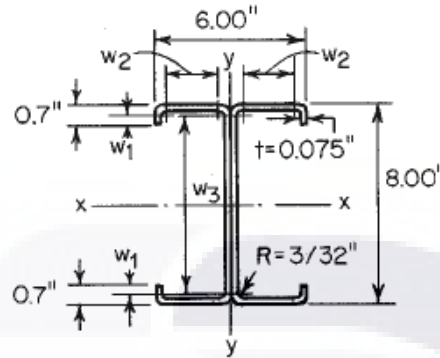
	AISI 1996	DSM - CUFSM	
Ej.	Pn ksi	Pn ksi	Diferencia ksi
1	78.74	83.11	4.37

En esta primera sección la obtención del resultado es relativamente sencillo puesto que se trata de una sección cerrada simétrica, en los resultados arrojados por el software, nos da los valores de P_{cr1}/P_y y P_{crd}/P_y sin embargo el último valor P_{cre}/P_y no lo arroja, por lo que se procedió al cálculo manual para la obtención de este dato.

Una vez realizadas las operaciones para el cálculo de los pandeos observamos que la resistencia menor obtenida es al pandeo nominal (83.11 ksi), por lo que la sección falla antes de alcanzar los pandeos distorsional y flexo-torsional.

La diferencia entre los dos resultados no es considerable, ya que la diferencia de esfuerzos obtenidos solo es el 5%, básicamente la diferencia se presenta debido a que en el programa se insertó la sección sin considerar los radios de los vértices y se tomó el área gruesa, por lo que el área calculada por el mismo es mayor y por lo tanto da una mayor resistencia, por lo que se puede asumir que los valores arrojados por el segundo método de análisis son aceptables y se pueden utilizar de manera confiable.

Ejemplo No.2 - Sección I, Canales acuatados -



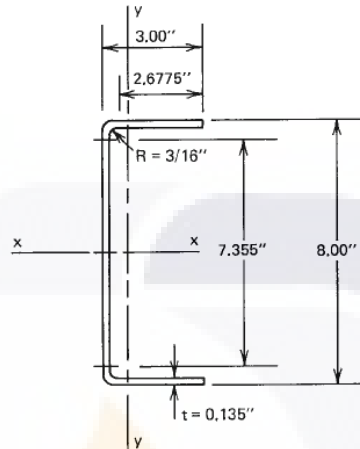
	AISI 1996	DSM - CUFSM	
Ej.	Pn ksi	Pn ksi	Diferencia ksi
2	45.93	64.17	18.24

El análisis del software, nos arroja los valores de P_{crl}/P_y y P_{crd}/P_y sin embargo el último valor P_{cre}/P_y no lo arroja, por lo que se procedió nuevamente al cálculo manual para la obtención de este dato.

Realizando las operaciones para el cálculo de los pandeos observamos que la resistencia menor obtenida vuelve a ser al pandeo nominal (64.17 ksi), por lo que la sección falla antes de alcanzar los pandeos distorsional y flexo-torsional.

Debe aclararse que para esta sección, el modelo que se utilizó en el software fue de una sección "I" a manera de facilitar la inserción de la misma, tomando como espesor del alma el doble del espesor del canal para simular el acuatado de las secciones, dándonos un resultado con una diferencia del 28%, recalcando que ésta diferencia es debida al área arrojada por el software puesto que no esta considerando los radios de los vértices si no el del área bruta, así como las condiciones de la sección, ya que se asumió que el comportamiento de la misma no variaría al cambiar sus condiciones geométricas. Se puede asumir que los valores arrojados por el segundo método de análisis son aceptables considerando que el modelo utilizado es similar, sin embargo, debido a la diferencia de esfuerzos obtenidos, el nivel de confiabilidad del primer método es mayor, puesto que se tiene un mayor margen de tolerancia.

Ejemplo No.3 - Sección Canal -



	AISI 1996	DSM - CUFSM	
Ej.	Pn ksi	Pn ksi	Diferencia ksi
3	45.84	48.52	2.68

El análisis del software, en esta ocasión sólo nos arroja el valor de P_{cr1}/P_y , por lo que se calculó manualmente los valores de P_{cre}/P_y y P_{crd}/P_y utilizando las especificaciones de los comentarios del AISI 2004 para el análisis por el Método Directo.

De acuerdo a los cálculos de los pandeos observamos que la resistencia menor obtenida vuelve a ser al pandeo nominal (48.52 ksi), por lo que la sección falla antes de alcanzar los pandeos distorsional y flexo-torsional.

La diferencia entre los dos resultados es mínima casi despreciable, esta diferencia se presenta debido a que en el programa se insertó la sección sin considerar las los radios de los vértices, por lo que el área calculada por el mismo es mayor y por lo tanto da una mayor resistencia, por lo que se puede asumir que los valores arrojados por el segundo método de análisis son aceptables y se pueden utilizar de manera confiable.

6. CONCLUSIONES

Si bien, los dos métodos estudiados toman como parámetro el valor más pequeño de los esfuerzos de pandeo Flexional, Distorcional ó Flexo-Torsional para determinar el esfuerzo resistente P_n de las secciones de acero rolado en frío, los cálculos entre ambos pueden determinarse distintos si se les compara dentro de los términos de sencillez de obtención de los mismos. Mientras que en las especificaciones del AISI 1996, la obtención del área efectiva de una sección dada es sumamente detallada, por la necesidad de obtener anchos efectivos, en el Método Directo basta con introducir el área gruesa de la sección para su análisis, recalcando en este caso, que con la utilización de la herramienta del software CUFSM, es aún más sencillo, puesto que al introducir la sección, nos da las propiedades geométricas de la sección.

El método de diseño directo (DSM) es un nuevo método para el diseño de miembros de acero rolado en frío, que desarrolla el análisis del elemento bajo el análisis de la franja finita. El acercamiento del método emplea soluciones de pandeo elástico para proveer directamente el esfuerzo del miembro en pandeo global, local y distorsional. El método de diseño directo no emplea ancho efectivo sino las propiedades netas o gruesas de la sección, inclusive no requiere iteraciones para la determinación del esfuerzo.

Dado que los valores obtenidos por ambas especificaciones son muy cercanas, para fines prácticos y de ahorro de tiempo considero que el utilizar el Método Directo con la ayuda del CUFSM, es una alternativa de gran ayuda y funcionalidad, ya que si bien es cierto que el software por sí sólo no da los valores necesarios, sino que hay que realizar operaciones de forma manual para complementarlo, es mucho más práctico y rápido para la obtención de los mismos. No obstante, se tiene que emplear el criterio de cada analista para determinar si los valores obtenidos tienen el rango de confiabilidad requeridos para así determinar la utilización de alguno de los dos resultados.

Es importante obtener las predicciones de las pandeos para poder complementar el análisis cuando se utiliza el CUFSM, ya que se requiere obtener P_{cre} y en ocasiones también el valor de P_{crd} para completar el análisis, sin embargo, facilita los cálculos ya que de una manera gráfica y tangible se pueden ir tanteando los valores del factor de carga cuando se modificando la longitud de onda y se observa el comportamiento de la sección y darnos una idea de donde puede ser que ocurran los pandeos buscados.

7. ANEXOS

Tabla 4.1 Esquina 90°; Dimensiones y Propiedades (Wei-Wen Yu 2000)

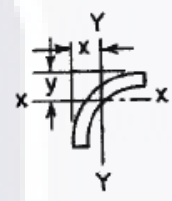
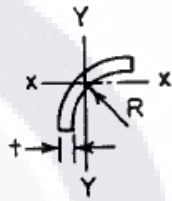
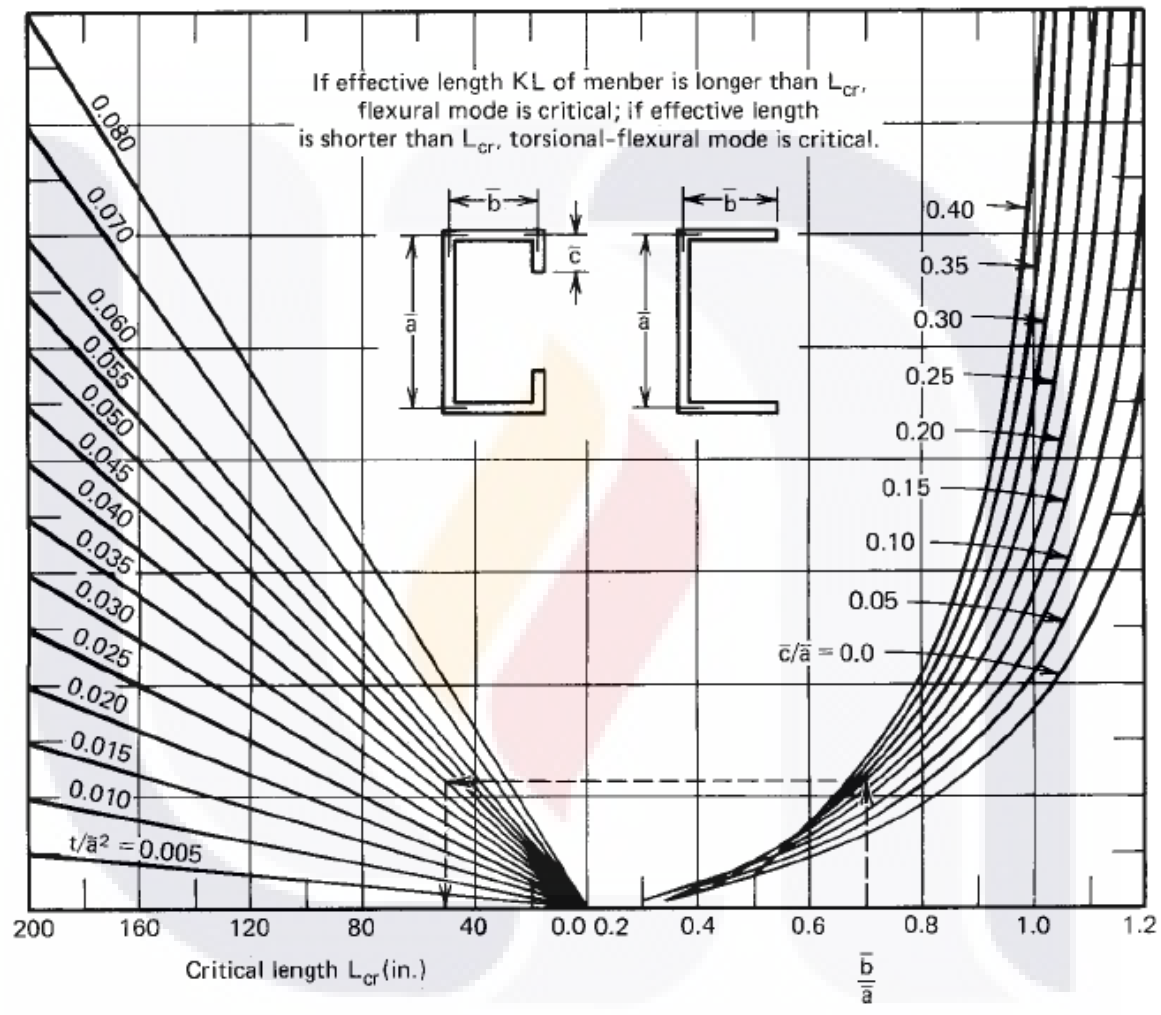
 Dimensions		 Properties			
Thickness t (in.)	Inside Radius R (in.)	Moment of Inertia $I_x = I_y$ (in. ⁴)	Centroid Coordinates $x = y$ (in.)	Area A (in. ²)	Blank Width (in.)
0.135	0.1875	0.0003889	0.1564	0.05407	0.3652
0.105	0.1875	0.0002408	0.1373	0.03958	0.3495
0.075	0.0938	0.0000301	0.0829	0.01546	0.1865
0.060	0.0938	0.0000193	0.0734	0.01166	0.1787
0.048	0.0938	0.0000128	0.0658	0.00888	0.1724
0.036	0.0625	0.00000313	0.0464	0.00452	0.1170

Tabla 3.2 Gráfico para determinar la longitud crítica en canales (Wei-Wen Yu 2000)



APPENDIX 1: DIRECT STRENGTH METHOD FOR COLUMNS

(As excerpted from Appendix 1 of the North American Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members, 2004 Supplement to the 2001 Edition)

1.2.1 Column Design

The nominal axial strength, P_{Nv} is the minimum of P_{ne} , P_{nl} and P_{nd} as given below. For columns meeting the geometric and material criteria of Section 1.1.1.1, Ω_c and ϕ_c are as follows:

USA and Mexico		Canada
Ω_c (ASD)	ϕ_c (LRFD)	ϕ_c (LSD)
1.80	0.85	0.80

For all other columns, Ω and ϕ of Section A1.1(b) apply.

1.2.1.1 Flexural, Torsional, or Torsional-Flexural Buckling

The nominal axial strength, P_{ne} , for flexural, ... or torsional- flexural buckling is

$$\text{for } \lambda_c \leq 1.5 \quad P_{ne} = (0.658^{\lambda_c^2}) P_y \tag{Eq. 1.2.1-1}$$

$$\text{for } \lambda_c > 1.5 \quad P_{ne} = \left(\frac{0.877}{\lambda_c^2} \right) P_y \tag{Eq. 1.2.1-2}$$

where $\lambda_c = \sqrt{P_y/P_{cre}}$ (Eq. 1.2.1-3)

$$P_y = A_g F_y \tag{Eq. 1.2.1-4}$$

P_{cre} = Minimum of the critical elastic column buckling load in flexural, torsional, or torsional-flexural buckling ...

1.2.1.2 Local Buckling

The nominal axial strength, P_{nl} , for local buckling is

$$\text{for } \lambda_\ell \leq 0.776 \quad P_{nl} = P_{ne} \tag{Eq. 1.2.1-5}$$

$$\text{for } \lambda_\ell > 0.776 \quad P_{nl} = \left[1 - 0.15 \left(\frac{P_{crl}}{P_{ne}} \right)^{0.4} \right] \left(\frac{P_{crl}}{P_{ne}} \right)^{0.4} P_{ne} \tag{Eq. 1.2.1-6}$$

where $\lambda_\ell = \sqrt{P_{ne}/P_{crl}}$ (Eq. 1.2.1-7)

P_{crl} = Critical elastic local column buckling load ...

P_{ne} is defined in Section 1.2.1.1.

1.2.1.3 Distortional Buckling

The nominal axial strength, P_{nd} , for distortional buckling is

$$\text{for } \lambda_d \leq 0.561 \quad P_{nd} = P_y \tag{Eq. 1.2.1-8}$$

$$\text{for } \lambda_d > 0.561 \quad P_{nd} = \left(1 - 0.25 \left(\frac{P_{cnd}}{P_y} \right)^{0.6} \right) \left(\frac{P_{cnd}}{P_y} \right)^{0.6} P_y \tag{Eq. 1.2.1-9}$$

where $\lambda_d = \sqrt{P_y/P_{cnd}}$ (Eq. 1.2.1-10)

P_{cnd} = Critical elastic distortional column buckling load ...

P_y is given in Eq. 1.2.1-4.

Local, Distortional, and Euler Buckling of Thin-Walled Columns

B. W. Schafer, M.ASCE¹

Abstract: Open cross-section, thin-walled, cold-formed steel columns have at least three competing buckling modes: local, distortional, and Euler (i.e., flexural or flexural-torsional) buckling. Closed-form prediction of the buckling stress in the local mode, including interaction of the connected elements, and the distortional mode, including consideration of the elastic and geometric stiffness at the web/flange juncture, are provided and shown to agree well with numerical methods. Numerical analyses and experiments indicate postbuckling capacity in the distortional mode is lower than in the local mode. Current North American design specifications for cold-formed steel columns ignore local buckling interaction and do not provide an explicit check for distortional buckling. Existing experiments on cold-formed channel, zed, and rack columns indicate inconsistency and systematic error in current design methods and provide validation for alternative methods. A new method is proposed for design that explicitly incorporates local, distortional and Euler buckling, does not require calculations of effective width and/or effective properties, gives reliable predictions devoid of systematic error, and provides a means to introduce rational analysis for elastic buckling prediction into the design of thin-walled columns.

DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9445(2002)128:3(289)

CE Database keywords: Thin-wall structures; Columns; Buckling; Cold-formed steel.

Introduction

Compared with conventional structural columns, the pronounced role of instabilities complicates behavior and design of thin-walled columns. Elastic buckling analysis of open cross-section, thin-walled columns typically reveal at least three buckling modes: local, distortional, and Euler. Finite strip analysis of a cold-formed steel lipped channel in pure compression (Fig. 1) shows that for practical member lengths all modes occur at stresses low enough that they must be considered in understanding and predicting behavior. Therefore, in addition to usual considerations for columns: material nonlinearity (e.g., yielding), imperfections, residual stresses, etc., the individual role and potential for interaction of buckling modes must also be considered.

Characterizing local buckling and its contribution to the degradation in strength of Euler buckling has dominated thin-walled steel column research in one form or another since the 1940's. As a result, distortional buckling was often intentionally restricted in research and ignored in design specifications. More recent work on high strength steel storage rack columns, which due to their unique geometry and elevated yield stress exhibit distortional buckling as a primary failure mode, lead to increased interest in distortional column failures (Hancock et al. 1994). A complete summary of the history of thin-walled steel column research with

an emphasis on distortional buckling can be found in Schafer (2000).

Work in the last two decades has added much to our understanding of thin-walled columns, but a consistent design method that incorporates current knowledge is lacking. The combination of more refined methods for local and distortional buckling prediction, improved understanding of the postbuckling strength and imperfection sensitivity in distortional failures, and the relatively large amount of available experimental data allow for a reassessment of existing design methods and development of new procedures. Consistent integration of local, distortional and Euler buckling into the design of thin-walled columns is needed.

Elastic Local, Distortional, and Euler Buckling

Local Buckling Prediction

Closed-form prediction of local buckling is examined using two methods: the element approach and a semiempirical interaction approach. The element approach is the classic solution for buckling of an isolated plate. For lipped channel and zed columns (Fig. 2) with web depth h , flange width b , and lip length d , the critical local buckling stress (f_{cr}) is

$$(f_{cr})_{web} = k \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{h}\right)^2 \quad \text{and } k=4 \quad (1)$$

$$(f_{cr})_{flange} = k \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad \text{and } k=4 \quad (2)$$

$$(f_{cr})_{lip} = k \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{d}\right)^2 \quad \text{and } k=0.43 \quad (3)$$

For the element approach, local buckling of a member, as opposed to a single element, may be approximated by taking the minimum of Eqs. (1)–(3), or weighted averages. Alternatively,

¹Assistant Professor, 203 Latrobe Hall, Johns Hopkins Univ., Baltimore, MD 21218. E-mail: schafer@jhu.edu

Note. Associate Editor: Ronald D. Ziemian. Discussion open until August 1, 2002. Separate discussions must be submitted for individual papers. To extend the closing date by one month, a written request must be filed with the ASCE Managing Editor. The manuscript for this paper was submitted for review and possible publication on October 3, 2000; approved on July 2, 2001. This paper is part of the *Journal of Structural Engineering*, Vol. 128, No. 3, March 1, 2002. ©ASCE, ISSN 0733-9445/2002/3-289-299/\$8.00 + \$.50 per page.

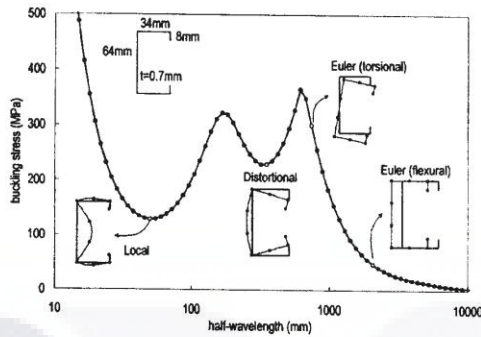


Fig. 1. Finite strip analysis of drywall stud

local interaction may be ignored and each element assumed to buckle independently; current design largely follows this approach (AISI 1996).

The semiempirical interaction approach accounts for local buckling interaction in a single connected element. Expressions for k are determined for both flange/lip local buckling and flange/web local buckling by empirical close-fit solutions to finite strip analysis results. The solutions for k [of Eq. (2)] including interactions are

$$k_{\text{flange/lip}} = -11.07 \left(\frac{d}{b}\right)^2 + 3.95 \left(\frac{d}{b}\right) + 4 \quad (d/b < 0.6) \quad (4)$$

$$\text{if } \frac{h}{b} \geq 1, k_{\text{flange/web}} = 4 \left(\frac{b}{h}\right)^{2f} \left[2 - \left(\frac{b}{h}\right)^{0.4}\right] \quad (5)$$

$$\text{if } \frac{h}{b} < 1, k_{\text{flange/web}} = 4 \left[2 - \left(\frac{h}{b}\right)^{0.2}\right] \quad (6)$$

Local buckling of the entire member (f_{cr}) may be predicted by taking the minimum of Eq. (4) and the appropriate expression from Eq. (5) or (6) and substituting into Eq. (2).

Distortional Buckling Prediction

Methods for closed-form prediction in the distortional mode include Desmond et al. (1981) as employed in North American design specifications (AISI 1996), and Lau and Hancock (1987) as employed in Australian/New Zealand design practice. Closed-form prediction of distortional buckling of beams is derived in Schafer and Peköz (1999); extension of this method to columns is completed here.

The rotational stiffness (k_ϕ) at the juncture of the flange and the web may be expressed as the summation of the elastic and stress dependent geometric stiffness terms with contributions from both the flange and the web:

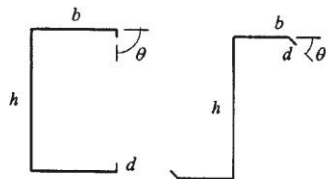


Fig. 2. Geometry of members

$$k_\phi = (k_{\phi f} + k_{\phi w})_e - (k_{\phi f} + k_{\phi w})_g \quad (7)$$

Buckling ensues when the elastic stiffness at the web/flange juncture is eroded by the geometric stiffness, i.e., when

$$k_\phi = 0 \quad (8)$$

If the stress dependent portion of the geometric stiffness is linearized and written explicitly then the critical buckling stress for distortional buckling (f_{crd}) may be found as

$$k_\phi = k_{\phi fe} + k_{\phi we} - f(\bar{k}_{\phi fg} + \bar{k}_{\phi wg}) = 0 \quad (9)$$

$$f_{crd} = \frac{k_{\phi fe} + k_{\phi we}}{\bar{k}_{\phi fg} + \bar{k}_{\phi wg}} \quad (10)$$

Expressions for the flange remain unchanged from that of the previously derived work on beams, therefore,

$$k_{\phi fe} = \left(\frac{\pi}{L}\right)^4 \left[EI_{xf}(x_o - h_x)^2 + EC_{wf} - E \frac{I_{xyf}^2}{I_{yf}} (x_o - h_x)^2 \right] + \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 GJ_f \quad (11)$$

$$\bar{k}_{\phi fg} = \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \left\{ A_f \left[(x_o - h_x)^2 \left(\frac{I_{xyf}}{I_{yf}}\right)^2 - 2\nu_o(x_o - h_x) \times \left(\frac{I_{xyf}}{I_{yf}} + h_x^2 + y_o^2\right) \right] + I_{xf} + I_{yf} \right\} \quad (12)$$

All expressions with the subscript f (I_{xf} , I_{yf} , J_f , etc.) refer to section properties for the flange alone. Explicit expressions for all quantities in Eqs. (11) and (12) are provided in Schafer and Peköz (1999).

For columns, the web contributes rotational stiffness at both ends (i.e., both flanges buckle in the distortional mode as shown in Fig. 1) as opposed to the web of beams where rotation is only considered at one end (i.e., only the compression flange buckles). The rotational stiffness contribution of the web at the web/flange juncture is assumed equal at each end. The mechanical model employed for the web is a single, simply supported, lower order, plate bending, finite strip [see Cheung and Tam (1998) for finite strip derivations]. For the case where the lateral translation of the web at the web/flange juncture is restrained, expressions simplify greatly:

$$k_{\phi we} = \frac{Et^3}{6h(1-\nu^2)} \quad (13)$$

$$\bar{k}_{\phi wg} = \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \frac{th^3}{60} \quad (14)$$

Considering the lateral translation of the web at the web/flange juncture free leads to overly conservative predictions of the distortional buckling stress and is thus not detailed here.

Determination of the critical length for distortional buckling of columns follows that of the previous derivation for beams, with appropriate substitutions reflecting Eqs. (13) and (14). The resulting critical length is

$$L_{cr} = \left\{ \frac{6\pi^4 h(1-\nu^2)}{t^3} \left[I_{xf}(x_o - h_x)^2 + C_{wf} - \frac{I_{xyf}^2}{I_{yf}} (x_o - h_x)^2 \right] \right\}^{1/4} \quad (15)$$

The elastic distortional buckling stress (f_{crd}) is found by determining the critical length L_{cr} using Eq. (15), substituting $L = L_{cr}$

8. GLOSARIO

Símbolo

A	Superficie total no reducida de la sección transversal
B	Ancho de cálculo efectivo de un elemento comprimido
C _w	Constante de alabeo torsional de la sección transversal
E	Módulo de elasticidad longitudinal del acero, 29,500 ksi (203,000 Mpa)
F _e	Tensión de pandeo elástico
F _n	Tensión nominal de pandeo
F _y	Límite de fluencia utilizado para el diseño
G	Módulo de elasticidad transversal del acero, 11,300 ksi (78,000 Mpa)
h	profundidad de una porción plana del alma medida a lo largo del plano del alma
I	Momento de inercia
I _x , I _y	Momento de inercia de la totalidad de la sección respecto al eje principal
I _{xy}	Producto de inercia de la totalidad de la sección respecto a los ejes baricéntricos mayor y menor
J	Constante de torsión de St. Venant
j	Propiedad de la sección para pandeo flexional-torsional
K	factor de longitud efectiva
$k_{\phi fe}$	Rigidez elástica rotacional del patín
$k_{\phi fg}$	Rigidez geométrica rotacional del patín
$k_{\phi we}$	Rigidez elástica rotacional del alma
$k_{\phi wg}$	Rigidez geométrica rotacional del alma

Símbolo

P_n	Resistencia axial nominal de un miembro
r_x, r_y	Radio de giro de la totalidad de la sección transversal respecto al eje baricéntrico principal
t	Espesor del acero base d cualquier elemento o sección
w	ancho plano de un elemento excluyendo los radios
x_o	Distancia entre el centro de corte y el baricentro medida sobre el eje principal x
θ	Ángulo que forma un elemento con su rigidizador de borde
λ, λ_c	Factores de esbeltez
μ	Coefficiente de Poisson del acero = 0.30
σ_{ex}	$(\pi^2 E)/(K_x L_x / r_x^2)$
σ_{ey}	$(\pi^2 E)/(K_y L_y / r_y^2)$
σ_t	Tensión de pandeo torsional

9. BIBLIOGRAFÍA

1. AISI (1996) Especificación para el diseño de miembros estructurales de acero conformado en frío, American Iron and steel Institute, Washington, D.C.
2. Wei - Wen Yu, Ph. D., P.E., Cold-Formed Steel Design, John Wiley & Sons, Third Edition, Año 2000.
3. Schafer, B. W., "Designing Cold-Formed Steel Using the Direct Strength Method", 18th International speciality Conference on Cold-formed Steel Structures, October 26-27, 2006, Orlando, florida.
4. Schafer, B. W., Local, Distortional, and Euler Buckling of Thin-Walled Columns, Journal of structural engineering, March 2002.
5. Ben Schafer, CUFSM 3.12, www.ce.jhu.edu/bschafer/cufsm
6. Kwon, Y. B., and Hancock, G.J. (1992). " Test of cold-formed channel with local and distortional buckling." J. Struct. Eng. 118(7), 1786-1803.
7. Schafer, B. W. (2000) "Distortional buckling of cold-formed steel columns: Final report." Sponsored by the American Iron and Steel Institute, Washington, D.C.