



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA  
DE AGUASCALIENTES

CENTRO DE CIENCIAS DEL DISEÑO Y LA CONSTRUCCIÓN

*TESIS*

OPTIMIZACIÓN DEL CONCRETO REFORZADO CON FIBRAS DE ACERO Y  
POLIPROPILENO EN PISOS INDUSTRIALES, BASADO EN ANÁLISIS  
EXPERIMENTAL Y NUMÉRICO

PRESENTA

Alejandro Meza de Luna

PARA OBTENER EL GRADO DE DOCTOR EN CIENCIAS DE LOS ÁMBITOS  
ANTRÓPICOS

TUTOR

Dr. José Ángel Ortiz Lozano

COMITÉ TUTORAL

Dr. Juan José Soto Bernal

Dr. Tonahtiuco Moreno Codina

Dr. Martín Hernández Marín

Dr. Jesús Pacheco Martínez

Aguascalientes, Ags., 27 de Noviembre del 2015





UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE AGUASCALIENTES

Asunto: Solicitud de aprobación de tema de tesis del M. en I. Alejandro Meza de Luna

DR. MARIO EDUARDO ZERMEÑO DE LEÓN  
DECANO DEL CENTRO DE CIENCIAS DEL DISEÑO Y DE LA CONSTRUCCIÓN  
PRESENTE

Estimado Dr. Mario Eduardo Zermeño

Por medio de la presente le solicito de la manera más atenta la aprobación del tema de Tesis para la obtención del grado de Doctor en Ciencias de los Ámbitos Antrópicos del alumno M. en I. Alejandro Meza de Luna (ID: 159909) del Programa del Doctorado en Ciencias de los Ámbitos Antrópicos (DCAA) PNPIC.

**OPTIMIZACIÓN DEL CONCRETO REFORZADO CON FIBRAS DE ACERO Y PÓLIPROPILENO EN PISOS INDUSTRIALES, BASADO EN ANÁLISIS EXPERIMENTAL Y NUMÉRICO**

La tesis se fundamenta en optimizar el empleo del concreto reforzado con fibras de acero y polipropileno en diferentes dosificaciones para el uso en losas industriales, estudiando la interacción con el suelo en diferentes terraplenes, buscando su rendimiento mecánico y de costo. El M. I. Alejandro Meza de Luna concluyó de manera adecuada los seis semestres pertenecientes al Plan Curricular del Programa Doctoral en el mes de junio del presente. Actualmente está terminando su proyecto de investigación por lo cual se necesita de su consentimiento para la aprobación del tema final de tesis. De acuerdo a lo mencionado, el alumno cuenta con el tiempo requerido para efectuar este trámite y además está en condiciones para finalizar su tesis cumpliendo con el periodo reglamentario que establece la institución de adscripción (UAA) y CONACYT para realizar su titulación. Los Cotutores autorizados por el Consejo Académico del DCAA son: Dr. Juan José Soto Bernal y el Dr. Tonahitc Moreno Codina. Como sinodales: el Dr. Martín Hernández Marín y el Dr. Jesús Pacheco Martínez.

Sin otro particular por el momento agradezco la atención y aprovecho la oportunidad para enviarte un cordial saludo.

ATENTAMENTE  
"SE LUMEN PROFERRE"  
Aguascalientes, Ags., a 29 de octubre de 2015.

DR. JOSÉ ÁNGEL ORTIZ LDZANO,  
TUTOR DEL ALUMNO.

Vo. Bo.

DR. ALEJANDRO ACOSTA COLLAZO  
SECRETARIO TÉCNICO DEL DOCTORADO EN CIENCIAS DE LOS ÁMBITOS ANTRÓPICOS.

c.c.p. M. en I. Alejandro Meza de Luna  
c.c.p. Archivo  
AAC

*Recibido en  
Gobernación  
29 de octubre 2015*



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE AGUASCALIENTES

Asunto: Voto aprobatorio de impresión de tesis de M. en I. Alejandro Meza de Luna

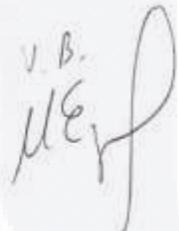
DR. MARIO EDUARDO ZERMEÑO DE LEÓN  
DECANO DEL CENTRO DE CIENCIAS DEL DISEÑO Y DE LA CONSTRUCCIÓN  
PRESENTE

Por medio de la presente, como Tutor designado del estudiante M. en I. Alejandro Meza de Luna, con ID 159909, quien realizó la tesis titulada: **OPTIMIZACIÓN DEL CONCRETO REFORZADO CON FIBRAS DE ACERO Y POLIPROPILENO EN PISOS INDUSTRIALES, BASADO EN ANÁLISIS EXPERIMENTAL Y NUMÉRICO**, y con fundamento al artículo 175, Apartado II del Reglamento General de Docencia, me permito emitir el **VOTO APROBATORIO**, para que él pueda proceder a imprimirla, así como continuar con el procedimiento administrativo para la obtención de grado.

Pongo lo anterior a si digna consideración y sin otro particular por el momento, me permito enviarle un cordial saludo.

ATENTAMENTE  
"SE LUMEN PROFERRE"  
Aguascalientes, Ags., a 4 de noviembre de 2015.

  
DR. JOSÉ ÁNGEL ORTIZ LOZANO  
TUTOR DEL ALUMNO

V.B.  


Vo.Bo.

  
DR. JUAN JOSÉ SOTO BERNAL  
COTUTOR

Vo.Bo.

  
DR. TONAHTLIUC MORENO CODINA  
COTUTOR

c.c.p. M. en I. Alejandro Meza de Luna  
c.c.p. M. María Guadalupe Valdés Reyes, Jefa del Departamento de Apoyo al Posgrado  
c.c.p. Dr. Alejandro Acosta Cortizo, Secretario Técnico del Doctorado en Ciencias de las Áreas Ambientales  
c.c.p. Archivo





UNIVERSIDAD AUTÓNOMA  
DE AGUASCALIENTES

CENTRO DE CIENCIAS DEL DISEÑO  
Y DE LA CONSTRUCCIÓN

CCDC-D-250-2015  
ASUNTO: Autorización de  
Tema de Tesis:

**M. EN I. ALEJANDRO MEZA DE LUNA  
PRESENTE.**

Con base en lo que establece el Reglamento de Docencia en el artículo 173, le informo que se le autoriza el tema de tesis, OPTIMIZACIÓN DEL CONCRETO REFORZADO CON FIBRAS DE ACERO Y POLIPROPILENO EN PISOS INDUSTRIALES, BASADO EN ANÁLISIS EXPERIMENTAL Y NUMÉRICO. Así mismo se le designa como Tutor de Tesis al Dr. José Ángel Ortiz Lozano, los Cotutores autorizados son: Dr. Juan José Soto Bernal y el Dr. Tonahtiac Moreno Codina. Como Sinodales el Dr. Martín Hernández Marín y el Dr. Jesús Pacheco Martínez. A fin de asignarle fecha para la verificación del Examen de Grado para la obtención del título de Doctorado en Ciencias de los Ámbitos Antrópicos, deberá cumplir con lo establecido en los artículos 161, 162, 174 y 175.

Con el objeto de dar cumplimiento a este reglamento el paso siguiente será autorizar la impresión de su tesis, toda vez que presente la carta de liberación y/o acuerdo señalado en la Fracc. II del artículo 175.

Sin más por el momento, aprovecho la oportunidad para enviarle un cordial saludo.

ATENTAMENTE  
"SE LUMEN PROFERRE"  
Aguascalientes, Ags., 4 de noviembre de 2015

DR. EN ING. MARIO EDUARDO ZERMEÑO DE LEÓN  
DECANO

- c.c.p. M. en Ing. José Luis López López  
Secretario de Investigación y Posgrado
- c.c.p. Dr. Alejandro Acosta Collazo - Secretario Técnico de Doctorado.
- c.c.p. Dr. José Ángel Ortiz Lozano - Tutor de Tesis.
- c.c.p. Dr. Juan José Soto Bernal - Cotutor.
- c.c.p. Dr. Tonahtiac Moreno Codina - Cotutor.
- c.c.p. Dr. Martín Hernández Marín - Sinodal.
- c.c.p. Dr. Jesús Pacheco Martínez - Sinodal.
- c.c.p. Archivo

MEZL/ibm

## AGRADECIMIENTOS

Estos agradecimientos los separo en tres rubros nombrados por orden alfabético, los cuales considero que complementan y son esenciales para la realización de mi doctorado.

En el aspecto familiar, en primer lugar quiero agradecer a mi esposa Laura quien fue la primera en apoyarme y motivarme para realizar este proceso doctoral. Ella ha sido mi inspiración para salir adelante. A mis hijos, Laura Montserrat y Paul Alejandro, quienes han sido mis motores, el reflejo de perseverancia y logros. A mis padres, Fernando y Leticia que me encaminaron y me dejaron la herencia del estudio y superación. Mis hermanos, Fer, Mago, Lenis, Vale, Migue, Paco, Tomas y Lety, por su apoyo en todos aspectos. Mis suegros, Toño y Cora quienes también estuvieron al pendiente de mi doctorado, así como Lili, Lupita, Carlos y mi compadre Carlitos. También quiero agradecer a Joaquín Salas, por estar asesorándome desde la elección de mi carrera profesional.

En el aspecto profesional, quisiera reservar las primeras líneas de agradecimiento a mi tutor, José Ángel Ortiz Lozano, por su gran apoyo a lo largo de este tiempo, tanto en el ámbito académico como en el personal, a mis co-tutores Juan José Soto Bernal y Tonahtiuc Moreno Codina, por el entusiasmo y dedicación que siempre mostraron durante la realización de este trabajo; a mis asesores técnicos, Martín Hernández Marín y Jesús Pacheco Martínez, por el interés mostrado en esta tesis. A todos ellos, que me han guiado, aconsejado y atendido en todo momento. También quiero agradecer a todos los integrantes del comité del Doctorado en Ciencias de los Ámbitos Antrópicos encabezado por el Dr. Alejandro Acosta Collazo por brindarme la oportunidad de realizar esta investigación.

Estos tres años del programa doctoral fueron conformados por grandes campañas experimentales que ha brindado la oportunidad de trabajar en equipo. Por lo que es importante agradecer a las personas que estuvieron participando activamente en este proceso. Es difícil nombrar a todos los que participaron en todos los ensayos experimentales y estaría seguro de omitir alguno, pero quiero destacar la participación de Lorenzo Peralta Jaime que estuvo comandando los procesos experimentales, de la misma forma al Grupo Constructor PEASA y al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología de México (CONACYT) por el financiamiento de este proyecto de investigación a través del Convenio de Colaboración C. No. E. 94/11 en el marco del proyecto clave EC0-2011-COI-000000000171093: “Desarrollo de concreto de alto desempeño y su proceso constructivo, adaptable a las materias primas de la región centro del país, para su aplicación en pisos de naves industriales de la industria automotriz y aeroespacial”, del Fondo de Innovación Tecnológica de la Secretaría de Economía-CONACYT.

De manera similar quiero reconocer al Instituto Tecnológico de Aguascalientes por haberme apoyado para la realización de este doctorado. A mis compañeros y amigos por acompañarme en esta travesía de conocimiento y por su singular apoyo en ser mejores. Así mismo, doy gracias a la Universidad Autónoma de Aguascalientes por abrirme las puertas para estudiar mi doctorado.

En el aspecto religioso, a Dios por ser tan generoso conmigo, otorgándome tiempo, espacio y capacidad para culminar con éxito estos estudios.

A todos ellos, muchas gracias.

TESIS TESIS TESIS TESIS TESIS



*A mi amada esposa, Laura por ser mi inspiración y motivación.  
A mis adorados hijos Laura Montserrat y Paul Alejandro por ser mi fuente de  
energía.  
A mis padres y hermanos.*

*En memoria de Papa Nando, Nadia y Abuelita Pifa.*

TESIS TESIS TESIS TESIS TESIS



## Índice General

Índice General	1
Índice de Tablas	5
Índice de Figuras	9
Índice de Ecuaciones	17
Acrónimos	21
Resumen	23
Abstract	24
<b>1 Introducción</b>	<b>25</b>
1.1 Planteamiento del problema	26
1.2 Objetivo general y objetivos específico	28
1.3 Hipótesis	29
1.4 Justificación	29
1.5 Contraste de la tesis	31
1.6 Metodología	32
<b>2 Enfoque Antrópico</b>	<b>35</b>
2.1 Industria-Sociedad	36
2.2 Historia y evolución del concreto	37
2.3 El concreto en México	39
2.4 Generalidades del piso industrial	40
2.5 Aplicación de muestreo de encuestas al sector industrial	42
<b>3 Estado general del conocimiento</b>	<b>47</b>
3.1 Fibras	48
3.1.1 Historia	48
3.1.2 Generalidades del concreto reforzado con fibras de acero	50
3.1.3 Generalidades del concreto reforzado con fibras de polipropileno	51
3.2 Organismos que regulan los ensayos del concreto con fibras	53

3.2.1	RILEM	54
3.2.2	ASTM	55
3.2.3	JCI	57
3.2.4	UNE	58
3.3	Patologías de las losas de concreto apoyadas en el suelo	58
3.3.1	Cargas de vehículos	60
3.3.2	Cargas concentradas	61
3.3.3	Cargas distribuidas	62
3.3.4	Problemas en el suelo	62
3.4	Investigaciones del piso con fibras apoyado en el suelo	63
3.5	Características del suelo	65
3.5.1	Módulo de reacción	65
3.6	Ecuaciones de diseño de losas sin refuerzo apoyadas en el suelo	66
3.6.1	Modelo de Westergaard	67
3.6.2	Modelo de Winkler	68
3.6.3	Modelo de Meyerhof	68
3.6.3.1	<i>Concrete Society</i>	70
3.6.3.2	ACI	71
3.7	Diseño de losas reforzadas con fibras apoyadas en el suelo	72
3.7.1	<i>Concrete Society</i>	72
3.7.2	ACI	73
3.7.3	DVB, RILEM y fib	74
<b>4</b>	<b>Campaña experimental y resultados</b>	<b>77</b>
4.1	Fibras empleadas	78
4.2	Etapa 1: Comportamiento mecánico del concreto reforzado con fibras de acero o polipropileno	81
4.2.1	Generalidades	82
4.2.2	Resultados	83
4.3	Etapa 2: Comportamiento mecánico del concreto reforzado con fibras en diferentes dosificaciones	89

4.3.1	Resultados	90
4.4	Etapa 3: Comportamiento mecánico del piso con fibras apoyado en diferentes terraplenes	95
4.4.1	Fibras utilizadas	96
4.4.2	Características del suelo	97
4.4.3	Ensayo experimental	100
4.4.4	Resultados	105
<b>5</b>	<b>Modelación numérica</b>	<b>109</b>
5.1	Modelos constitutivos del concreto reforzado con fibras	110
5.2	La modelación numérica y el concreto	114
5.3	Historia de la modelación numérica del concreto reforzado con fibras	115
5.4	Historia de la modelación numérica del piso con fibras apoyado en el suelo	118
5.5	Modelos numéricos para losas de concreto reforzado con fibras	123
5.5.1	Modelo de grieta inmersa "smeared cracking model"	124
5.5.2	Modelo de Drucker-Prager	126
5.5.3	Modelo de Mohr-Coulomb	128
5.6	Modelado por elemento finito de vigas de concreto reforzado con fibras	129
5.6.1	Generalidades de la simulación	129
5.6.2	Resultados carga-deflexión	132
5.6.3	Resultados de agrietamiento	134
5.7	Modelado por elemento finito de pisos industriales reforzados con fibras	136
5.7.1	Ensayos triaxiales	136
5.7.2	Generalidades de la simulación	140
5.7.3	Resultados carga-deflexión	143
5.7.4	Resultados de agrietamiento	145

<b>6 Optimización</b>	<b>151</b>
6.1 La optimización y sus generalidades	152
6.2 Análisis de la geometría y forma de fibras en vigas	156
6.3 Análisis de la dosificación de fibras en vigas	157
6.3.1 Ecuaciones de comportamiento	160
6.4 Análisis de la interacción piso-suelo	165
6.4.1 Estudio numérico de losas apoyadas en el suelo	165
6.4.2 Factores significativos	166
6.4.3 Gráficos de contorno y superficie	167
6.4.4 Optimización de respuestas	168
6.4.5 Propuestas de solución	168
6.5 Análisis de regresión	175
<b>Conclusiones</b>	<b>183</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>191</b>
<b>Anexos</b>	<b>203</b>
Anexo A.- Formato de encuestas aplicadas al sector industrial	
Anexo B.- Materiales y métodos del concreto	
Anexo C.- Resultados experimentales de la etapa 1	
Anexo D.- Resultados experimentales de la etapa 2	
Anexo E.- Resultados del análisis de optimización	
Anexo F.- Ensayos de abrasión en pisos industriales	
Anexo G.- Artículos publicados en revistas indexadas	
Anexo H.- Difusión de resultados de la investigación	

## Índice de Tablas

Tabla 2.1.- Evolución del concreto a través del tiempo_____	37
Tabla 2.2.- Comparación entre las diferentes formas de construcción de una losa industrial_____	41
Tabla 4.1.- Características de las fibras ensayadas en las campañas experimentales_____	78
Tabla 4.2.- Características de las fibras ensayadas en las campañas experimentales (Continuación)_____	79
Tabla 4.3.- Imágenes de las fibras de acero ensayadas en las campañas experimentales_____	80
Tabla 4.4.- Imágenes de las fibras de polipropileno ensayadas en las campañas experimentales_____	81
Tabla 4.5.- Probetas fabricadas para ensayos de compresión y flexión, así como cantidades y proporciones de fibras_____	82
Tabla 4.6.- Resultados del ensayo de revenimiento y razón de Poisson del concreto NF, SFRC y PFRC de acuerdo a la norma ASTM C-143_____	83
Tabla 4.7.-Resultados de resistencia a compresión y módulo de elasticidad (E)___	84

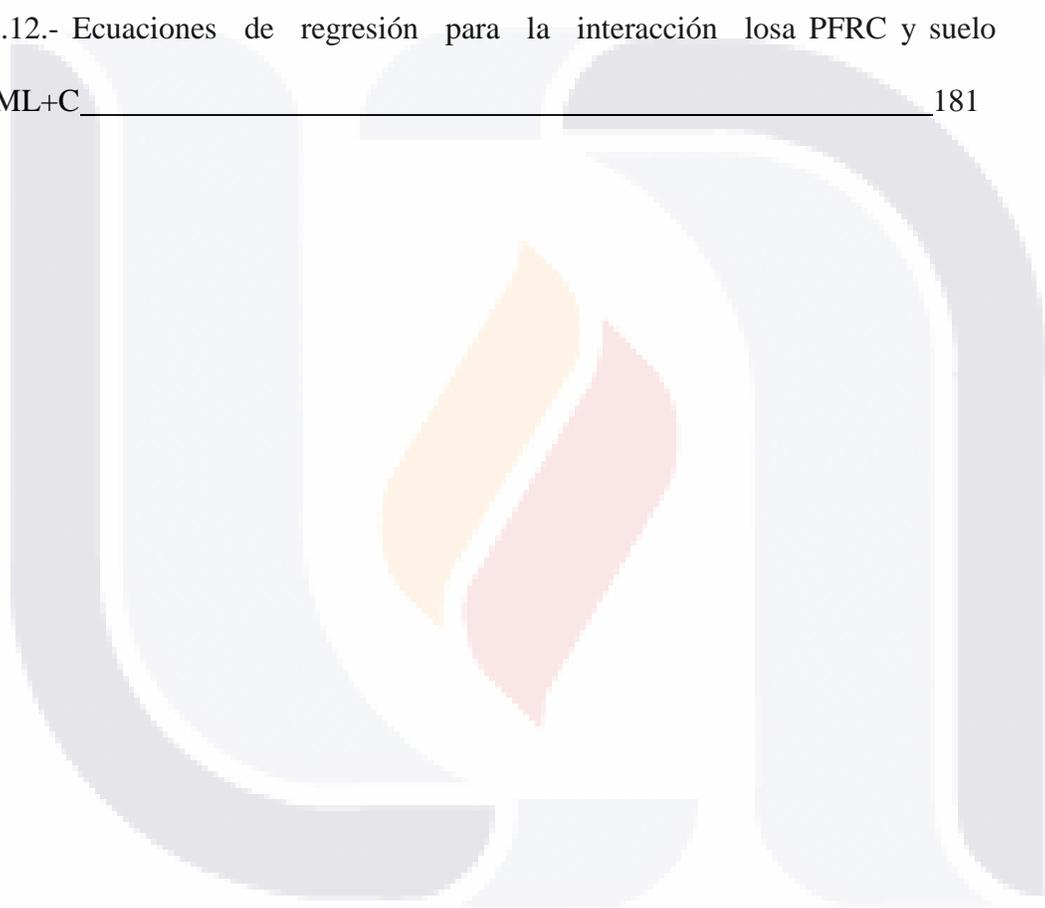
Tabla 4.8.- Módulo de ruptura, índices de tenacidad y resistencia residual a flexión en vigas prismáticas a 28 días_____	88
Tabla 4.9.- Costo en pesos del concreto SFRC y PFRC por metro cubico_____	89
Tabla 4.10.- Geometría y características de las fibras empleadas en la segunda etapa experimental_____	90
Tabla 4.11.-Resultados de resistencia a compresión y módulo de elasticidad_____	91
Tabla 4.12.- Índices de tenacidad a compresión hasta una deformación unitaria de 0.005_____	93
Tabla 4.13.- Parámetros mecánicos e índices de tenacidad a flexión_____	95
Tabla 4.14.-Resultados del módulo de reacción de las capas del suelo con diferente sustrato_____	100
Tabla 5.1.- Modelos constitutivos del concreto reforzado con fibras_____	110
Tabla 5.2.- Resultados de los ensayos triaxiales en laboratorio para diferentes terraplenes_____	140
Tabla 5.3.- Proceso de agrietamiento de la interacción losa-suelo_____	146
Tabla 5.4.- Resultados del estudio numérico y teórico para las diferentes interacciones losa-suelo_____	148

Tabla 6.1.- Factores y respuestas para un concreto SFRC apoyado en diferentes terraplenes, con carga al centro	170
Tabla 6.2.- Factores y respuestas para un concreto SFRC apoyado en diferentes terraplenes, con carga a la esquina	170
Tabla 6.3.- Factores y respuestas para un concreto PFRC apoyado en diferentes terraplenes, con carga al centro	171
Tabla 6.4.- Factores y respuestas para un concreto SFRC apoyado en diferentes terraplenes, con carga a la esquina	171
Tabla 6.5.- Características propuesta para optimizar las respuestas de una interacción losa-suelo utilizando fibras de acero con sección de losa uniforme	173
Tabla 6.6.- Características propuesta para optimizar las respuestas de una interacción losa-suelo utilizando fibras de polipropileno con sección de losa uniforme	174
Tabla 6.7.- Ecuaciones de regresión para la interacción losa SFRC y suelo MS	176
Tabla 6.8.- Ecuaciones de regresión para la interacción losa SFRC y suelo MS+CP	177
Tabla 6.9.- Ecuaciones de regresión para la interacción losa SFRC y suelo ML+C	178

Tabla 6.10.- Ecuaciones de regresión para la interacción losa PFRC y suelo  
MS\_\_\_\_\_179

Tabla 6.11.- Ecuaciones de regresión para la interacción losa PFRC y suelo  
MS+CP\_\_\_\_\_180

Tabla 6.12.- Ecuaciones de regresión para la interacción losa PFRC y suelo  
ML+C\_\_\_\_\_181



## Índice de Figuras

Figura 1.1.- Imagen de un piso industrial_____	26
Figura 1.2.- Imagen del refuerzo convencional utilizado para un piso industrial__	27
Figura 1.3.- Imagen de las cargas comunes en pisos industriales_____	28
Figura 1.4.- Parque oceanográfico en Valencia, España_____	30
Figura 1.5.- Piso industrial agrietado de una empresa de Aguascalientes_____	30
Figura 2.1.- Central eléctrica Battersea, en Londres Inglaterra_____	36
Figura 2.2.- Primeras obras en concreto en México_____	40
Figura 2.3.- Elementos de soporte en una piso industrial_____	40
Figura 2.4.- Distribución de áreas con problemas de agrietamiento en pisos industriales de concreto_____	43
Figura 2.5.- Porcentaje de áreas con degradación en pisos industriales de concreto_____	44
Figura 2.6.- Elementos que causan el agrietamiento de los pisos industriales_____	44
Figura 2.7.- Problemas ocasionados por el piso en mal estado_____	45
Figura 3.1.- Rollo de hilo de acero, del cual se producen fibras para el refuerzo del concreto_____	49
Figura 3.2.- Carrete con hilo de nylon, representación del material base para fibras de polipropileno para el concreto_____	49
Figura 3.3.- Fibra de acero con ganchos en los extremos_____	50

Figura 3.4.- Fibra de acero ondulada_____	50
Figura 3.5.- Macro-fibra de polipropileno ondulada_____	52
Figura 3.6.- Micro-fibra de polipropileno recta_____	52
Figura 3.7.- Esquema del ensayo <i>3-point bending</i> de acuerdo al RILEM TC-162_ _____	55
Figura 3.8.- Características del ensayo de flexión, de acuerdo a la norma ASTM-C78 _____	56
Figura 3.9.- Diagrama indicado por el ASTM, para el cálculo por Índice de tenacidad _____	57
Figura 3.10.- Índice de tenacidad de acuerdo al JCI_____	58
Figura 3.11.- Ejemplo de un piso industrial con agrietamiento de una empresa de Aguascalientes_____	59
Figura 3.12.- Ejemplo de montacargas industrial_____	60
Figura 3.13.- Ejemplo de un sistema de estantes industriales_____	61
Figura 3.14.- Ejemplo de cargas industriales distribuidas_____	62
Figura 3.15.- Esquema que ilustra la posición relativa de la aplicación de la carga _____	66
Figura 4.1.- Resultados del ensayo a compresión para concreto reforzado con fibras de acero_____	85
Figura 4.2.- Resultados del ensayo a compresión para concreto reforzado con fibras de polipropileno_____	85

Figura 4.3.- Gráfica carga-deflexión para concretos reforzados con fibras de acero a 28 días	86
Figura 4.4.- Gráfica carga-deflexión para concretos reforzados con fibras de polipropileno a 28 días	87
Figura 4.5.- Gráfica esfuerzo-deformación unitaria a compresión para los concretos NF y SFRC es diferentes dosificaciones	92
Figura 4.6.- Gráfica esfuerzo-deformación unitaria a compresión para los concretos NF y PFRC en sus diferentes dosificaciones	92
Figura 4.7.- Gráfica carga-deflexión a flexión para los concretos NF, SFRC y PFRC	94
Figura 4.8.- Gráficas carga-deflexión a flexión para los concretos NF, SFRC y PFRC	94
Figura 4.9.- Localización del área de los ensayos de la etapa 3	94
Figura 4.10.-Preparación del área de ensayo	97
Figura 4.11.-Realización de prueba de placa	98
Figura 4.12.-Realización de prueba geofísica	99
Figura 4.13.-Pisos generados para los ensayos	101
Figura 4.14.- Esquema de la matriz de ensayo para pisos apoyados sobre diferentes sustratos	101
Figura 4.15.- Imagen del primer ensayo in situ para la interacción piso-suelo	102
Figura 4.16.- Máquina utilizada para aplicar carga, en el segundo ensayo	103

Figura 4.17.- Aplicación de carga en el segundo ensayo_____	103
Figura 4.18- Imagen del sistema empleado para los ensayos en pisos_____	105
Figura 4.19.- Imagen de las características del equipo empleado para los ensayos en pisos_____	104
Figura 4.20.- Resultados para los pisos sobre el terraplén de arena limosa_____	105
Figura 4.21.- Resultados para los pisos sobre el terraplén de arena limosa con 2% de cemento_____	105
Figura 4.22.- Resultados para el piso sobre el terraplén de limo de baja plasticidad con 2% de cal_____	106
Figura 5.1.- Tipos de agrietamiento para el concreto_____	115
Figura 5.2.- Esquema representativo del modelado por elemento finito, extraído del estudio de Mehmet_____	116
Figura 5.3.- Esquema representativo del modelado por elemento finito, extraído del estudio de Menin_____	117
Figura 5.4.- Esquema representativo del modelado por elemento finito, extraído del estudio de Bennegadi_____	117
Figura 5.5.- Esquema representativo del modelado por elemento finito, extraído del estudio de Montaignac_____	118
Figura 5.6.- Esquema representativo del modelado por elemento, extraído del estudio de Meda_____	119
Figura 5.7.- Esquema representativo del modelado por elemento finito, extraído del estudio de Barros_____	120

Figura 5.8.- Esquema representativo del modelado por elemento finito, extraído del estudio de Belletti_____	120
Figura 5.9.- Esquema representativo del modelado por elemento finito, extraído del estudio de Sorelli_____	121
Figura 5.10.- Esquema representativo del modelado por elemento finito, extraído del estudio de Elsaigh_____	122
Figura 5.11.- Esquema representativo del modelado por elemento finito, extraído del estudio de Alani_____	122
Figura 5.12.- Esquema representativo del modelado por elemento finito, extraído del estudio de Gaedicke_____	123
Figura 5.13.- Propiedades uniaxiales del concreto, extraído del estudio de Chaudhari_____	125
Figura 5.14.- Modelo de Drucker-Plager, extraído del manual de Abaqus_____	127
Figura 5.15.- Modelo de Mohr-Coulomb, extraído del manual de Abaqus_____	128
Figura 5.16.- Datos de alimentación a tensión para el concreto SFRC 20_____	130
Figura 5.17.-Datos de alimentación a tensión para el concreto SFRC 30_____	130
Figura 5.18.-Datos de alimentación a tensión para el concreto SFRC 40_____	130
Figura 5.19.-Datos de alimentación a tensión para el concreto PFRC 2.125_____	131
Figura 5.20.-Datos de alimentación a tensión para el concreto PFRC 4.250_____	131
Figura 5.21.-Datos de alimentación a tensión para el concreto PFRC 6.375_____	131

Figura 5.22.-Relación de nodos de referencia para el registro de la carga y deflexión_____	132
Figura 5.23.- Gráfica carga-deflexión a flexión para el concreto SFRC de resultados experimentales y por FE_____	133
Figura 5.24.- Gráfica carga-deflexión a flexión para el concreto PFRC de resultados experimentales y por FE_____	133
Figura 5.25.- Imagen de la entalla realizada en la simulación de agrietamiento_____	134
Figura 5.26.- Resultado del proceso de agrietamiento para vigas reforzada con fibras en ABAQUS_____	135
Figura 5.27.- Patrón de agrietamiento en ensayos de flexión en vigas normalizadas, proveniente de la segunda campaña experimental_____	135
Figura 5.28.- Prueba lenta para ensayo triaxial_____	137
Figura 5.29.- Especímenes elaborados para los ensayos triaxiales_____	138
Figura 5.30.- Diagrama esfuerzo-deformación de los ensayos triaxiales a 0.5 kg/cm <sup>2</sup> _____	138
Figura 5.31.- Diagrama esfuerzo-deformación de los ensayos triaxiales a 1 kg/cm <sup>2</sup> _____	139
Figura 5.32.- Diagrama esfuerzo-deformación de los ensayos triaxiales a 1.5 kg/cm <sup>2</sup> _____	139
Figura 5.33.- Círculo de Mohr de los ensayos triaxiales a 0.5, 1 y 1.5 kg/cm <sup>2</sup> de presión confinante_____	140
Figura 5.34.- Partes que involucran la modelación de las losas sobre el terraplén_____	141

Figura 5.35.- Generalidades de la simulación piso-suelo_____	142
Figura 5.36.- Condiciones de frontera de la modelación losa-suelo_____	142
Figura 5.37.- Resultados de la modelación para pisos apoyados en terraplén con arena limosa_____	143
Figura 5.38.- Resultados de la modelación para pisos apoyados en terraplén con limo arenoso y cemento en 2%_____	144
Figura 5.39.- Resultados de la modelación para pisos apoyados en terraplén con material de limo de baja plasticidad y cal en 2%_____	144
Figura 5.40.- Ampliación del agrietamiento en la modelación losa-suelo, utilizando la metodología XFEM_____	145
Figura 5.41.- Proceso de agrietamiento_____	146
Figura 6.1.- Gráfico de superficie para las respuestas del concreto reforzado con fibras de acero_____	158
Figura 6.2.- Gráfico de superficie para las respuestas del concreto reforzado con fibras de acero_____	158
Figura 6.3.- Gráfico de superficie para las respuestas del concreto reforzado con fibras de polipropileno_____	159
Figura 6.4.- Gráfico de superficie para las respuestas del concreto reforzado con fibras de polipropileno_____	159
Figura 6.5.- Modelo cuatrilíneo del comportamiento a flexión del concreto SFRC y PFRC_____	162

Figura 6.6.-Modelo trilineal del comportamiento a tensión del concreto SFRC y PFRC\_\_\_\_\_164

Figura 6.7.- Geometría de sección transversal variable en la losa para optimizar las respuestas de una interacción losa-suelo\_\_\_\_\_169

Figura 6.8.- Geometría de sección transversal constante en la losa para optimizar las respuestas de una interacción losa-suelo\_\_\_\_\_172



## Índice de Ecuaciones

Ecuación 3.1.- Fórmula para el cálculo de esfuerzo $f_{ct}$	57
Ecuación 3.2.- Fórmula para el cálculo de esfuerzo $f_{e,3}$	57
Ecuación 3.3.- Fórmula para el cálculo de esfuerzo $\sigma_m$ para carga interna, propuesta por Westergaard	67
Ecuación 3.4.- Fórmula para el cálculo del valor $Z_I$ para carga interna, propuesta por Westergaard	67
Ecuación 3.5.- Fórmula para el cálculo de esfuerzo $\sigma_m$ para carga en el eje, propuesta por Westergaard	67
Ecuación 3.6.- Fórmula para el cálculo del valor $Z_e$ para carga en el eje, propuesta por Westergaard	67
Ecuación 3.7.- Fórmula para el cálculo de esfuerzo $\sigma_m$ para carga en la esquina, propuesta por Westergaard	67
Ecuación 3.8.- Fórmula para el cálculo del valor $Z_e$ para carga en la esquina, propuesta por Westergaard	68
Ecuación 3.9.- Fórmula para el cálculo del valor b para carga en la esquina, propuesta por Westergaard	68
Ecuación 3.10.- Fórmula para el cálculo del valor b para carga en la esquina, propuesta por Westergaard	68
Ecuación 3.11.- Fórmula para el cálculo del valor l para carga en la esquina, propuesta por Westergaard	68
Ecuación 3.12.- Ecuación de Winkler	69
Ecuación 3.13.-Ecuación de Meyerhof	69
Ecuación 3.14.-Fórmula para el cálculo del valor momento, propuesta por el <i>Concrete Society</i>	70
Ecuación 3.15.-Fórmula para el cálculo de la carga permisible para carga interna, propuesta por el <i>Concrete Society</i>	70
Ecuación 3.16.- Fórmula para el cálculo de la carga permisible para carga en el eje, propuesta por el <i>Concrete Society</i>	70

Ecuación 3.17.- Fórmula para el cálculo de la carga permisible para carga en la esquina, propuesta por el <i>Concrete Society</i>	70
Ecuación 3.18.- Fórmula para el cálculo de la carga permisible para carga interna, propuesta por el ACI	71
Ecuación 3.19.- Fórmula para el cálculo de la carga permisible para carga interna, propuesta por el ACI	71
Ecuación 3.20.- Fórmula para el cálculo de la carga permisible para carga en la esquina, propuesta por el ACI	71
Ecuación 3.21.- Fórmula para el cálculo de la carga permisible para carga en la esquina, propuesta por el ACI	71
Ecuación 3.22.- Fórmula para el cálculo de la carga permisible para carga en el eje, propuesta por el ACI	72
Ecuación 3.23.- Fórmula para el cálculo de la carga permisible para carga en el eje, propuesta por el ACI	72
Ecuación 3.24.- Fórmula para el cálculo del valor l, propuesta por el ACI	72
Ecuación 3.25.- Fórmula para el cálculo del momento, propuesta por el <i>Concrete Society</i>	73
Ecuación 3.26.- Fórmula para el cálculo de la carga permisible al centro, propuesta por el ACI	73
Ecuación 3.27.- Fórmula para el cálculo del momento permisible al centro, propuesta por el ACI	73
Ecuación 3.28.- Fórmula para el cálculo de la carga permisible al eje, propuesta por el ACI	73
Ecuación 3.29.- Fórmula para el cálculo del momento permisible al eje, propuesta por el concrete ACI	73
Ecuación 3.30.- Fórmula para el cálculo de la carga permisible a la esquina, propuesta por el concrete ACI	73
Ecuación 3.31.- Fórmula para el cálculo del momento permisible a la esquina, propuesta por el concrete ACI	73
Ecuación 4.1.- Fórmula para el cálculo de velocidad Vp del suelo	99
Ecuación 4.2.- Fórmula para el cálculo de velocidad Vs del suelo	99

Ecuación 4.3.- Fórmula para el cálculo de densidad del suelo	99
Ecuación 4.4.- Fórmula para el cálculo de módulo de elasticidad del suelo	99
Ecuación 4.5.- Fórmula para el cálculo de relación de Poisson del suelo	100
Ecuación 4.6.- Fórmula para el cálculo de módulo de reacción del suelo	100
Ecuación 6.1.- Fórmula para la hipótesis nula	152
Ecuación 6.2.- Fórmula para la hipótesis alternativa	153
Ecuación 6.3.- Fórmula para obtener la estadística de prueba	153
Ecuación 6.4.- Fórmula para calcular el esfuerzo de compresión de un concreto SFRC y PFRC	161
Ecuación 6.5.- Fórmula para calcular la deformación unitaria a compresión de un concreto SFRC y PFRC	161
Ecuación 6.6.- Fórmula para calcular la deflexión a flexión en la etapa 1 de un concreto SFRC	162
Ecuación 6.7.- Fórmula para calcular el esfuerzo a flexión en la etapa 1 de un concreto SFRC	162
Ecuación 6.8.- Fórmula para calcular la deflexión a flexión en la etapa 2 de un concreto SFRC	162
Ecuación 6.9.- Fórmula para calcular el esfuerzo a flexión en la etapa 2 de un concreto SFRC	162
Ecuación 6.10.- Fórmula para calcular la deflexión a flexión en la etapa 3 de un concreto SFRC	162
Ecuación 6.11.- Fórmula para calcular el esfuerzo a flexión en la etapa 3 de un concreto SFRC	162
Ecuación 6.12.- Fórmula para calcular la deflexión a flexión en la etapa 4 de un concreto SFRC	162
Ecuación 6.13.- Fórmula para calcular el esfuerzo a flexión en la etapa 4 de un concreto SFRC	163
Ecuación 6.14.- Fórmula para calcular la deflexión a flexión en la etapa 1 de un concreto PFRC	163

Ecuación 6.15.- Fórmula para calcular el esfuerzo a flexión en la etapa 1 de un concreto PFRC	163
Ecuación 6.16.- Fórmula para calcular la deflexión a flexión en la etapa 2 de un concreto PFRC	163
Ecuación 6.17.- Fórmula para calcular el esfuerzo a flexión en la etapa 2 de un concreto PFRC	163
Ecuación 6.18.- Fórmula para calcular la deflexión a flexión en la etapa 3 de un concreto PFRC	163
Ecuación 6.19.- Fórmula para calcular el esfuerzo a flexión en la etapa 3 de un concreto PFRC	163
Ecuación 6.20.- Fórmula para calcular la deflexión a flexión en la etapa 4 de un concreto PFRC	163
Ecuación 6.21.- Fórmula para calcular el esfuerzo a flexión en la etapa 4 de un concreto PFRC	163
Ecuación 6.22.- Fórmula para calcular el esfuerzo a tensión en la etapa 1 de un concreto SFRC y PFRC	164
Ecuación 6.23.- Fórmula para calcular el esfuerzo a tensión en la etapa 2 de un concreto SFRC y PFRC	164
Ecuación 6.24.- Fórmula para calcular el esfuerzo a tensión máximo de un concreto SFRC y PFRC	164
Ecuación 6.25.- Fórmula para calcular la deformación unitaria en la etapa 1 de un concreto SFRC y PFRC	164
Ecuación 6.26.- Fórmula para calcular el módulo de elasticidad equivalente a tensión de un concreto SFRC y PFRC	164
Ecuación 6.27.- Fórmula para calcular el factor a tensión de un concreto SFRC	164
Ecuación 6.28.- Fórmula para calcular el factor a tensión de un concreto PFRC	165

## Acrónimos

A/C	Relación agua cemento.
ACI	<i>American Concrete Institute.</i>
ASCE	<i>American Society of Civil Engineers.</i>
ASTM	<i>American Society of Testing and Materials.</i>
CEB fib	<i>Fédération internationale du béton.</i>
DIN-DVB	<i>Deutscher Beton- Und Bautechnik Verein E.V..</i>
FEM	<i>Finite Element Method.</i>
FRC	<i>Fiber Reinforced Concrete.</i>
IMCYC	Instituto Mexicano del Cemento y del Concreto.
JCI	<i>Japan Concrete Institute.</i>
JSCE	<i>Japan Society of Civil Engineers.</i>
NF	<i>No Fiber.</i>
NMX	Norma Mexicana.

PFRC *Polypropylene Fiber Reinforced Concrete.*

RC *Reinforced Concrete.*

RILEM *Reunion Internationale des Laboratoires et Experts des Materiaux,  
Systemes de Construction et Ouvrages.*

SCT Secretaría de Comunicaciones y Transportes

SFRC *Steel Fiber Reinforced Concrete.*

SPT *Standard Penetration Test.*

UNE Una Norma Española.

## Resumen

Estudios como los de Alani (2013) y CEMEX (2002) dicen que la función principal de los pisos de concreto en el sector industrial es permitir un adecuado soporte a la aplicación de cargas. De manera similar, afirman que debido a estas cargas, se acentúa la posibilidad de un agrietamiento del piso. Por esta razón, se han utilizado técnicas como el refuerzo con varillas de acero. Lamentablemente estos refuerzos tienden a ser obsoletos, debido a la necesidad de una protección tridimensional contra la fisuración del concreto y un proceso constructivo en un menor tiempo.

El estudio del agrietamiento del concreto ha sido investigado y se ha concluido que la fisuración se presenta cuando existen fuerzas que exceden la resistencia a tensión del concreto. En este contexto, el uso de fibras como refuerzo se presenta como una solución a este problema. Varios estudios han demostrado que las fibras de acero y polipropileno, se utilizan con tres objetivos principales: reducir el ancho de fisura, alcanzar un comportamiento dúctil tras el agrietamiento; y contribuir a un mejor control, ya que mejora la resistencia residual, ductilidad y características mecánicas del mismo. Sin embargo, es importante considerar que el costo del uso de estos elementos de refuerzo es elevado. Por ello, es necesario un análisis de optimización, que permita lograr eficientar las respuestas mecánicas considerando la interacción piso-suelo.

La presente tesis analiza la contribución de las fibras de acero y polipropileno a la respuesta mecánica y el agrietamiento de piso de concreto apoyados en terraplenes de diferentes características mecánicas. Con este objetivo, el estudio contempla análisis experimentales, así como modelaciones por elemento finito y análisis estadístico de optimización. Los resultados muestran una buena capacidad mecánica del piso reforzado con fibras en bajas dosificaciones y espesores de entre 70 y 80 mm, presentando una alta rigidez cuando son apoyados en suelos de arena limosa con 2 % de cemento.

## Abstract

Alani (2013) and CEMEX (2002) said that the main function of concrete slabs in the industrial sector is to generate an adequate support to apply loads. Also they affirm that these loads increase the possibility of cracks generation in the concrete. For this reason, the use of conventional reinforced concrete has been applied in concrete floors. Unfortunately, this reinforcement tends to be obsolete, due to the scarce tridimensional protection against the cracking and the requirement to reduce the time of construction process.

The study of cracking process in the concrete has been invested. It has been concluded that the cracking occurs when the loads exceed the tensile strength of the concrete. In this context, the use of fiber reinforced concrete has been presented as a solution to this problem. Also, it has been demonstrated that steel and polypropylene fibers are used with three main aims: reduce the crack width, achieve a ductile behavior in the post-cracking phase; and control the cracking process. In this context, the fiber reinforced concrete increases the residual strength, ductility and mechanical behavior of the concrete. However, it is important to consider that the cost of the fiber as reinforcement is high. So, optimization analysis is necessary in order to efficiently achieve the mechanical responses in the interaction slab-embankment.

This thesis analyzes the contribution of steel and polypropylene fibers in mechanical responses and cracking process in fiber reinforced concrete slabs, when these are supported on embankments with different mechanical characteristics. To this end, the study was divided in experimental stages, finite element analysis and optimization statistical analysis. The results show good mechanical ability in fiber reinforced concrete floor with low dosage and thickness between 70 and 80 mm, with high rigidity when it is supported in loamy sand and 2% of cement.

# CAPÍTULO 1

## Introducción



*El método de investigación científica no es sino la expresión necesaria de la modalidad de trabajo de la mente humana.*

Thomas Henry Huxley

El capítulo muestra las generalidades de la investigación, remarcando los objetivos generales y específicos, así como la hipótesis, justificación y la metodología seguida para cumplir con los objetivos planteados. Existen conceptos fundamentales de la tesis, los cuales son: optimización del concreto reforzado con fibras, la interacción losa-suelo y el impacto socio-económico del piso industrial.

## 1.1 Planteamiento del problema

En el manual de CEMEX (2002) se indica que “la función primordial de la mayoría de los pisos de concreto en el sector industrial, es la de brindar un adecuado soporte a la aplicación de cargas, incluyendo personas, montacargas y diversos objetos”. Por lo que el concreto habitualmente sirve como superficie base, que es diseñado en bloques de losas, por lo general con dimensiones de 3x3 metros. La figura 1.1 muestra una imagen de un piso industrial.



Figura 1.1.- Imagen de un piso industrial (Estructuras industriales, 2015).

Las grietas en pisos de concreto son causadas por esfuerzos de tensión que exceden la resistencia del concreto. De acuerdo con Alcocer (2006) esto provoca la aparición de grietas aleatorias, las cuales deben ser controladas con técnicas como el refuerzo por varillas y/o fibras de diferentes materiales. Otro problema que han detectado, es la falla por la repetición de cargas, a esto se le conoce como fatiga y también se manifiesta con el agrietamiento. La figura 1.2 muestra un ejemplo del refuerzo convencional utilizado para pisos industriales.



Figura 1.2.- Imagen del refuerzo convencional utilizado para un piso industrial (Fania construcción, 2015).

Por otra parte el ACI (2008) indica, que la geometría de las llantas montadas en los ejes afecta el desempeño de los pisos industriales. Otro de los inconvenientes de acuerdo al ACI, es el uso de estantes o *racks* (bases donde se ubican la materia prima y el producto final) los cuales inducen esfuerzos de flexión al piso. Comparando las características de capacidad de carga, los esfuerzos causados por los estantes generalmente son mayores a los provocados por los montacargas, de esta manera la condición de cargas por postes de *racks* pueden llegar a controlar el espesor de diseño de la losa (ACI, 2008). Como observación general la altura de los *racks* superan los 6 m. (Concrete Society, 2003).

Un parámetro de diseño constructivo de las naves industriales, es la medida de los pasillos en el área de almacén y producción. De acuerdo al ACI, los pasillos están condicionados a las maniobras que realizan los montacargas, por lo cual se considera un mínimo de tres metros y un máximo de cinco metros en su anchura; a su vez el ACI expresa que un montacargas tiene dimensiones generales de 1.4 m de ancho por 1.1 m de largo (ACI, 2008). La figura 1.3 muestra las cargas comunes a las que son sometidos los pisos industriales.

En este estudio, se enfocó al análisis del efecto de las cargas por *racks*, que debido a la experiencia del grupo constructor PEASA, es el parámetro que afecta en mayor medida el comportamiento de las losas industriales.



Figura 1.3.- Imagen de las cargas comunes en pisos industriales (Bigstock, 2015).

## 1.2 Objetivo general y objetivos específicos

Objetivo general:

- Optimizar el empleo del concreto reforzado con fibras de acero y polipropileno en diferentes dosificaciones para el uso en losas industriales, estudiando la interacción con el suelo en diferentes terraplenes, buscando su rendimiento mecánico y de costo.

Objetivos específicos:

- Analizar mediante una campaña de encuestas, el impacto económico-social del uso del concreto en aplicaciones de pisos industriales.
- Estudiar la problemática de las losas de concreto reforzado con fibras de acero y polipropileno en el sector industrial, profundizando en el aspecto de agrietamiento y comportamiento post-agrietamiento.

- Determinar mediante un análisis experimental las características del concreto reforzado con fibras de acero y polipropileno, enfocadas a la resistencia de compresión en cilindros y flexión en vigas normalizadas.
- Caracterizar mediante una campaña experimental y modelación por elemento finito la interacción piso-suelo, en losas de concreto reforzado con fibras en diferentes dosificaciones, las losas estarán apoyadas en terraplenes con diferente rigidez.
- Optimizar el uso de las fibras de acero y polipropileno, analizando estadísticamente los resultados experimentales de losas apoyadas en el suelo, soportadas en diferentes sustratos.
- Contribuir al conocimiento de la aplicación del concreto reforzado con fibras aplicado a losas industriales; para el fortalecimiento del proceso de construcción de este ramo.
- Plantear líneas futuras de investigación en base al estudio del estado del arte, los experimentos y los análisis realizados.

### **1.3 Hipótesis**

Las losas de concreto reforzado con fibras apoyadas en el suelo; mejoran el comportamiento mecánico del piso industrial. Si se evalúan parámetros de resistencia de la interacción losa-suelo mediante un análisis experimental, estadístico y de modelación no lineal por elemento finito, se puede encontrar una optimización, buscando eficientar sus respuestas mecánicas y la reducción de costos para aplicaciones en el sector industrial.

### **1.4 Justificación**

El uso del concreto hoy en día se aplica en naves industriales, tiendas de autoservicios, puentes, túneles y cubiertas de museos. El concreto ha permitido la construcción de obras civiles de gran envergadura. Un ejemplo, es la cubierta ligera del parque oceanográfico en Valencia, España. En esta construcción se emplearon

fibras de acero como refuerzo del concreto en la techumbre tipo parabólico hiperbólico, la figura 1.4 muestra el museo.



Figura 1.4.- Parque oceanográfico en Valencia, España (Fernández, 2000).

En el transcurso del tiempo, el piso industrial se ha relacionado con el agrietamiento. Este efecto se ha detectado en las empresas del estado. La figura 1.5 muestra un ejemplo de un piso industrial agrietado en una empresa de Aguascalientes.



Figura 1.5.- Piso industrial agrietado de una empresa de Aguascalientes.

En cuanto al costo del piso en las áreas industriales, se deben considerar factores como: elaboración, colocación, y mantenimiento. Un análisis realizado por Douglas (1999), concluye que el costo del piso dispuesto en el área de almacenamiento, representa entre el once al trece por ciento del total del valor de la construcción.

Por otra parte, en 1850 Westergaard y Winkler formularon teorías para el estudio de piso de concreto. En estas teorías consideran el análisis del piso apoyado en un suelo ideal, es decir, consideran al suelo con un comportamiento lineal. A su vez, las ecuaciones que los organismos utilizan para regular el diseño del piso de concreto, utilizan estos principios para su cálculo. En contraste otras investigaciones han expresado que estas ecuaciones no explotan el potencial de una losa reforzada con fibras apoyada en el suelo, poniendo en entredicho la validez de las ecuaciones (Alani, 2012; Elsaigh, 2011).

En resumen, el análisis del piso industrial requiere de un estudio integral, donde se considere la interacción piso-suelo; lo que genera una mayor complejidad en su tratado. Se ha planteado que una solución a los problemas de agrietamiento y la durabilidad del piso, es el concreto reforzado con fibras, su desventaja es el costo atribuido a las fibras comerciales; el cual, es el principal factor para frenar su uso en las instalaciones de manufactura. Estos son los principales temas que se abordan en la investigación.

## **1.5 Contraste de la tesis**

Investigadores que han marcado una pauta en el desarrollo científico y técnico, de losas de concreto reforzado con fibras apoyadas en el suelo son: Joaquim António Oliveira de Barros, un Ingeniero Civil con grado de Doctor, de nacionalidad Portuguesa que actualmente labora en la Universidad de Minho en el Departamento de Ingeniería Civil; así como el Dr. Alberto Meda nacido en Italia, es investigador del Departamento de Diseño en Ingeniería y Tecnología de la Universidad de Bergamo.

Joaquim Barros, principalmente ha desarrollado sus investigaciones en el uso de fibras de acero con ganchos en los extremos, sus publicaciones en esta área datan del 2001 al 2006, solventando sus estudios mediante ensayos en laboratorio, sus principales aportaciones se basan en la búsqueda de ecuaciones constitutivas aplicables a losas de concreto reforzadas con fibras apoyadas en el suelo (Barros, 2001 y 2005). Por su parte el Dr. Alberto Meda ha dirigido sus estudios a la

simulación de losas de concreto, mediante la aplicación de elemento finito, sus análisis han considerado al suelo como un elemento tipo resorte. Los dos investigadores emplearon en sus tratamientos experimentales y numéricos, fibras de acero con ganchos en los extremos, también han estudiado el proceso de agrietamiento y su caracterización mecánica.

A diferencia de estas investigaciones, en esta tesis se estudian las fibras de acero y de polipropileno con un tratado de optimización, buscando la fibra que presente un mejor desempeño en cada uno de estos materiales, para optimizar la cuantía de fibras e interacción mecánica piso-suelo. Esto viene a aportar en el ramo de la construcción y de desarrollo tecnológico de las edificaciones industriales. Es importante destacar que los resultados no son limitativos en cuanto a su aplicación de pisos industriales, debido a que se visualiza una aplicación hacia otros sectores como corredores industriales, pistas de aeropuertos, carreteras viales, centros aduanales, y en general aquellas áreas donde se requiere de un soporte para cargas elevadas, con un alto tiempo de vida en sus instalaciones.

## **1.6 Metodología**

Para lograr el cumplimiento de los objetivos planteados, la metodología es la siguiente:

- En primer lugar se realizó un estudio socio-económico del concreto aplicado a losas industriales; para esto, se consultaron diferentes fuentes bibliográficas, hemerográficas e internet. Las cuales fueron fortalecidas con una campaña de encuestas aplicadas al sector industrial, para recabar información referente al comportamiento del piso industrial, así como las causas de los problemas y el impacto social que estas le pueden ocasionar.
- Posteriormente se efectuó una recopilación de información sobre el concreto reforzado con fibras y su comportamiento,

buscando en diferentes fuentes como: libros, artículos y tesis. Al mismo tiempo se mantuvieron reuniones con los tutores y los responsables del Grupo Constructor PEASA, S.A. de C.V. Con el fin de determinar qué variables fueron las más importantes a ensayar durante la campaña experimental para los objetivos marcados para el estudio.

- Se realizó una campaña experimental, donde se estudió el comportamiento mecánico de nueve fibras (cinco de acero y cuatro de polipropileno) comparándolas con un concreto simple, seleccionando 2 de ellas. Posteriormente se analizó la influencia de la dosificación de fibras en la resistencia mecánica.
- Se efectuó un análisis para la optimización del concreto reforzado con fibras empleando herramientas estadísticas y de simulación por elemento finito.
- Se generaron simulaciones numéricas de tipo no lineal de vigas reforzadas con fibras a diferentes dosificaciones.
- Se ejecutó una campaña experimental del comportamiento mecánico en la interacción losa-suelo; utilizando fibras de acero y polipropileno, en diferentes dosificaciones y apoyadas en tres terraplenes con diferentes características mecánicas.
- Se realizaron modelaciones numéricas de tipo no lineal de losas de concreto reforzado con fibras apoyadas en el suelo. Se realizó también una optimización del diseño de losas, considerando la dosificación de fibras, basada en respuestas mecánicas y costo del concreto.

## Opiniones y comentarios del capítulo

En una investigación, es importante desglosar las generalidades del estudio, ésto permitirá establecer la viabilidad, así como sus alcances y limitaciones del proyecto. Un protocolo de investigación relaciona aspectos como objetivos, hipótesis, justificación y metodología de un proyecto, como sus bases fundamentales de desarrollo en una investigación, esto ha brindado logros con aceptación en los contextos económicos y sociales.

Los inconvenientes de pisos industriales, en base a los aspectos estudiados luce ser un problema actual, que afecta a la población con un factor común en el área industrial, ocasionando agrietamiento, desgaste e imperfecciones superficiales. En la región del Bajío, estas dificultades se han incrementado desde hace más de cuarenta años, lo que ha requerido de la inversión de grandes sumas económicas para solventarlos.

Por otra parte, el uso del concreto reforzado con fibras no es una solución nueva, pero este no ha sido explotado con eficiencia, por lo que un estudio de optimización del uso de este recurso, puede permitir incrementar su aplicación y solucionar los problemas de capacidad de carga, agrietamiento e inestabilidad en losas industriales.

# CAPÍTULO 2

## Enfoque antrópico



*Pregúntate si lo que estás haciendo hoy te acerca al lugar en el que quieres estar mañana.*

Walt Disney

El capítulo ilustra aspectos que relacionan a la industria y la sociedad, con base en el concreto aplicado a pisos. Considerando a la sociedad, un ente que hace uso del recurso para su traslado y actividades laborales y a la industria, como el órgano que demanda una solución ante la degradación del piso industrial. En esta sección, también se muestra la historia del concreto y su evolución, así como los resultados de un muestreo de encuestas.

## 2.1 Industria-Sociedad

La revolución industrial da inicio en Inglaterra a mediados de 1750. De acuerdo con Meli (2014), la revolución industrial sirvió como base del desarrollo actual, considerando que el antiguo proceso de manufactura llevado a cabo en talleres, y con una plantilla de operarios de baja escala, cambió a una denotación fabril, que exigía un gran número de empleados. Asimismo Meli añade que el cambio en el sector industrial no ha cesado, sino que es la base del avance tecnológico.

A su vez Sepúlveda (2010) afirma que las construcciones son un reflejo del desarrollo de una sociedad. Por su parte Moreno (2014) menciona que los edificios industriales de aquellas épocas demostraban el avance tecnológico (Moreno, 2014). La figura 2.1 muestra la central eléctrica Battersea, la cual es una central termoeléctrica inactiva en la actualidad, ubicada en Londres, Inglaterra. La primera parte de la estructura fue construida en 1939 y la estación dejó de operar en 1983 (Portilla, 2014).



Figura 2.1.- Central eléctrica Battersea, en Londres Inglaterra (Portilla, 2014).

## 2.2 Historia y evolución del concreto

De acuerdo a Afca (2014) “hasta el siglo XVIII los únicos conglomerantes empleados en la construcción, fueron los yesos y la cal hidráulica, es durante este siglo cuando se despierta un interés notable por el conocimiento de los cementos”. Así mismo Afca indica que Vicat en 1817, fue el principal desarrollador del concreto como lo conocemos actualmente.

La evolución de éste material se puede separar en tres principales técnicas: el concreto simple, el cual consta de una matriz basada en cemento, arena y grava; el concreto armado, conformado por una mezcla del concreto simple con la incorporación de elementos estructurales de acero, como una solución en el incremento de la resistencia a la tensión; el concreto reforzado con fibras, que consiste en la incorporación de fibras distribuidas aleatoriamente al concreto simple, como una alternativa en encontrar un concreto con menor número de problemas de agrietamientos y alta resistencia a la tensión. La tabla 2.1 muestra un avance cronológico del concreto.

Año	Características
1817	Comienza la aplicación del cemento en Francia. Su uso inicial, fue en la fabricación de torres marítimas (Afca, 2014).
1824	Se generó la primera patente del cemento, en Inglaterra (Afca, 2014).
1838	Se desarrolla un proceso de sinterización del cemento, en Francia (Lima, 2002).
1845	El cemento es utilizado para la construcción de puentes, puertos y en el sector del ferrocarril (Afca, 2014).
1849	Inicia la aplicación del concreto reforzado con hierro en barcas, maceteros y tinas (Cehopu, 2015).

Tabla 2.1.- Evolución del concreto a través del tiempo.

Año	Características
1852	Francois Coignet aplica el concreto armado en cubiertas de la fábrica de Saint Denis, en Francia. Además de generar una losa de 30 centímetros de espesor reforzada con viguetas de hierro con sección transversal tipo I, colocadas en la parte inferior (Cehopu, 2015).
1854	William Boutland Wilkinson registra una patente de forjados de concreto armado de bajo costo y resistente al fuego; con lo que inicia su aplicación en hornos y fundición (Valenzuela, 2005).
1860	Se generó un entendimiento de las aplicaciones del concreto en Europa. Sus aplicaciones se centran en el ferrocarril, puentes e instalaciones de gran envergadura con tendencias de monumentos y en el sector industrial. Por otra parte, en Inglaterra e Italia se emplea el concreto armado en aplicaciones de cubiertas de edificaciones (Lima, 2002).
1867	Joseph Monier edifica en Francia las primeras construcciones de concreto armado y funda una empresa para la exportación del cemento (Cehopu, 2015).
1874	Primera patente del concreto reforzado con elementos metálicos, en California, USA (Valenzuela, 2005).
1885	Se genera la primer patente y formulaciones del comportamiento del concreto en Alemania (Valenzuela, 2005).
1900	Las técnicas de construcción con concreto llegan a México. Las principales aplicaciones son en el abastecimiento del agua, como ductos y tanques para almacenamiento (Chao, 2005). Por otra parte en Francia el concreto es consagrado en la exposición universal de Paris (Lima, 2002).
1920	Se inició la construcción de estructuras de concreto arquitectónico en EUA con edificaciones principalmente en Chicago (Lima, 2002).
1927	Se patenta el uso de fibras de alambre de acero con forma rizada como refuerzo del concreto en usos de tuberías (Valenzuela, 2005).

Tabla 2.1.- Evolución del concreto a través del tiempo (continuación).

Año	Características
1934	Se aplican las fibras de polipropileno como refuerzo del concreto (Pujadas, 2008).
1954	Las fibras de acero helicoidales y espirales se utilizan para aumentar la resistencia al agrietamiento, las aplicaciones son en losas industriales, pistas automotrices, aeronáuticas y cubiertas ligeras (Blanco, 2008).
1974	Comienzan las fibras de acero como refuerzo del concreto en aplicaciones en: losas industriales, pistas automotrices, aeronáuticas y cubiertas ligeras (Blanco, 2008).
En la actualidad	El concreto armado es aplicado principalmente en edificios, carreteras, industria y puentes. Mientras que el concreto reforzado con fibras es empleado en carreteras, losas industriales, túneles y cubiertas ligeras.

Tabla 2.1.- Evolución del concreto a través del tiempo (continuación).

### 2.3 El concreto en México

De acuerdo con el IMCYC (2014), el ingeniero Miguel Rebolledo fue quien difundió el concreto armado en México, en el año 1900. Su aplicación fue en la producción de mosaicos y como mortero para tapar goteras en techos. En esta época el cemento no se producía en México. Años después se fundaron las primeras fábricas de cemento, como la de Hidalgo en Nuevo León; Cruz Azul y Tolteca ambas en el estado de Hidalgo.

En cuanto al dispendio del concreto en México de acuerdo al reporte de Apasco (2015), en 1911 se consumían al año 75,000 toneladas, ya en el año de 1946 existían en México seis empresas dedicadas a la fabricación de cemento, por lo que en 1951 se producían 1'500,000 toneladas.

Unas de las primeras estructuras en México, fueron los tanques de Dolores, que se encuentran en la segunda sección del bosque de Chapultepec, donde se almacenan 200 millones de litros en cuatro tanques (IMCYC, 2014): La figura 2.2 muestra los tanques de Dolores, construcción en concreto del siglo XX.



Figura 2.2.- Primeras obras en concreto en México (Chao, 2005).

## 2.4 Generalidades del piso industrial

Un piso industrial de concreto se compone de elementos como: losa, junta, base, barrera de vapor, sub-base y subsuelo. La figura 2.3 muestra los elementos que conforman un piso industrial.

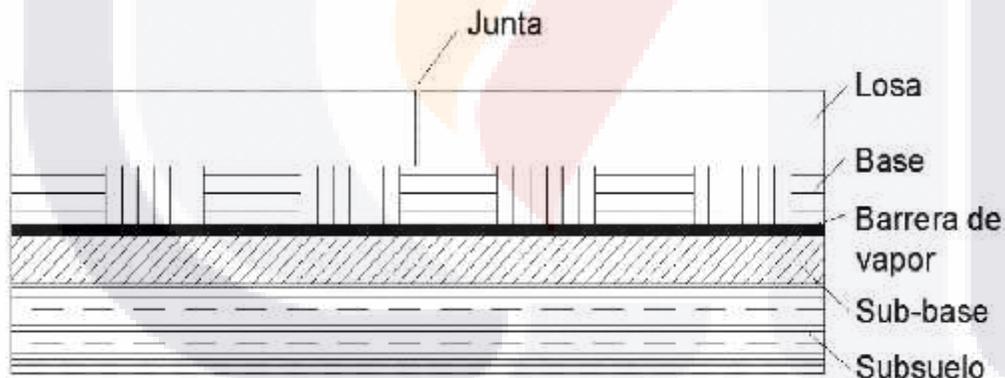


Figura 2.3.- Elementos de soporte en un piso industrial (modificado de Segerer, 2011). Los elementos de esta ilustración se indican en el texto.

Las características generales de cada uno de estos elementos, se indican a continuación:

- Junta: permite un ligero movimiento, reduciendo los esfuerzos por restricción y el agrietamiento por contracción.

- Losa de concreto: es el elemento que recibe el contacto directo de las cargas y desgaste.
- Barrera de vapor: normalmente se compone de hojas de plástico utilizadas para un mejor deslizamiento y control de la humedad.
- Sub-base: es un material granular de calidad controlada que fortalece el desempeño del piso, deberá tener estabilidad en su uniformidad y densidad para el soporte de la losa. El material granular puede estar conformado por arenas, gravas, rocas trituradas o una combinación de estos materiales.
- Sub-rasante: es el nombre que se le da al terreno natural, el cuál ya fue compactado, servirá de soporte para la colocación del piso. En caso de un suelo de baja calidad mecánica, la remoción y reemplazo de la sub-rasante es la mejor opción.

A través del tiempo y en la búsqueda de encontrar soluciones, que permitan mejorar el desempeño del piso en el sector industrial, la historia presenta al concreto sin refuerzo como el primer elemento dispuesto en las áreas industriales, posteriormente se aplicaron los concretos reforzados con varillas y los reforzados con fibras. Se han detectado ventajas y desventajas, las cuales son mostradas en la tabla 2.2.

Tipo de losa de concreto	Ventajas	Desventajas
Sin refuerzo.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Es simple de construir.</li> <li>• Menos costosa.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Requiere de juntas de separación muy cercanas.</li> <li>• Presenta deterioro en las juntas.</li> <li>• Demanda un constante mantenimiento.</li> </ul>

Tabla 2.2.- Comparación entre las diferentes formas de construcción de una losa industrial (ACI, 2010).

Tipo de losa de concreto	Ventajas	Desventajas
Con refuerzo de varilla de acero.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Se reduce la separación en juntas.</li> <li>• Requiere de un menor mantenimiento.</li> <li>• Se aminora la deformación.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Tiene un alto costo.</li> <li>• Se producen pequeños agrietamientos.</li> </ul>
Con refuerzo de fibras de acero	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Incrementa la resistencia al impacto y fatiga.</li> <li>• Desciende el tiempo de construcción.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Las fibras pueden quedar expuestas en la superficie de la losa.</li> <li>• La humedad puede degradar a las fibras.</li> </ul>
Con refuerzo de fibras sintéticas	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reduce la contracción plástica.</li> <li>• Disminuye el tiempo de construcción.</li> <li>• Las macro fibras proveen resistencia al impacto y fatiga.</li> <li>• Tienen resistencia a la corrosión.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Las micro fibras requieren de la misma separación de juntas que las losas de concreto sin refuerzo.</li> </ul>

Tabla 2.2.- Comparación entre las diferentes formas de construcción de una losa industrial (continuación) (ACI, 2010)

## 2.5 Aplicación de muestreo de encuestas al sector industrial

Existen datos que establecen un aumento del uso de fibras como refuerzo en el piso de concreto. El estudio desarrollado por Ackerman (2007) indica que en Alemania, el 25 % de las losas industriales en el sector de manufactura son de concreto reforzado con fibras. Mientras que en Aguascalientes no se han encontrados datos relacionados con este aspecto. Por lo cual, se desarrolló una campaña de encuestas aplicada al personal de mantenimiento, operadores de montacargas y usuarios, entre los que se incluyen obreros y administrativos. El formato de las encuestas aplicadas se pueden consultar en el Anexo A.

En total se aplicaron 38 encuestas al sector de mantenimiento, 14 al sector de operadores de montacargas y 9 a usuarios. Todas fueron aplicadas en el estado de Aguascalientes, los giros de las empresas fueron: sector automotriz, metal-mecánica, construcción, servicios, textil, metalúrgico, plásticos, electrónica, agropecuario y farmacéutica. Las generalidades de las encuestas indicaron que el 57% de la empresas tienen piso de concreto reforzado con varilla y solo un 2.5 % de concreto reforzado con fibras. En cuanto al tiempo del piso industrial, se estima que el 10% tiene un uso de 1 a 5 años, 27.5% de 6 a 10 años, 17.5% de 11 a 16 años y 25% más de 16 años.

Analizando el problema de agrietamiento en los pisos industriales de concreto, de todos los encuestados solo el 18% expreso no tener algún problema de agrietamiento. La figura 2.4 muestra la distribución de los problemas en los pisos, de acuerdo al área de desempeño, dentro de un recinto industrial.

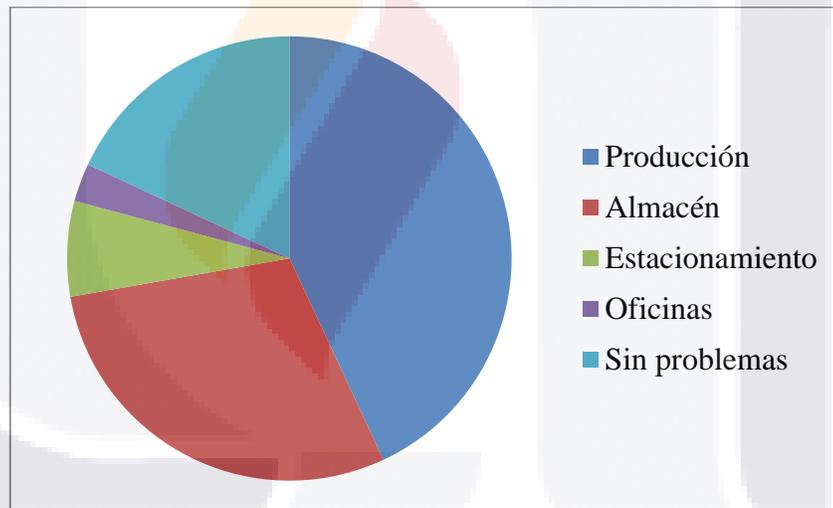


Figura 2.4.- Distribución de áreas con problemas de agrietamiento en pisos industriales de concreto.

Como se puede observar en la figura 2.4, el área con problemas de agrietamiento se presentó en las celdas de producción con un 43%, le sigue el almacén con un 29%, estacionamiento con un 7% y las oficinas con un 3%. Por otro lado, los encuestados estimaron el porcentaje de piso con problemas, de los cuales el 52% de los encuestados consideran que una quinta parte del piso industrial presenta inconvenientes. La figura 2.5 ilustra los resultados.

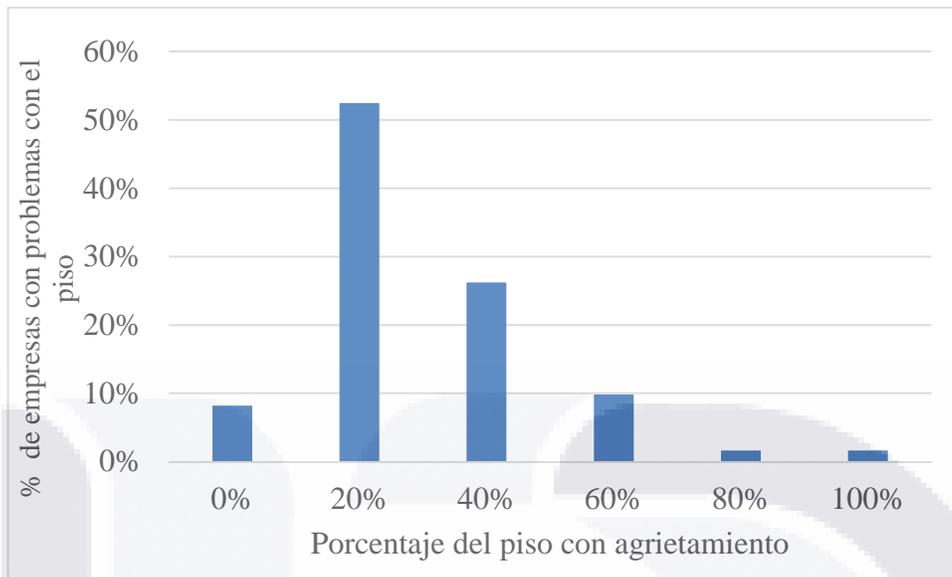


Figura 2.5.- Porcentaje de áreas con degradación en pisos industriales de concreto.

Por otro lado, la figura 2.6 indica los elementos que causan el agrietamiento.

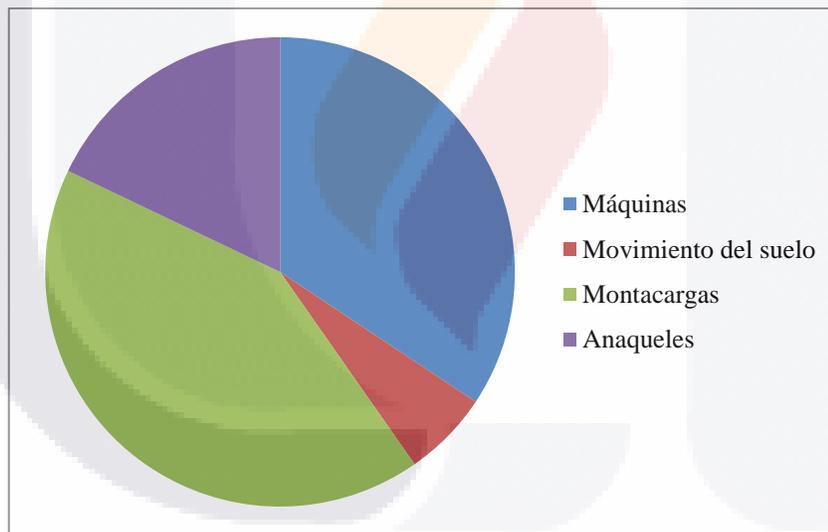


Figura 2.6.- Elementos que causan el agrietamiento de los pisos industriales.

De acuerdo a los resultados, el 42% de los encuestados opinaron que el problema de agrietamiento se debe principalmente al uso del montacargas, el 34% piensa que se debe al peso y funcionamiento de las máquinas de producción, el 18% cree que es debido a las cargas soportadas por los anaqueles y el 6% estima que se debe al movimiento del suelo. Por otra parte, el 98% de los encuestados expreso no tener conocimiento sobre alguna solución para el agrietamiento del piso industrial.

La seguridad de los obreros y la calidad de producción fue otro rubro de la encuesta. En este caso, el 55% de los encuestados expresaron tener alguna incertidumbre provocada por un deterioro del piso industrial. De este porcentaje, un 50% lo relaciona con la inseguridad durante sus labores y el 39 % con dificultades para trasladarse. La figura 2.7 ilustra los problemas ocasionados por el mal estado del piso industrial.

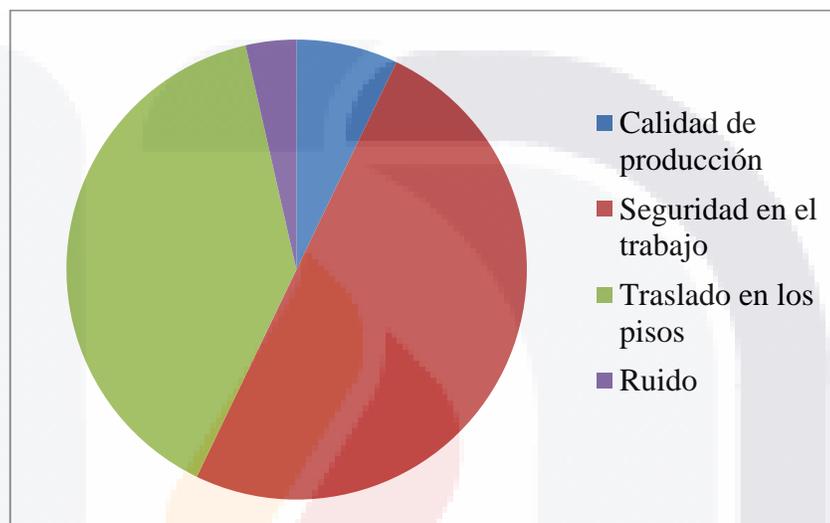


Figura 2.7.- Problemas ocasionados por el piso en mal estado.

Los entrevistados expresaron también que el costo del mantenimiento en los pisos industriales, va de 20,000 a los 180,000 pesos anuales, con un valor promedio de 300 pesos por metro cuadrado, las principales reparaciones se deben al agrietamiento.

En base a los resultados de las encuestas, se puede establecer que el fenómeno del agrietamiento del piso en el sector industrial es una problemática que afecta diversas áreas, destacando las de producción y almacén. Por lo que un estudio que indague los efectos que logren optimizar una opción para controlar la fisuración del piso luce pertinente y actual.

## Opiniones y comentarios del capítulo

El concreto simple y con refuerzo ha tenido la similitud de buscar ser patentados, desarrollados, difundidos y finalmente comercializados; su innovación nace en Europa para después expandir su aplicación a los otros continentes. El avance tecnológico ha acompañado al concreto, buscando alternativas para satisfacer los requerimientos de la sociedad, desarrollando un manejo apropiado a las tendencias arquitectónicas, además del estudio de procesos constructivos rápidos y económicos.

Se considera que el uso del concreto seguirá siendo empleado, pero permutando a cambios significativos, debido al constante avance de la sociedad, requiriendo encontrar soluciones sustentables.

# CAPÍTULO 3

## Estado general del conocimiento



*Los grandes conocimientos  
engendran las grandes  
ciudades.*

Aristóteles

La sección muestra las características generales del concreto reforzado con fibras, a través de su historia, enfatizando en el tratado de las fibras de acero y polipropileno. Además, se analizan las propiedades de la interacción piso-suelo, remarcando conclusiones importantes que se han generado por diversas investigaciones. Otros parámetros a examinar, son las características mecánicas del suelo, además se muestran las ecuaciones de diseño empleadas en losas industriales de concreto apoyadas en el suelo.

### 3.1 Fibras

Los materiales compuestos (*composites*) son el resultado de una combinación de materiales y presentan heterogeneidad, anisotropía y alto costo; pero mejoran su comportamiento mecánico y químico, asimismo reducen el peso (Miravete, 1997). Por su parte Blanco y Pujadas (2008) expresan que las fibras de acero y polipropileno son las más utilizadas para reforzar el concreto.

Investigadores han estudiado el comportamiento de las fibras, estas investigaciones han servido como base para establecer su funcionamiento. Por ejemplo el *International Federation for Structural Concrete* (Ceb fib) observa que las fibras reducen el agrietamiento del concreto, pero no generan ninguna ventaja mecánica a compresión (Ceb fib, 2010). Mientras que el *commissione di studio per la predisposizione e l'analisi di norme tecniche relative alle costruzioni* (CNR) afirma que las fibras mejoran el comportamiento del concreto a tensión y su aporte resistivo se aplica una vez generado el primer agrietamiento, además indica que la resistencia a tensión depende del volumen y relación de aspecto (proporción longitud-sección transversal) de las fibras (CNR, 2006). Se ha reportado que de acuerdo al contenido de fibras, el comportamiento del concreto cambia de un estado frágil a dúctil (López, 2012).

#### 3.1.1 Historia

Aunque las fibras se han utilizado desde hace más de 4000 años, Fernández (2003) afirma que “la primer patente de concreto reforzado con elementos metálicos, se realizó en California en 1874 por Berard” (Fernández, 2003). Por su parte Blanco (2008) indica que la fibra de acero se ha estado perfeccionado con el tiempo. La figura 3.1 muestra una fibra de acero enrollada.



Figura 3.1.- Rollo de hilo de acero, del cual se producen fibras para el refuerzo del concreto (Acerinox, 2015).

En cuanto a las fibras de polipropileno, Fernández (2003) afirma que su aparición como refuerzo del concreto, se debe a Chardonnet a finales del siglo XIX, con la producción de la fibra de nylon (Fernández, 2003). Las diferentes fuentes bibliográficas marcan una aparición tardía de las fibras de polipropileno con respecto a las metálicas, como refuerzo del concreto. La figura 3.2 ilustra una fibra de polipropileno enrollada.



Figura 3.2.- Carrete con hilo de nylon, representación del material base para fibras de polipropileno para el concreto (Quiminet, 2015).

### 3.1.2 Generalidades del concreto reforzado con fibras de acero

Sepúlveda (2009) afirma que la evolución de los procesos siderúrgicos ha beneficiado la construcción en concreto con fibras de acero (Sepúlveda, 2009). Estas fibras pueden ser con secciones transversales de tipo circular, cuadrada y rectangular; con extremos conformados por ondulaciones, aplastamientos o ganchos (Blanco 2008). Además Blanco expresa que “las dimensiones de las fibras oscilan de 0.25 a 0.80 milímetros de diámetro y longitud de 10 a 75 milímetros”. Las figuras 3.3 y 3.4 evidencian algunos tipos de fibras comerciales empleadas en el refuerzo del concreto.

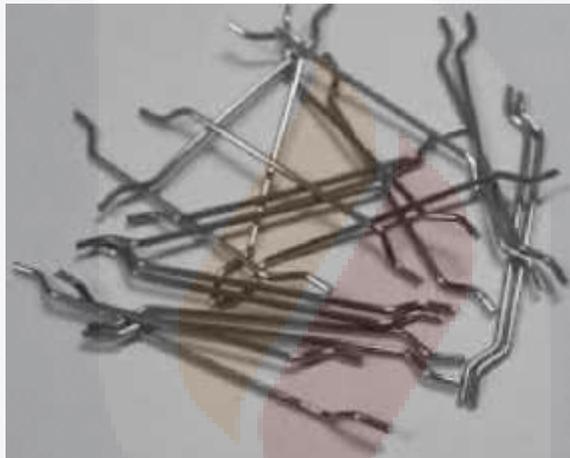


Figura 3.3.- Fibra de acero con ganchos en los extremos (Dramix, 2015).



Figura 3.4.- Fibra de acero ondulada (FibraTeh, 2015).

Algunas de las investigaciones relacionadas con el concreto reforzado con fibras, indican lo siguiente:

- Acindar (1999) observa que la dosificación de fibras varía de 20 a 50 kg/m<sup>3</sup>. Sus resultados afirman que valores menores no resultan beneficiosos; por lo contrario, mayores cantidades dificultan su trabajabilidad (Acindar, 1999).
- Zhu (2002) argumenta que las fibras de acero no pueden prevenir la propagación de micro-fisuras, pero cuando éstas llegan a ser macro-fisuras, las fibras metálicas evitan la propagación. (Zhu et al, 2002).
- Rossi (2003) observa que en la caracterización mecánica se deben considerar tres parámetros básicos: relación de aspecto, del cual recomienda mayor longitud y menor diámetro; resistencia a tensión del acero, en este caso sugiere alto contenido de carbono; y forma indicando que se obtienen mejores resultados con fibras de sección circular y con extremos conformados (Rossi, 2003).

### **3.1.3 Generalidades del concreto reforzado con fibras de polipropileno**

En la investigación de Pujadas (2008), sobre el uso de las fibras de polipropileno como refuerzo en el concreto, observa que las fibras poliméricas se empezaron a utilizar para reforzar el concreto en la primera mitad de los años 60. También indica que “los polímeros usados en ingeniería se basan en los hidrocarburos, que son moléculas formadas fundamentalmente a partir de átomos de hidrógeno y carbono, dispuestas en distintas formas estructurales” (Pujadas, 2008). Asimismo dice que estas fibras tienen alta resistencia a la corrosión, pero bajo punto de fusión (Pujadas, 2008).

Por otra parte el *American Concrete Institute* (ACI), clasifica a las fibras poliméricas en micro-fibras y macro-fibras. Las primeras, se emplean en general para reducir el agrietamiento por retención plástica del concreto, especialmente en pavimentos, pero no asume funciones estructurales. Además, son normalmente

usadas en el rango de 0.44 a 1.8 kg/m<sup>3</sup> y pueden incrementar la resistencia a la fractura de las losas. Por su parte, las macro-fibras, colaboran estructuralmente, reduciendo el agrietamiento y su propagación, usualmente se dosifican de 1.8 a 8.9 kg/m<sup>3</sup> y proveen un incremento a la resistencia residual (ACI, 2010). Las figuras 3.5 y 3.6 muestran dos tipos de fibras poliméricas.



Figura 3.5.- Macro-fibra de polipropileno ondulada (NTH, 2015).



Figura 3.6.- Micro-fibra de polipropileno recta (Geotexan, 2015).

El estudio de Bantnier (1993) postula que la fibra de polipropileno contribuye a la estabilidad del concreto en sus propiedades mecánicas en estado fresco y cuando obtiene su dureza contribuye a la cohesión y resistencia al corte (Bantnier, 1993).

### 3.2 Organismos que regulan los ensayos del concreto con fibras

El ensayo a flexión de acuerdo a Mora (2008) es de uso generalizado para la caracterización del comportamiento mecánico del concreto reforzado con fibras. Se usa generalmente en procedimientos normalizados para la determinación de los parámetros de resistencia, tanto en vigas como en paneles de concreto (Mora 2008).

Por otra parte el *Brite Euram Project* (2002) dice que para un concreto reforzado se debe tener en cuenta que el control del ensayo va más allá del pico de carga. También expresa que algunos experimentos usan una entalla para controlar el ensayo de un modo estable, pero requieren de una atención especial en la interpretación de los resultados debido a la concentración de esfuerzos (*Brite Euram Project*, 2002).

Son varios los organismos que regulan las características de los ensayos del concreto reforzado con fibras. Los organismos empleados a nivel mundial son:

- RILEM: fundada en 1947 en París, con la colaboración de Francia, Italia y Suiza. Su estructura fue definida para una cooperación internacional entre instituciones en la regulación de los ensayos, así como de desarrollo de materiales y estructuras. Sus siglas vienen del francés y son *Reunion Internationale des Laboratoires et Experts des Materiaux, Systemes de Construction et Ouvrages*. (RILEM, 2015).
- ASTM: instituida en 1898 en Estados Unidos. En sus inicios se enfocaba al estudio de ensayos y materiales estandarizados para la industria ferrocarrilera. Sus siglas vienen del inglés y son *American Society of Testing and Materials* (ASTM, 2015).
- JCI: organizada en 1960 en Japón, para estandarizar las construcciones con concreto y la revisión de estándares. Sus

siglas vienen del inglés y son *Japan Concrete Institute* (JCI, 2015).

- DIN-DVB: establecida en 1917 en Alemania, es parte del Instituto Alemán de Normalización. Sus siglas provienen del alemán y son *Deutscher Beton- Und Bautechnik Verein E.V* (DVB, 2015).
- CEB fib: fundada en 1952 en Inglaterra, es un comité para el análisis de avances tecnológicos, económicos y del medio ambiente, relacionado con el concreto y sus construcciones. Sus siglas provienen del francés y son *Fédération internationale du béton* (CEB fib, 2015).

Considerando que los ensayos a flexo-tensión son de uso común y de mayor aplicación en la caracterización del comportamiento del concreto reforzado con fibras, a continuación se indican las generalidades que los organismos, expresan para el ensayo.

### 3.2.1 RILEM

De acuerdo a Mármol (2010), el ensayo Rilem *3-point bending* es ampliamente conocido y apreciado en los laboratorios por su simplicidad. La muestra a ensayar es una viga de 550 a 600 mm de longitud, con una sección transversal de 150 mm, un ancho y una profundidad de 150 mm. Se apoya en dos soportes separados entre sí, de 500 mm y a la mitad de dicha separación, la muestra presenta una entalla de una profundidad de 25 mm. El ensayo se realiza bajo control de la deflexión y se mide directamente mediante un transductor de desplazamiento (LVDT) que se instala en una placa que es clavada en la muestra a ensayar por encima de los soportes (Mármol, 2010). De la misma manera Teplitzky añade que la ventaja de este método es simple y el control de deflexión asegura una propagación estable de la fisura (Teplitzky, 2012).

Por su parte Mora observa que el inconveniente del ensayo, es la elevada dispersión en los resultados, aproximadamente del 20 al 30%, lo cual presenta un

problema para determinar los valores característicos del concreto reforzado con fibras. Este inconveniente Mora lo atribuye al cambio de la superficie efectiva provocada por la entalla (Mora 2008). La figura 3.7 muestra el ensayo normalizado *3-point bending* de acuerdo al RILEM.

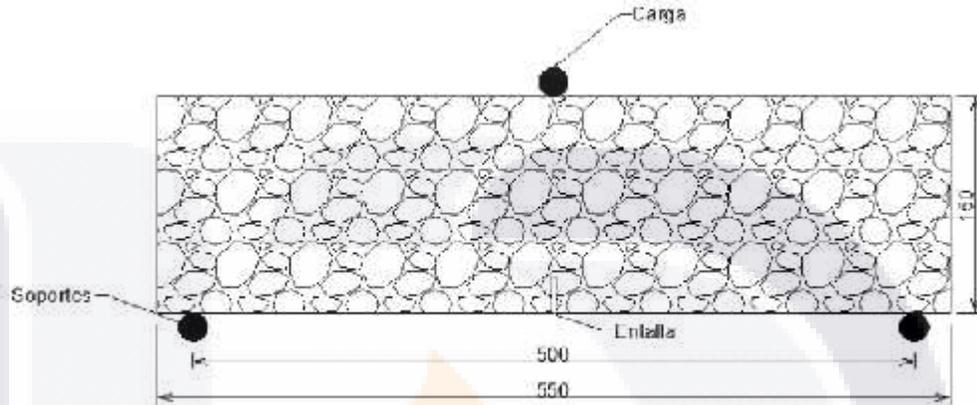


Figura 3.7.- Esquema del ensayo *3-point bending* de acuerdo al RILEM TC-162, donde se ilustra los soportes, la entalla, carga y dimensiones en mm (RILEM, 2002).

Por otra parte Taghi (2004) expresa que existen métodos basados en el área estimada bajo la curva carga-desplazamiento, que permiten evaluar la energía de fractura a partir de los resultados obtenidos en el ensayo.

### 3.2.2 ASTM

El organismo ASTM expresa que el método evalúa la capacidad a flexión en función de parámetros de rigidez, de un espécimen de concreto reforzado con fibras en términos de áreas bajo la curva carga-deformación, obtenidos por un ensayo de una viga simplemente apoyada bajo cargas a tercer punto y provee valores de resistencia a flexión e índices de rigidez (ASTM C1018).

Las dimensiones del espécimen bajo ensayo a flexión, se basan en las especificaciones del ASTM C-78, las características se muestran en la figura 3.8.

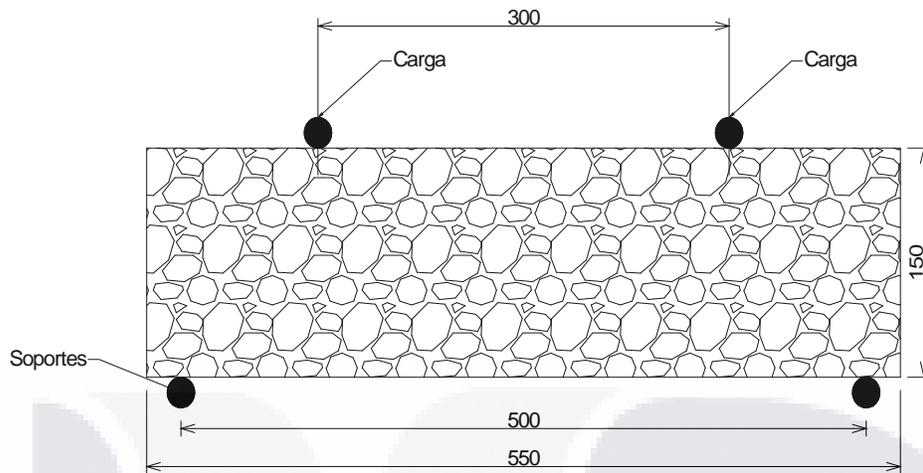


Figura 3.8.- Características del ensayo de flexión, de acuerdo a la norma ASTM C-78, donde se ilustra los soportes, carga y dimensiones en mm.

Conforme al ASTM, el índice de tenacidad se calcula en función del área bajo la curva del diagrama carga-deflexión. Los cocientes de índice de tenacidad, se determinan por la sección O'ACD y O'AB, para obtener el índice de tenacidad  $I_5$ . Mientras que el valor  $I_{10}$  se obtiene relacionando el área O'AEF y O'AB. Finalmente el índice de tenacidad  $I_{20}$  se define con las secciones O'AGH y O'AB. Otro factor que se estima con el ensayo es el esfuerzo residual  $R_{5,10}$  que se calcula relacionando los índices de tenacidad  $I_{10}$  e  $I_5$ . Por su parte el esfuerzo residual  $R_{10,20}$  se determina con  $I_{20}$  e  $I_{10}$  (ASTM C1018). La figura 3.9 muestra las secciones consideradas para los cálculos.

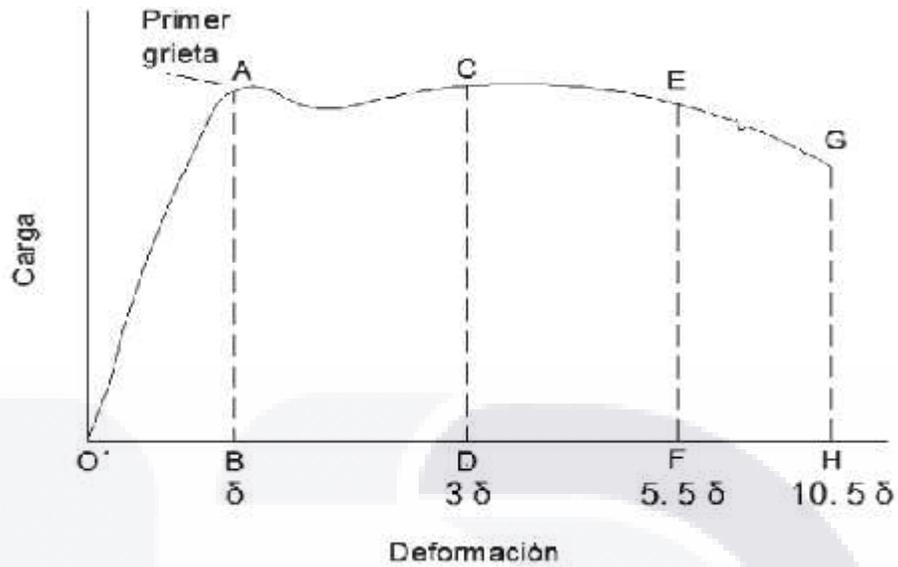


Figura 3.9.- Diagrama indicado por el ASTM, para el cálculo por Índice de tenacidad.

### 3.2.3 JCI

El *Japanese Concrete Institute* (JCI-SF4, 1983) propone otro método para obtener un parámetro de esfuerzo residual, usando una viga apoyada a 450 mm y sección de 150x150 mm, con carga de acuerdo al 3-point bending.

Para determinar el valor  $f_{ct}$ , se calcula la suma del esfuerzo a flexión, empleando la siguiente formula.

$$f_c = P_m \frac{L}{b h^2} \tag{Ecuación 3.1}$$

Por otro lado, el comportamiento después del agrietamiento, se define en base al término  $f_{e,3}$ , que es la capacidad de esfuerzo derivada de la carga  $P_{e,3}$ . El valor  $P_{e,3}$  se determina dividiendo el área bajo la curva del diagrama carga-deflexión por la deformación máxima permitida ( $L/150$ ). El valor  $f_{e,3}$  se obtiene con la siguiente ecuación:

$$f_{e,3} = P_{e,3} \frac{L}{b h^2} \tag{Ecuación 3.2}$$

La estimación del área se efectúa considerando una sección real y otra equivalente. Las características generales del cálculo del esfuerzo residual se muestran en la figura 3.10.

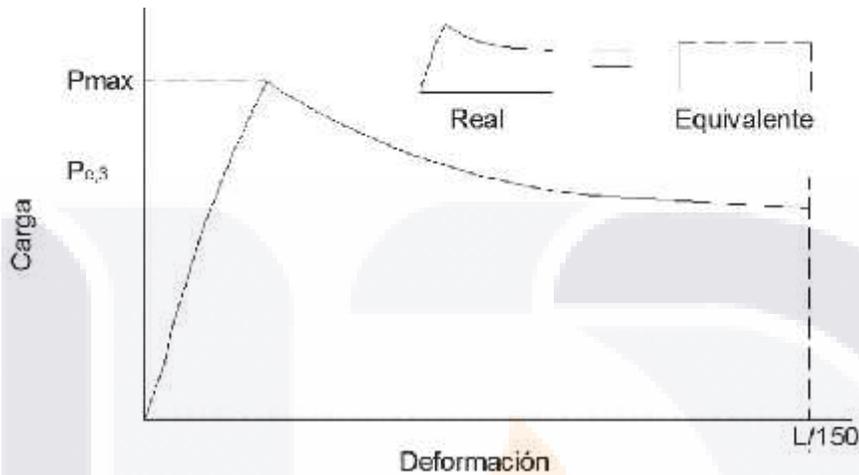


Figura 3.10.- Diagrama utilizado para ponderar el índice de tenacidad de acuerdo al JCI (Ortiz, 2012).

### 3.2.4 UNE

La Norma Española EN 14651:2005 y EN 14651:2006 propone un ensayo de flexo-tensión en una viga con dimensiones de 150x150x550 y 150x150x600 mm, la cual es aplicable para el concreto reforzado con fibras. El ensayo requiere del maquinado de una entalla, ubicada al centro de la fibra inferior de la viga, con dimensiones de 5 mm de ancho, una profundidad de 25 mm y una tolerancia de 1 mm (Blanco, 2008; Pujadas 2008). La configuración del ensayo es análogo al RILEM, mostrado en la figura 3.7.

## 3.3 Patologías de pisos del concreto apoyadas en el suelo

En manuales como los de Cemex (2002), ACI (2010) y *Concrete Society* (2003), se argumenta que el concreto aplicado en pisos industriales se somete a diferentes tipos de carga y desgaste, la capacidad de soportar cargas y su oposición al

desgaste dependerá del concreto. También expresan que el agrietamiento se puede producir por factores como contracción por secado, contracción térmica, restricción, asentamiento del suelo y la aplicación de cargas. En cuanto a las grietas que aparecen antes del endurecimiento del concreto, son el producto del acomodo o contracción de la masa. Las grietas por contracción plástica son relativamente cortas, y pueden aparecer antes de que concluyan los trabajos. La figura 3.11 muestra un piso industrial agrietado.



Figura 3.11.- Ejemplo de un piso industrial con agrietamiento de una empresa de Aguascalientes.

Además el ACI indica que las losas de concreto son típicamente sujetas a una combinación de carga, las cuales son (ACI 360-R, 2010):

- Cargas por llantas de vehículos.
- Cargas concentradas.
- Cargas distribuidas.
- Línea de cargas.
- Cargas inusuales.
- Cargas de construcción.
- Efectos del medio ambiente.

Paralelamente el ACI (2010) considera que es relevante investigar la interacción entre factores, como el espesor de la losa, resistencia del concreto, rigidez del suelo y las cargas aplicadas; otro factor potencial a considerar, es la variación de carga, así como los cambios del suelo, debidos por fluctuaciones en la humedad y temperatura (ACI 360-R,2010).

Los factores que influyen en mayor medida en el comportamiento del piso de concreto industrial son expuestos a continuación.

### 3.3.1 Cargas de vehículos

El ACI (2010) afirma que los elementos motrices dispuestos para el tráfico vehicular sobre el piso industrial, consiste de montacargas y camiones de distribución, su capacidad de carga alcanza los 310 kN. A su vez, las cargas son transferidas por las llantas; por lo que es importante considerar (ACI 360-R,2010):

- Carga máxima por eje.
- Distancia entre las llantas.
- Área de contacto de la llanta.
- Repetición de cargas.

En cuanto la sección de contacto de una llanta, el ACI (2010) indica que se pondera dividiendo su carga por la presión, o bien utilizar valores promedio; por ejemplo, para llantas de goma solida la presiones de contacto van de 1.2 a 1.7 MPa y para las de poliuretano una presión superior a 6.9 MPa (ACI, 2010). Otro organismo como el *Concrete Society* indica que la capacidad de los montacargas usualmente no exceden las 3 toneladas (Concrete Society, 2003). La Figura 3.12 muestra una imagen de un montacargas industrial.



Figura 3.12.- Ejemplo de montacargas industrial (123RF,2015).

### 3.3.2 Cargas concentradas

En los manuales de Cemex (2002) y *Concrete Society* (2003) se considera que en áreas de almacenaje y bodegas, los estantes o *racks* son de uso común, si las cargas en los racks son pesadas, entonces las bases que soportan al estante, inducirán esfuerzos importantes al piso, estas pueden llegar a controlar el espesor de diseño en la losa.

De la misma manera el ACI (2010) observa que los anaqueles llegan a medir 24 metros y producen cargas concentradas de 180 kN. Por lo que se deben considerar parámetros como el valor máximo, la duración y dimensiones (ACI, 2010). La figura 3.13 muestra un sistema de estantes industriales.



Figura 3.13.- Ejemplo de un sistema de estantes industriales (Mecalux,2015).

### 3.3.3 Cargas distribuidas

Las cargas distribuidas de acuerdo con Cemex (2002) y ACI (2010), son las que convencionalmente actúan sobre una sección grande del piso, si son pesadas será recomendable examinar la posibilidad de consolidación del suelo y la deformación de la losa de concreto. La figura 3.14 muestra un ejemplo de cargas distribuidas en el sector industrial.



Figura 3.14.- Ejemplo de cargas industriales distribuidas (Gustech,2015).

### 3.3.4 Problemas en el suelo

La investigación de Zermeño (2005), indica que el agrietamiento del suelo de Aguascalientes se detectó desde hace más de 25 años, y recientemente se observó que la ciudad presenta un hundimiento que alcanza valores de 12 cm por año. A su vez Herrera (2012) considera en su estudio que este fenómeno inicia como un hundimiento del terreno y posteriormente la falla.

También se ha indicado que el fenómeno de la subsidencia tiene lugar debido a la extracción de sólidos y fluidos (Pacheco, 2007)

### 3.4 Investigaciones del piso con fibras apoyado en el suelo

Las fibras como refuerzo en una losa industrial han sido aprovechadas desde hace 30 años para mejorar la plasticidad del concreto a temprana edad, además de mejorar sus propiedades en estado endurecido. Las conclusiones más importantes, son las siguientes:

- Trottier (2002) observa que en estado fresco, el agrietamiento del concreto ocurre debido a la contracción plástica por la evaporación de la humedad. Por otra parte, en estado endurecido, el agrietamiento se suscita por las restricciones provistas en el concreto, lo que genera esfuerzos de tensión, provocando fisuras cortas y que corren en cualquier dirección. En el caso del concreto reforzado con refuerzo convencional no garantiza evitar la falla; pero cuando se adhieren fibras al concreto, ofrece la ventaja de una distribución que permite el control del agrietamiento por contracción plástica, además de proveer resistencia al impacto, fatiga, choques térmicos y abrasión (Trottier, 2002).
- Barros (2005) remarca que la capacidad de carga aumenta con la incorporación de fibras en el concreto de un piso industrial. En sus estudios empleo dosis de 30 y 45 kg/m<sup>3</sup>, aumentando la carga última de un 49 a 60%. De la misma manera menciona que las fibras contribuyen a la generación de un gran número de delgadas grietas, pero una mayor resistencia a su propagación. Inclusive afirma que la durabilidad es mejorada y el número de juntas requerido es menor (Barros, 2005).
- Altoubat (2008) denota que una dosificación de fibras de 0.4% puede lograr valores  $R_{e,3}$  del 30%. Sus ensayos demuestran una

reducción del espesor de la losa de hasta el 17% (Altoubat, 2008).

- Navas (2010) reconoce el uso del concreto reforzado con fibras en la construcción de pisos industriales, debido a la disminución en el plazo de construcción y costo de mano de obra. Su investigación con el uso de fibras, permitió disminuir en un 27.2% el espesor de la losa de concreto. Recomienda para aplicaciones industriales, utilizar fibras de acero en dosificaciones que no excedan los  $45 \text{ kg/m}^3$  (Navas,2010).
- El ACI (2010) expresa que las fibras macro sintéticas en proporciones de 0.2 a 1% del volumen del concreto, incrementa la resistencia residual post-agrietamiento, permitiendo mejorar sus propiedades, con juntas de contracción espaciadas. Igualmente afirma que la resistencia al impacto del concreto con fibras de acero es de 3 a 10 veces mayor que la de uno simple ante impactos y flexiones dinámicas a tensión y compresión (ACI, 2010).
- Michels (2012) argumenta que la adición de fibras transforma el comportamiento frágil del concreto en dúctil, debido a que permiten transferir el esfuerzo. El aumento de la resistencia del esfuerzo residual, se ve aumentado de acuerdo a la dosis de las fibras y su forma. Afirma que una dosificación entre el 20 y 60  $\text{kg/m}^3$  han generado una buena alternativa para el reforzamiento de pisos (Michels, 2012).
- Alani (2013) destaca la necesidad de generar información y conocimiento acerca de las propiedades mecánicas, físicas e incluso químicas del concreto reforzado con fibras (Alani, 2013).

### 3.5 Características del suelo

En los manuales de Cemex (2002) y ACI (2010), observan que el soporte del suelo no debe tener cambios bruscos de dureza, además recomienda que sea uniforme en material y densidad. También indican que debido a la distribución de cargas a lo largo de grandes superficies del suelo; los pisos de concreto no necesitan soportes extremadamente inflexibles. Sin embargo, la capa base del suelo contribuye a tener un rígido soporte en los bordes, lo cual es benéfico para las juntas de losas expuestas a cargas de montacargas. Por otro lado, si el soporte del suelo es débil o blando, es probable que ocurra el fenómeno de consolidación del terreno.

#### 3.5.1 Módulo de reacción

El módulo de reacción mide la rigidez del suelo. Las unidades comúnmente son  $\text{kN/m}^3$  y  $\text{lb/in}^3$ . El manual del ACI dice que los suelos arcillosos proveen los más altos soportes. También observa que un incremento en su densidad, por medio de la compactación, aumentara la resistencia. Es importante considerar que los ciclos de carga y fluctuaciones climáticas modifican el módulo de reacción, lamentablemente estos cambios son no uniformes (ACI, 2010).

A su vez el ACI afirma que existen métodos que pueden alterar las características del suelo, ya sea por una compactación mediante equipamiento o añadiendo químicos que generen ciertas características en el suelo. Generalmente el cemento Portland, cal o cenizas se mezclan con el sustrato para bajar el índice de plasticidad del suelo. A su vez añade, que para un suelo limoso, el cemento Portland puede ser efectivo (ACI, 2010).

Una manera de medir las características mecánicas del suelo es de acuerdo al ASTM D-1196, denominada prueba de placa con carga de campo. De acuerdo al *Concrete Society*, este ensayo determina el módulo de reacción del suelo, sobre un área representada en un sitio con un plato de soporte con diámetro de 760 mm.

Típicamente este ensayo se hace directamente sobre una capa natural (sub-rasante natural), sobre una capa compactada o sobre la sub-base (Concrete Society, 2003).

Otra forma de obtener el módulo de reacción del suelo, de acuerdo al ACI, es mediante la investigación geotécnica, que proporciona información de la superficie del sitio, aplicándose en el diseño y fabricación de los elementos de construcción. Añade que sin el reporte geotécnico, el soporte de losas apoyadas sobre el suelo es frecuentemente discutido (ACI, 2010).

### 3.6 Ecuaciones de diseño de losas sin refuerzo apoyadas en el suelo

Las ecuaciones que se aplican en el diseño de pisos de concreto sin refuerzo apoyados en el suelo, se han desarrollado desde 1925. Para su aplicación, las ecuaciones se han separado de acuerdo a la ubicación de carga, en carga interna, en la esquina y en el eje. La figura 3.15 muestra un esquema de la clasificación de cargas en losas industriales.

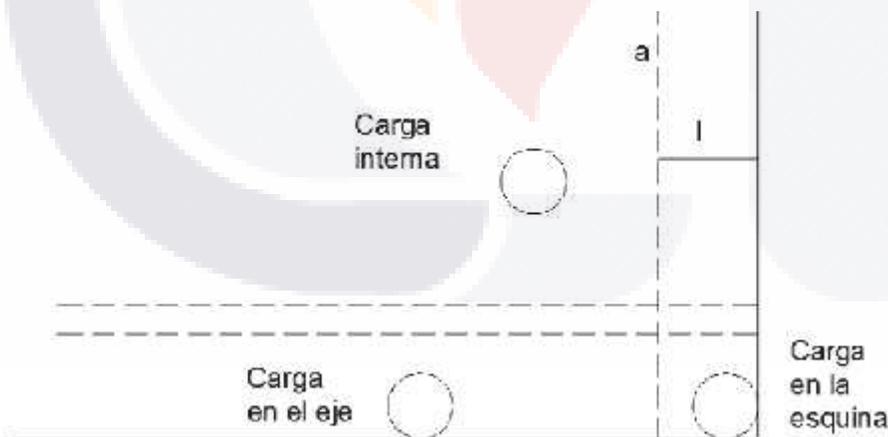


Figura 3.15.- Esquema que ilustra la posición relativa de la aplicación de la carga (ACI, 2010).

Donde:

$l$  =Radio de rigidez relativo (mm).

$\alpha$  =Radio de contacto de la carga (mm).

### 3.6.1 Modelo Westergaard

De acuerdo con lo observado por Barros (2001), Westergaard fue el primer investigador en desarrollar un modelo analítico para el concreto simple en losas, donde consideró un soporte sobre un campo elástico. Este modelo esta restringido a un régimen elástico lineal, lo cual está lejos del real comportamiento del concreto (Barros, 2001). A su vez el *Concrete Society* declara que en su concepto, Westergaard asume que una losa actúa homogéneamente, en equilibrio con un sólido elástico isotrópico y que las reacciones del suelo son únicamente verticales y proporcionales a la deflexión de la losa. El *Concrete Society* concluye que Westergaard denotó a la característica del suelo como el módulo de reacción (Concrete Society.2003).

Las formulas propuestas por Westergaard para el diseño de losas de concreto apoyadas en el suelo, son:

Para carga interna:

$$\sigma_m = \left[ 0.275(1 + \mu) \frac{P}{h^2} \right] * l \quad \text{y} \quad \left[ 0.36 \frac{Eh^2}{Kb^4} \right] \quad \text{Ecuación 3.3}$$

$$Z_i = \frac{P}{8Kl^2} \quad \text{Ecuación 3.4}$$

Para carga en el eje:

$$\sigma_m = \left[ 0.529(1 + 0.54\mu) \frac{P}{h^2} \right] * l \quad \text{y} \quad \left[ 0.2 \frac{Eh^2}{Kb^4} \right] \quad \text{Ecuación 3.5}$$

$$Z_e = \frac{1}{\sqrt{6}} (1 + 0.4\mu) \frac{P}{Kl^2} \quad \text{Ecuación 3.6}$$

Para carga en la esquina:

$$\sigma_m = \frac{3P}{h^2} \left[ 1 - 1.41 \left[ 12(1 - \mu^2) \frac{Kb^4}{Eh^2} \right]^{0.2} \right] \quad \text{Ecuación 3.7}$$

$$Z_c = \left(1.1 - 0.88 \frac{a_1}{l}\right) \frac{P}{Kl^2} \quad \text{Ecuación 3.8}$$

$$b = [1.6r + h] - 0.675h \bar{p} \quad r < 1.75h \quad \text{Ecuación 3.9}$$

$$b = r \bar{p} \quad r \geq 1.72h \quad \text{Ecuación 3.10}$$

$$l = \left[ \frac{Eh^3}{1 - \mu^2} K \right]^{0.2} \quad \text{Ecuación 3.11}$$

Donde:

P= carga a la primer grieta (N)

$\sigma_m$  = Esfuerzo máximo(N/mm<sup>2</sup>)

$\mu$ = Relación de Poisson (0.15-0.2)

h= Espesor de losa (mm)

E=Módulo de elasticidad (N/mm<sup>2</sup>)

K=Módulo de reacción (N/mm<sup>3</sup>)

l =Radio de rigidez relativo (mm)

$Z_v, Z_e, Z_c$  = Deflexión vertical (para carga interior, esquina y centro) (mm)

$a_1$  = Distancia entre el centro de la carga y la esquina (mm)

### 3.6.2 Modelo de Winkler

El *Concrete Society* argumenta que el modelo de Winkler se basa en una placa soportada por un líquido denso, en el cual un soporte asume que se deforma bajo una fuerza vertical, sin la transmisión de corte a las áreas adyacentes del soporte (Concrete Society, 2003). Por otro lado el ACI dice que el modelo Winkler, considera al suelo como resortes lineales, de manera que la reacción es proporcional a la deflexión de la losa (ACI, 2010). Este modelo, es aplicado comúnmente en la

solución de elementos estructurales de losas industriales, por medio de elemento finito.

En resumen el modelo de Winkler propone que el desplazamiento transversal  $v$  en cualquier punto del suelo que actúa como soporte es directamente proporcional a la presión  $q$  aplicada en dicho punto y además independiente de los demás puntos adyacentes al mismo (Santana, 2010). La ecuación de Winkler en forma simplificada es:

$$q(x) = K (x) \tag{Ecuación 3.12}$$

Donde:

$K$ = coeficiente de balastro del suelo.

### 3.6.3 Modelo de Meyerhof

Navas menciona que el modelo de Meyerhof se basa en la teoría de líneas de fluencia con un enfoque plástico, esto modifica los supuestos definidos en la teoría de diseño convencional (teoría elástica según Westergaard) (Navas, 2010). Asimismo el concepto de línea de fluencia, asume que la losa tiene una adecuada ductilidad y no falla por corte, además de considerar que no debe estar pre-agrietada (Concrete Society, 2003). La ecuación de capacidad de carga última de acuerdo al modelo de Meyerhof, es (Martínez, 2012):

$$q_u = cN_c s_c d_c + q_0 \tag{Ecuación 3.13}$$

Donde:

$c$ = Resistencia al corte no-drenada del suelo de desplante.

$N_c$ = Factor de capacidad de carga cohesivo.

$s_c$ = Factor de forma en planta de la cimentación.

$d_c$ = Factor de profundidad.

$q_0$ = Esfuerzo vertical a la profundidad de desplante de la cimentación.

Este modelo, es el fundamento para las formulaciones postuladas por algunos organismos, como:

### 3.6.3.1 Concrete Society

El *Concrete Society* establece una aproximación para cargas sobre pequeñas áreas circulares en una losa apoyada en el suelo. Considera que cuando el esfuerzo de flexión bajo la carga llegue al esfuerzo permisible del concreto, entonces la losa cederá, fisurándose en forma radial en la parte inferior (Concrete Society, 2003).

Las ecuaciones para el diseño de losas de concreto apoyadas en el suelo, de acuerdo al *Concrete Society*, son:

$$M_0 = f_c \frac{dn^2}{6} \tag{Ecuación 3.14}$$

Para carga interna:

$$P_i = 6 \left[ 1 + \frac{z}{l} \right] M_c \tag{Ecuación 3.15}$$

Para carga en el eje:

$$P_e = 3.5 \left[ 1 + \frac{3\alpha}{l} \right] M_0 \tag{Ecuación 3.16}$$

Para carga en la esquina:

$$P_c = 2 \left[ 1 + \frac{4\alpha}{l} \right] M_0 \tag{Ecuación 3.17}$$

Donde:

$P$ = Última carga permisible (N)

$l$  =Radio de rigidez relativo (mm)

$a$  = Radio de contacto de la carga (mm)

$M_0$  = Momento límite de la losa (N-mm)

$f_c$  = Resistencia a la primera grieta (N/mm<sup>2</sup>)

### 3.6.3.2 ACI

El organismo ACI basa su diseño en el modelo por Meyerhof, para determinar la carga última ( $P_u$ ) (ACI, 2010). Las ecuaciones de diseño establecidas por el ACI, son:

Para carga interna: a una distancia mayor a  $(l+a)$  con respecto a un eje.

Si  $a/l=0$ :

$$P_u = 2\pi(M_p + M_u) \tag{Ecuación 3.18}$$

Si  $a/l>0.2$ :

$$P_u = \frac{4(M_p + M_u)}{\left(1 - \frac{a}{l}\right)} \tag{Ecuación 3.19}$$

Para carga en el eje: a una distancia mayor que  $(l+a)$  desde la esquina:

Si  $a/l=0$ :

$$P_u = \left[ \frac{\pi(M_p + M_u)}{2} \right] + 2M_n \tag{Ecuación 3.20}$$

Si  $a/l>0.2$ :

$$P_u = \left[ \frac{\pi(M_p + M_u) + 4M_n}{\left(1 - \frac{2}{3}\right)} \right] \tag{Ecuación 3.21}$$

Para carga en el eje: cuando el centro de la carga se localiza en una esquina:

Si  $a/l=0$ :

$$P_u = 2M_n \quad \text{Ecuación 3.22}$$

Si  $a/l > 0.2$ :

$$P_u = \left[ \frac{4 M_n}{(1 - \frac{a}{l})} \right] \quad \text{Ecuación 3.23}$$

Donde:

$M_n$ = Momento negativo último de la losa (N-m)

$M_p$ = Momento positivo último de la losa (N-m)

$E$ = Módulo elástico del concreto psi (Pa)

$a$ = Radio del área de contacto in (m)

$k$ = Módulo de reacción del subrasante lb/in<sup>3</sup> (N/m<sup>3</sup>)

$l$  = Radio de rigidez relativa (m)

$$l = \sqrt[4]{\frac{Eh^3}{1 - \nu^2}k} \quad \text{Ecuación 3.24}$$

### 3.7 Diseño de losas reforzadas con fibras apoyadas en el suelo

Existen organismos que han regulado el uso de las fibras como refuerzo en las losas de concreto, mediante formulaciones que permiten calcular la carga permisible. Los organismos que se aplican comúnmente son:

#### 3.7.1 Concrete Society

Elsaigh (2001) remarca que la ductilidad del concreto reforzado con fibras de acero es caracterizado por la resistencia residual ( $R_{e,3}$ ). Esta provee una capacidad post-agrietamiento del momento límite de la losa ( $M_o$ ) (Elsaigh,2001), la ecuación para calcularla de acuerdo con el *Concrete Society*, es:

$$M_o = \left[ 1 + \frac{R_{e,3}}{1} \right] f_c \left( \frac{b^3}{6} \right) \quad \text{Ecuación 3.25}$$

En su manual el *Concrete Society* denota que se requiere de una dosificación suficiente para dar un valor mínimo  $R_{e,3}$  igual o mayor a 0.3 (Concrete Society, 2003).

### 3.7.2 ACI

En su reporte el ACI manifiesta que los desplazamientos máximos de un losa dependen de la rigidez y están en función del factor de resistencia residual, determinado bajo la norma JSCE-SF4. El ACI basa su diseño en el modelo de Meyehof. Las fórmulas propuestas por el ACI, son:

Carga central a lo largo de la losa:

$$P_o = 6 \left[ 1 + \frac{2a}{L} \right] M_o \quad \text{Ecuación 3.26}$$

$$M_o = M_n + M_p = \left[ 1 + \frac{R_{e,3}}{1} \right] \left[ \frac{f_c \cdot b \cdot h^2}{6} \right] \quad \text{Ecuación 3.27}$$

Carga en el eje:

$$P_o = 3.5 \left[ 1 + \frac{3a}{L} \right] M_o \quad \text{Ecuación 3.28}$$

$$M_o = M_n + M_p = \left[ 1 + \frac{R_{e,3}}{1} \right] \left[ \frac{f_c \cdot b \cdot h^2}{6} \right] \quad \text{Ecuación 3.29}$$

Carga en la esquina:

$$P_o = 2 \left[ 1 + \frac{4a}{L} \right] M_o \quad \text{Ecuación 3.30}$$

$$M_o = M_n + M_p = \left[ \frac{f_c \cdot b \cdot h^2}{6} \right] \quad \text{Ecuación 3.31}$$

Donde:

a= Radio del circulo de un área igual a la placa base in o mm

b= Unidad de ancho 1 in o 1 mm

$f_r$ = Módulo de ruptura del concreto psi o MPa

h= Espesor de la losa in o mm

L= Radio de rigidez relativa in o mm

$M_n$ = Resistencia del momento negativo (tensión en la parte superior) de la losa, in-lb o N-mm

$M_p$ = Resistencia del momento positivo (tensión en la parte inferior) de la losa, in-lb o N-mm

$P_o$ = Resistencia de la carga última de la losa lb o N

$R_{e,3}$ = Factor de resistencia residual determinado bajo la norma JSCE SF4 en %. El término  $\left[1 + \frac{R_{e,3}}{1}\right]$  es un factor que dependerá de la rigidez del SFRC de la losa sobre el suelo.

### 3.7.3 DVB, RILEM y fib

De acuerdo con Ackermann, en Alemania ningún estándar para el diseño del concreto reforzado con fibras existe, por lo que su aplicación es regulada por aproximaciones técnicas o por validación en casos individuales. Denota que la *Deutscher Beton- Und Bautechnik Verein E.V.* (DVB) ha publicado boletines técnicos referentes al diseño del concreto reforzado con fibras de acero (DVB 2001), el cual no indica un estándar oficial. Para resolver el inconveniente de la regulación del uso del concreto reforzado con fibras, el Comité de Alemania para el concreto estructural, decidió publicar una guía que corresponde al estándar DIN 1045-1 2001. Ackermann concluye que de acuerdo al DIN 18800-5 2007 el momento resistivo de una losa soportada en forma continua, puede ser analizada considerando una distribución de esfuerzo perfectamente plástico (Ackermann, 2007).

Por otra parte otras investigaciones como la de Navas (2010) y Nayar (2012) indican que normas de procedencia Europea, por ejemplo el fib y RILEM, aplican las mismas formulaciones que las propuestas por el *Concrete Society* (Navas,2010; Nayar,2012).



## Opiniones y comentarios del capítulo

En este capítulo se abordaron temas básicos para la investigación, como las generalidades del concreto reforzado con fibras de acero y polipropileno, donde se pueden apreciar sus características constructivas, así como sus cualidades.

Por otra parte, los organismos que rigen y establecen las normas de los ensayos son de suma importancia, ya que permiten la unificación de los procedimientos y criterios, con el fin de realizar comparaciones entre ellos.

En cuanto a las patologías de los pisos industriales de concreto, existen diversos factores que llegan a mermar su desempeño; de acuerdo a los requerimientos actuales, la capacidad de las losas han sido rebasadas, por lo cual es importante el desarrollo de nuevas metodologías que permitan solventar estas necesidades industriales.

En la actualidad existen formulaciones para la ponderación del comportamiento mecánico del piso de concreto reforzado con fibras, especialmente para fibras de acero. Lamentablemente estas son conservadoras, por que parten de bases teóricas que no permiten explotar el potencial que puede brindar el refuerzo con fibras.

# CAPÍTULO 4

## Campaña experimental y resultados



*Si buscas resultados distintos, no hagas siempre lo mismo.*

Albert Einstein

Este capítulo muestra el procedimiento de tres campañas experimentales, las cuales forman parte de los resultados del proyecto de investigación. En la primera etapa, se investigó el comportamiento mecánico de fibra de acero y polipropileno. En la segunda, se seleccionaron dos fibras por su mejor comportamiento para ser estudiadas en función de una variación en la cuantía de fibras. Por su parte, en la tercera etapa se analiza el comportamiento de los pisos reforzados con fibras apoyados en diferentes terraplenes.

### 4.1 Fibras empleadas

Con el objetivo de analizar el comportamiento de las fibras de acero y polipropileno, en la primera campaña experimental se utilizaron nueve fibras: cinco de acero y cuatro de polipropileno, de las cuales variaban su forma, relación de aspecto, cantidad de fibras por kilogramo, resistencia a la tensión, módulo de elasticidad y dosificación. Las tablas 4.1 y 4.2 muestran las características técnicas de las fibras, mientras que las tablas 4.3 y 4.4 ilustran las imágenes de las mismas.

Fibra	Marca	Material	Forma	Resistencia a la tensión (MPa)	Longitud (mm)
SFRC1	Dramix ®	Acero	Con ganchos	1160	60
SFRC2	Ramgra® con estribos	Acero	Con ganchos	1072	40
SFRC3	Ramgra ® ondulada	Acero	Dentada	1072	29
SFRC4	Fibracero ®	Acero	Dentada	1100	25
SFRC5	Tecnor ®	Acero	Ondulada	1765	39
PFRC1	Macmatrix ®	Polipropileno	Recta	586	50
PFRC2	Masterfiber® micro	Polipropileno	Recta	552	19
PFRC3	Masterfiber® STR	Copolímero	Recta	637	38
PFRC4	Tufstrandsfeuc lid ®	Polipropileno	Ondulada	625	50

Tabla 4.1.- Características de las fibras ensayadas en las campañas experimentales.

Fibra	Sección (mm)	Relación de aspecto L/D	Fibras por kg	Módulo de Young (MPa)	Dosificación (kg/m <sup>3</sup> )
SFRC1	Cilíndrica 0.9	66.66	3200	210000	28
SFRC2	Cilíndrica 1	40	2207	210000	28
SFRC3	Cilíndrica 1	29	2800	210000	28
SFRC4	Cilíndrica 0.5	24.44	1841	210000	27
SFRC5	Rectangular 2x1	50	27500	210000	6
PFRC1	Rectangular 1.5x0.5	61.15	44950	4000	3
PFRC2	Cilíndrica 0.01	1900	90x10 <sup>6</sup>	3794	0.6
PFRC3	Rectangular 2x0.5	33.67	75758	4300	2.7
PFRC4	Cilíndrica 0.66	75.75	61350	9500	3

Tabla 4.2.- Características de las fibras ensayadas en las campañas experimentales (continuación).

La nomenclatura manejada es una traducción literaria de *Steel Fiber Reinforced Concrete* (SFRC) y *Polypropylene Fiber Reinforced Concrete* (PFRC)

<p>a) SFRC1</p> 	<p>b) SFRC2</p> 
<p>c) SFRC3</p> 	<p>d) SFRC4</p> 
<p>e) SFRC5</p> 	

Tabla 4.3.- Imágenes de las fibras de acero ensayadas en las campañas experimentales.



Tabla 4.4.- Imágenes de las fibras de polipropileno ensayadas en las campañas experimentales.

Los materiales y los métodos seguidos para la elaboración del concreto, así como los ensayos aplicados en estado fresco se pueden consultar en el anexo B.

#### 4.2 Etapa 1: Comportamiento mecánico del concreto reforzado con fibras de acero o polipropileno

En el proceso inicial se estudiaron las nueve fibras mostradas en las tablas 4.1 a 4.4, con el objetivo de decidir cuál fibra tiene un mejor desempeño mecánico a un menor costo. Para ello, se utilizó la dosificación recomendada por los fabricantes de la fibra, en aplicaciones de pisos industriales; se muestran los resultados provenientes de la campaña experimental en los siguientes apartados.

### 4.2.1 Generalidades

En el estudio se realizaron ensayos en estado fresco y endurecido al concreto sin refuerzo (NF), concreto reforzado con fibras de acero (SFRC) y concreto reforzado con fibras de polipropileno (PFRC). En estado fresco se realizaron tantas pruebas como cantidad de amasadas, las cuales variaron de dos a tres. En estado endurecido se efectuaron un total de 167 especímenes, la tabla 4.5 indica el número de probetas fabricadas para ensayar a compresión y flexión, así como la cantidad y la proporción de fibra utilizada.

Fibra	Número de muestras				Cantidad de fibra (Kg/m <sup>3</sup> )	Porcentaje de fibra (%)
	Compresión			Flexión		
	3 días	7 días	28 días	28 días		
<i>NF</i>	3	3	5	1	0	0
<i>SFRC</i> <i>1</i>	3	3	6	11	28	1.19
<i>SFRC</i> <i>2</i>	3	3	6	5	28	1.19
<i>SFRC</i> <i>3</i>	3	3	6	1	28	1.19
<i>SFRC</i> <i>4</i>	3	3	6	6	3	0.13
<i>SFRC</i> <i>5</i>	3	3	6	12	6	0.25
<i>PFRC</i> <i>1</i>	3	3	6	4	3	0.12
<i>PFRC</i> <i>2</i>	3	3	6	2	0.6	0.02
<i>PFRC</i> <i>3</i>	3	3	6	11	2.7	0.11
<i>PFRC</i> <i>4</i>	3	3	6	11	3	0.13

Tabla 4.5.- Probetas fabricadas para ensayos de compresión y flexión, así como cantidades y proporciones de fibras.

### 4.2.2 Resultados

El procedimiento para obtener la consistencia y/o trabajabilidad de la mezcla de concreto se realizó mediante la prueba de revenimiento, de acuerdo al ASTM C-143. Los resultados se muestran en la tabla 4.6.

Fibra	Marca	Revenimiento (cm)	Razón de Poisson(adimensional)
NF	Sin fibra	10.41	0.23
SFRC1	Dramix ®	9.16	0.24
SFRC2	Ramgra® con estribos	11.25	0.22
SFRC3	Ramgra ® ondulada	12.33	0.18
SFRC4	Fibracero ®	10	0.21
SFRC5	Tecnor ®	9	0.19
PFRC1	Macmatrix ®	11	0.26
PFRC2	Masterfiber® micro	10.5	0.31
PFRC3	Masterfiber® STR	8.05	0.35
PFRC4	Tuf-strand-sf-euclid ®	8.2	0.37

Tabla 4.6.- Resultados del ensayo de revenimiento y razón de Poisson del concreto NF, SFRC y PFRC de acuerdo a la norma ASTM C-143.

El proceso de curado y acondicionamiento de los cilindros de concreto, se ajustaron a las especificaciones de la norma ASTM C192, y ASTM C617. Mientras que para determinar el módulo de Young, se siguió el procedimiento que indica la norma ASTM C469. Los resultados del ensayo de compresión uniaxial y módulo de elasticidad, son marcados en la tabla 4.7, a su vez el coeficiente de variación porcentual se indica entre paréntesis.

Fibra	Cantidad de fibra (Kg/m <sup>3</sup> )	Resistencia a compresión (Mpa)			E (MPa)
		3 días	7 días	28 días	
NF	0	24.33 (3.17)	26.96 (2.44)	30.62 (5.39)	48067
SFRC 1	28	22.86 (3.52)	27.11 (2.76)	33.09 (4.86)	47579
SFRC 2	28	24.20 (3.74)	28.30 (1.81)	32.98 (3.62)	45494
SFRC 3	28	20.83 (8.25)	24.18 (9.19)	27.36 (6.41)	48868
SFRC 4	2.7	22.89 (3.65)	27.42 (0.85)	32.44 (1.59)	46463
SFRC 5	6	21.68 (3.23)	24.53 (7.90)	30.48 (8.28)	49195
PFRC 1	3	20.38 (4.87)	26.94 (5.70)	30.50 (4.16)	48658
PFRC 2	0.6	23.42 (7.06)	27.37 (5.90)	31.72 (3.76)	47125
PFRC 3	2.7	23.21 (4.18)	28.97 (3.01)	32.64 (3.44)	46825
PFRC 4	3	22.62 (3.32)	26.01 (3.71)	31.35 (4.86)	48308
<b>Promedio</b>					47658
<b>Desviación estándar</b>					1179
<b>Coefficiente de variación</b>					2.47

Tabla 4.7.-Resultados de resistencia a compresión y módulo de elasticidad (E).

Los ensayos de compresión se realizaron de acuerdo a la norma ASTM C39. Los gráficos del comportamiento a compresión, se muestran en las figuras 4.1 y 4.2.

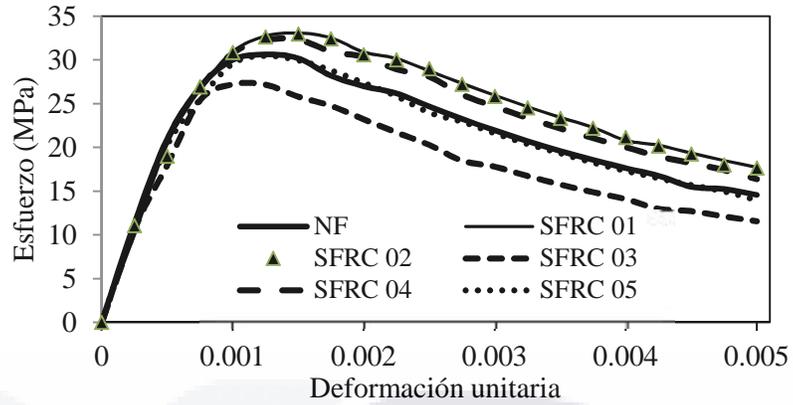


Figura 4.1.- Resultados del ensayo a compresión para concreto reforzado con fibras de acero.

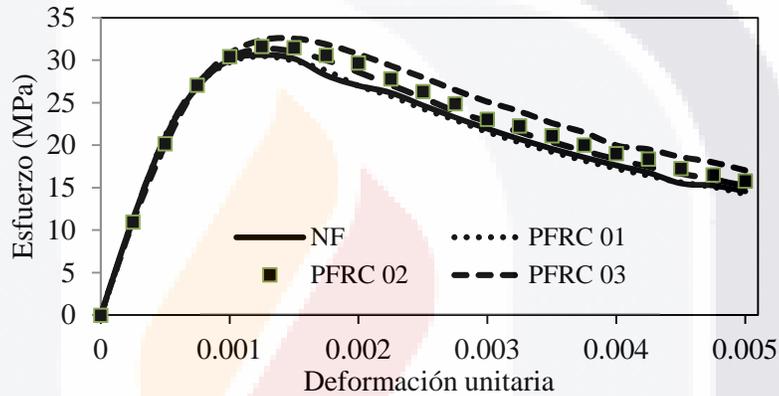


Figura 4.2.- Resultados del ensayo a compresión para concreto reforzado con fibras de polipropileno.

Se observa en los resultados de resistencia a compresión, que las probetas de concreto reforzado con fibras, tanto de acero como de polipropileno a 3 días presentaron un valor menor de resistencia, en relación al concreto sin fibras. En las muestras de 7 días, más de la mitad de los ensayos llegan a superar el comportamiento del concreto sin fibras, mientras que a los 28 días prácticamente todos los valores de resistencia a compresión lo igualan o superan. Por otro lado, el concreto SFRC 1 muestra el mejor comportamiento a compresión, con un aumento en su resistencia de un 8%, asimismo el concreto PFRC 3 tuvo el mejor comportamiento en el ramo de fibras de polipropileno. Paralelamente Balaguru y Shahhan (1992) reportan que el efecto de la adición de fibras de acero en la resistencia a compresión es insignificante para cuantías de hasta el 25% (Balaguru, 1992), lo cual se manifiesta en este estudio, ya que no existe variación significativa a compresión entre los

concretos; por esta razón los coeficientes de variación a 3, 7 y 28 días fueron menores al 10%.

De igual forma, los resultados obtenidos en relación al módulo de elasticidad del concreto, tanto con fibras como sin fibras, muestran que su adición al concreto no genera una variación significativa en la rigidez.

Los ensayos a flexión se realizaron de acuerdo a la norma ASTM C78. Para la prueba se colocó un micrómetro en la parte inferior central, para posteriormente alinear la viga con los soportes, e iniciar la aplicación de la carga a una velocidad uniforme de entre 8.8 a 12.3 kg/cm<sup>2</sup>-min.

Por otra parte, las figura 4.3 y 4.4, muestran las curvas carga-deflexión vertical, en las cuales se puede observar un aumento en la ductilidad provocadas por la acción de las fibras, cabe mencionar que los concretos SFRC 3 y PFRC 2 no aportaron resistencia post-agrietamiento, motivo por el cual se excluyeron de estas gráficas.

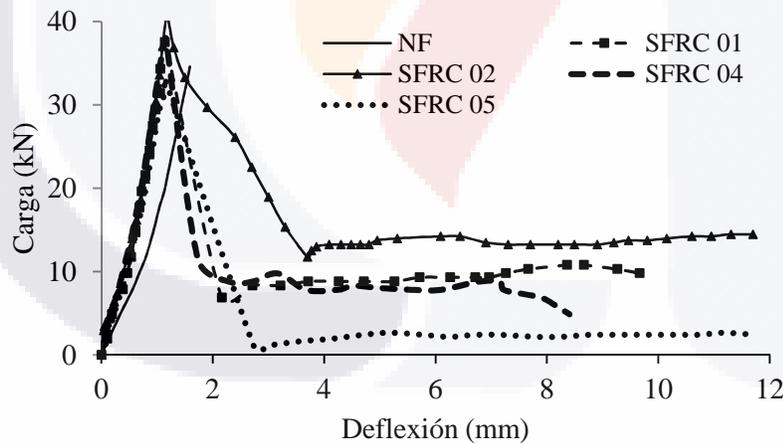


Figura 4.3.- Gráfica carga-deflexión para concretos reforzados con fibras de acero a 28 días.

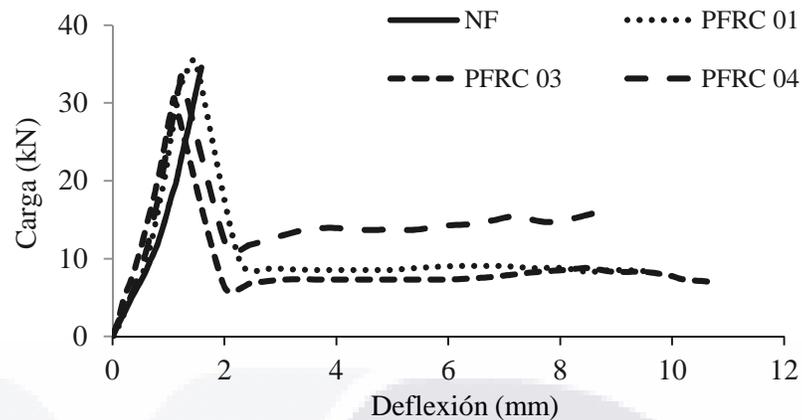


Figura 4.4.- Gráfica carga-deflexión para concretos reforzados con fibras de polipropileno a 28 días.

Se aprecia en las gráficas anteriores, que en las vigas de concreto reforzado con fibras de acero (SFRC) las cargas máximas llegan a ser de hasta un 17% mayor con respecto a la viga de referencia (sin fibras, NF). Por el contrario, en las vigas de concreto reforzado con fibras de polipropileno (PFRC) solo una de ellas (PFRC 1) supera en 1% la carga máxima, lo cual sugiere que la aportación de resistencia mecánica a flexión de las de acero es mayor que las de polipropileno.

Aunque en general las fibras de polipropileno no presentan ventajas en la carga máxima, su ductilidad se puede comparar con las de acero. En el anexo C se muestran resultados complementarios de los experimentos de compresión y flexión.

A su vez, en forma analítica se determinaron los índices de tenacidad a flexión, mediante la obtención del área bajo la curva carga-deflexión vertical, siguiendo las recomendaciones de la norma (JCI-SF4, 1983) del *Japanese Concrete Institute* y los criterios de las normas ASTM C-1018 y C-1399. La tabla 4.8 muestra los valores obtenidos.

Fibra	MR (Mpa)	f <sub>e,3</sub> (Mpa)	R <sub>e,3</sub> (%)	Adimensional				
				I <sub>5</sub>	I <sub>10</sub>	I <sub>20</sub>	R <sub>5-10</sub>	R <sub>10-20</sub>
NF	4.362							
SFRC 1	4.869	2.86	58.77	4.36	7.05	11.20	57.00	41.50
SFRC 2	4.856	2.43	50.01	3.53	5.58	10.60	41.00	46.33
SFRC 3	4.194							
SFRC 4	4.488	2.12	47.28	3.40	5.00	6.77	32.00	17.67
SFRC 5	4.475	2.24	50.10	3.50	4.43	4.98	18.50	5.50
PFRC 1	4.345	2.28	52.52	3.30	4.75	7.40	29.00	26.50
PFRC 2	4.213							
	4.643	1.79	38.56	2.78	3.93	6.35	23.00	24.17

Tabla 4.8.- Módulo de ruptura, índices de tenacidad y resistencia residual a flexión en vigas prismáticas a 28 días.

Las vigas de concreto reforzado con las fibras SFRC 3 y PFRC 2 no presentaron ninguna ductilidad después de la primera fisura, por lo que los parámetros que miden el comportamiento de tenacidad (R<sub>e,3</sub>, R<sub>5-10</sub> y R<sub>10-20</sub>) son nulos. Por otro lado, se refleja que la aportación de las fibras a la resistencia residual, medida en función de R<sub>e,3</sub>, se encuentra entre el 38 y el 59%, lo que concuerda con otros estudios que han reportado que el concreto reforzado con fibras a bajas cuantías (por debajo del 0.5%), presentan valores de entre el 20 y el 50% (Altoubat, 2006).

Otro parámetro de análisis fue el costo de las fibras, la tabla 4.9, señala los valores relativos en pesos mexicanos por m<sup>3</sup>.

Concreto	Costo en pesos por m <sup>3</sup>
NF	1150
SFRC 1	1708
SFRC 2	1766
SFRC 3	1766
SFRC 4	1589
SFRC 5	1757
PFRC 1	1902
PFRC 2	1210
PFRC 3	1651
PFRC 4	1547

Tabla 4.9.- Costo en pesos del concreto SFRC y PFRC por metro cubico.

### 4.3 Etapa 2: Comportamiento mecánico del concreto reforzado con fibras en diferentes dosificaciones

Como resultado de la primera etapa experimental, se seleccionaron dos fibras (una de acero y otra de polipropileno) en base a la respuesta mecánica y costo. Las fibras seleccionadas son las de acero marca Dramix® modelo RC-65/60-BN con dosificaciones de 20, 30 y 40 kg/m<sup>3</sup> (SFRC 20, SFRC 30 y SFRC 40, respectivamente) y la macro-sintética de polipropileno Euclid® modelo TUF Strand SF con dosificaciones de 2.125, 4.250 y 6.375 kg/m<sup>3</sup> (PFRC 2.125, PFRC 4.250 y PFRC 6.375, respectivamente). Las dosificaciones fueron seleccionados para cada tipo de fibra en base a tres criterios: (a) la proporción sugerida por la empresa desarrolladora del producto, (b) la máxima cuantía recomendada para mantener una buena trabajabilidad del concreto en estado fresco y (c) en base a cantidades empleadas en otros estudios como los de Dupont (2002); Garcia (2009) y Buratti, (2011). Las características generales de las fibras utilizadas se muestran en la tabla 4.10.



Marca	Dramix ®	TUF Strand SF Euclid ®
Forma	Con ganchos	Ondulada
Longitud (mm)	60	50
Diámetro (mm)	0.9	0.66
Relación de aspecto	66.66	75.75
Resistencia mínima a la tensión (MPa)	1160	625
Módulo de Young (GPa)	210	9.5
Cantidad de fibras por kg	3200	61350

Tabla 4.10.- Geometría y características de las fibras empleadas en la segunda etapa experimental.

Para cada dosificación de concreto SFRC y PFRC se generaron 12 probetas cilíndricas y 12 prismáticas para ser ensayadas a compresión y a flexión respectivamente. Además de 6 probetas cilíndricas y 6 prismáticas sin fibras (NF) como parámetro de referencia. Todos los experimentos mecánicos se realizaron a 28 días.

### 4.3.1 Resultados

Se caracterizó la resistencia a compresión de acuerdo a las normas ASTM C-39 y C-469, respectivamente. En la tabla 4.11 se reflejan los resultados de resistencia

a compresión ( $f'c$ ) y los valores de módulo de elasticidad (E), así como su coeficiente de variación porcentual entre paréntesis.

		Valores a 28 días	
Fibra	Cantidad de fibra (kg/m <sup>3</sup> )	$f'c$ (MPa)	E (MPa)
NF	Sin fibra	31.0 (6.1)	49951 (6.3)
SFRC 20	20	31.2 (4.0)	49175 (2.7)
SFRC 30	30	32.2 (2.2)	49031 (2.9)
SFRC 40	40	31.5 (5.2)	49559 (3.6)
PFRC 2.125	2.125	31.5 (6.8)	49095 (3.0)
PFRC 4.250	4.250	30.5 (6.2)	48922 (4.6)
PFRC 6.375	6.375	30.3 (7.3)	47091 (4.2)

Tabla 4.11.-Resultados de resistencia a compresión y módulo de elasticidad.

Se contempla en los datos obtenidos, que existen fibras que provocan una reducción en la resistencia a compresión, la cual es notoria a mayor dosificación en los concretos PFRC. Esto se debe principalmente al efecto del incremento de la porosidad que causa su adición al concreto, asimismo estos valores se relacionan con otras investigaciones (Buratti, 2011; Bencardino, 2008). De igual forma, el módulo de elasticidad del concreto indicó que este es independiente de la proporción de las fibras; otras investigaciones han detectado este efecto (Buratti, 2011).

Por otra parte, se determinaron los índices de tenacidad a compresión mediante la obtención del área bajo la curva del diagrama esfuerzo-deformación en compresión, utilizando el instrumental descrito en la norma ASTM C-469, los resultados se muestran en la tabla 4.12. Por otra parte, los diagramas de esfuerzo contra deformación a compresión se muestran en las figuras 4.5 y 4.6.

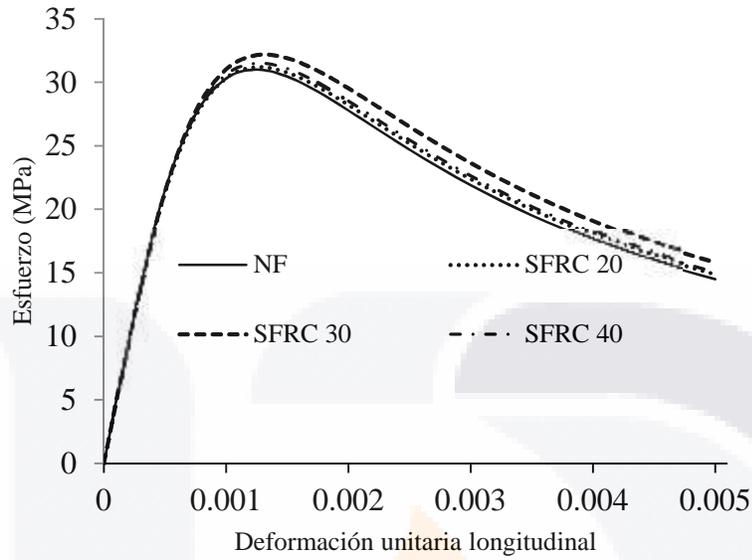


Figura 4.5.- Gráfica esfuerzo-deformación unitaria a compresión para los concretos NF y SFRC en diferentes dosificaciones.

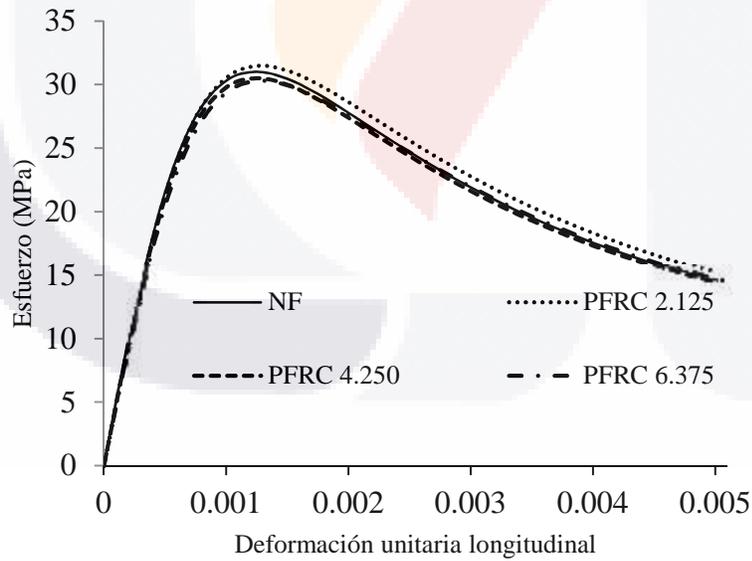


Figura 4.6.- Gráfica esfuerzo-deformación unitaria a compresión para los concretos NF y PFRC en sus diferentes dosificaciones.

Fibra	Índice de tenacidad a compresión (kPa)			
	Hasta 0.00125	Hasta 0.003	Hasta 0.004	Hasta 0.005
NF	34.330	79.03	97.59	112.80
SFRC 20	34.340	79.80	98.81	114.41
SFRC 30	35.030	82.75	102.90	119.49
SFRC 40	34.650	80.59	99.81	115.59
PFRC 2.125	34.540	80.70	100.06	115.97
PFRC 4.250	33.750	77.80	96.13	111.16
PFRC 6.375	33.190	77.65	96.32	111.66

Tabla 4.12.- Índices de tenacidad a compresión hasta una deformación unitaria de 0.005.

En base a los valores de tenacidad a compresión obtenidos, puede verse que el concreto SFRC 30 tuvo un mejor comportamiento global en su índice de tenacidad a compresión. Por el contrario, se observa que para el caso de los concretos PFRC 4.250 y PFRC 6.375 la tenacidad a compresión en general es menor que la correspondiente al concreto sin fibras.

Por su parte, los ensayos de flexión se efectuaron como lo establece la norma ASTM C78. En las figuras 4.7 y 4.8 se muestran las curvas carga-deflexión, en las cuales se puede observar un aumento en la ductilidad, provocadas por la acción de las fibras. En cuanto a las cargas máximas por flexión, estas son similares para las vigas de SFRC y PFRC.

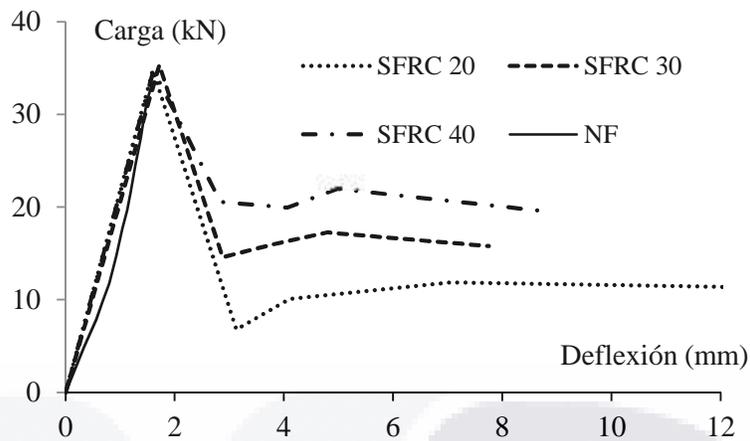


Figura 4.7.- Gráfica carga-deflexión a flexión para los concretos NF, SFRC y PFRC.

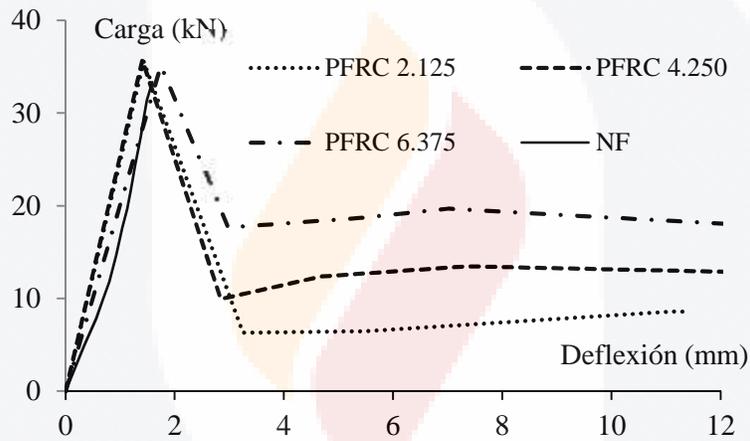


Figura 4.8.- Gráficas carga-deflexión a flexión para los concretos NF, SFRC y PFRC.

En el anexo D se detalla información adicional de los ensayos de compresión y flexión.

Asimismo, se determinaron los índices de tenacidad a flexión; los cuales son expuestos en la tabla 4.13, donde se aprecia que la aportación de las fibras, medida en función del valor de resistencia residual  $R_{e,3}$ , se encuentra entre el 45.7 y el 53.4%.

Fibra	MR (MPa)	$f_{e,3}$ (MPa)	$R_{e,3}$ (%)	$I_5$	$I_{10}$	$I_{20}$	$R_{5-10}$	$R_{10-20}$
NF	4.37							
SFRC 20	4.32	1.97	45.7	3.66	6.02	10.80	47.83	47.83
SFRC 30	4.36	2.24	51.3	4.21	7.42	13.89	64.16	64.66
SFRC 40	4.36	2.31	53.3	4.82	9.08	17.31	85.27	82.27
PFRC 2.125	4.34	2.09	47.0	3.49	4.71	7.63	24.40	29.20
PFRC 4.250	4.44	2.29	51.6	3.89	6.43	11.56	50.83	51.25
PFRC 6.375	4.27	2.29	53.4	4.32	7.86	14.66	70.91	68.00

Tabla 4.13.- Parámetros mecánicos e índices de tenacidad a flexión.

#### 4.4 Etapa 3: Comportamiento mecánico del piso con fibras apoyado en diferentes terraplenes.

La tercera etapa experimental tiene como objetivo el estudiar el comportamiento mecánico de una interacción piso-suelo; variando el tipo de fibra, dosificación de fibras y características mecánicas del terraplén.

La localización del terreno de pruebas se ubicó en las cercanías de importantes fraccionamientos de tipo industrial para la ciudad de Aguascalientes, cerca del terreno de ensayo se encuentra un parque industrial. La figura 4.9 presenta la ubicación del área de ensayos.

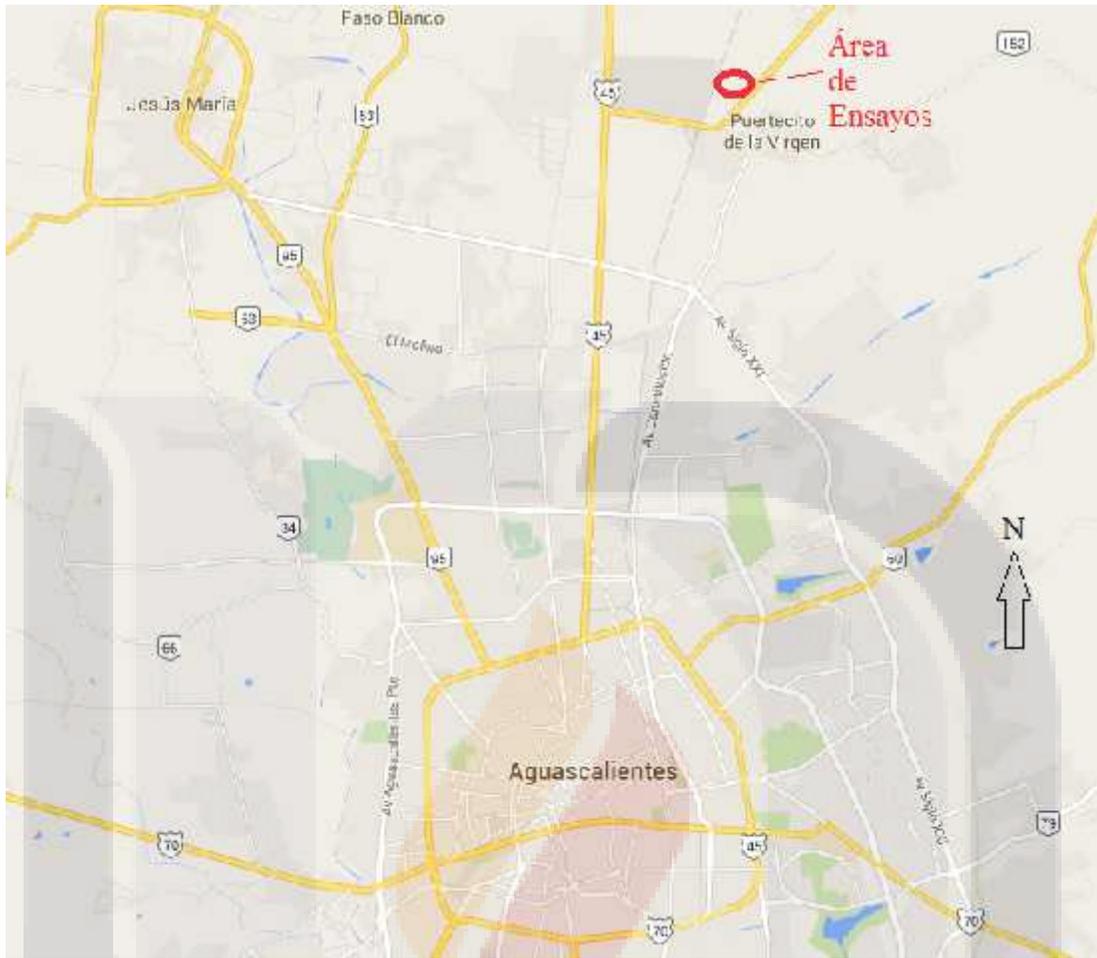


Figura 4.11.- Localización del área de los ensayos de la etapa 3.

#### 4.4.1 Fibras utilizadas

El Programa experimental involucra pisos de concreto sin ningún tipo de refuerzo (NF); con fibras de acero tipo Dramix ® con ganchos en sus extremos, las proporciones empleadas fueron de 40 y 60 Kg/m<sup>3</sup> (SFRC 40, SFRC 60 respectivamente); y con fibras de polipropileno tipo recta, marca Euclid ® TUF Strand SF, en dos dosificaciones 4.6 y 6.9 kg/m<sup>3</sup> (PFRC 4.6 y PFRC 6.9 respectivamente).

#### 4.4.2 Características del Suelo

Para estudiar el comportamiento de soporte del suelo, se generaron tres terraplenes con diferente composición: de arena limosa (SS), de arena limosa con 2 % de cemento (SS+C) y de material de despalme del terreno donde fue desarrollado el experimento, el cual se clasificó como limo de baja plasticidad al cual se le añadió 2% de cal (LS+L).

La preparación del suelo destinado para los ensayos consistió en hacer un corte rectangular de 12x20 metros, retirándose el material vegetal hasta llegar al nivel de terreno firme, presentando una profundidad promedio de 65 centímetros, ver figura 4.10.



Figura 4.10.-Preparación del área de ensayo.

Subsiguientemente se preparó un área donde se alojaron tres tipos de sustratos; posteriormente se conformaron las terracerías, relleno y compactando la sección de ensayo en capas de 20 cm. Después se extendió el material de cada capa humidificando y compactando hasta alcanzar un espesor no mayor a 20 cm con variaciones de nivel de  $\pm 2$  cm. La base y sub-base, se conformaron de material granular de calidad controlada según la clasificación SUCS (Sistema Unificado de Clasificación de Suelos), del cual más de la mitad del material es retenido en la malla # 200 (0.075 mm), más de la mitad de la fracción gruesa es menor a la malla # 4 (4.75mm).

Previo a los ensayos en los pisos fue necesario determinar las condiciones de rigidez o módulo de reacción del suelo ( $k$ ). Para estimar el valor  $k$  de cada capa, se desarrollaron dos pruebas diferentes; la primera es una prueba de placa (PT) de acuerdo a AASHTO T 222-81, empleando un soporte estándar de acero con diámetro equivalente de 19.8 cm, con escalonamientos de carga de 50 kg, ver figura 4.11.



Figura 4.11.-Realización de prueba de placa.

La segunda prueba fue una caracterización de las propiedades mecánicas de las terracerías con métodos geofísicos (GT), ver figura 4.12.; para este ensayo se empleó el método sísmico de refracción convencional para obtener la velocidad de propagación de la onda compresional ( $V_p$ ) y el método de Análisis Multiespectral de Ondas Superficiales y así, determinar la velocidad de la onda de cortante ( $V_s$ ). Como procedimiento general se colocó una matriz de sensores a una separación relativa de un metro en los dos sentidos ortogonales, generando impulsos mediante un golpe sobre una placa sentada sobre el suelo y tomar lecturas de comportamiento.



Figura 4.12.-Realización de prueba geofísica.

A partir de estos datos se determinó el módulo de elasticidad (E) y la relación de Poisson (ν), de los estratos identificados. Para este efecto, primero se calcularon las constantes de Lamé (μ y λ) con las ecuaciones de la elasticidad que relacionan a μ y λ con la velocidad Vp y Vs :

$$v_p = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho} \tag{Ecuación 4.1}$$

$$v_s = \sqrt{\mu/\rho} \tag{Ecuación 4.2}$$

Donde ρ es la densidad que se puede calcular con la expresión propuesta por Gardner.

$$\rho = 0.31V_p^3 \tag{Ecuación 4.3}$$

Con ρ en gr/cm<sup>3</sup> y Vp en m/s.

Una vez conocidas las constantes de Lamé es posible calcular los valores elásticos del material del subsuelo con las ecuaciones siguientes:

$$E = \frac{\mu(3 + 2\nu)}{\lambda + \mu} \tag{Ecuación 4.4}$$

$$v = \frac{\lambda}{z(\lambda + \mu)} \tag{Ecuación 4.5}$$

$$k = \frac{4}{\pi L(1 - v^2)} \tag{Ecuación 4.6}$$

Los resultados obtenidos por ambos métodos aplicados se muestran en la tabla 4.14.

Módulo de reacción k			
Capa	PT (kg/cm <sup>3</sup> )	GT (kg/cm <sup>3</sup> )	Promedio (kg/cm <sup>3</sup> )
SS	5.3	9.9	7.6
SS+C	66.5	67.2	66.9
LS+L	26.6	23.4	25.0

Tabla 4.14.-Resultados del módulo de reacción de las capas del suelo con diferente sustrato.

Se observa en la tabla, que la aplicación de los dos métodos diferentes para obtener el módulo de reacción del suelo, presentan valores relativamente cercanos. En cuanto a la capa de arena limosa con 2% de cemento (SS+C) generó valores más altos en el módulo de reacción; estos están 8.8 veces mayores con respecto a la arena limosa simple (SS), le sigue la capa de limo de baja plasticidad con 2 % de cal (LS+L) con 3.3 veces mayor que el terraplén (SS).

#### 4.4.3 Ensayo experimental

El programa experimental consta de 15 pisos de 3x3 metros cada una, con un espesor de 10 cm; variando el terraplén, así como el tipo y dosificación de fibra. La matriz de pisos tiene un arreglo de cinco por tres pisos. Las figuras 4.13 y 4.14 muestran las estructuras de los pisos en sus quince variaciones.



Figura 4.13.-Pisos generados para los ensayos.

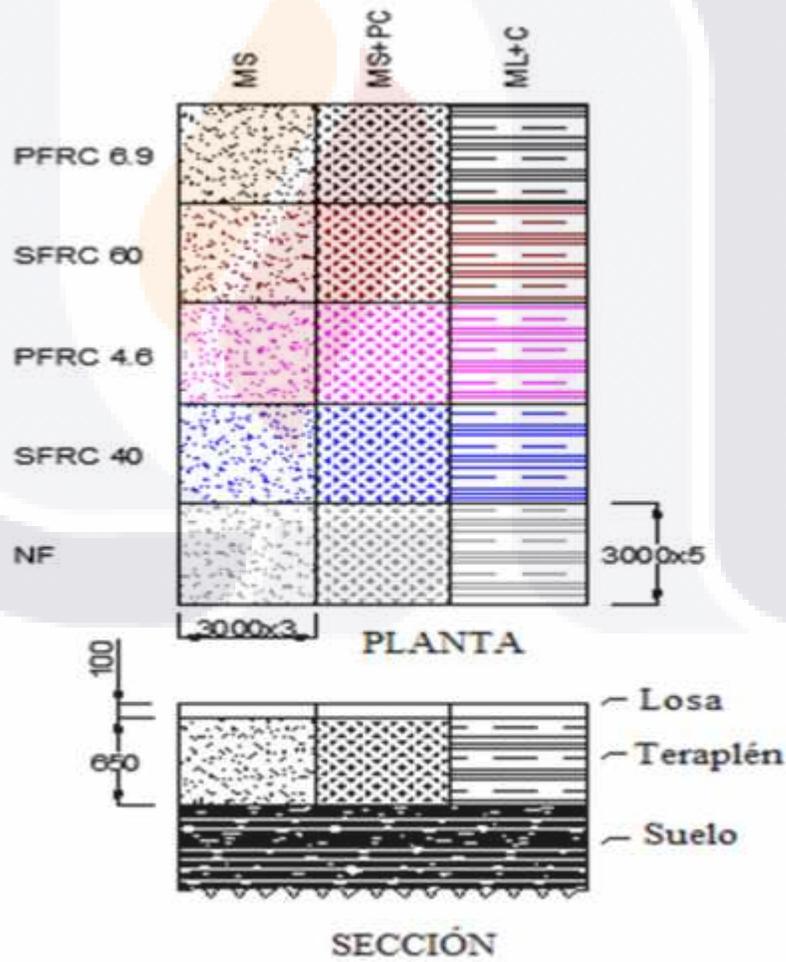


Figura 4.14.- Esquema de la matriz de ensayo para pisos apoyados sobre diferentes terraplenes.

El proceso experimental requirió de una serie de ensayos y correcciones para obtener resultados, la metodología seguida se muestra a continuación.

Como primera etapa se realizó la primer prueba bajo fuerzas cortantes de punzonado ubicadas al centro del piso, para determinar la relación carga-deflexión. Para el estudio en esta etapa se utilizó un camión de 20 toneladas y un sistema hidráulico de 15 toneladas. La figura 4.15 refleja las generalidades del primer ensayo.



Figura 4.15.- Imagen del primer ensayo in situ para la interacción piso-suelo.

En este experimento se detectaron problemas, debidas el insuficiente peso global de camión-carga, y no se logró detectar deflexión en los pisos. Percibiéndose inestabilidad producto del deslizamiento entre el camión y los soportes para la aplicación de la carga. Los resultados del ensayo no detectaron fisuras y deformaciones.

Para el segundo experimento se hicieron mejoras; como el empleo de una máquina excavadora de 22 toneladas de peso, considerando que tiene una base firme por lo que se espera que la aplicación de la carga sea estable. Además se redujo el área de contacto, con una placa de menor diámetro para aumentar la concentración de esfuerzos. Las figuras 4.16 y 4.17 exponen las generalidades de la prueba.



Figura 4.16.- Máquina utilizada para aplicar carga, en el segundo ensayo.



Figura 4.17.- Aplicación de carga en el segundo ensayo.

En el lapso del ensayo se detectaron inconvenientes como el efecto que producían las orugas de la excavadora al estar apoyadas sobre el mismo piso, induciendo una redistribución de esfuerzos que impedían su alabeo. Por tal razón los micrómetros no detectaron deformaciones significativas.

Finalmente se acondicionó el proceso de la prueba, que es descrito a continuación. Los 15 pisos fueron ensayados bajo fuerzas cortantes de punzonado, ubicadas al centro, el área de aplicación de la carga fue de 400 cm<sup>2</sup>; empleándose un sistema hidráulico con capacidad de 30 ton, además de dos camiones de 20 ton, una

viga de 352 mm de peralte con un espesor de alma de 6.9 mm, ancho de patín de 171 mm, espesor de 9.8 mm y longitud de 520 mm. Dos micrómetros digitales de aguja con una capacidad de medición de 0.001 mm fueron utilizados para monitorear la deflexión al centro del piso, uno fue colocado al frente de la placa de soporte del gato hidráulico y el otro en la parte posterior. Se tomaron registros escalonados a 10 kg. Las figuras 4.20 y 4.21 muestran las características de los ensayos.



Figura 4.18.-Imagen del sistema empleado para los ensayos en pisos.



Figura 4.19.-Imagen de las características del equipo empleado para los ensayos en pisos.

### 4.4.4 Resultados

Los datos carga contra deformación para la matriz de los 15 pisos de concreto son mostrados: la figura 4.20, muestra los resultados para los pisos sobre el sustrato de arena limosa; la figura 4.21, para las losas sobre el sustrato de arena limosa con 2% de cemento y la figura 4.22, los correspondientes al sustrato de limo de baja plasticidad con 2% de cal.

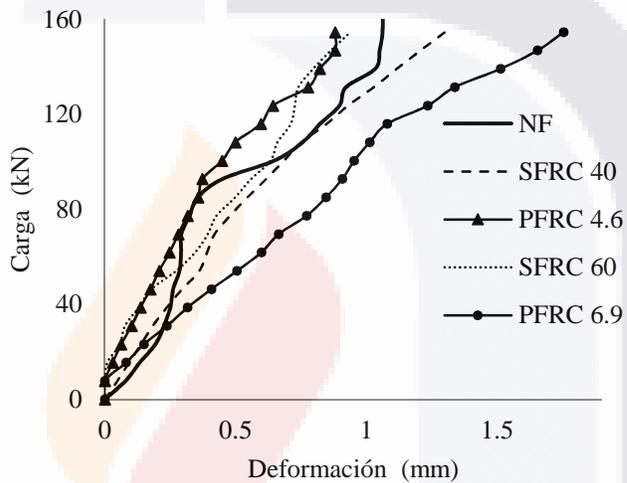


Figura 4.20.- Resultados para los pisos sobre el terraplén de arena limosa.

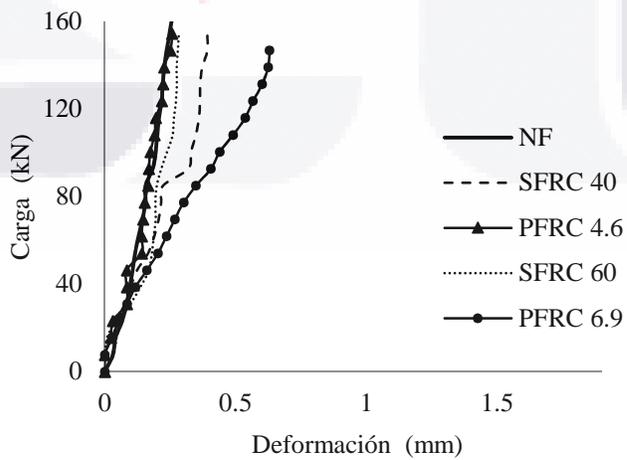


Figura 4.21.- Resultados para los pisos sobre el terraplén de arena limosa con 2% de cemento.

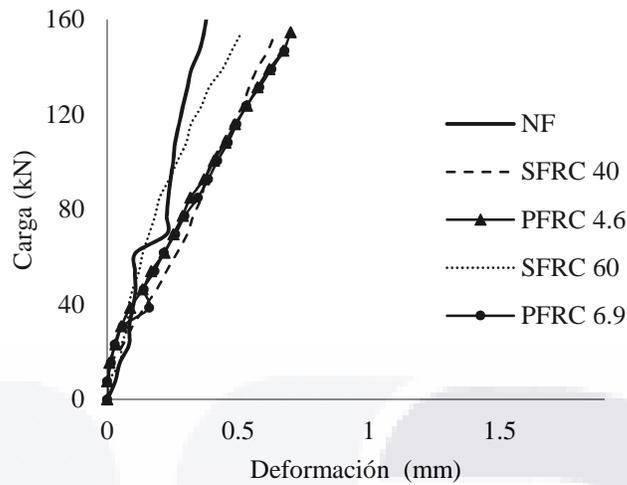


Figura 4.22.- Resultados para el piso sobre el terraplén de limo de baja plasticidad con 2% de cal.

Los gráficos anteriores reflejan una mayor deformación en el terraplén de arena limosa, seguido por el de limo de baja plasticidad con 2% de cal. La interacción que sufrió una menor deformación es el que contiene arena limosa con 2% de cemento. De igual forma, la adición de fibras de acero en los pisos incrementó la dureza, esto se repitió en los tres suelos. Lo anterior concuerda con los experimentos desarrollados por (Sorelli, 2006 y Nguyen, 2011). En el caso del piso con fibras de polipropileno, un cambio en su dosificación presentó una variación en su rigidez en los terraplenes con arena limosa y arena limosa con 2 % de cemento; por el contrario para el terraplén de limo de baja plasticidad y 2% de cal, no registra ninguna diferencia en rigidez.

## Opiniones y comentarios del capítulo

Una campaña experimental implica varios efectos a considerar, factores como tiempo, recursos económicos, equipamiento y trabajo en equipo son de importancia, debido a que permiten culminar en tiempo y forma, los proyectos de investigación.

En total se desarrollaron tres campañas experimentales, donde se estudiaron las fibras en base a su respuesta mecánica, costo y trabajabilidad, seguido por la examinación del efecto de un cambio en su dosificación. Posteriormente se indagó el comportamiento piso-suelo.

En la primera etapa experimental, se encontró que la adición de fibras no implica un incremento significativo de resistencia mecánica y de rigidez a compresión, entre un concreto con y sin fibras. Sin embargo a flexión, el aporte de las fibras se debe considerar. En este caso, las fibras de acero con ganchos en sus extremos y las de tipo de polipropileno ondulada mostraron el mejor comportamiento pre-fisura y post-fisura.

En la segunda campaña se evaluó el efecto de un cambio en las dosificaciones de fibras. Para este fin, se desarrollaron ensayos de compresión y flexión. Los resultados muestran que el aumento de la cantidad de fibras permite un mejor desempeño post-agrietamiento a flexión. Es necesario analizar la relación resistencia-costo para la optimización.

La tercera etapa implicó materiales, técnicas y condiciones de construcción actuales. Estudiando el comportamiento mecánico de una interacción entre el piso de concreto sin refuerzo y con fibras apoyado en un suelo de diferente rigidez. La campaña experimental in situ presenta desventajas como la complejidad, tiempo y riesgo durante las pruebas, además las cargas elevadas no se lograron alcanzar. Por otra parte, se tiene la ventaja de estudiar el comportamiento mecánico de los elementos a escala natural y con condiciones normales de construcción.

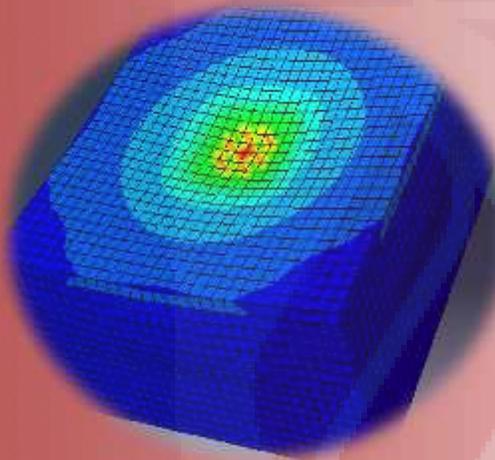
Los resultados indican que la rigidez de la interacción piso-suelo, fue ligeramente mayor en las que contienen fibras, con respecto a las que no tienen, éste efecto se repitió en los tres tipos de terraplén.

Aunque este estudio experimental se base a aplicaciones de tipo industrial, no se limita a esta área, debido que puede ser extrapolada en sectores viales de la aeronáutica y transporte, además en la actualidad se está aplicando a construcciones de túneles y cubiertas ligeras.



# CAPÍTULO 5

## Modelación numérica



*El verdadero progreso es el que pone la tecnología al alcance de todos.*

Henry Ford

La sección explica aspectos aplicados en la modelación no lineal por elemento finito, de muestras tipo viga, además de pisos apoyados en el suelo. La información inicia con la historia de la modelación numérica del concreto reforzado con fibras, hasta las modelaciones no lineales de vigas y pisos. Los resultados experimentales fueron base para la calibración de las simulaciones.

### 5.1 Modelos constitutivos del concreto reforzado con fibras

De acuerdo con Blanco, la aparición de normas proporciona al proyectista confianza para el uso de los materiales, mencionando que existen normativas que definen las bases de cálculo del concreto reforzado con fibras. Con el objetivo de identificar las ecuaciones constitutivas que diversos organismos proponen, para estimar el comportamiento del concreto reforzado con fibras en elementos tipo viga, se muestra la tabla 5.1 (Blanco, 2010; 2013).

Diagrama	Parámetros	Ensayo y organismo
	$\sigma_1 = f_c$ $= 0.33 f_{R,3,d}$ $\epsilon_1 = \epsilon_u$ $= 20\%_0 f$ ó $n$ ; $10\%_0 t_1$ ó $n$	 EHE
	$\sigma_1 = f_F$ $= f_{R,3e} z/3$ $\epsilon_1 = \epsilon_u = 20\%_0$ $r\epsilon$ ; $10\%_0$ endurecimiento	 CNR-DT 204
	$\sigma_1 = f_{e'c,1}$ $\epsilon_1 = \epsilon_u = 10\%_0$	 DBV

Tabla 5.1.- Modelos constitutivos del concreto reforzado con fibras (Blanco, 2010).

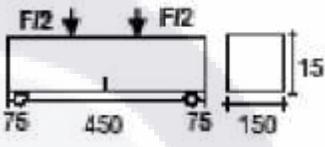
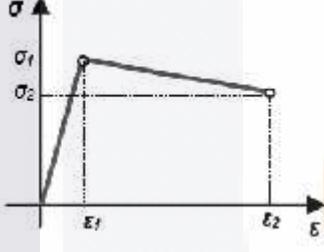
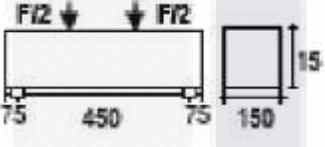
Diagrama	Parámetros	Ensayo y organismo	
	$\sigma_1 = f_{e'c,1}$ $\sigma_2 = f_{e'c}$ $\epsilon_2 = \epsilon_u = 10\%_0$		
	$\sigma_1 = f_F$ $= 0.45f_{e'c,1}$ $\sigma_2 = f_F$ $\epsilon_2 = \epsilon_u = 20\%_0$ reblandecimiento 10% <sub>0</sub> $\epsilon_1$		

Tabla 5.1.- Modelos constitutivos del concreto reforzado con fibras (continuación) (Blanco, 2010).

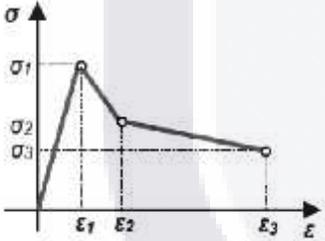
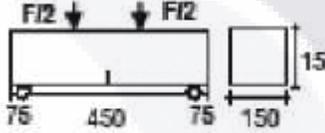
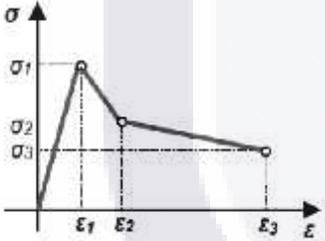
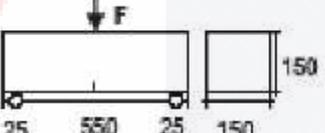
Diagrama	Parámetros	Ensayo y organismo
	$\sigma_1 = f'_c$ $\sigma_2 = f_e \cdot c$ $\sigma_3 = f_e \cdot c$ $\epsilon_1 = \sigma_1 / E_H$ $\epsilon_2 = \epsilon_1 + 0.1\%_0$ $\epsilon_3 = \epsilon_u = 10\%_0$	 <p style="text-align: right;">DBV</p>
	$\sigma_1 = 0.7 f_{ct} \cdot J (1.6 - d)$ $\sigma_2 = 0.45 K_n f_{R,1}$ $\sigma_3 = 0.37 K_n f_{R,4}$ $\epsilon_1 = \sigma_1 / E_H$ $\epsilon_2 = \epsilon_1 + 0.1\%_0$ $\epsilon_3 = \epsilon_u = 25\%_0$	 <p style="text-align: right;">RILEM</p>

Tabla 5.1.- Modelos constitutivos del concreto reforzado con fibras (continuación) (Blanco, 2010).

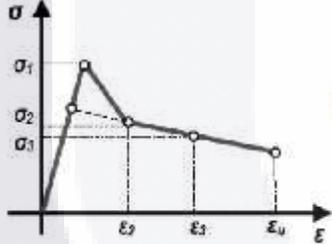
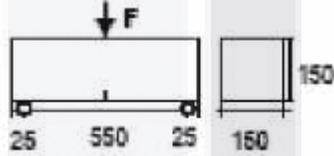
Diagrama	Parámetros	Ensayo y organismo
	$\sigma_1 = f_{c,a}$ $= 0.6 f_{c,f,a}$ $\sigma_2 = f_{c,1,a}$ $= 0.45 f_{R,1,a}$ $\sigma_3 = f_{c,3,a}$ $= k_1(0.5 f_{R,3,a} - 0.2 f_{R,1,a})$ $\epsilon_2 = 0.1$ $+ 1000 f_{c,a} / E_{c0}$ $\epsilon_3 = \frac{2.5}{l_c}$ <p>(<math>l_c : l_c . c \text{ íti } \text{ )}</math>)</p> $\epsilon_u = (10\%_c f \text{ ón}; 10\%_c ti \text{ ón})$	 <p style="text-align: right;">EHE</p>

Tabla 5.1.- Modelos constitutivos del concreto reforzado con fibras (continuación) (Blanco, 2010).

## 5.2 La modelación numérica y el concreto

Chaudhari explica que desde 1970, el análisis de concreto reforzado en estructuras por el método del elemento finito ha tenido sustentables avances. Añade que en los últimos años, el avance en las técnicas de computación, ha permitido mejorar el estudio del concreto, aunque se pueden encontrar algunas limitaciones en la implementación del modelado (FEM). Por otra parte, denota que la complejidad de las simulaciones en materiales de concreto, se debe principalmente a la no linealidad, además de las deformaciones de ablandamiento y reducción de la rigidez anisotrópica, del agrietamiento progresivo, adherencia, interacción de los agregados y el refuerzo, así como el clima y la contracción (Chaudhari, 2012).

Para el análisis no lineal existen diferentes paquetes computacionales, como: ANSYS, ABAQUS, NASTRAN, DYNAPCON, ATENA CERVENKA Y ADINA. El alcance del *software* dependerá en gran medida de la precisión de los valores de alimentación, para estimar las características de los materiales a simular.

En cuanto a las formas de agrietamiento del concreto, de acuerdo a López (2012), se pueden clasificar en tres:

- a) Modo I de abertura, describe la separación de las caras, en dirección perpendicular al plano de falla bajo la acción de fuerzas externas de tensión.
- b) Modo II de deslizamiento, se da por la separación de las caras, bajo la acción de esfuerzos de corte perpendiculares al plano de falla.
- c) Modo III de desgarre, se produce por fuerzas externas paralelas al frente de la fisura, que generan deslizamiento y cizalladura de las caras. Se presentan esfuerzos cortantes generalmente inducidos por una acción de torsión.

López añade en su reporte, que en la práctica no es normal que se presente un solo modo de fisura, sino en modo mixto. Sin embargo, dependiendo de la relevancia que tenga una fisura sobre otra, este será tomando en cuenta y se despreciarán los

demás modos según sea el caso. La figura 5.1 muestra los tipos de agrietamiento para el concreto (López, 2012).

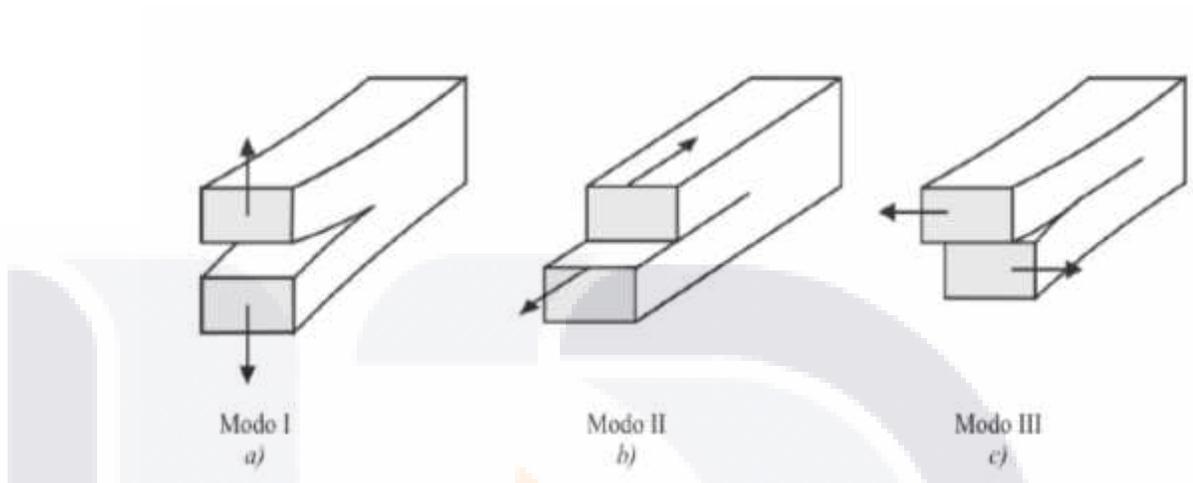


Figura 5.1.- Tipos de agrietamiento para el concreto (López, 2012).

Asimismo, estudios como los de López (2012) indican que el comportamiento de materiales cuasi-frágiles como el concreto, no agotan inmediatamente su capacidad una vez que han alcanzado una tensión igual a su resistencia última. En cambio, se desarrolla una zona no lineal caracterizada por un reblandecimiento progresivo, en el cual disminuyen los esfuerzos con un aumento en las deformaciones. Por esta razón se requiere el uso de teorías de agrietamiento no lineal.

### 5.3 Historia de la modelación numérica del concreto reforzado con fibras

La modelación numérica de vigas de concreto reforzado ha sido efectuada desde Bangash en 1989, Padmarajaiah y Ramaswamy en el 2002 y Wolansky en el 2004 (López, 2012).

El avance tecnológico de las computadoras ha permitido modelar el comportamiento del concreto reforzado con fibras con un estudio no lineal. Algunos de los estudios relacionados con estos análisis son:

- Mehmet (2009), simuló en el paquete ANSYS el comportamiento de vigas de concreto reforzadas con fibras de acero, sujetas a un ensayo de flexión por cuatro puntos. Un esquema representativo del estudio se muestra en la figura 5.2.

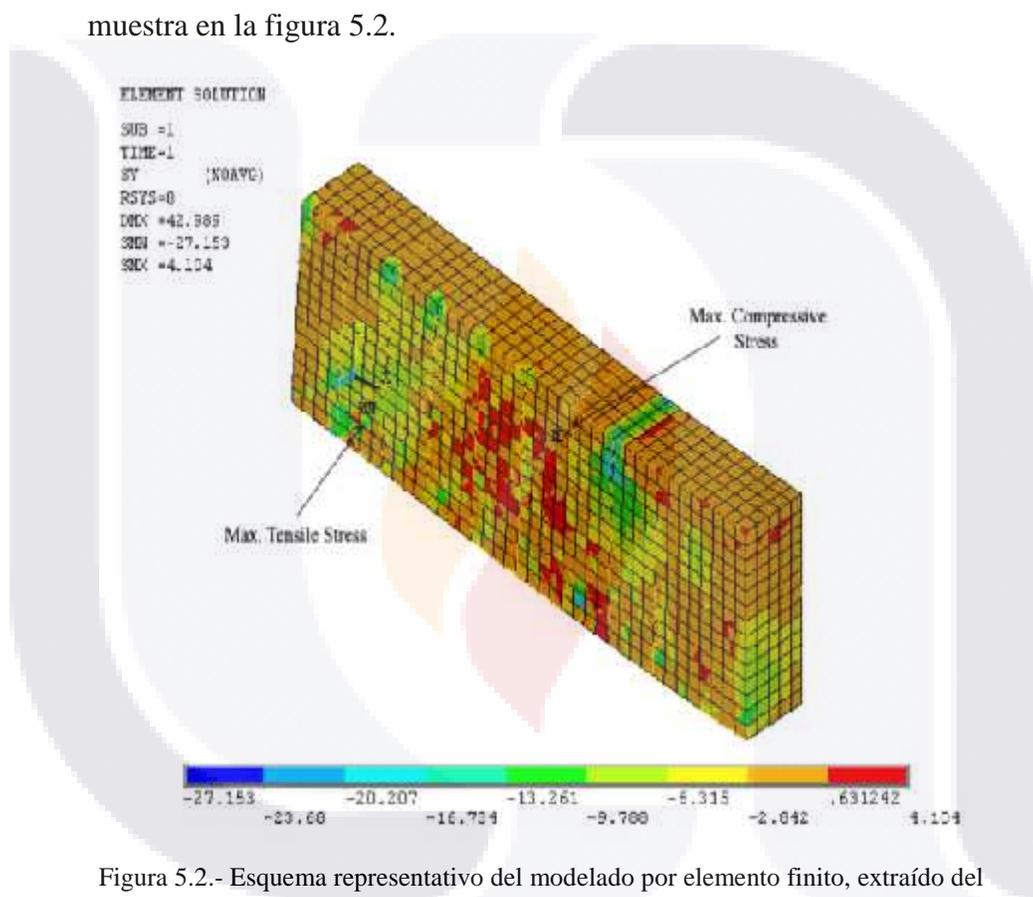


Figura 5.2.- Esquema representativo del modelado por elemento finito, extraído del estudio de Mehmet (2009).

- Menin (2009), estudió en el paquete DIANA el comportamiento de vigas de concreto reforzadas con fibras, en un ensayo de flexión por tres puntos. Un esquema representativo del estudio se muestra en la figura 5.3.

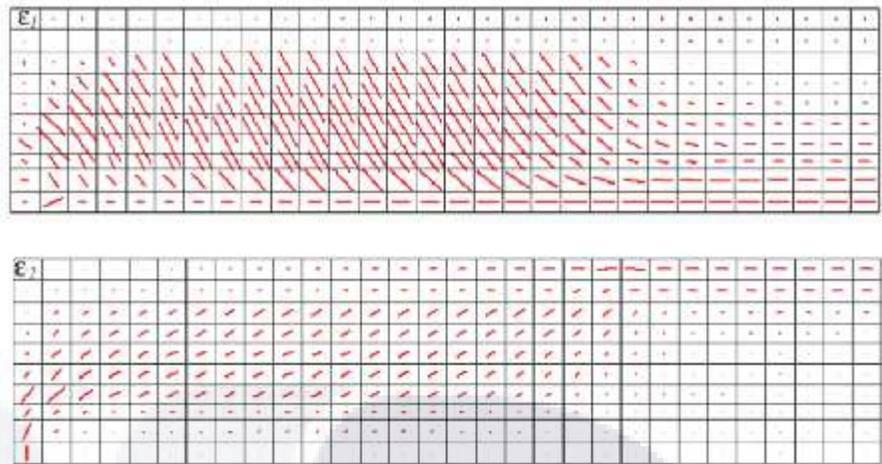


Figura 5.3.- Esquema representativo del modelado por elemento finito, extraído del estudio de Menin (2009).

- Bennegadi (2013), analizó en el paquete ANSYS el comportamiento de vigas de concreto reforzadas con fibras de polipropileno, sujetas a un ensayo de flexión por cuatro puntos. Un esquema representativo del estudio se muestra en la figura 5.4.

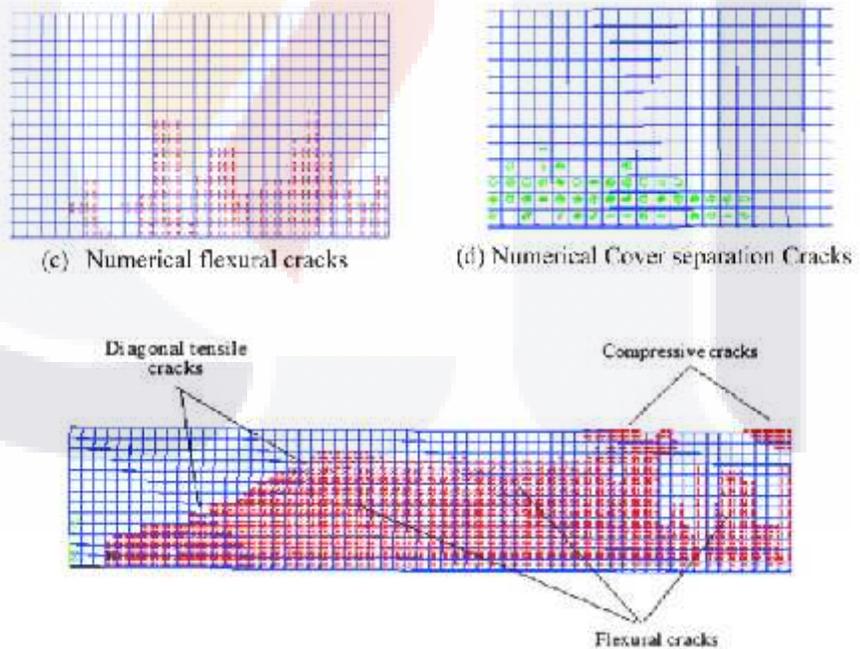


Figura 5.4.- Esquema representativo del modelado por elemento finito, extraído del estudio de Bennegadi (2013).

- Montaignac (2013), modeló en el paquete ABAQUS el comportamiento de vigas de concreto reforzadas con fibras de acero,

sujetas a un ensayo de cuatro puntos. Un esquema representativo del estudio se muestra en la figura 5.5.

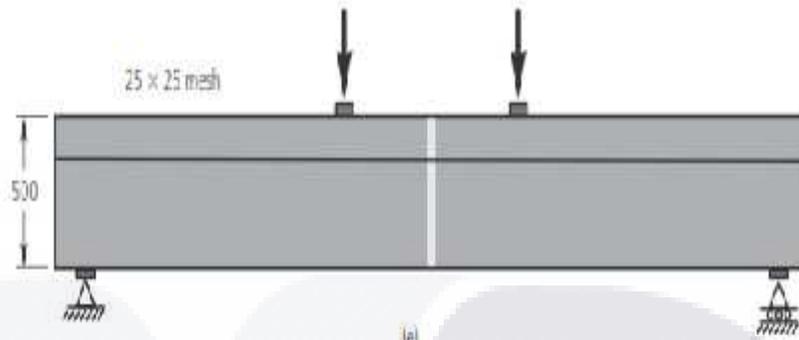


Figura 5.5.- Esquema representativo del modelado por elemento finito, extraído del estudio de Montaignac (2013).

#### 5.4 Historia de la modelación numérica del piso con fibras apoyado en el suelo

En el manual del ACI (2010), se expresa que las clásicas ecuaciones diferenciales de una placa elástica delgada, son frecuentemente usadas para representar los pisos apoyados sobre el suelo. Afirma que es factible simplificar los modelos, considerando un piso apoyado en una superficie continua y homogénea. Pero en realidad, usualmente contiene discontinuidades, debidas a juntas, grietas, además de un soporte no uniforme, por lo que el uso de esta aproximación es limitada. Por otra parte, el método del elemento finito puede ser usado para analizar losas apoyadas en el suelo, particularmente aquellas con discontinuidades (ACI, 2010).

También el ACI cita los modelos que han sido propuestos para representar el piso, como los de Pichumani en 1973, así como los de Spears y Panarese en 1983. Añade que estos modelos usan una combinación de elementos, tales como bloques elásticos, rígidos y barras de torsión, para representar una losa. En cuanto al suelo, el ACI argumenta que es típicamente modelado por resortes lineales (subsuelo Winkler) situados bajo las juntas de los nodos (ACI, 2010).

Paralelamente Belletti (2005) puntualiza que actualmente los mecanismos de fractura mediante un análisis no lineal por elemento finito, representa una poderosa herramienta para el estudio del comportamiento de un concreto reforzado con fibras, aplicado al piso. En su estudio demuestra que existe relación entre la propagación de las grietas y las características de las fibras (Belletti, 2005).

Una relación de modelaciones de pisos reforzado con fibras, son las siguientes:

- En el 2004 en Italia, el investigador Meda realizó un análisis no lineal utilizando el software MERLIN, considerando el suelo como resortes ortogonales, además empleó un módulo de reacción de  $0.005 \text{ N/mm}^3$ . Un esquema representativo del estudio se muestra en la figura 5.6.

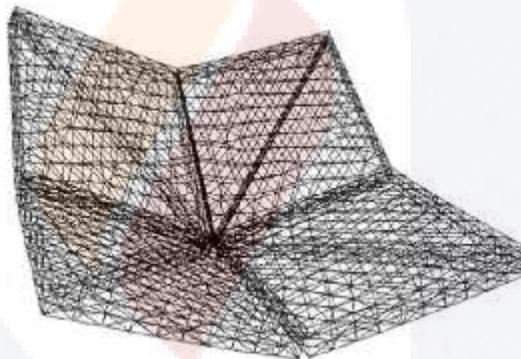


Figura 5.6.- Esquema representativo del modelado por elemento, extraído del estudio de Meda (2004).

- En el 2005 en Portugal, Barros ejecutó un estudio no lineal utilizando el software FEMIX, estimando el suelo como resortes ortogonales, mientras que la losa, fue reforzada con fibras Dramix. Un esquema representativo del estudio se muestra en la figura 5.7.

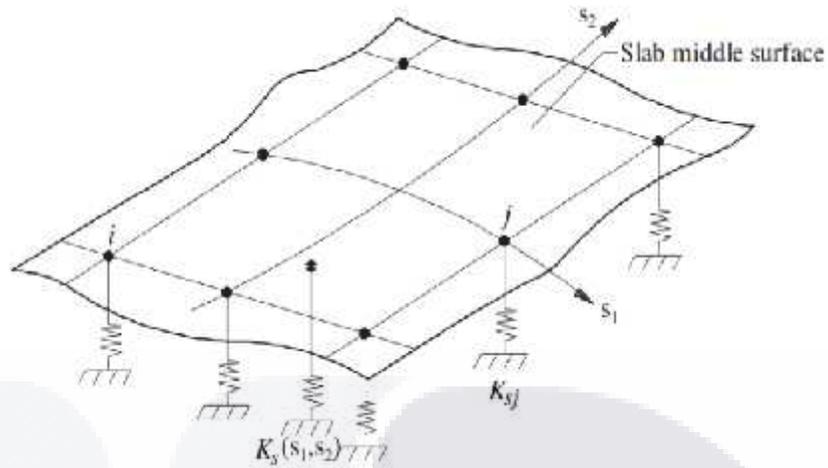


Figura 5.7.- Esquema representativo del modelado por elemento finito, extraído del estudio de Barros (2005).

- En el 2005 en Italia, en el estudio de Belletti efectuó una simulación no lineal, utilizando el software ABAQUS, en su modelación consideró al suelo como resortes ortogonales y empleó un módulo de reacción de  $0.08 \text{ N/mm}^3$ . Un esquema representativo del estudio se muestra en la figura 5.8.

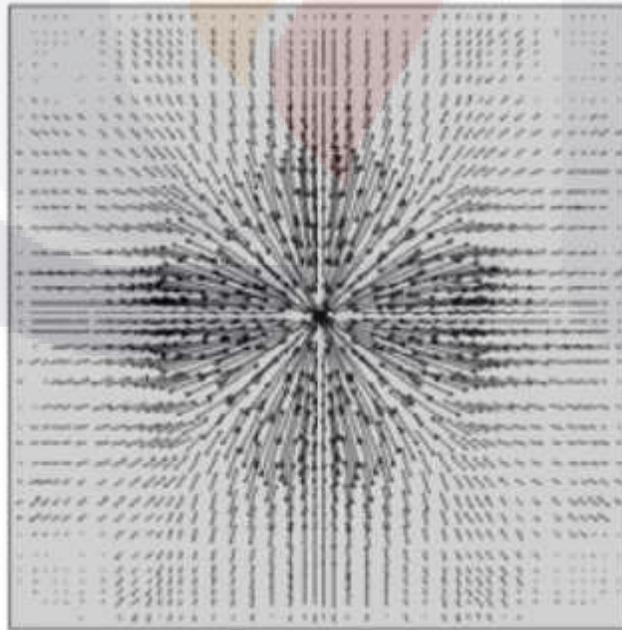


Figura 5.8.- Esquema representativo del modelado por elemento finito, extraído del estudio de Belletti (2005).

- En 2006 en Italia, Luca Sorelli empleó el software MERLIN para un análisis no lineal, modelando el suelo como resortes ortogonales y un módulo de reacción de  $0.078 \text{ N/mm}^3$ . Un esquema representativo del estudio se muestra en la figura 5.9.

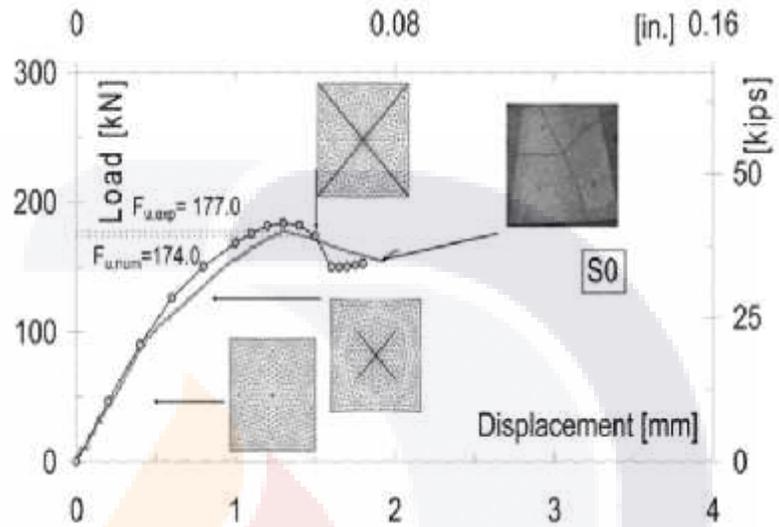


Figura 5.9.- Esquema representativo del modelado por elemento finito, extraído del estudio de Sorelli (2006).

- En 2011 en Sudáfrica, Elsaigh realizó un estudio no lineal utilizando el software MCS.Marc, aplicando el modelo de Druker-Prager y alimentado el modelo en base a clasificaciones del material para suelos de este país. Un esquema representativo del estudio se muestra en la figura 5.10.

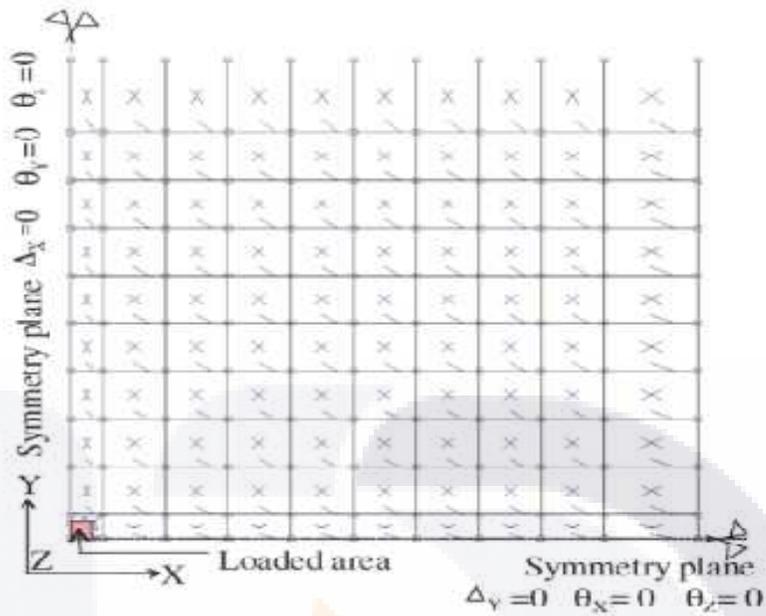


Figura 5.10.- Esquema representativo del modelado por elemento finito, extraído del estudio de Elsaigh (2011).

- En 2012 en Inglaterra, Amir Alani ejecutó una modelación no lineal utilizando el software ANSYS, consideró el suelo como resortes ortogonales, el módulo de reacción lo varió de 0.1 a 0.005 N/mm<sup>3</sup>. Un esquema representativo del estudio se muestra en la figura 5.11.

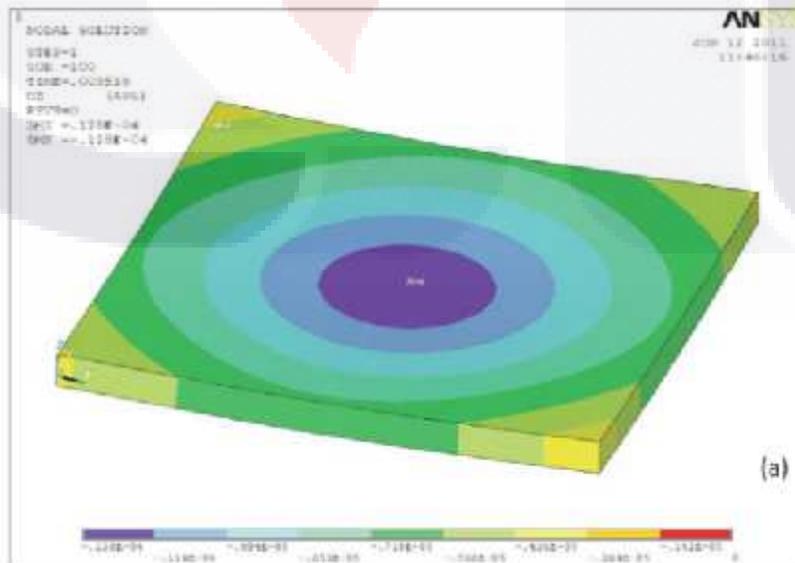


Figura 5.11.- Esquema representativo del modelado por elemento finito, extraído del estudio de Alani (2012).

- En 2012 en los Estados Unidos, Cristian Gaedicke desarrolló una simulación no lineal utilizando el software ABAQUS, estimó al suelo como resortes ortogonales con un módulo de reacción de 15.6 kPa/mm. La losa se simuló sin refuerzo. Un esquema representativo del estudio se muestra en la figura 5.12.

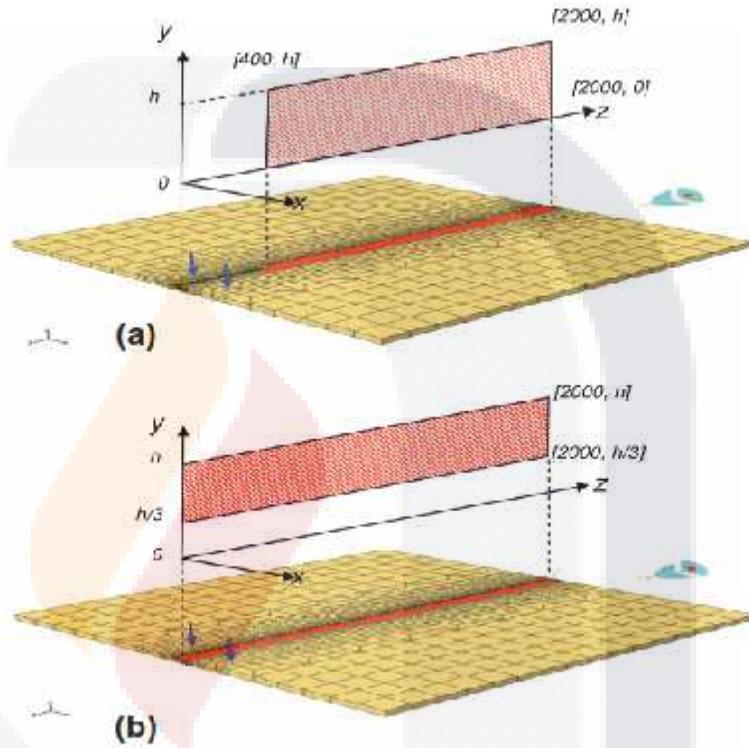


Figura 5.12.- Esquema representativo del modelado por elemento finito, extraído del estudio de Gaedicke (2012).

## 5.5 Modelos numéricos para pisos de concreto industrial

Para realizar un tratado por elemento finito, se requiere de un proceso de calibración, para lo cual se sugiere:

- Tener una serie de datos experimentales, que permitan conocer la respuesta mecánica de los especímenes, ante una carga o un sistema de cargas.
- Seleccionar el modelo que se apegue a los elementos por simular.
- Calibrar los parámetros de ajuste del modelo seleccionado, para simular los elementos.
- Realizar simulaciones y comparar resultados, hasta lograr un buen acercamiento entre los experimentales y numéricos.

En la actualidad es de suma importancia contar con modelos calibrados y confiables, para agilizar el proceso de diseño. Esto reduce la cantidad de experimentos necesarios para conocer la respuesta mecánica del concreto reforzado con fibras. Por lo que investigaciones relacionadas con estos aspectos, son de actualidad e interés científico. Los modelos para estudiar el comportamiento del concreto reforzado con fibras, son los siguientes.

#### **5.5.1 Modelo de grieta inmersa, "smearred cracking model"**

La publicación de Chaudhari (2012) declara que en este modelo, el proceso de iniciación de la grieta, ocurre cuando el esfuerzo del concreto alcanza una de las superficies de falla con la región de la tensión biaxial o en una combinación en la región tensión-compresión. Este modelo es empleado para aplicaciones, en el cual el concreto está sujeto esencialmente a deformaciones monótonas, lo que genera una falla en el material por agrietamiento debido a tensión o una falla de aplastamiento por compresión. A su vez, las deformaciones plásticas en compresión, son controladas por una superficie basada en la fluencia. Asimismo el modelo considera el efecto del agrietamiento en la fase post-fisura, considerando características

anisotrópicas (Chaudhari, 2012). La figura 5.13 muestra las propiedades uniaxiales del concreto.

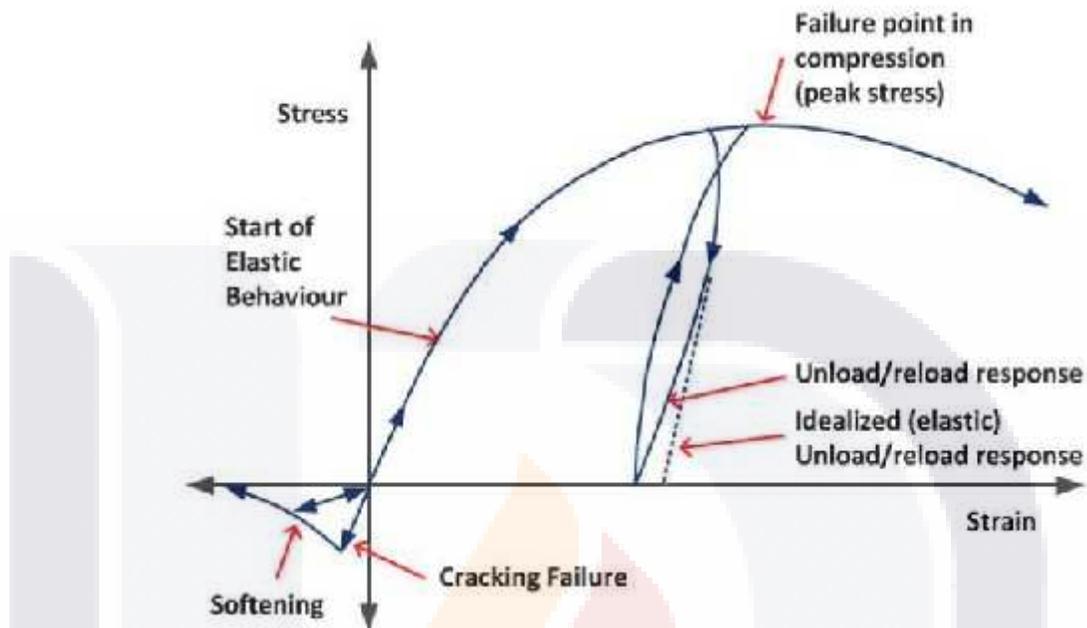


Figura 5.13.- Propiedades uniaxiales del concreto, extraído del estudio de Chaudhari (2012).

De la misma manera Chaudhari expresa que el concreto se puede simular mediante la metodología de la grieta inmersa, debido a que los cálculos constitutivos del proceso de fisuración se desarrollan independientemente a cada una de las iteraciones. También indica que la presencia de grietas dentro del proceso, genera un cálculo del camino, en el cual estas afectan el esfuerzo y la rigidez del material asociado con el punto de integración. De la misma forma, utiliza conceptos de daño por elasticidad, orientada para describir la respuesta reversible del material después de la falla por agrietamiento (Chaudhari, 2012).

Chaudhari añade que cuando el concreto se carga a compresión, muestra una respuesta elástica en su comienzo, posteriormente el esfuerzo se comporta inelásticamente de forma no regresiva, con una respuesta de ablandamiento del material. Posteriormente, un esfuerzo último puede alcanzar un valor más allá de los que resiste el material (Chaudhari, 2012).

Considerando ahora las cargas de tensión, Chaudhari indica que el concreto presentará una respuesta elástica del 7 al 10% del esfuerzo de compresión último, después se formaran grietas. Estas, se generan tan rápidamente que son difíciles de observar. En cuanto a la pérdida de rigidez elástica, esta ocurre por la apertura de la grieta y como consecuencia, se considera el daño a la estructura. También se asume que no hay deformaciones permanentes asociadas con las fisuras y que éstas no se generan a compresión. Por último, remarca que la no linealidad a tensión se presenta una vez que se alcanza la falla (Chaudhari, 2012).

Por otra parte el estudio de Li (2006) afirma que la dirección de la grieta en el modelo, se debe a la trayectoria de la máxima deformación plástica principal del elemento. Asimismo, la opción de "damage elasticity model" en el programa ABAQUS permite ajustar las características del comportamiento mecánico del modelo (Li, 2006).

### **5.5.2 Modelo de Drucker-Prager**

El manual del Abaqus (2010) expone que el modelo de Drucker-Prager, es usado para materiales granulares friccionantes como suelos y rocas, exhibiendo fluencia que depende de la presión; es decir, el material se hace más fuerte con el aumento de la presión. Generalmente el modelo es usado cuando el material presenta una mayor resistencia a compresión que a tensión, permitiendo un comportamiento de endurecimiento o de ablandamiento isotrópico. Comúnmente es usado para simular la respuesta de un material bajo cargas monótonas (Abaqus, 2010).

Otro aporte del manual del Abaqus es que el criterio de fluencia para este modelo, está basado geoméricamente en la forma de una superficie de cedencia en el plano meridional. La superficie puede tener una forma lineal o hiperbólica (Abaqus, 2010).

En cuanto al modelo lineal, Abaqus indica que se deberá proveer una superficie de fluencia no circular en el plano deviatórico, para relacionar diferentes

valores de cedencia en la tensión y compresión triaxial. Estos parámetros están asociados con el flujo inelástico, dilatación y ángulo de fricción. Mediante el ingreso de estos parámetros en el modelo, se define la forma de la superficie de fluencia y las propiedades inelásticas (Abaqus, 2010). La figura 5.14 indica el criterio del modelo de Drucker-Prager en el plano deviatorico.

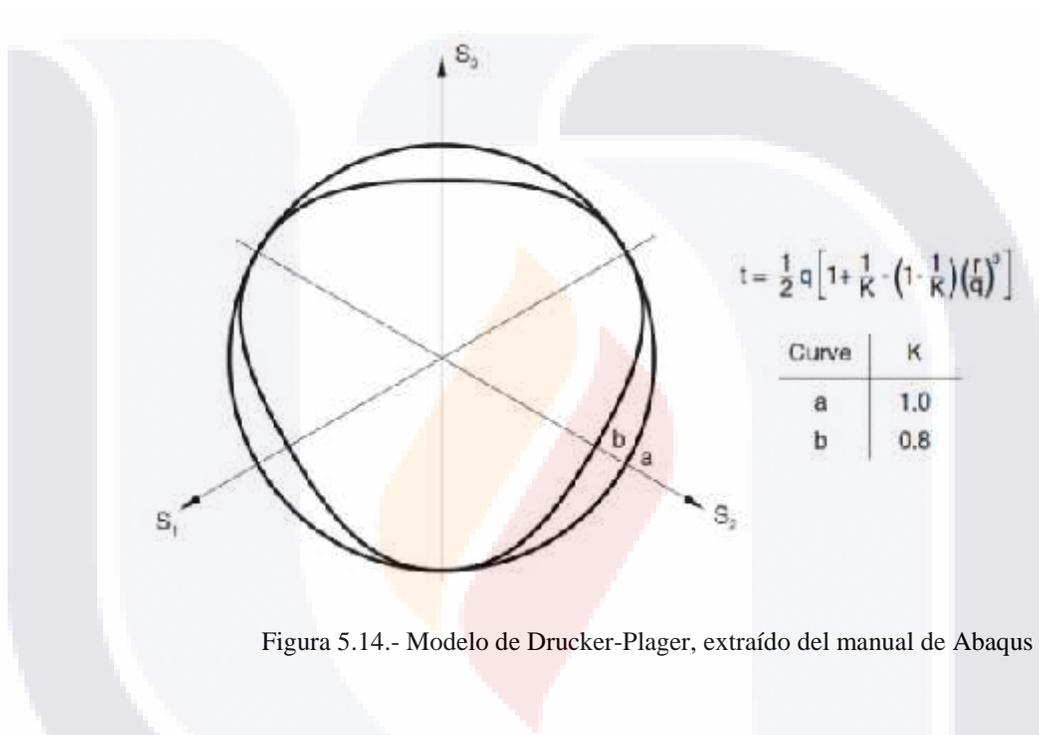


Figura 5.14.- Modelo de Drucker-Prager, extraído del manual de Abaqus (2010).

En el modelo hiperbólico se utiliza el criterio de Von Mises, en el plano de esfuerzo deviatorico. La elección del modelo dependerá en forma significativa del tipo de análisis, del material, de los datos experimentales para la calibración del modelo y del rango de los niveles de presión aplicados. Para esto es común tener datos de ensayos triaxiales a diferente niveles de confinamiento. Para los casos en donde los datos experimentales están determinados en términos de cohesión y ángulo de fricción, el modelo lineal puede ser usado (Abaqus, 2010).

### 5.5.3 Modelo de Mohr-Coulomb

Abaqus en su reporte, afirma que el modelo plástico le permite al material un comportamiento isotrópico de endurecimiento o ablandamiento, comúnmente es aplicado en el diseño de la ingeniería geotécnica para simular la respuesta sobre cargas monótonas. Añade que este criterio, asume que la fluencia ocurre cuando el corte en cualquier punto del material alcanza un valor que depende linealmente del esfuerzo normal en el mismo plano (Abaqus, 2010).

A su vez Abaqus, expresa que el modelo de Mohr-Coulomb está basado en trazar el círculo de Mohr para un estado de esfuerzos en el plano de fluencia bajo los esfuerzos principales (máximo y mínimo). La línea de fluencia es un trazo (idealmente recto) que toca a los círculos de Mohr. Como parámetros de control se tiene el ángulo de fricción, el cual controla la forma de la superficie, en el plano deviatorico; así como la cohesión isotrópica, que asume las propiedades de endurecimiento de la superficie. A su vez, la curva de endurecimiento se describe bajo la cohesión del esfuerzo de fluencia, en función de la deformación plástica y posiblemente la temperatura (Abaqus, 2010). La figura 5.15 indica el criterio del modelo de Mohr-Coulomb en el plano deviatorico.

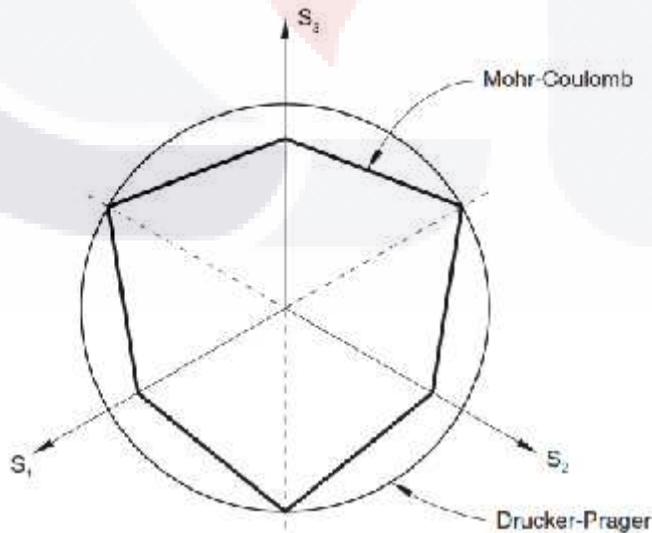


Figura 5.15.- Modelo de Mohr-Coulomb, extraído del manual de Abaqus (2010).

## 5.6 Modelado por elemento finito de vigas de concreto reforzado con fibras

Debido a que los ensayos de laboratorio requieren de una gran cantidad de tiempo y generan elevados costos, se han desarrollado métodos numéricos y de elementos finitos para estimar el comportamiento del concreto reforzado con fibras. Algunas de las investigaciones relacionadas con la simulación de vigas han utilizado métodos no lineales aplicados por Bennegadi (2013); Kwak (1997) y Jiang (1992).

### 5.6.1 Generalidades de la simulación

Con el objetivo de validar los resultados del proceso numérico, se compararon los valores experimentales y por elemento finito del concreto reforzado con fibras de acero (SFRC) y polipropileno (PFRC).

El modelo aplicado en el estudio numérico, es un análisis en el plano siendo utilizado en el software ABAQUS, adoptando propiedades no lineales, con la aproximación para el concreto denominado modelo de grieta inmersa *smearred cracking model*. En los datos de *tension stiffening*, se introdujo la información de esfuerzo plástico del material, dividida por la resistencia a tensión máxima. Por lo cual el valor comienza en 1 y decrece de acuerdo al comportamiento del material bajo una carga de tensión. Los valores alimentados del comportamiento a tensión se muestran en: la figura 5.16 para SFRC 20, la figura 5.17 para SFRC 30, la figura 5.18 para SFRC 40, la figura 5.19 para PFRC 2.125, la figura 5.20 para PFRC 4.250 y la figura 5.21 para PFRC 6.375.

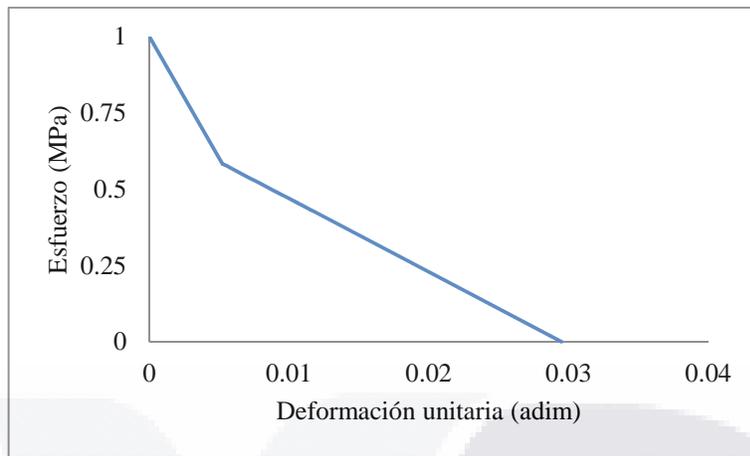


Figura 5.16.-Datos de alimentación a tensión para el concreto SFRC 20.

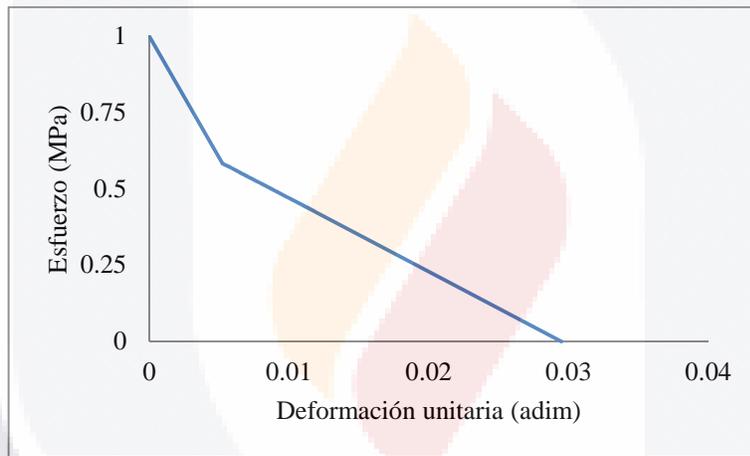


Figura 5.17.-Datos de alimentación a tensión para el concreto SFRC 30.

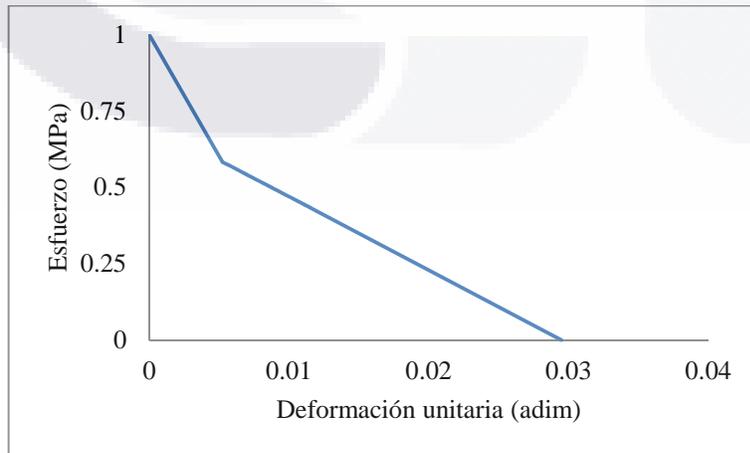


Figura 5.18.-Datos de alimentación a tensión para el concreto SFRC 40.

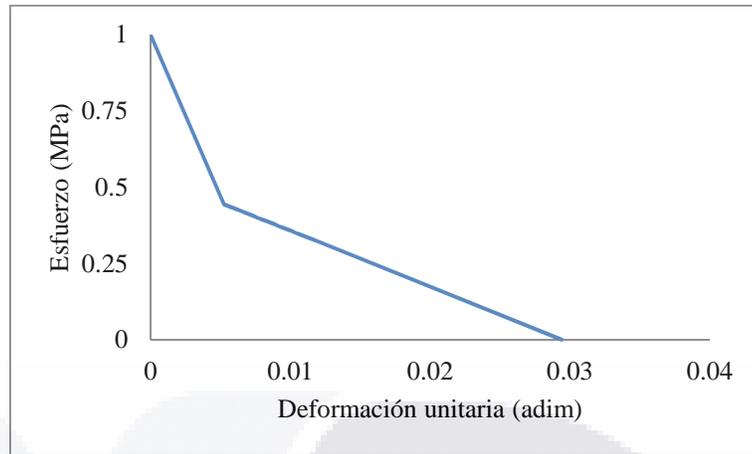


Figura 5.19.-Datos de alimentación a tensión para el concreto PFRC 2.125.

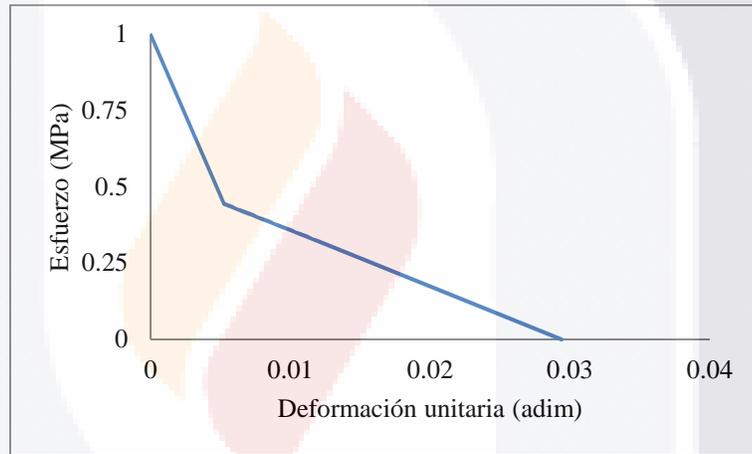


Figura 5.20.-Datos de alimentación a tensión para el concreto PFRC 4.250.

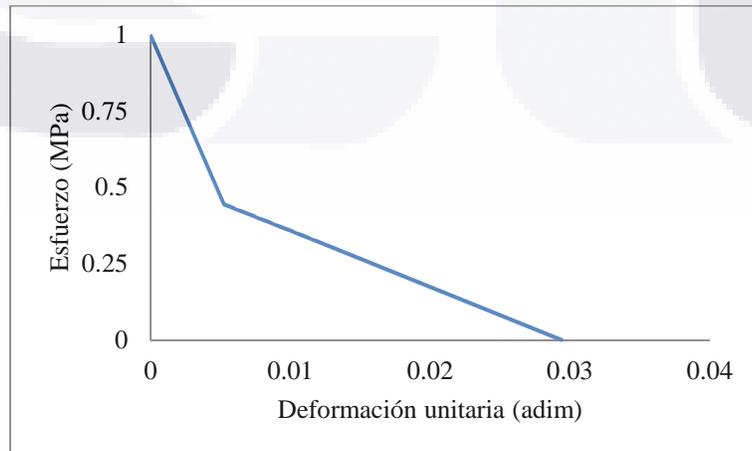


Figura 5.21.-Datos de alimentación a tensión para el concreto PFRC 6.375.

Complementando las características del modelo, se utilizó un mallado rectangular de 10 x 10 mm, empleando el criterio de Newton-Raphson para la solución no lineal. Las dimensiones del elemento viga son 150x150x450 mm.

### 5.6.2 Resultados carga-deflexión

Para realizar una comparación entre los resultados experimentales y numéricos, se registró la deformación correspondiente al nodo central de la parte inferior del piso, por otra parte la carga fue registrada en los nodos de aplicación. La figura 5.22 muestra los puntos de registro de carga y deflexión.

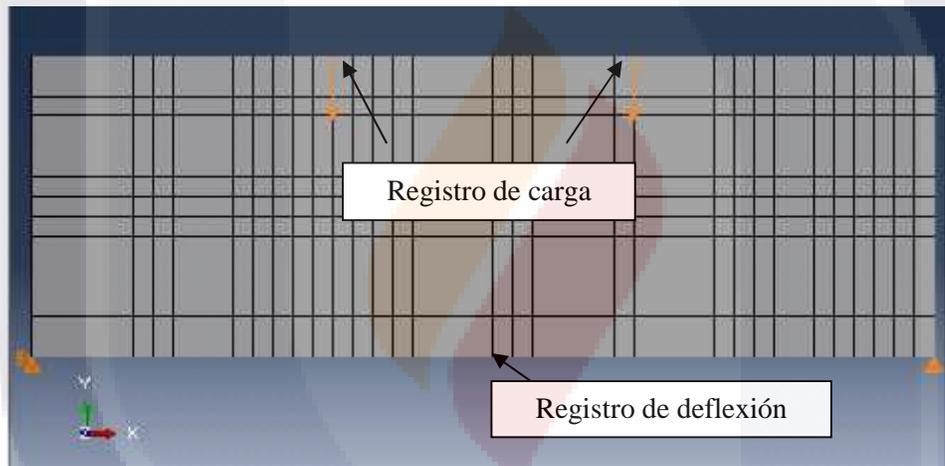


Figura 5.22.-Relación de nodos de referencia para el registro de carga y deflexión.

Los resultados fueron graficados y son mostrados en las figuras 5.23 y 5.24, donde se observan las curvas carga-deflexión vertical, en forma comparativa entre los resultados experimentales y los provenientes de un modelado por elemento finito en el paquete ABAQUS. Las simulaciones incluyen el comportamiento considerando el cambio en sus dosificaciones de fibras.

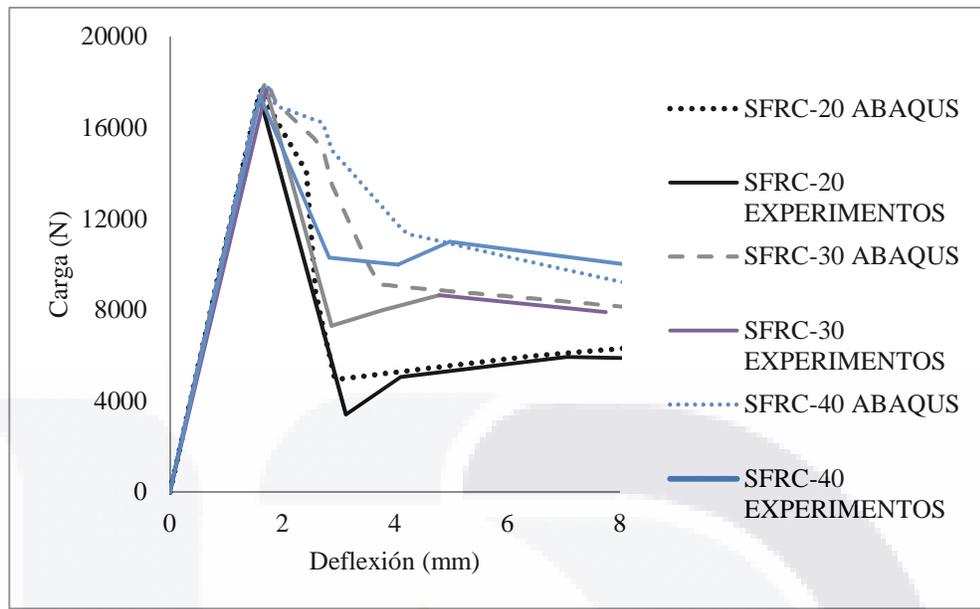


Figura 5.23.- Gráfica carga-deflexión a flexión para el concreto SFRC de resultados experimentales y por FE.

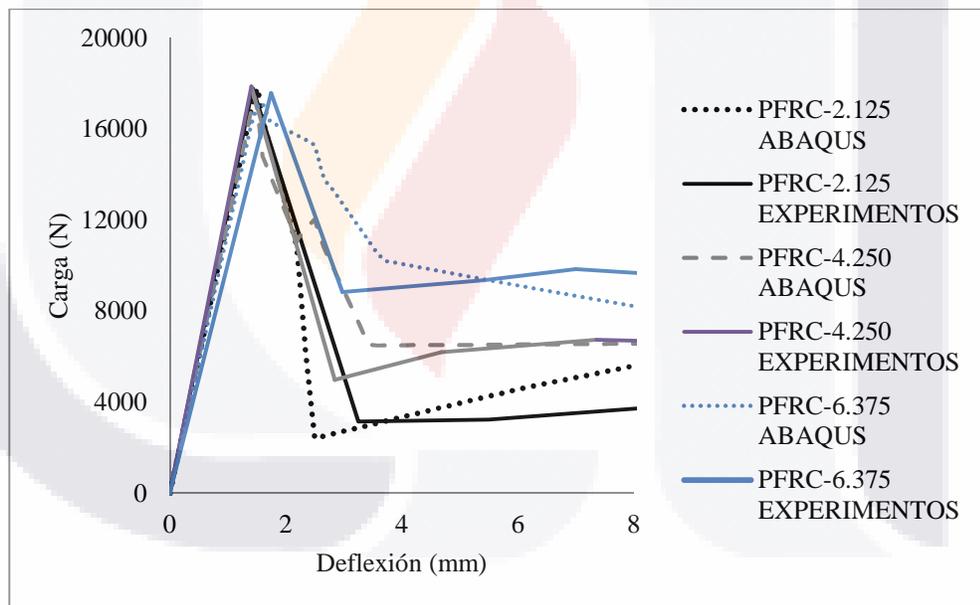


Figura 5.24.- Gráfica carga-deflexión a flexión para el concreto PFRC de resultados experimentales y por FE.

En las figuras anteriores, se aprecia un comportamiento post-agrietamiento de ablandamiento. Esta característica complica la simulación por elemento finito, ya que cambia la capacidad de carga drásticamente, por lo que es susceptible a una no

convergencia numérica. Sin embargo, aun así puede observarse que el comportamiento es cercano entre los datos de los dos procesos comparados.

En la investigación de Mehmet se mencionan otros factores que pueden propiciar una dispersión entre los resultados experimentales y los obtenidos mediante simulación por elemento finito, como son el efecto de las micro-fisuras y las simplificaciones efectuadas para su modelación (Mehmet, 2009).

### 5.6.3 Resultados de agrietamiento

Para la modelación de agrietamiento se generó una entalla, esto permitió enfocar el análisis en el área de interés, lo que garantiza una mayor convergencia y agiliza la obtención de los resultados. En este caso se utilizó una entalla de 10 mm de espesor y de 12.5 mm de profundidad. Cabe mencionar que varias campañas experimentales para estudiar el comportamiento mecánico a flexión del concreto reforzado con fibras, se desarrollan en vigas con entalla. La figura 5.25 muestra el modelo realizado para el análisis de agrietamiento en el paquete ABAQUS.

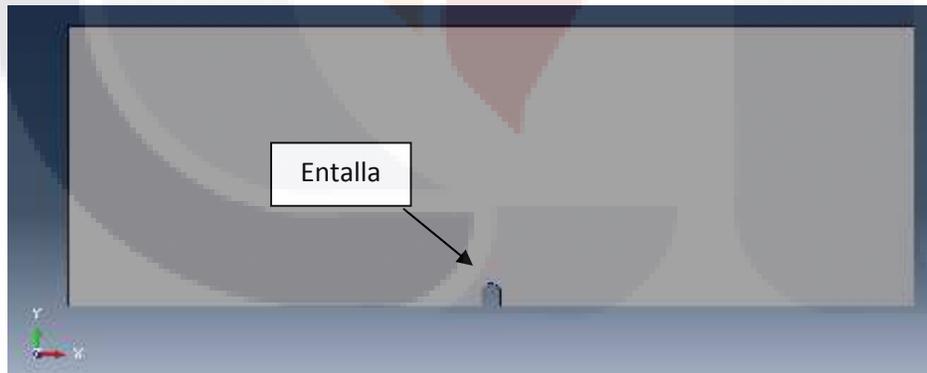


Figura 5.25.- Imagen de la entalla realizada en la simulación de agrietamiento.

En cuanto a las condiciones de frontera, la aplicación de la carga y la modelación realizada para el registro de carga-deflexión, fue la misma a la mostrada en la figura 5.8, con la diferencia de la activación del proceso de estudio por XFEM. El resultado del proceso de agrietamiento se ilustra en la figura 5.26.

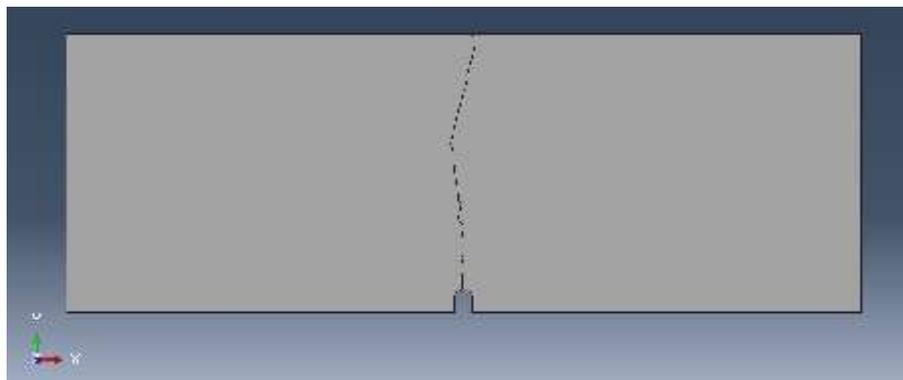


Figura 5.26.- Resultado de agrietamiento para vigas reforzada con fibras en ABAQUS.

La figura 5.27 es una imagen de una de las vigas reforzadas con fibras proveniente de la segunda campaña experimental.



Figura 5.27.- Patrón de agrietamiento en ensayos de flexión en vigas normalizadas, proveniente de la segunda campaña experimental.

Aunque la simulación inicial considera propiedades de un elemento homogéneo e isotrópico, una vez generada la primera grieta, el modelo considera propiedades anisotrópicas, basados en la dirección de deformación máxima, por lo que el cálculo se realiza en forma independiente a cada punto de iteración.

Como se puede apreciar en las figuras anteriores, el agrietamiento modelado y el proveniente de la campaña experimental son semejantes, lo que permite establecer una correlación entre sus resultados.

## 5.7 Modelado por elemento finito de pisos industriales reforzados con fibras

Estudios como los de Bennegadi, Ozcan y Mulungye, coinciden que la técnica de elementos finitos basado en la mecánica de la fractura no lineal, demuestra ser una herramienta precisa para analizar las losas de concreto sin fibras y con fibras, apoyadas en el suelo, permitiendo una reproducción del mecanismo de colapso y de sus características mecánicas. En sus publicaciones promueven el desarrollo de un nuevo enfoque de diseño (Bennegadi, 2013; Ozcan, 2009; Mulungye, 2007).

El análisis por modelación, tiene como objetivo realizar una validación con los resultados experimentales y estimar el comportamiento mecánico de la interacción piso-suelo en cargas superiores a las alcanzadas en la campaña experimental *in situ*.

### 5.7.1 Ensayos triaxiales

Con la finalidad de obtener los valores para alimentar la modelación por elemento finito de los terraplenes, se determinó el ángulo de fricción interna (  $\phi$  ) y la cohesión (C) en las condiciones de compactación del sitio del experimento, para lo cual se llevó a cabo una campaña de pruebas. La cual consistió en dos etapas:

1. Caracterización del grado de compactación del material “*in situ*”, en estos ensayos se realizaron nueve pruebas de la densidad y humedad, considerando los tres terraplenes de acuerdo con ASTM D1556 - 07 (tres determinaciones en cada uno de los terraplenes).

2. Ensayos triaxiales, para estos ensayos se emplearon las pruebas lentas, conocida también como consolidación y drenaje (ASTM D2850 - 03a(2007)) ver figura 5.28. Para este efecto se elaboraron especímenes para

ensayos triaxiales, ver figura 5.29, para las pruebas se reprodujeron las condiciones de compactación y humedad medidas “in situ” de acuerdo con la prueba Proctor (ASTM D698 – 12e1). Los ensayos se ejecutaron de acuerdo a ASTM D2850 – 03a(2007). Para cada terraplén se realizaron tres pruebas utilizando diferentes presiones de confinamiento (0.5, 1.0 y 1.5 kg/cm<sup>2</sup>), con el objetivo de trazar el círculo de Mohr, donde se determinó el ángulo de fricción interna (  $\phi$  ) y la cohesión (C).



Figura 5.28.- Prueba lenta para ensayo triaxial.



Figura 5.29.- Especímenes elaborados para los ensayos triaxiales.

Adicionalmente, se graficó la curva esfuerzo-deformación unitaria de los especímenes en cada prueba, para calcular el módulo de elasticidad y razón de Poisson. Los resultados de los ensayos triaxiales, para el terraplén de arena limosa (SS), arena limosa con 2 % de cemento (SS+C) y limo de baja plasticidad con 2 % de cal (LS+L), se muestran en la figura 5.30 para un presión de confinamiento de 0.5 kg/cm<sup>2</sup>, la figura 5.31 para 1 kg/cm<sup>2</sup> y la figura 5.32 para 1.5 kg/cm<sup>2</sup>.

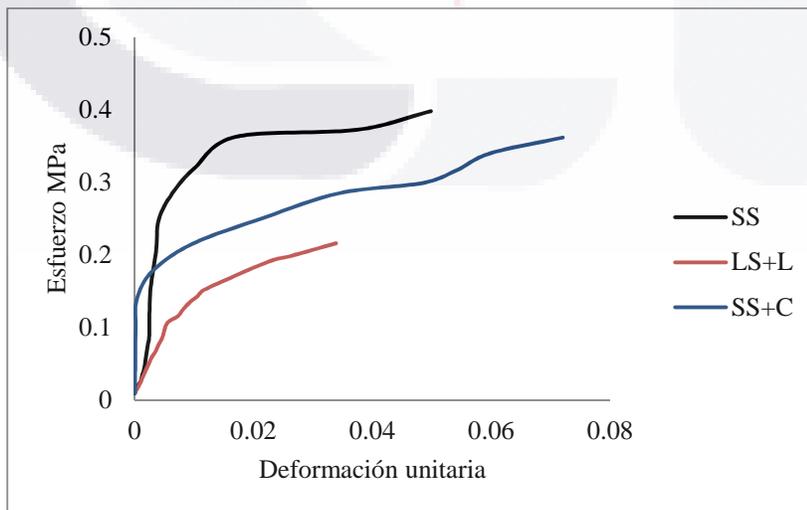


Figura 5.30.- Diagrama esfuerzo-deformación de los ensayos triaxiales a 0.5 kg/cm<sup>2</sup>.

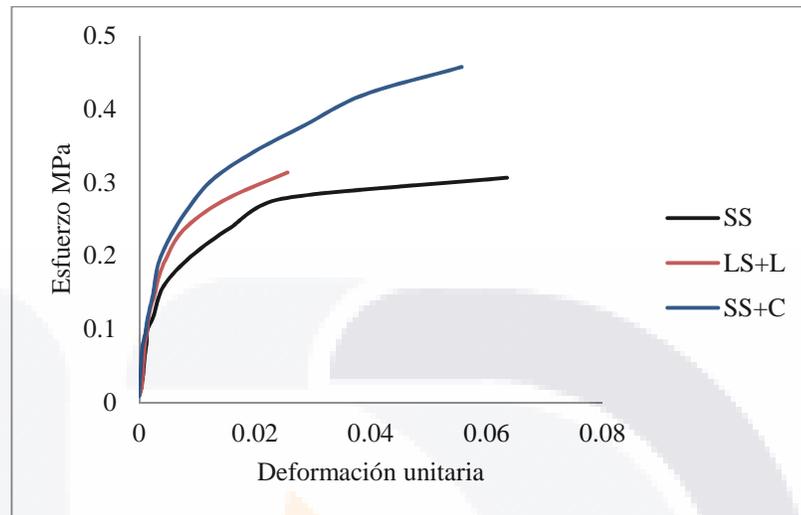


Figura 5.31.- Diagrama esfuerzo-deformación de los ensayos triaxiales a 1 kg/cm<sup>2</sup> de presión confinante.

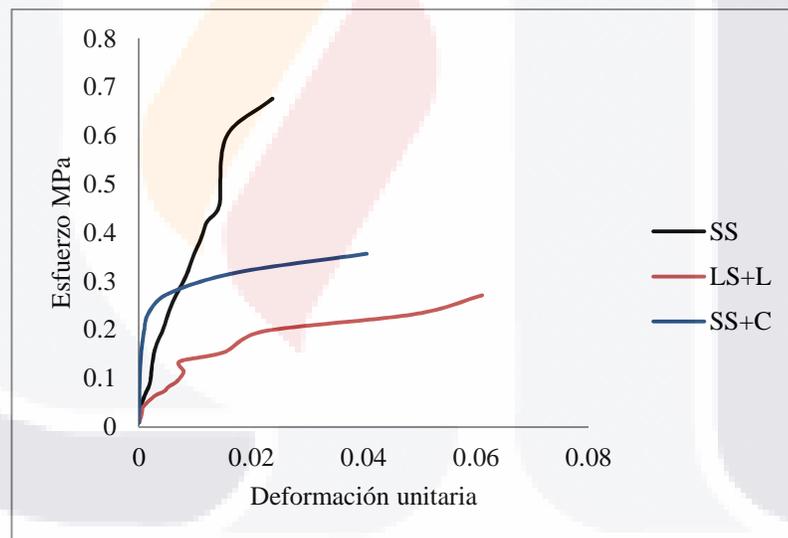


Figura 5.32.- Diagrama esfuerzo-deformación de los ensayos triaxiales a 1.5 kg/cm<sup>2</sup> de presión confinante.

En la tabla 5.2, se observan los resultados del módulo de elasticidad (E), la razón de Poisson ( $\mu$ ), ángulo de fricción interna ( $\phi$ ) y cohesión (C), provenientes de la campaña experimental en el equipo triaxial.

Suelo	E (MPa)	$\mu$		C (MPa)
SS	13.58	0.43	16	0.03
SS+C	104.2	0.40	18	0.09
SL+L	44.8	0.41	0	0.16

Tabla 5.2.- resultados de los ensayos triaxiales en laboratorio para los terraplenes.

Con fines ilustrativos en la figura 5.33 se muestra el trazado del círculo de Mohr, basado en las tres presiones de confinamiento, éste corresponde a un suelo SS+C.

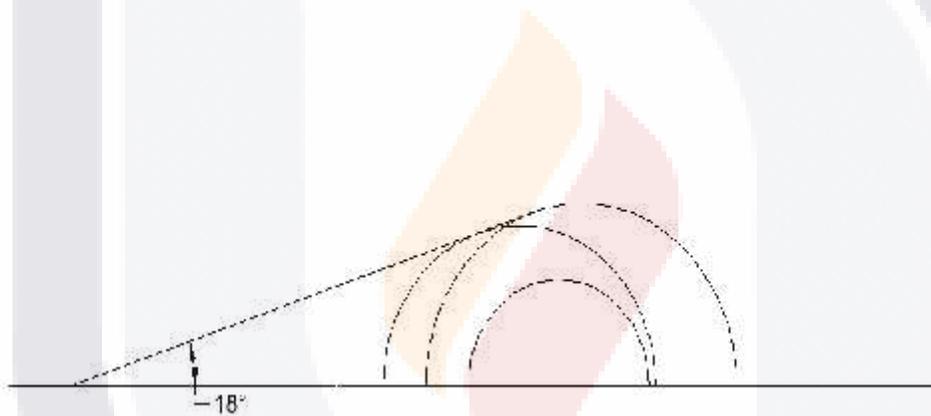


Figura 5.33.- Círculo de Mohr de los ensayos triaxiales a 0.5, 1 y 1.5 kg/cm<sup>2</sup> de presión confinante.

### 5.7.2 Generalidades de la simulación

Para comprobar el comportamiento mecánico de los pisos de concreto SFRC, PFRC y NF; con interacción en terraplenes SS, SS+C y LS+L, se simularon los elementos. Los detalles del desarrollo computacional, materiales implicados y formulación se presentan a continuación.

El modelo aplicado en este análisis consta de tres materiales: el piso, la base y la sub-base, ver figura 5.34.

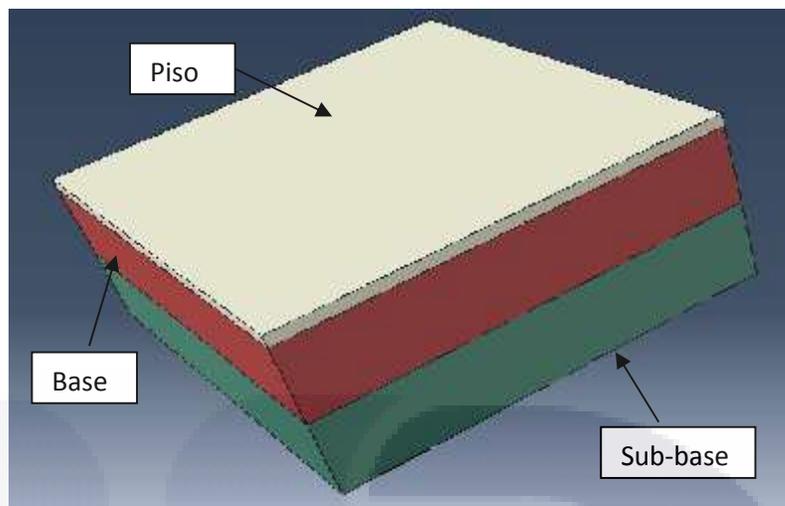


Figura 5.34.- Partes de la modelación del piso sobre el terraplén.

En los materiales se involucraron propiedades lineales y no lineales, las lineales fueron obtenidas mediante matrices de comportamiento solventadas por la ley de Hooke para un material isotrópico. De la misma manera, el comportamiento no lineal para cada material, se describió de la siguiente manera: el piso emplea el criterio de “*concrete smeared cracking model*”; los datos de ajuste son los que se emplearon en la modelación de vigas reforzadas con fibras. Por otro lado, la base se simuló utilizando el criterio de “*Mohr-Coulomb*”; los datos de alimentación, son descritos en el apartado de ensayos triaxiales. Finalmente el elemento sub-base, fue utilizado para evitar un soporte infinitamente rígido, por lo que se asignaron para este material propiedades elásticas del módulo de elasticidad y razón de Poisson.

Las dimensiones de los elementos son de 3000x3000x100 mm para la losa, 3000x3000x650 mm para la base y sub-base. Las formulaciones de las relaciones constitutivas, se consideraron como esfuerzo plano, basándose en la rigidez del material.

En cuanto al piso, éste fue discretizado como un elemento cuadrilátero de cuatro nodos en el plano bilineal y utilizando el modo incompatible para grandes deformaciones, con un comportamiento isotrópico para elementos tipo membrana. Además, se utilizó un mallado de 25x25 mm para la losa y de 50x50 mm para la base y sub-base. La figura 5.35 muestra las características generales.

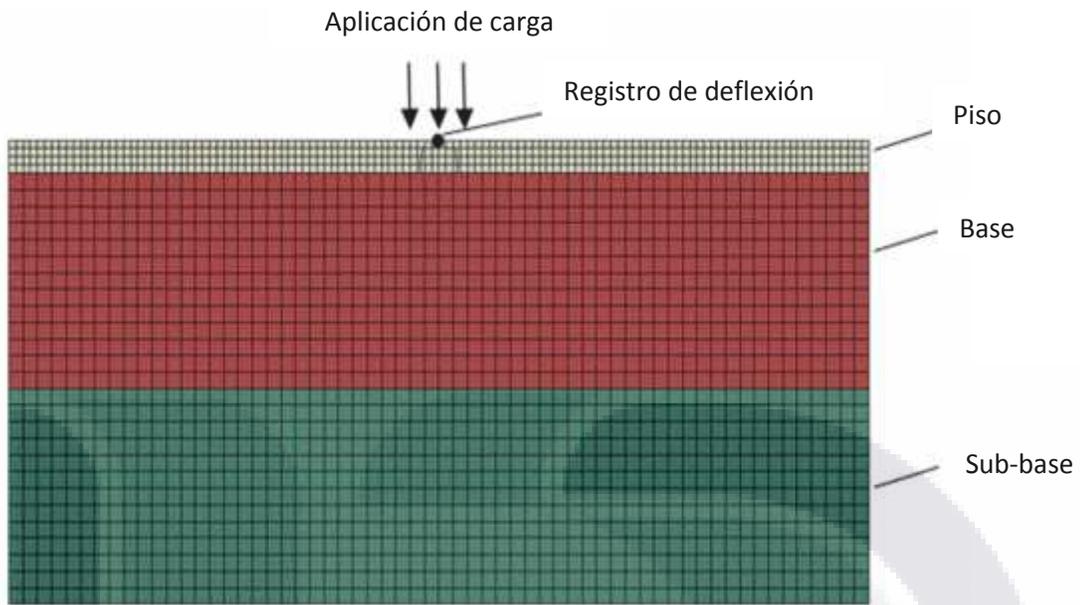


Figura 5.35.- Generalidades de la simulación piso-suelo.

Por otra parte, la aplicación de la carga se realizó al centro de la losa, considerando una sección de 100x100 mm, emulando el área aplicada en la tercera campaña experimental. A su vez se generó una interacción tipo "tie", entre los elementos piso-base y base-sub-base, para transmitir las deformaciones entre las partes. Asimismo, la parte inferior de la sub-base fue restringida por completo. La figura 5.36 muestra las condiciones de frontera aplicadas en la modelación.

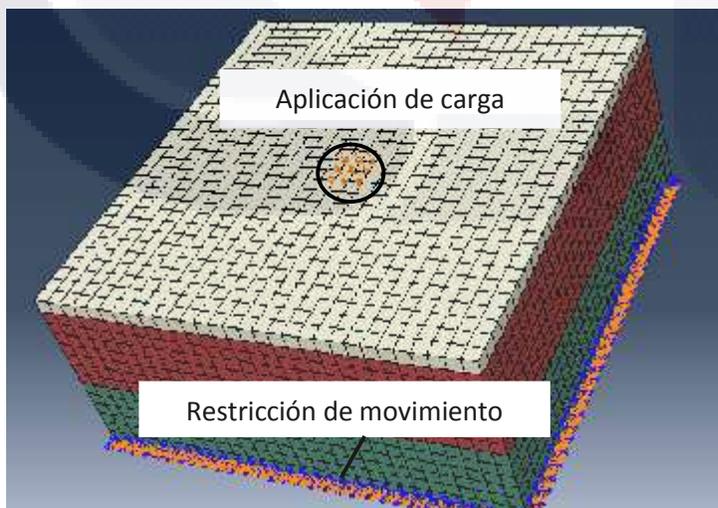


Figura 5.36.- Condiciones de frontera de la modelación losa-suelo.

### 5.7.3 Resultados carga-deflexión

La monitorización de los desplazamientos por la deflexión, se realizó al centro superior de la losa. Mientras que la carga fue registrada como una suma de las fuerzas correspondiente a la sección central de 100x100 mm.

Los resultados del análisis de carga-deformación se muestran en los siguientes gráficos: la figura 5.37 presenta los resultados para los pisos que se apoyaron sobre el sustrato de arena limosa, la figura 5.38 para los pisos apoyados sobre el sustrato con arena limosa y cemento en el 2%, la figura 5.39 para los pisos apoyados sobre el sustrato con limo de baja plasticidad y cal en 2%.

En cada una de ellas se ilustra el comportamiento del piso sin fibras (NF), de fibras de acero (SFRC) con dosificaciones de 40 y 60 kg/m<sup>3</sup> y de fibras de polipropileno (PFRC) con dosificaciones de 4.6 y 6.9 kg/m<sup>3</sup>.

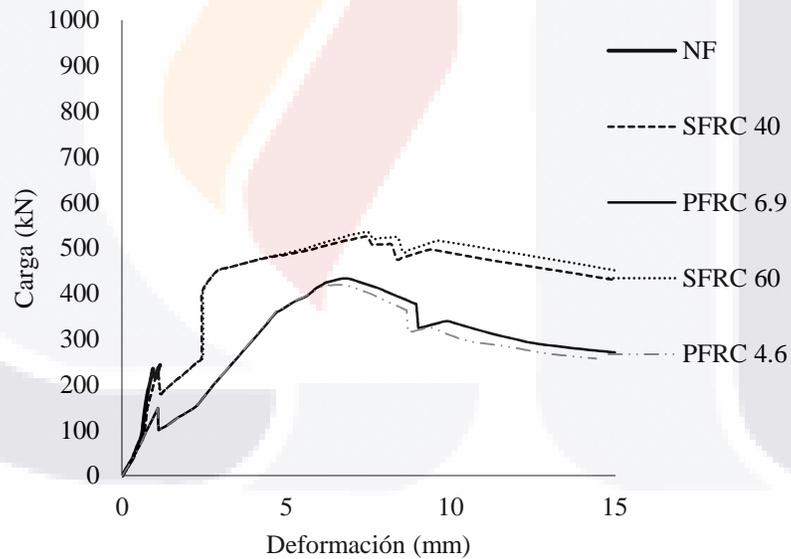


Figura 5.37.-Resultados de la modelación para pisos apoyados en terraplén con arena limosa.

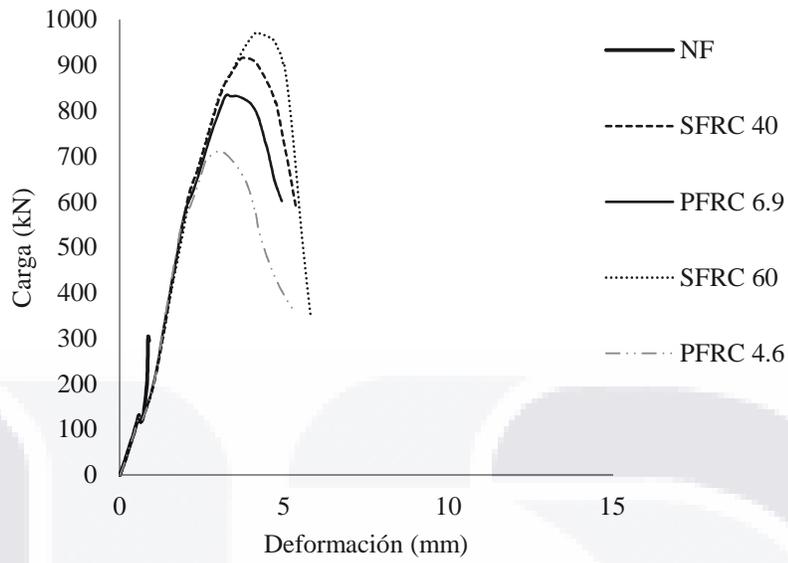


Figura 5.38.- Resultados de la modelación para pisos apoyados en terraplén con limo arenoso y cemento en 2%.

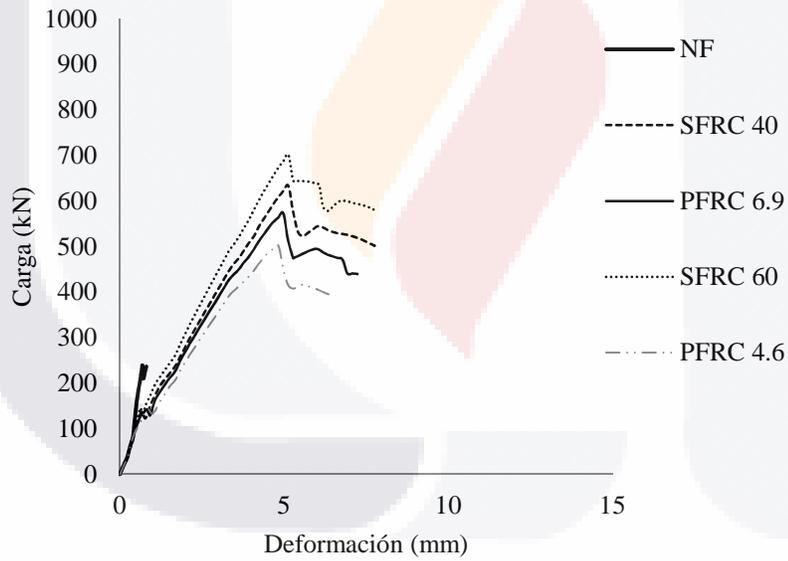


Figura 5.39.- Resultados de la modelación para pisos apoyados en terraplén con material de limo de baja plasticidad y cal en 2%.

Este estudio permitió completar y predecir el comportamiento de la interacción en cargas mayores a las alcanzadas en la campaña experimental. Comparándolos con los resultados de otros estudios como los de Alani (2013) y

Roester (2004), se contrastaron algunas interacciones piso-suelo, obteniéndose una buena aproximación en las respuestas mecánicas y el proceso de agrietamiento.

Analizando los resultados globales de cada terraplén, se detectó una alta capacidad de deformación en las losas apoyadas en arena limosa. Mientras que el sustrato de arena limosa y cemento presentó una alta capacidad de carga.

#### 5.7.4 Resultados de agrietamiento

Otro estudio realizado, es el modelo de elemento finito extendido (XFEM). La figura 5.40 refleja una ampliación de un ejemplo de agrietamiento observado en los análisis.

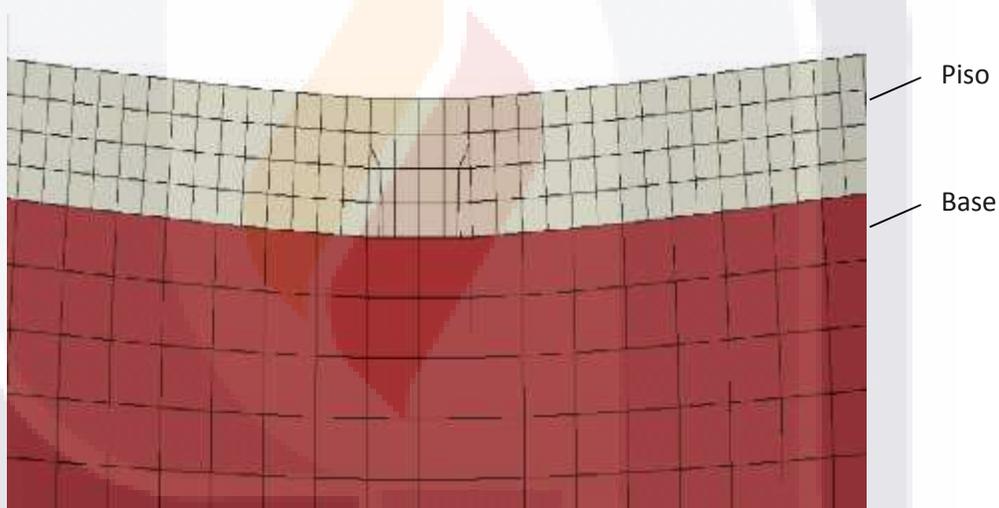


Figura 5.40.- Ampliación del agrietamiento en la modelación losa-suelo, utilizando la metodología XFEM.

Durante el estudio de agrietamiento, se observó un patrón en el proceso de agrietamiento, que se puede describir en cuatro pasos, los cuales son mostrados en la figura 5.41 y tabla 5.3.

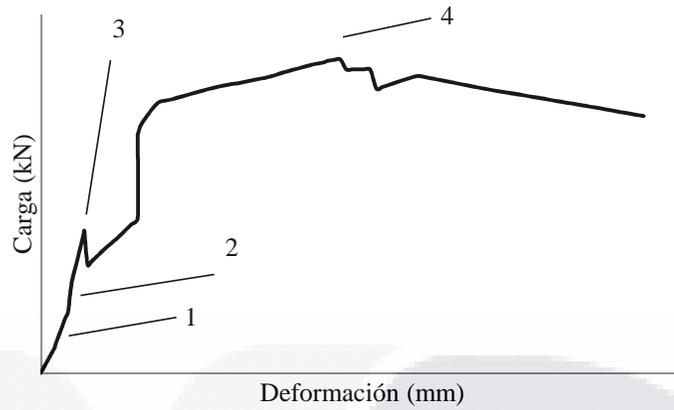


Figura 5.27.- Proceso de agrietamiento.

Proceso de agrietamiento	Imagen resultado de la simulación
1.- Primer proceso de agrietamiento: se presenta en la fibra exterior, de la parte inferior de la losa.	 <p>Grietas iniciales</p>

Tabla 5.3.- Proceso de agrietamiento de la interacción losa-suelo.

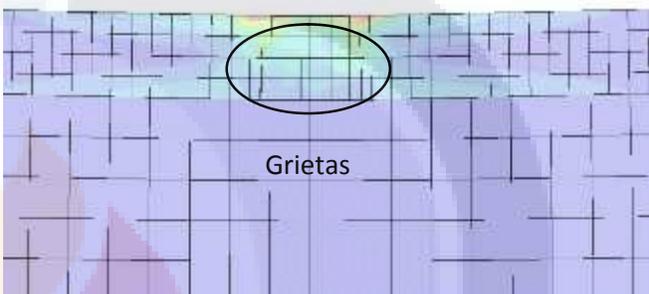
Proceso de agrietamiento	Imagen resultado de la simulación
<p>2.- Segundo proceso: corresponde a una extensión de la fisura, en la parte inferior de la losa.</p>	 <p>Grietas</p>
<p>3.- Tercer proceso: se reduce el espesor de trabajo del piso, así como su capacidad de carga y rigidez.</p>	 <p>Grietas</p>
<p>4.- Cuarto proceso: es la carga máxima que puede soportar la interacción piso-suelo, en este momento ya existe el agrietamiento en la parte superior de la losa.</p>	 <p>Grietas</p>

Tabla 5.3.- Proceso de agrietamiento de la interacción losa-suelo (continuación).

Asimismo la respuesta de carga y deformación mediante el método XFEM, fueron comparados con las ecuaciones propuestas en la guía para el diseño de losas sobre el suelo, por el ACI. La tabla 5.4 muestra los resultados del estudio numérico y análisis teórico, de acuerdo a los postulados.

Losa	Análisis por elemento finito						Valores teóricos		
	Máximo						SS	LS+L	SS+C
	SS		LS+L		SS+C				
kN	mm	kN	mm	kN	mm	kN	kN	kN	
PFRC 4.6	419.6	6.6	501.7	4.83	711.5	3.08	123.6	141.7	161.2
PFRC 6.9	433.3	6.8	573.7	4.97	833.9	3.23	126.4	144.8	164.8
NF	243.1	1.2	236.7	0.81	303.7	0.86	77.1	88.3	100.5
SFRC 40	479.3	4.5	633.8	5.13	915.7	3.84	123.8	141.7	161.2
SFRC 60	535.0	7.5	701.4	5.13	972.0	4.14	129.7	148.6	169.0

Tabla 5.4.- Resultados de carga y deformación del estudio numérico y teórico para las diferentes interacciones losa-suelo.

Los resultados indican que el primer proceso de agrietamiento se presentó a una carga con valores de 40 a 43 kN, con una deformación de 0.34 a 0.36 mm. Por su parte, el segundo proceso se mostró a cargas de 74 a 88 kN y deformación de 0.58 a 0.6 mm. Mientras que el tercer proceso registró cargas de 148 a 238 kN y una deformación de 0.9 a 1 mm.

A partir del tercer proceso, las grietas convergen hacia la parte superior de la losa de acuerdo a los gradientes de deformación, hasta alcanzar la carga máxima que es indicada en la tabla 5.4.

Los resultados obtenidos por las ecuaciones propuestas por ACI, están por encima de la carga soportada por el proceso de agrietamiento 1 y 2, pero por debajo de hasta un 20% de la carga del tercer proceso, el cual es más evidente para la interacción PFRC 4.6-SS.

Por otra parte la carga máxima del análisis por elemento finito va de 2.6 hasta 5.5 veces mayor que el valor teórico calculado por el ACI, la diferencia menor se encontró para la relación NF-LS+L; mientras que la proporción mayor es para SFRC 60-SS+C. Las diferencias entre los valores se deben a que las ecuaciones utilizadas para determinar la capacidad de carga en una losa de concreto reforzado con fibras apoyadas sobre el suelo, se basan en la teoría de la línea de fluencia, la cual no considera al máximo las capacidades de una losa.

De la misma manera, en el estudio se encontró que la primera grieta apareció a una carga y deformación similar para todas las losas, este efecto es atribuido a que las fibras no actúan en ese momento; sin embargo, existe una mínima diferencia, de acuerdo con el tipo de sustrato. Por ejemplo, para el caso del terraplén con mayor rigidez, la grieta se presentó a la carga y la deformación más baja. También se notó que conforme aumenta el proceso de agrietamiento, las fibras generan una mayor aportación en las propiedades mecánicas de la interacción losa-suelo, la etapa en donde se encontró mayor influencia de las fibras se presentó entre la etapa 3 y la carga máxima.

## Opiniones y comentarios del capítulo

El modelado por elemento finito es una herramienta versátil, que permite simular sistemas mecánicos bajo diferentes tipos de carga, manejando soluciones lineales y no lineales. El lograr modelaciones no lineales representa un mayor grado de complejidad, debido a que es susceptible a una no convergencia en su solución.

Las simulaciones efectuadas requirieron de calibración, este proceso resultó ser una tarea difícil en cuanto a tiempo máquina, así como de conocimiento de los modelos de solución y de manejo del software, en este proceso se realizaron un gran número de modelaciones y se invirtió tiempo para encontrar resultados congruentes con los datos experimentales, viéndose recompensado con el conocimiento del comportamiento mecánico de los elementos.

# CAPÍTULO 6

## Optimización



*Una empresa sustentable  
siempre va a optimizar  
recursos.*

Alfredo Suarez

El capítulo muestra un estudio de optimización, utilizando herramientas numéricas y estadísticas con el objetivo de determinar los parámetros que influyen en las respuestas mecánicas del concreto reforzado con fibras. La optimización se basa en dos etapas principales: en la primera, se estudian las características de las fibras y su dosificación en la resistencia, basado en ensayos de flexión y compresión; en la segunda, se investigan factores como rigidez del suelo, espesor de losa, dosificación de fibras y localización de la carga, en la resistencia y agrietamiento de la interacción piso-suelo.

## 6.1 La optimización y sus generalidades

El libro de Montgomery menciona que los métodos estadísticos pueden incrementar en gran medida la eficiencia de los experimentos y favorecer la toma de decisiones. Para lograrlo, recomienda el diseño factorial, debido a que son los más eficientes para el estudio de los efectos de dos o más factores (Montgomery, 2004).

En los análisis estadísticos aplicados, se indicarán términos básicos, los cuales son definidos a continuación:

- Factor: variable sistemática, establecida durante un experimento para determinar su efecto sobre la respuesta.
- Nivel: es el grado de variación o modalidad del factor.
- Prueba de hipótesis: es una manera de hacer inferencia, mediante la afirmación, acerca del valor que el parámetro de la población puede tomar.
- Hipótesis estadística (H): es un enunciado o afirmación, ya sea acerca de los parámetros de una distribución de probabilidad o de un modelo y refleja alguna conjetura acerca de la situación del problema.
- Hipótesis nula ( $H_0$ ): es una hipótesis que el investigador trata de refutar. El  $H_0$  se considera verdadera hasta que una prueba estadística indique lo contrario. En su concepto plantea una diferencia nula, entre el valor muestral con respecto al poblacional. La fórmula de la hipótesis nula es:

$$H : \mu_1 = \mu_2 \qquad \text{Ecuación 6.1}$$

Donde

$\mu$  = medias de las respuestas

- Hipótesis alternativa ( $H_1$ ): es lo que el investigador atribuye que es la causa de un fenómeno. Responde a la pregunta de

investigación que se establece en base a la evidencia que se tiene. La fórmula es:

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_2 \quad \text{Ecuación 6.2}$$

- Nivel de significancia ( $\alpha$ ): es la probabilidad de cometer un error y depende del tamaño de la región de rechazo o del conjunto de valores donde pueda incidir este rango. Por lo general se especifica por un valor de 0.05.
- Estadística de prueba (Z): Se deriva del estimador del parámetro evaluado y en ella se basa la decisión de rechazar o no la hipótesis nula. La expresión que la define es:

$$Z = \frac{\mu - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \quad \text{Ecuación 6.3}$$

Donde:

n= tamaño de la muestra

$\sigma^2$  = varianza o medida de dispersión de una variable aleatoria respecto al valor medio.

- Valor P: es el nivel de significancia más pequeño, al cual los datos observados indican que la hipótesis nula debe ser rechazada. Este valor no es fácil de calcular de manera exacta. Sin embargo la mayoría de los programas estadísticos computacionales reportan este valor.

De la misma manera el análisis de varianza (ANOVA), de acuerdo al manual del Minitab, realiza la prueba de hipótesis nula, la cual indica que todas las medias de la población (medias de nivel) son iguales que las de varias poblaciones, por lo que el ANOVA indicará si existen diferencias estadísticamente significativas entre las medias de nivel. Por lo contrario, la hipótesis alternativa, establece que una o más medias de población difieren de las demás (Minitab, 2012).

A su vez el método Tukey, compara las medias para cada par de niveles de factores, para este efecto utiliza un nivel de significancia para controlar la tasa de errores de tipo de I, que de acuerdo al Minitab, es cuando se concluye que existe una diferencia o no la hay. Por lo que el método Tukey esencialmente encuentra la relación entre las medias, para asociarlas en familias (Minitab, 2012).

Otro análisis estadístico es el diseño factorial, donde intervienen los efectos de dos o más parámetros. Este método es utilizado para ajustar un modelo a los datos experimentales, utilizando un diseño factorial completo o fraccionado (Minitab, 2012). Los parámetros y herramientas que intervienen en este estudio son los siguientes:

- Efecto: es el cambio en la respuesta, producto del nivel del factor; se usa para determinar la fortaleza relativa de los efectos; mientras más alto sea el valor absoluto, mayor será el influencia sobre la respuesta.
- Coeficiente de correlación: es una medida de relación lineal entre dos variables de una población.
- Gráfica de efectos normales: aplicada para comparar la magnitud relativa y la significancia estadística, tanto de los efectos principales como de interacción. Mediante una línea se indica dónde deberían estar ubicados los puntos si todos los efectos fueran cero, de manera que los que no se sitúan cerca de la línea señalan efectos significativos.
- Diagrama de Pareto de efectos estandarizados: empleado para comparar la magnitud relativa y la significancia estadística, tanto de los parámetros principales como de la interacción. La línea de referencia contiene un término de error ( $\alpha=0.05$ ).
- Varianza: permite medir la variabilidad o dispersión de una distribución de probabilidad. Sirve para identificar la media de la desviación estándar.

Otra de las metodologías es el optimizador de respuestas, del cual el manual de Minitab afirma que se usa para identificar la configuración de factores que perfecciona una o un conjunto de respuestas. En caso de que sean múltiples salidas, se deberá satisfacer los requisitos del conjunto. Para la aplicación de la metodología se seleccionan varios puntos de inicio, desde los cuales comienza la búsqueda, hasta encontrar la configuración de los factores óptimos (Minitab, 2012). Los parámetros en estos análisis son:

- Deseabilidad de la respuesta: son valores que ayudan a entender cuán cerca están los resultados pronosticados de objetivo. La deseabilidad se mide en una escala de 0 a 1, el 1 indicará el valor ideal.
- Gráfica de optimización: muestra la forma en que los factores afectan las respuestas pronosticadas y permite modificar la configuración de factores de manera interactiva.
- La metodología de superficie de respuesta: es una colección de técnicas matemáticas y estadísticas, útiles en el modelado y el análisis de problemas, en los que una respuesta de interés recibe la influencia de diversas variables y donde el objetivo es optimizarlas.
- Método de Lenth: utilizado para detectar efectos significativos, es empleado para analizar datos de diseño de factores, su estudio se basa en estimar la varianza de un efecto a partir de las estimaciones más pequeñas.

## 6.2 Análisis de la geometría y forma de fibras

Para estudiar los factores que son significativos estadísticamente en las fibras, se analizaron los datos de la primera etapa experimental, donde se investigaron nueve fibras.

En esta etapa de análisis, se aplicaron dos tratamientos estadísticos: de varianza (ANOVA) y el método de comparación múltiple Tukey. En estos estudios se utilizó un p-valor para decidir si se observan diferencias significativas en los parámetros utilizados.

Cada respuesta del concreto SFRC y PFRC fue estudiado individualmente para examinar los parámetros de entrada, como el: material de la fibra, relación de aspecto, forma, costo relativo y edad del concreto. Asimismo se estudiaron los factores de salida, como la: trabajabilidad, resistencias a compresión, módulo de elasticidad, razón de Poisson, módulo de ruptura y resistencia post-fisura.

Los resultados de este análisis indican que la resistencia post-fisura y la trabajabilidad del concreto están influenciados por los parámetros de entrada.

En cuanto al material de las fibras, las de acero son más costosas que las de polipropileno, pero tienen un mayor módulo de elasticidad y una menor razón de Poisson.

Por su parte, la trabajabilidad en el concreto reforzado con fibras de acero presentó mayor revenimiento que la reforzada con polipropileno. También se encontró que el uso de fibras reduce la dispersión en éstos resultados, comparado con un concreto simple. Específicamente para el concreto SFRC, una mayor relación de aspecto tendrá un menor revenimiento.

Asimismo a la forma de las fibras de acero, se concluye que la fibra con ganchos es la más económica, tiene mayor resistencia a compresión, módulo de ruptura y resistencia post-fisura a flexión, pero menor módulo de elasticidad. Mientras que la de tipo rizada, tiene el mayor módulo de elasticidad, pero la menor

resistencia post-fisura. Por último, la ondulada, es la más costosa, tiene la menor resistencia a la compresión y módulo de ruptura, también presentó el mayor revenimiento.

En el estudio del concreto PFRC, se descubrió que la fibra de polipropileno recta es la más económica, tiene una menor variabilidad en sus resultados, pero la menor resistencia post-fisura a flexión. A su vez, la fibra curvada es la más costosa, generando la mayor resistencia post-fisura, además de presentar el mayor revenimiento.

De acuerdo al análisis Tukey, los factores de salida como la resistencia a compresión, módulo de elasticidad y ruptura a flexión entre los concretos SFRC, PFRC y NF son semejantes, e independientes de la relación de aspecto de las fibras. Por otra parte relaciona el comportamiento de resistencia post-fisura del concreto SFRC y PFRC por tener valores similares, encontrando similitud en comportamiento del SFRC y NF en cuanto a la trabajabilidad en función del revenimiento.

### **6.3 Análisis de la dosificación de fibras**

El análisis de dosificación de fibras se basa en los resultados experimentales, provenientes de la segunda campaña experimental, donde se probó con una fibra de acero y polipropileno.

En las investigaciones efectuadas utilizando la metodología ANOVA, se concluye que el material de las fibras tiene influencia en el comportamiento de la resistencia a compresión y el módulo de elasticidad. En el caso de las fibras de acero, éstas generaron los mayores valores en estos dos parámetros. De la tal forma, una variación de 20 a 30 Kg/m<sup>3</sup> refleja un cambio más significativo en la resistencia post-agrietamiento a flexión, que el generado por un cambio de 30 a 40 Kg/m<sup>3</sup>.

Considerando la variación en dosificación de fibras de polipropileno, ésta se ve reflejada en el módulo de elasticidad, en este caso, a menor proporción se tiene una mayor rigidez.

Asimismo en el análisis de optimización se estudiaron los datos experimentales promedio, esta simplificación se realizó para observar con mayor facilidad la tendencia en función de la dosificación, para estos ensayos se utilizaron los gráficos de superficie. Los cuales se muestran en las figuras 6.1 y 6.2 para el concreto SFRC y figura 6.3 y 6.4 para el concreto PFRC.

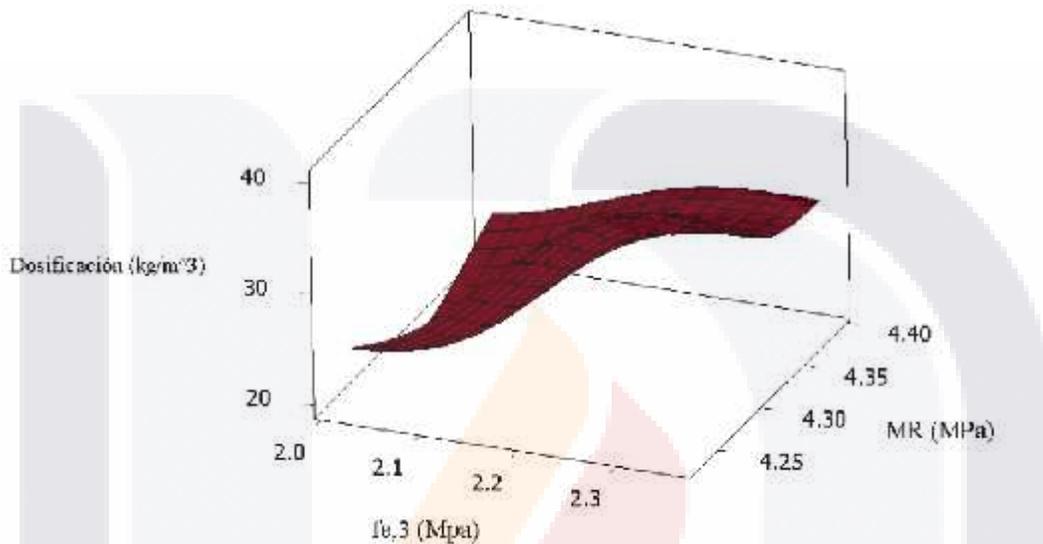


Figura 6.1.- Gráfico de superficie para las respuestas del concreto reforzado con fibras de acero.

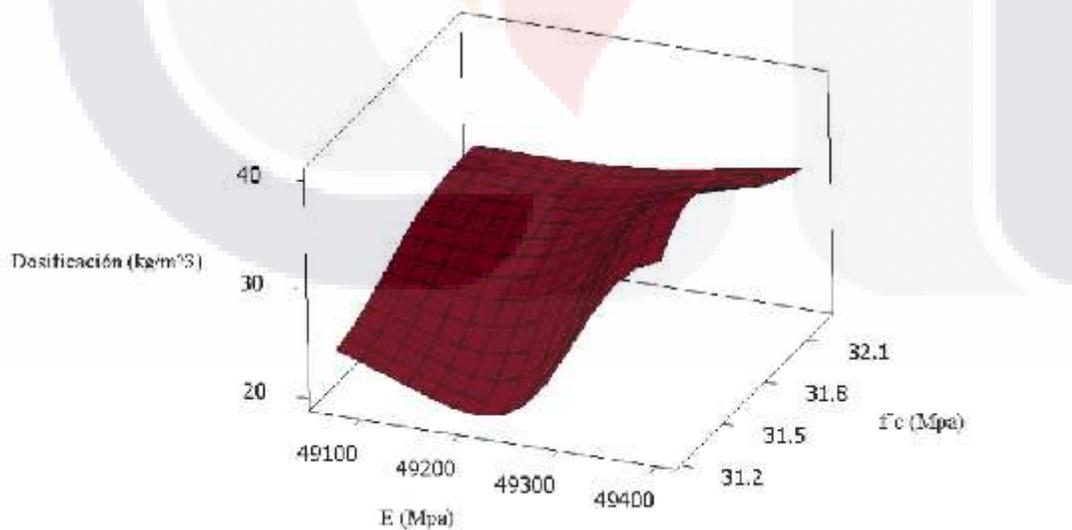


Figura 6.2.- Gráfico de superficie para las respuestas del concreto reforzado con fibras de acero.

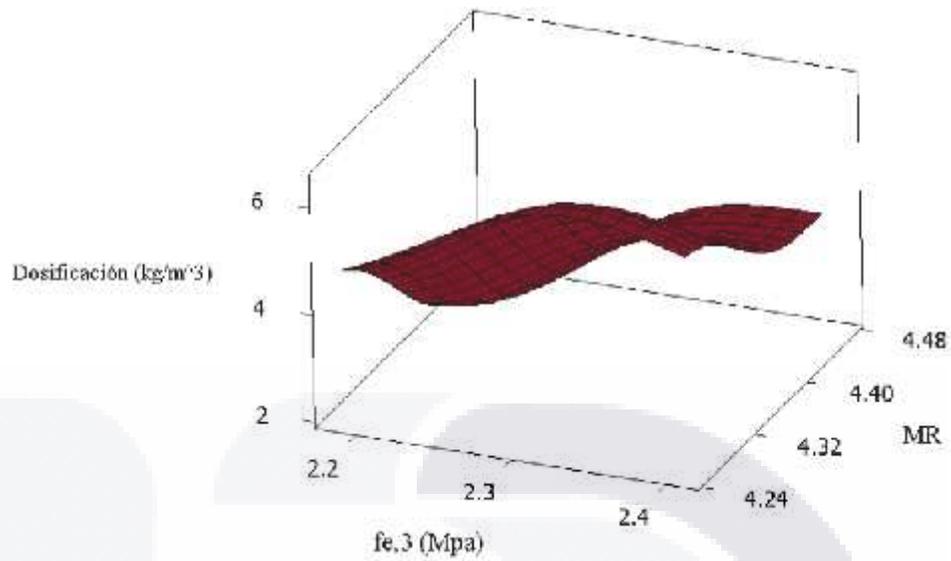


Figura 6.3.- Gráfico de superficie para las respuestas del concreto reforzado con fibras de polipropileno.

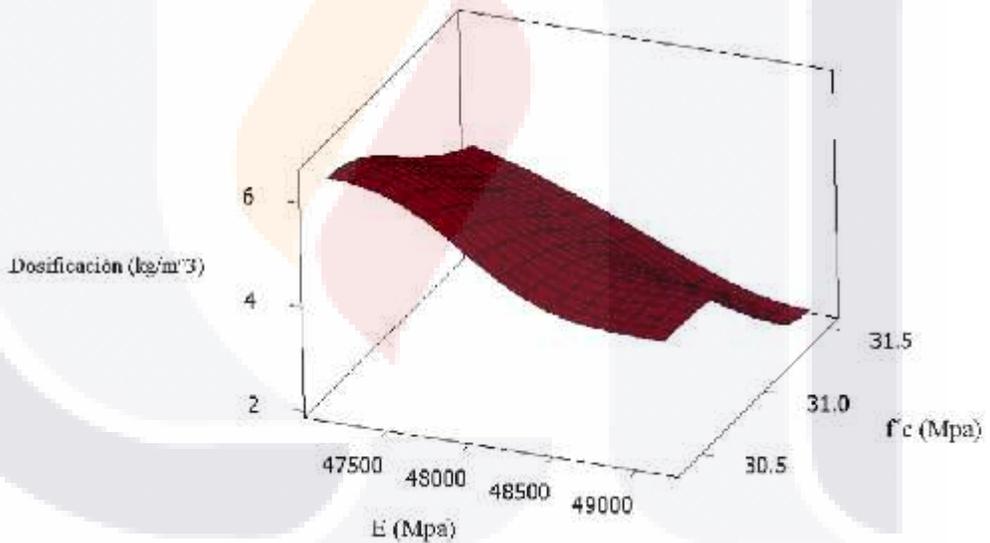


Figura 6.4.- Gráfico de superficie para las respuestas del concreto reforzado con fibras de polipropileno.

Además, para la optimización se realizó una serie de corridas o pruebas, en las que se efectuaron cambios intencionales para ingresar variables simultáneamente y observar las respuestas, con el objetivo de identificar la configuración de factores que perfecciona el conjunto de los siguientes valores:

- Maximizar la capacidad del módulo de ruptura (MR).
- Maximizar la capacidad del esfuerzo residual ( $f_{e,3}$ ).
- Maximizar la capacidad del esfuerzo de compresión ( $f'_c$ ).
- Maximizar la capacidad del módulo de elasticidad (E).
- Minimizar el costo en dólares (USD).

Los resultados mostrados en base a un tratamiento de optimización de respuestas, permitió determinar la configuración óptima para mejorar el comportamiento mecánico del concreto reforzado con fibras bajo ensayos de compresión y flexión, manteniendo un bajo costo. La tabla 6.1 indica los factores óptimos y las respuestas esperadas.

Factores óptimos		Respuestas esperadas				
Dosificación Kg/m <sup>3</sup>	Fibra	MR (MPa)	$f_{e,3}$ (MPa)	$f'_c$ (MPa)	E (MPa)	Costo (USD)
2.125	Polipropileno	4.42	2.18	31.51	49130	1431.5

Tabla 6.1.- Factores y respuestas óptimas en la comparación de SFRC y PFRC.

Se establece en base a las conclusiones de ensayos de compresión y flexión, además del costo entre los concreto SFRC y PFRC, que es recomendable utilizar un concreto reforzado con fibras de polipropileno a bajas dosificaciones.

En el anexo E, se observan gráficos complementarios a este estudio.

### 6.3.1 Ecuaciones de comportamiento

Debido a que los resultados experimentales mostraron una gran variabilidad, el proceso para encontrar ecuaciones por un método de regresión lineal, cuadrático o cúbico no fue satisfactorio. En cambio, se presentan ecuaciones propuestas para determinar el comportamiento del concreto reforzado con fibras, las cuales se ajustaron para lograr igualar las tendencias de los concretos reforzados con fibras, en función de la dosificación de mismas. Las dosis aplicables de las ecuaciones contemplan proporción de fibras de acero entre 20 y 40 kg/m<sup>3</sup> y fibras de polipropileno entre 2.125 y 6.375 kg/ m<sup>3</sup>.

Las ecuaciones presentadas son producto de fórmulas propuestas por otras investigaciones; en cambio, otras han surgido de la investigación de esta tesis. Los resultados han sido contrastados con los experimentales y en la alimentación del paquete de elemento finito, generando respuestas satisfactorias. Las ecuaciones presentadas tienen la ventaja de que solo se requiere conocer la resistencia máxima a compresión y módulo de elasticidad para determinar su comportamiento a compresión, flexión y tensión.

Para el comportamiento a compresión uniaxial, aplicable a SFRC y PFRC (Mehmet, 2009).

$$f'c = \frac{(E)(\epsilon_c)}{1 + \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_{0c}}\right)^2} \tag{Ecuación 6.4}$$

$$\epsilon_0 = \frac{(2)(f'c_0)}{E} \tag{Ecuación 6.5}$$

Donde:

$\epsilon_c$  = deformación unitaria a compresión (adimensional)

$\epsilon_{0c}$  = deformación unitaria a compresión última (adimensional)

$f'c$  = esfuerzo a compresión (MPa)

$f'c_0$  = esfuerzo a compresión último (MPa)

$E$  = módulo de elasticidad (MPa)

Para el comportamiento a flexión, bajo ensayo de cuatro puntos, de acuerdo al ASTM C78, se propone un modelo cuatrilíneo como el mostrado en la figura 6.5 (Meza, 2015).

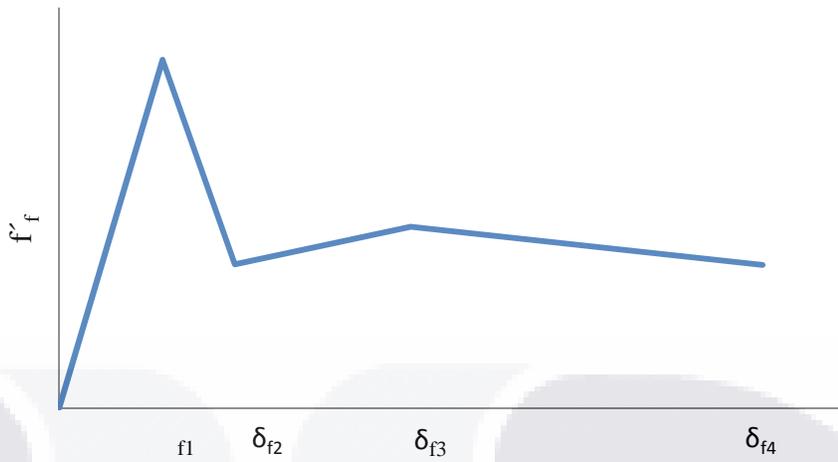


Figura 6.5.- Modelo cuatrilíneo del comportamiento a flexión del concreto SFRC y PFRC.

Las ecuaciones para el concreto reforzado con fibras de acero en dosificaciones de 20 a 40 kg/m<sup>3</sup>.

Hasta  $\delta_{f1}$

$$\delta_{f1} = \frac{E}{(1 - \nu)(f'c_0)} \quad \text{Ecuación 6.6}$$

$$f'_f = (1105)(f'c_0) \quad \text{Ecuación 6.7}$$

Hasta  $\delta_{f2}$

$$\delta_{f2} = (1.7)(\delta_{f1}) \quad \text{Ecuación 6.8}$$

$$f'_f = (47)(D)(\delta_{f2}) + (353)(D) \quad \text{Ecuación 6.9}$$

Hasta  $\delta_{f3}$

$$\delta_{f3} = (2)(\delta_{f2}) \quad \text{Ecuación 6.10}$$

$$f'_f = (47)(D)(\delta_{f3}) + (353)(D) \quad \text{Ecuación 6.11}$$

Hasta  $\delta_{f4}$

$$\delta_{f4} = (2)(\delta_{f3}) \quad \text{Ecuación 6.12}$$

$$f'_f = -(17)(D) (\delta_{f_4}) + (657)(D) \tag{Ecuación 6.13}$$

Para el concreto reforzado con fibras de polipropileno en dosificaciones de 2.125 a 6.375 kg/m<sup>3</sup>.

Hasta f<sub>1</sub>

$$\delta_{f_1} = \frac{E}{(1)(f'_{c_0})} \tag{Ecuación 6.14}$$

$$f'_f = (1150)(f'_{c_0}) \tag{Ecuación 6.15}$$

Hasta f<sub>2</sub>

$$\delta_{f_2} = (2)(\delta_{f_1}) \tag{Ecuación 6.16}$$

$$f'_f = (77)(D) (\delta_{f_2}) + (2536)(D) \tag{Ecuación 6.17}$$

Hasta f<sub>3</sub>

$$\delta_{f_3} = (2.5)(\delta_{f_2}) \tag{Ecuación 6.18}$$

$$f'_f = (77)(D) (\delta_{f_3}) + (2536)(D) \tag{Ecuación 6.19}$$

Hasta f<sub>4</sub>

$$\delta_{f_4} = (4)(\delta_{f_3}) \tag{Ecuación 6.20}$$

$$f'_f = -(29)(D) (\delta_{f_4}) + (3388)(D) \tag{Ecuación 6.21}$$

Donde:

f = deflexión (mm)

E = módulo de elasticidad (MPa)

f' = esfuerzo a flexión (MPa)

f'c<sub>0</sub> = esfuerzo a compresión último (MPa)

D = dosificación de fibras (kg/m<sup>3</sup>)

Para el comportamiento a tensión, se propone un modelo trilineal como el ilustrado en la figura 6.6 (Meza, 2015).

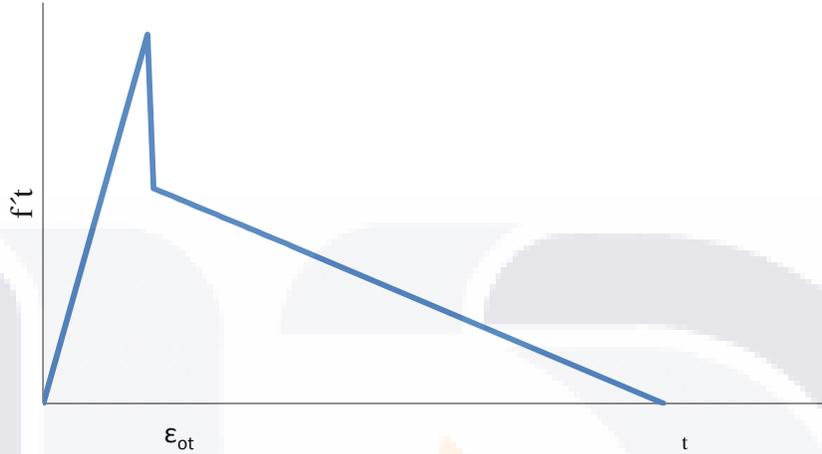


Figura 6.6.-Modelo trilineal del comportamiento a tensión del concreto SFRC y PFRC.

Para el concreto reforzado con fibras de acero en dosificaciones de 20 a 40 kg/m<sup>3</sup>.

Para  $\epsilon_t < \epsilon_{0t}$

$$f't = (E)(\epsilon_t) \quad \text{Ecuación 6.22 (López, 2012)}$$

Para  $\epsilon_{0t} < \epsilon_t < 6 \epsilon_{0t}$

$$f't = (T)(f't_0) - \frac{(T)(f't_0)}{(6)(\epsilon_{0t})}(\epsilon_t - \epsilon_{0t}) \quad \text{Ecuación 6.23 (López, 2012)}$$

$$f't_0 = 0.33\sqrt{f'c_0} \quad \text{Ecuación 6.24 (Menin, 2009)}$$

$$\epsilon_{0t} = (E)(\epsilon_t) \quad \text{Ecuación 6.25 (López, 2012)}$$

$$E = 5000\sqrt{f'c_0} \quad \text{Ecuación 6.26 (Menin, 2009)}$$

$$T = [(0.833)L(D)] - (0.823) \quad \text{Ecuación 6.27 (Meza, 2015)}$$

En el caso del concreto reforzado con fibras de polipropileno en dosificaciones de 2.125 a 6.375 kg/m<sup>3</sup>. Las ecuaciones son las mismas a las presentadas con anterioridad, solo cambia el factor Tc.

$$T = [(0.0105)(D)^2] + (0.0059D) - (0.015) \quad \text{Ecuación 6.28 (Meza,2015)}$$

Donde:

f't= esfuerzo a tensión (MPa)

ε= deformación unitaria a tensión (Adimensional)

Tc= factor de reducción de esfuerzo a tensión (Adimensional)

f'tm= esfuerzo a tensión máximo (MPa)

ε<sub>0</sub>= deformación unitaria a la primera fisura a tensión (Adimensional)

E<sub>t</sub>= módulo de elasticidad equivalente a tensión (MPa)

## 6.4 Análisis de la interacción piso-suelo

Con el objetivo de localizar una óptima solución al uso de pisos industriales de concreto reforzado con fibras de acero y polipropileno apoyadas en el suelo, se establecieron cuatro parámetros de entrada: dosificación de fibras; ubicación de la carga; rigidez del suelo y espesor de losa. Analizando su influencia en seis respuestas: carga y deformación necesaria para el agrietamiento en la parte inferior del piso, carga máxima y deformación correspondiente por la interacción piso-suelo, así como el módulo de elasticidad y costo.

Estos parámetros fueron considerados en un diseño experimental, del tipo factorial, empleando el paquete estadístico MINITAB.

### 6.4.1 Estudio numérico de losas apoyadas en el suelo

Se desarrolló un estudio numérico para estimar el comportamiento mecánico y de agrietamiento, mediante la modelación por elemento finito de la interacción piso-suelo.

El piso se consideró con fibras en tres dosificaciones. Para fibras de acero, se utilizaron dosis de 20,30 y 40 kg/m<sup>3</sup>. Para las de polipropileno se dosificaron de 2.125, 4.250 y 6.375 kg/m<sup>3</sup>.

Por otra parte, el suelo se simuló con tres características mecánicas de acuerdo a su material: arena limosa (MS), limo de baja plasticidad con 2% de cal (ML+C) y arena limosa con 2% de cemento (MS+CP).

Además el espesor de la losa se varió con una diferencia de 10 mm y con límites de 50 a 100 mm. Otro factor fue la ubicación de la carga, realizándolo al centro y a la esquina de la losa.

En total se generaron 216 modelaciones. Los resultados complementarios de cada una de ellas pueden ser consultados en el anexo E.

#### **6.4.2 Factores significativos**

Con el objetivo de encontrar los parámetros que tienen un mayor impacto en las respuestas del concreto reforzado con fibras, se realizó un estudio de los factores significativos y de interacción. Este comprende un análisis entre los diferentes suelos. Por lo cual, se generó una matriz de diseño factorial a dos niveles.

Los factores utilizados son:

- Localización de la carga: al centro y a la esquina.
- Dosificaciones de fibras: con una proporción de 20 y 40 kg/m<sup>3</sup> para el SFRC y 2.125 y 6.375 kg/m<sup>3</sup> para el PFRC.
- Espesor de losa: se utilizan espesor de piso de 50 y 100 mm.

Las respuestas estudiadas son:

- La carga necesaria para producir el agrietamiento en la parte inferior del piso.
- La deformación correspondiente a la carga de agrietamiento.
- La carga máxima soportada por la interacción piso-suelo.

- La deformación correspondiente a la carga máxima.
- El módulo de elasticidad inicial de la interacción piso-suelo.
- El costo relativo en dólares de la relación piso-suelo, considerando dimensiones de 3x3 metros.

El estudio se aplicó en cada suelo: arena limosa (MS), limo de baja plasticidad con 2% de cal (ML+C) y arena limosa con 2% de cemento (MS+CP). Los resultados por medio de diagrama de barras, son presentados en el anexo E, donde se aprecia el efecto que tiene cada uno de los factores y la referencia del método de Lenth.

Asimismo el análisis de los factores significativos y sus interacciones, se localizaron las siguientes tendencias, que son aplicables a los tres suelos estudiados:

- La dosificación tiene influencia en el costo del material en forma única, debido a que en las respuestas de deformaciones, cargas y módulo de elasticidad estadísticamente no influye.
- El espesor de la losa es el parámetro que tiene la mayor atribución en las deformaciones y cargas.
- La localización de la carga, tiene el mayor impacto en el módulo de elasticidad, carga máxima y de agrietamiento.
- El costo merma por el cambio en el espesor del piso que por el cambio en dosificación.

### 6.4.3 Gráficos de contorno y superficie

Con el objetivo de tener una tendencia y visualizar el comportamiento mecánico y de agrietamiento, se utilizó un esquema gráfico de contorno y superficie para explorar la relación entre tres variables, las cuales son la dosificación de la fibra, el espesor de la losa y la variable respuesta. Los gráficos de contorno y superficie para cada tipo de suelo y carga, son mostrados en el anexo E.

En los gráficos de contorno y superficie se encontraron las siguientes tendencias:

- Una mayor ductilidad en la esquina del piso que en el centro.
- La capacidad de carga de la relación piso-suelo es mayor al centro del mismo.
- La rigidez medida en el piso fue mayor al centro.
- La capacidad de deformación de la interacción fue mayor para cargas en la esquina.
- El valor de carga máxima, se presentó para altos espesores de losa y con carga al centro.

#### **6.4.4 Optimización de respuestas**

Para esta optimización se empleó un diseño factorial, estudiando simultáneamente los efectos que pueden tener los factores. En este tratado se identificó la configuración que perfecciona el comportamiento mecánico y su costo. Para lo cual se investigó lo siguiente:

- Maximizar la carga de agrietamiento en la parte inferior del piso.
- Minimizar la deformación para el agrietamiento en la parte inferior del piso.
- Maximizar la carga soportada por la losa.
- Minimizar la deformación correspondiente a la carga máxima.
- Maximizar el módulo de elasticidad.
- Minimizar el costo de la losa y del terraplén.

El estudio se separó por la ubicación de la carga y tipo de suelo.

#### **6.4.5 Propuestas de solución**

En base a un estudio donde se consideraron los resultados del proceso de optimización, se presentan las propuestas óptimas. Las cuales se basan en dos

posibles soluciones, cuando el piso de concreto puede tener un espesor variable y un espesor constante.

Para un piso de sección variable como el mostrado en la figura 6.7., se sugieren utilizar los valores mostrados en las tablas 6.1 a 6.4, donde se menciona el espesor de losa y dosificación de fibras para las secciones en el centro y la esquina del piso así como sus respuestas.

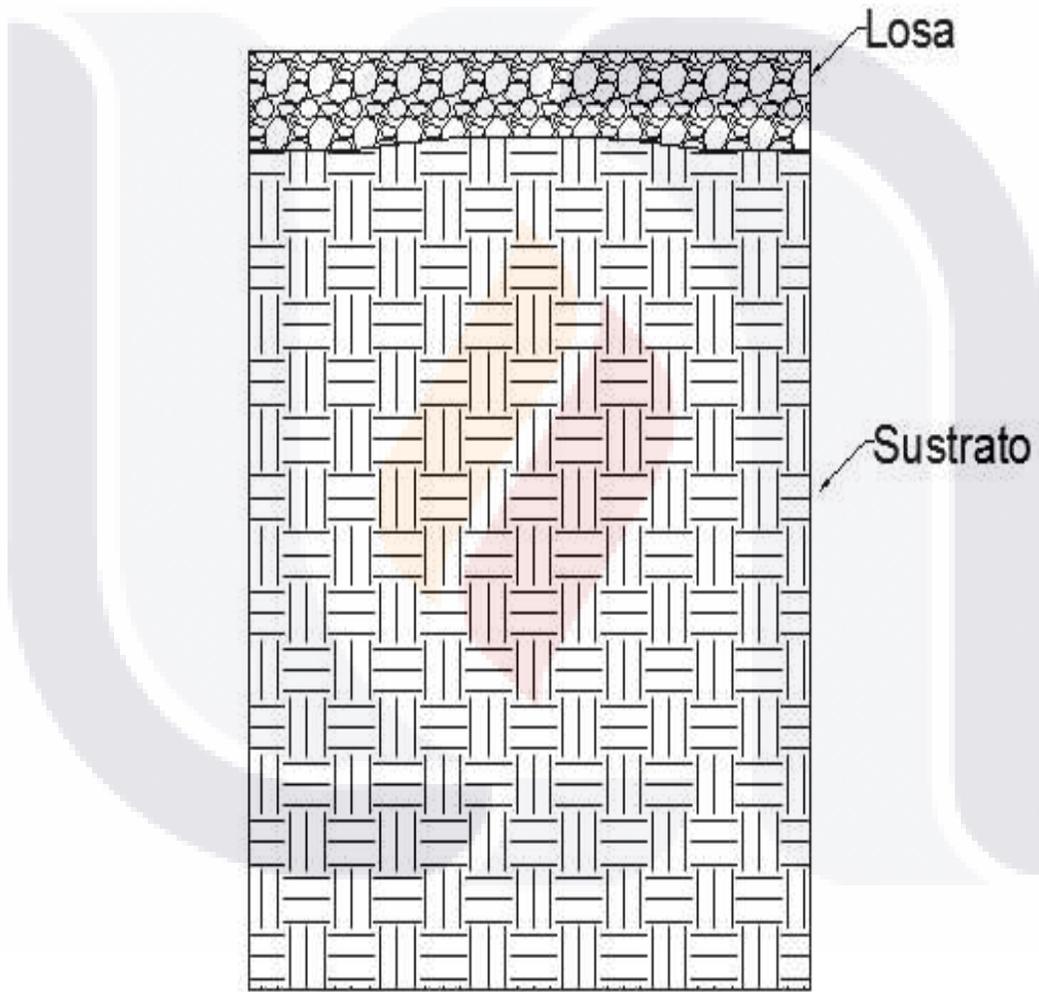


Figura 6.7.- Geometría de sección transversal variable en la losa para optimizar las respuestas de una interacción losa-suelo.

Piso SFRC con carga al centro			
Factor	Suelo		
	MS	MS+CP	ML+C
Dosificación (kg/m <sup>3</sup> )	20	20	40
Espesor del piso (mm)	77.77	69.69	67.67
Carga para el agrietamiento (kN)	119.44	105.6	106.4
Deformación para el agrietamiento (mm)	0.77	0.35	0.4
Carga máxima (kN)	398.82	478.2	403.4
Deformación correspondiente a carga máxima (mm)	5.11	2.2	3.0
Módulo de elasticidad (MPa)	1162.1	2109	1680
Costo (USD)	70.05	85.5	97.06

Tabla 6.1. Factores y respuestas para un concreto SFRC apoyado en diferentes terraplenes, con carga al centro.

Piso SFRC con carga a la esquina			
Factor	Suelo		
	MS	MS+CP	ML+C
Dosificación (kg/m <sup>3</sup> )	20.4	20	20
Espesor del piso (mm)	78.28	79.29	78.28
Carga para el agrietamiento (kN)	59.2	66.24	69.2
Deformación para el agrietamiento (mm)	0.97	0.48	0.59
Carga máxima (kN)	162.2	140.98	158.0
Deformación correspondiente a carga máxima (mm)	6.3	2.74	4.66
Módulo de elasticidad (MPa)	657.5	1181.6	951.27
Costo (USD)	70.9	94.19	88.5

Tabla 6.2. Factores y respuestas para un concreto SFRC apoyado en diferentes terraplenes, con carga a la esquina.

Piso PFRC con carga al centro			
Factor	Suelo		
	MS	MS+CP	ML+C
Dosificación (kg/m <sup>3</sup> )	2.125	2.125	2.125
Espesor del piso (mm)	77.27	70.20	73.17
Carga para el agrietamiento (kN)	19.34	106.1	112.5
Deformación para el agrietamiento (mm)	0.77	0.36	0.46
Carga máxima (kN)	378.7	424.02	369.8
Deformación correspondiente a carga máxima (mm)	4.46	1.98	3.1
Módulo de elasticidad (MPa)	1159.9	2105.3	1668.2
Costo (USD)	63.18	80.17	78.3

Tabla 6.3. Factores y respuestas para un concreto PFRC apoyado en diferentes terraplenes, con carga al centro.

Piso PFRC con carga a la esquina			
Factor	Suelo		
	MS	MS+CP	ML+C
Dosificación (kg/m <sup>3</sup> )	2.125	2.125	2.125
Espesor del piso (mm)	77.77	77.77	80.3
Carga para el agrietamiento (kN)	67.6	65.11	71.4
Deformación para el agrietamiento (mm)	0.96	0.47	0.62
Carga máxima (kN)	154.99	141.03	150.4
Deformación correspondiente a carga máxima (mm)	6.13	3.16	3.91
Módulo de elasticidad (MPa)	653.7	1169.02	965.2
Costo (USD)	63.6	86.37	83.7

Tabla 6.4. Factores y respuestas para un concreto SFRC apoyado en diferentes terraplenes, con carga a la esquina.

En cuanto al tipo de terraplén, se sugiere lo siguiente:

Cuando los parámetros como las deformaciones producidas por las cargas y la rigidez del piso no sean importantes en las respuestas de la interacción, entonces se recomienda un suelo de arena limosa (MS), en este caso se tendrá la ventaja de un menor costo. Por el contrario, cuando por diseño se requiera de bajas deformaciones y alta rigidez, entonces se utilizaría un suelo de arena limosa con 2% de cemento (MS+CP). Una solución intermedia que permita moderadas deformaciones y rigidez es empleando un suelo de limo de baja plasticidad con 2% de cal (ML+C).

Por su parte, cuando sea difícil la construcción de una losa de sección transversal no uniforme, se puede manejar un espesor único, como el mostrado en la figura 6.8. Planteando las soluciones mostradas en las tablas 6.5 y 6.6.

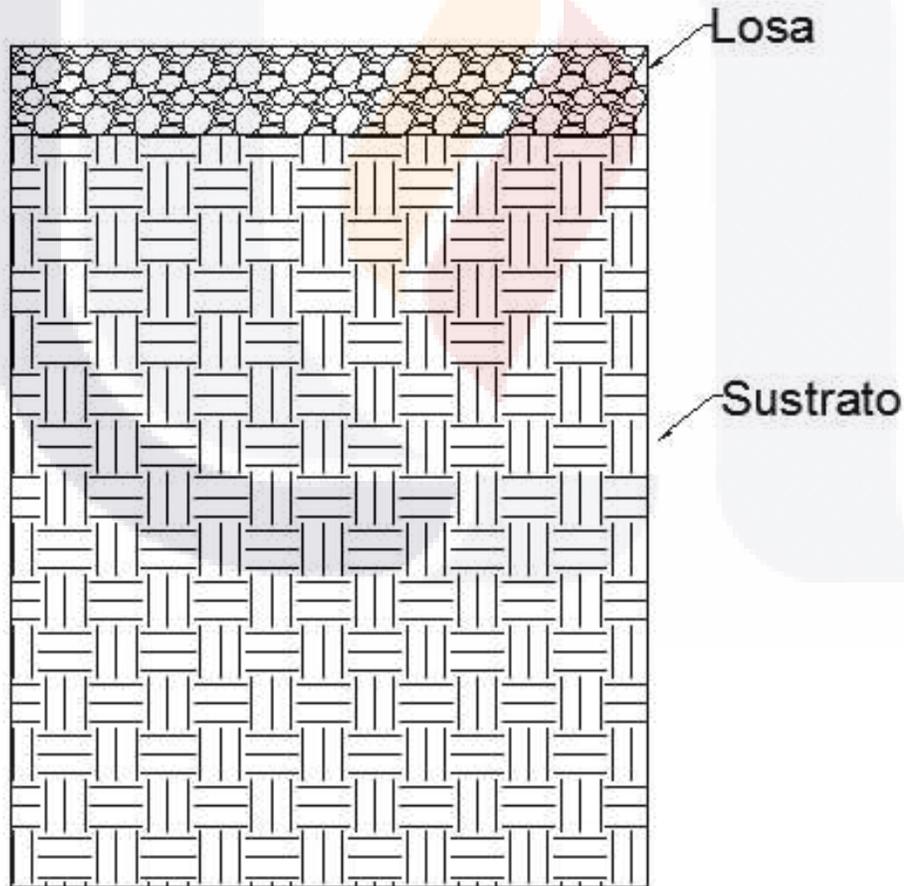


Figura 6.8.- Geometría de sección transversal constante en la losa para optimizar las respuestas de una interacción losa-suelo.

Piso SFRC			
Factor	Suelo		
	MS	MS+CP	ML+C
Dosificación (kg/m <sup>3</sup> )	20	20	30
Espesor del piso (mm)	78.3	74.5	73
Carga al centro			
Carga para el agrietamiento (kN)	120.14	110.29	112.93
Deformación para el agrietamiento (mm)	0.77	0.395	0.45
Carga máxima (kN)	401.3	527.38	431.82
Deformación correspondiente a carga máxima (mm)	5.16	2.39	3.32
Módulo de elasticidad (MPa)	1163.37	2092.66	1674.17
Costo (USD)	70.52	89.87	93.56
Carga a la esquina			
Carga para el agrietamiento (kN)	59.26	62.11	64.17
Deformación para el agrietamiento (mm)	0.973	0.439	0.538
Carga máxima (kN)	162.05	138.43	155.92
Deformación correspondiente a carga máxima (mm)	6.29	2.52	4.21
Módulo de elasticidad (MPa)	657.54	1145.93	914.31
Costo (USD)	70.52	89.87	93.56

Tabla 6.5.- Características propuesta para optimizar las respuestas de una interacción losa-suelo utilizando fibras de acero con sección de losa uniforme.

Piso PFRC			
Factor	Suelo		
	MS	MS+CP	ML+C
Dosificación (kg/m <sup>3</sup> )	2.125	2.125	2.125
Espesor del piso (mm)	77.5	73.98	77
<b>Carga al centro</b>			
Carga para el agrietamiento (kN)	119.64	109.79	116.58
Deformación para el agrietamiento (mm)	0.77	0.39	0.49
Carga máxima (kN)	379.68	452.67	384.16
Deformación correspondiente a carga máxima (mm)	4.48	2.11	3.31
Módulo de elasticidad (MPa)	1160.4	2092.54	1667.04
Costo (USD)	63.37	83.26	81.04
<b>Carga a la esquina</b>			
Carga para el agrietamiento (kN)	67.42	61.81	68.19
Deformación para el agrietamiento (mm)	0.96	0.43	0.58
Carga máxima (kN)	154.74	138.65	147.98
Deformación correspondiente a carga máxima (mm)	6.09	2.92	3.66
Módulo de elasticidad (MPa)	652.07	1140.8	940.77
Costo (USD)	63.37	83.26	81.04

Tabla 6.6.- Características propuesta para optimizar las respuestas de una interacción losa-suelo utilizando fibras de polipropileno con sección de losa uniforme.

En el caso de losas de sección uniforme, se sugiere utilizar un suelo de arena limosa con 2% de cemento (MS+CP) en lugar de un suelo de limo de baja plasticidad con 2% de cal (ML+C), así la diferencia en costo es mínima, comparada con las respuestas de rigidez, capacidad de carga y deformaciones.

En cualquiera de los casos (con losa de sección variable o uniforme) se ve reflejando un menor costo con el uso de fibras de polipropileno que con respecto a las de acero, con similares valores de carga, deformaciones y rigidez.

## **6.5 Análisis de regresión**

Para el análisis de las propiedades mecánicas es recomendable un modelo de regresión, que relacione las variables respuestas con los factores de influencia. Para el estudio se utilizó el MINITAB.

En el estudio de regresión se usaron ecuaciones lineales, cuadráticas y cúbicas que se ajustaran de mejor manera a las respuestas y que puedan predecir el comportamiento mecánico de la interacción piso-suelo. Las ecuaciones provenientes de la investigación están divididas de acuerdo a la ubicación de la carga.

Las tablas 6.7 a 6.12 muestran las ecuaciones de comportamiento para los diferentes factores, donde % es el porcentaje de que la ecuación se ajusta a los resultados globales.

Ecuaciones de regresión para la interacción SFRC-MS		
Carga al centro		
Factor	Ecuación	%
Carga de agrietamiento inferior (kN)	$Y = -1020 + 28.62X - 0.249X^2 + 0.00072X^3$	91.51
Deformación para agrietamiento inferior (mm)	$Y = 30.67 + 57.72X$	91.74
Carga máxima (kN)	$Y = -4.019 + 0.228X$	88.46
Deformación máxima (mm)	$Y = 31.63 + 56.12X$	91.07
Carga a la esquina		
Factor	Ecuación	%
Carga de agrietamiento inferior (kN)	$Y = 18.42 + 0.856X$	72.33
Deformación para agrietamiento inferior (mm)	$Y = 32.25 + 48.57X$	95.13
Carga máxima (kN)	$Y = -365 + 4.774X - 0.0125X^2$	83.97
Deformación máxima (mm)	$Y = 29.1 + 6.883X$	92.09

Tabla 6.7.- Ecuaciones de regresión para la interacción losa SFRC y suelo MS.

Ecuaciones de regresión para la interacción SFRC-MS+CP		
Carga al centro		
Factor	Ecuación	%
Carga de agrietamiento inferior (kN)	$Y = -7.97 + 0.714X$	69.65
Deformación para agrietamiento inferior (mm)	$Y = 31.22 + 109.6X$	91.68
Carga máxima (kN)	$Y = 41.08 + 0.076X$	78.17
Deformación máxima (mm)	$Y = -28.94 + 59.12X - 7.555X^2$	63.78
Carga a la esquina		
Factor	Ecuación	%
Carga de agrietamiento inferior (kN)	$Y = 9.38 + 1.042X$	93.23
Deformación para agrietamiento inferior (mm)	$Y = 33.48 + 91.31X$	93.44
Carga máxima (kN)	$Y = -36.39 + 0.8248X$	55.84
Deformación máxima (mm)	$Y = 33.18 + 14.17X$	73.59

Tabla 6.8.- Ecuaciones de regresión para la interacción losa SFRC y suelo MS+CP.

Ecuaciones de regresión para la interacción SFRC-ML+C		
Carga al centro		
Factor	Ecuación	%
Carga de agrietamiento inferior (kN)	$Y = 2.639 + 0.5893X$	81.05
Deformación para agrietamiento inferior (mm)	$Y = -91.41 + 1024X - 2202X^2 + 1617X^3$	96.16
Carga máxima (kN)	$Y = -129 + 1.148X - 0.0021X^2$	97.10
Deformación máxima (mm)	$Y = 26 + 11.55X$	72.41
Carga a la esquina		
Factor	Ecuación	%
Carga de agrietamiento inferior (kN)	$Y = 49.39 + 0.3X$	48.02
Deformación para agrietamiento inferior (mm)	$Y = 33.68 + 74.28X$	87.04
Carga máxima (kN)	$Y = 62.92 + 0.049X$	42.01
Deformación máxima (mm)	$Y = 34.11 + 8.72X$	72.34

Tabla 6.9.- Ecuaciones de regresión para la interacción losa SFRC y suelo ML+C.

Ecuaciones de regresión para la interacción PFRC-MS		
Carga al centro		
Factor	Ecuación	%
Carga de agrietamiento inferior (kN)	$Y = -806.3 + 23.11X - 0.203X^2$	92.05
Deformación para agrietamiento inferior (mm)	$Y = 30.67 + 57.72X$	91.74
Carga máxima (kN)	$Y = -4.019 + 0.2284X$	88.46
Deformación máxima (mm)	$Y = 33.84 + 7.771X$	68.32
Carga a la esquina		
Factor	Ecuación	%
Carga de agrietamiento inferior (kN)	$Y = -249.5 + 14.54X - 0.223X^2$	94.02
Deformación para agrietamiento inferior (mm)	$Y = 35.09 + 46.09X$	90.27
Carga máxima (kN)	$Y = -31.35 + 0.678X$	83.00
Deformación máxima (mm)	$Y = 37.19 + 6.294X$	86.24

Tabla 6.10.- Ecuaciones de regresión para la interacción losa PFRC y suelo MS.

Ecuaciones de regresión para la interacción PFRC-MS+CP		
Carga al centro		
Factor	Ecuación	%
Carga de agrietamiento inferior (kN)	$Y = -7.18 + 0.7153X$	69.31
Deformación para agrietamiento inferior (mm)	$Y = 31.81 + 107.7X$	90.53
Carga máxima (kN)	$Y = -9.55 + 0.3019X + 0.0002X^2$	93.42
Deformación máxima (mm)	$Y = -23.26 + 67.26X - 10.33X^2$	64.23
Carga a la esquina		
Factor	Ecuación	%
Carga de agrietamiento inferior (kN)	$Y = 8.973 + 1.065X$	93.06
Deformación para agrietamiento inferior (mm)	$Y = 31.58 + 93.26X$	88.77
Carga máxima (kN)	$Y = -25.95 + 0.7142X$	72.37
Deformación máxima (mm)	$Y = 38.64 + 11.47X$	80.69

Tabla 6.11.- Ecuaciones de regresión para la interacción losa PFRC y suelo MS+CP.

Ecuaciones de regresión para la interacción PFRC-ML+C		
Carga al centro		
Factor	Ecuación	%
Carga de agrietamiento inferior (kN)	$Y = 1.23 + 0.6188X$	75.31
Deformación para agrietamiento inferior (mm)	$Y = 32.38 + 81.84X$	92.13
Carga máxima (kN)	$Y = 12.77 + 0.165X$	91.32
Deformación máxima (mm)	$Y = 34.14 + 10.51X$	66.23
Carga a la esquina		
Factor	Ecuación	%
Carga de agrietamiento inferior (kN)	$Y = 14.24 + 0.928X$	94.66
Deformación para agrietamiento inferior (mm)	$Y = -186.5 + 1471X - 2663X^2 + 1561X^3$	94.85
Carga máxima (kN)	$Y = -29.67 + 0.704X$	76.71
Deformación máxima (mm)	$Y = 38.96 + 8.367X$	74.21

Tabla 6.12.- Ecuaciones de regresión para la interacción losa PFRC y suelo ML+C.

### Opiniones y comentarios del capítulo

La optimización ha sido un factor de suma importancia para todos los sectores, desde el industrial con la búsqueda de soluciones sustentables, hasta el social, con la mejora en el uso de los recursos. Esto ha permitido la generación de proyectos de desarrollo, donde se busca un mejor aprovechamiento de la energía, los materiales y los recursos naturales.

La aplicación de técnicas de optimización nos permite especular en un mundo que resuelve los mismos problemas con menor cantidad de recursos, perfeccionando las soluciones encontradas en la actualidad.

En forma general, se puede decir que, aplicar un análisis de optimización requiere de tiempo y recursos para encontrar una propuesta viable y solventar todos los requerimientos. Pero al final del proceso, es satisfactorio el descubrir soluciones pertinentes que contribuyen a reconocer los beneficios de los materiales y explotar a un máximo grado sus características.

La aplicación de un modelado numérico combinado con un análisis estadístico, permite determinar parámetros importantes en un proceso de optimización, aunque es necesaria la realización de algunos experimentos para llevar a cabo la calibración y así reducir la cantidad de ensayos en campo, lo que genera un ahorro en tiempo y materiales.

Las soluciones encontradas en el presente estudio, se desglosaron por tipos de suelo, fibra y ubicación de carga, para determinar los resultados en la aplicación de la optimización según la necesidad y tener un panorama global del comportamiento mecánico entre la interacción piso-suelo.

La conclusión propuesta se centra en la aplicación de losas delgadas, al contrario del paradigma que se puede llegar a tener, de que la solución de las losas industriales se encuentra en altos espesores de losas.

Los resultados del concreto reforzado con fibras de acero o polipropileno indicaron una gran capacidad de carga y una buena respuesta mecánica.

El análisis de optimización indica un mejor desempeño de un piso de concreto reforzado con fibras en dosificación bajas.

La investigación estadística de los factores que influyen en las respuestas, indicó que el espesor de la losa es el parámetro de mayor impacto en el comportamiento mecánico de la interacción losa-suelo.

# CONCLUSIONES



*Si lo puedes soñar, lo puedes lograr.*

Walt Disney

Este capítulo muestra las conclusiones del estudio realizado durante el doctorado, abordando información de trascendencia con enfoque técnico, social, económico e industrial. También se expresan las futuras investigaciones.

## **Marco de participación**

Este proyecto ha consistido en un estudio experimental, técnico, numérico y estadístico, que beneficia a varios ramos de desarrollo constructivo. Áreas como la arquitectura, la ingeniería civil y el urbanismo pueden ser partícipes de esta metodología para la aplicación dentro de sus planes de construcción.

Si bien es cierto que el costo del uso de las fibras requiere de una inversión adicional comparado con el concreto simple, el conocer su comportamiento con la interacción con el suelo permitirá un mayor entendimiento y facilidad en la elección de los elementos a utilizar. A su vez un estudio de optimización permitirá eficientar su uso y reducir o mejorar la inversión inicial, que se verá retribuido a través del tiempo y del uso de las instalaciones.

Estudios prospectivos han marcado una tendencia a utilizar técnicas constructivas que sean económicas, sustentables y de rapidez de elaboración, además de buscar edificaciones capaces de perdurar en el tiempo. El concreto reforzado con fibras puede ser una solución importante ante técnicas como el refuerzo convencional (con varilla), que tienen la desventaja del tiempo requerido para su montaje y que no permite una solución tridimensional, sino que refuerza en las direcciones en las que fueron ubicados.

## **Conclusiones experimentales**

De los resultados de caracterización a compresión de elementos cilíndricos normalizados, se encontró que la adición de fibras no implica un incremento significativo de resistencia mecánica y de rigidez (módulo de elasticidad) entre un concreto con y sin fibras.

Por su parte, la caracterización a flexión de vigas normalizadas, se encontraron las siguientes tendencias en cuanto a tenacidad: los concretos reforzados con fibras de acero con ganchos en sus extremos mostraron el mejor comportamiento

pre-fisura y post-fisura, le siguen en soporte los hechos con fibras de acero onduladas y por último las fibras de acero dentadas. En el caso de las fibras de polipropileno, éstas tienen un comportamiento similar en el régimen pre-fisura, pero en el régimen post-fisura el mejor desempeño lo obtuvo el concreto reforzado con la fibra ondulada en comparación con el reforzado con la fibra recta.

La forma y longitud de las fibras (p.ej. la relación de aspecto), tanto de acero como sintéticas, tienen influencia en el desarrollo de resistencia a flexión y otras propiedades mecánicas como la ductilidad, ya que la fibra de acero con extremos con ganchos mostró una mejor adherencia con el concreto, mientras que la fibra de copolímero tipo recta y polímeros tipo ondulada generaron un mejor desempeño en el concreto. Por otra parte, se encontró que algunas fibras mostraron un comportamiento a flexión muy desfavorable, como la fibra de acero dentada y la microfibras, en cuyas vigas se obtuvo una fractura súbita que no se generó ninguna resistencia residual.

Basados en criterios como la resistencia post-agrietamiento y costo, las fibras que mostraron un mejor desempeño, son la fibra de acero con ganchos en los extremos, con una relación de aspecto de 66.66; por otro lado la fibra de polipropileno ondulada con una relación de aspecto de 75.75. Estas fibras fueron ensayadas con dosificaciones de 20, 30 y 40 kg/m<sup>3</sup> y 2.125, 4.250 and 6.375 kg/m<sup>3</sup> respectivamente. Acorde con estas dosificaciones, el comportamiento fue similar en su comportamiento mecánico.

En los ensayos de losas apoyadas en diferentes terraplenes, la máxima carga alcanzada en la campaña experimental fue 160 kN. Los resultados mostraron una mayor rigidez en las losas reforzadas con fibras, en comparación con las losas sin fibras, este efecto se repitió en los tres tipos de rigidez de suelo en las cuales fueron ensayadas. Por otro lado, el terraplén con 2% de cemento aumentó la rigidez de la interacción losa-suelo. Mientras que el terraplén simple (arena limosa) presentó las mayores deformaciones.

## Conclusiones numéricas

Los análisis en losas de concreto reforzadas con fibras apoyadas en el suelo recomiendan el uso de bajas dosificaciones como refuerzo del concreto. Para el caso de fibras de acero Dramix  $20 \text{ kg/m}^3$  y para fibras de polipropileno Euclid  $2.125 \text{ kg/m}^3$ . En cuanto al tipo de suelo de soporte para la losa se recomienda mejorar el suelo con 2 % de cemento, esto reducirá en forma significativa las deformaciones producidas en la interacción losa suelo.

A su vez se realizó un estudio comparativo entre el costo del piso de concreto reforzado con fibras y otro convencional. Los resultados indican que una dosificación de  $20 \text{ kg/m}^3$  de fibra de acero Dramix, tiene un costo similar al del refuerzo con malla de diámetro de 10 mm y con una densidad de 6x6 cm; pero menor en 13% al costo relativo por el empleo de varilla de 10 mm de diámetro, con separación de 20 cm. Por otra parte, un piso con fibras sintéticas Euclid en  $2.1 \text{ kg/m}^3$  tiene un costo menor a todos los refuerzos antes mencionados. Esto referencia una competitividad en el uso del concreto con fibras en las dosificaciones recomendadas por el estudio.

## Aportaciones de trascendencia

La investigación realizada comenzó con un estudio del estado del arte, empleando diferentes fuentes de información, las principales fueron: tesis de maestría y doctorado, artículos, conferencias y libros. Paralelamente se desarrollaron tres campañas experimentales que permitieron lograr los objetivos.

La primera etapa experimental permitió ensayar fibras comerciales, estudiando su comportamiento mecánico y de costo, donde se encontró una ligera ventaja en el grupo de fibras de acero con respecto a las de polipropileno. Durante los ensayos se descubrió que existen fibras que no aportan ninguna ventaja mecánica. La cantidad de ensayos efectuados requirió de mucho tiempo, el cual pudo haberse

reducido generando un diseño de experimentos. Pero, el gran número de muestras permitió considerar la variabilidad de los resultados.

La segunda etapa experimental consistió en caracterizar la influencia del cambio de dosificación de fibras como refuerzo del concreto, que por cuestiones de tiempo y economía, se eligieron una fibra de acero y otra de polipropileno. Los resultados fueron analizados estadísticamente, relacionando el comportamiento mecánico de los concretos SFRC y PFRC. Además los resultados obtenidos fueron empleados para la calibración del sistema de modelación.

La tercera etapa experimental fue desarrollada para caracterizar el comportamiento mecánico de pisos de concreto reforzado con fibras en diferentes dosificaciones y soportadas en varias rigideces de suelo. Aunque los resultados experimentales no alcanzaron cargas que permitieran el agrietamiento en la parte superior de las losas, estas fueron contrastados con resultados de la reproducción numérica del experimento mediante técnicas de elemento finito, analizando el comportamiento no lineal en cargas superiores a las alcanzadas en los ensayos.

Este estudio es de alto impacto a nivel nacional y mundial. En México no existe una investigación de esta naturaleza, se han encontrado escasos avances desarrollados en la Universidad Autónoma de Chihuahua, pero son hacia el comportamiento del concreto reforzado con fibras de acero, sustentados en ensayos a flexión y compresión, similar a lo desarrollado en la segunda etapa experimental, pero a diferencia de este estudio, no se evaluaron gran variedad de fibras, tampoco se compararon los materiales de las mismas. Por otra parte a nivel mundial, se encontraron investigaciones similares a las de la primera y segunda etapa, pero a diferencia de estas, no buscaron el encontrar una optimización.

Con lo que respecta a la tercera etapa, se localizaron escasos análisis similares, en estos, los ensayos se realizaron en un ambiente controlado dentro de un laboratorio, utilizando un solo tipo de soporte que emula el comportamiento del suelo y en gran parte ellos con un solo tipo de fibra (Barros, 2001; Meda, 2004; Elsaigh, 2011). De la misma manera, una matriz de pisos como la ensayada no fue encontrada

en la literatura. Si avanzamos hacia el proceso de optimización de una interacción piso-suelo, no se localizó ningún desarrollo parecido. Esto aporta de forma significativa al desarrollo del sector de la construcción de pisos industriales.

En el aspecto social esta tesis contribuye al diseño y construcción de estructuras eficientes optimizando los recursos. Se ha observado que ante la comunidad, el concreto es un elemento que ha jugado un papel importante, como promotor del desarrollo y del avance tecnológico. Por lo que la tecnología en concreto ha evolucionado a través de la historia, pero este avance no ha cesado, sino que la demanda social le ha exigido un continuo desarrollo para solventar sus necesidades. El sector industrial no es la excepción en la demanda de un piso con mayor capacidad mecánica y de resistencia al agrietamiento.

### **Futuras líneas de investigación**

El desarrollo de esta tesis no representa el final de esta línea de investigación, sino que por el contrario es un buen inicio para continuar con el avance en esta área, en la actualidad las losas industriales no solamente están sujetas a cargas estáticas, sino que además, son sometidas a otros problemas importantes, por citar algunos, el uso de montacargas origina un problema de falla por ciclos, los problemas de subsidencia y una combinación de factores, son aspectos que se ven como una oportunidad de desarrollo e investigación.

Otro reto es el empleo de éste concreto en otras aplicaciones, como: el sector de transporte terrestre y el uso en cubiertas y muros en edificaciones. Además, del análisis de fibras provenientes del reciclaje, lo que requiere del diseño y construcción de maquinaria para su elaboración.

En general, los resultados son satisfactorios, restan aspectos importantes de desarrollo como una validación y modelación en un ambiente en tres dimensiones, así como profundizar en la optimización el concreto reforzado con fibras apoyadas en el

suelo, esto permitiría aprovechar y entender mejor el comportamiento de esta interacción, además de solucionar problemas actuales de los pisos industriales.

### **Reflexiones**

Se ha demostrado que no siempre el añadir ingredientes a un material base garantizara mejorar sus propiedades. La investigación indica que el empleo de fibras como refuerzo, requiere de un mejor entendimiento de su comportamiento, si a esto le aunamos la interacción con el suelo, entonces se puede concluir que es necesario reconocer sus ventajas y sus debilidades, los resultados demuestran que el uso de dosificaciones elevadas de fibras no es una solución óptima.

La simulación por elemento finito se desarrolló en dos dimensiones, esto permitió la agilización de las modelaciones para su calibración, validación y aplicación, con una respuesta relativamente rápida y confiable. Es importante remarcar que el utilizar una modelación en el plano tiene algunas limitaciones, como el no poder simular una serie de cargas con una distribución en el espacio tridimensional.

En el estudio de optimización se analizaron parámetros que impactan estadísticamente, así como su control para influir en diferentes respuestas. También se estudiaron factores como la rigidez del suelo, ubicación de la carga, dosificación, tipo de fibra, y espesor de la losa. Por otra parte, esta parte de la investigación tiene como objetivo eficientar las respuestas mecánicas, de agrietamiento y costo.

El estudio no está desligado de los ámbitos antrópicos, debido a que permite extrapolar esta tendencia hacia un área de mayor impacto social, como los corredores industriales, construcción y el sector de comunicación por vía terrestre y aeronáutica. Otra parte importante socialmente hablando es el termino de seguridad transitiva, esto se refiere a la incertidumbre de una movilidad en forma segura y de confort, actualmente problemas como la delaminación, picadura, desgaste y agrietamiento

superficial, son algunos de las debilidades que presentan las carreteras y vías de tránsito.

En la actualidad existen técnicas constructivas antiguas que dieron una solución efectiva y oportuna a las necesidades de épocas anteriores, lamentablemente estas se están viendo rebasadas, requiriendo el desarrollo de nuevas técnicas.

La aplicación de las fibras como refuerzo tiene limitaciones, como una baja aportación en la resistencia a compresión y desgaste. Asimismo, el costo de las fibras comerciales es tan elevado que requiere de un tratado económico para justificar su uso.

## Bibliografía

- ABAQUS 6.10 (2010). "Analysis user's manual". Manual de usuario para el software ABQUS, vol. 1-5.
- ACI (1992). "Guide for Concrete Floor and Slab Construction, ACI 302.IR-96". American Concrete Institute, Michigan, E.U. 1992.
- ACI (2008). "Building code requirements for reinforced concrete and commentary, ACI 318-08. Reported by Committee 318. Detroit, MI: American Concrete Institute.
- ACI (2010). "Guide to Design of Slabs on Ground", ACI 360R-10. Reported by Committee 360. Detroit, MI: American Concrete Institute.
- Acindar (1999). "Manual de Fibracero". Construcción y servicios, manual de la construcción con concreto reforzado con fibras, vol. 1.
- Ackermann, F., Schnell, J. (2007). "Steel fibre reinforced continuous composite slabs", Kaiserslautern University of Technology, Institute of concrete structures and structural design.
- Afca (2014). "Historia del cemento Portland". Cementos de Andalucía.
- Alani AM, Aboutalebi M. (2012) "Analysis of the subgrade stiffness effect on the behaviour of ground-supported concrete slabs". *Struct Concr*;13:102-108.
- Alani, A., Beckett, D. (2013). "Mechanical properties of a large scale synthetic fibre reinforced concrete ground slab", *Construction and building materials*, Vol. 41 pg. 335-244.
- Alcocer, S., (2006). "Pisos de concreto sin grietas ¿cómo?. Proyecto 6.1, materiales, Vol. 1, pg 132-133.
- Altoubat, S., Roesler, J., Lange, D., Rieder K., (2008), "Simplified method for concrete pavement design with discrete structural fibers", *Construction and building materials*, Vol. 22 pg. 384-393.
- Argiz Lucio Cristina, (2013) "Breve historia del cemento portland", ed. Dialnet, segunda edición.

- ASTM 1155-96. (2001) "Standard Test Method for Determining FF Floor Flatness and FL Floor Levelness Numbers 1". ASTM American Standard Testing Materials. E.U. 2001. Artículos electrónicos.
- ASTM C 1018. (1997). "Standard Test Method for Splitting Tensile Strength of Cylindrical Concrete Specimens", American Society for Testing and Materials. Philadelphia.
- ASTM C 125-00a. (2000). "Standard Terminology Relating to Concrete and Concrete Aggregates, ASTM". American Standard Testing Materials. E.U. 2000.
- ASTM C 1399-94. (1994). "Test Method for Obtaining Average Residual-Strength of Fiber-Reinforced Concrete", ASTM. American Standard Testing Materials. E.U. 1994.
- ASTM C 1550. (2002). "Standard Test Method for Flexural Toughness of Fiber - Reinforced Concrete (using centrally loaded round panel)". American Society for Testing and Materials. Philadelphia.
- ASTM C 1609-05. (2005). "Standard test method for flexural performance of fiber-reinforced concrete (using beam with third-point loading)", ASTM vol. 0.4.02; 2005.
- ASTM C 192-00. (2000). "Standard Practice for Making and Curing Concrete Test Specimens in the Laboratory", ASTM. American Standard Testing Materials. E.U. 2000.
- ASTM C 33-02a. (2002). "Standard specification for concrete aggregates", ASTM vol. 4.02; 2002.
- ASTM C 403/C 403M-99. (1999). "Standard Test Method for Time of Setting of Concrete Mixtures by Penetration Resistance", ASTM. American Standard Testing Materials. E.U. 1999.
- ASTM C 496. (1996). "Standard Test Method for Splitting Tensile Strength of Cylindrical Concrete Specimens", American Society for Testing and Materials. Philadelphia.
- ASTM C 566-97, (1997). "Standard Test Method for Total Evaporable Moisture Content of Aggregate by Drying", ASTM. American Standard Testing Materials. E.U.
- ASTM C 78. (1997). "Standard Test Method for Splitting Tensile Strength of Cylindrical Concrete Specimens", American Society for Testing and Materials. Philadelphia.

- ASTM C 944-99. (1999). "Standard test method for abrasion resistance of concrete or mortar surfaces by the rotating-cutter method" .American Society for Testing and Materials.
- ASTM, C 1018-97 (1997). "Standard Test Method for Flexural Toughness and First-Crack Strength of Fiber- Reinforced Concrete (Using Beam With Third-Point Loading)", ASTM. American Standard Testing Materials. E.U. 1997.
- ASTM, C 1064/C 1064M-99. (1999). "Standard Test Method for Temperature of Freshly Mixed Portland Cement Concrete", ASTM. American Standard Testing Materials. E.U. 1999.
- ASTM, C 138/C 138M-01a. "Standard Test Method for Density (Unit Weight), Yield, and Air Content (Gravimetric) of Concrete", ASTM. American Standard Testing Materials. E.U. 2001.
- ASTM, C 39-01. (2001). "Standard Test Method for Compressive Strength of Cylindrical Concrete Specimens", ASTM. American Standard Testing Materials. E.U. 2001.
- ASTM, C 469-94. (1994). "Standard Test Method for Static Modulus of Elasticity and Poisson's Ratio of Concrete in Compression", ASTM. American Standard Testing Materials. E.U. 1994.
- ASTM, C 470/C 470M-98 (1998). "Standard Specification for Molds for Forming Concrete Test Cylinders Vertically", ASTM. American Standard Testing Materials. E.U. 1998.
- ASTM, C 511 (1998). " Standard Specification for moist cabinets, moist rooms, and water storage tanks used in the testing of hydraulic cements and concretes", ASTM. American Standard Testing Materials. E.U. 1998.
- ASTM, C 617-98. (1998). "Standard Practice for Capping Cylindrical Concrete Specimens, ASTM". American Standard Testing Materials. E.U.
- ASTM, C 70-94. (1994). "Standard Test Method for Surface Moisture in Fine Aggregate", ASTM. American Standard Testing Materials. E.U. 1994.
- ASTM, C 78-00. (2000). "Standard Test Method for Flexural Strength of Concrete (Using Simple Beam with Third-Point Loading)", ASTM American Standard Testing Materials. E.U. 2000.
- Balaguru, P.N., & Shah, S.P. (1992), "Fibre-reinforced cement composites. New York: Mc Graw Hill, Inc.

- Banthier, N.; Trottier, J.-F.; Beaupre, D.; and Wood, D., (1993). “Steel Fiber Reinforced Shotcrete: Influence of Fiber Geometry,” Third Canadian Symposium on Cement and Concrete, Ottawa.
- Barros JAO. Figueiras JA. (2001). "Model for the analysis of steel fibre reinforced concrete slabs on grade". *Comput Struct* ; 79: 97-106.
- Barros, J.A.O. , Ventura A., Sena J.M., Antunes J.A.B., Azevedo A.F.M., (2005). “Design methods for steel fiber reinforced concrete industrial floors”. University of Minho, Portugal.
- Bekaert (1994), “DRAMIX: Stahlfasern – die neuzeitliche Betonbewehrung”, Bekaert, Belgien.
- Belletti, B., Bernardi, P., Meda A., Plizzari G., (2005), “a nlfm method for the prediction of slabs on grade behaviour”, Department of Civil and Environmental Engineering and Architecture University, of Parma, Italy.
- Bencardino F, Rizzuti L, Spadea G, Swamy RN. (2008) "Stress-Strain Behavior of Steel Fiber-Reinforced Concrete in Compression". *Journal of Materials in Civil Engineering*; 20:255-263.
- Bennegadi, M.; Sereir, Z.; Amziane, S. (2013). “3D nonlinear finite element model for the volume optimization of a RC beam externally reinforced with a HFRP plate”. *Construction and Building Materials*, vol 38, pg. 152-1160.
- Bernard E. S. (1999). “Correlations in the Performance of Fibre Reinforced Shotcrete Beams and Panels”. Civil Engineering report CE9. School of Civil Engineering and Environment. University of Western Sydney. Nepean.
- Blanco A.; Pujadas P.; de la Fuente A.; Aguado A. (2010). “Análisis comparativo de los modelos constitutivos del hormigón reforzado con fibras”. *ACHE Asociación Científico-Técnica del Hormigón Estructural*, vol 61, pg. 83-100.
- Blanco A.; Pujadas P.; de la Fuente A.; Cavaro S.; Aguado A. (2013). “Application of constitutive models in European codes to RC-FRC”. *Construction and Building Materials*, vol 40, pg. 247-259.
- Blanco Alvarez Ana. (2008). "Durabilidad del hormigón con fibras de acero", Universidad Politécnica de Cataluña, España, tesis doctoral.
- Bradley, Betsy Hunter. (1999). "*The Works: The Industrial Architecture of the United States*". New York: Oxford University Press.

- Breysse, D. (2012). "Nondestructive evaluation of concrete strength: An historical review and a new perspective by combining NDT methods". *Construction and Building Materials*, 33, 139-163. doi: 10.1016/j.conbuildmat.2011.12.103
- Brite-EuRam Project BRPR-CT98-0813. (2002). "Test and Design Methods for Steel Fiber reinforced Concrete".
- Buratti N, Mazzotti C, Savoia M. (2011) "Post-cracking behaviour of steel and macrosynthetic fibre reinforced concretes". *Construction and Building Materials*; 25:2713-2722.
- CEB FIB Model code, (2010), "first complete draft".
- CEMEX, (2002), "Manual de diseño y construcción de pisos industriales". Manual de CEMEX para la construcción industrial.
- Chao Enrique. (2005) "El concreto en México en el túnel del tiempo, Construcción y tecnología", 50: 50-55.
- Chaudhari, S.; Chakrabarti, M. (2012). "Modeling of concrete for nonlinear analysis using finite element code ABAQUS". *International journal of computer applications*, vol 44, pg. 14-19.
- Cheng Y, Panchmatia P, Sivaram A. (2011). "Analysis of fracture energy: Comparative study of PCC & FRC"; Purdue University, EUA.
- CNR, (2006), "Consiglio nazionale del lericerche, commissione di studio per la predisposizione el analisi di norme tecniche relative all ecostruzioni", CNR.
- Concrete Society. (2003) "Concrete industrial ground floors - A guide to design and construction", Concrete Society Technical Report No. 34, Third Edition, ISBN 1 904482 01 5, England.
- Cyrille Simonnet, (2008). "Hormigón historia de un material, economía, técnica y arquitectura", ed. NEREA.
- Douglas, James, (1999). "The development of ground floor constructions", *Structural Survey*, vol. 17 No. 4, pg 216-220.
- Dupont D, Vandewalle L. (2002). "Bending capacity of steel fibre reinforced concrete (SFRC) beams". *International Congress on Challenges of Concrete Construction*, Dundee, p. 81-90.
- Elsaigh W.A. (2001). "Steel fiber reinforced concrete ground slabs", University of Pretoria, Sudáfrica, Tesis de maestría.

- Elsaigh WA, Robberts JM, Kearsley EP. (2011). "Modeling the Behavior of Steel-Fiber Reinforced Concrete Ground Slabs. I: Development of Material Model". *Journal of Transportation Engineering*; 137:882-888.
- Escudero Antonio, (1997). "La revolución industrial", editorial Anaya. Primera edición.
- Felekoglu, B., Turkel, S., & Altuntas, Y. (2007). "Effects of steel fiber reinforcement on surface wear resistance of self-compacting repair mortars". *Cement & Concrete Composites*, 29(5), 391-396.
- Fernández Cánovas, M. (2003). "Hormigones con fibras: tecnología y propiedades generales". *Hormigón y Acero*, nº. 228-229, 2º y 3er trimestre, pp. 167-176.
- Fernández, C., Candela F. (2000), "Parque oceanográfico universal, Valencia", *Informes de la construcción*, Vol.52, p.p. 35-52.
- Fort, R., de Buergo, M. A., & Perez-Monserrat, E. M. (2013). Non-destructive testing for the assessment of granite decay in heritage structures compared to quarry stone. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 61, 296-305.
- Galván, C. (2009). "La arquitectura de la industrialización, en contribuciones a las ciencias sociales", Eumed.
- García A. (2009). "Escayola reforzada con fibras de polipropileno y aligerada con perlas de poliestireno expandido". *Materiales de Construcción*; vol. 59: p. 105-1224.
- Gencil, O., Kocabas, F., Gok, M. S., & Koksall, F. (2011). "Comparison of artificial neural networks and general linear model approaches for the analysis of abrasive wear of concrete". *Construction and Building Materials*, 25(8), 3486-3494.
- Ghafoori, N., & Tays, M. W. (2010). "Resistance to wear of fast-track Portland cement concrete". *Construction and Building Materials*, 24(8).
- Giaccio G, Tobes J, Zerbino R. (2008). "Use of small beams to obtain design parameters of fibre reinforced concrete". *Cement & Concrete Composites*; vol. 30:p.297-306.
- Hamid, R., Yusof, K. M., & Zain, M. F. M. (2010). "A combined ultrasound method applied to high performance concrete with silica fume". *Construction and Building Materials*, 24(1).

- Herrera, I. (2012) Análisis de la susceptibilidad a la subsidencia en el estado de San Luis Potosí (México) como herramienta de la gestión ambiental. Tesis para obtener el grado de maestría en ciencias ambientales. Universidad Autónoma de San Luis Potosí.
- Hillerborg A. (1985). "The theoretical basis of method to determine the fracture energy  $G_F$  of concrete". *Materiales de Construcción*; 18:291-296.
- IMCYC (2014). "La labor de un visionario". Especial Bicentenario, Construcción y tecnología en concreto.
- Iñigo Fernandez Luis, (2012), "Breve historia de la revolución industrial", editorial Nowtilus.
- JCI, (1984), "Method of tests for flexural strength and flexural toughness of fiber reinforced concrete", JCI Standard SF-4, JCI Standards for test methods of fiber reinforced concrete, Japan Concrete Institute.
- Jiang, J.; Mirza,; (1997). "F.A. Nonlinear analysis of reinforced concrete slabs by a discrete FE approach". *ComputStruct*, vol 65, pg.585–92.
- Kabay, N. (2014). "Abrasion resistance and fracture energy of concretes with basalt fiber". *Construction and Building Materials*, 50.
- Kuehl, R., (2001). "Diseño de experimentos". Segunda edición, Thomson learning, Arizona.
- Kwak, H.G.; Filippou,; (1997). "F.C. Nonlinear FE analysis of RC structures under monotonic loads". *Comput&Struct*, vol. 65, pg. 10–26.
- Laranjeira F., Aguado A., Molins C. (2010). "Predicting the pullout response of inclined straight steel fibers". *Materials and Structures* (2010) 43:875–895.
- Li, Xin. (2007), "Finite element modeling of skewed reinforced concrete bridges and bond-slip relationship between concrete and reinforced". Thesis for the degree of master of science, Auburn University, Alabama.
- Lima, E.L., Hernández V., Bissio J.F., (2002), "Hormigón Armado: notas sobre su evolución y la de su teoría", Seminario sobre fundamentos de la resistencia de materiales.
- Liu, T. C., Nov. (1981), "Abrasion-Erosion Resistance of Concrete," Miscellaneous Paper No. SL-81-32, U.S Army Engineer Waterways Experiment Station, Vicksburg.

- López Lancheros Pedro Augusto, (2012). "Simulación numérica de vigas en concreto reforzado con fibras longitudinales, transversales y fibras cortas de acero mediante el método de los elementos finitos", Universidad Nacional de Colombia.
- Maalej, S., Lafhaj, Z., & Bouassida, M. (2013). "Micromechanical modelling of dry and saturated cement paste: Porosity assessment using ultrasonic waves". *Mechanics Research Communications*, 51, 8-14.
- Markovic, I. (2007). "High performance concrete with fibre cocktails". PhD Thesis in preparation, TU Delft, The Netherlands.
- Marmol, P (2010). "Hormigones con fibras de acero, características mecánicas" Tesis de Máster en Ingeniería de estructuras, cimentaciones y materiales. Universidad Politécnica de Madrid.
- Martínez, G. (2012). "Método de análisis simplificado para un nuevo tipo de cimentación en suelos blandos". Tesis de doctorado, Universidad Nacional Autónoma de México.
- Meda A, Plizzari GA. (2004). "New design approach for steel fiber-reinforced concrete slabs-on-ground based on fracture mechanics". *ACI Struct Journal*; 101:298-303.
- Mehmet, O.; Bayraktar, A.; Sahin, A.; Haktanir, T.; Turker,;(2009). "Experimental and finite element analysis on the steel fiber reinforced concrete (SFRC) beam ultimate behavior". *Construction and Building Materials*, Vol. 23, pg. 1064-1077.
- Meli T. (2014). "Revolución industrial". *Monografias.com*.
- Melián, G.; Barluenga, G.; Hernández, F. (2010). "Toughness increase of self compacting reinforced with polypropylene short fibers". *Materiales de construcción* vol 60,300. Pg 83-97.
- Menin R, Trautwein L, Bittencourt T. (2009). "Modelos de fisuración distribuida en vigas de concreto armado por el método de elemento finito". *Revista Ibracon de Estructuras e Materiais*; 2:166-200.
- Meza A, Ortiz J.A., Peralta L, Pacheco J, Soto JJ, Rangel S, Padilla R, Alvarado J. (2014). "Estudio experimental de caracterización mecánica del concreto reforzado con fibras de acero y polipropileno". *Revista Técnica de la Facultad de Ingeniería Universidad del Zulia* Vol. 37 No. 2 pg 106-115.

- Meza A, Ortiz JA, Pacheco J, Peralta L. "Parameters of optimization in the manufacture of concrete reinforced with steel and polypropylene fibers for industrial floors, using statistical and numerical methods". Unpublished results.
- Meza, A.; Ortiz, J.A.; Peralta, L.; Pacheco, J.; Soto, J.J.; Hernández, M.; Rangel, S.; Padilla, R. (2014). "Concreto reforzado con fibras como alternativa para pisos industriales bajo requerimientos antrópicos". Universidad de Alcala, España, Resultados por publicar.
- Michels, J., Waldmann D., Maas S., Zürbes A., (2012), "Steel fibers as only reinforcement for flat slab construction – Experimental investigation and design", *Construction and Building Materials*, Vol. 26 pg. 145-155.
- Minitab 16, (2012), "Manual de usuario del minitab". Registered trademark of Minitab Inc.
- Miravete, A. (1997). "Composite materials in building: Introduction". *Materiales de construcción*, Vol. 47, no. 247-248.
- Montaignac, Massicotte, Charron (2013), "Finite-element modelling of SFRC members in bending", *ICE Institution of Civil Engineers*, Vol. 65 (19), p.p. 1133-1146.
- Montgomery D., (2004). "Diseño y análisis de experimentos" . Segunda edición, Limusa Wiley, New York.
- Mora Apablaza Felipe, (2008). "Distribución y orientación de fibras en doveras, aplicando el ensayo en Barcelona", Universidad Politécnica de Castaluña, Tesis Doctoral.
- Moreno Alenghy (2014). "Desarrollo de las ciudades industriales"
- Mulungye RM, Owende PMO, Mellon K. (2007), "Finite element modelling of flexible pavements on soft soil subgrades". *Mater Des*; 28:739-756.
- Murcia Vela, J., Aguado de Cea, A. y Marí Bernat, A.R. (1993). "Hormigón Armado y pretensado" . Edicions UPC, 1993.
- Naaman E., Moavenzadeh F., and McGarryF. (1974). "Probabilistic Analysis of Fiber Reinforced Concrete". *Journal of Engineering Mechanics*, Apr, Vol. 100, No. EM2, pp. 397-413.
- Nakagawa H., Akihama S., and Suenaga T. (1989). "Mechanical Properties of Various Types of Fiber Reinforced Concretes". *Fiber Reinforced Cements and*

- Concretes: Recent Developments. International Conference held on Sept. 18-20, 1989, University of Wales College of Cardiff; Ed. by R.N. Swamy and B. Barr, Elsevier Applied Science, London, pp. 523-532.
- Navas, A., Rojas J.L., (2010), "Comportamiento de losas apoyadas en suelo utilizando concreto reforzado con fibras metálicas". Ingeniería Vol. 20 pg. 67-80.
- Nayar, S., Gettu R., (2012), "On the design of steel fibre reinforced concrete pavement and slabs on grade". BEFFIB2012, Guimaraes. Vol. 06.
- Nazari, A., & Riahi, S. (2011). "Abrasion resistance of concrete containing SiO<sub>2</sub> and Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> nanoparticles in different curing media". Energy and Buildings, 43(10), 2939-2946.
- Nguyen, A, Rovák, B, Tran-quoc, T, Nguyen, K. (2011), "The Twelfth East Asia-Pacific Conference on Structural Engineering and Construction Punching Shear Resistance of Steel Fiber Reinforced Concrete Flat Slabs", Procedia Engineering 14 (2011) 1830–1837.
- Nistal Cordero A.F., Retana Maqueda M.J., Ruiz Abrio, T.; (2002). "El hormigón: historia, antecedentes en obras y factores indicativos de su resistencia". Tecnología y desarrollo, revista de ciencia, tecnología y medio ambiente.
- Oehlert G., (2010). "A first course in design and analysis of experiments". First edition, University of Minnesota.
- Ortiz A., Peralta L. Rangel S. Medina F. Padilla R., GC PEASA, (2012). "Reporte 1 de comportamiento del concreto reforzado con fibras". Convenio Conacyt-Peasa-UAA.
- Ozcan DM, Bayraktar A, Sahin A, Haktanir T, Turker T. (2009), "Experimental and finite element analysis on the steel fiber-reinforced concrete (SFRC) beams ultimate behavior". Constr Build Mater; 23:1064-1077.
- P&Q. (2010). "Las fibras de polipropileno para refuerzo del hormigón". Manual de uso de hormigón reforzado.
- Pacheco J., 2007. Propuesta del modelo de Subsistencia y generación de agrietamientos, Tesis Doctoral, Universidad Nacional Autónoma de Querétaro, Centro de Geociencias.
- Portilla, D. (2014), "Battersea power station masterplan", ArchDaily México.
- Pujadas Alvarez, Pablo, (2008). "Durabilidad del hormigón con fibras de polipropileno". UPC ,tesis doctoral.

- Ramezaniyanpour A., Hagjollahi A., Pourkhorshidi A., (2006). "Modeling abrasion resistance of concrete floors". *Technology & Education*, Vol. 1 No. 1 pg 1-10
- RILEM TC 162 TDF (2000), "Test and design methods for steel fibre reinforced concrete", *Bending Test, Materials and Structures*, Vol. 33, p.p. 3-5.
- RILEM TC-162 TDF. (2002). "Test and Design Methods for Steel Fibre Reinforced Concrete: Bending Test". *Materials and Structures*, Vol. 35, p. 579-582.
- Rodríguez López, F. y Prado Pérez-Seoane, D. (1984). "Hormigón con la incorporación de fibras". *Revista de Obras Públicas*, Octubre, pp. 779-796.
- Roesler JR, Lange DA, Altoubat SA, Rieder KA, Ulreich GR. (2004). "Fracture of plain and fiber-reinforced concrete slabs under monotonic loading". *Journal of Mater in Civil Engineering*; 452-460.
- Rossi Pérez, J.C. (2003). "Obras con hormigones con fibras". *Hormigón y Acero*, nº 228-229, 2º y 3º trimestre, pp. 187-206.
- Santana, N. (2010). "Modelo de Winkler para el análisis de la respuesta dinámica de estructuras enterradas". Tesis de maestría, Universidad de las Palmas de Gran Canaria.
- Segeer, M.; Balzamo, H.; (2011), "Patologías superficiales en pavimentos y pisos industriales", XI Congreso Latinoamericano de patologías de la construcción y XIII congreso de control de calidad en la construcción.
- Selvadurai A. (1979), "Elastic analysis of soil foundation interaction", 2th ed. New York, Oxford 1979.
- Sepúlveda C.E. (2009), "Fibra de acero: la cantidad hace la fuerza", *Metal actual*, Vol. 1, p.p 18-25.
- Shannag J., Brincker R., Hansen W. (1997), "Pullout behavior of steel fibers from cement-based composites". *Cement and Concrete Research*. Vol. 27. No. 6. pp. 925-936.
- Sorelli LG, Meda A, Plizzari GA. (2006). "Steel fiber concrete slabs on ground: A structural matter". *ACI Struct Journal*; 103-551-558.
- Soutsos M, Lampropoulos A. (2012). "Flexural performance of fibre reinforced concrete made with steel and synthetic fibres". *Construction and Building Materials*; 36:704-710.

- Taghi Kazemi M., Naraghi M. y Vossoughi Shahvari F. (2004). "Fracture Energy Determination of SFRC from Notched Beam Tests". 6th RILEM Symposium on FRC-BEIFIB. 2004, p. 359-368, Varenna, Italy.
- Teplitzky, S. (2012) "Análisis numérico del comportamiento del hormigón", Proyecto final de la Carrera de Ingeniería Civil, Universidad Nacional de Tucuman.
- Topcu, I. B., & Uygunoglu, T. (2010). "Effect of aggregate type on properties of hardened self-consolidating lightweight concrete (SCLC)". *Construction and Building Materials*, 24(7), 1286-1295.
- Trottier J., Mahoney M., Forgeron D., (2002). "Can synthetic fibers replace welded wire fabric in slabs on ground?". *Concrete international* pg 59-69.
- Universidad de Sevilla. (2015). "Universidad de Sevilla", rectorado, edificio de la real fabrica de tabacos.
- Valenzuela A (2015). "Las patentes del hormigón armado". *Textos de investigación* pg 134-146.
- Weber, S. and Reinhardt, H.W., (1997). "A new generation of high performance concrete: concrete with autogeneous curing". In *Advanced Cement-Based Materials*, Elsevier, Amsterdam, 59-68.
- Winter, John. (1970). "*Industrial Architecture: A Survey of Factory Building*". London: Studio Vista.
- Yining D. (2011). "Investigations into the relationship between deflection and crack mouth opening displacement of SFRC beam". *Construction and Building Materials*; 25:2432-2440.
- Zermeño, M., Esquivel, R., Hernández A., Mendoza E, Arellano J. (2005), "Influencia de la extracción del agua en la subsidencia y agrietamiento de la ciudad de Aguascalientes".
- Zhu, E.C., Guan, Z.W., Shen, S.Z. (2002), "Non-linear finite-element analysis of thin shell SFRC, structures", *Magazine of Concrete Research*, Vol. 54 (4), p.p. 291-298.

# Anexos



*La educación no cambia el mundo, cambia a las personas que van a cambiar el mundo.*

Paulo Freire

## Lista de Anexos

Anexo A.- Formato de encuestas aplicadas al sector industrial

Anexo B.- Materiales y métodos del concreto

Anexo C.- Resultados experimentales de la etapa 1

Anexo D.- Resultados experimentales de la etapa 2

Anexo E.- Resultados del análisis de optimización

Anexo F.- Ensayos de abrasión en pisos industriales

Anexo G.- Artículos publicados en revistas indexadas

Anexo H.- Difusión de resultados de la investigación

## **ANEXO A**

### **FORMATO DE ENCUESTA APLICADA AL SECTOR**

#### **INDUSTRIAL**

El anexo A muestra el formato de la encuesta aplicada al personal de mantenimiento, operadores de montacargas y usuarios, entre los que se incluyen obreros y administrativos. En total se aplicaron 38 encuestas al sector de mantenimiento, 14 al sector de operadores de montacargas y 9 a usuarios. Todas fueron contestadas en el estado de Aguascalientes, los giros de las empresas fueron: sector automotriz, metal-mecánica, construcción, servicios, textil, metalúrgico, plásticos, electrónica, agropecuario y farmacéutica.



4.-PERSPECTIVAS		
4.1 ¿El agrietamiento o escalonamiento del piso le genera alguna incomodidad y/o inseguridad?		
a) Si	b) No (pasar a observaciones)	
4.2 ¿Cuándo le genera alguna inseguridad?		
a) Para desplazarse	b) Para trabajar	c) Otro ¿Cuál?

OBSERVACIONES:

**¡GRACIAS POR SU TIEMPO!**

## ANEXO B

### MATERIALES Y MÉTODOS DEL CONCRETO

El anexo B indica los procedimientos seguidos para el diseño y construcción del concreto, además de la metodología para la elaboración de probetas cilíndricas y prismáticas, las cuales fueron normalizadas de acuerdo a estándares internacionales. Es importante remarcar que el esqueleto granular del concreto se mantuvo constante en las tres campañas experimentales que abarca la tesis.

La elaboración de probetas cilíndricas y prismáticas se basa en la norma ASTM C-192. Mientras que la selección del material se ajustó al ASTM C-125, después se homogenizaron los materiales y se obtuvo el grado de humedad de acuerdo al ASTM C-70 y ASTM C-566 (Ortiz, 2012).

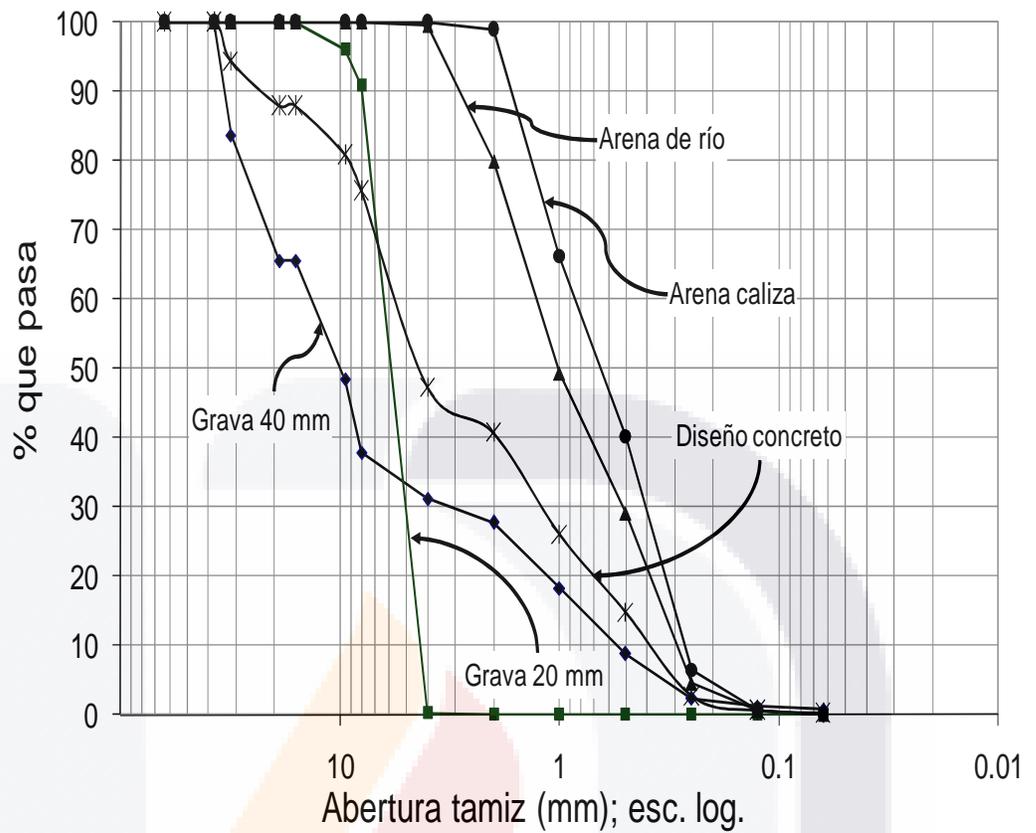
Las dimensiones de los elementos cilíndricos son de 150 mm de diámetro y 300 mm de altura; para moldes prismáticos 150 mm de ancho, 150 mm de peralte y 500 mm de largo. La figura B-1 muestra los moldes empleados (Ortiz, 2012).

El procedimiento para obtener la consistencia o trabajabilidad de la mezcla de concreto se realiza mediante la prueba de revenimiento según el ASTM C-143. La figura B-1 muestra el ensayo (Ortiz, 2012).



Figura B-1.- a) Imagen de los moldes cilíndricos y rectangulares. b) Imagen del ensayo de revenimiento del concreto (Ortiz, 2012).

Posteriormente se obtuvo la masa unitaria de acuerdo al ASTM C-138. Mientras que los moldes con concreto se trabajaron de acuerdo a la norma ASTM C-40 y ASTM C-511. Finalmente en la figura B-2, se muestra la distribución granulométrica de los agregados y del esqueleto granular del concreto utilizado.

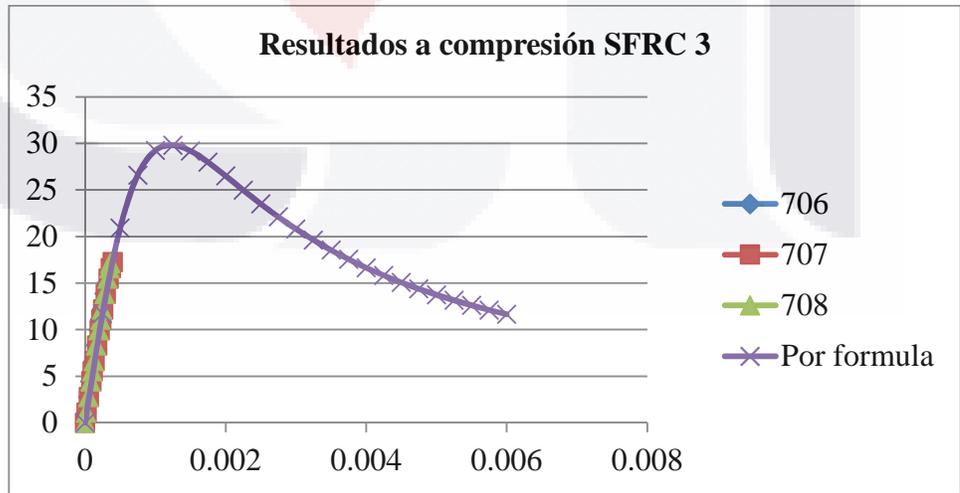
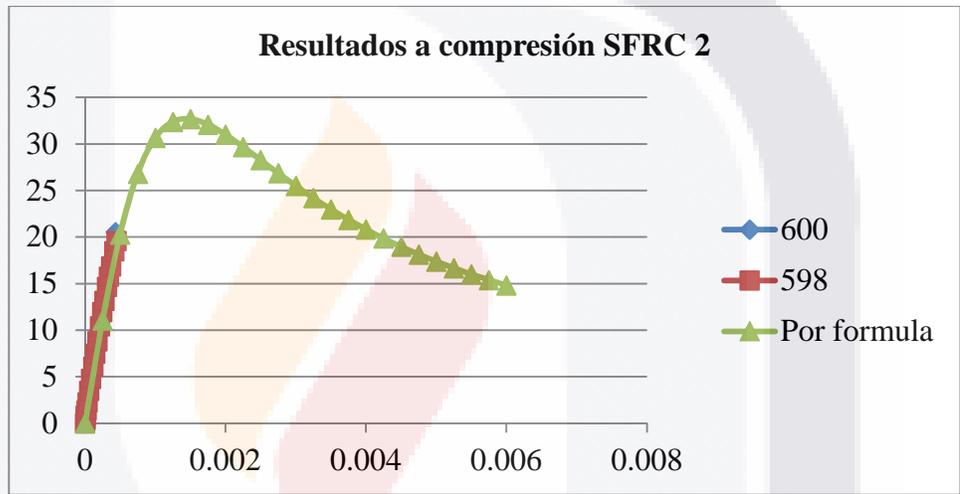
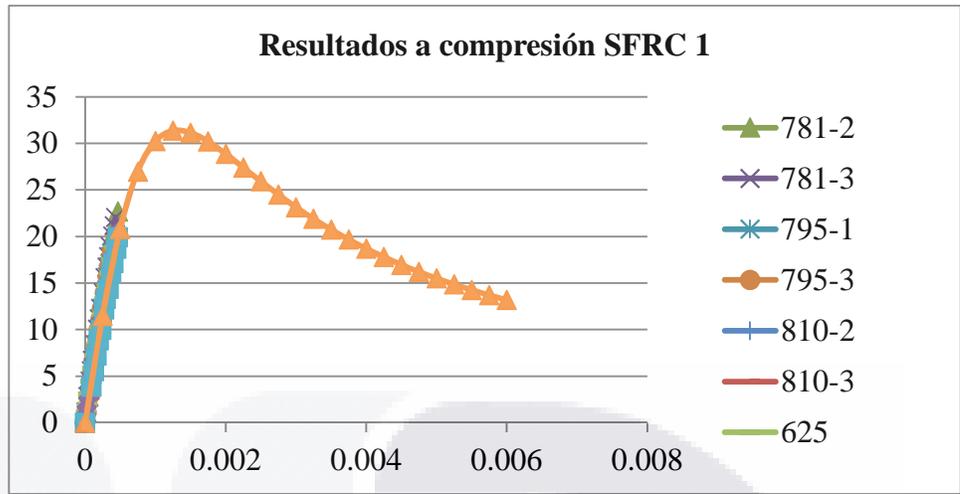


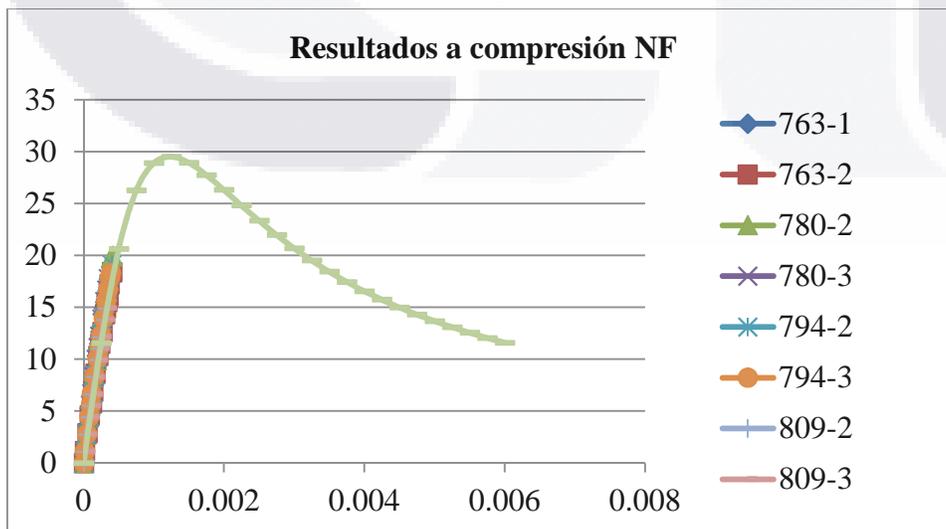
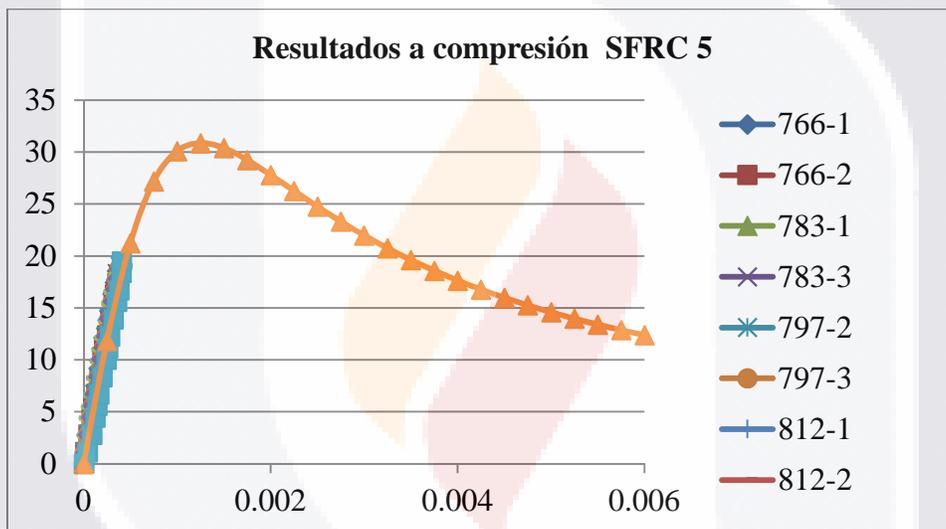
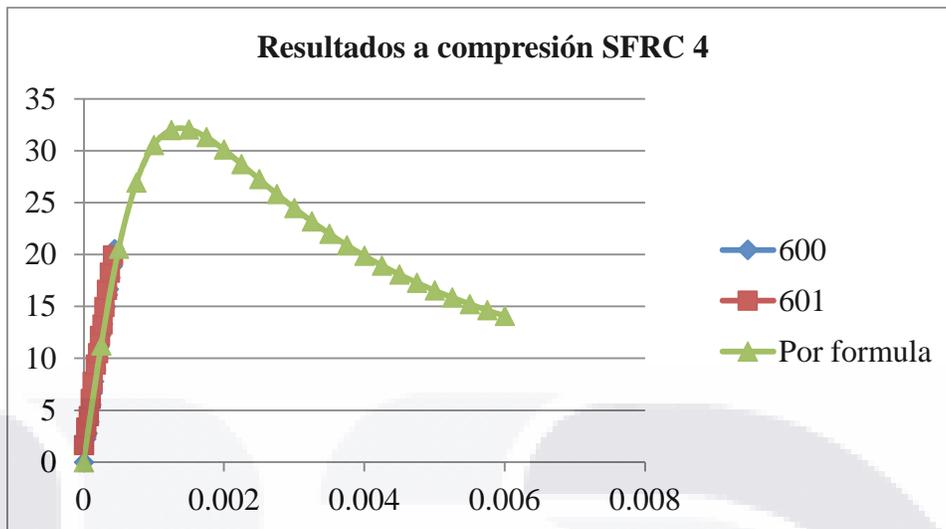
## ANEXO C

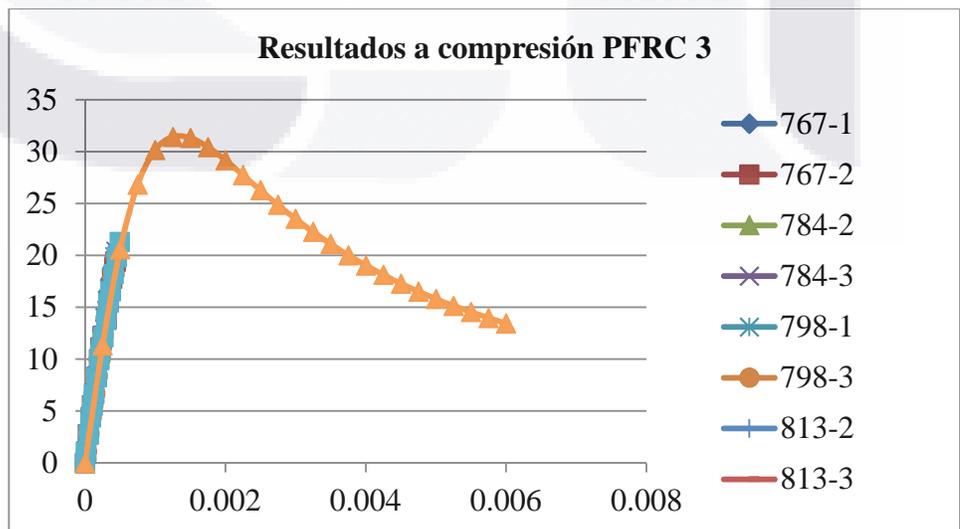
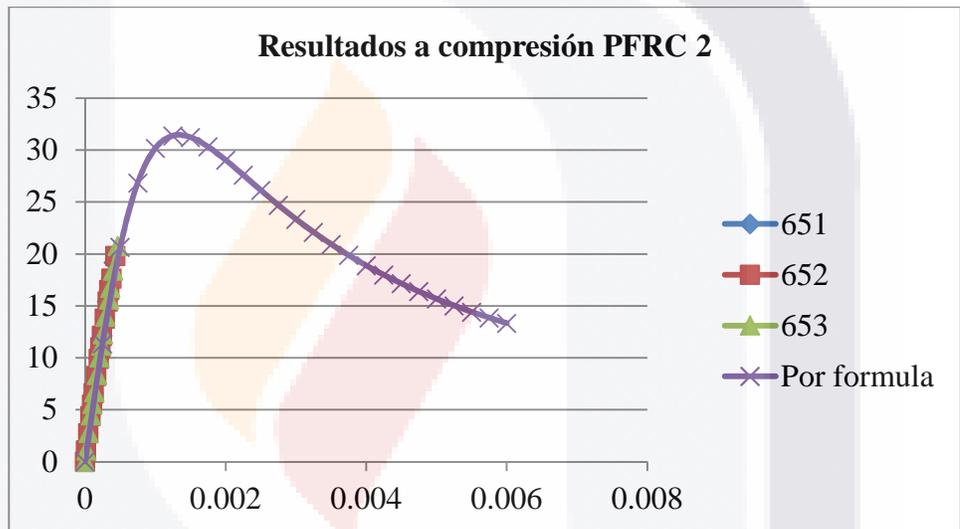
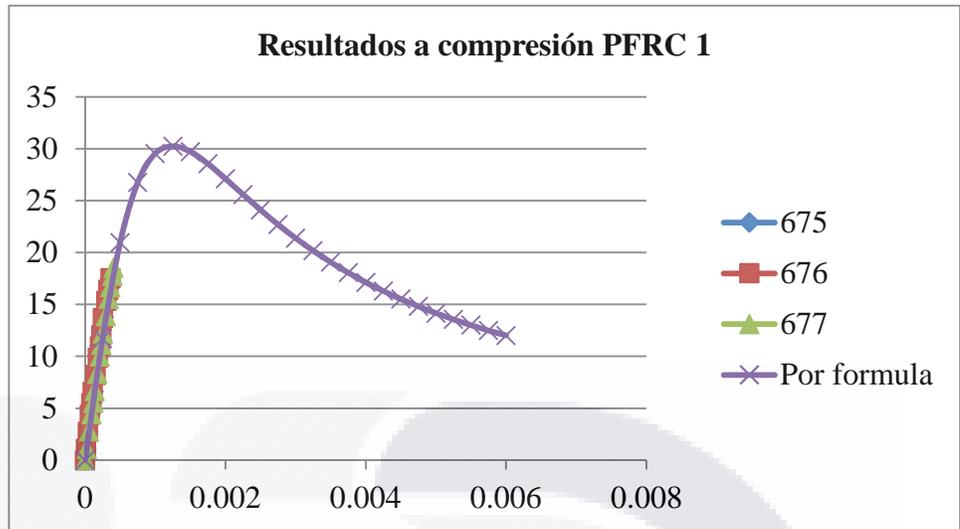
### RESULTADOS EXPERIMENTALES DE LA ETAPA 1

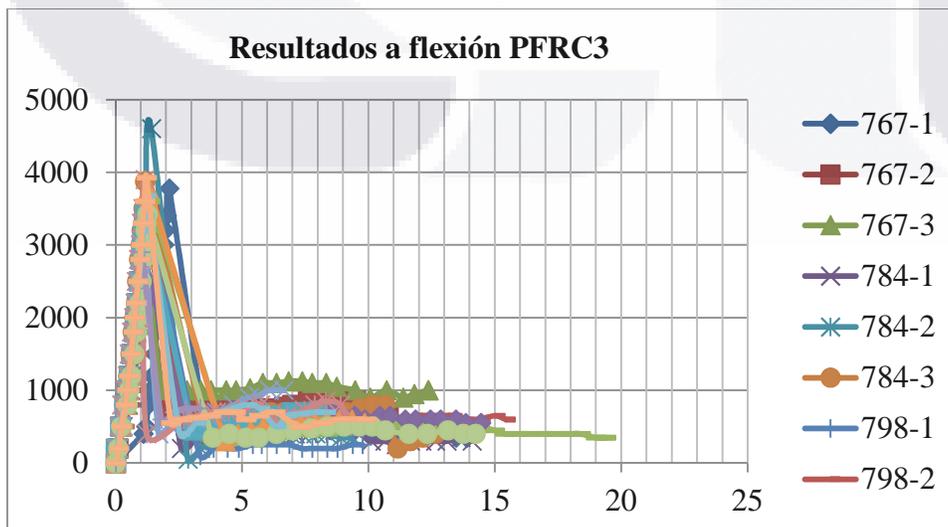
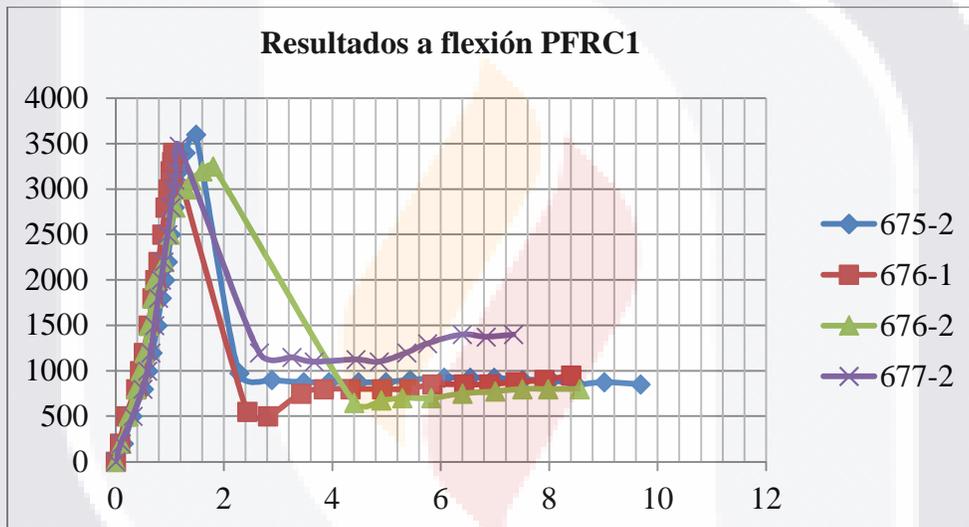
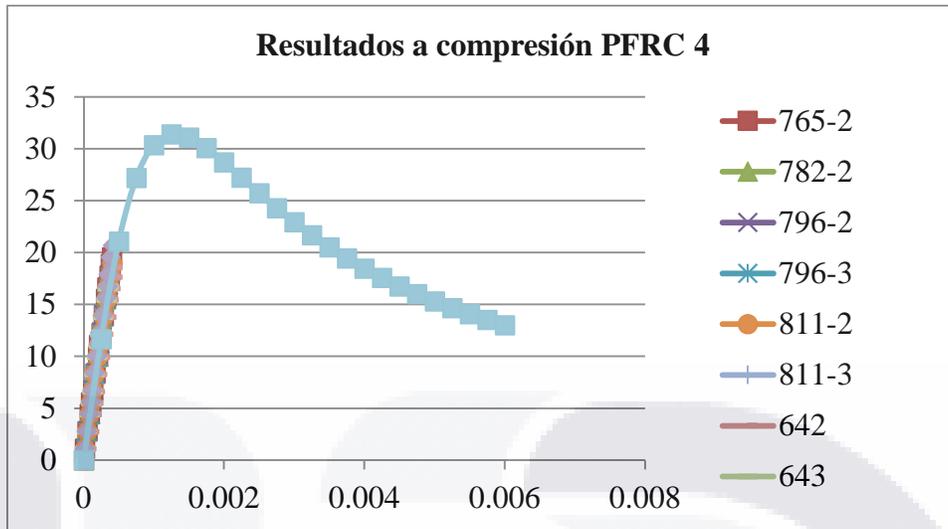
En el anexo C se muestran los resultados provenientes de la primera campaña experimental, donde se ensayaron nueve fibras, cinco de acero y cuatro de polipropileno. Los datos se subdividen en:

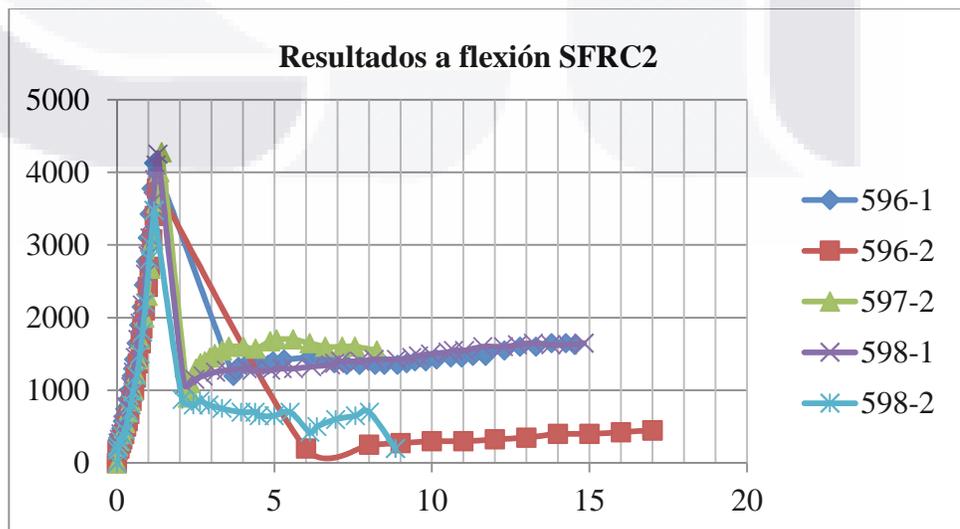
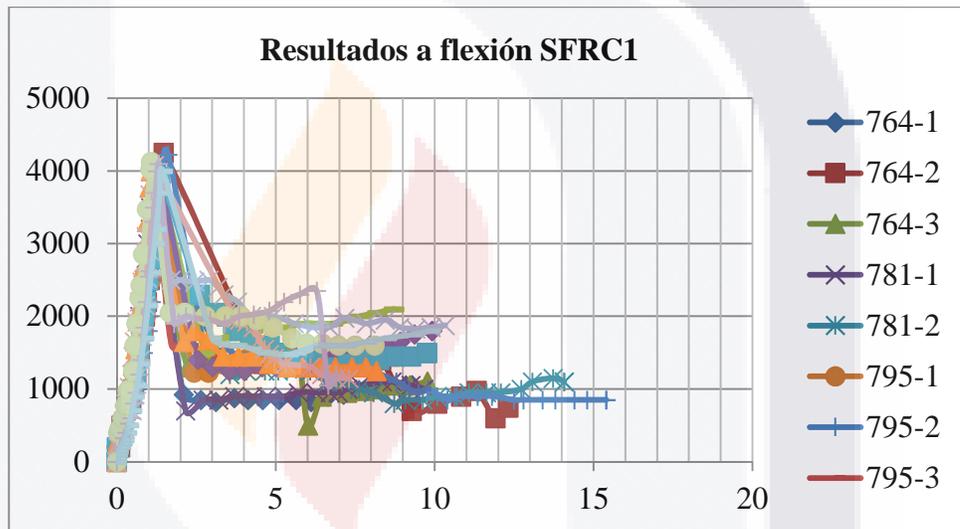
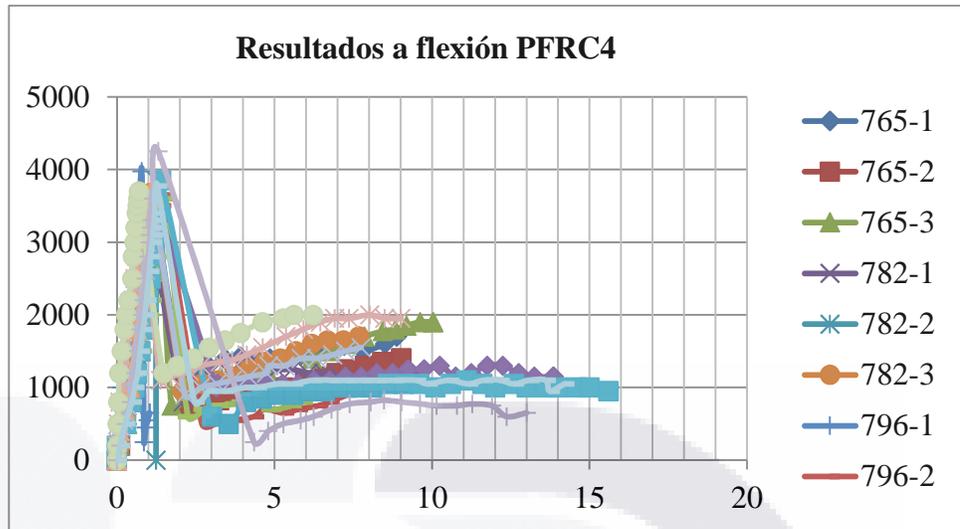
- Resultados a compresión
- Resultados a flexión
- Energía de fractura

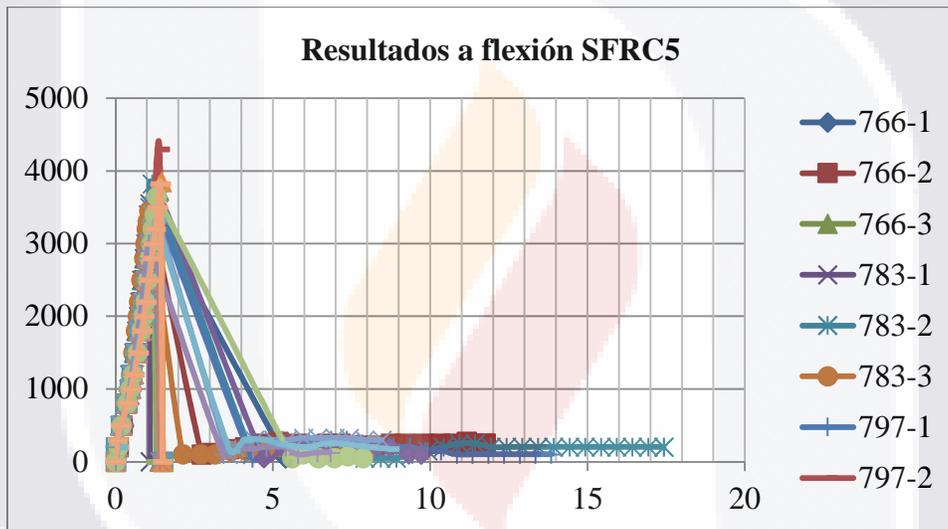
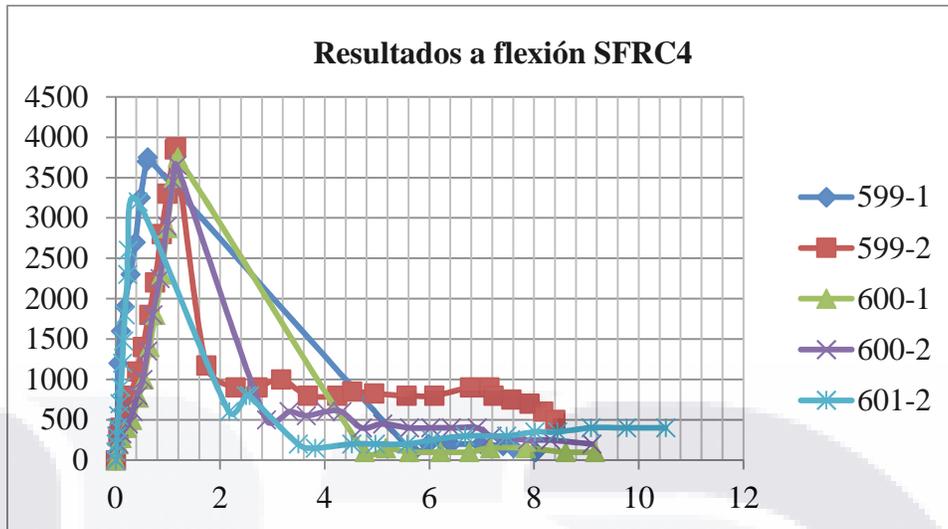












Energía de fractura (N/m)					
Fibra	Hasta la carga máxima (deformación en mm)	Deflexión en mm			
		Hasta 3.7	Hasta 5.7	Hasta 7.3	Hasta 8.4
NF	1001 (1.59)	NA	NA	NA	NA
SFRC 1	1942 (1.14)	2702	3486	4070	4533
SFRC 2	4001 (1.18)	4038	5639	6385	7080
SFRC 3	949 (1.58)	NA	NA	NA	NA
SFRC 4	1659 (1.15)	2637	3283	3700	4044
SFRC 5	2127 (1.14)	2208	2419	2568	2656
PFRC 1	1904(1.48)	2743	3399	4114	4476
PFRC 2	1023 (1.60)	NA	NA	NA	NA
PFRC 3	1449 (1.1)	2096	2701	3423	3743
PFRC 4	1548 (1.23)	2906	4117	5032	5769

Tabla 4.9.- Energía de fractura contra deformación para concreto reforzado con fibras de acero y polipropileno, a 28 días.

## ANEXO D

### RESULTADOS EXPERIMENTALES DE LA ETAPA 2

En el anexo D se muestran los resultados provenientes de la segunda campaña experimental, donde se ensayaron dos fibras, una de acero y otra de polipropileno. Analizando el efecto del cambio en dosificación de fibras. Los datos se subdividen en:

- Resultados a compresión
- Resultados a flexión
- Energía de fractura

Anexo D

Resultados experimentales de la etapa 2

<b>Resultados de compresión NF</b>																	
Número de espécimen		104 3-2	104 3-3	105 6-2	105 6-3	106 1-2	106 1-3	106 9-2	106 9-3	107 9-2	107 9-3	108 7-2	108 7-3	109 4-2	109 4-3	110 0-2	110 0-3
Cantidad de fibra =	kg/ m <sup>3</sup>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Edad del espécimen =	días	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28
Diámetro promedio (D) =	cm	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15
Altura promedio (H) =	cm	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
Peso volumétrico del concreto fresco (g) =	kg/ m <sup>3</sup>	235 8	237 9	236 2	235 4	232 6	234 8	235 1	236 7	235 0	234 2	234 1	233 9	232 2	236 4	238 9	234 7
Resistencia a compresión concreto a 28 días (f'c28) =	kgf/ cm <sup>2</sup>	302	327	330	291	283	296	344	335	313	318	304	329	313	300	349	326
Esfuerzo correspondiente al 40% de la carga última (S2) =	kgf/ cm <sup>2</sup>	121	131	132	116	113	118	138	134	125	127	121	132	125	120	139	130
Deformación correspondiente a deformación unitaria e1 de 0.00005 (d1) =	mm	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Carga correspondiente a la deformación unitaria (e1) de 0.00005 =	kgf	565 8	515 6	550 0	607 1	602 9	633 3	896 9	590 2	550 8	385 1	625 0	533 3	625 9	588 4	646 3	666 7
Esfuerzo correspondiente a la deformación unitaria e1 de 0.00005 (S1) =	kgf/ cm <sup>2</sup>	32	30	31	35	34	36	51	33	31	22	35	30	35	33	37	37
Carga correspondiente al esfuerzo S2 (PS2) =	kgf	211 98	228 00	231 99	203 98	199 97	207 98	243 23	236 80	222 37	226 42	216 04	233 97	222 37	211 99	244 77	231 97
Deformación correspondiente al esfuerzo S2 (d2) =	mm	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Deformación unitaria correspondiente al esfuerzo S2 (e2) =	Ad.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Módulo de elasticidad del concreto (E) =	kgf/ cm <sup>2</sup>	516 660	497 972	482 762	517 062	499 303	481 198	620 485	512 756	500 827	512 078	498 748	490 634	495 934	510 743	524 105	488 984
Coefficiente de la ecuación (f'c a la potencia 1/2) =	Ad.	297 35	275 42	265 59	303 37	296 86	279 60	334 49	280 15	283 31	287 07	286 24	270 58	280 54	294 93	280 71	270 82

Anexo D

Resultados experimentales de la etapa 2

<b>Resultados de compresión SFRC20</b>									
Número de espécimen		1044-2	1044-3	1057-2	1057-3	1062-2	1062-3	1070-2	1070-3
Cantidad de fibra =	kg/m <sup>3</sup>	20	20	20	20	20	20	20	20
Edad del espécimen =	días	28	28	28	28	28	28	28	28
Diámetro promedio (D) =	cm	15	15	15	15	15	15	15	15
Altura promedio (H) =	cm	30	30	30	30	30	30	30	30
Peso volumétrico del concreto fresco (g) =	kg/m <sup>3</sup>	2359	2346	2353	2335	2419	2333	2376	2386
Resistencia a compresión concreto a 28 días (f'c28) =	kgf/cm <sup>2</sup>	330	330	304	309	299	315	332	326
Esfuerzo correspondiente al 40% de la carga última (S2) =	kgf/cm <sup>2</sup>	132	132	122	124	120	126	133	130
Deformación correspondiente a deformación unitaria e1 de 0.00005 (d1) =	mm	0	0	0	0	0	0	0	0
Carga correspondiente a la deformación unitaria (e1) de 0.00005 =	kgf	6094	6029	6250	5147	5305	4842	5760	5554
Esfuerzo correspondiente a la deformación unitaria e1 de 0.00005 (S1) =	kgf/cm <sup>2</sup>	35	34	35	29	30	27	33	32
Carga correspondiente al esfuerzo S2 (PS2) =	kgf	2319	2350	2150	2200	2088	2240	2328	2288
Deformación correspondiente al esfuerzo S2 (d2) =	mm	9	3	3	2	2	0	3	3
Deformación unitaria correspondiente al esfuerzo S2 (e2) =	Adimensional	0	0	0	0	0	0	0	0
Módulo de elasticidad del concreto (E) =	kgf/cm <sup>2</sup>	4900	5053	5251	4800	5012	5100	4954	5044
Coefficiente de la ecuación (f'c a la potencia 1/2) =	Adimensional	30	42	37	77	75	09	61	55
		2695	2780	3010	2730	2897	2874	2720	2794
		9	6	9	2	0	5	8	3

Anexo D

Resultados experimentales de la etapa 2

<b>Resultados de compresión SFRC30</b>									
Número de espécimen		1045-2	1045-3	1058-2	1058-3	1063-2	1063-3	1071-2	1071-3
Cantidad de fibra =	kg/m <sup>3</sup>	30	30	30	30	30	30	30	30
Edad del espécimen =	días	28	28	28	28	28	28	28	28
Diámetro promedio (D) =	cm	15	15	15	15	15	15	15	15
Altura promedio (H) =	cm	30	30	30	30	30	30	30	30
Peso volumétrico del concreto fresco (g) =	kg/m <sup>3</sup>	2351	2360	2345	2347	2351	2370	2428	2399
Resistencia a compresión concreto a 28 días (f'c28) =	kgf/cm <sup>2</sup>	327	326	316	325	328	333	332	342
Esfuerzo correspondiente al 40% de la carga última (S2) =	kgf/cm <sup>2</sup>	131	130	126	130	131	133	133	137
Deformación correspondiente a deformación unitaria e1 de 0.00005 (d1) =	mm	0	0	0	0	0	0	0	0
Carga correspondiente a la deformación unitaria (e1) de 0.00005 =	kgf	6471	5893	5417	5588	6259	5500	4539	5179
Esfuerzo correspondiente a la deformación unitaria e1 de 0.00005 (S1) =	kgf/cm <sup>2</sup>	37	33	31	32	35	31	26	30
Carga correspondiente al esfuerzo S2 (PS2) =	kgf	2310	2305	2230	2279	2336	2368	2312	2400
Deformación correspondiente al esfuerzo S2 (d2) =	mm	0	0	0	0	0	0	0	0
Deformación unitaria correspondiente al esfuerzo S2 (e2) =	Adimensional	0	0	0	0	0	0	0	0
Módulo de elasticidad del concreto (E) =	kgf/cm <sup>2</sup>	5003	4938	4882	4772	5166	5239	4987	5010
		72	42	74	14	19	69	31	34
Coefficiente de la ecuación (f'c a la potencia 1/2) =	Adimensional	2767	2734	2748	2648	2851	2872	2739	2710
		9	7	9	3	2	2	2	1

Anexo D

Resultados experimentales de la etapa 2

<b>Resultados de compresión SFRC40</b>									
Número de espécimen		1046-2	1046-3	1059-2	1059-3	1064-2	1064-3	1072-2	1072-3
Cantidad de fibra =	kg/m <sup>3</sup>	40	40	40	40	40	40	40	40
Edad del espécimen =	días	28	28	28	28	28	28	28	28
Diámetro promedio (D) =	cm	15	15	15	15	15	15	15	15
Altura promedio (H) =	cm	30	30	30	30	30	30	30	30
Peso volumétrico del concreto fresco (g) =	kg/m <sup>3</sup>	2369	2362	2346	2365	2405	2367	2405	2379
Resistencia a compresión concreto a 28 días (f'c28) =	kgf/cm <sup>2</sup>	322	333	306	288	334	338	323	327
Esfuerzo correspondiente al 40% de la carga última (S2) =	kgf/cm <sup>2</sup>	129	133	122	115	134	135	129	131
Deformación correspondiente a deformación unitaria e1 de 0.00005 (d1) =	mm	0	0	0	0	0	0	0	0
Carga correspondiente a la deformación unitaria (e1) de 0.00005 =	kgf	6089	6184	5469	5705	6080	5000	5683	5797
Esfuerzo correspondiente a la deformación unitaria e1 de 0.00005 (S1) =	kgf/cm <sup>2</sup>	34	35	31	32	34	28	32	33
Carga correspondiente al esfuerzo S2 (PS2) =	kgf	2276	2356	2160	2050	2360	2408	2280	2323
Deformación correspondiente al esfuerzo S2 (d2) =	mm	1	0	2	1	2	0	3	3
Deformación unitaria correspondiente al esfuerzo S2 (e2) =	Adimensional	0	0	0	0	0	0	0	0
Módulo de elasticidad del concreto (E) =	kgf/cm <sup>2</sup>	5136	5019	4816	4778	5223	5012	5250	5194
		48	42	12	47	18	83	21	44
Coeficiente de la ecuación (f'c a la potencia 1/2) =	Adimensional	2862	2749	2755	2815	2858	2725	2923	2874
		4	4	0	3	4	0	1	7

Anexo D

Resultados experimentales de la etapa 2

<b>Resultados de compresión PFRC 2.125</b>									
Número de espécimen		1080-2	1080-3	1088-2	1088-3	1095-2	1095-3	1101-2	1101-3
Cantidad de fibra =	kg/m <sup>3</sup>	2	2	2	2	2	2	2	2
Edad del espécimen =	Días	28	28	28	28	28	28	28	28
Diámetro promedio (D) =	cm	15	15	15	15	15	15	15	15
Altura promedio (H) =	cm	30	30	30	30	30	30	30	30
Peso volumétrico del concreto fresco (g) =	kg/m <sup>3</sup>	2363	2352	2333	2335	2329	2321	2350	2364
Resistencia a compresión concreto a 28 días (f'c28) =	kgf/cm <sup>2</sup>	318	326	318	325	320	275	354	333
Esfuerzo correspondiente al 40% de la carga última (S2) =	kgf/cm <sup>2</sup>	127	130	127	130	128	110	142	133
Deformación correspondiente a deformación unitaria e1 de 0.00005 (d1) =	mm	0	0	0	0	0	0	0	0
Carga correspondiente a la deformación unitaria (e1) de 0.00005 =	Kgf	4722	5545	5556	5938	5294	5320	6169	5385
Esfuerzo correspondiente a la deformación unitaria e1 de 0.00005 (S1) =	kgf/cm <sup>2</sup>	27	31	31	34	30	30	35	31
Carga correspondiente al esfuerzo S2 (PS2) =	Kgf	22321	23037	22600	23001	22598	19597	25197	23403
Deformación correspondiente al esfuerzo S2 (d2) =	mm	0	0	0	0	0	0	0	0
Deformación unitaria correspondiente al esfuerzo S2 (e2) =	Adimensional	0	0	0	0	0	0	0	0
Módulo de elasticidad del concreto (E) =	kgf/cm <sup>2</sup>	511026	498303	479541	483583	498810	512847	495775	525387
Coefficiente de la ecuación (f'c a la potencia ½) =	Adimensional	28661	27603	26908	26808	27897	30903	26346	28778

Anexo D

Resultados experimentales de la etapa 2

<b>Resultados de compresión PFRC 4.250</b>									
Número de espécimen		1081-2	1081-3	1089-2	1089-3	1096-2	1096-3	1102-2	1102-3
Cantidad de fibra =	kg/m <sup>3</sup>	4	4	4	4	4	4	4	4
Edad del espécimen =	días	28	28	28	28	28	28	28	28
Diámetro promedio (D) =	cm	15	15	15	15	15	15	15	15
Altura promedio (H) =	cm	30	30	30	30	30	30	30	30
Peso volumétrico del concreto fresco (g) =	kg/m <sup>3</sup>	2348	2330	2314	2364	2317	2328	2401	2324
Resistencia a compresión concreto a 28 días (f'c28) =	kgf/cm <sup>2</sup>	290	298	318	311	309	304	354	309
Esfuerzo correspondiente al 40% de la carga última (S2) =	kgf/cm <sup>2</sup>	116	119	127	124	124	121	142	124
Deformación correspondiente a deformación unitaria e1 de 0.00005 (d1) =	mm	0	0	0	0	0	0	0	0
Carga correspondiente a la deformación unitaria (e1) de 0.00005 =	kgf	5833	5263	5938	5728	5581	4993	6777	6429
Esfuerzo correspondiente a la deformación unitaria e1 de 0.00005 (S1) =	kgf/cm <sup>2</sup>	33	30	33	33	31	28	39	36
Carga correspondiente al esfuerzo S2 (PS2) =	kgf	20478	21043	22600	21802	21996	21604	24877	22002
Deformación correspondiente al esfuerzo S2 (d2) =	mm	0	0	0	0	0	0	0	0
Deformación unitaria correspondiente al esfuerzo S2 (e2) =	Adimensional	0	0	0	0	0	0	0	0
Módulo de elasticidad del concreto (E) =	kgf/cm <sup>2</sup>	469867	473719	493841	479676	507005	511653	531248	524130
Coeficiente de la ecuación (f'c a la potencia ½) =	Adimensional	27606	27456	27711	27222	28837	29365	28224	29807

Anexo D

Resultados experimentales de la etapa 2

<b>Resultados de compresión PFRC 6.375</b>									
Número de espécimen		1082-2	1082-3	1090-2	1090-3	1097-2	1097-3	1103-2	1103-3
Cantidad de fibra =	kg/m <sup>3</sup>	6	6	6	6	6	6	6	6
Edad del espécimen =	días	28	28	28	28	28	28	28	28
Diámetro promedio (D) =	cm	15	15	15	15	15	15	15	15
Altura promedio (H) =	cm	30	30	30	30	30	30	30	30
Peso volumétrico del concreto fresco (g) =	kg/m <sup>3</sup>	2282	2333	2307	2335	2303	2318	2343	2330
Resistencia a compresión concreto a 28 días (f'c28) =	kgf/cm <sup>2</sup>	327	291	292	294	299	294	328	351
Esfuerzo correspondiente al 40% de la carga última (S2) =	kgf/cm <sup>2</sup>	131	116	117	118	120	118	131	140
Deformación correspondiente a deformación unitaria e1 de 0.00005 (d1) =	mm	0	0	0	0	0	0	0	0
Carga correspondiente a la deformación unitaria (e1) de 0.00005 =	kgf	4306	5789	5633	5563	4680	4853	6438	6000
Esfuerzo correspondiente a la deformación unitaria e1 de 0.00005 (S1) =	kgf/cm <sup>2</sup>	24	33	32	31	26	27	36	34
Carga correspondiente al esfuerzo S2 (PS2) =	kgf	23438	20563	20799	20803	21403	20803	23199	24797
Deformación correspondiente al esfuerzo S2 (d2) =	mm	0	0	0	0	0	0	0	0
Deformación unitaria correspondiente al esfuerzo S2 (e2) =	Adimensional	0	0	0	0	0	0	0	0
Módulo de elasticidad del concreto (E) =	kgf/cm <sup>2</sup>	466190	506364	465872	470821	460783	469186	513092	489521
Coefficiente de la ecuación (f'c a la potencia ½) =	Adimensional	25772	29689	27249	27445	26657	27350	28322	26136

Anexo D

Resultados experimentales de la etapa 2

<b>Resultados a flexión SFRC 20</b>													
		1044	1044	1044	1057	1057	1057	1062	1062	1062	1070	1070	1070
Número de espécimen		-1	-2	-3	-1	-2	-3	-1	-2	-3	-1	-2	-3
Cantidad de fibra =	kg/m <sup>3</sup>	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
Edad del espécimen =	días	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28
Ancho promedio (B) =	cm	15.15	15.15	15.15	15.00	15.25	15.10	15.00	15.00	15.05	15.05	15.05	15.05
Peralte promedio (D) =	cm	15.30	15.10	15.05	15.00	15.05	15.00	15.05	15.00	15.15	15.05	15.10	15.05
Largo promedio (L) =	cm	50.05	50.15	50.15	50.00	50.05	50.00	50.15	50.10	50.10	50.00	50.00	50.05
Distancia entre apoyos (L') =	cm	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45
Carga correspondiente a la primera fisura (P) =	kgf	3230	3206	3064	3515	3254	3111	3325	3610	3563	3420	3468	3534
Carga máxima (Pmax) =	kgf	3400	3375	3225	3700	3425	3275	3500	3800	3750	3600	3650	3720
Deflexión correspondiente a la primera fisura (d) =	mm	1.43	1.26	1.24	1.77	1.51	1.54	1.30	1.57	1.20	2.68	1.53	1.48
Resistencia correspondiente a la primera fisura (MR) =	kgf/cm <sup>2</sup>	40.98	41.77	40.18	46.87	42.39	41.21	44.04	48.13	46.41	45.15	45.47	46.65
Tenacidad correspondiente a la primera fisura (d) =	kgf-mm	1564	1566	1754	1940	1579	1526	1782	1971	1692	2855	2044	2008
Deflexión correspondiente a 3d =	mm	4.30	3.78	3.72	5.31	4.53	4.63	3.89	4.70	3.59	8.04	4.58	4.44
Carga correspondiente a 3d =	kgf	1007	1462	1017	1783	800	1130	1500	941	1166	1042	958	386
Tenacidad correspondiente a 3d =	Adimensional	6745	5244	4750	8535	5892	6377	5763	6511	7377	9834	7495	6922
Indice de tenacidad (I5) =	Adimensional	4.30	3.30	2.70	4.40	3.70	4.20	3.20	3.30	4.40	3.40	3.70	3.40
Deflexión correspondiente a 5.5d =	mm	7.88	6.94	6.82	9.74	8.30	8.48	7.13	8.61	6.57	14.7	8.39	8.13
Carga correspondiente a 5.5d =	kgf	603	1575	1189	1850	846	1097	1571	1092	1070	1050	950	641

Anexo D

Resultados experimentales de la etapa 2

<b>Resultados a flexión SFRC 20</b>													
Número de espécimen		1044-1	1044-2	1044-3	1057-1	1057-2	1057-3	1062-1	1062-2	1062-3	1070-1	1070-2	1070-3
Tenacidad correspondiente a 5.5d =	kgf-mm	9624	10156	8123	16714	8991	10487	10718	10501	11098	16869	11301	8856
Indice de tenacidad (I10) =	Adimensional	6.20	6.50	4.60	8.60	5.70	6.90	6.00	5.30	6.60	5.90	5.50	4.40
Deflexión correspondiente a 10.5d =	Mm	15.04	13.25	13.03	18.60	15.84	16.20	13.60	16.44	12.55	28.15	16.01	15.52
Carga correspondiente a 10.5d =	Kgf	925	1575	1280	1850	806	1076	1551	1053	1078	1050	950	700
Tenacidad correspondiente a 10.5d =	kgf-mm	15569	20091	16009	33098	15216	18875	20839	18916	17560	30943	18545	14006
Indice de tenacidad (I20) =	Adimensional	10.00	12.80	9.10	17.10	9.60	12.40	11.70	9.60	10.40	10.80	9.10	7.00
Factor de resistencia residual (R5,10) =	Adimensional	38.00	64.00	38.00	84.00	40.00	54.00	56.00	40.00	44.00	50.00	36.00	20.00
Factor de resistencia residual (R10,20) =	Adimensional	38.00	63.00	45.00	85.00	39.00	55.00	57.00	43.00	38.00	49.00	36.00	26.00
O'AB	kgf-mm	1564	1566	1754	1940	1579	1526	1782	1971	1692	2855	2044	2008
O'ACD	kgf-mm	6745	5244	4750	8535	5892	6377	5763	6511	7377	9834	7495	6922
O'AEF	kgf-mm	9624	10156	8123	16714	8991	10487	10718	10501	11098	16869	11301	8856
O'AGH	kgf-mm	15569	20091	16009	33098	15216	18875	20839	18916	17560	30943	18545	14006
Pe,3	Kgf	1480	1387	1363	1517	1507	1480	1493	1614	2006	1209	1702	1672
fe,3	kgf/cm <sup>2</sup>	18.78	18.07	17.88	20.22	19.63	19.61	19.78	21.53	26.13	15.96	22.32	22.07
Re,3	%	0.46	0.43	0.44	0.43	0.46	0.48	0.45	0.45	0.56	0.35	0.49	0.47

Anexo D

Resultados experimentales de la etapa 2

<b>Resultados a flexión SFRC 30</b>													
		1045 -1	1045 -2	1045 -3	1058 -1	1058 -2	1058 -3	1063 -1	1063 -2	1063 -3	1071 -1	1071 -2	1071 -3
Número de espécimen													
Cantidad de fibra =	kg/m <sup>3</sup>	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
Edad del espécimen =	días	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28
Ancho promedio (B) =	cm	15.1 0	15.2 5	15.0 5	15.1 5	15.0 5	15.2 0	15.1 0	15.1 5	15.2 0	15.0 5	15.0 5	15.0 5
Peralte promedio (D) =	cm	15.0 5	15.0 0	15.0 5	15.0 5	15.0 0	15.0 0	15.0 5	15.1 0	15.2 0	15.1 0	15.1 0	15.1 0
Largo promedio (L) =	cm	50.1 0	49.9 5	50.1 0	49.9 5	50.0 0	50.0 0	50.0 0	49.9 5	50.0 0	50.0 5	50.0 5	50.0 0
Distancia entre apoyos (L') =	cm	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45
Carga correspondiente a la primera fisura (P) =	kgf	3349	2921	3159	3349	3230	3800	3515	3800	3563	3439	2983	3648
Carga máxima (Pmax) =	kgf	3525	3075	3325	3525	3400	4000	3700	4000	3750	3620	3140	3840
Deflexión correspondiente a la primera fisura (d) =	mm	2.50	1.28	2.62	1.91	1.38	1.84	1.28	1.10	1.37	1.79	1.40	1.47
Resistencia correspondiente a la primera fisura (MR) =	kgf/cm <sup>2</sup>	44.0 6	38.3 1	41.7 0	43.9 1	42.9 2	50.0 0	46.2 5	49.5 0	45.6 5	45.1 0	39.1 2	47.8 4
Tenacidad correspondiente a la primera fisura (d) =	kgf-mm	4177	1297	3266	1848	1541	2328	1700	1813	1936	1910	1764	1896
Deflexión correspondiente a 3d =	mm	7.50	3.85	7.87	5.74	4.14	5.53	3.84	3.30	4.10	5.38	4.20	4.40
Carga correspondiente a 3d =	kgf	1875	1844	1234	1763	1353	1652	2529	2250	1274	1254	1125	998
Tenacidad correspondiente a 3d =	Adimensio- nal	1450 7	6368	1185 6	9535	6091	9820	8303	7999	8809	7285	5897	7904
Indice de tenacidad (I5) =	Adimensio- nal	3.50	4.90	3.60	5.20	4.00	4.20	4.90	4.40	4.60	3.80	3.30	4.20
Deflexión correspondiente a 5.5d =	mm	13.7 5	7.05	14.4 3	10.5 3	7.58	10.1 4	7.03	6.05	7.52	9.87	7.69	8.06
Carga correspondiente a 5.5d =	kgf	1725	2066	1175	1800	1350	1650	2300	2059	1300	1200	1160	1392

Anexo D

Resultados experimentales de la etapa 2

<b>Resultados a flexión SFRC 30</b>													
Número de espécimen		1045-1	1045-2	1045-3	1058-1	1058-2	1058-3	1063-1	1063-2	1063-3	1071-1	1071-2	1071-3
Tenacidad correspondiente a 5.5d =	kgf-mm	2549 4	1270 6	1969 5	1814 1	1074 6	1742 8	1584 4	1394 5	1374 8	1272 1	9789	1260 1
Indice de tenacidad (I10) =	Adimensional	6.10	9.80	6.00	9.80	7.00	7.50	9.30	7.70	7.10	6.70	5.50	6.60
Deflexión correspondiente a 10.5d =	mm	26.26	13.46	27.54	20.10	14.48	19.37	13.42	11.55	14.36	18.84	14.69	15.39
Carga correspondiente a 10.5d =	kgf	1725	2050	1175	1800	1350	1650	2300	2000	1300	1200	1200	1575
Tenacidad correspondiente a 10.5d =	kgf-mm	4706 2	2585 4	3510 4	3536 9	2005 4	3264 3	3054 5	2492 9	2263 9	2348 8	1816 1	2387 9
Indice de tenacidad (I20) =	Adimensional	11.30	19.90	10.70	19.10	13.00	14.00	18.00	13.80	11.70	12.30	10.30	12.60
Factor de resistencia residual (R5,10) =	Adimensional	52.00	98.00	48.00	92.00	60.00	66.00	88.00	66.00	50.00	58.00	44.00	48.00
Factor de resistencia residual (R10,20) =	Adimensional	52.00	101.00	47.00	93.00	60.00	65.00	87.00	61.00	46.00	56.00	48.00	60.00
O'AB	kgf-mm	4177	1297	3266	1848	1541	2328	1700	1813	1936	1910	1764	1896
O'ACD	kgf-mm	1450 7	6368	1185 6	9535	6091	9820	8303	7999	8809	7285	5897	7904
O'AEF	kgf-mm	2549 4	1270 6	1969 5	1814 1	1074 6	1742 8	1584 4	1394 5	1374 8	1272 1	9789	1260 1
O'AGH	kgf-mm	4706 2	2585 4	3510 4	3536 9	2005 4	3264 3	3054 5	2492 9	2263 9	2348 8	1816 1	2387 9
Pe,3	kgf	1865	1624	1392	1571	1506	1800	2056	2443	2017	1402	1509	1777
fe,3	kgf/cm <sup>2</sup>	24.54	21.30	18.38	20.60	20.01	23.68	27.05	31.82	25.84	18.38	19.78	23.30
Re,3	%	0.56	0.56	0.44	0.47	0.47	0.47	0.58	0.64	0.57	0.41	0.51	0.49

Anexo D

Resultados experimentales de la etapa 2

<b>Resultados a flexión SFRC 40</b>													
Número de espécimen		1046 -1	1046 -2	1046 -3	1059 -1	1059 -2	1059 -3	1064 -1	1064 -2	1064 -3	1072 -1	1072 -2	1072 -3
Cantidad de fibra =	kg/m <sup>3</sup>	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40
Edad del espécimen =	días	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28
Ancho promedio (B) =	cm	15.0 5	15.1 0	15.2 5	15.1 0	15.1 5	15.0 5	15.1 0	15.1 0	15.1 0	15.0 0	15.0 0	15.0 5
Peralte promedio (D) =	cm	15.0 5	15.0 5	15.0 5	15.3 0	15.0 0	14.9 5	15.0 5	15.1 5	15.0 5	15.1 0	15.0 5	15.2 5
Largo promedio (L) =	cm	50.0 5	50.0 0	50.0 5	50.0 5	50.0 0	50.0 0	50.0 5	50.0 5	50.0 5	50.1 5	50.1 5	50.0 5
Distancia entre apoyos (L') =	cm	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45
Carga correspondiente a la primera fisura (P) =	kgf	3349	3420	3016	3325	3776	2850	3135	3515	3515	3610	3420	3800
Carga máxima (Pmax) =	kgf	3525	3600	3175	3500	3975	3000	3300	3700	3700	3800	3600	4000
Deflexión correspondiente a la primera fisura (d) =	mm	1.41	1.47	1.26	1.73	2.03	1.52	1.13	1.46	1.27	1.51	2.49	1.50
Resistencia correspondiente a la primera fisura (MR) =	kgf/cm <sup>2</sup>	44.2 1	45.0 0	39.2 9	42.3 3	49.8 5	38.1 3	41.2 5	45.6 4	46.2 5	47.5 0	45.3 0	48.8 6
Tenacidad correspondiente a la primera fisura (d) =	kgf-mm	1889	2079	#N/ A	1741	2255	1292	1429	1802	1666	2140	3529	1774
Deflexión correspondiente a 3d =	mm	4.23	4.40	3.78	5.19	6.08	4.57	3.39	4.38	3.82	4.52	7.48	4.49
Carga correspondiente a 3d =	kgf	2724	1893	1112	2446	2126	1766	2600	1708	2000	2000	1868	2183
Tenacidad correspondiente a 3d =	Adimensio- nal	8489	7828	6059	1041 3	1175 4	8142	7157	8072	7564	8897	1426 6	8875
Indice de tenacidad (I5) =	Adimensio- nal	4.50	3.80		6.00	5.20	6.30	5.00	4.50	4.50	4.20	4.00	5.00
Deflexión correspondiente a 5.5d =	mm	7.76	8.06	6.93	9.52	11.15	8.38	6.22	8.04	7.01	8.29	13.72	8.23

Anexo D

Resultados experimentales de la etapa 2

<b>Resultados a flexión SFRC 40</b>													
Número de espécimen		1046-1	1046-2	1046-3	1059-1	1059-2	1059-3	1064-1	1064-2	1064-3	1072-1	1072-2	1072-3
Carga correspondiente a 5.5d =	kgf	3191	2054	1440	1854	2100	1304	2500	1400	1876	2000	1850	2000
Tenacidad correspondiente a 5.5d =	kgf-mm	1949 9	1497 7	9829	2010 9	2239 7	1392 4	1432 9	1338 0	1392 6	1600 8	2580 7	1689 8
Indice de tenacidad (I10) =	Adimensional	10.30	7.20		11.60	9.90	10.80	10.00	7.40	8.40	7.50	7.30	9.50
Deflexión correspondiente a 10.5d =	mm	14.81	15.40	13.23	18.17	21.28	15.99	11.87	15.35	13.37	15.82	26.19	15.72
Carga correspondiente a 10.5d =	kgf	3050	2075	1675	1775	2100	1450	2500	1400	1900	2000	1850	2025
Tenacidad correspondiente a 10.5d =	kgf-mm	4119 2	3019 5	2005 7	3572 9	4367 6	2471 2	2845 9	2361 2	2599 0	3107 5	4887 6	3204 5
Indice de tenacidad (I20) =	Adimensional	21.80	14.50		20.50	19.40	19.10	19.90	13.10	15.60	14.50	13.90	18.10
Factor de resistencia residual (R5,10) =	Adimensional	116.0 0	68.00		112.0 0	94.00	90.00	100.0 0	58.00	78.00	66.00	66.00	90.00
Factor de resistencia residual (R10,20) =	Adimensional	115.0 0	73.00		89.00	95.00	83.00	99.00	57.00	72.00	70.00	66.00	86.00
O'AB	kgf-mm	1889	2079		1741	2255	1292	1429	1802	1666	2140	3529	1774
O'ACD	kgf-mm	8489	7828	6059	10413	11754	8142	7157	8072	7564	8897	14266	8875
O'AEF	kgf-mm	19499	14977	9829	20109	22397	13924	14329	13380	13926	16008	25807	16898
O'AGH	kgf-mm	41192	30195	20057	35729	43676	24712	28459	23612	25990	31075	48876	32045
Pe,3	kgf	1792	1747	1709	1761	1699	1605	2047	1847	1964	1938	1629	1879
fe,3	kgf/cm <sup>2</sup>	23.66	22.99	22.27	22.42	22.43	21.48	26.93	23.98	25.84	25.49	21.57	24.16
Re,3	%	0.54	0.51	0.57	0.53	0.45	0.56	0.65	0.53	0.56	0.54	0.48	0.49

Anexo D

Resultados experimentales de la etapa 2

<b>Resultados a flexión PFRC 2.125</b>											
Número de espécimen		1080-1	1080-2	1088-1	1088-2	1088-3	1095-1	1095-2	1095-3	1101-1	1101-2
Cantidad de fibra =	kg/m <sup>3</sup>	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Edad del espécimen =	días	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28
Ancho promedio (B) =	cm	15.03	15.05	15.05	15.05	15.00	15.05	15.00	15.08	15.00	15.00
Peralte promedio (D) =	cm	15.10	15.08	15.08	15.30	15.15	15.08	15.10	15.13	15.15	15.20
Largo promedio (L) =	cm	50.08	50.00	50.00	50.05	50.03	50.05	50.00	49.98	50.05	50.05
Distancia entre apoyos (L') =	Cm	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45
Carga correspondiente a la primera fisura (P) =	kgf	3135	3111	3515	3610	3420	3373	3515	3349	3729	3729
Carga máxima (Pmax) =	kgf	3300	3275	3700	3800	3600	3550	3700	3525	3925	3925
Deflexión correspondiente a la primera fisura (d) =	mm	0.52	0.51	1.57	1.76	1.30	1.50	1.63	1.23	1.31	1.35
Resistencia correspondiente a la primera fisura (MR) =	kgf/cm <sup>2</sup>	41.18	40.91	46.22	46.11	44.70	44.34	46.25	43.67	48.74	48.42
Tenacidad correspondiente a la primera fisura (d) =	kgf-mm	990	876	2077	2156	1976	1902	2620	1376	1955	1662
Deflexión correspondiente a 3d =	mm	1.55	1.52	4.70	5.29	3.89	4.49	4.89	3.69	3.93	4.05
Carga correspondiente a 3d =	kgf	256	266	640	543	569	900	900	587	478	735
Tenacidad correspondiente a 3d =	Adimensional	2623	2502	7978	7904	6551	7242	8942	4934	7226	6753
Indice de tenacidad (I5) =	Adimensional	2.60	2.90	3.80	3.70	3.30	3.80	3.40	3.60	3.70	4.10
Deflexión correspondiente a 5.5d =	mm	2.84	2.79	8.63	9.70	7.13	8.24	8.97	6.77	7.20	7.42
Carga correspondiente a 5.5d =	kgf	551	546	375	884	700	1100	1030	770	414	890
Tenacidad correspondiente a 5.5d =	kgf-mm	3195	3056	9951	11094	8643	10973	12787	7080	8735	9608
Indice de tenacidad (I10) =	Adimensional	3.20	3.50	4.80	5.10	4.40	5.80	4.90	5.10	4.50	5.80
Deflexión correspondiente a 10.5d =	mm	5.42	5.32	16.47	18.51	13.62	15.73	17.12	12.92	13.74	14.16
Carga correspondiente a 10.5d =	kgf	825	826	473	990	817	1100	1100	875	725	950

Anexo D

Resultados experimentales de la etapa 2

<b>Resultados a flexión PFRC 2.125</b>												
Número de espécimen		1080-1	1080-2	1088-1	1088-2	1088-3	1095-1	1095-2	1095-3	1101-1	1101-2	
Tenacidad correspondiente a 10.5d =	kgf-mm	4965	4747	13483	19678	13736	19211	21708	12309	12735	15823	
Indice de tenacidad (I20) =	Adimensional	5.00	5.40	6.50	9.10	7.00	10.10	8.30	8.90	6.50	9.50	
Factor de resistencia residual (R5,10) =	Adimensional	12.00	12.00	20.00	28.00	22.00	40.00	30.00	30.00	16.00	34.00	
Factor de resistencia residual (R10,20) =	Adimensional	18.00	19.00	17.00	40.00	26.00	43.00	34.00	38.00	20.00	37.00	
O'AB	kgf-mm	990	876	2077	2156	1976	1902	2620	1376	1955	1662	
O'ACD	kgf-mm	2623	2502	7978	7904	6551	7242	8942	4934	7226	6753	
O'AEF	kgf-mm	3195	3056	9951	11094	8643	10973	12787	7080	8735	9608	
O'AGH	kgf-mm	4965	4747	13483	19678	13736	19211	21708	12309	12735	15823	
Pe,3	kgf	1095	1058	1605	1576	1824	1749	2253	1522	1795	1820	
fe,3	kgf/cm <sup>2</sup>	14.39	13.91	21.11	20.13	23.83	23.00	29.64	19.85	23.46	23.63	
Re,3	%	0.35	0.34	0.46	0.44	0.53	0.52	0.64	0.45	0.48	0.49	

Anexo D

Resultados experimentales de la etapa 2

<b>Resultados a flexión PFRC 4.250</b>													
Número de espécimen		1081-1	1081-2	1081-3	1089-1	1089-2	1089-3	1096-1	1096-2	1096-3	1102-1	1102-2	1102-3
Cantidad de fibra =	kg/m <sup>3</sup>	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
Edad del espécimen =	días	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28
Ancho promedio (B) =	cm	15.03	14.98	15.00	15.05	15.05	15.00	15.03	15.00	14.95	15.05	15.10	15.00
Peralte promedio (D) =	cm	15.05	15.10	15.03	15.15	14.95	15.10	15.03	15.03	15.05	15.20	15.00	15.15
Largo promedio (L) =	cm	49.95	49.95	49.95	50.10	50.10	50.10	50.05	49.98	50.00	50.10	49.95	50.00
Distancia entre apoyos (L') =	cm	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45
Carga correspondiente a la primera fisura (P) =	kgf	3591	3586	2641	3396	3444	3444	3705	3658	3586	3468	3420	3230
Carga máxima (Pmax) =	kgf	3780	3775	2780	3575	3625	3625	3900	3850	3775	3650	3600	3400
Deflexión correspondiente a la primera fisura (d) =	mm	1.62	1.58	1.22	1.05	1.31	1.36	1.49	1.40	1.41	1.36	1.24	1.17
Resistencia correspondiente a la primera fisura (MR) =	kgf/cm <sup>2</sup>	47.48	47.26	35.07	44.24	46.07	45.31	49.12	48.57	47.66	44.88	45.30	42.22
Tenacidad correspondiente a la primera fisura (d) =	kgf-mm	2007	2177	1256	1661	1632	1867	1955	1918	1932	1666	1474	1344
Deflexión correspondiente a 3d =	mm	4.86	4.74	3.67	3.15	3.93	4.08	4.48	4.19	4.24	4.09	3.73	3.52
Carga correspondiente a 3d =	kgf	1144	1230	1434	852	1100	1175	1145	1700	1059	1194	1792	1325
Tenacidad correspondiente a 3d =	Adimensional	6808	6880	5385	5982	6758	7292	7837	8502	7279	5683	7368	4802
Indice de tenacidad (I5) =	Adimensional	3.40	3.20	4.30	3.60	4.10	3.90	4.00	4.40	3.80	3.40	5.00	3.60
Deflexión correspondiente a 5.5d =	mm	8.92	8.68	6.73	5.77	7.20	7.48	8.22	7.68	7.76	7.50	6.84	6.46
Carga correspondiente a 5.5d =	Kgf	1050	1421	1700	1000	1150	1200	1150	1600	1147	1118	1590	1200

Anexo D

Resultados experimentales de la etapa 2

<b>Resultados a flexión PFRC 4.250</b>													
Número de espécimen		1081-1	1081-2	1081-3	1089-1	1089-2	1089-3	1096-1	1096-2	1096-3	1102-1	1102-2	1102-3
Tenacidad correspondiente a 3d =	Adimensional	6808	6880	5385	5982	6758	7292	7837	8502	7279	5683	7368	4802
Índice de tenacidad (I5) =	Adimensional	3.40	3.20	4.30	3.60	4.10	3.90	4.00	4.40	3.80	3.40	5.00	3.60
Deflexión correspondiente a 5.5d =	Mm	8.92	8.68	6.73	5.77	7.20	7.48	8.22	7.68	7.76	7.50	6.84	6.46
Carga correspondiente a 5.5d =	Kgf	1050	1421	1700	1000	1150	1200	1150	1600	1147	1118	1590	1200
Tenacidad correspondiente a 5.5d =	kgf-mm	1122 7	1221 7	1029 7	8512	1048 7	1133 2	1211 0	1439 7	1123 7	9572	1267 0	8563
Indice de tenacidad (I10) =	Adimensional	5.60	5.60	8.20	5.10	6.40	6.10	6.20	7.50	5.80	5.70	8.60	6.40
Deflexión correspondiente a 10.5d =	mm	17.02	16.57	12.85	11.01	13.75	14.28	15.69	14.67	14.82	14.32	13.06	12.33
Carga correspondiente a 10.5d =	kgf	1000	1401	1700	1170	1200	1417	1200	1603	1126	1125	1550	1250
Tenacidad correspondiente a 10.5d =	kgf-mm	1939 5	2336 6	2074 1	1415 1	1819 3	2011 9	2106 1	2572 5	1926 7	1723 9	2233 5	1592 4
Indice de tenacidad (I20) =	Adimensional	9.70	10.70	16.50	8.50	11.10	10.80	10.80	13.40	10.00	10.30	15.10	11.80
Factor de resistencia residual (R5,10) =	Adimensional	44.00	48.00	78.00	30.00	46.00	44.00	44.00	62.00	40.00	46.00	72.00	56.00
Factor de resistencia residual (R10,20) =	Adimensional	41.00	51.00	83.00	34.00	47.00	47.00	46.00	59.00	42.00	46.00	65.00	54.00
O'AB	kgf-mm	2007	2177	1256	1661	1632	1867	1955	1918	1932	1666	1474	1344
O'ACD	kgf-mm	6808	6880	5385	5982	6758	7292	7837	8502	7279	5683	7368	4802

Anexo D

Resultados experimentales de la etapa 2

<b>Resultados a flexión PFRC 4.250</b>													
Número de espécimen		1081-1	1081-2	1081-3	1089-1	1089-2	1089-3	1096-1	1096-2	1096-3	1102-1	1102-2	1102-3
O'AEF	kgf-mm	11227	12217	10297	8512	10487	11332	12110	14397	11237	9572	12670	8563
O'AGH	kgf-mm	19395	23366	20741	14151	18193	20119	21061	25725	19267	17239	22335	15924
Pe,3	kgf	1633	1644	1493	1957	1842	1915	1874	2109	1898	1459	2026	1371
fe,3	kgf/cm <sup>2</sup>	21.59	21.67	19.83	25.49	24.65	25.19	24.85	28.01	25.23	18.88	26.83	17.92
Re,3	%	0.45	0.46	0.57	0.58	0.54	0.56	0.51	0.58	0.53	0.42	0.59	0.42

Anexo D

Resultados experimentales de la etapa 2

<b>Resultados a flexión PFRC 6.375</b>												
Número de espécimen		1082-1	1082-2	1090-1	1090-2	1090-3	1097-1	1097-2	1097-3	1103-1	1103-2	1103-3
Cantidad de fibra =	kg/m <sup>3</sup>	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
Edad del espécimen =	días	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28
Ancho promedio (B) =	cm	15.00	15.08	15.10	15.00	15.00	15.05	15.03	15.00	15.00	15.45	15.05
Peralte promedio (D) =	cm	15.05	15.25	15.20	15.10	15.05	15.15	15.03	15.15	15.10	15.15	15.15
Largo promedio (L) =	cm	50.00	50.05	50.05	49.90	49.90	50.00	49.98	49.95	50.00	50.00	50.05
Distancia entre apoyos (L') =	cm	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45
Carga correspondiente a la primera fisura (P) =	kgf	3373	3420	3040	3468	2969	3634	3705	2993	3040	3515	3515
Carga máxima (Pmax) =	kgf	3550	3600	3200	3650	3125	3825	3900	3150	3200	3700	3700
Deflexión correspondiente a la primera fisura (d) =	mm	1.23	1.26	2.44	2.68	1.06	1.37	1.53	2.30	1.06	1.66	1.17
Resistencia correspondiente a la primera fisura (MR) =	kgf/cm <sup>2</sup>	44.67	43.90	39.21	45.62	39.32	47.34	49.12	39.11	40.00	44.61	45.79
Tenacidad correspondiente a la primera fisura (d) =	kgf-mm	2175	1662	2468	3343	1687	1796	2218	2399	1434	2310	1592
Deflexión correspondiente a 3d =	mm	3.68	3.78	7.32	8.03	3.18	4.12	4.58	6.89	3.18	4.97	3.51
Carga correspondiente a 3d =	kgf	1740	2971	1546	1650	1094	2225	2305	1986	1680	1450	1818
Tenacidad correspondiente a 3d =	Adimensional	6569	8560	13129	14329	4334	8571	10421	12200	6057	8236	7481
Indice de tenacidad (I5) =	Adimensional	3.00	5.20	5.30	4.30	2.60	4.80	4.70	5.10	4.20	3.60	4.70
Deflexión correspondiente a 5.5d =	mm	6.74	6.92	13.42	14.73	5.82	7.55	8.40	12.63	5.82	9.10	6.44
Carga correspondiente a 5.5d =	kgf	1800	2875	1575	1600	1293	1957	2275	1900	1491	1500	1750
Tenacidad correspondiente a 5.5d =	kgf-mm	12070	17852	22781	25024	8175	16013	19202	23193	10386	14361	12733

Anexo D

Resultados experimentales de la etapa 2

<b>Resultados a flexión PFRC 6.375</b>												
Número de espécimen		1082-1	1082-2	1090-1	1090-2	1090-3	1097-1	1097-2	1097-3	1103-1	1103-2	1103-3
Indice de tenacidad (I10) =	Adimensional	5.60	10.70	9.20	7.50	4.80	8.90	8.70	9.70	7.20	6.20	8.00
Deflexión correspondiente a 10.5d =	mm	12.88	13.22	25.61	28.11	11.12	14.41	16.04	24.12	11.12	17.38	12.29
Carga correspondiente a 10.5d =	kgf	1753	2875	1575	1600	1294	1850	2275	1900	1350	1500	1725
Tenacidad correspondiente a 10.5d =	kgf-mm	23060	35918	41992	46444	14618	28741	36583	45015	17530	26774	22846
Indice de tenacidad (I20) =	Adimensional	10.60	21.60	17.00	13.90	8.70	16.00	16.50	18.80	12.20	11.60	14.40
Factor de resistencia residual (R5,10) =	Adimensional	52.00	110.00	78.00	64.00	44.00	82.00	80.00	92.00	60.00	52.00	66.00
Factor de resistencia residual (R10,20) =	Adimensional	50.00	109.00	78.00	64.00	39.00	71.00	78.00	91.00	50.00	54.00	64.00
O'AB	kgf-mm	2175	1662	2468	3343	1687	1796	2218	2399	1434	2310	1592
O'ACD	kgf-mm	6569	8560	13129	14329	4334	8571	10421	12200	6057	8236	7481
O'AEF	kgf-mm	12070	17852	22781	25024	81753	16013	19202	23193	10386	14361	12733
O'AGH	kgf-mm	23060	35918	41992	46444	14618	28741	36583	45015	17530	26774	22846
Pe,3	kgf	1809	2106	1397	1417	1383	2063	2245	1389	1922	1752	2186
fe,3	kgf/cm <sup>2</sup>	23.96	27.04	18.02	18.64	18.32	26.88	29.77	18.16	25.29	22.23	28.47
Re,3	%	0.54	0.62	0.46	0.41	0.47	0.57	0.61	0.46	0.63	0.50	0.62

Energía de fractura (N/m)					
Fibra	Hasta la carga máxima (deformación en mm)	Deflexión en mm			
		Hasta 3.5	Hasta 5.0	Hasta 6.5	Hasta 8.0
NF	991.0 (1.59)				
SFRC 20	2272.2 (1.59)	2523.3	3372.0	3781.3	4710.8
SFRC 30	2392.1 (1.67)	2663.0	4241.7	5088.0	5937.7
SFRC 40	1824.7 (1.60)	3129.0	4580.7	5923.3	7192.5

Energía de fractura contra la deflexión para los concretos NF, SFRC y PFRC.

Energía de fractura (N/m)					
Fibra	Hasta la carga máxima (deformación en mm)	Deflexión en mm			
		Hasta 3.5	Hasta 5.0	Hasta 6.5	Hasta 8.0
PFRC 2.125	2640.9 (1.49)	2794.2	3202.0	3969.5	4406.0
PFRC 4.250	2314.0 (1.40)	2874.0	3724.3	4661.6	5412.2
PFRC 6.375	2384.0(1.68)	2920.7	4462.6	6403.2	7164.3

Energía de fractura contra la deflexión para los concretos NF, SFRC y PFRC (continuación).

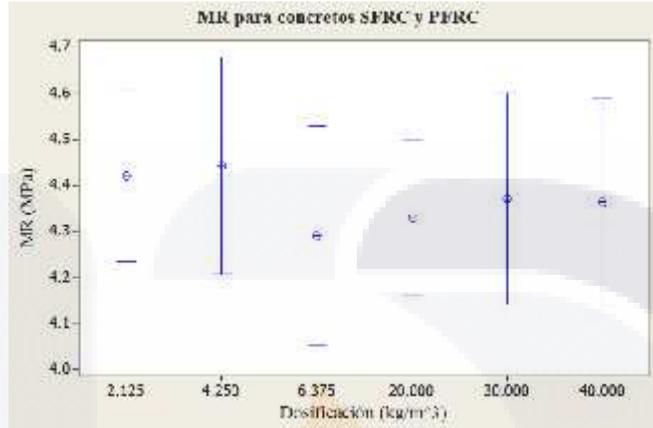
## ANEXO E

### RESULTADOS DEL ANÁLISIS DE OPTIMIZACIÓN

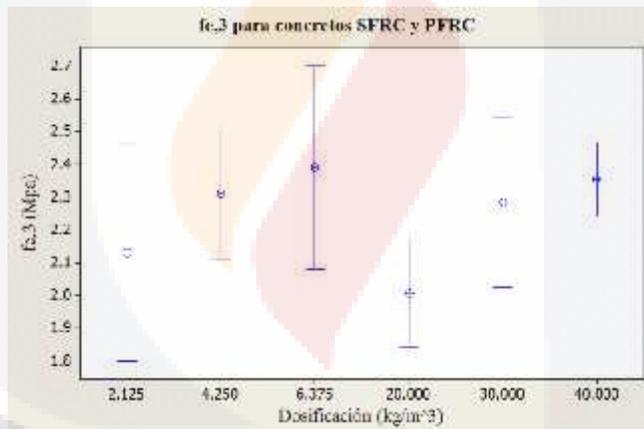
En el anexo E se muestran los resultados provenientes del estudio de optimización desarrollado tanto en las respuestas en elementos tipo cilindro y viga, así como los resultados de las losas apoyadas en diferentes terraplenes. Los datos se separan en:

- Diagramas de dispersión de resultados
- Diagramas de resultados de factores significativos
- Energía de fractura
- Gráficos de contorno
- Gráficos de superficie
- Tablas de resultados de las losas apoyadas en diferentes terraplenes

Módulo de ruptura

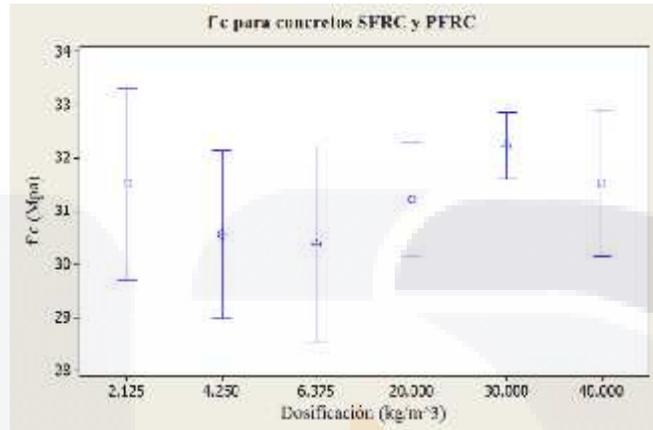


Esfuerzo residual

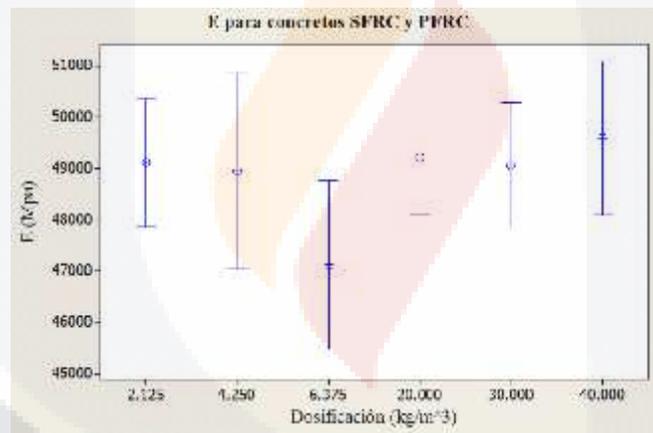


Gráficos de respuestas en función del cambio de dosificación en fibras de acero o polipropileno.

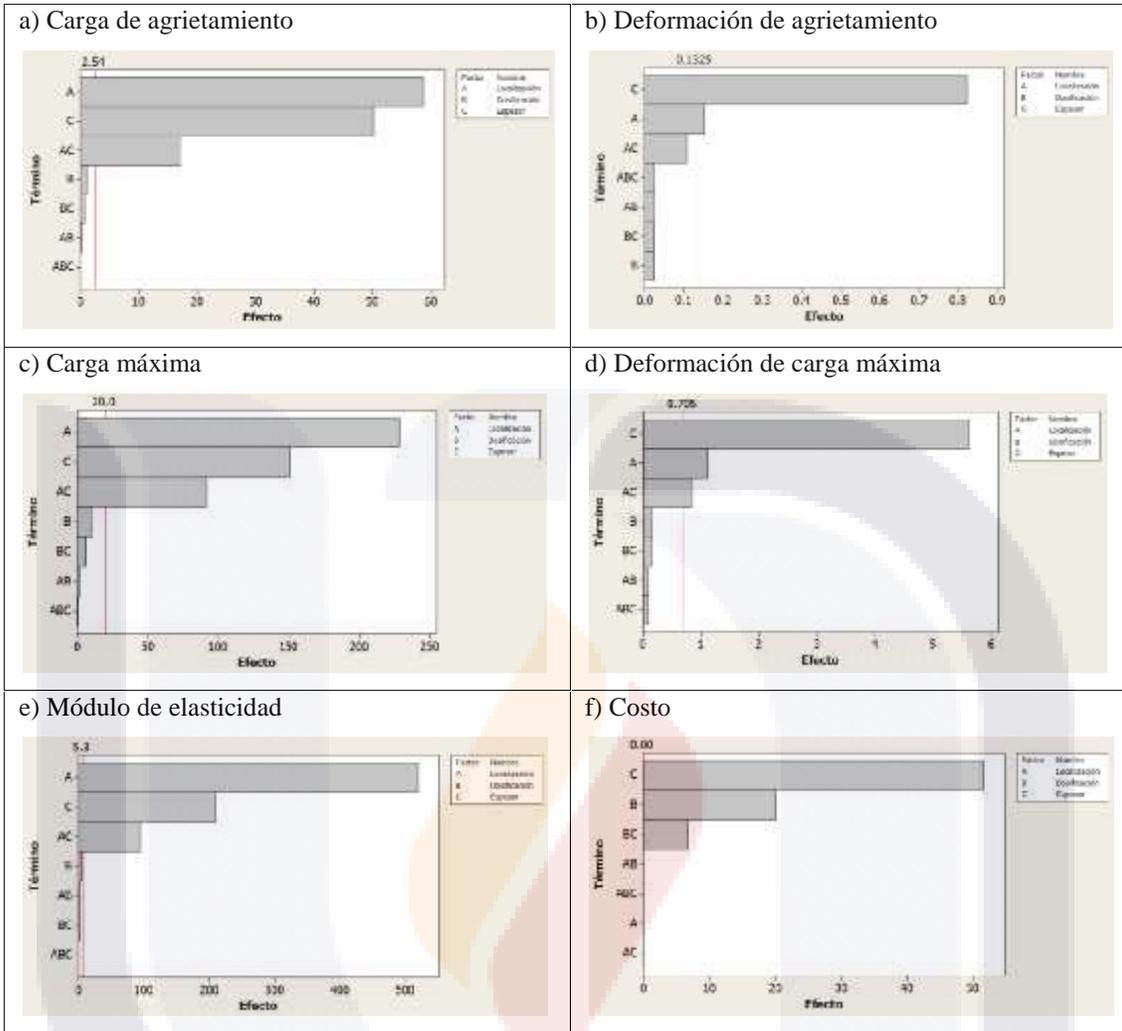
Esfuerzo de compresión



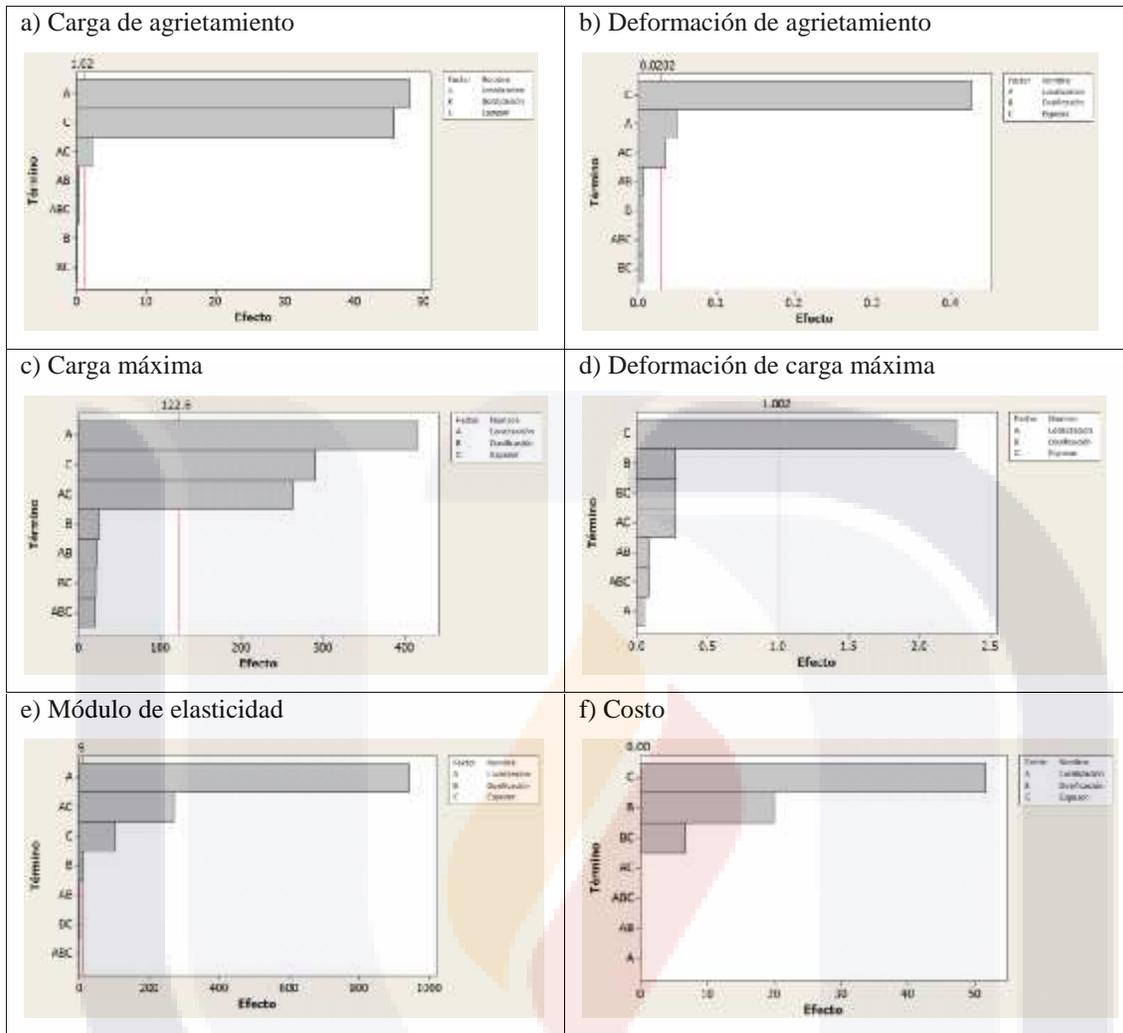
Módulo de elasticidad



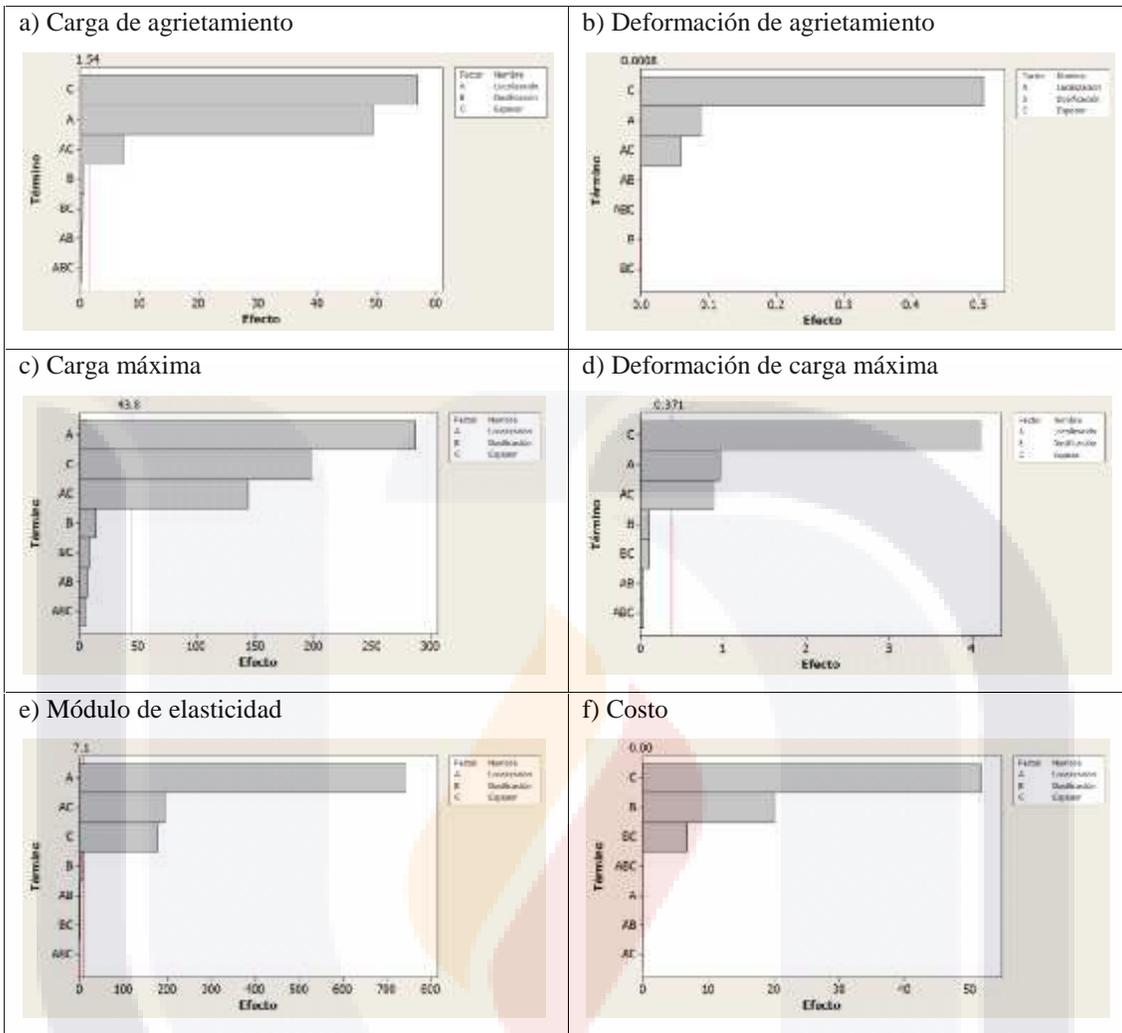
Gráficos de respuestas en función del cambio de dosisificación en fibras de acero o polipropileno (continuación).



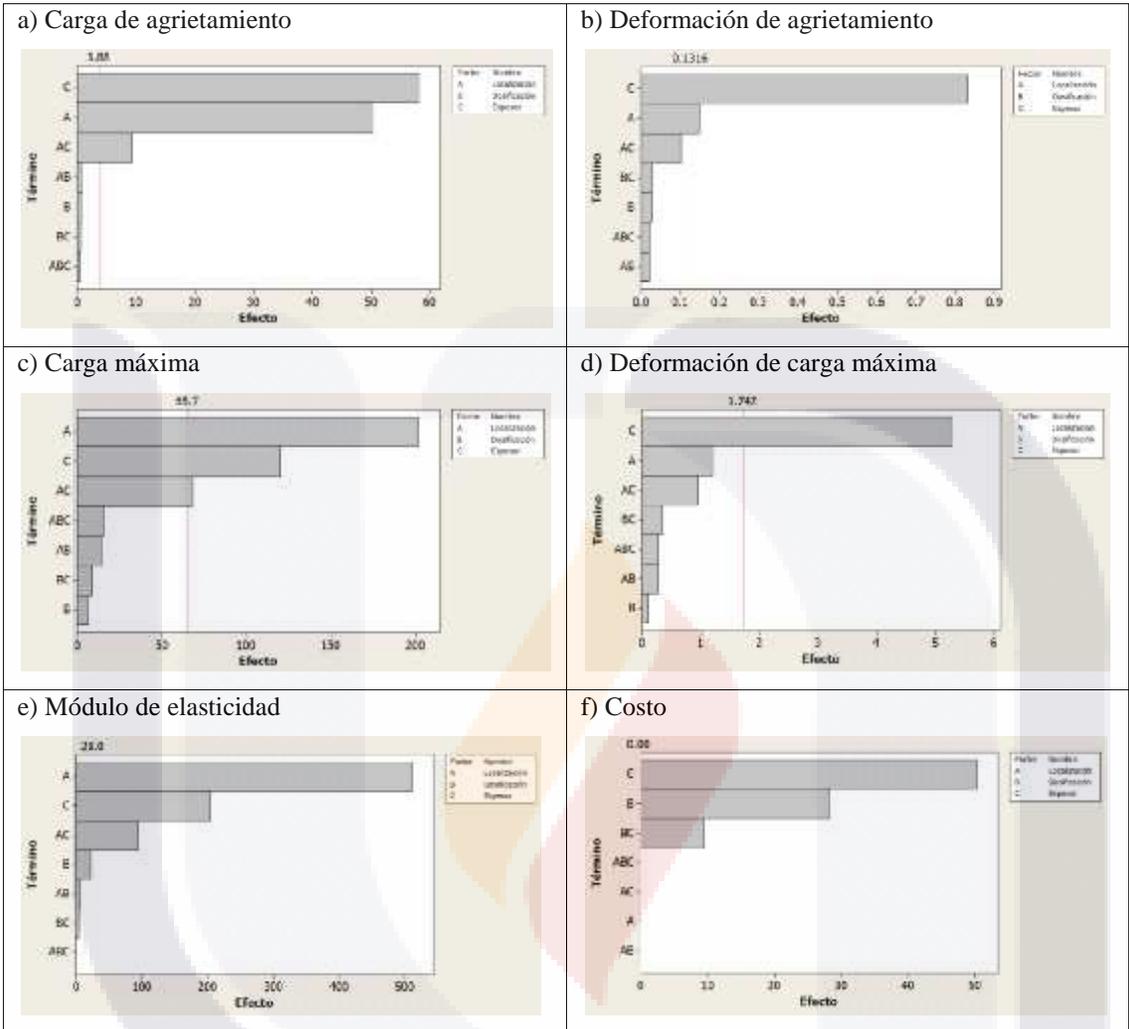
Resultados de factores significativos de la interacción losa SFRC y suelo MS.



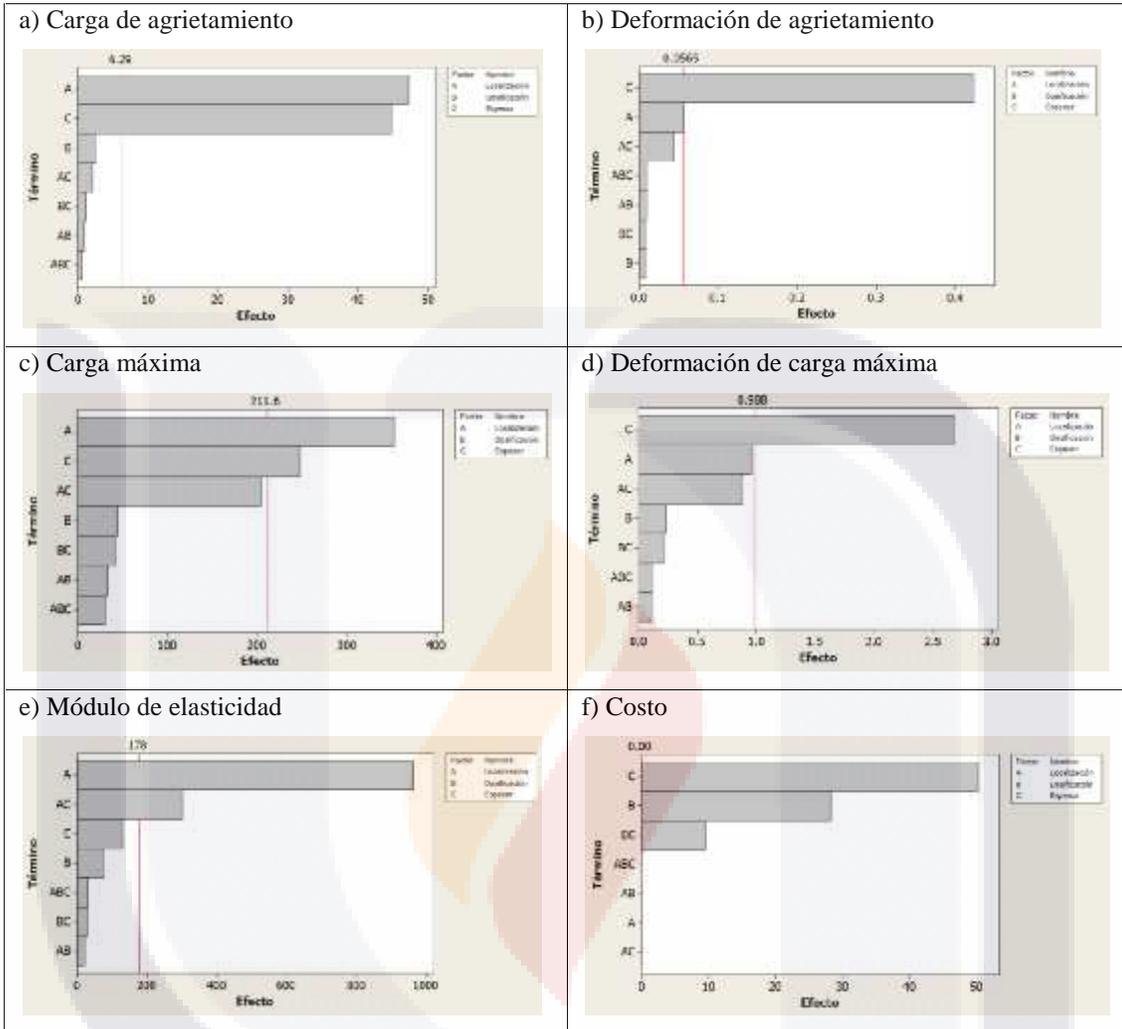
Resultados de factores significativos de la interacción losa SFRC y suelo MS+CP.



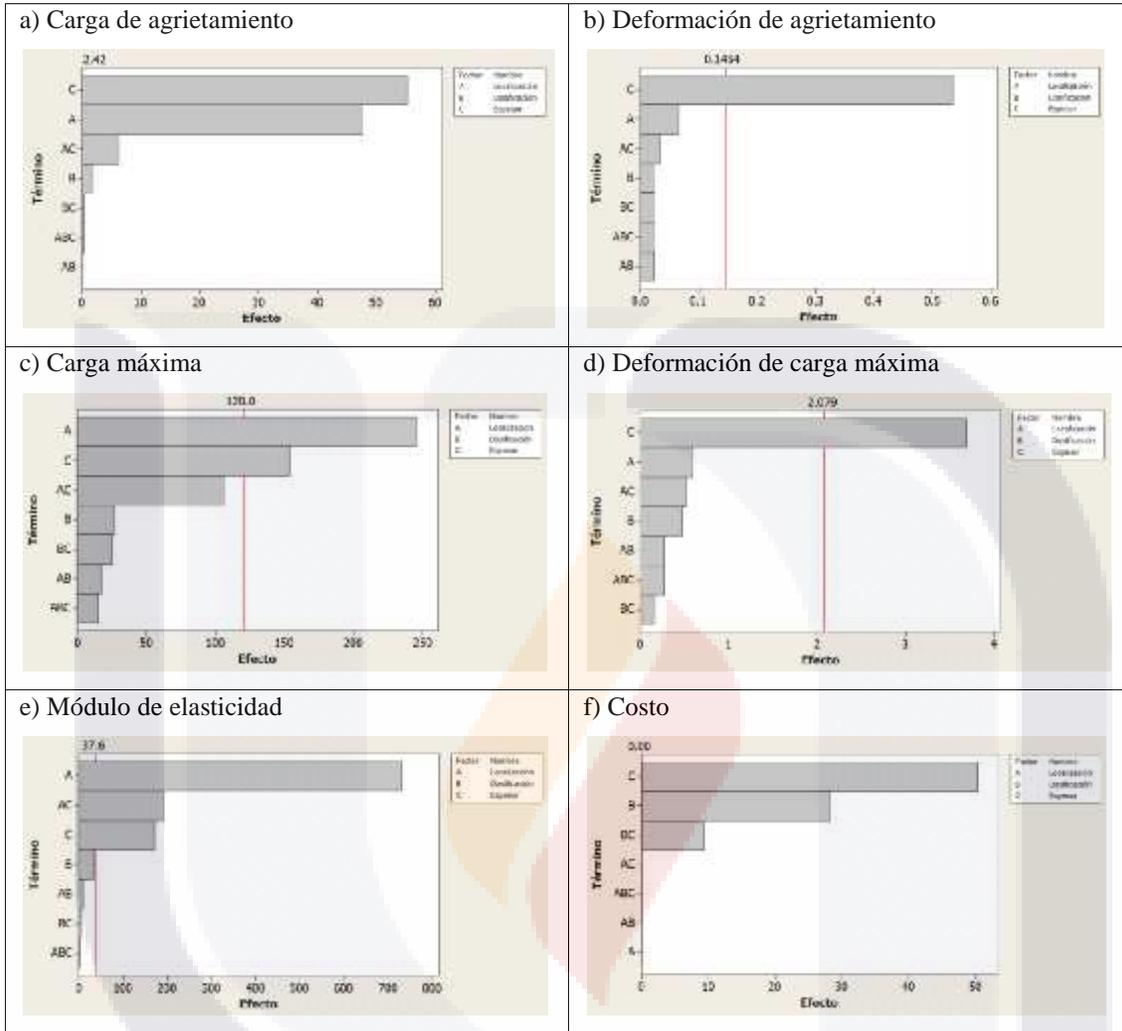
Resultados de factores significativos de la interacción losa SFRC y suelo ML+C.



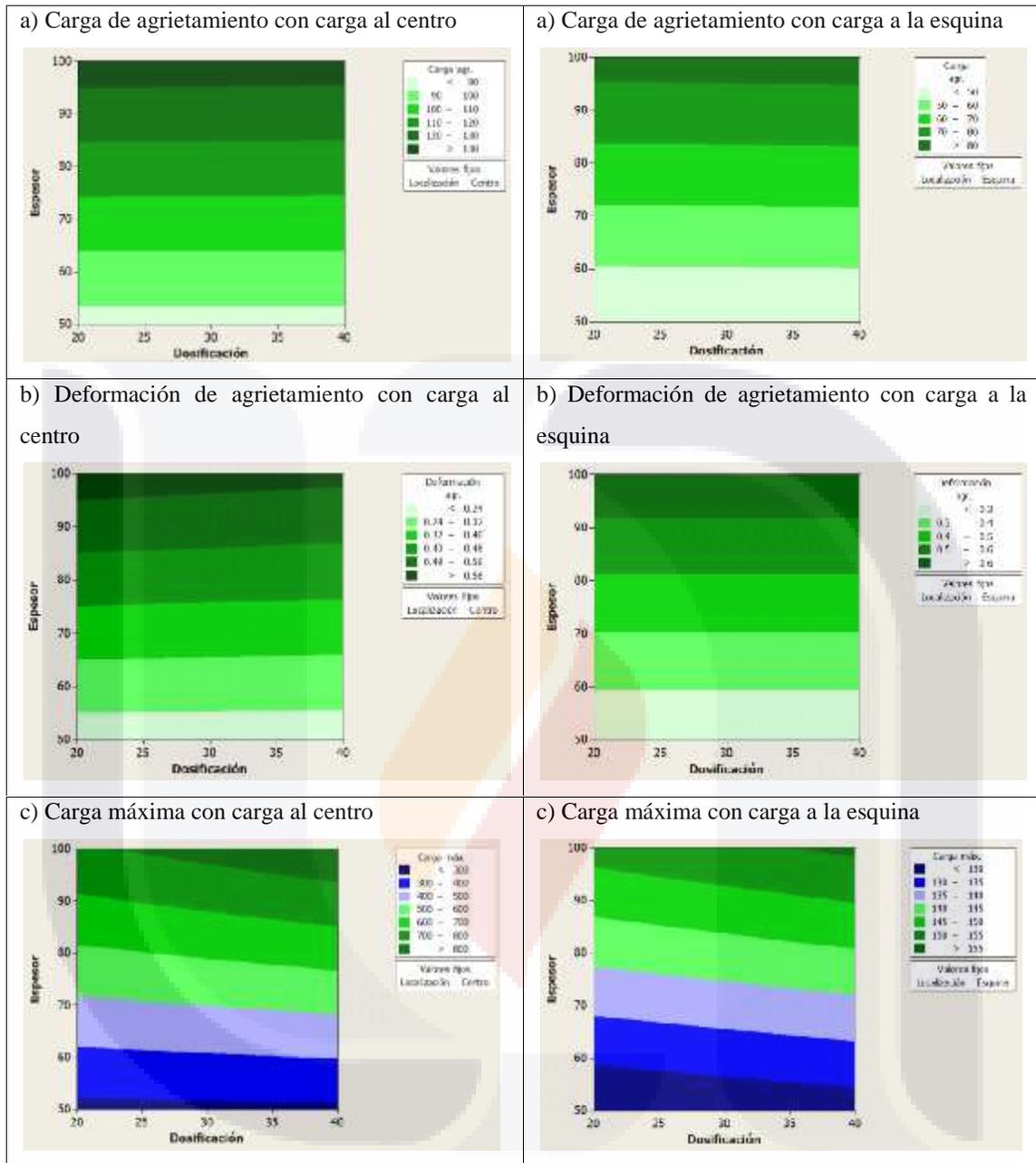
Resultados de factores significativos de la interacción losa PFRC y suelo MS.



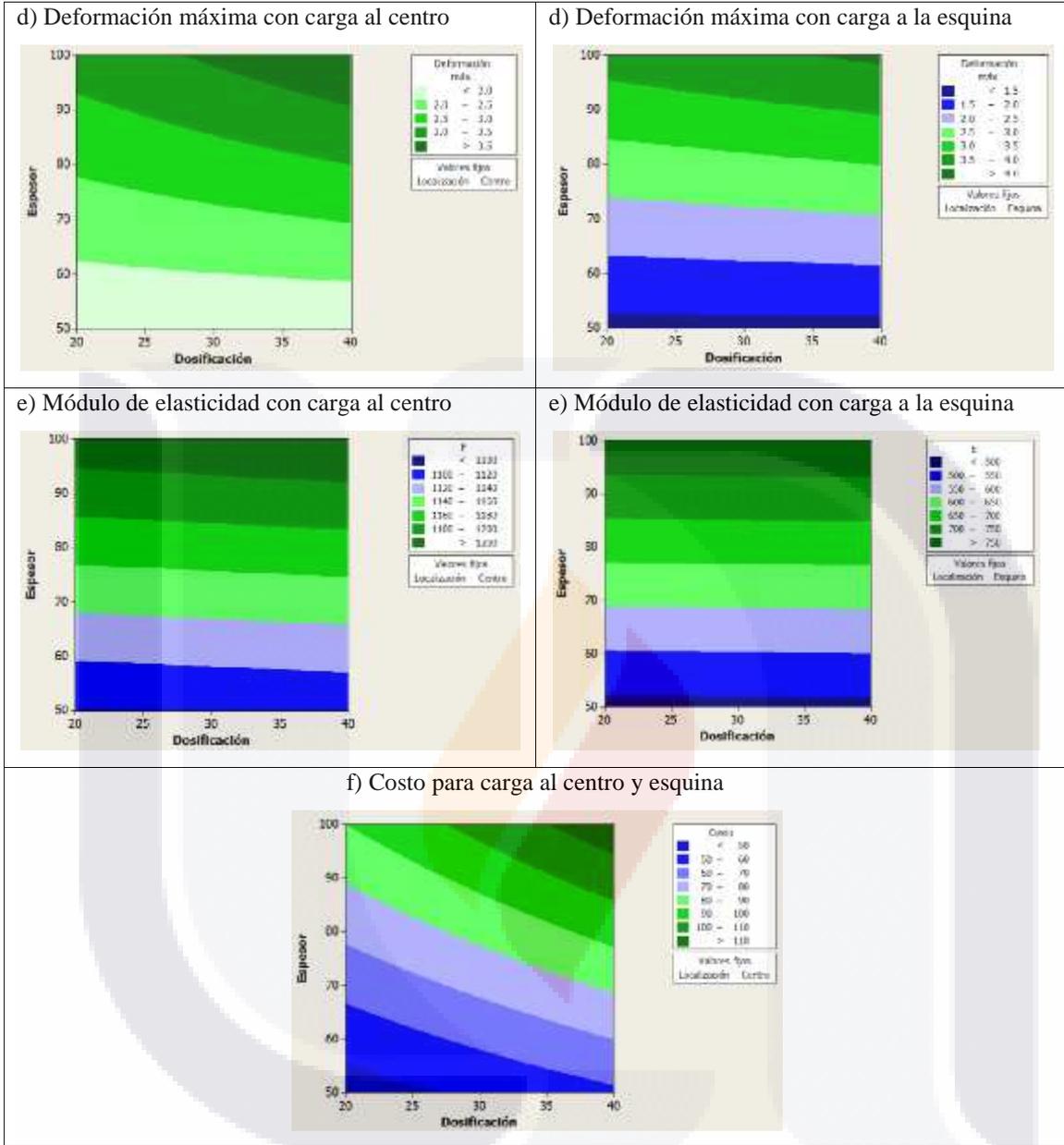
Resultados de factores significativos de la interacción losa PFRC y suelo MS+CP.



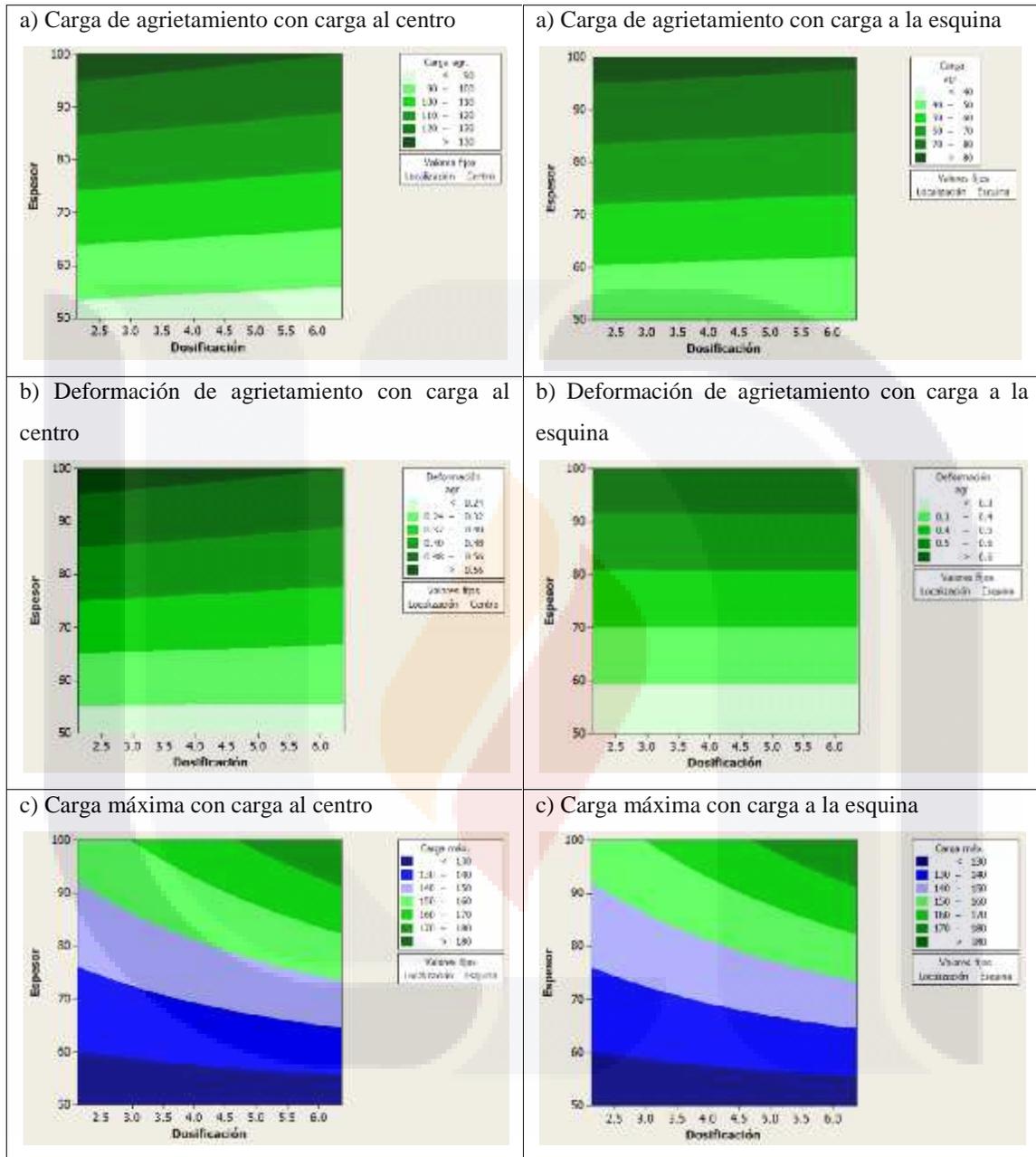
Resultados de factores significativos de la interacción losa PFRC y suelo ML+C.



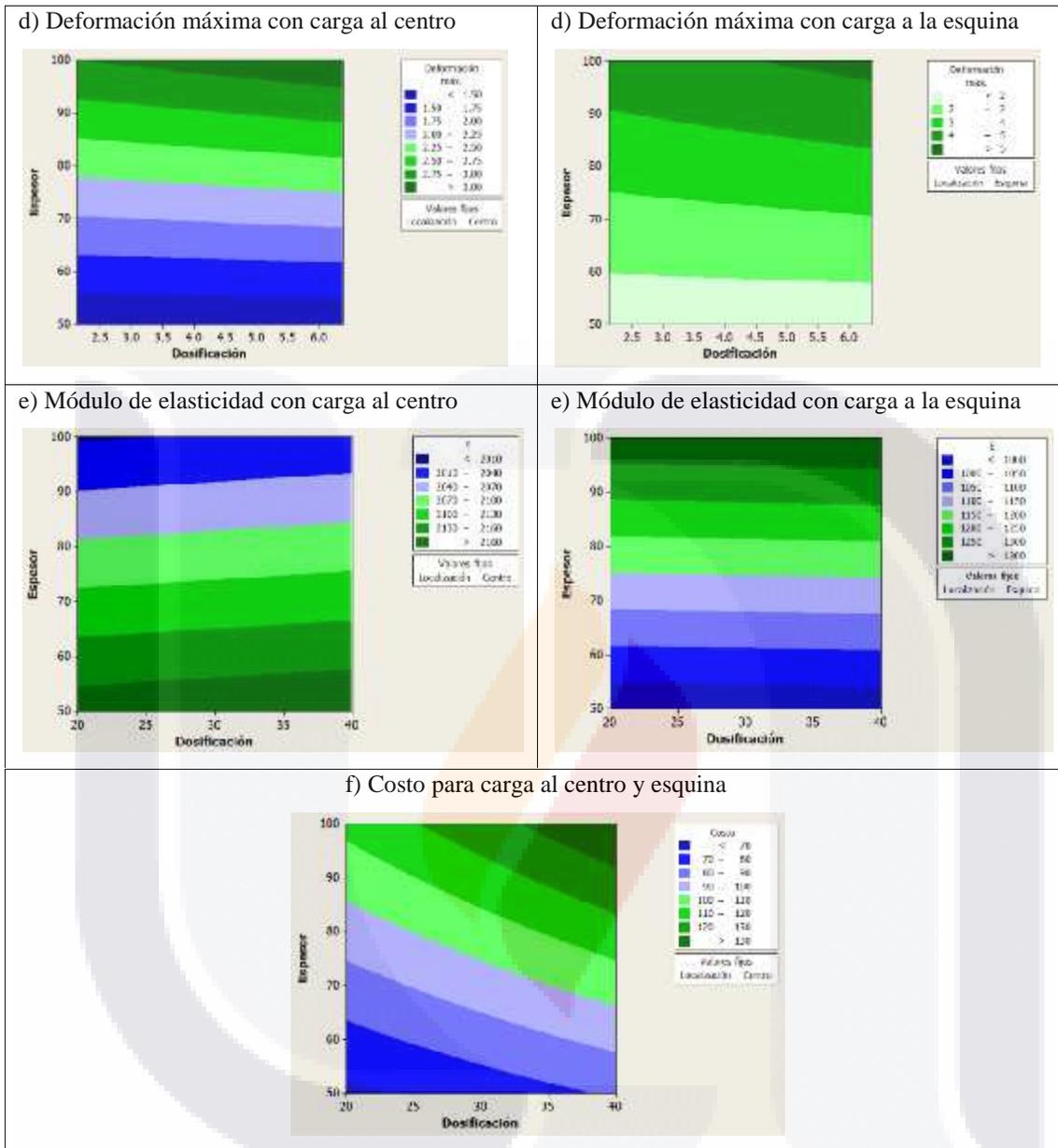
Gráficos de contorno de la interacción losa SFRC y suelo MS.



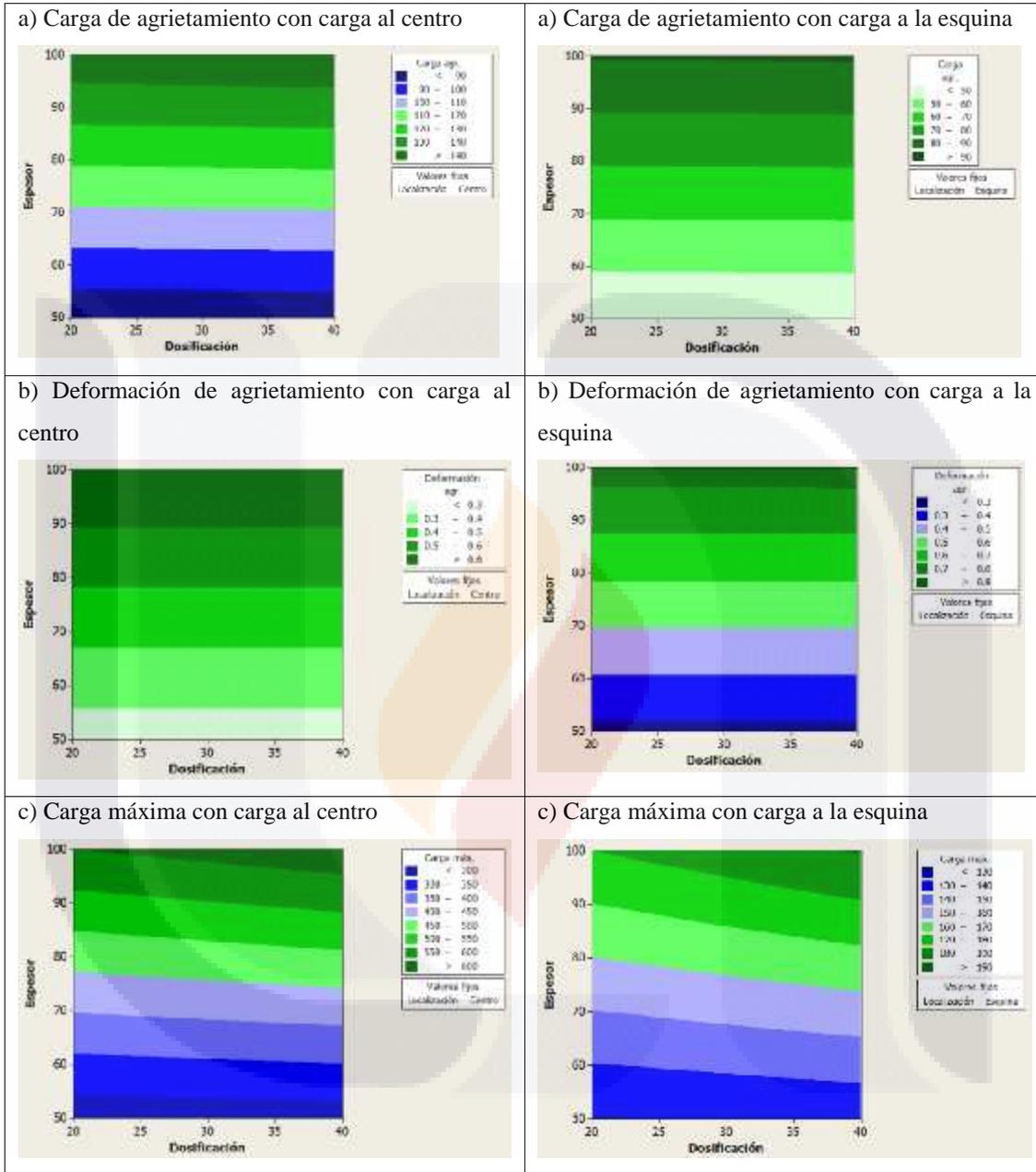
Gráficos de contorno de la interacción losa SFRC y suelo MS (continuación).



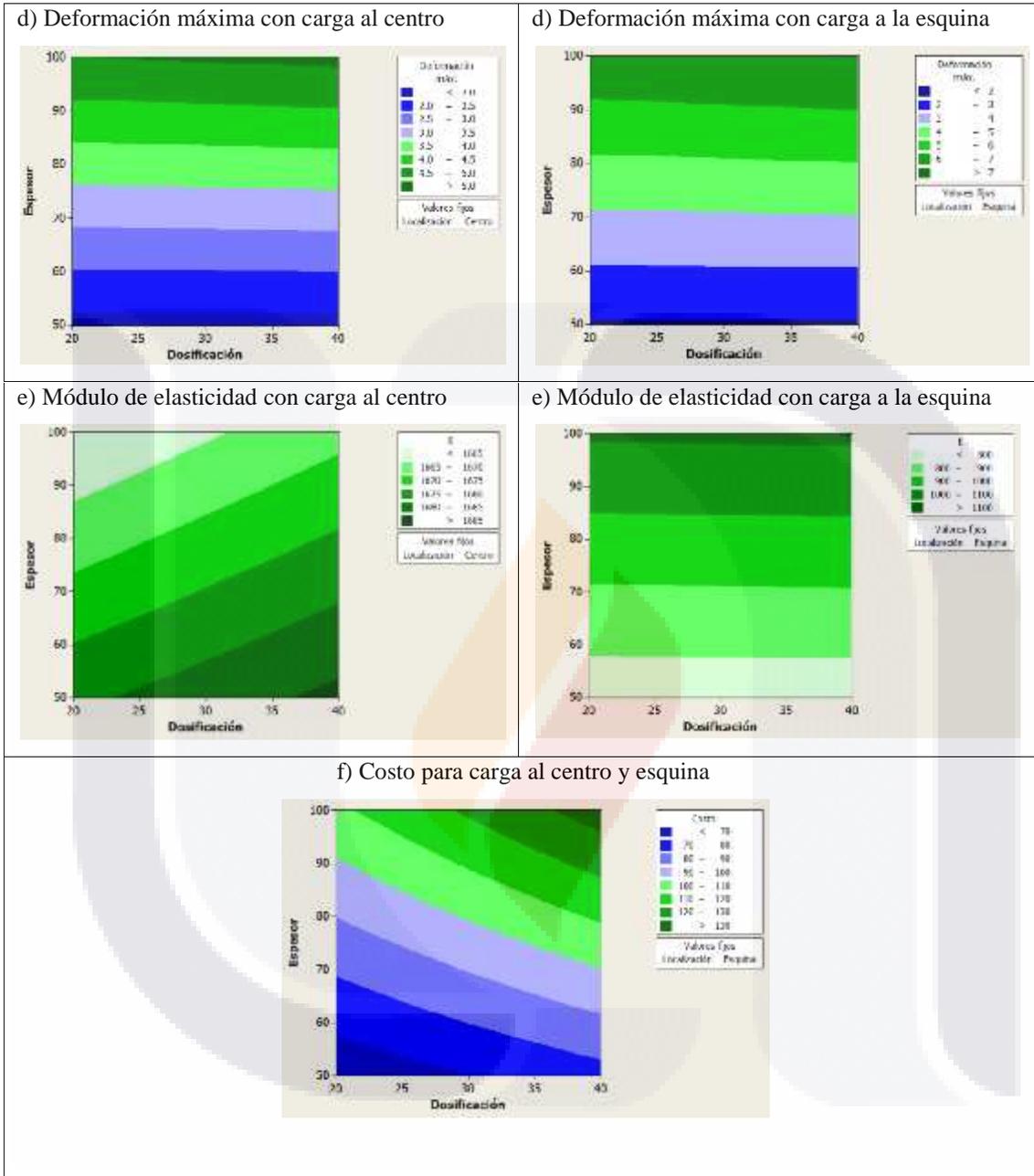
Gráficos de contorno de la interacción losa SFRC y suelo MS+CP.



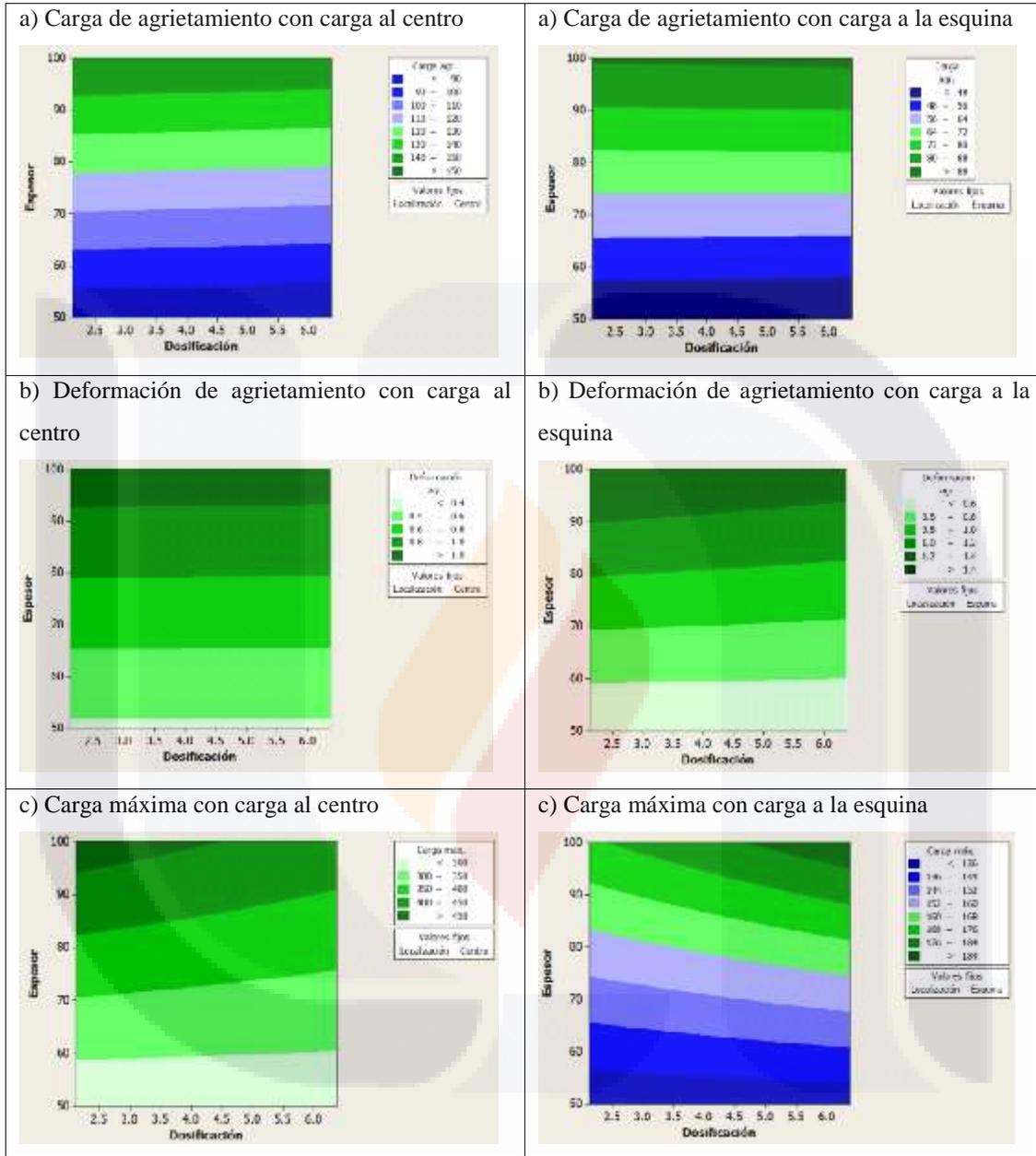
Gráficos de contorno de la interacción losa SFRC y suelo MS+CP (continuación).



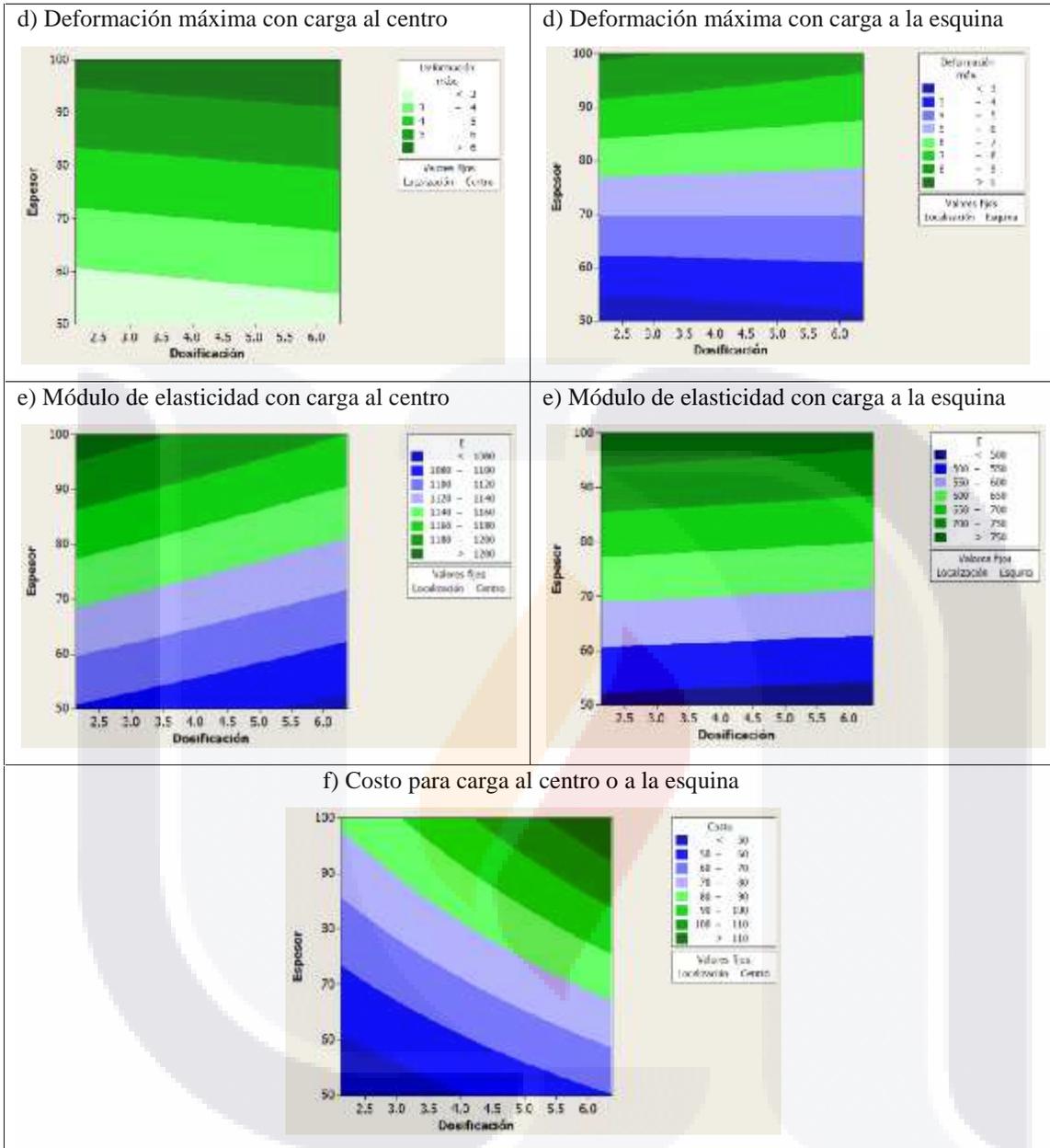
Gráficos de contorno de la interacción losa SFRC y suelo ML+C.



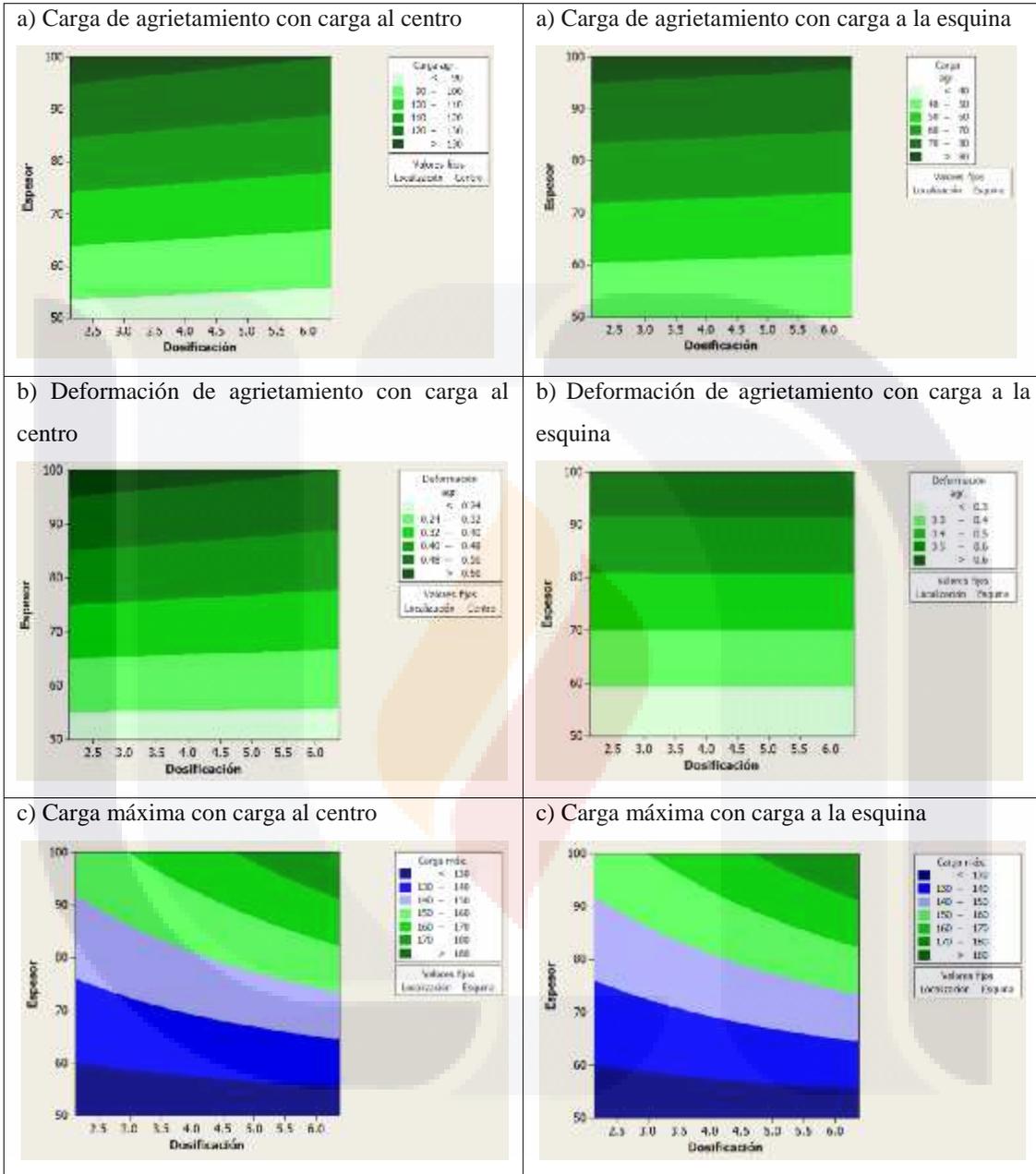
Gráficos de contorno de la interacción losa SFRC y suelo ML+C (continuación).



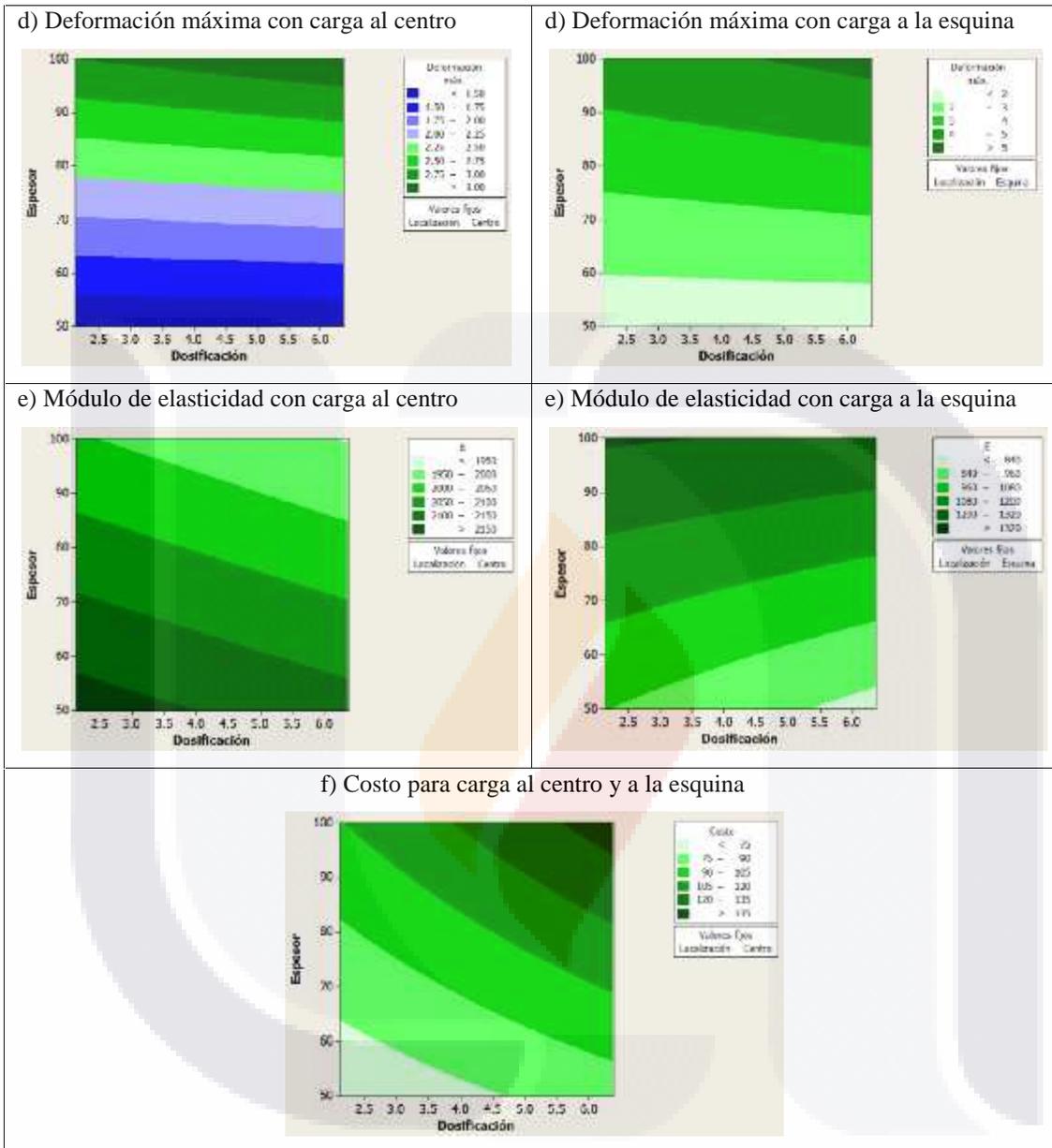
Gráficos de contorno de la interacción losa PFRC y suelo MS.



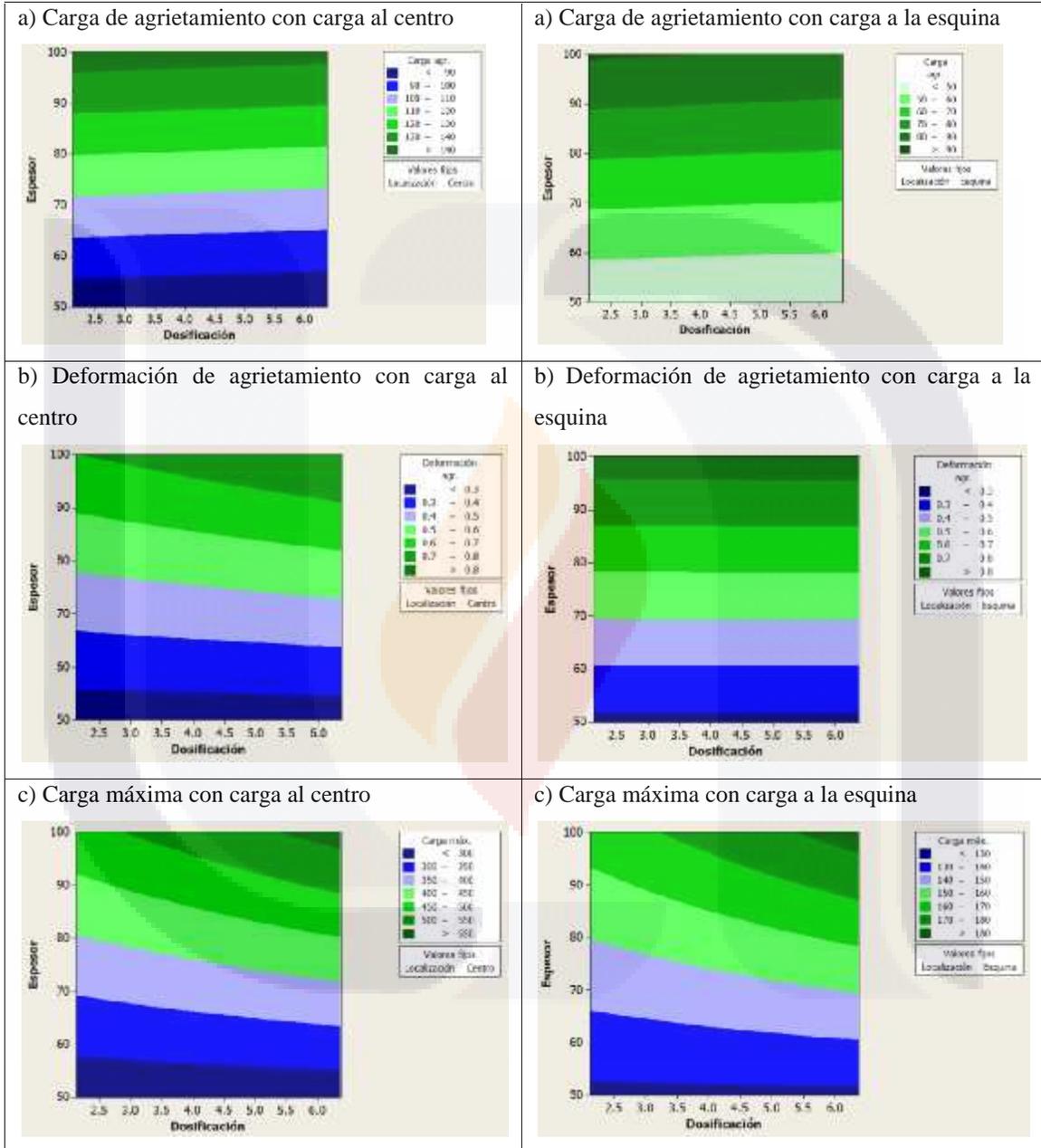
Gráficos de contorno de la interacción losa PFRC y suelo MS (continuación).



Gráficos de contorno de la interacción losa PFRC y suelo MS+CP.

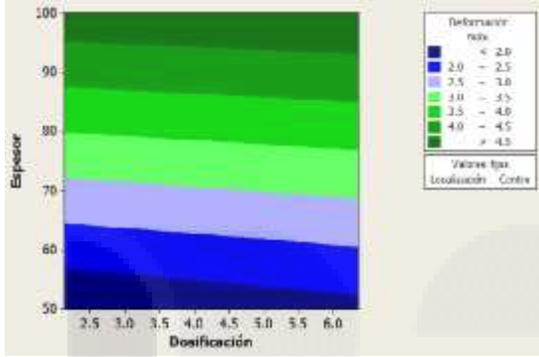


Gráficos de contorno de la interacción losa PFRC y suelo MS+CP (continuación).

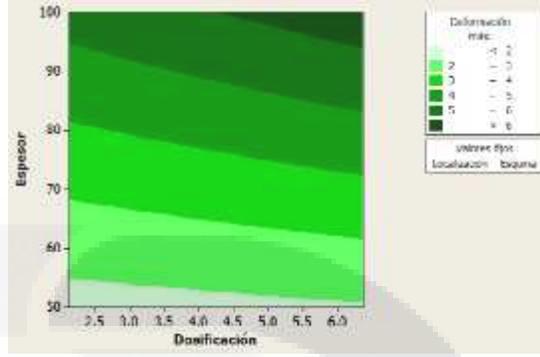


Gráficos de contorno de la interacción losa PFRC y suelo ML+C.

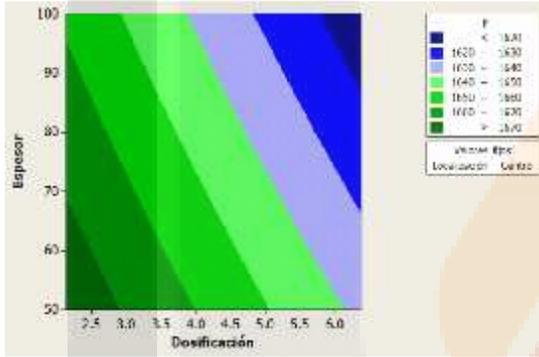
d) Deformación máxima con carga al centro



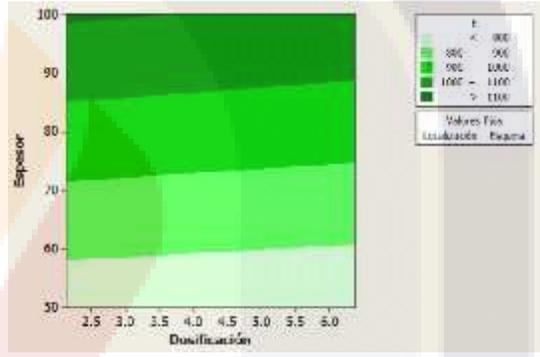
d) Deformación máxima con carga a la esquina



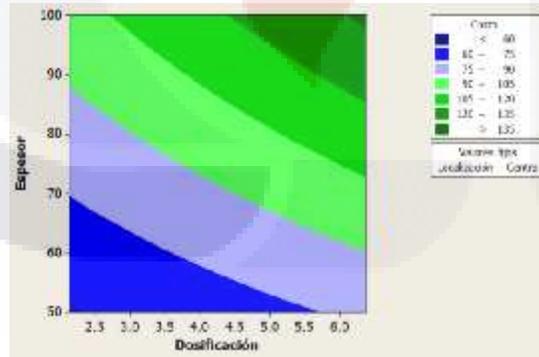
e) Módulo de elasticidad con carga al centro



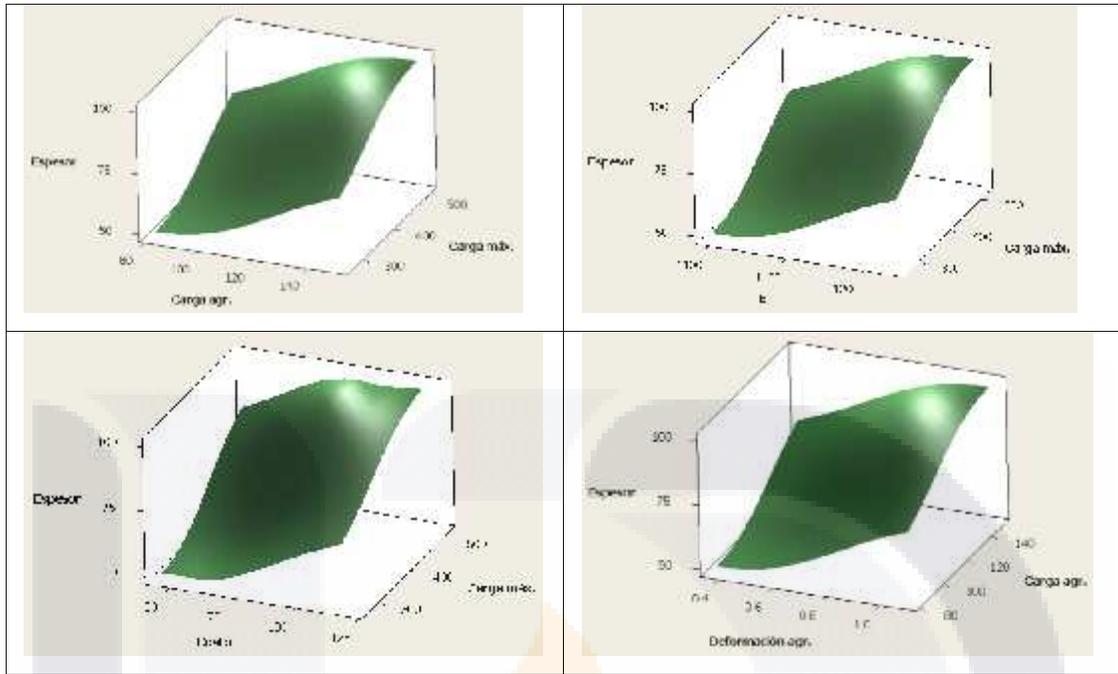
e) Módulo de elasticidad con carga a la esquina



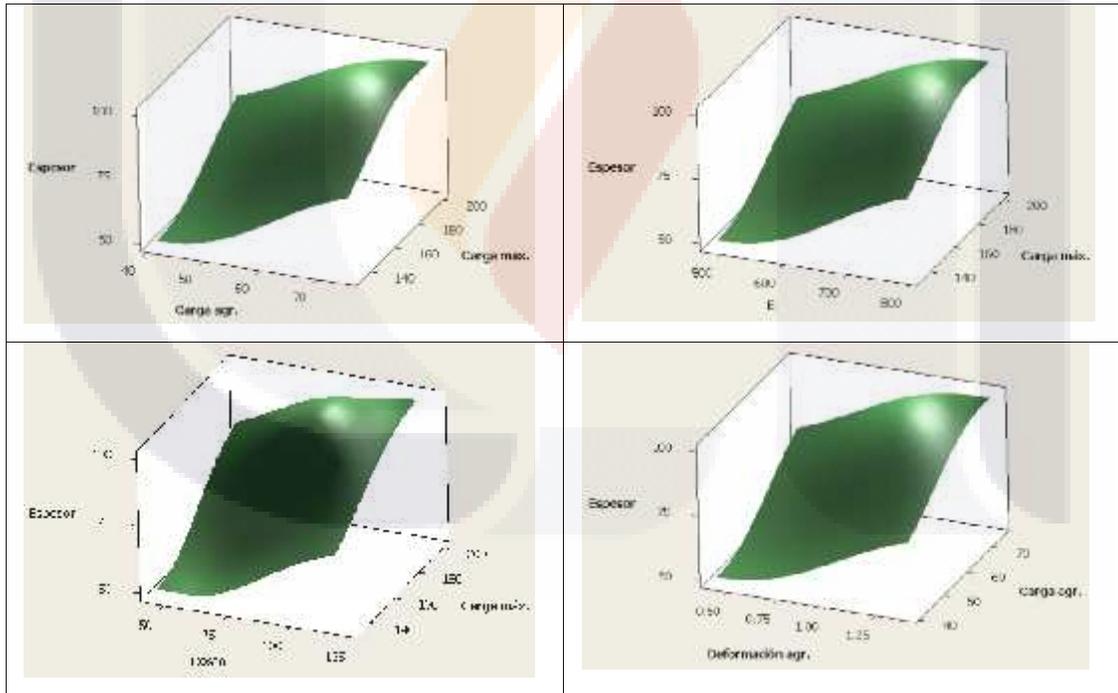
f) Costo para carga al centro y esquina



Gráficos de contorno de la interacción losa PFRC y suelo ML+C (continuación).

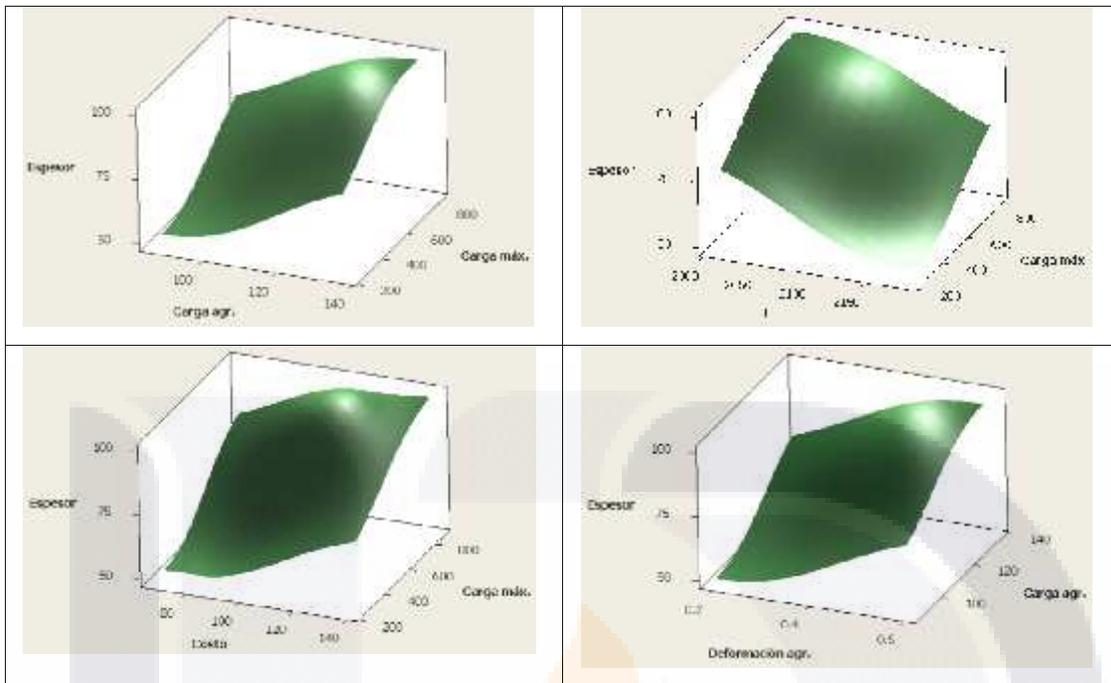


a) carga al centro.

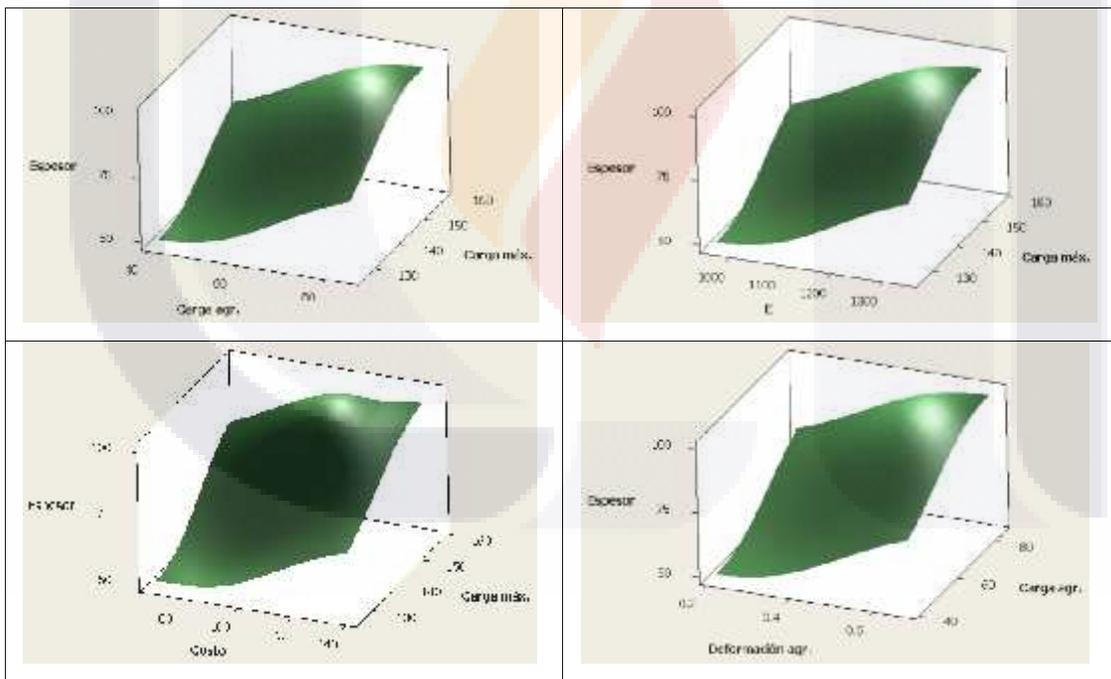


b) carga a la esquina.

Gráficos de superficie para la interacción losa SFRC y suelo MS.

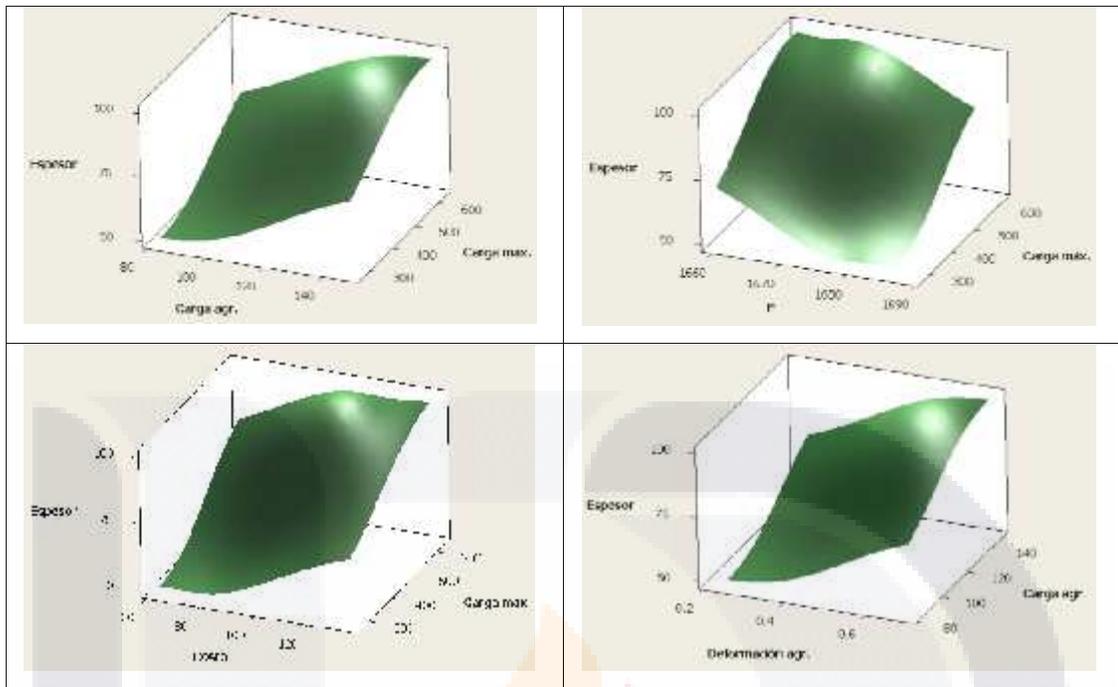


a) carga al centro.

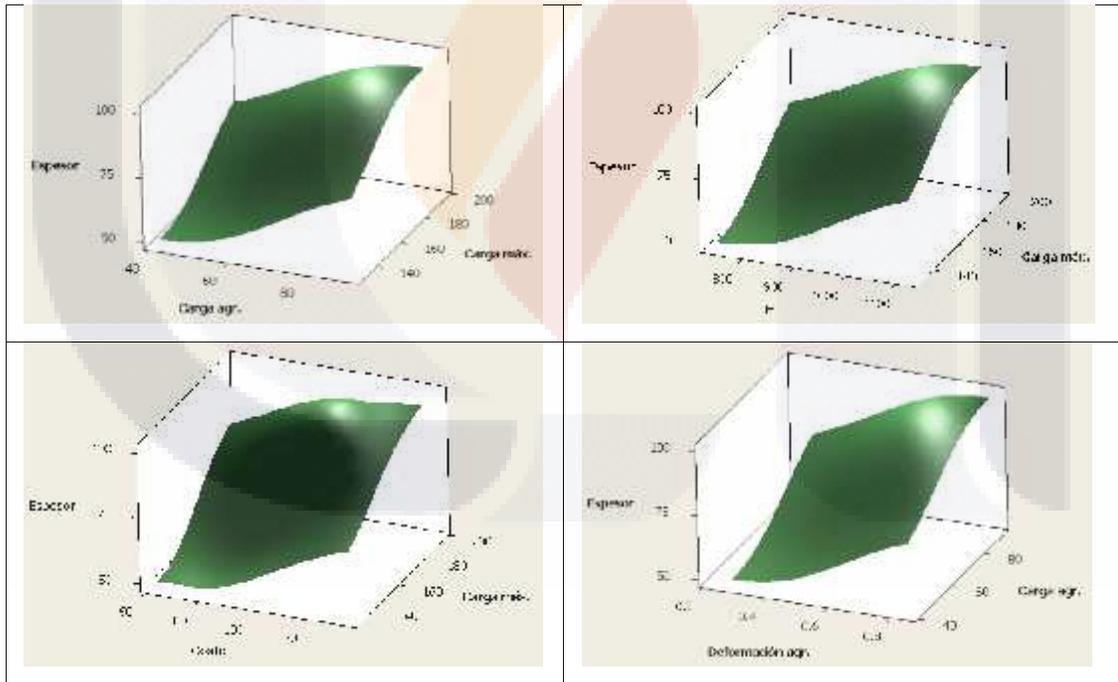


b) carga a la esquina.

Gráficos de superficie para la interacción losa SFRC y suelo MS+CP.

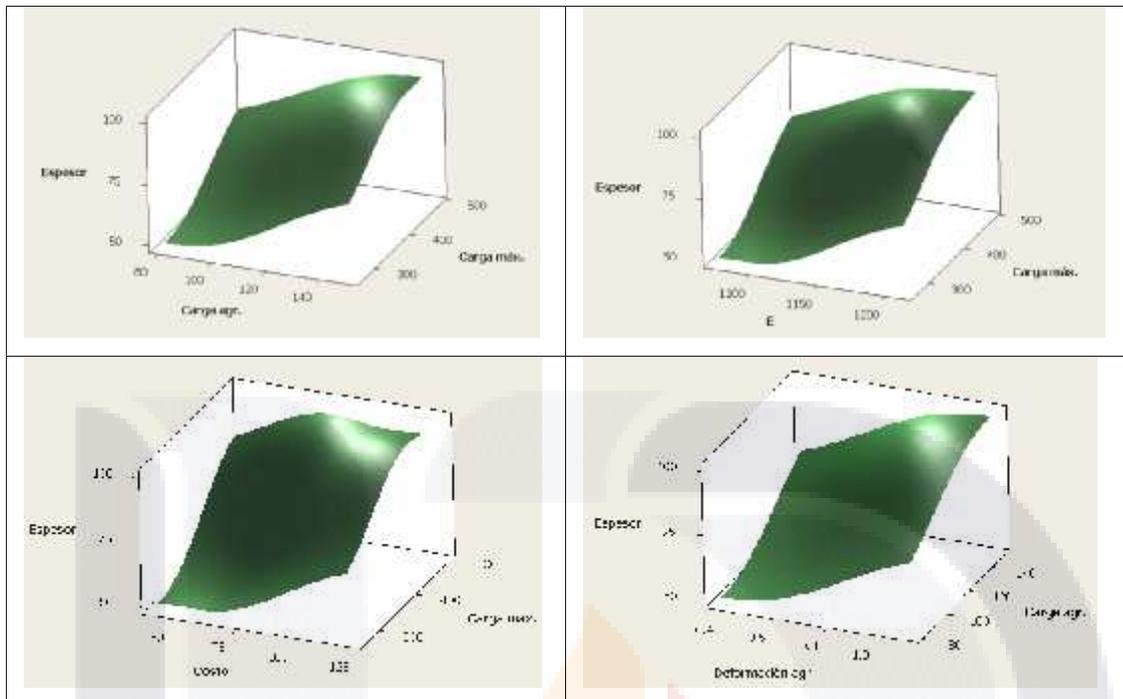


a) carga al centro.

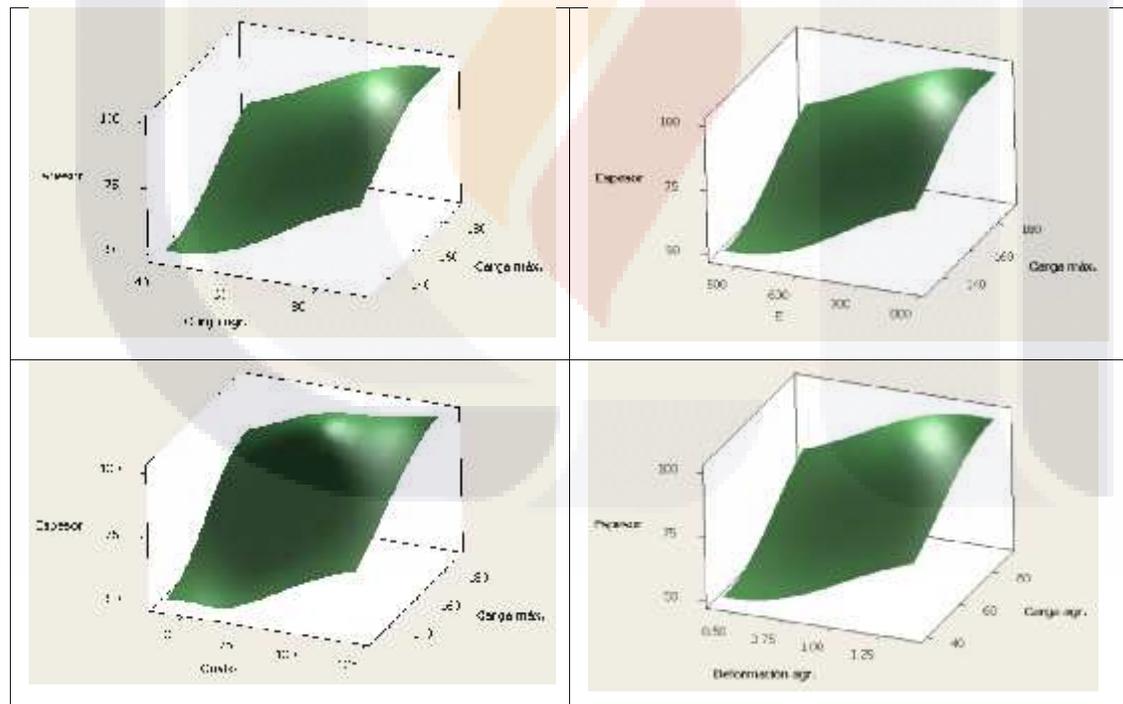


b) carga a la esquina.

Gráficos de superficie para la interacción losa SFRC y suelo ML+C.

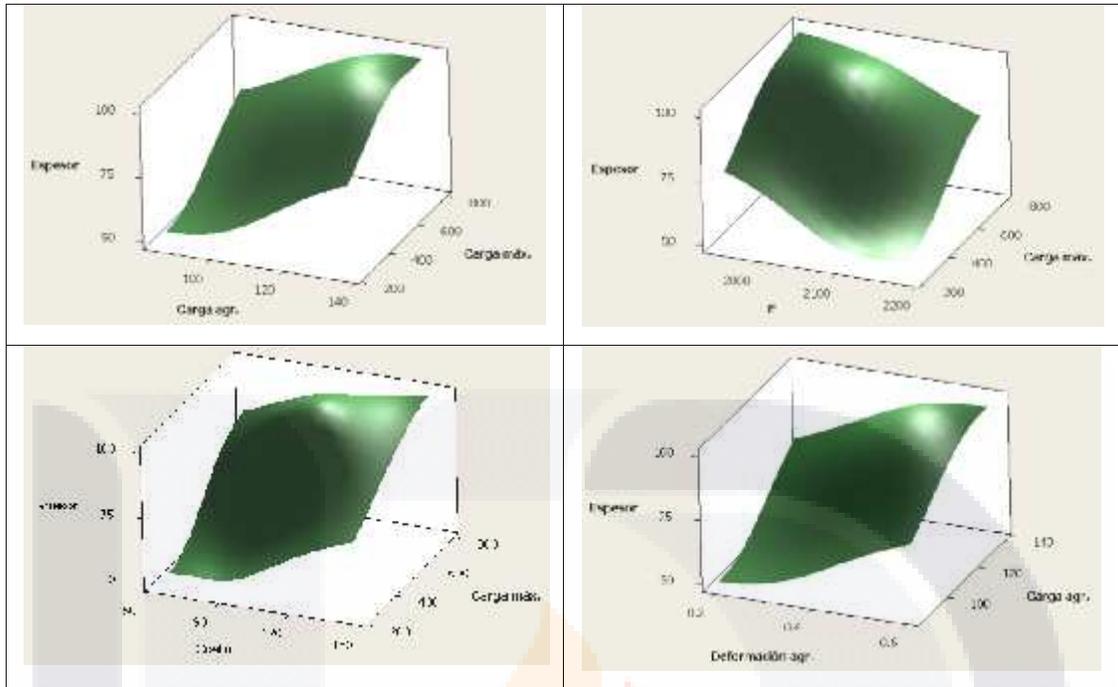


a) carga al centro

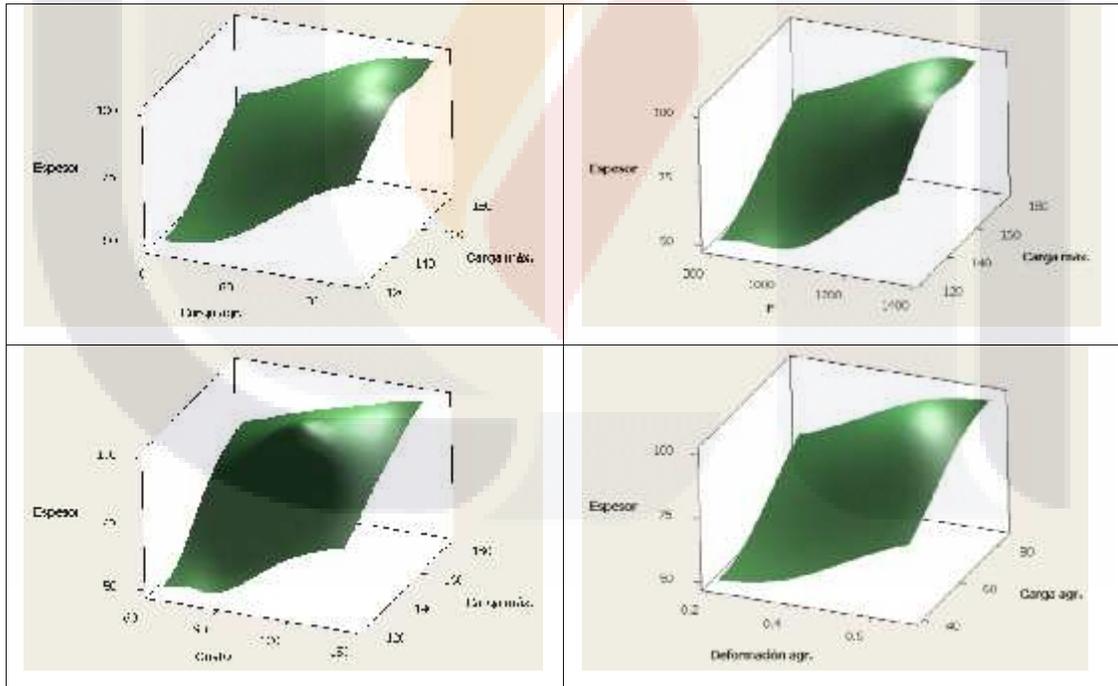


b) carga a la esquina

Gráficos de superficie para la interacción losa PFRC y suelo MS.

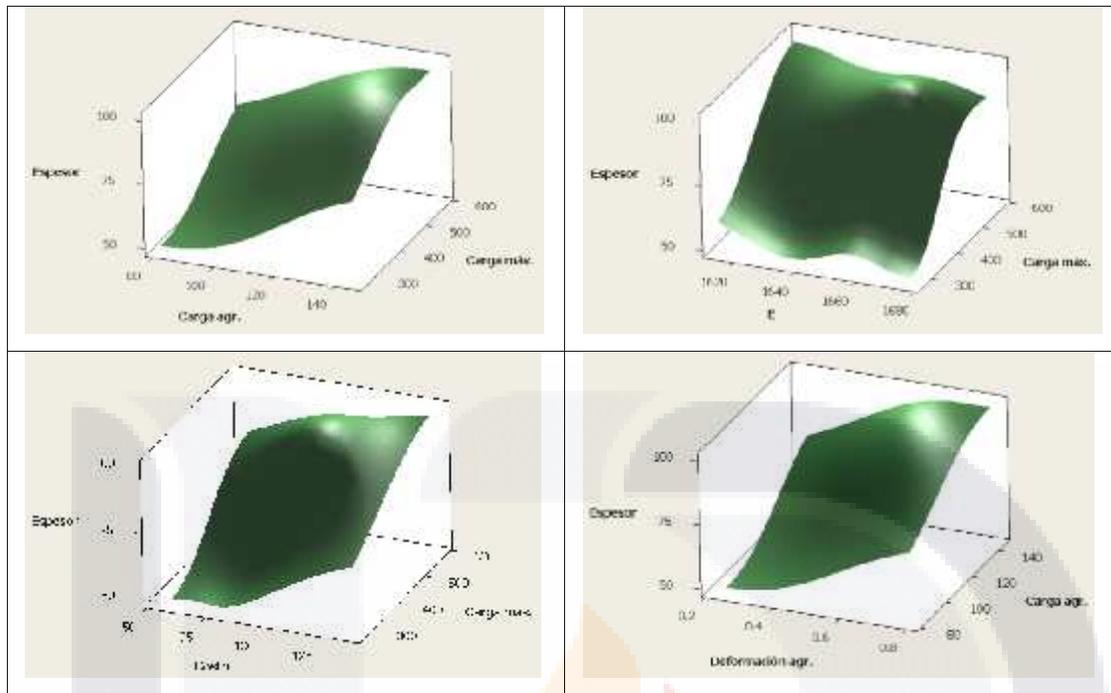


a) carga al centro

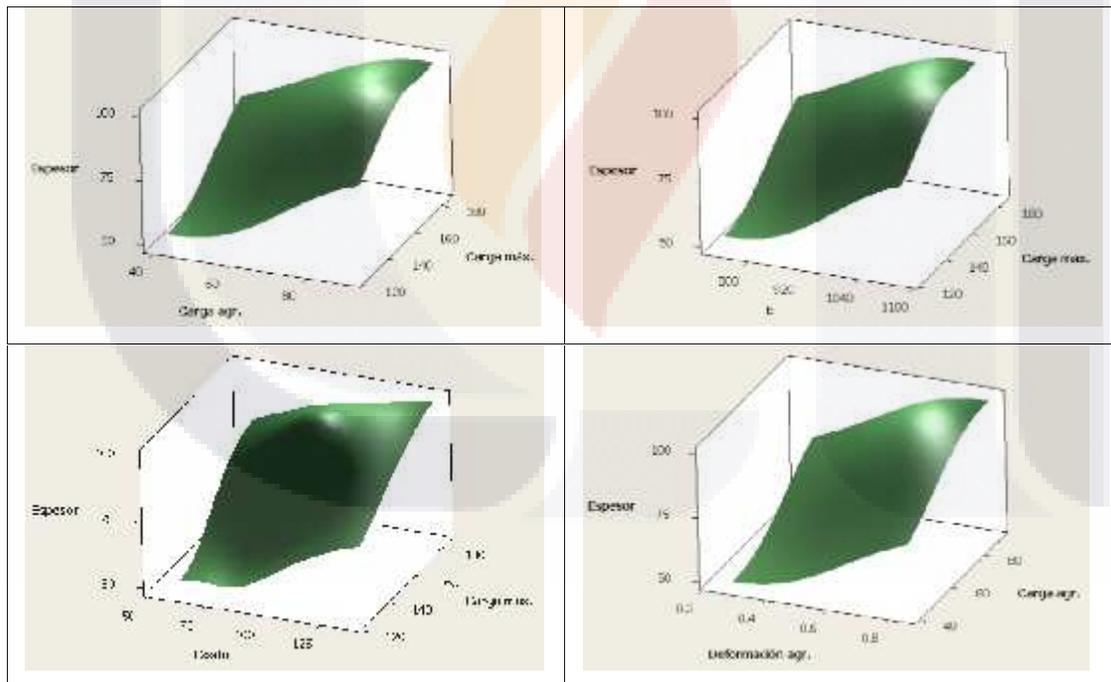


b) carga a la esquina

Gráficos de superficie para la interacción losa PFRC y suelo MS+CP.



a) carga al centro



b) carga a la esquina

Tabla 6.26.- Gráficos de superficie para la interacción losa PFRC y suelo ML+C.

Anexo E

Resultados del análisis de optimización

FIBRA PFRC									
Localización de carga	Dosificación (Kg/m3)	Suelo	Espesor de losa (mm)	Carga agrietamiento (kN)	Def. de agrietamiento (mm)	Carga máxima (kN)	Def. a carga máx. (mm)	E (Mpa)	Costo (USD)
centro	2.125	BM	50	82.6	0.38	262.9	2.06	1098	40.9
centro	2.125	BM	60	89.0	0.42	266.6	2.15	1280	49.1
centro	2.125	BM	70	137.4	0.81	299.5	6.38	1288	57.2
centro	2.125	BM	80	135.4	0.85	378.3	6.10	1312	65.4
centro	2.125	BM	90	147.8	1.09	375.5	6.95	1227	73.6
centro	2.125	BM	100	150.0	1.11	475.2	6.47	1211	81.8
centro	2.125	BML	50	83.2	0.25	265.8	1.55	1677	59.0
centro	2.125	BML	60	89.8	0.28	266.9	1.60	1949	67.1
centro	2.125	BML	70	137.8	0.55	310.6	4.85	1927	75.3
centro	2.125	BML	80	130.7	0.57	395.9	4.68	1914	83.5
centro	2.125	BML	90	136.0	0.70	440.0	4.78	1761	91.7
centro	2.125	BML	100	145.0	0.70	485.0	4.82	1658	99.9
centro	2.125	BMC	50	86.6	0.20	270.8	1.30	2174	63.7
centro	2.125	BMC	60	89.1	0.21	265.3	1.83	2513	71.8
centro	2.125	BMC	70	133.9	0.43	314.2	3.69	2465	80.0
centro	2.125	BMC	80	124.0	0.44	408.1	3.71	2425	88.2
centro	2.125	BMC	90	133.0	0.60	529.1	3.36	2185	96.4
centro	2.125	BMC	100	135.0	0.60	650.0	3.00	2005	104.5
centro	4.25	BM	50	82.1	0.37	259.6	2.35	1096	50.3
centro	4.25	BM	60	88.3	0.41	266.1	3.64	1278	60.4
centro	4.25	BM	70	134.0	0.79	299.3	6.40	1286	70.4
centro	4.25	BM	80	134.3	0.84	391.5	6.39	1309	80.5
centro	4.25	BM	90	144.2	1.06	403.2	6.44	1341	90.6

Anexo E

Resultados del análisis de optimización

FIBRA PFRC									
Localización de carga	Dosificación (Kg/m3)	Suelo	Espesor de losa (mm)	Carga agrietamiento (kN)	Def. de agrietamiento (mm)	Carga máxima (kN)	Def. a carga máx. (mm)	E (Mpa)	Costo (USD)
centro	4.25	BM	100	149.3	1.09	415.0	6.49	1373	100.6
centro	4.25	BML	50	82.8	0.25	262.6	1.54	1674	68.4
centro	4.25	BML	60	89.1	0.27	268.3	2.79	1949	78.5
centro	4.25	BML	70	137.8	0.55	310.6	4.85	1927	88.5
centro	4.25	BML	80	128.9	0.56	412.4	4.52	1910	98.6
centro	4.25	BML	90	134.9	0.71	456.2	4.66	1757	108.6
centro	4.25	BML	100	141.0	0.85	500.0	4.80	1655	118.7
centro	4.25	BMC	50	85.6	0.20	267.5	1.29	2169	73.1
centro	4.25	BMC	60	88.9	0.21	270.8	2.28	2507	83.1
centro	4.25	BMC	70	131.2	0.42	315.0	4.30	2459	93.2
centro	4.25	BMC	80	121.3	0.43	395.8	3.55	2420	103.3
centro	4.25	BMC	90	130.0	0.58	540.6	3.24	2180	113.3
centro	4.25	BMC	100	132.1	0.58	685.5	2.93	2000	123.4
centro	6.375	BM	50	80.7	0.38	265.7	2.51	1074	59.7
centro	6.375	BM	60	87.1	0.42	278.9	3.95	1251	71.7
centro	6.375	BM	70	135.9	0.82	320.3	6.83	1258	83.6
centro	6.375	BM	80	132.1	0.85	416.5	6.70	1279	95.6
centro	6.375	BM	90	144.1	1.09	423.3	6.74	1216	107.5
centro	6.375	BM	100	148.3	1.10	430.0	6.78	1180	119.5
centro	6.375	BML	50	81.3	0.25	269.2	1.85	1638	77.8
centro	6.375	BML	60	87.7	0.28	281.1	2.96	1903	89.8
centro	6.375	BML	70	134.6	0.55	332.4	4.85	1882	101.7
centro	6.375	BML	80	127.5	0.57	433.7	4.98	1868	113.7
centro	6.375	BML	90	135.2	0.69	501.8	4.96	1716	125.6

Anexo E

Resultados del análisis de optimización

FIBRA PFRC									
Localización de carga	Dosificación (Kg/m3)	Suelo	Espesor de losa (mm)	Carga agrietamiento (kN)	Def. de agrietamiento (mm)	Carga máxima (kN)	Def. a carga máx. (mm)	E (Mpa)	Costo (USD)
centro	6.375	BML	100	142.8	0.80	570.0	4.93	1614	137.6
centro	6.375	BMC	50	84.6	0.20	275.1	1.31	2120	82.5
centro	6.375	BMC	60	86.9	0.21	280.6	2.43	2450	94.5
centro	6.375	BMC	70	129.4	0.42	333.3	4.65	2402	106.4
centro	6.375	BMC	80	120.9	0.44	400.0	2.55	2362	118.4
centro	6.375	BMC	90	125.5	0.50	600.0	2.87	2126	130.3
centro	6.375	BMC	100	130.0	0.56	800.0	3.20	1948	142.3
esquina	2.125	BM	50	41.1	0.42	130.0	2.33	486	40.9
esquina	2.125	BM	60	45.2	0.47	133.2	2.42	578	49.1
esquina	2.125	BM	70	71.6	0.90	137.2	6.57	604	57.2
esquina	2.125	BM	80	74.8	0.94	171.2	6.19	658	65.4
esquina	2.125	BM	90	88.6	1.21	173.0	8.54	701	73.6
esquina	2.125	BM	100	89.0	1.40	175.0	9.18	788	81.8
esquina	2.125	BML	50	41.4	0.28	128.1	1.62	741	59.0
esquina	2.125	BML	60	44.5	0.31	128.7	1.71	867	67.1
esquina	2.125	BML	70	68.3	0.59	127.3	5.09	887	75.3
esquina	2.125	BML	80	70.1	0.56	159.2	4.05	951	83.5
esquina	2.125	BML	90	82.0	0.83	161.0	6.12	997	91.7
esquina	2.125	BML	100	91.0	0.85	164.9	5.40	1111	99.9
esquina	2.125	BMC	50	41.0	0.21	123.6	1.38	963	63.7
esquina	2.125	BMC	60	43.8	0.24	121.7	1.42	1110	71.8
esquina	2.125	BMC	70	66.5	0.47	122.0	3.39	1113	80.0

Anexo E

Resultados del análisis de optimización

esquina	2.125	BMC	80	65.5	0.48	150.0	3.80	1174	88.2
esquina	2.125	BMC	90	75.9	0.65	151.0	4.50	1210	96.4

<b>FIBRA PFRC</b>									
Localización de carga	Dosificación (Kg/m3)	Suelo	Espesor de losa (mm)	Carga agrietamiento (kN)	Def. de agrietamiento (mm)	Carga máxima (kN)	Def. a carga máx. (mm)	E (Mpa)	Costo (USD)
esquina	2.125	BMC	100	84.4	0.68	155.0	4.60	1334	104.5
esquina	4.25	BM	50	40.7	0.42	128.1	2.31	485	50.3
esquina	4.25	BM	60	44.9	0.47	131.4	2.42	577	60.4
esquina	4.25	BM	70	69.8	0.88	137.6	6.59	603	70.4
esquina	4.25	BM	80	73.8	0.64	175.7	6.18	657	80.5
esquina	4.25	BM	90	87.6	1.20	178.0	8.48	700	90.6
esquina	4.25	BM	100	87.8	1.39	180.0	10.08	786	100.6
esquina	4.25	BML	50	41.0	0.28	126.1	1.61	739	68.4
esquina	4.25	BML	60	44.0	0.31	126.6	1.69	865	78.5
esquina	4.25	BML	70	67.6	0.59	126.6	5.06	885	88.5
esquina	4.25	BML	80	68.7	0.61	164.1	5.10	949	98.6
esquina	4.25	BML	90	81.1	0.82	166.7	5.60	995	108.6
esquina	4.25	BML	100	89.7	0.84	169.4	5.61	1109	118.7
esquina	4.25	BMC	50	40.9	0.21	122.2	1.38	961	73.1
esquina	4.25	BMC	60	42.1	0.23	119.4	1.43	1108	83.1
esquina	4.25	BMC	70	64.8	0.46	120.0	3.56	1110	93.2
esquina	4.25	BMC	80	65.3	0.48	155.0	3.63	1171	103.3
esquina	4.25	BMC	90	75.1	0.65	156.0	3.63	1207	113.3
esquina	4.25	BMC	100	82.9	0.67	160.0	3.71	1331	123.4

Anexo E

Resultados del análisis de optimización

esquina	6.375	BM	50	40.1	0.42	131.3	2.78	474	59.7
esquina	6.375	BM	60	44.1	0.47	136.1	4.37	564	71.7
esquina	6.375	BM	70	70.0	0.90	145.0	7.17	589	83.6
esquina	6.375	BM	80	73.0	0.94	183.6	6.94	642	95.6
esquina	6.375	BM	90	86.5	1.21	186.8	7.19	684	107.5

FIBRA PFRC									
Localización de carga	Dosificación (Kg/m3)	Suelo	Espesor de losa (mm)	Carga agrietamiento (kN)	Def. de agrietamiento (mm)	Carga máxima (kN)	Def. a carga máx. (mm)	E (Mpa)	Costo (USD)
esquina	6.375	BM	100	90.0	1.31	190.0	8.40	768	119.5
esquina	6.375	BML	50	40.4	0.28	128.1	1.93	723	77.8
esquina	6.375	BML	60	43.5	0.31	128.8	3.06	845	89.8
esquina	6.375	BML	70	66.7	0.60	131.0	5.68	864	101.7
esquina	6.375	BML	80	68.4	0.62	173.6	5.58	926	113.7
esquina	6.375	BML	90	81.2	0.84	179.1	6.08	970	125.6
esquina	6.375	BML	100	88.7	0.85	184.6	6.57	1081	137.6
esquina	6.375	BMC	50	39.9	0.21	123.6	1.38	800	82.5
esquina	6.375	BMC	60	44.1	0.47	122.0	1.42	910	94.5
esquina	6.375	BMC	70	63.9	0.46	124.0	3.56	1082	106.4
esquina	6.375	BMC	80	63.6	0.48	164.0	4.00	1141	118.4
esquina	6.375	BMC	90	73.7	0.66	175.0	5.00	1175	130.3
esquina	6.375	BMC	100	82.0	0.68	180.0	5.30	1294	142.3

Anexo E

Resultados del análisis de optimización

<b>FIBRA SFRC</b>									
<b>Localización de carga</b>	<b>Dosificación (Kg/m3)</b>	<b>Suelo</b>	<b>Espesor de losa (mm)</b>	<b>Carga agrietamiento (kN)</b>	<b>Def. de agrietamiento (mm)</b>	<b>Carga máxima (kN)</b>	<b>Def. a carga máx. (mm)</b>	<b>E (Mpa)</b>	<b>Costo (USD)</b>
centro	20	BM	50	82.5047	0.375258	267.131	2.50728	1099.31	45.0
centro	20	BM	60	88.86	0.416119	281.042	4.09839	1281.27	54.0
centro	20	BM	70	139.843	0.821326	320.346	6.86379	1289.49	63.0
centro	20	BM	80	135.162	0.844799	424.864	6.6948	1312.92	72.0
centro	20	BM	90	147.092	1.07986	464.5255	6.95157	1249.34	81.0
centro	20	BM	100	149	1.09	504.187	7.20834	1212.5	90.0
centro	20	BML	50	83.1765	0.247718	270.735	1.84642	1678.86	63.1
centro	20	BML	60	89.5896	0.275569	283.412	2.94866	1950.64	72.1
centro	20	BML	70	136.364	0.544626	340.468	4.91862	1929.11	81.1
centro	20	BML	80	130.109	0.568039	438.772	4.97718	1915.79	90.1
centro	20	BML	90	145.8	0.642941	519.436	4.98859	1762.74	99.1
centro	20	BML	100	147	0.696507	600.1	5	1660.08	108.1
centro	20	BMC	50	86.5665	0.199127	276.613	1.59584	2175.76	67.8
centro	20	BMC	60	89.116	0.212812	284.375	2.42672	2514.99	76.8
centro	20	BMC	70	133.882	0.425967	329.828	3.56172	2467.1	85.8

Anexo E

Resultados del análisis de optimización

centro	20	BMC	80	124.01	0.435154	414.344	3.70896	2427.7	94.8
centro	20	BMC	90	133	0.6	601.368	3.46948	2187.8	103.8
centro	20	BMC	100	135	0.6	788.392	3.23	2006.8	112.8
centro	30	BM	50	82.7087	0.376777	274.649	2.5145	1097.58	51.6
centro	30	BM	60	89.4241	0.419431	290.34	3.96276	1279.22	62.0
centro	30	BM	70	138.669	0.814163	334.546	7.02545	1287.33	72.3
centro	30	BM	80	136.01	0.851687	442.883	6.85169	1310.63	82.7
centro	30	BM	90	148	1.11066	403.416	7.49735	1247.08	93.0
centro	30	BM	100	150	1.12252	520.49	7.52662	1210.27	103.3

FIBRA SFRC									
Localización de carga	Dosificación (Kg/m3)	Suelo	Espesor de losa (mm)	Carga agrietamiento (kN)	Def. de agrietamiento (mm)	Carga máxima (kN)	Def. a carga máx. (mm)	E (Mpa)	Costo (USD)
centro	30	BML	50	83.4007	0.248801	278.411	1.85522	1676.05	69.7
centro	30	BML	60	90.1801	0.277848	292.817	3.41364	1947.4	80.1
centro	30	BML	70	139.43	0.558419	352.401	4.98538	1925.87	90.4
centro	30	BML	80	131.779	0.576526	459.368	5.13573	1912.5	100.7
centro	30	BML	90	147	0.659021	539.684	5.317865	1759.55	111.1
centro	30	BML	100	150	0.705639	620	5.5	1656.91	121.4
centro	30	BMC	50	87.162	0.200653	284.72	1.61634	2171.96	74.4
centro	30	BMC	60	89.0459	0.212812	292.155	2.42672	2510.54	84.8
centro	30	BMC	70	131.309	0.417403	344.164	4.80507	2462.64	95.1
centro	30	BMC	80	123.5	0.434284	433.612	3.86218	2423.24	105.4
centro	30	BMC	90	128.25	0.512142	606.806	3.99609	2183.6	115.8
centro	30	BMC	100	133	0.59	780	4.13	2002.74	126.1

Anexo E

Resultados del análisis de optimización

centro	40	BM	50	82.8719	0.375362	273.664	2.50777	1103.89	58.3
centro	40	BM	60	89.285	0.383637	298.102	3.94934	1286.72	70.0
centro	40	BM	70	139.034	0.812431	343.091	7.10871	1295.22	81.6
centro	40	BM	80	135.867	0.845166	448.905	6.84517	1319.02	93.3
centro	40	BM	90	150	1.08069	402.788	7.3939	1255.36	105.0
centro	40	BM	100	151	1.09257	521.336	7.34577	1218.43	116.7
centro	40	BML	50	83.5655	0.247775	277.541	1.84689	1686.31	76.4
centro	40	BML	60	90.0298	0.275703	300.09	3.39954	1959.28	88.1
centro	40	BML	70	137.221	0.545569	358.283	5.06924	1937.74	99.7
centro	40	BML	80	130.845	0.568566	453.981	4.97767	1924.57	111.4
centro	40	BML	90	146.5	0.643331	543.8759517	5.05137	1771.22	123.1

FIBRA SFRC									
Localización de carga	Dosificación (Kg/m3)	Suelo	Espesor de losa (mm)	Carga agrietamiento (kN)	Def. de agrietamiento (mm)	Carga máxima (kN)	Def. a carga máx. (mm)	E (Mpa)	Costo (USD)
centro	40	BML	100	148.30	0.696	633.770	5.125	1668.53	134.7
centro	40	BMC	50	86.73	0.198	284.029	1.596	2185.87	81.1
centro	40	BMC	60	89.62	0.210	298.315	2.576	2526.82	92.7
centro	40	BMC	70	133.78	0.422	254.998	2.642	2478.95	104.4
centro	40	BMC	80	123.83	0.431	294.029	2.509	2439.57	116.1
centro	40	BMC	90	129.16	0.505	585.659	3.224	2198.96	127.8
centro	40	BMC	100	134.50	0.580	877.290	3.940	2017.6	139.4
esquina	20	BM	50	40.98	0.421	132.124	2.770	486.337	45.0
esquina	20	BM	60	45.12	0.467	138.111	4.217	578.756	54.0
esquina	20	BM	70	70.26	0.880	145.271	6.745	604.576	63.0

Anexo E

Resultados del análisis de optimización

esquina	20	BM	80	74.47	0.934	186.907	6.934	658.704	72.0
esquina	20	BM	90	88.69	1.210	170.774	8.755	702.096	81.0
esquina	20	BM	100	73.28	1.397	185.014	9.001	788.833	90.0
esquina	20	BML	50	41.28	0.278	129.455	1.917	741.35	63.1
esquina	20	BML	60	44.38	0.306	130.535	3.047	867.776	72.1
esquina	20	BML	70	67.71	0.588	136.853	5.437	887.633	81.1
esquina	20	BML	80	69.60	0.615	175.271	5.399	951.712	90.1
esquina	20	BML	90	81.79	0.822	177.644	6.090	998.484	99.1
esquina	20	BML	100	90.63	0.844	180.018	6.781	1112.47	108.1
esquina	20	BMC	50	41.01	0.212	125.397	1.376	963.567	67.8
esquina	20	BMC	60	43.61	0.235	123.209	1.399	1111.44	76.8
esquina	20	BMC	70	65.88	0.464	109.176	3.602	1113.74	85.8
esquina	20	BMC	80	65.56	0.476	141.372	3.627	1175.45	94.8
esquina	20	BMC	90	75.67	0.650	150.142	3.673	1211.86	103.8

FIBRA SFRC									
Localización de carga	Dosificación (Kg/m3)	Suelo	Espesor de losa (mm)	Carga agrietamiento (kN)	Def. de agrietamiento (mm)	Carga máxima (kN)	Def. a carga máx. (mm)	E (Mpa)	Costo (USD)
esquina	20	BMC	100	84.0778	0.675219	152	3.71969	1335.74	112.8
esquina	30	BM	50	41.2518	0.424822	135.819	2.78624	485.519	51.6
esquina	30	BM	60	45.9054	0.476719	142.24	4.37672	577.767	62.0
esquina	30	BM	70	72.5884	0.911064	151.725	7.4779	603.519	72.3
esquina	30	BM	80	75.4567	0.948903	192.278	7.0989	657.537	82.7
esquina	30	BM	90	90.0348	1.23049	177.226	9.16742	702.072	93.0
esquina	30	BM	100	75.3151	1.31811	190	10.0103	762.488	103.3

Anexo E

Resultados del análisis de optimización

esquina	30	BML	50	41.5663	0.280824	132.602	1.93327	740.075	69.7
esquina	30	BML	60	44.8269	0.31049	134.735	3.06892	866.247	80.1
esquina	30	BML	70	69.4194	0.604743	138.858	5.81678	886.017	90.4
esquina	30	BML	80	70.0545	0.620236	177.634	6.21899	949.927	100.7
esquina	30	BML	90	84.9683	0.854767	182.386	6.252035	996.566	111.1
esquina	30	BML	100	93.0378	0.868949	187.138	6.28508	1110.29	121.4
esquina	30	BMC	50	40.9385	0.212812	127.866	1.37672	961.843	74.4
esquina	30	BMC	60	43.8597	0.237209	126.307	1.42677	1109.39	84.8
esquina	30	BMC	70	66.5544	0.469926	108.97	3.50603	1111.58	95.1
esquina	30	BMC	80	66.9469	0.488251	142.966	3.64184	1173.1	105.4
esquina	30	BMC	90	76.4741	0.659511	152	3.613	1209.34	115.8
esquina	30	BMC	100	85.1481	0.685565	154	3.7441	1332.89	126.1
esquina	40	BM	50	41.1824	0.421507	135.106	2.77179	488.513	58.3
esquina	40	BM	60	45.3397	0.46791	145.69	4.81791	581.392	70.0
esquina	40	BM	70	70.6353	0.880463	153.187	7.34587	607.385	81.6
esquina	40	BM	80	74.8933	0.935463	197.684	7.23546	661.803	93.3
esquina	40	BM	90	89.2179	1.21155	199	9.01848	705.432	105.0

FIBRA SFRC									
Localización de carga	Dosificación (Kg/m3)	Suelo	Espesor de losa (mm)	Carga agrietamiento (kN)	Def. de agrietamiento (mm)	Carga máxima (kN)	Def. a carga máx. (mm)	E (Mpa)	Costo (USD)
esquina	40	BM	100	74.9949	1.3036	201	9.5	792.587	116.7
esquina	40	BML	50	41.4924	0.278568	132.07	1.91838	744.743	76.4
esquina	40	BML	60	44.616	0.307045	137.186	3.19851	871.844	88.1
esquina	40	BML	70	68.1424	0.588821	144.017	5.72882	891.935	99.7

Anexo E

Resultados del análisis de optimización

esquina	40	BML	80	70.0289	0.61567	185.098	5.80714	956.448	111.4
esquina	40	BML	90	82.2773	0.822505	188.0015	6.426005	1003.6	123.1
esquina	40	BML	100	91.1921	0.844736	190.905	7.04487	1118.26	134.7
esquina	40	BMC	50	41.2069	0.212812	127.454	1.37672	968.151	81.1
esquina	40	BMC	60	43.966	0.236187	125.85	2.01361	1116.9	92.7
esquina	40	BMC	70	66.3235	0.464881	111.429	3.63193	1119.47	104.4
esquina	40	BMC	80	65.9288	0.476719	143.842	3.62107	1181.72	116.1
esquina	40	BMC	90	76.1664	0.651145	153	3.67504	1218.58	127.8
esquina	40	BMC	100	84.6319	0.675558	156	4.1	1343.33	139.4

## ANEXO F

### ENSAYOS DE ABRASIÓN EN PISOS INDUSTRIALES

En el anexo F se indica los resultados generados de un proceso experimental para estimar la resistencia superficial del concreto, añadiendo diferentes tipos de endurecedores superficiales, en total se utilizaron 8 endurecedores, para un total de 81 ensayos.

El objetivo de estos ensayos es analizar los endurecedores comerciales, evaluándolos en base su rendimiento ante el desgaste abrasivo, efecto que se genera por la circulación sobre los pisos industriales.

El cemento utilizado fue de baja contracción Portland MR40, con una resistencia a la compresión de 200 kg/ cm<sup>2</sup> el cual cumple con los requerimientos de la norma ASTM. Los agregados se muestran en la Tabla 1-F.

Material	Peso (Kg/m <sup>3</sup> )
Cemento	308.00
Arena triturada riolítica	191.03
Arena de rio	449.03
Grava triturada riolítica de 20mm	532.01
Grava triturada riolítica de 40mm	650.27
Agua	185.00

Tabla 1-F.- Agregados del diseño de concreto clase MR-40.

Los aditivos empleados para generar una dureza superficial en la cara de las losas de concreto fueron nueve, encontrándose líquidos y sólidos, la Tabla 2-F indica los endurecedores utilizados, sus características y dosificación empleada.

Nomenclatura	Marca	Dosificación	Descripción
T1	MASTERTOP ® SMT	6.25 kg/ cm <sup>2</sup>	Es un coronamiento superficial delgado de alta resistencia, para reparaciones donde un endurecedor superficial metálico no provee suficiente protección pero donde se requiere de un blindaje grueso.

Tabla 2-F.- Relación de endurecedores utilizados.

Nomenclatura	Marca	Dosificación	Descripción
T2	MASTERPLA TE ® 200	6.25 kg/ cm <sup>2</sup>	Es un endurecedor en polvo cementicio, para blindaje de hierro de pisos, mejorando el uso y la resistencia al impacto de pisos de concreto.
T3	MASTER CRON ®	6.25 kg/ cm <sup>2</sup>	Endurecedor superficial en polvo coloreado, mejora la resistencia al desgaste de los pisos
T4	Sin Endurecedor (control)	Sin endurec edor	Elementos comparativos de superficie sin ningún tratamiento especial.
T5	ASHFORD FORMULA ®	204 ml/m <sup>2</sup>	Líquido incoloro y transparente que penetra el concreto, protegiendo, preservando y reforzando, aumentado su densidad, resistencia y dureza.
T6	SIKAFLOOR ® CURE HARD-24	5000 ml/m <sup>2</sup>	Es un endurecedor líquido con base en silicatos, no tiene olor ni color, reacciona químicamente con la cal libre y los carbonatos del concreto para producir una superficie dura y densa.

Tabla 2-F.- Relación de endurecedores utilizados. (Continuación)

Nomenclatura	Marca	Dosificación	Descripción
T7	KEMOX® A	4 kg/cm <sup>2</sup>	Es un endurecedor para pisos formado por gránulos de hierro, no contiene cemento, grasa o aluminio.
T8	SIKAPISO® 40	3.5 kg/cm <sup>2</sup>	Endurecedor superficial basado en arenas silicas, sellantes y humo de sílice con altas resistencias mecánicas, que proporciona a los pisos de concreto durabilidad y resistencia al desgaste, no contiene cemento.
T9	FESTER® ENDUMIN	2 kg/cm <sup>2</sup>	Agregado mineral no oxidable, de granulometría uniforme y agentes dispersantes que permiten la integración del endurecedor a la parte superficial del concreto, produciendo un acabado de alta resistencia a la abrasión.

Tabla 2-F.- Relación de endurecedores utilizados. (Continuación)

Para esta investigación se generaron nueve losas de 2000 x 2000 mm con un espesor de 130 mm para la aplicación de los ocho aditivos más la losa de control. De cada piso se extrajeron nueve muestras de cada tipo de endurecedor más la de control, dando un total de 81 ensayos. Las dimensiones de los especímenes cilíndricos extraídos, son inicialmente de 100x130 mm, la extracción se realizó 9 días después del colado, para ello se utilizó un extractor de corazones de concreto con una broca de 6 in. Debido a que la superficie de asentamiento de las muestras presentaba una geometría irregular, las muestras fueron cortadas quedando con dimensiones de 100x50 mm. La figura 3-F muestra una fotografía de las losas generadas para las muestras del ensayo.



Figura 3-F.- Imagen de las losas con los ocho endurecedores y la losa de control.

También se requirió de la construcción de la herramienta abrasiva, la cual se conforma de 16 discos de desgaste, contruidos de acero templado con un diámetro de 37.5 mm, los cuales están separados por arandelas de bronce. Las figuras 4-F y 5-F muestra el equipamiento que contiene el sistema de disco rotativo que fue manufacturado y calibrado para el proceso de ensayo.



Figura 4-F.- Herramienta abrasiva para los ensayos.

Figura 5-F.- Maquina rotativa para los ensayos de abrasión

Antes de efectuar los ensayos se registraron dimensiones y peso de las muestras. Para las mediciones se utilizó un calibrador vernier con una capacidad de 0.02 mm y para el registro del peso una báscula digital con una capacidad de 0.1 gr. El procedimiento

consiste en el montaje y nivelación del espécimen con dimensiones de 150 mm de diámetro y 50 mm de altura, activar el disco abrasivo a una velocidad angular de 250 RPM, con la carga de acción calibrada a 20 Kg y en forma simultánea se registró el tiempo del ensayo (2,4 y 6 minutos). Posteriormente se realizaron dos mediciones una de desgaste en función de la profundidad y otra en función del peso debido a la masa perdida. La prueba fue realizada a los 19, 20 y 28 días después de colada la losa. En total se desarrollaron 72 ensayos, las figuras 6-F y 7-F muestran los especímenes efectuados.



Figuras 6-F y 7-F.-Imagen de los especímenes ensayados a abrasión.

Las pruebas se realizaron a una velocidad de 250 RPM y con la aplicación de un peso de 20 Kg. Se ensayaron 4 especímenes de cada clase a 19 días y 2 minutos, 1 espécimen a 20 días y 4 minutos, finalmente 4 especímenes a 28 días y 6 min. De acuerdo con las recomendaciones de la norma ASTM C944, la herramienta abrasiva debe ser cambiada cada 90 minutos de uso, por lo que antes de iniciar con los ensayos a 28 días se efectuó el cambio de los discos de abrasión. Los resultados de abrasión son presentados en las figuras 8-F, 9-F y tabla 3-F.

Nomenclatura	2 minutos		4 minutos		6 minutos	
	19 Días		20 Días		28 Días	
	Desgaste en peso	Profundidad de desgaste	Desgaste en peso	Profundidad de desgaste	Desgaste en peso	Profundidad de desgaste
	gramos	mm	gramos	mm	gramos	mm
T1	1.462	0.348	2.250	0.660	9.150	2.109
T2	1.088	0.292	1.150	0.455	1.800	1.052
T3	1.150	0.272	1.200	0.530	1.825	1.125
T4	1.138	0.275	1.200	0.490	3.050	1.319
T5	1.100	0.307	2.050	0.415	3.150	1.278
T6	1.700	0.330	2.150	0.500	3.362	1.139
T7	1.475	0.297	1.550	0.390	3.250	0.906
T8	0.963	0.225	1.200	0.335	3.012	0.908
T9	1.313	0.280	1.400	0.400	2.550	1.003

Tabla 3-F.- resultados de los ensayos de abrasión.

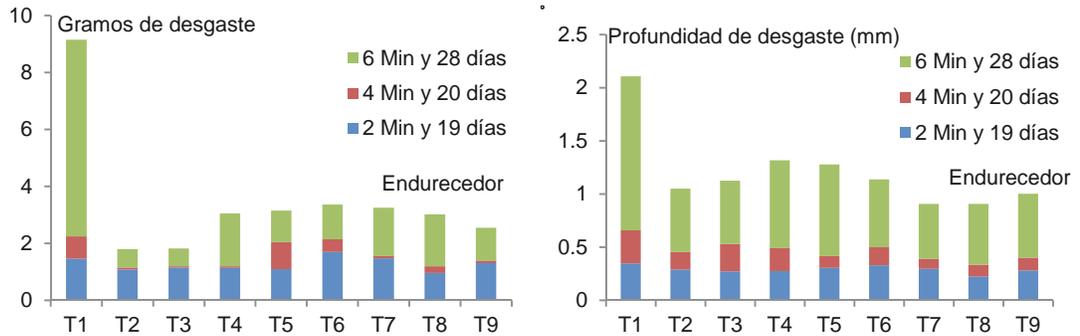


Figura 8-F.- Gráfico del desgaste generado en gramos de los ocho aditivos y el de control.

Figura 9-F.- Gráfico del desgaste generado en profundidad de los ocho aditivos y el de control.

La prueba del martillo de rebote o prueba del esclerómetro se basa en la energía absorbida por el impacto de un martillo de acero que golpea la superficie de concreto mediante la acción de un resorte. El resultado estará en función de la magnitud de rebote en el concreto del martillo de acero. Este método de ensayo es usado para evaluar la uniformidad en una parte del elemento de concreto, para delimitar las zonas deterioradas y para estimar el comportamiento ante una fuerza de impacto en áreas de interés. El objetivo de estas pruebas es relacionar la resistencia a la abrasión con respecto a la dureza superficial en función de la energía de impacto. La Norma ASTM C805 recomienda tomar 10 datos distribuidos en el área de concreto a ensayar. Los ensayos con el esclerómetro se realizaron a los 21 y 28 días de edad de las losas de concreto. Como se mencionó con anterioridad se efectuaron nueve secciones de ensayo, ocho con diferentes endurecedores y una de control. En cada una de las losas se le aplicaron 25 mediciones, separados 5 cm cada uno de los golpes de manera ortogonal. El promedio de los resultados a los 21 y 28 días son mostrados en la tabla 4F.

Nomenclatura	21 días	28 días
	Rebote	
	N/mm <sup>2</sup>	
T1	383.32	390.04
T2	427.72	428.1
T3	382.62	397.12
T4	356.9	367.58
T5	368.1	371.1
T6	374.98	386.61
T7	405.23	409.66
T8	390.6	393.4
T9	434.49	439.81

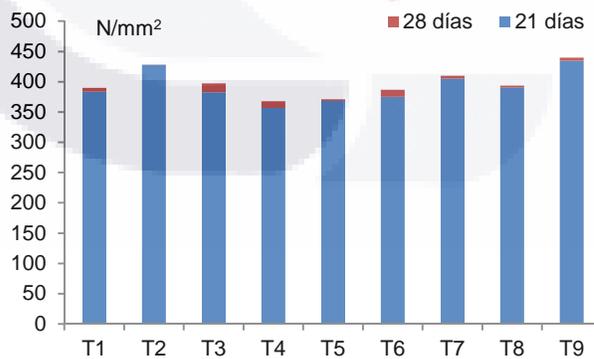


Tabla 4-F.- Resultados promedio del esclerómetro de las nueve losas a 21 y 28 días.

La prueba de rapidez del pulso ultrasónico, determina la velocidad de propagación de las ondas de compresión en el concreto por medio de un transductor eléctrico-acústico, el cual es colocado en la superficie aplicando gel o líquido que proporcione un contacto total. Los pulsos que recorren a través del hormigón, son recibidos y convertidos en energía eléctrica por un segundo transductor situado a una distancia desde el transmisor. El tiempo de tránsito se mide electrónicamente. Este método es usado comúnmente para evaluar la uniformidad y la calidad del hormigón, así como para indicar la presencia de huecos y grietas. La velocidad del pulso ultrasónico en un material sólido depende de la densidad y de las características elásticas del material. Los ensayos se realizaron tanto en las muestras extraídas de la losa (con un espesor de 130 mm), así como en las muestras cortadas para someterlas a la prueba de desgaste por abrasión (50 mm). Parámetros como ganancia, tipo de onda, voltaje, tasa, módulo de Poisson y número de pruebas por ensayo se mantuvieron constantes durante los análisis. En lo correspondiente a ensayos tomados en la losa, se realizaron a los 21 días, la ubicación de los transductores fueron próximas al centro de las muestras, para la adhesión se utilizó un gel, en cada ensayo se aplicaron 25 pulsos en cada una. La Imagen 10 muestra el equipo utilizado y el ensayo del ultrasonido aplicado. Los resultados de son mostrados en la figura 10-F y 11-F.



Figura 10-F.- Ensayo de prueba ultrasónica aplicado a las muestras de concreto a 21 días.

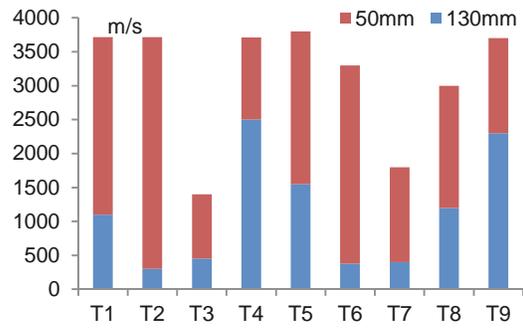


Figura 11-F.- Resultados de ultrasonido a muestra de concreto cono diferentes endurecedores.



## ANEXO G

### ARTÍCULOS PUBLICADOS EN REVISTAS INDEXADAS

En el anexo G se muestra el artículo publicado en la revista indexada dentro del *Journal Citation Report*. Los datos del artículo son:

Título: Estudio experimental de caracterización mecánica del concreto reforzado con fibras de acero y polipropileno.

Autores: Meza A, Ortiz J.A., Peralta L, Pacheco J, Soto JJ, Rangel S, Padilla R, Alvarado J.

*Journal*: Revista Técnica de la Facultad de Ingeniería Universidad del Zulia.

Volumen: 37.

Número: 2.

Páginas: 106-115.

Fecha: 3 de Febrero 2014.



El Suscrito Editor del Comité Editorial de la Revista Técnica de Ingeniería de la Universidad del Zulia:

***HACE CONSTAR***

Que el artículo titulado: "ESTUDIO EXPERIMENTAL DE CARACTERIZACIÓN MECÁNICA DEL CONCRETO REFORZADO CON FIBRAS DE ACERO Y DE POLIPROPILENO" signado bajo el N° 1468, autor(es): Alejandro Meza, José Ortiz Lozano, Lorenzo Peralta, Jesús Pacheco, Juan Soto Bernal, Sabas Rangel Martínez, Raudel Padilla y Jesús Alvarado Flores, ha sido aceptado para ser publicado en esta revista en el Volumen 37, N° 2; Agosto 2014.

En Maracaibo, a los veintisiete días del mes de febrero del año dos mil catorce.



**Dr. Miguel Sánchez Gómez**  
Editor

ISSN 0254-0770

Depósito legal pp 197802ZU38

# REVISTA TECNICA

DE LA FACULTAD DE INGENIERÍA  
UNIVERSIDAD DEL ZULIA

MARACAIBO - VENEZUELA



Una Revista Internacional Arbitrada  
que está indizada en las publicaciones  
de referencia y comentarios:

- Science Citation Index (SCIEExpanded)
- Compendex
- Chemical Abstracts
- Metal Abstracts
- World Aluminum Abstracts
- Mathematical Reviews
- Petroleum Abstracts
- Zentralblatt Für Mathematik
- Current Mathematical Publications
- MathSci (online database)
- Reveneyt
- Materials Information
- Periódica
- Actualidad Iberoamericana

VOL. 37

AGOSTO 2014

No. 2

## Experimental mechanical characterization of steel and polypropylene fiber reinforced concrete

Alejandro Meza de Luna<sup>1,2</sup>, José Ángel Ortiz Lozano<sup>1\*</sup>,  
Lorenzo Peralta Jaime<sup>3</sup>, Jesús Pacheco Martínez<sup>1</sup>, Juan José Soto Bernal<sup>2</sup>,  
Sabás H. Rangel Martínez<sup>1</sup>, Raudel Padilla Ceniceros<sup>1</sup>,  
Jesús Alvarado Flores<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Construcción y Estructuras, Universidad Autónoma de Aguascalientes, Av. Universidad 940 (edificio 108), Ciudad Universitaria, C.P. 20131, Tel. +52(449)9107400.

<sup>2</sup>Instituto Tecnológico de Aguascalientes, Av. Adolfo López Mateos 1801 Ote. Fracc. Bona Gens, C.P. 20256, Tel. +52(449)9105002.

<sup>3</sup>Grupo Constructor PEASA, S.A. de C.V. Filemón Alonso 112, Cd. Industrial, C.P. 20290, Tel. +52(449) 9711131.

Aguascalientes, Ags., México. \*aortiz@correo.uaa.mx

### Abstract

This paper presents the results about the mechanical characterization of steel and polypropylene fiber reinforced concrete to be used in industrial ground floor slabs, assessing parameters such as compressive strength, modulus of elasticity, compressive toughness, flexural strength, flexural toughness, flexural residual strength and fracture energy. The characterization plan consisted in manufacturing cylindrical and prismatic specimens of fiber reinforced concrete, including nine types of fibers: five of steel and four synthetic or polypropylene. Also, non-reinforced concrete samples were mixed as a reference, based on a design of 40 MPa flexural strength concrete used for industrial ground floor slabs. Based on the results, it was observed that the shape and length of fibers have influence over flexural strength development and over some other concrete mechanical properties as ductility, since concrete samples made with steel fibers with hooks in its extremes showed a better adherence to concrete, while straight copolymer fiber and wavy polymer fiber showed a better general performance. Finally, it was observed a good correlation between compression toughness values and flexural ones.

**Keywords:** fiber reinforced concrete, steel fibers, synthetic fibers, industrial ground floor slabs, mechanical properties.

## Estudio experimental de caracterización mecánica del concreto reforzado con fibras de acero y de polipropileno

### Resumen

En este artículo se presentan los resultados de un estudio experimental de caracterización de concretos reforzados con fibras de acero y polipropileno para ser utilizados en pisos industriales, evaluando parámetros como resistencia a compresión, módulo de elasticidad, tenacidad a compresión, resistencia a flexión, tenacidad a flexión, resistencia residual a flexión y energía de fractura. El programa de ensayos de caracterización consistió en la elaboración de probetas cilíndricas y prismáticas de concreto reforzado con fibras incluyendo nueve tipos de fibras: cinco de acero y cuatro sintéticas o de polipropileno. Asimismo se

fabricaron probetas de concreto sin ningún tipo de refuerzo como parámetro de referencia, tomando como base un concreto utilizado para pisos industriales de 40 MPa de resistencia a flexión. De los resultados se observó que la forma y longitud de las fibras tienen influencia en el desarrollo de resistencia a flexión y otras propiedades mecánicas como la ductilidad, ya que la fibra de acero con extremos con ganchos mostró una mejor adherencia con el concreto, mientras que la fibra de copolímero tipo recta y polímeros tipo ondulada generaron un mejor desempeño en el concreto. Finalmente se observó una concordancia entre los valores obtenidos de tenacidad a compresión y a flexión.

**Palabras clave:** concreto reforzado con fibras, fibras de acero, fibras sintéticas, pisos industriales, propiedades mecánicas.

### Introducción

En las últimas décadas, el uso de concreto reforzado con fibras se ha incrementado en aplicaciones muy diversas, entre ellas los pisos industriales. Las fibras metálicas y poliméricas son usadas para reforzar el concreto e incrementar su tenacidad y el control de la fisuración. El concreto reforzado con fibras (fiber reinforced concrete, FRC) puede ser utilizado sustituyendo o incluso eliminando el refuerzo convencional, así como también reducir el grosor de una losa industrial; existen numerosas formulaciones propuestas para cuantificar el incremento en las resistencias mecánicas a flexión con el uso de fibras en el concreto [1-4].

Usualmente, el índice de tenacidad después de la primera fisura ha sido ignorado en el diseño de pisos industriales de concreto convencional, sin embargo en el caso de concretos reforzados con fibras se debe considerar la resistencia post pico como lo demuestran otros estudios [5], por lo que sus fórmulas emplean un índice diferente obtenido a partir de distintos ensayos y sobre diferentes tipos de probetas.

Este artículo presenta los resultados experimentales de un proyecto de investigación sobre concreto reforzado con distintos tipos de fibras de acero y polipropileno, con el fin de optimizar el diseño de pisos industriales para la industria metal-mecánica y aeronáutica, con el uso de fibras como único refuerzo. Adicionalmente se está trabajando en otros estudios enfocados a la interacción suelo-piso industrial reforzado con fibras, así como a la resistencia al desgaste por abrasión de superficies de pisos industriales, modificadas con diferentes tipos de endurecedores químicos.

### Parte experimental

#### Tipos de fibras empleadas

Se utilizaron dos tipos de fibras en relación al material de fabricación: fibras de acero (SFRC) y fibras sintéticas (polipropileno y copolímero: PFR), las dosificaciones se eligieron en base a las recomendaciones dadas por los fabricantes, con el criterio de cuantías mínimas para lograr efectos apreciables en cuanto a tenacidad en el concreto. En la Tabla 1 se muestran algunas de las características físicas y mecánicas de las nueve fibras empleadas en el presente estudio.

#### Materiales utilizados para la fabricación de concreto

Se utilizó cemento Portland Tipo I ASTM con una resistencia a la flexión de 40 MPa a los 28 días, además de cuatro tipos diferentes de agregados en la Figura 1, se muestra la distribución granulométrica de los agregados y del esqueleto granular del concreto utilizado.

El mezclado del concreto se realizó en una revolvedora de laboratorio con capacidad de 255 litros y con una velocidad angular de trabajo de 28 a 32 RPM. La temperatura ambiental a la cual fueron elaboradas las mezclas de concreto se mantuvo entre 20 y 25°C. Para todas las mezclas con y sin fibras la relación de agua cemento (w/c) fue de 0.6. Se utilizó un aditivo polifuncional reductor de agua y retardante de fraguado en base a sulfonatos surfactantes. Las proporciones de los constituyentes utilizadas para la elaboración del concreto (sin considerar las fibras) se muestran en la Tabla 2. El esqueleto granular se mantuvo constante para que no fuese un parámetro de variabilidad en el comportamiento del concreto y que los resultados obtenidos reflejen solamente el efecto de las fibras. Asimismo, debido a que las

Tabla 1. Características físicas y mecánicas de las fibras estudiadas

Fibra	Marca	Material	Forma	Resistencia a la tensión (MPa)	Longitud (mm)	Sección (mm)	Relación de fibras respecto L/D por kg	Módulo de Young (MPa)	Densificación (kg/m <sup>3</sup> )
SFR1	Dralix®	Acero	Con garzón	1160	60	Cilíndrica 0.9	60.60	3000	210000
SFR2	Bamgá® con estréon	Acero	Con garzón	1072	40	Cilíndrica 1	40	2207	210000
SFR3	Bamgá® ondulada	Acero	Densada	1072	29	Cilíndrica 1	29	2800	210000
SFR4	Fibracero®	Acero	Densada	1100	25	Cilíndrica 0.5	24.44	1841	210000
SFR5	Texar®	Acero	Ondulada	1795	39	Rectangular 2x1	50	27500	210000
PPRC1	Macmatix®	Polipropileno	Recta	586	50	Rectangular 1.5x0.5	61.15	44950	4600
PPRC2	Masterflex® negro	Polipropileno	Recta	552	19	Cilíndrica 0.01	1900	90x6	3794
PPRC3	Masterflex® STR	Copolimero	Recta	637	38	Rectangular 2x0.5	33.67	75758	4300
PPRC4	Tubtranz® flexid®	Polipropileno	Ondulada	625	50	Cilíndrica 0.66	75.75	61350	9500

cuantías de fibra en el concreto son relativamente bajas, la variación en las proporciones de agregados prácticamente son insignificantes.

Los moldes utilizados para los especímenes cumplen con la norma ASTM C-192, con dimensiones de 15 cm de diámetro y 30 cm de altura para las probetas tipo cilíndricas y de 15 cm de ancho, 15 cm de altura y 50 cm de largo para las probetas prismáticas. Una vez fabricados las probetas, estas fueron cubiertas con plástico para controlar la pérdida de humedad durante las primeras 24 horas, posteriormente se desmoldaron y fueron sumergidos en paletas de agua cuya temperatura fue constante de  $23 \pm 2^\circ\text{C}$ , hasta la fecha de los ensayos de caracterización mecánica a 3, 7 y 28 días de acuerdo a la norma ASTM C-511. En total se elaboraron 120 probetas cilíndricas, de las cuales se ensayaron 3 probetas a 3 días, 3 probetas a 7 días y 6 probetas a 28 días, así como 60 probetas prismáticas de las cuales se ensayaron 6 probetas a 28 días, tanto para el concreto sin fibras como para todos los concretos reforzados con los nueve tipos distintos de fibras (Tabla 1).

### Resultados

#### Resistencia a compresión, módulo de elasticidad e índices de tenacidad a compresión

Se caracterizó la resistencia a la compresión simple a 3, 7 y 28 días y el módulo de elasticidad del concreto a 28 días, de acuerdo a las normas ASTM C-39 y C-469, respectivamente. En la Tabla 3 se muestran los resultados, así como su coeficiente de variación porcentual entre parentesis.

Se observa en los resultados de resistencia a compresión, que existen fibras que provocan una reducción en la resistencia a la compresión la cual es más notoria a 3 días y conforme aumenta el tiempo de curado tiende a reducirse e incluso en algunos casos superar la resistencia del concreto sin fibras (NF). Esto se debe principalmente al efecto en el incremento de la porosidad que causa la adición de fibras al concreto, estos resultados se relacionan con otra investigaciones [6]. Asimismo, se ha reportado que el efecto de la adición de fibras de acero en la resistencia a compresión es insignificante para cuantías de hasta el 25% [7].

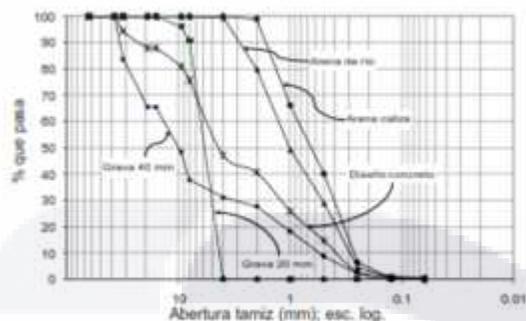


Figura 1. Distribución granulométrica de los agregados empleados y del esqueleto granular del concreto.

Tabla 2  
Proporciones del concreto MR-40 (sin considerar las fibras)

Componentes de la mezcla	Cantidad (kg/m <sup>3</sup> )	Densidad	Absorción (%)
Cemento	308,00	3,15	NA
Arena triturada caliza	189,00	2,63	4,8
Arena de río	484,44	2,40	4,2
Grava triturada riolítica de 20mm	531,32	2,59	1,01
Grava triturada riolítica de 40mm	648,00	2,62	2,04
Agua	185,00	1,00	NA
Aditivo líquido	2,06	1,20	NA
Fibra de acero o polipropileno	variable (Tabla 1)	variable (Tabla 1)	NA

Tabla 3  
Resultados de resistencia a compresión y módulo de elasticidad

Fibra	f <sub>c</sub> (Mpa)			E (MPa)
	3 días	7 días	28 días	28 días
NF	24,33 (3,17)	26,96 (2,44)	30,62 (5,39)	48066 (6,05)
SFRC 1	22,86 (3,52)	27,11 (2,76)	33,09 (4,86)	47579 (5,26)
SFRC 2	24,20 (3,74)	28,30 (1,81)	32,98 (3,62)	45493 (1,13)
SFRC 3	20,83 (8,25)	24,18 (9,19)	27,36 (6,41)	48867 (4,12)
SFRC 4	22,89 (3,65)	27,42 (0,85)	32,44 (1,59)	46463 (4,12)
SFRC 5	2,68 (3,23)	24,53 (7,90)	30,48 (8,28)	49194 (3,91)
PFRC 1	20,38 (4,87)	26,94 (5,70)	30,50 (4,16)	48658 (5,43)
PFRC 2	23,42 (7,06)	27,37 (5,90)	31,72 (3,76)	47124 (2,91)
PFRC 3	23,21 (4,18)	28,97 (3,01)	32,64 (3,44)	46824 (2,70)
PFRC 4	22,62 (3,32)	26,01 (3,71)	31,35 (4,86)	48308 (4,28)

lo cual se manifiesta en este estudio, ya que no existe variación significativa de los resultados de resistencia a compresión entre los concretos reforzados con fibras y los que no contienen fibras, básicamente debido al hecho de que en compresión el concreto proporciona toda la resistencia mecánica y las fibras solamente aportan resistencia en el régimen post-fisuración [6]. De igual forma, los resultados obtenidos en relación al módulo de elasticidad del concreto, tanto con fibras como sin éstas, muestran que la adición de fibras al concreto no genera una variación notable en la rigidez del concreto a compresión. Asimismo, se determinaron los índices de tenacidad a compresión mediante la obtención del área bajo la curva esfuerzo-deformación unitaria en compresión,

utilizando el instrumental descrito en la norma ASTM C-469; los diagramas de esfuerzo contra deformación unitaria longitudinal y transversal a compresión a los 28 días se muestran en la Figura 2.

La Tabla 4 presenta los resultados correspondientes a los índices de tenacidad a compresión del concreto simple y del concreto reforzado con fibras hasta una deformación unitaria de 0,005.

En base a los resultados de tenacidad a compresión obtenidos, puede verse que el concreto reforzado SFRC 1 tuvo un mejor comportamiento en su índice de tenacidad a compresión. Asimismo, se observa que existen concretos reforzados

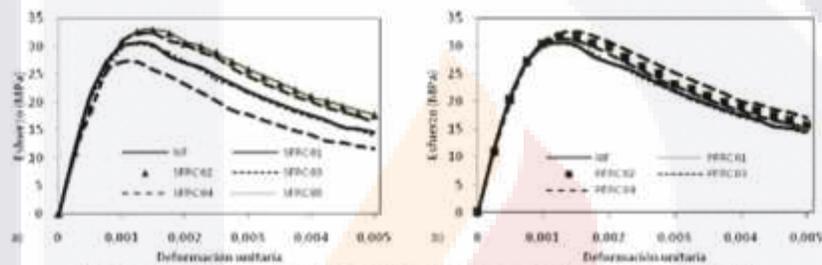


Figura 2. a) Gráfica esfuerzo-deformación unitaria a compresión para el concreto SFRC  
b) Gráfica esfuerzo-deformación unitaria a compresión para el concreto PFRC.

Tabla 4  
Índices de tenacidad a compresión hasta una deformación unitaria de 0,005

Fibra	Índice de tenacidad (kJ/m <sup>3</sup> )			
	Hasta el esfuerzo máximo (deformación unitaria)	Hasta 0.003	Hasta 0.004	Hasta 0.005
NF	33,72 (0,00125)	78,29	96,29	112,21
SFRC 1	42,84 (0,00150)	85,90	108,25	126,80
SFRC 2	42,73 (0,00150)	85,60	107,84	126,30
SFRC 3	24,59 (0,00100)	68,32	83,28	95,44
SFRC 4	42,60 (0,00150)	83,86	105,01	122,48
SFRC 5	33,72 (0,00125)	77,77	96,11	111,14
PFRC 1	33,79 (0,00125)	77,76	96,05	111,03
PFRC 2	34,31 (0,00125)	81,67	101,78	118,35
PFRC 3	42,63 (0,00150)	84,53	106,11	123,98
PFRC 4	34,28 (0,00125)	80,41	99,81	115,76

con fibras que la tenacidad a compresión en general es menor que la correspondiente al concreto sin fibras. También se muestra que los concretos reforzados con fibras sintéticas tienden a generar una uniformidad en su comportamiento de resistencia a compresión. En base a los resultados de los ensayos se puede inferir que las fibras actuarán después de que ocurra la fisura en el concreto, lo cual concuerda con otros resultados [6, 8].

**Módulo de ruptura, índices de tenacidad y resistencia residual a flexión en vigas prismáticas**

Se caracterizó experimentalmente la resistencia a flexión mediante la obtención del módulo de ruptura del concreto a los 28 días de edad, mediante el ensayo a flexión con cuatro puntos, como lo establece la norma ASTM C78. En la Figura 3 se muestran las curvas carga-deflexión vertical, en las cuales se puede observar un aumento en la ductilidad, provocadas por la acción de las fibras; cabe mencionar que los concretos fabricados con las fibras SFRC 3 y PFRC 2 no aportaron al concreto ninguna ductilidad asociada debido básicamente a la mala adherencia entre la fibra y la matriz cementante (lo cual se observó físicamente en las probetas), motivo por el cual se excluyeron de estas gráficas.

Puede verse en la Figura 3 que en las vigas de concreto SFRC, las cargas máximas llegan a ser de hasta un 17% mayor con respecto a la viga de referencia sin fibras (NF). Por el contrario, en las vigas de concreto PFRC, solo una de ellas (PFRC 1) llega a superar en 1% la carga máxima, lo cual sugiere que la aportación de resistencia

mecánica a flexión de las fibras de acero es mayor que las de polipropileno. Por el contrario, se observa asimismo un incremento de tenacidad de las vigas de concreto reforzado con fibras respecto a las que no contienen fibras, lo que conlleva al hecho ya bien conocido de que la adición de fibras induce una notable mejora en cuanto a las propiedades de ductilidad del concreto [5, 7-9]. Aunque en general las fibras de polipropileno no presentan ventajas en la carga máxima, la ductilidad de estas vigas se puede comparar con la presentada por las que contienen fibras de acero. Asimismo, se determinaron los índices de tenacidad a flexión mediante la obtención del área bajo la curva carga-deflexión vertical en flexión (energía absorbida por las vigas prismáticas de concreto), siguiendo las recomendaciones de la norma JCI-SP4, del *Japanese Concrete Institute* y los criterios de las normas ASTM C-1018 y C-1399[5,9]. La Tabla 5 muestra los resultados obtenidos.

Las vigas de concreto reforzado con las fibras SFRC 3 y PFRC 2 en las dosificaciones marcadas en la Tabla 1 no presentaron ninguna ductilidad después de la primera fisura debido básicamente a la mala adherencia observada físicamente entre las fibras y la matriz cementante, mostrando un comportamiento muy similar al concreto sin fibras, por lo que los parámetros que miden el comportamiento de tenacidad ( $R_{cu}$ ,  $R_{cs}$ ,  $R_{10}$  y  $R_{300}$ ) son nulos (NA). En este sentido, dicho comportamiento está en concordancia con otros trabajos experimentales [5, 9], en los cuales se ha denotado que los concretos reforzados con fibras de acero de forma dentada (SFRC3) por lo general presentan una menor tenacidad en relación a fibras con otras geometrías. Asimismo, otro pará-

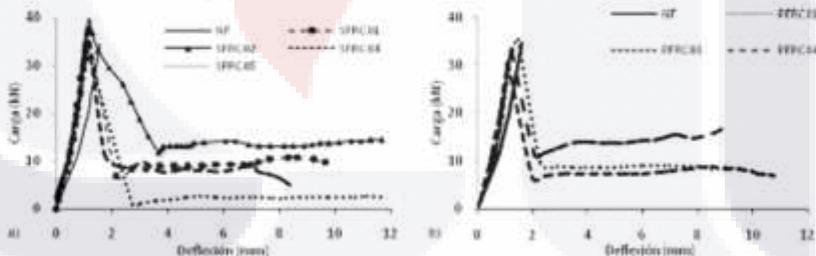


Figura 3. a) Gráfica carga-deflexión para concretos reforzados con fibras de acero a 28 días  
b) Gráfica carga-deflexión para concretos reforzados con fibras sintéticas a 28 días.

Tabla 5  
Módulo de ruptura, índices de tenacidad y resistencia residual a flexión en vigas prismáticas a 28 días

Fibra	MR (MPa)	$f_{c,t}$ (MPa)	$R_{c,s}$ (%)	$I_1$	$I_{20}$	$I_{50}$	$R_{c,20}$	$R_{c,50}$
NF	4.362	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
SFRC 1	4.869	2.86	58,77	4.36	7,05	11,20	57,00	41,50
SFRC 2	4.856	2.43	50,01	3,53	5,58	10,60	41,00	46,33
SFRC 3	4.194	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
SFRC 4	4.488	2.12	47,28	3,40	5,00	6,77	32,00	17,67
SFRC 5	4.475	2.24	50,10	3,50	4,43	4,98	18,50	5,50
PFRC 1	4.345	2.28	52,52	3,30	4,75	7,40	29,00	26,50
PFRC 2	4.213	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
PFRC 3	4.643	1.79	38,56	2,78	3,93	6,35	23,00	24,17
PFRC 4	4.536	2.26	49,00	3,08	4,98	9,63	38,00	46,50

metro que influye en el comportamiento a flexión del concreto reforzado con fibras es la longitud de la fibra y, de esta forma, la longitud de anclaje de la fibra dentro del concreto: en este caso la fibra SFRC3 es relativamente corta (25 mm) en relación con otras fibras [10, 11] y lo cual pudiera explicar la poca adherencia y el arrancamiento súbito de la matriz cementante. Puede apreciarse que la aportación de las fibras a la tenacidad, medida en función del valor de resistencia residual  $R_{c,s}$ , se encuentra entre el 38 y el 59% en general, lo que concuerda con otros estudios que han reportado que el concreto reforzado con fibras a bajas cuantías (por debajo del 0.5%), presentan valores de resistencia residual  $R_{c,s}$  entre el 20 y el 50% [7].

**Energía de fractura (G)**

La energía de fractura se define como la energía requerida para propagar una grieta por unidad de área; esta energía dependerá directamente de las características del material, por ejemplo en el caso de un ensayo tipo viga esta energía estará en función de la relación agua-cemento, el tamaño máximo de los agregados, la edad del concreto, etc. La energía de fractura se puede obtener por ensayos de tensión en forma indirecta, pero lo más común es obtener su valor mediante ensayos a flexión con vigas con entalla en función del CMOD [12, 13]. Para relacionar la energía de fractura en función de un ensayo de flexión se utiliza la relación empleada por [12, 14].

Debido a que la caracterización del concreto a flexión fue mediante vigas sin entalla, se correlacionó la deflexión vertical con la abertura de la fisura o CMOD (*crack mouth opening displacement*), para todas las probetas prismáticas analizadas en este estudio mediante dos métodos, uno analítico basado en la deflexión y la geometría de la viga [15] y otro empírico basado en estudios experimentales de correlación entre medición de deflexión y de CMOD directamente [12]; se observó que los resultados obtenidos tienen una variación insignificante, menor al 3%, por lo que se demuestra una congruencia muy apropiada entre ambos métodos. En ambos estudios referidos anteriormente se midieron las deflexiones verticales en probetas sin entalla y el CMOD en probetas con entalla. Se utilizó la ecuación 1 para determinar la energía de fractura de las vigas de concreto reforzado con fibras a 28 días; la Tabla 6 muestra los resultados.

$$Gf = \frac{(Mgl)}{(b)l} \tag{1}$$

donde:

$A_s$  = área bajo la curva del diagrama carga-deformación hasta la deformación de cálculo (N-m)

M = peso de la viga (kg)

g = gravedad = 9.81 m/s<sup>2</sup>

l = longitud de la viga (m)

Tabla 6  
Energía de fractura contra deformación para concreto reforzado con fibras de acero y polipropileno, a 28 días

Fibra	Energía de fractura (N/m)				
	Hasta la carga máxima (deformación en mm)	Deflexión en mm			
		Hasta 3.7	Hasta 5.7	Hasta 7.3	Hasta 8.4
NF	1001 (1.59)	NA	NA	NA	NA
SFRC 1	1942 (1.14)	2702	3486	4070	4533
SFRC 2	4001 (1.18)	4008	5639	6385	7080
SFRC 3	949 (1.58)	NA	NA	NA	NA
SFRC 4	1659 (1.15)	2637	3283	3700	4044
SFRC 5	2127 (1.14)	2208	2419	2568	2656
PFRC 1	1904(1.48)	2743	3399	4114	4476
PFRC 2	1023 (1.60)	NA	NA	NA	NA
PFRC 3	1449 (1.1)	2096	2701	3423	3743
PFRC 4	1548 (1.23)	2906	4117	5032	5769

$\delta$  = deformación hasta la ruptura (m)

$b$  = espesor de la viga (m)

$d$  = ancho de la viga (m)

$e$  = distancia del apoyo hasta la aplicación de la carga (m)

Puede verse en los resultados que la fibra de acero que generó valores más altos en energía de fractura es la SFRC 2, mientras que la fibra PFRC 4 resultó con la energía de fractura mayor en el ramo de fibras de polipropileno. En este caso estos valores no concuerdan con el factor de resistencia residual ( $R_{cs}$ ) calculado bajo el criterio dado en la normativa JCI-SF4, más sin embargo sí tienen correlación en cuanto a comportamiento de tenacidad con el factor de resistencia residual  $R_{res}$  calculado mediante los criterios de las normativas ASTM C-1018 y C-1399, presentados en la Tabla 5.

### Discusión de resultados

#### Relación entre resistencia a compresión axial y resistencia a flexión

En la Figura 4 se muestra la relación entre la resistencia a compresión axial y la resistencia a

flexión para probetas de concreto reforzado con fibras de acero (SFRC) y sintéticas (PFRC), respectivamente, a 28 días de edad, en la cual se puede apreciar una mayor dispersión de resultados en el concreto reforzado con fibras de acero (SFRC) en comparación con los resultados del concreto reforzado con fibras sintéticas (PFRC), lo cual coincide con otros estudios realizados [8]. Esta variabilidad puede estar asociada con la dosificación, características de las fibras y con el grado de adherencia de las fibras con la matriz de concreto.

En función de la figura anterior, es posible relacionar el comportamiento de la resistencia a compresión ( $f_c$ ) y la correspondiente resistencia a flexión (MR), de acuerdo con la siguiente ecuación:

$$MR = k\sqrt{f_c} \quad (2)$$

donde:

MR = resistencia a flexión (MPa)

$k$  = factor de correlación (adimensional)

$f_c$  = resistencia a compresión (MPa)

La Tabla 7 muestra los resultados del factor de correlación ( $k$ ) correspondiente; estos parámetros fueron comparados entre probetas cilíndricas y prismáticas con el concreto SFRC y PFRC de

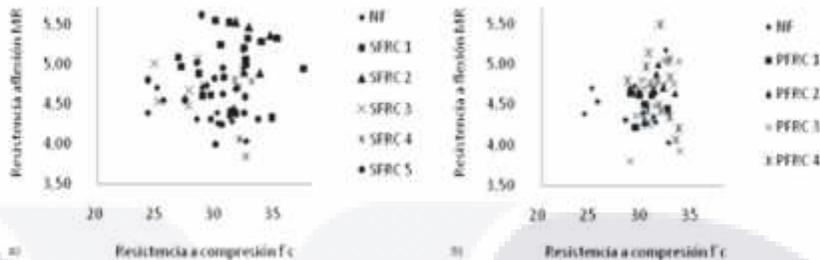


Figura 4. a) Relación entre resistencia a compresión axial y a flexión para el concreto SFRC, a 28 días  
 b) Relación entre resistencia a compresión axial y a flexión para el concreto PFRC, a 28 días.

Tabla 7  
 Valores de la constante de relación (k) entre  $f_c$  y MR

Fibra	NF	SFRC1	SFRC2	SFRC3	SFRC4	SFRC5	PFRC1	PFRC2	PFRC3	PFRC4
k	0,83	0,88	0,88	0,9	0,78	0,81	0,82	0,85	0,81	0,84

la misma manufactura y día, con el fin de poder establecer una comparación válida.

**Conclusiones**

De los resultados de caracterización a compresión se encontró que la adición de fibras no implica un incremento significativo de resistencia mecánica y de rigidez (módulo de elasticidad) entre un concreto con y sin fibras; esta conclusión es paralela a otros estudios realizados previamente. Se observa una concordancia en los valores obtenidos de ductilidad a compresión y a flexión, teniendo que las fibras que mejor desempeño tuvieron fueron las SFRC 1 y PFRC 4, ya que mostraron los mayores valores de tenacidad a compresión y a flexión. De los resultados de caracterización a flexión se encontraron las siguientes tendencias en cuanto a tenacidad: los concretos reforzados con fibras de acero con ganchos en sus extremos mostraron el mejor comportamiento pre-fisura y post-fisura, le siguen en soporte los hechos con fibras de acero onduladas y por último las fibras de acero dentadas. En el caso de las fibras de polipropileno, éstas tienen un comportamiento similar en el régimen pre-fisura, pero en el régimen post-fisura el mejor desempeño lo obtuvo el concreto reforzado con la fibra ondulada en comparación con el reforzado con la fibra recta. Las tendencias de los resultados obtenidos en cuanto a energía de frac-

tura no concuerdan con el factor de resistencia residual ( $R_{s,r}$ ) calculado bajo el criterio dado en la normativa JCI-SF4, más sin embargo sí tienen correlación en cuanto a comportamiento de tenacidad con el factor de resistencia residual  $R_{s,0}$  calculado mediante los criterios de las normativas ASTM C-1018 y C-1399. La forma y longitud de las fibras (p.ej. la relación de aspecto), tanto de acero como sintéticas, tienen influencia en el desarrollo de resistencia a flexión y otras propiedades mecánicas como la ductilidad, ya que la fibra de acero con extremos con ganchos mostró una mejor adherencia con el concreto, mientras que la fibra de copolímero tipo recta y polímeros tipo ondulada generaron un mejor desempeño en el concreto. Algunas fibras mostraron un comportamiento a flexión muy desfavorable, como la fibra SFRC3, en cuyas vigas se obtuvo una fractura súbita y no se generó ninguna resistencia residual. En forma general se aprecia que los valores de los esfuerzos residuales son bajos, esto se debe a que las cuantías de refuerzo con fibras son relativamente bajas también; actualmente se está trabajando en distintas proporciones de fibra mayores a las presentadas en este artículo.

**Agradecimientos**

Los autores desean expresar su agradecimiento al Grupo Constructor PEASA y al Consejo

Nacional de Ciencia y Tecnología de México (CONACYT) por el financiamiento de este proyecto de investigación a través del Convenio de Colaboración C. No. E. 94/11 en el marco del proyecto clave ECO-2011-COI-171093, del Fondo de Innovación Tecnológica Secretaría de Economía-CONACYT.

#### Referencias bibliográficas

- Blanco A.: "Tests de grado durabilidad del hormigón con fibras de acero", Universidad Politécnica de Cataluña, España, 2008.
- Blanco A., Pujadas E, de la Fuente A., Cavalero S., Aguado A.: "Application of constitutive models in European codes to RC-FRC", *Construction and Building Materials*, Vol. 40 (2013) 246-259.
- Pujadas E.: "Tests de grado durabilidad del hormigón con fibras de polipropileno", Universidad Politécnica de Cataluña, España, 2008.
- Turno J., Banthia N., Gettu R., Barragán B.: "Estudio del comportamiento a cortante de vigas de hormigón reforzado con fibras", *Materiales de construcción*, Vol. 58 (2008) 5-13.
- Altoubat S., Roessler J., Lange D., Rieder K.: "Simplified method for concrete pavement design with discrete structural fibers", *Construction and Building Materials*, Vol. 22 (2008) 384-393.
- Beneardmo, F.; Rizzuti, L.; Spadea, G. y Swamy, R.N. "Stress-Strain Behavior of Steel Fiber-Reinforced Concrete in Compression", *Journal of Materials in Civil Engineering*, 20(3) (2008), pp. 255-263.
- Balaguru P., Shah S.: "Fibre-reinforced cement composites", MacGraw-Hill, New York, 1992.
- Buratti, N., Mazzotti, C. and Savota, M. Post-cracking behaviour of steel and macrosynthetic fibre reinforced concretes, *Construction and Building Materials*, 2011, vol. 25, no. 5, p. 2713-2722.
- Soutsos, M.; Lampropoulos A.: "Flexural performance of fibre reinforced concrete made with steel and synthetic fibres", *Construction and building materials*, Vol. 36 (2012) 704-710.
- Laranjeta F., Aguado A., Molins C.: "Predicting the pullout response of inclined straight steel fibers", *Materials and Structures* Vol. 43 (2010) 875-895.
- Shannag J., Brnieker R., Hansen W.: "Pullout behavior of steel fibers from cement-based composites", *Cement and Concrete Research*, Vol. 27 (1997) 925-936.
- Yung D.: "Investigations into the relationship between deflection and crack mouth opening displacement of SFRC beam", *Construction and Building Materials*, Vol. 25 (2011) 2432-2440.
- CEB FIB, "Model Code 2010, First complete draft", Vol. 1 International for structural concrete fib, Switzerland (2010) 220-231.
- Hillerborg A.: "The theoretical basis of method to determine the fracture energy GF of concrete", *Mater. Struct.*, Vol. 18 (1985) 291-296.
- Cheng Y., Panchmatta P., Sivaram A.: "Analysis of fracture energy: comparative study of FCC & FRC", Purdue University, EUA, 2011.

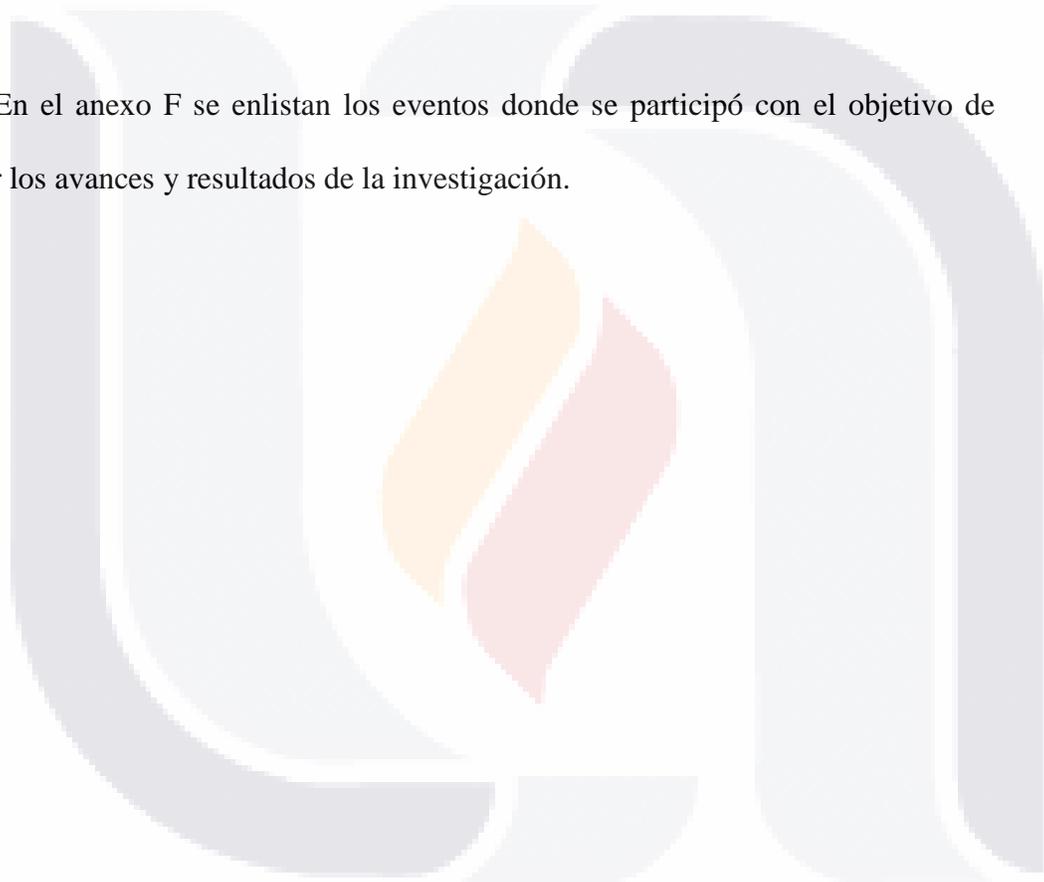
Recibido el 19 de Abril de 2013

En forma revisada el 3 de Febrero de 2014

## ANEXO H

### DIFUSIÓN DE RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN

En el anexo F se enlistan los eventos donde se participó con el objetivo de difundir los avances y resultados de la investigación.



Las principales actividades enfocadas a la difusión de resultados mediante avances parciales y finales de las etapas que comprenden esta investigación, así como de los análisis y estudios que resultaron de las campañas experimentales son las siguientes:

1. Comportamiento del concreto reforzado con fibras aplicados a problemas por subsidencia en piso industriales”. 26 al 28 de Julio 2013. Ponencia en el Tercer Congreso Internacional en Ciencias de los Ámbitos Antrópicos y Jornadas Internacionales de Investigación. Universidad Autónoma de Aguascalientes, México.
2. “Comportamiento del concreto reforzado con fibras aplicados a problemas por subsidencia en pisos industriales”. 26 al 28 de Julio 2013. Cartel en el Tercer Congreso Internacional en Ciencias de los Ámbitos Antrópicos y Jornadas Internacionales de Investigación. Universidad Autónoma de Aguascalientes, México.
3. “Concreto reforzado con fibras como alternativa para pisos industriales bajo requerimientos antrópicos”. 7 y 8 Octubre 2013. Comunicado en las Jornadas Internacionales de Investigación. Universidad de Alcalá, Alcalá de Henares, España.
4. “Fibras de acero y polipropileno como refuerzo en concreto para aplicaciones en pisos industriales”. 16 al 18 Octubre 2013. Ponencia en el Cuarto Congreso Internacional de Investigación en el Posgrado. Universidad Autónoma de Aguascalientes, México.

5. “Improving mechanical and durability performance of fiber reinforced concrete for industrial ground floor slabs”. 10 al 14 de February 2014. Artículo in the Fourth International fib Congress 2014. Mumbai, India.
6. “Modelación no lineal de vigas de concreto reforzado con fibras en bajas dosificaciones”. 1 al 3 de Julio 2014. Ponencia en el Cuarto Congreso Internacional en Ciencias de los Ámbitos Antrópicos. Universidad Autónoma de Aguascalientes, México.
7. “Optimización del SFRC y PFRC en pisos industriales, basado en análisis experimental y numérico”. 1 al 3 de Julio 2014. Cartel en el Cuarto Congreso Internacional en Ciencias de los Ámbitos Antrópicos. Universidad Autónoma de Aguascalientes, México.
8. Meza A, Ortiz JA, Peralta L, Pacheco J, Soto JJ, et al. Experimental mechanical characterization of steel and polypropylene fibre reinforced concrete. Agosto 2014. Revista Tecnológica de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Zulia; Vol. 37 y pg. 106-115.
9. “Optimización del concreto reforzado con fibras de acero y polipropileno mediante un análisis experimental, numérico y estadístico”. 14 al 16 Octubre 2014. Ponencia en el Quinto Congreso Internacional de Investigación en el Posgrado. Universidad Autónoma de Aguascalientes, México.

10. “Optimización del concreto reforzado con fibras en pisos industriales”. 1 al 3 Julio 2015. Cartel en el Quinto Congreso Internacional en Ciencias de los Ámbitos Antrópicos. Universidad Autónoma de Aguascalientes, México.

11. “Losas industriales de concreto reforzado con fibras apoyadas en el suelo, análisis mecánico-social para la optimización”. Ponencia en el Quinto Congreso Internacional en Ciencias de los Ámbitos Antrópicos. Universidad Autónoma de Aguascalientes, México.

