



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA  
DE AGUASCALIENTES

**CENTRO DE CIENCIAS DEL DISEÑO Y DE LA CONSTRUCCIÓN**

**DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL**

**TESIS:**

**ANÁLISIS DE CONFIABILIDAD ESTRUCTURAL POR  
DESEMPEÑO DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO  
REFORZADO ANTE HUNDIMIENTOS DIFERENCIALES.**

**QUE PRESENTA:**

Ing. Gerardo Francisco Galaviz González

**PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN INGENIERÍA  
CIVIL EN EL ÁREA DE ESTRUCTURAS**

**TUTOR:**

Dr. José Ángel Ortiz Lozano

**COTUTORA:** Dra. Silvia Rodríguez Narciso

**ASESOR:** Dr. Mario Eduardo Zermeño de León

Aguascalientes, Ags. a 28 de Noviembre de 2023.

**CARTA DE VOTO APROBATORIO  
INDIVIDUAL**

**MTRA. EN ING. AMB. MARÍA GUADALUPE LIRA PERALTA**  
**DECANO (A) DEL CENTRO DE CIENCIAS DEL DISEÑO Y LA CONSTRUCCIÓN**

**PRESENTE**

Por medio del presente como **TUTOR** designado del estudiante **GERARDO FRANCISCO GALAVIZ GONZÁLEZ** con ID **137974** quien realizó **LA TESIS** titulada: **ANÁLISIS DE CONFIABILIDAD ESTRUCTURAL POR DESEMPEÑO DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO REFORZADO ANTE HUNDIMIENTOS DIFERENCIALES**, un trabajo propio, innovador, relevante e inédito y con fundamento en el Artículo 175, Apartado II del Reglamento General de Docencia doy mi consentimiento de que la versión final del documento ha sido revisada y las correcciones se han incorporado apropiadamente, por lo que me permito emitir el **VOTO APROBATORIO**, para que él pueda proceder a imprimirla así como continuar con el procedimiento administrativo para la obtención del grado.

Pongo lo anterior a su digna consideración y sin otro particular por el momento, me permito enviarle un cordial saludo.

**ATENTAMENTE**  
**"Se Lumen Proferre"**  
**Aguascalientes, Ags., a 28 de noviembre de 2023.**

  
**Dr. José Ángel Ortiz Lozano**  
**Tutor de tesis**

c.c.p.- Interesado  
c.c.p.- Secretaría Técnica del Programa de Posgrado

**CARTA DE VOTO APROBATORIO  
INDIVIDUAL**

**MTRA. EN ING. AMB. MARÍA GUADALUPE LIRA PERALTA**  
**DECANA DEL CENTRO DE CIENCIAS DEL DISEÑO Y LA CONSTRUCCIÓN**

**PRESENTE**

Por medio del presente como **COTUTORA** designada del estudiante **GERARDO FRANCISCO GALAVIZ GONZÁLEZ** con ID **137974** quien realizó **LA TESIS** titulada: **ANÁLISIS DE CONFIABILIDAD ESTRUCTURAL POR DESEMPEÑO DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO REFORZADO ANTE HUNDIMIENTOS DIFERENCIALES**, un trabajo propio, innovador, relevante e inédito y con fundamento en el Artículo 175, Apartado II del Reglamento General de Docencia doy mi consentimiento de que la versión final del documento ha sido revisada y las correcciones se han incorporado apropiadamente, por lo que me permito emitir el **VOTO APROBATORIO**, para que él pueda proceder a imprimirla así como continuar con el procedimiento administrativo para la obtención del grado.

Pongo lo anterior a su digna consideración y sin otro particular por el momento, me permito enviarle un cordial saludo.

**ATENTAMENTE**

**"Se Lumen Proferre"**

**Aguascalientes, Ags., a 28 de noviembre de 2023.**



**Dra. Silvia Rodríguez Narciso**  
**Cotutora de tesis**

c.c.p.- Interesado  
c.c.p.- Secretaría Técnica del Programa de Posgrado

**CARTA DE VOTO APROBATORIO  
INDIVIDUAL**

**MTRA. EN ING. AMB. MARÍA GUADALUPE LIRA PERALTA  
DECANO (A) DEL CENTRO DE CIENCIAS DEL DISEÑO Y LA CONSTRUCCIÓN**

**PRESENTE**

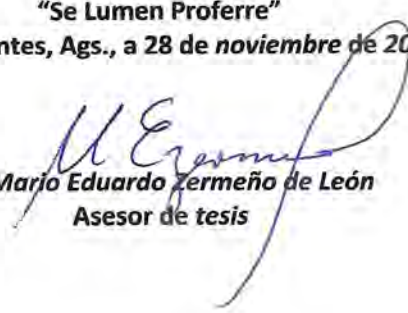
Por medio del presente como **ASESOR** designado del estudiante **GERARDO FRANCISCO GALAVIZ GONZÁLEZ** con ID **137974** quien realizó **LA TESIS** titulada: **ANÁLISIS DE CONFIABILIDAD ESTRUCTURAL POR DESEMPEÑO DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO REFORZADO ANTE HUNDIMIENTOS DIFERENCIALES**, un trabajo propio, innovador, relevante e inédito y con fundamento en el Artículo 175, Apartado II del Reglamento General de Docencia doy mi consentimiento de que la versión final del documento ha sido revisada y las correcciones se han incorporado apropiadamente, por lo que me permito emitir el **VOTO APROBATORIO**, para que él pueda proceder a imprimirla así como continuar con el procedimiento administrativo para la obtención del grado.

Pongo lo anterior a su digna consideración y sin otro particular por el momento, me permito enviarle un cordial saludo.

**ATENTAMENTE**

**"Se Lumen Proferre"**

**Aguascalientes, Ags., a 28 de noviembre de 2023.**

  
**Dr. Mario Eduardo Zermeno de León**  
**Asesor de tesis**

c.c.p.- Interesado

c.c.p.- Secretaría Técnica del Programa de Posgrado

NOMBRE: Gerardo Francisco Galaviz González ID 137974

PROGRAMA: Maestría en Ingeniería Civil LGAC (del posgrado): Área de Estructuras

TIPO DE TRABAJO: ( X ) Tesis ( ) Trabajo Práctico

TÍTULO: ANÁLISIS DE CONFIABILIDAD ESTRUCTURAL POR DESEMPEÑO DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO REFORZADO ANTE HUNDIMIENTOS DIFERENCIALES.

IMPACTO SOCIAL (señalar el impacto logrado): Se desarrolla y sugiere una metodología para realizar un rápido pero eficiente análisis de confiabilidad por desempeño de estructuras de concreto reforzado que hayan sido afectadas por hundimientos diferenciales.

INDICAR SI NO N.A. (NO APLICA) SEGÚN CORRESPONDA:

<i>Elementos para la revisión académica del trabajo de tesis o trabajo práctico:</i>	
SI	El trabajo es congruente con las LGAC del programa de posgrado
SI	La problemática fue abordada desde un enfoque multidisciplinario
SI	Existe coherencia, continuidad y orden lógico del tema central con cada apartado
SI	Los resultados del trabajo dan respuesta a las preguntas de investigación o a la problemática que aborda
SI	Los resultados presentados en el trabajo son de gran relevancia científica, tecnológica o profesional según el área
SI	El trabajo demuestra más de una aportación original al conocimiento de su área
SI	Las aportaciones responden a los problemas prioritarios del país
N.A.	Generó transferencia del conocimiento o tecnológica
SI	Cumple con la ética para la investigación (reporte de la herramienta antiplagio)
<i>El egresado cumple con lo siguiente:</i>	
SI	Cumple con lo señalado por el Reglamento General de Docencia
SI	Cumple con los requisitos señalados en el plan de estudios (créditos curriculares, optativos, actividades complementarias, estancia, predoctoral, etc)
SI	Cuenta con los votos aprobatorios del comité tutoral, en caso de los posgrados profesionales si tiene solo tutor podrá liberar solo el tutor
SI	Cuenta con la carta de satisfacción del Usuario
SI	Coincide con el título y objetivo registrado
SI	Tiene congruencia con cuerpos académicos
SI	Tiene el CVU del Conacyt actualizado
N.A.	Tiene el artículo aceptado o publicado y cumple con los requisitos institucionales (en caso que proceda)
<i>En caso de Tesis por artículos científicos publicados</i>	
N.A.	Aceptación o Publicación de los artículos según el nivel del programa
N.A.	El estudiante es el primer autor
N.A.	El autor de correspondencia es el Tutor del Núcleo Académico Básico
N.A.	En los artículos se ven reflejados los objetivos de la tesis, ya que son producto de este trabajo de investigación.
N.A.	Los artículos integran los capítulos de la tesis y se presentan en el idioma en que fueron publicados
N.A.	La aceptación o publicación de los artículos en revistas indexadas de alto impacto

Con base a estos criterios, se autoriza se continúen con los trámites de titulación y programación del examen de grado:

Sí X  
No

Elaboró:

FIRMAS

\* NOMBRE Y FIRMA DEL CONSEJERO SEGÚN LA LGAC DE ADSCRIPCIÓN:

Dr. Mario Eduardo Zambrano de León

NOMBRE Y FIRMA DEL SECRETARIO TÉCNICO:

Dr. Martín Hernández Marín

\* En caso de conflicto de intereses, firmará un revisor miembro del NAB de la LGAC correspondiente distinto al tutor o miembro del comité tutoral, asignado por el Decano

Revisó:

NOMBRE Y FIRMA DEL SECRETARIO DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO:

Dr. Mario Ernesto Esparza Páez de León

Autorizó:

NOMBRE Y FIRMA DEL DECANO:

M. en I. Ma. Guadalupe Lira Peralta

**Nota: procede el trámite para el Depto. de Apoyo al Posgrado**

En cumplimiento con el Art. 105C del Reglamento General de Docencia que a la letra señala entre las funciones del Consejo Académico: ... Cuidar la eficiencia terminal del programa de posgrado y el Art. 105F las funciones del Secretario Técnico, llevar el seguimiento de los alumnos.

## AGRADECIMIENTOS

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología CONACYT, por su apoyo incondicional a jóvenes mexicanos que desean superarse al continuar con estudios superiores al nivel licenciatura que favorezcan al desarrollo de un mejor país.

A la Universidad Autónoma de Aguascalientes por permitirme cumplir con este sueño al mantener este programa de maestría dentro de la oferta educativa, del cual siempre estuve bastante interesado.

No me queda más que agradecerles infinitamente a las siguientes personas que mencionaré por su apoyo incondicional durante el tiempo que realicé mi maestría al mismo tiempo que el desarrollo de este arduo trabajo que hoy se está presentando.

A mi tutor, Dr. José Ángel Ortiz Lozano, por transferirme los conocimientos pertinentes para llevar a cabo este trabajo, así como su apoyo incondicional para la resolución de dudas que me surgieron durante este proceso, así como las sugerencias adecuadas para enfocar mi investigación e ir la encaminando de manera correcta para la obtención más acertada de resultados.

A mis cotutores que conforman mi comité tutorial, Dr. Mario Eduardo Zermeño de León y Dra. Silvia Rodríguez Narciso, por todas las revisiones, comentarios y sugerencias realizadas para poder llegar a los resultados esperados, así como su constante atención para poder seguir adelante con mi trabajo además de sus conocimientos en sus áreas especializadas. Un agradecimiento en especial a la Dra. Silvia por su valioso aporte en la parte de la simulación estadística al apoyarme para el uso y manejo del software estadístico de libre uso R.

## DEDICATORIA

Este arduo trabajo se lo quiero dedicar a las personas más importantes en mi vida que a lo largo de este trayecto de 2 años y medio me han apoyado cuando lo he requerido estando para mí y motivándome a culminar tan gran esfuerzo.

En primera instancia, quiero dedicarles a mis padres mi tesis, dado que, sin ellos, ni siquiera existiría además de su constante apoyo en todos los proyectos que me he propuesto, así como la educación y valores que me han inculcado como la responsabilidad, honestidad entre otros. También darles las gracias por su orientación y ánimos para seguir adelante y superar todos los obstáculos que se me han presentado a lo largo de toda mi vida.

A mis hermanos, que siempre han estado al tanto de mí al alentarme a seguir adelante con mi trabajo para no darme por vencido y continuar con mis metas y aspiraciones.

A mi novia, que siempre estuvo alentándome en cualquier proyecto o decisión que he tomado para crecer o bien profesionalmente o como ser humano, al ayudarme en las pequeñas tareas en las que pudiera hacerlo o con el simple hecho de escuchar mis pláticas sobre temas que, aunque no comprendiese del todo, se informaba al respecto para entenderme, aunque sea un poco.

A mis amigos en general, especialmente a los amigos que formé durante la maestría, José Luis, Daniel y Chuy, por sus valiosos comentarios, ayuda y todas las gratas experiencias vividas a lo largo de estos 2 años y medio.

## ÍNDICE GENERAL

<b>ÍNDICE GENERAL</b> .....	1
<b>ÍNDICE DE TABLAS</b> .....	5
<b>ÍNDICE DE FIGURAS</b> .....	8
<b>RESÚMEN</b> .....	13
<b>ABSTRACT</b> .....	15
<b>CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN</b> .....	17
<b>1.1 Planteamiento del problema de investigación</b> .....	17
<b>1.2 Marco histórico</b> .....	18
<b>1.3 Pregunta de investigación</b> .....	21
<b>1.4 Objetivos generales</b> .....	21
<b>1.5 Objetivos particulares</b> .....	22
<b>1.6 Justificación</b> .....	22
<b>1.7 Hipótesis</b> .....	22
<b>CAPITULO II: ESTADO DEL ARTE</b> .....	23
<b>2.1 Estudios previos</b> .....	23
2.1.1 Tesis de maestría mediante un estudio experimental de Víctor Emmanuel Dueñas Pérez (Dueñas Pérez, 2021) .....	23
2.1.2 Tesis de maestría mediante un estudio experimental de Kevin Adolfo Romero González (Romero González, 2021) .....	24
2.1.3 Tesis doctoral mediante un estudio experimental y caso práctico de Alejandro Ramírez Cortés (Ramírez Cortés, 2015) .....	25
2.1.4 Artículo publicado por: (Pereira Junior et al., 2023) .....	26
2.1.5 Cálculos de distintas probabilidades de falla a partir de $\beta$ : (Lenz et al., 1973) .....	27
<b>CAPÍTULO III: FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA</b> .....	28
<b>3.1 Hundimientos diferenciales</b> .....	28
3.1.1 Clasificaciones .....	30
3.1.2 Problemas relacionados .....	32
3.1.3 Generación de grietas por subsidencia en el valle de Aguascalientes .....	32



<b>3.2 Concreto reforzado</b> .....	33
3.2.1 Diseño de momento resistente para una trabe de concreto reforzado por el ACI 318 – 02 .....	34
3.2.2 Diseño plástico .....	36
3.2.3 Articulaciones (rótulas) plásticas .....	36
<b>3.3 Metodología por desempeño</b> .....	37
3.3.1 Estados límites de servicio (Niveles de desempeño) .....	38
<b>3.4 Métodos de análisis</b> .....	41
3.4.1 Determinísticos .....	41
3.4.2 Probabilísticos .....	41
<b>3.5 Confiabilidad estructural</b> .....	42
3.5.1 Objetivo de la confiabilidad estructural .....	42
3.5.2 Probabilidad de falla.....	43
3.5.3 Coeficiente de variación.....	48
3.5.4 Metodología Monte Carlo.....	49
3.5.5 Confiabilidad .....	50
3.5.6 Incertidumbres en Evaluaciones de Confiabilidad .....	50
<b>3.6 Simulación a emplear para caracterizar la subsidencia</b> .....	51
3.6.1 Análisis estático lineal.....	51
3.6.2 Análisis estático no lineal.....	53
3.6.3 Análisis Push Over .....	54
3.6.4 Análisis Pull Down.....	56
<b>CAPITULO IV: METODOLOGÍA</b> .....	57
<b>4.1 Tipo de investigación</b> .....	58
<b>4.2 Análisis Pull Down a efectuarse en SAP2000</b> .....	59
4.2.1 Creación de las secciones para el modelado .....	60
4.2.2 Definición de casos de carga (Pull Down) .....	66
4.2.3 Asignación y definición de las características para las rótulas (articulaciones) plásticas .....	69
4.2.4 Resultados del modelado en SAP 2000 .....	73
<b>4.3 Metodología Monte Carlo en programa RStudio</b> .....	81

4.4 Cálculo de confiabilidad a partir de valores obtenidos de probabilidad de falla .....	81
4.5 Caso práctico de estudio .....	83
<b>CAPITULO V: RESULTADOS</b> .....	96
<b>CAPITULO VI: DISCUSIÓN DE RESULTADOS</b> .....	113
<b>CAPITULO VII: CONCLUSIONES</b> .....	116
<b>BIBLIOGRAFÍA</b> .....	118
<b>ANEXOS</b> .....	121
<b>ANEXO A. Tablas y gráficas de resultados (desplazamientos en m)</b> .....	122
A.1. Desplazamientos marco de H = 3.00 m y L = 4.00 m columna = 0.40 x 0.40 m y trabe = 0.25 x 0.40 m variando f'c.....	122
A.2. Desplazamientos marco de H = 3.00 m y L = 5.00 m columna = 0.40 x 0.40 m y trabe = 0.25 x 0.40 m variando f'c.....	124
A.3. Desplazamientos marco de H = 3.00 m y L = 6.00 m columna = 0.40 x 0.40 m y trabe = 0.25 x 0.40 m variando f'c.....	125
A.4. Desplazamientos marco de H = 3.50 m y L = 4.00 m columna = 0.40 x 0.40 m y trabe = 0.25 x 0.40 m variando f'c.....	126
A.5. Desplazamientos marco de H = 3.50 m y L = 5.00 m columna = 0.40 x 0.40 m y trabe = 0.25 x 0.40 m variando f'c.....	127
A.6. Desplazamientos marco de H = 3.50 m y L = 6.00 m columna = 0.40 x 0.40 m y trabe = 0.25 x 0.40 m variando f'c.....	128
A.7. Desplazamientos marco de H = 4.00 m y L = 4.00 m columna = 0.40 x 0.40 m y trabe = 0.25 x 0.40 m variando f'c.....	129
A.8. Desplazamientos marco de H = 4.00 m y L = 5.00 m columna = 0.40 x 0.40 m y trabe = 0.25 x 0.40 m variando f'c.....	130
A.9. Desplazamientos marco de H = 4.00 m y L = 5.00 m columna = 0.40 x 0.40 m y trabe = 0.25 x 0.40 m variando f'c.....	131
<b>ANEXO B. Tablas y gráficas de comparativo de gráficas momento-rotación</b> .....	132
B.1. Momentos y rotaciones marco de H = 3.00 m y L = 4.00 m columna = 0.40 x 0.40 m y trabe = 0.25 x 0.40 m variando $\rho_b$ . ....	132
B.2. Momentos y rotaciones marco de H = 3.00 m y L = 5.00 m columna = 0.40 x 0.40 m y trabe = 0.25 x 0.40 m variando $\rho_b$ . ....	133
B.3. Momentos y rotaciones marco de H = 3.00 m y L = 6.00 m columna = 0.40 x 0.40 m y trabe = 0.25 x 0.40 m variando $\rho_b$ . ....	134

B.4. Momentos y rotaciones marco de H = 3.50 m y L = 4.00 m columna = 0.40 x 0.40 m y trabe = 0.25 x 0.40 m variando  $\rho_b$ . ..... 135

B.5. Momentos y rotaciones marco de H = 3.50 m y L = 5.00 m columna = 0.40 x 0.40 m y trabe = 0.25 x 0.40 m variando  $\rho_b$ . ..... 136

B.6. Momentos y rotaciones marco de H = 3.50 m y L = 6.00 m columna = 0.40 x 0.40 m y trabe = 0.25 x 0.40 m variando  $\rho_b$ . ..... 137

B.7. Momentos y rotaciones marco de H = 4.00 m y L = 4.00 m columna = 0.40 x 0.40 m y trabe = 0.25 x 0.40 m variando  $\rho_b$ . ..... 138

B.8. Momentos y rotaciones marco de H = 4.00 m y L = 5.00 m columna = 0.40 x 0.40 m y trabe = 0.25 x 0.40 m variando  $\rho_b$ . ..... 139

B.9. Momentos y rotaciones marco de H = 4.00 m y L = 6.00 m columna = 0.40 x 0.40 m y trabe = 0.25 x 0.40 m variando  $\rho_b$ . ..... 140

**ANEXO C. Tablas y gráficas de comparativo para distintos desplazamientos en caso Pull Down. .... 141**

C.1. Momentos y desplazamientos para todas las combinaciones de H y L del marco. Trabe = 0.25 x 0.40 m variando  $\rho_b$  y variando el desplazamiento a 0.30 m en el caso de carga Pull Down. .... 141

C.2. Momentos y desplazamientos para todas las combinaciones de H y L del marco. Trabe = 0.25 x 0.40 m variando  $\rho_b$  y variando el desplazamiento a 1 m en el caso de carga Pull Down. .... 143

C.3. Momentos y desplazamientos para todas las combinaciones de H y L del marco. Trabe = 0.25 x 0.40 m variando  $\rho_b$  y variando el desplazamiento a 2 m en el caso de carga Pull Down. .... 145

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Probabilidades de falla asociadas a distintos valores de beta. (Lenz et al., 1973).....	27
Tabla 2: Nomenclaturas para los distintos niveles de desempeño.....	39
Tabla 3: Índice de confiabilidad beta y probabilidades de falla Pf. (Nowak & Collins, 2000).....	47
Tabla 4: Estadística de propiedades comunes y dimensiones de elementos de concreto. (Nowak & Collins, 2000).....	48
Tabla 5: Datos extraídos para el cálculo de la rotación "resistente" de la trabe....	65
Tabla 6: Momentos resistentes comparados con los momentos de demanda que provocan la aparición del estado límite de servicio de colapso, así como sus betas calculadas con un coeficiente de variación de 0.10. ....	79
Tabla 7: Probabilidades de falla calculadas a partir de los momentos resistentes y momentos de demanda de colapso para la sección de una trabe de 0.25 mts. de ancho X 0.50 mts. de alto con un 100% de $\rho$ (Rho) balanceada. ....	82
Tabla 8: Confiabilidades calculadas a partir de las probabilidades de falla para la sección de una trabe de 0.25 mts. de ancho X 0.50 mts. de alto con un 100% de $\rho$ (Rho) balanceada.....	82
Tabla 9: Valores de momentos de demanda para los distintos estados límite de servicio asociados a un porcentaje de acero para el caso práctico de estudio.....	85
Tabla 10: Betas calculados para los distintos estados límites de servicio, así como las probabilidades de falla asociadas respectivamente. ....	87
Tabla 11: Valores de momentos de demanda asociados a sus respectivos desplazamientos para los distintos estados límite de servicio. ....	87
Tabla 12: Valores de los momentos de demanda extrapolados a partir de los desplazamientos propuestos y sus probabilidades de falla asociadas. ....	89
Tabla 13: Distintos módulos de elasticidad para los distintos f'c a emplear.....	96

Tabla 14: Desplazamientos y momentos generados para distintos estados límites de servicio para un marco estructural de 4 metros de alto y 4 metros de largo para un concreto de $f'c=200$ kg/cm <sup>2</sup> .	97
Tabla 15: Desplazamientos y momentos generados para distintos estados límites de servicio para un marco estructural de 4 metros de alto y 4 metros de largo para un concreto de $f'c=210$ kg/cm <sup>2</sup> .	97
Tabla 16: Desplazamientos y momentos generados para distintos estados límites de servicio para un marco estructural de 4 metros de alto y 4 metros de largo para un concreto de $f'c=220$ kg/cm <sup>2</sup> .	98
Tabla 17: Desplazamientos y momentos generados para distintos estados límites de servicio para un marco estructural de 4 metros de alto y 4 metros de largo para un concreto de $f'c=230$ kg/cm <sup>2</sup> .	98
Tabla 18: Desplazamientos y momentos generados para distintos estados límites de servicio para un marco estructural de 4 metros de alto y 4 metros de largo para un concreto de $f'c=240$ kg/cm <sup>2</sup> .	98
Tabla 19: Desplazamientos y momentos generados para distintos estados límites de servicio para un marco estructural de 4 metros de alto y 4 metros de largo para un concreto de $f'c=250$ kg/cm <sup>2</sup> .	99
Tabla 20: Desplazamientos y momentos generados para distintos estados límites de servicio para un marco estructural de 4 metros de alto y 4 metros de largo para un concreto de $f'c=260$ kg/cm <sup>2</sup> .	99
Tabla 21: Desplazamientos y momentos generados para distintos estados límites de servicio para un marco estructural de 4 metros de alto y 4 metros de largo para un concreto de $f'c=270$ kg/cm <sup>2</sup> .	99
Tabla 22: Desplazamientos y momentos generados para distintos estados límites de servicio para un marco estructural de 4 metros de alto y 4 metros de largo para un concreto de $f'c=270$ kg/cm <sup>2</sup> .	100
Tabla 23: Desplazamientos y momentos generados para distintos estados límites de servicio para un marco estructural de 4 metros de alto y 4 metros de largo para un concreto de $f'c=290$ kg/cm <sup>2</sup> .	100

Tabla 24: Desplazamientos y momentos generados para distintos estados límites de servicio para un marco estructural de 4 metros de alto y 4 metros de largo para un concreto de  $f'c=300 \text{ kg/cm}^2$ . ..... 100

Tabla 25: Momentos resistentes comparados con los momentos de demanda que provocan la aparición del estado límite de servicio de colapso, así como sus betas calculadas con un coeficiente de variación de 0.10. .... 108

Tabla 26: Resultados conseguidos. .... 109

Tabla 27: Probabilidades de falla y confiabilidades calculadas a partir de los momentos resistentes y momentos de demanda de colapso para la sección de una trabe de 0.25 mts. de ancho X 0.50 mts. de alto con un 100% de  $\rho$  (Rho) balanceada. .... 112

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: Gráfica comparativa de los desplazamientos por nivel de desempeño para cada tipo de rótula. (Dueñas Pérez, 2021).....	23
Figura 2: Modelo afectado por subsidencia en donde se aprecian los niveles de desempeño en las rótulas propuestas. (Romero González, 2021) .....	24
Figura 3: Modelo tridimensional en SAP con las zonas en con mayor afectación por la subsidencia. ....	25
Figura 4: Índices de confiabilidad beta calculados para distintos asentamientos. 26	
Figura 5: Configuración de basamento rocoso para fisuras de tierra y fallas superficiales. ....	29
Figura 6: Escala de colores para los distintos estados límite de servicio.....	39
Figura 7: Diagrama idealizado de fuerza-desplazamiento que se presenta en las articulaciones plásticas para los distintos estados límite de servicio. (Computers and Structures, 2016).....	40
Figura 8: Estados límites de servicio ubicados en curva real v.s. curva idealizada. ....	40
Figura 9: Regiones de seguridad para confiabilidad. (Nowak & Collins, 2000).....	50
Figura 10: Diagrama explicativo para un análisis lineal. (Solidworks Dassault Systèmes, 2011) .....	52
Figura 11: Diagrama explicativo para un análisis no lineal. (Solidworks Dassault Systèmes, 2011) .....	53
Figura 12: Gráfica de momento - curvatura para la sección propuesta.....	56
Figura 13: Marco estructural de concreto reforzado con 4 metros de altura y 4 metros de largo. ....	59
Figura 14: Secciones creadas tanto para la trabe como para las columnas a emplearse en las distintas simulaciones. ....	60
Figura 15: Edición de sección para la trabe a partir de Section Designer.....	61

Figura 16: Pantalla principal de Section Designer, donde se crea la sección definiendo dimensiones, material creado previamente y porcentaje de acero a emplear. ....	61
Figura 17: Propiedades geométricas y del material para la sección de la trabe. ...	62
Figura 18: Propiedades del armado del acero para la sección de la trabe. ....	62
Figura 19: Gráfica de momento - curvatura de la sección.....	63
Figura 20: Pantalla de donde posteriormente se extraen los datos para la obtención de la $\theta$ ó rotación “resistente” (1). ....	64
Figura 21: Pantalla de donde posteriormente se extraen los datos para la obtención de la $\theta$ ó rotación “resistente” (2). ....	64
Figura 22: Gráficas momento–rotación para distintos porcentajes $\rho$ (Rho) de acero. ....	65
Figura 23: Casos de carga creados para el modelado.....	66
Figura 24: Ajustes realizados al caso de carga "Pull- Down" para su correcta ejecución y análisis. ....	67
Figura 25: Carga para una magnitud de desplazamiento controlado.....	68
Figura 26: Número de pasos a ejecutarse. ....	68
Figura 27: Elección de elemento tipo frame para la posterior asignación de sus rótulas (articulaciones) plásticas. ....	69
Figura 28: Secuencia para asignar rótulas plásticas a un elemento estructural del tipo frame. ....	70
Figura 29: Distancias relativas a las que se le asignaron las rótulas plásticas a la trabe.....	71
Figura 30: Propiedades a utilizarse en las articulaciones (rótulas) plásticas. ....	72
Figura 31: Patrones de carga a emplearse para las simulaciones.....	73



Figura 32: Pantalla de los resultados para la simulación en el paso donde se presenta el estado límite de servicio para el colapso (unicamente se plastifica la articulación o rótula).....	73
Figura 33: Desplazamiento de 18.5 cms. que provoca la aparición del estado límite de servicio de colapso en la articulación plástica.....	74
Figura 34: Representación del modelado de la rótula plástica donde se puede apreciar el momento de 21,996.78 generado por un desplazamiento de 18.5 cms. haciendo que se presente el estado límite de servicio de colapso.....	75
Figura 35: Opción "Display Tables", que nos facilita la extracción de los datos requeridos a partir de un archivo generado en Excel.....	76
Figura 36: Pantalla donde se presentan las tablas con los valores a extraer (momento y rotación) de la rótula plástica para los distintos estados límite de servicio.....	76
Figura 37: Pasos a seguir para exportar la tabla anterior a Excel.....	77
Figura 38: Archivo generado en Excel del que posteriormente se tomaran algunos datos. ....	77
Figura 39: Datos tomados de las simulaciones.....	78
Figura 40: Gráfica comparativa de los distintos valores para los momentos de demanda v.s. momentos resistentes en el estado límite de servicio de colapso para un desplazamiento de 0.30 mts. para el caso de carga de Pull-Down para cada porcentaje de $\rho$ (Rho) balanceada. ....	80
Figura 41: Marco estructural de concreto reforzado con 3 metros de altura y 4 metros de largo. ....	83
Figura 42: Momentos de demanda asociados a sus respectivos desplazamientos para los distintos porcentajes de acero $\rho_b$ (Rho) balanceada a emplear. ....	84
Figura 43: Nubes de puntos (simulaciones) generadas a partir de la metodología Monte Carlo para los distintos estados límite de servicio a partir de un punto con medias (MR, MD).....	86

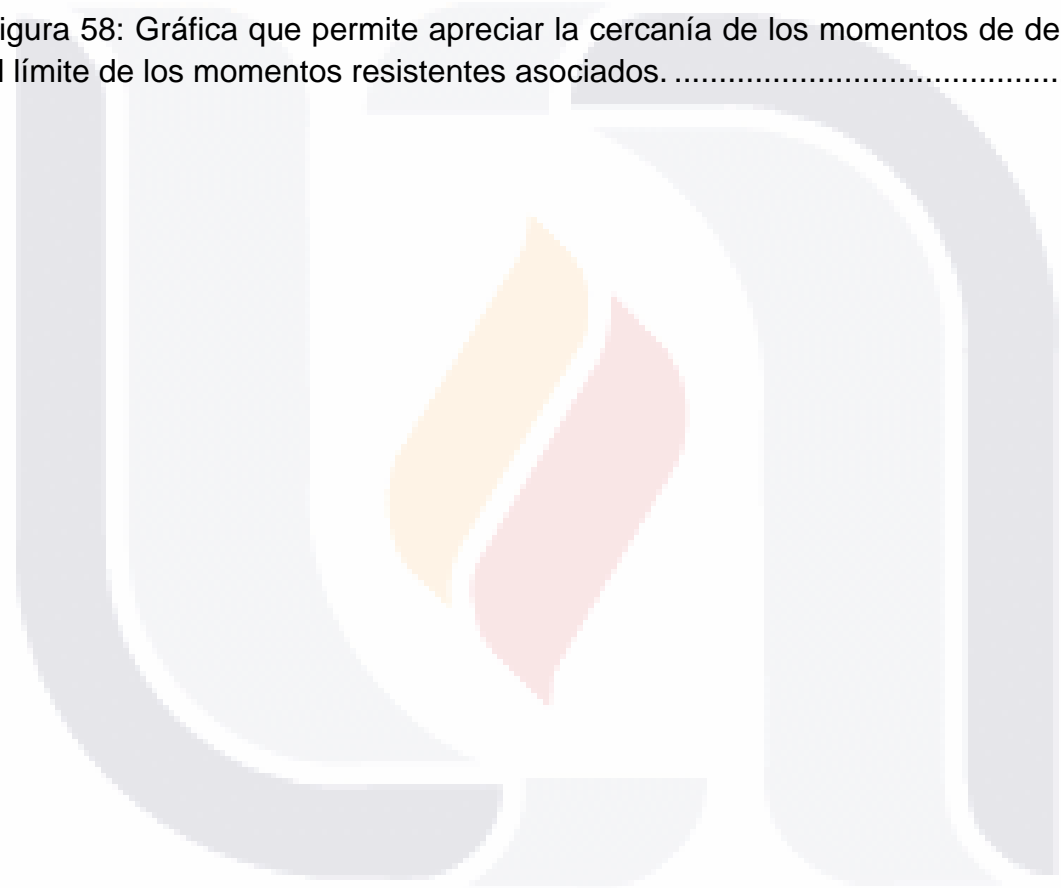
Figura 44: Gráfica de las parejas de puntos de desplazamiento v.s. momentos de demanda asociados a partir de la cual se obtiene la ecuación de la recta ajustada a dichos puntos.....	88
Figura 45: Nubes de puntos (simulaciones) generadas a partir de la metodología Monte Carlo para los distintos estados límite de servicio, así como para los valores de los momentos de demanda extrapolados para las distintas parejas de puntos con medias (MR, MD). (1/2).....	90
Figura 46: Nubes de puntos (simulaciones) generadas a partir de la metodología Monte Carlo para los distintos estados límite de servicio, así como para los valores de los momentos de demanda extrapolados para las distintas parejas de puntos con medias (MR, MD). (2/2).....	91
Figura 47: Valores de las probabilidades de falla asociados a los respectivos desplazamientos para cada uno de los estados límite de servicio del caso práctico de estudio.....	92
Figura 48: Parámetros beta asociados a los desplazamientos de los estados límite de servicio.....	93
Figura 49: Probabilidades de falla asociadas a los respectivos desplazamientos de los estados límite de servicio, y de los puntos extrapolados para los desplazamientos propuestos de 20, 30 y 40 cms. estudio.....	94
Figura 50: Parámetros beta asociados a los desplazamientos para los distintos estados límite de servicio, así como para los desplazamientos propuestos de 20, 30 y 40 cms.....	95
Figura 51: Marco estructural de 4 metros de largo y 4 metros de alto afectado por un hundimiento diferencial de 10.11 cms. provocando un estado límite de servicio de seguridad de vida (LS, Life Safety por sus siglas en inglés).....	101
Figura 52: Representación del modelado de la rótula plástica donde se puede apreciar el momento de 5,122.07 generado por un desplazamiento de 10.11 cms. justo antes de que se presente el estado límite de servicio de colapso.....	102
Figura 53: Desplazamientos verticales permisibles para los distintos f'c para cada uno de los estados límite de servicio. ....	104
Figura 54: Gráficas para las distintas variaciones de desplazamientos permitidos para diferentes altos y largos del marco de concreto reforzado.....	105

Figura 55: Variación de desplazamientos permitidos por estado límite de servicio para distintos largos y altos de un marco estructural de concreto reforzado. .... 106

Figura 56: Gráfica de momentos de demanda para el estado límite de servicio de colapso en un desplazamiento de 0.30 mts. para el caso de carga de Pull-Down comparando con los momentos resistentes para cada porcentaje de  $\rho$  (Rho). .. 107

Figura 57: Gráfica donde se correlacionan ambas betas calculadas tanto para los momentos como para las rotaciones. .... 110

Figura 58: Gráfica que permite apreciar la cercanía de los momentos de demanda al límite de los momentos resistentes asociados. .... 111



## RESÚMEN

Los métodos actuales para el análisis estructural no determinan el nivel de confiabilidad que presenta una estructura existente de concreto reforzado que estén sometidas ante algún tipo de desplazamiento vertical, como lo son los hundimientos diferenciales o el fenómeno de subsidencia que se presenta a nivel global, específicamente en el valle del estado de Aguascalientes, donde se realizó esta investigación y que, además, sufre de este fenómeno.

Por tal motivo, se propone una metodología para efectuar un análisis de la confiabilidad de este tipo de estructuras por desempeño mediante la caracterización de un marco de concreto reforzado, modelando los efectos de los hundimientos diferenciales o subsidencia a los que se someterá este tipo de estructura, para así obtener una medida de riesgo o seguridad de este tipo de estructuras, tomando como base la probabilidad de falla o confiabilidad para los diferentes estados límites de desempeño, en relación con los niveles de desplazamiento.

Para llevar a cabo el análisis de confiabilidad estructural, se procederá a calcular un índice de riesgo llamado beta, utilizando los datos sobre los efectos de hundimientos diferenciales aplicados a un marco de concreto reforzado.

Dichos hundimientos, fueron obtenidos previamente por medio de simulaciones en el programa de análisis y diseño estructural SAP2000 (Computers and Structures, 2016) mediante un análisis Pull-Down, variando la resistencia a la compresión del concreto, las dimensiones (alto y largo) del marco de concreto reforzado o la variación del porcentaje de acero de refuerzo empleado.

Posteriormente, se realizaron simulaciones sobre el momento demanda y momento resistente usando el programa RStudio bajo la metodología Monte Carlo, bajo la distribución de probabilidad normal.

Realizando una cantidad considerable de simulaciones, se determinó que la variación del porcentaje de acero de refuerzo con respecto a la sección del elemento (ya sea trabe o columna) tanto la variación de las dimensiones (alto y largo) del marco de concreto reforzado, son las variables que afectan en mayor medida a la confiabilidad de una estructura de concreto reforzado, ya que al modificarlas, generan una variación considerable para el valor máximo del desplazamiento vertical permitido o subsidencia.

Se pudo apreciar que este análisis de confiabilidad estructural por desempeño es facilitado en gran medida mediante esta metodología ya que únicamente se requiere conocer tanto la sección del elemento estructural de concreto reforzado (generalmente de las trabes) como el habilitado de acero empleado en la misma, y el desplazamiento que haya sufrido en alguno de sus puntos de apoyo de la estructura para determinar la medida o probabilidad de riesgo de falla.

*Palabras Clave:* análisis de confiabilidad estructural; concreto reforzado; hundimientos diferenciales.

## ABSTRACT

Current methods for structural analysis do not determine the level of reliability presented by an existing reinforced concrete structure that is subjected to some type of vertical displacement, such as differential subsidence or the phenomenon of subsidence that occurs globally, specifically in the valley of the state of Aguascalientes, where this research was carried out and which also suffers from this phenomenon.

For this reason, a methodology is proposed to carry out an analysis of the reliability of this type of structures by performance through the characterization of a reinforced concrete frame, modeling the effects of differential subsidence or subsidence to which this type of structure will be subjected. , in order to obtain a measure of risk or safety of this type of structures, based on the probability of failure or reliability for the different performance limit states, in relation to the displacement levels.

To carry out the structural reliability analysis, a risk index called beta will be calculated, using data on the effects of differential subsidence applied to a reinforced concrete frame.

These collapses were previously obtained through simulations in the SAP2000 structural analysis and design program (Computers and Structures, 2016) through a Pull-Down analysis, varying the compressive strength of the concrete, the dimensions (height and length) of the reinforced concrete frame or the variation in the percentage of reinforcing steel used.

Subsequently, simulations were carried out on the demand moment and resistance moment using the RStudio program under the Monte Carlo methodology, under the normal probability distribution.

Carrying out a considerable number of simulations, it was determined that the variation of the percentage of reinforcing steel with respect to the section of the element (be it beam or column), as well as the variation of the dimensions (height and length) of the reinforced concrete frame, are the variables that most affect the reliability of a reinforced concrete structure, since when modified, they generate a considerable variation for the maximum value of the allowed vertical displacement or subsidence.

It could be seen that this analysis of structural reliability by performance is greatly facilitated by this methodology since it is only required to know both the section of the reinforced concrete structural element (generally the girders) and the enabled steel used in it and the displacement that it has suffered in any of structural support points to determine the extent or probability of risk of failure.

*Keywords:* structural reliability analysis; reinforced concrete; differential subsidence

## CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN

### **1.1 Planteamiento del problema de investigación**

Los métodos actuales para el análisis y diseño del comportamiento estructural son eficaces, pero están enfocados en obtener la mayor capacidad estructural posible sin considerar el desempeño que las estructuras presenten ante un movimiento, ya sea durante un sismo o debido a hundimientos diferenciales originados por el fenómeno de subsidencia.

El método de análisis y diseño estructural por desempeño es un método relativamente nuevo, ya que sus orígenes se remontan al año de 1995 (SEAOC-Vision 2000, 1995) y actualmente su aplicación ha ido incrementándose y ganado popularidad, ya que ayuda a realizar un análisis y diseño de estructuras de manera más eficiente al tomar en cuenta diversos factores como la importancia y seguridad estructural de la edificación al tomar en cuenta los diversos estados límite de Servicio.

El método introducido en 1993 por Priestley (Calvi et al., 2008), ayuda a realizar un diseño sísmico de forma más eficiente, el cual se pretende adaptar a edificaciones afectadas por subsidencia.

Recordando la definición de subsidencia, describe el paulatino hundimiento de una superficie terrestre, bien sea por el movimiento relativo de las placas tectónicas o, en una escala menor, la extracción de fluidos y/o sólidos que ocasiona un reacondicionamiento de la superficie, lo cual conlleva a un desplazamiento o hundimiento del tipo diferencial.

Por lo que este trabajo está enfocado en la obtención de una medida de riesgo o seguridad de las estructuras de concreto reforzado, tomando como base la probabilidad de falla o confiabilidad para los diferentes estados límites de desempeño, en relación con los niveles de desplazamiento.



## 1.2 Marco histórico

Los hundimientos diferenciales generalmente están asociados al fenómeno de subsidencia, mismo que es un problema común en el valle de Aguascalientes (INEGI (Instituto Nacional de Estadística y Geografía)., 2019) ya sea por la extracción de agua subterránea, así como por el movimiento de placas ante la presencia de fallas. Este fenómeno ha afectado aproximadamente a 2.556 edificaciones del estado de Aguascalientes (SIFAGG & Secretaría de Obras Públicas del Estado de Aguascalientes, 2021).

Durante los últimos 30 años, se ha presentado un fenómeno que es cada vez más común por todo el valle de Aguascalientes conocido como hundimientos diferenciales o subsidencia. Su origen puede estar ligado a la sobre explotación de los mantos acuíferos. Dichos fenómenos han provocado fallas en estructuras de concreto reforzado en bastantes edificaciones y asentamientos humanos por todo el estado.

A lo largo de la historia, la ingeniería estructural ha avanzado cada vez más y al mismo tiempo adaptándose a las necesidades del ser humano gracias al desarrollo de múltiples teorías, leyes y métodos para el cálculo, diseño y análisis estructural para los distintos tipos de materiales que se emplean en una estructura de cualquier tipo de edificación. El avance en el análisis estructural ha facilitado el trabajo del ingeniero mediante la implementación de dichos métodos a software que le ha permitido al ser humano realizar construcciones cada vez más grandes, edificios más altos, puentes con claros más largos, presas de mayor capacidad de almacenamiento, etcétera.

Como se mencionó previamente, existe una gran cantidad de métodos para el análisis de estructuras, es así que se decidió utilizar el método por desempeño para poder analizar la confiabilidad estructural de edificios construidos con concreto reforzado que fueron afectados por el fenómeno de hundimientos diferenciales.

El diseño por desempeño fue propuesto por primera vez por el Comité Visión 2000 (SEAOC 1995) para un diseño sísmico por desempeño, por lo que se desarrollará lo propio para una edificación afectada por hundimientos diferenciales. Se procederá a revisar la metodología numérica de diseño para marcos dúctiles de concreto reforzado, propuesta por Alberto Sánchez Badillo en su artículo: “Diseño por desempeño de estructuras dúctiles de concreto reforzado ubicadas en la zona del lago del distrito federal: ejemplo de aplicación” (Sánchez Badillo & Terán Gilmore, 2007). La metodología propuesta por Sánchez Badillo considera explícitamente los estados límite de servicio y seguridad y se enfoca al diseño de estructuras dúctiles ubicadas en la zona del lago de la Ciudad de México, por lo que será fundamental comparar el comportamiento con el del valle del estado de Aguascalientes.

Actualmente, los métodos más utilizados son el método de fuerzas y el método del análisis modal espectral; aunque recientemente el análisis y diseño estructural para evitar daños ocasionados por sismos, ha sido el que mayor progreso y avance ha tenido.

Esta metodología sirve para evaluar el desempeño sísmico de una estructura ya sea nueva o existente y permite revisar y mejorar el diseño sismo – resistente de una estructura.

Los orígenes del análisis y diseño por desempeño se remontan al año de 1995 bajo la publicación del documento VISION 2000, redactado por la Asociación de Ingenieros Estructurales de California por sus siglas en inglés SEAOC, donde se incluye la determinación del peligro sísmico, los objetivos de diseño de la estructura y los niveles de comportamiento sísmico esperado. (SEAOC – VISION 2000).

El procedimiento del diseño basado en desempeño fue definido bajo dos normas. La primera es el ATC – 40 en el año de 1996, donde se propuso el método del espectro de capacidad (se determina el punto de desempeño mediante la intersección de la curva de capacidad con el espectro reducido). La segunda norma por la que fue definido el diseño por desempeño fue la FEMA – 273, en el año de 1997 (NEHRP Guidelines for the Seismic Rehabilitation of Buildings, Prepared by: Applied Technology Council (ATC-33 Project), for: Building Seismic Safety Council, 1997), mediante el método de los coeficientes (que es un método mucho más sencillo) para determinar el desplazamiento objetivo (punto de desempeño o target displacement).

En la actualidad existen varias normas que permiten realizar un análisis o diseño por desempeño, una de ellas es la publicada en el año de 2012 por la FEMA (Agencia Federal de Manejo de Emergencias de Estados Unidos por sus siglas en inglés) en el documento FEMA P – 58 – 1, mismo que incluye todos los procedimientos de diseño por desempeño y también se evalúa el desempeño sísmico de elementos no estructurales y contenidos. Esta misma norma ya tuvo una actualización en el año de 2018.

En 2017, la norma ASCE / SEI 41 – 17 – SEISMIC EVALUATION AND RETROFIT OF EXISTING BUILDINGS (Evaluación sísmica y reforzamiento de edificios existentes) que incluye todos los temas del diseño basado en desempeño, fue actualizada a partir de la misma norma publicada en el año 2013.

### 1.3 Pregunta de investigación

Con base en los antecedentes planteados previamente, es posible plantear la pregunta: ¿En qué medida, la metodología por desempeño permitirá facilitar el análisis de la confiabilidad estructural de edificios ya construidos afectados por los efectos de hundimientos diferenciales (específicamente el fenómeno de subsidencia) tanto a nivel mundial como dentro del valle de Aguascalientes?

Los objetivos del problema planteados se muestran en seguida.

### 1.4 Objetivos generales

Algunos de los objetivos generales que se pudieron plantear son los siguientes:

- Analizar la confiabilidad estructural de un marco estructural de concreto reforzado sometido ante los efectos de los hundimientos diferenciales mediante la metodología por desempeño.
- Proponer una metodología para efectuar análisis estructurales por desempeño que permitan determinar la confiabilidad de una estructura que haya sido afectada por los efectos de fenómenos como la subsidencia.
- Obtener distintas medidas de riesgo para estructuras de concreto reforzado que hayan sido sometidas ante los efectos de hundimientos diferenciales, tomando como base la probabilidad de falla o confiabilidad para los diferentes estados límites de desempeño, en relación con los niveles de desplazamiento.

## 1.5 Objetivos particulares

- Presentar las posibles causas y orígenes de las fallas de estructuras de concreto reforzado sometidas ante los efectos de hundimientos diferenciales (subsistencia).
- Determinar parámetros que permitan presentar una rápida evaluación de la confiabilidad de una estructura afectada por hundimientos diferenciales con base en la metodología por desempeño para estructuras de concreto reforzado.

## 1.6 Justificación

Analizar y comprender de manera más amplia la confiabilidad estructural mediante el método por desempeño, así como el comportamiento específico de estructuras de concreto reforzado ante los efectos de hundimientos diferenciales dado que es un fenómeno que se ha presentado tanto a nivel global como dentro del valle de Aguascalientes por más de 30 años, en el cual, la mayoría de las estructuras están fabricadas con dicho material.

## 1.7 Hipótesis

Mediante la metodología por desempeño; el análisis de confiabilidad estructural se facilita en gran medida, ya que permite determinar el estado de servicio u operabilidad, así como el daño ocasionado a edificaciones con estructuras fabricadas con concreto reforzado tanto a nivel mundial, como específicamente dentro del valle de Aguascalientes por los efectos provocados por hundimientos diferenciales, además de que permite dictaminar la operatividad, funcionalidad y vida útil de dichas edificaciones.

## CAPITULO II: ESTADO DEL ARTE

### 2.1 Estudios previos

#### 2.1.1 Tesis de maestría mediante un estudio experimental de Víctor Emmanuel Dueñas Pérez (Dueñas Pérez, 2021)

En Mayo de 2021, Víctor Emmanuel Dueñas Pérez de la Universidad Autónoma de Aguascalientes (UAA) desarrolló un estudio que le permitió generar un procedimiento para llevar a cabo el análisis por desempeño de estructuras de acero estructural afectadas por subsidencia mediante el uso del software SAP2000 (Computers and Structures, 2016), y una vez que se generaron resultados a partir de este programa, con dichos datos se procedió a realizar un modelo estadístico bajo el proceso estocástico de Wiener que le permitiera representar la variabilidad de los hundimientos permisibles debido al tipo de suelo. Una vez obtenidos dichos desplazamientos, se generaron curvas de desempeño para poder optimizar el proceso de análisis.

En este estudio, se concluyó que los marcos presentan comportamientos lineales, por lo que propone realizar más simulaciones realizando distintas variaciones por lo que se podrá determinar si el concreto reforzado sigue un patrón más semejante a las curvas de carga – desplazamiento teóricas.

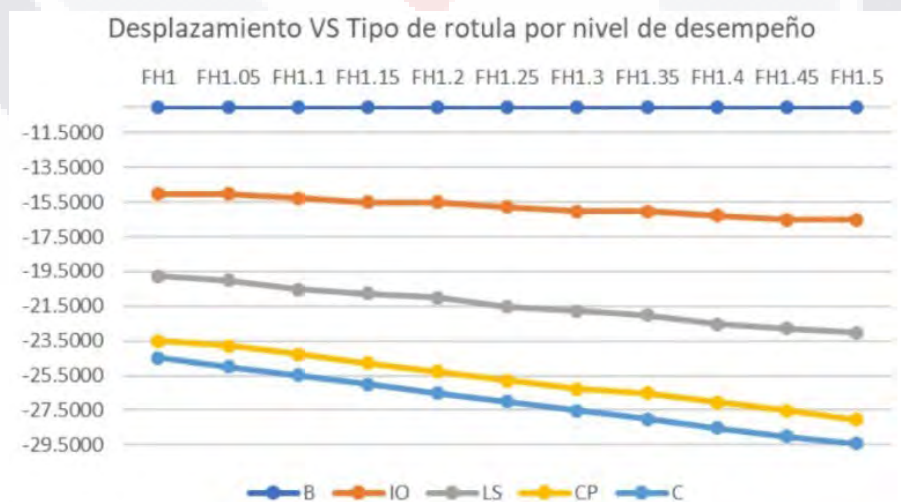


Figura 1: Gráfica comparativa de los desplazamientos por nivel de desempeño para cada tipo de rótula. (Dueñas Pérez, 2021)

### 2.1.2 Tesis de maestría mediante un estudio experimental de Kevin Adolfo Romero González (Romero González, 2021)

En Mayo de 2021, Kevin Adolfo Romero González de la Universidad Autónoma de Aguascalientes (UAA) presentó una metodología para realizar un diseño por desempeño para estructuras verticales con marcos estructurales en concreto reforzado afectadas por el fenómeno de hundimientos diferenciales (subsistencia) mediante procedimientos determinísticos que al aplicar dichos hundimientos diferenciales a dichas estructuras verticales, determinó mediante metodología de Pull Down en SAP2000 (Computers and Structures, 2016), los niveles de desempeño presentados en las rótulas plásticas al aplicarse dichos hundimientos diferenciales en los nodos de control.

En dicho estudio, concluye que, aunque se haya simulado mediante un análisis estático no lineal del tipo Pull-Down un hundimiento diferencial de 30 centímetros, no siempre se presenta el estado límite de servicio de prevención de colapso (CP por sus siglas en inglés), debido a diversos factores.

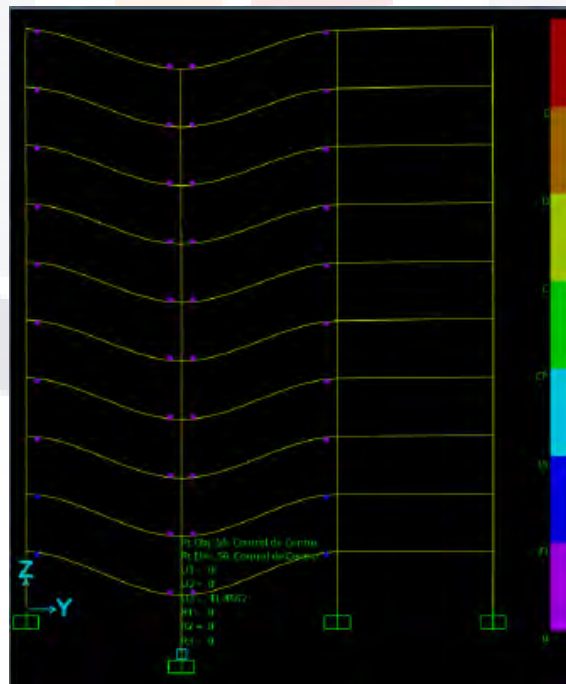


Figura 2: Modelo afectado por subsistencia en donde se aprecian los niveles de desempeño en las rótulas propuestas. (Romero González, 2021)

### 2.1.3 Tesis doctoral mediante un estudio experimental y caso práctico de Alejandro Ramírez Cortés (Ramírez Cortés, 2015)

En Junio de 2015, Alejandro Ramírez Cortés de la Universidad Autónoma de Aguascalientes (UAA) presentó una metodología para realizar un análisis estructural y así obtener la resistencia y el comportamiento de estructuras con diferentes niveles de daño causadas por el fenómeno de la subsidencia mediante el uso de un análisis de tipo Pull Down efectuado en el software SAP 2000 (Computers and Structures, 2016) comparando y cotejando sus resultados con una vivienda afectada dentro del municipio de Jocotepec, Jalisco. Al evaluar tanto el comportamiento general de toda la estructura, así como de cada uno de los elementos individuales que conforman la totalidad de dicha estructura, implicando así que, dichos resultados permitieron afirmar que la orientación de los agrietamientos de dicha vivienda coincidió de gran manera y medida con el punto que presentó el mayor hundimiento en dicha estructura.

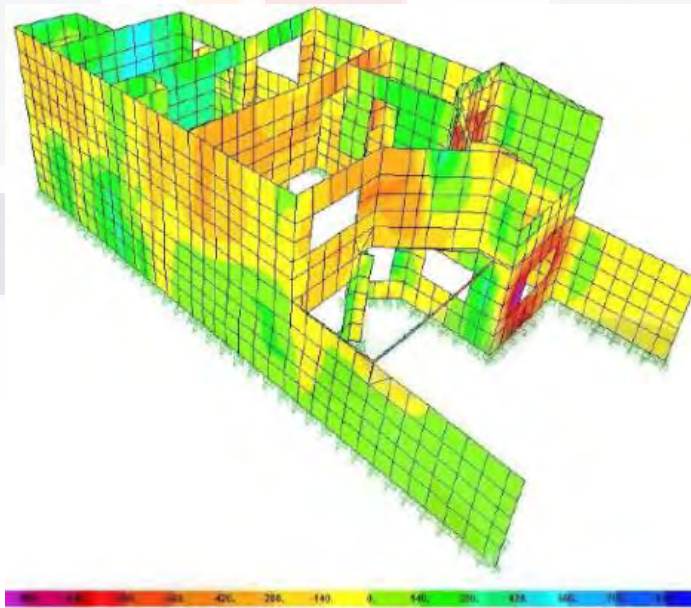


Figura 3: Modelo tridimensional en SAP con las zonas en con mayor afectación por la subsidencia. (Ramírez Cortés, 2015a)



#### 2.1.4 Artículo publicado por: (Pereira Junior et al., 2023)

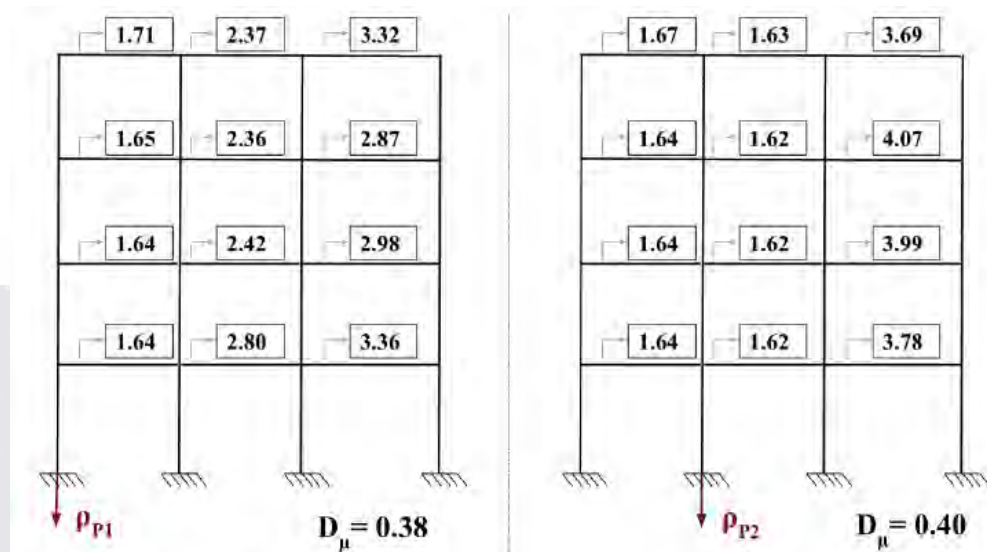


Figura 4: Índices de confiabilidad beta calculados para distintos asentamientos.  
(Pereira Junior et al., 2023)

En 2023, Pereira Junior et al., de la Universidade Federal de Catalão (UFCAT) en Brazil, presentaron un artículo de investigación en el que propusieron una metodología para realizar un análisis de confiabilidad a una estructura de 4 pisos y 3 entreclaros para después, mediante el método de Monte Carlo, con el que se realizaron las simulaciones y los análisis estadísticos pertinentes considerando las incertidumbres en las cargas vivas y muertas, así como las incertidumbres de las resistencias del concreto y del acero; logrando así calcular valores de beta asociados a un desplazamiento, mismos que siguen una distribución normal.

En dicho artículo se concluyó que la confiabilidad de las traveses se disminuye de manera considerable si los hundimientos diferenciales se presentan en las columnas localizadas a los extremos de dicha edificación, y de manera contraria, si los asentamientos se presentan en las columnas internas, el índice de confiabilidad aumenta considerablemente.

### 2.1.5 Cálculos de distintas probabilidades de falla a partir de $\beta$ : (Lenz et al., 1973)

Lenz et al. en 1973 desarrollaron una metodología para obtener un valor  $\beta$  que les permitiera obtener una aproximación de la probabilidad de falla de una estructura mediante la expresión:

$$\beta = \frac{\text{mean}[\ln(R/Q)]}{\sigma[\ln(R/Q)]}$$

Donde R es el valor de la resistencia y Q es el valor de la carga por lo que R/Q es la relación entre carga y resistencia.

En la siguiente tabla, podemos apreciar las probabilidades de falla expresadas en decimales, mismas que están relacionadas a un valor de beta obtenido previamente mediante simulaciones con variables distribuidas normalmente, tal y como se obtuvieron por (Lenz et al., 1973).

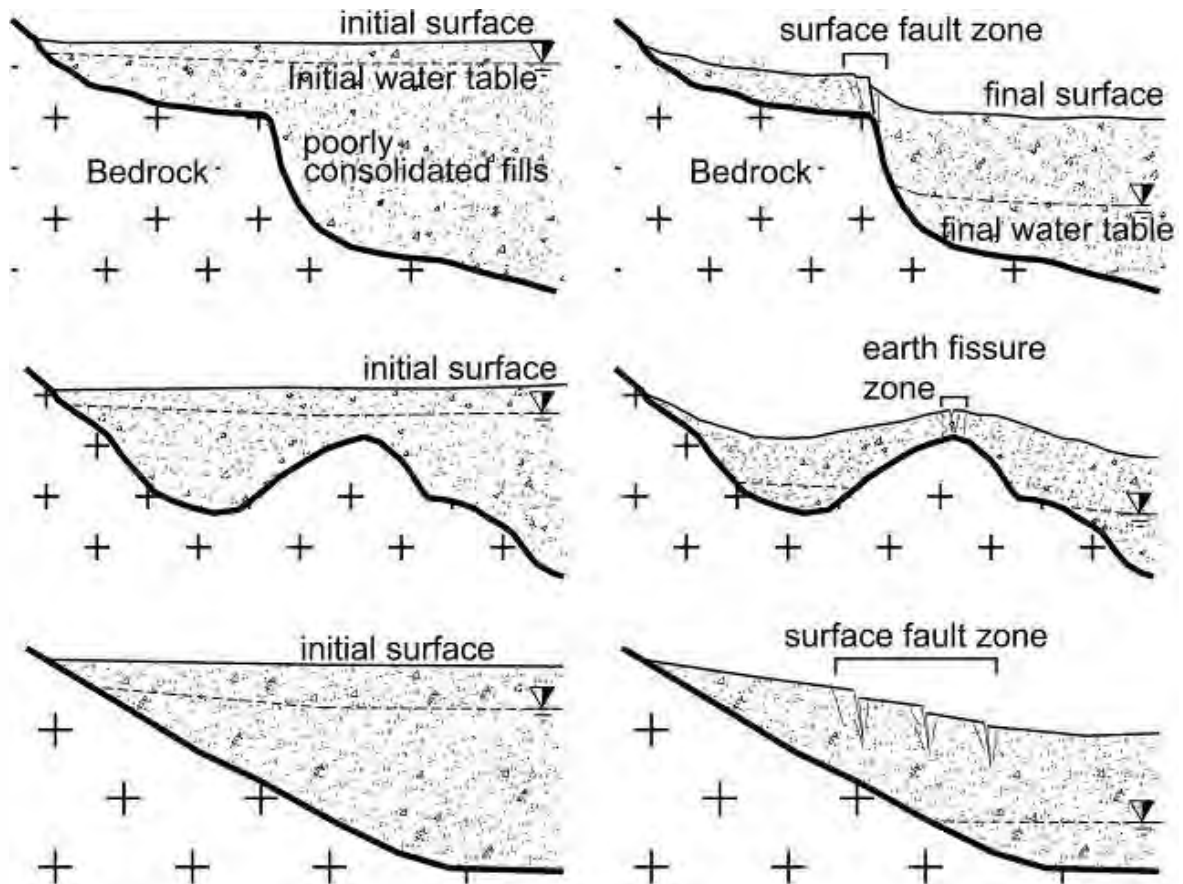
BETA	Prob. Falla	BETA	Prob. Falla
0.0	0.50000017	2.6	0.00466122
0.2	0.42074018	2.8	0.00255519
0.4	0.34457820	3.0	0.00134997
0.6	0.27425299	3.2	0.00068720
0.8	0.21185528	3.4	0.00033698
1.0	0.15865522	3.6	0.00015915
1.2	0.11506971	3.8	0.00007237
1.4	0.08756690	4.0	0.00003169
1.6	0.05479928	4.2	0.00001335
1.8	0.03593026	4.4	0.00000542
2.0	0.02275006	4.6	0.00000211
2.2	0.01390340	4.8	0.00000079
2.4	0.00819753	5.0	0.00000029

Tabla 1: Probabilidades de falla asociadas a distintos valores de beta. (Lenz et al., 1973)

## CAPÍTULO III: FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

### **3.1 Hundimientos diferenciales**

Es el proceso por el cual una superficie o terreno que da soporte a una estructura se deforma de manera progresiva y en dirección hacia estratos inferiores pudiendo ser de manera constante o no debido a las distintas velocidades en que puede hacerlo. (Ramos Ruiz Flores, 2013) Dichos hundimientos diferenciales pueden ocurrir debido a diversas causas como lo son la subsidencia, consolidación, entre otros; pudiendo ser también de origen geológico; por ejemplo, debido a las características donde se encuentre asentado el suelo o debido al movimiento de placas tectónicas. Estos factores también pueden ser antropogénicos; causadas por el ser humano debido a la sobreexplotación de mantos acuíferos o la extracción extrema de petróleo. Si ambos factores se combinan, es posible que resulten hundimientos diferenciales que generen desplazamientos significativos que a su vez pueden provocar grandes daños estructurales en distintas edificaciones siendo posible incluso hacerse visibles en agrietamientos formados. Es por ello que dichos hundimientos deben de ser evitados inclusive si son constantes y uniformes dado que además de poder afectar el funcionamiento estructural de una edificación, pueden resultar en una afectación al correcto uso de la construcción. (Ramos Ruiz Flores, 2013)



**Figura 5: Configuración de basamento rocoso para fisuras de tierra y fallas superficiales.**  
(Pacheco Martínez et al., 2011)

Si se conocen los hundimientos que van a sufrir los apoyos, la cuantificación de los efectos en la estructura es un problema estándar de análisis, cuando puede suponerse un comportamiento elástico de la misma. Sin embargo, debido a que los hundimientos ocurren en general muy lentamente en el tiempo, se producen efectos no lineales que modifican radicalmente los resultados que se obtendrían de un análisis elástico resuelto empleando las mismas propiedades de rigidez de la estructura usadas en el análisis por cargas gravitacionales. (Ramos Ruiz Flores, 2013)

### 3.1.1 Clasificaciones

Como se mencionó previamente, se puede clasificar a la Subsistencia por su origen (ya sea geogénico o antropogénico) (Pacheco Martínez et al., 2011) o por la profundidad a la que ocurre este fenómeno (profunda o superficial). A continuación, se enunciarán ejemplos para cada una de las clasificaciones de Subsistencia de acuerdo con su origen:

#### **Geogénico:**

- **Hidro compactación:** Esta subsistencia se produce cuando el peso del agua causa la compactación de los sedimentos en el suelo, lo que resulta en la disminución de la altura o elevación del terreno, ocurre frecuentemente en áreas donde drena el agua, esta de igual forma va muy de la mano con la subsistencia por extracción de agua subterránea ya que cuando esta se da en exceso puede reducir el volumen de los sedimentos en el suelo, lo que lleva a la compresión y hundimiento del terreno. (Ramos Ruiz Flores, 2013)
- **Disolución de rocas o sales:** Es un fenómeno geológico que pasa cuando las sales presentes en suelo se disuelven en un terreno y este se hunde pronto o gradualmente, regularmente acontece en zonas con clima árido. Esta subsistencia puede convertirse en grave problema ya que afecta en carreteras, edificios y tuberías. Puede prevenirse el hundimiento con prácticas adecuadas para reducir la acumulación de sales en el suelo y revisar constantemente el terreno para identificar a tiempo cualquier signo de subsistencia por disolución de sales. (Pacheco-Martínez et al., 2013)

## **Antropogénico:**

- **Extracción de agua subterránea:** Este tipo de subsidencia es una de las más rigurosas y dañinas para el planeta, dado que está ocasionada debido a la sobre explotación de los mantos acuíferos y provoca un hundimiento del terreno donde se realiza la extracción de agua subterránea. Este fenómeno puede tener consecuencias graves, como daños en infraestructuras y edificaciones cercanas, alteraciones en el flujo de los ríos y la pérdida de ecosistemas acuáticos, entre otros. (Pacheco-Martínez et al., 2013)
- **Extracción de petróleo o gas:** Ocurre cuando el subsuelo se hunde o se deforma debido a la extracción masiva de petróleo o gas de los yacimientos subterráneos. Cuando se extrae el petróleo o gas, se crea un vacío en el lugar que antes ocupaban estos hidrocarburos, lo que provoca que las capas superiores de rocas y sedimentos se colapsen hacia abajo. Además, este tipo de colapso puede ser de manera gradual o repentina. Para reducir los efectos de esta subsidencia se utilizan varias técnicas de inyección de materiales, medidas de presión para minimizar los daños al subsuelo. (Dueñas Pérez, 2021)
- **Actividad minera:** Estos hundimientos diferenciales son ocasionado por la actividad humana al extraerse depósitos minerales, mismos que se producen de manera local, afectando a una menor cantidad de personas. La subsidencia por minera se ve controlada por distintos factores como lo son: el tipo, espesor y densidad del material sobre el cual se extraen los minerales, la profundidad a la que se realiza la extracción mineral, el ancho del techo minero no estabilizado con soportes (el área de extracción mineral), entre otros. (Ramos Ruiz Flores, 2013)

### **3.1.2 Problemas relacionados**

Los problemas que ocasionan los hundimientos diferenciales son variados, entre ellos, la provocación de fallos estructurales, agrietamientos de muros, así como también pueden generar socavones de gran tamaño e inclusive pueden provocar la aparición de fallas geológicas debido a la sobre explotación de los acuíferos subterráneos. (Aranda, 1989)

### **3.1.3 Generación de grietas por subsidencia en el valle de Aguascalientes**

“La ocurrencia de grietas en el valle de Aguascalientes es atribuida a la combinación de dos factores: uno es natural y el otro es antropogénico. El primer factor es la geología del valle que consiste en un graben conformado por sedimentos granulares y pobremente consolidados que conforman el sistema de acuíferos. El segundo factor es la disminución del nivel de aguas freáticas debido a la sobreexplotación para usos doméstico, industrial y de riego. Este último factor es considerado el factor desencadenante de la subsidencia.” (Pacheco Martínez et al., 2011)

El estado de Aguascalientes, al estar ubicado en una zona mayormente desértica, por lo que recibe una menor cantidad de precipitaciones al año comparado con otras zonas ubicadas al sur de México, lo cual provoca que en este estado de la república no exista una gran cantidad de cuerpos superficiales naturales de flujo de aguas subterráneas perennes.

Hasta hace algunos años lo anterior se ve subsanado en parte por la presencia de acuíferos subterráneos someros los cuales permitían a la población obtener agua mediante la perforación de pozos o norias de poca profundidad (menores a 5m), sin embargo, el crecimiento poblacional de la década de los ochenta ocasionó una extracción superior a la recarga con que podían contar los acuíferos del valle de Aguascalientes ocasionando un descenso en los niveles freáticos. Este problema es de tal magnitud que en la actualidad la extracción de agua potable se realiza a través de pozos con profundidades que llegan hasta los 450 m de profundidad (CAASA, 2011).

### **3.2 Concreto reforzado**

El concreto reforzado, es uno de los materiales de construcción más empleados para la construcción de estructuras tanto a nivel global como en México, pudiendo ser desde estructuras sencillas como las empleadas en casas habitación hasta estructuras complejas como los son presas y puentes. El concreto reforzado resulta de la integración de dos materiales como lo es el concreto hidráulico y el acero estructural habilitado con varillas. El ACI lo define como: Concreto estructural reforzado con no menos de la cantidad mínima de acero pretensado o no pretensado para refuerzo como se especifique en el código de construcción aplicable (American Concrete Institute, 2013).



### 3.2.1 Diseño de momento resistente para una trabe de concreto reforzado por el ACI 318 – 02

El momento nominal, que llamaremos resistente, se define como (ACI 318-02):

$$M_R = A_s * f_y \left( d - \frac{a}{2} \right)$$

Donde:

$$a = \frac{A_s * f_y}{0.85 * f'_c * b}$$

$A_s$  = Área de acero (in<sup>2</sup>)

$f_y$  = Resistencia a la tensión del acero (lb/in<sup>2</sup>)

$f'_c$  = Resistencia a la compresión del concreto (lb/in<sup>2</sup>)

$d$  = Distancia libre considerando el recubrimiento para el acero en la zona inferior de la sección de la trabe. (in)

$d$  = *Altura de la sección – Recubrimiento en la zona inferior*

Sustituyendo “a” dentro de la fórmula para el cálculo del momento resistente tenemos que:

$$\begin{aligned}M_R &= A_s * f_y \left( d - \frac{A_s * f_y}{2(0.85 * f'_c * b)} \right) \\&= A_s * f_y \left( d - \frac{A_s * f_y}{1.7 * f'_c * b} \right) \\&= A_s * f_y * d - \frac{A_s^2 * f_y^2}{1.7 * f'_c * b} \\&= A_s * f_y * d - \frac{A_s^2 * f_y^2}{1.7 * b} * \frac{1}{f'_c}\end{aligned}$$

Puede expresarse  $M_R$  como:

$$M_R = k_1 + k_2 * \frac{1}{f'_c}$$

Donde:

$$k_1 = A_s * f_y * d$$

$$k_2 = - \frac{A_s^2 * f_y^2}{1.7 * b}$$

Cabe recalcar que se debe de emplear el sistema de unidades de medida de los Estados Unidos dado que la fórmula para el cálculo del momento nominal o resistente se extrajo del American Concrete Institute.

### **3.2.2 Diseño plástico**

Este tipo de diseño plantea que las estructuras de concreto reforzado pueden ser diseñadas más allá del límite elástico, ya que anteriormente se planteaba un diseño dentro del rango elástico, el cual, era el rango normalmente más empleado para el diseño de estructuras de concreto reforzado. Dentro del diseño plástico, las deformaciones son permanentes y no se genera como tal, una recuperación de la estructura. (McCormac & Brown, 2011)

### **3.2.3 Articulaciones (rótulas) plásticas**

Para análisis no lineales, estático y de historia-tiempo de integración directa, los usuarios pueden simular el comportamiento posterior al rendimiento asignando articulaciones plásticas concentradas a elementos estructurales y tendones. El comportamiento elástico ocurre a lo largo de la longitud de un miembro, luego la deformación más allá del límite elástico ocurre completamente dentro de las articulaciones, que se modelan en ubicaciones discretas. El comportamiento inelástico se obtiene mediante la integración de la deformación plástica y la curvatura plástica que ocurre dentro de una longitud de articulación definida por el usuario, generalmente en el orden de la profundidad del miembro (FEMA-356). Para capturar la plasticidad distribuida a lo largo de la longitud del miembro, se puede modelar una serie de articulaciones. También pueden coincidir varias articulaciones en el mismo lugar. (Computers and Structures, 2022).

La plasticidad puede estar asociada con comportamientos de fuerza-desplazamiento (axial y cortante) o momento-rotación (torsión y flexión). Las bisagras se pueden asignar (desacoplar) a cualquiera de los seis grados de libertad. El comportamiento posterior al rendimiento se describe mediante la relación principal general que se muestra a la derecha. Se desaconseja el modelado de la pérdida de resistencia para mitigar la redistribución de la carga (que puede conducir a un colapso progresivo) y garantizar la convergencia numérica.

El software CSI limita automáticamente la pendiente negativa al 10% de la rigidez elástica, aunque hay opciones de sobrescritura disponibles. Con fines informativos, se pueden especificar estados límite adicionales (IO, LS, CP) que se informan en el análisis, pero que no afectan los resultados. La descarga desde el punto de deformación plástica sigue la pendiente de rigidez inicial.

### **3.3 Metodología por desempeño**

Esta metodología propone el estudio paso a paso de la respuesta estructural de elementos sometidos a cargas crecientes, asignando rótulas plásticas a los distintos elementos que conforman una estructura para poder así evaluar los daños ocasionados por alguna carga o fenómeno externo a dicha estructura, siendo evaluados por los distintos estados límites de servicio para cada tipo de elemento estructura. (Ilki et al., 2014)

### 3.3.1 Estados límites de servicio (Niveles de desempeño)

La capacidad o parámetros de servicio de una estructura están ligados directamente a los distintos estados límite de servicio, ya que pueden vincularse con la relación fuerza – desplazamiento, misma que es no lineal y así proporcionar información sobre el desempeño estructural. Los niveles de desempeño o estados límite de servicio son de gran utilidad para propietarios de edificios y el público en general ya que están relacionados con el uso diario de diversas edificaciones y estructuras. Por lo tanto, puede ser útil introducir estados límite como ocupación inmediata (IO), seguridad humana (LS) y prevención de colapso (CP), que indican la correlación entre la no linealidad del material y las proyecciones deterministas de daño estructural sufrido. La figura 8 muestra los estados límite de servicio de para una relación fuerza – desplazamiento. (Computers and Structures, 2022)

1. **Ocupación inmediata:** los daños son menores al 20% y la estructura mantiene la mayor parte de su rigidez y resistencia originales. Como su nombre lo indica, se puede hacer uso de la edificación instantáneamente.
2. **Seguridad de vida:** los daños están entre un 20% y un 40%, los cuales son significativos e importantes por lo que se tiene que establecer si se puede hacer uso del edificio. La rigidez y resistencia de la estructura se han visto considerablemente afectadas por lo cual se deberá de evaluar la integridad de la edificación para poder determinar la factibilidad de reparación a la estructura.
3. **Prevención de colapso:** los daños están entre un 40% y un 80%, por lo que se puede concluir que ha recibido un daño mayor y/ó extremo. Si los daños son mayores a un 80% y la estructura se sigue deformando, la falla total de esta será inminente debido a que se ha perdido casi por completo la rigidez y resistencia de la estructura.

Nomenclatura	Nivel de Desempeño
B	Operacional
IO	Ocupación Inmediata
LS	Seguridad de Vida
CP	Prevención de Colapso
C	Colapso
D	Daño

Tabla 2: Nomenclaturas para los distintos niveles de desempeño.

En la tabla anterior, se muestran las distintas nomenclaturas de las letras asociadas a cada uno de los estados límites de servicio.

En la siguiente figura podemos observar los colores respectivos a cada uno de los niveles de desempeño, los cuales se verán reflejados en las articulaciones plásticas al realizar los distintos análisis y simulaciones.



Figura 6: Escala de colores para los distintos estados límite de servicio.

(Computers and Structures, 2016)

En la siguiente gráfica, podemos observar la “curva” fuerza – desplazamiento idealizada, donde se encuentran localizados todos los estados límite de servicio. Se considera idealizada dado que realmente no es una curva y se traza únicamente mediante segmentos de rectas de los puntos A–B, B–C, C–D y D–E.

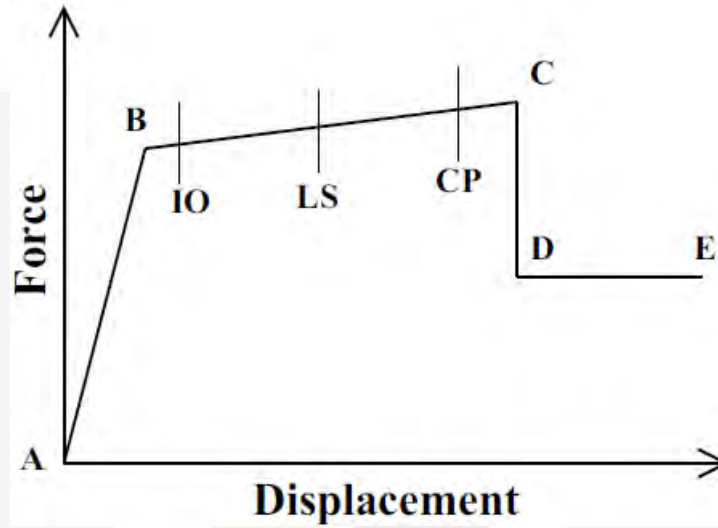


Figura 7: Diagrama idealizado de fuerza-desplazamiento que se presenta en las articulaciones plásticas para los distintos estados límite de servicio. (Computers and Structures, 2016)

En la siguiente imagen, podemos observar la comparación de una curva real para fuerza–desplazamiento con una idealizada en 5 o 6 puntos.

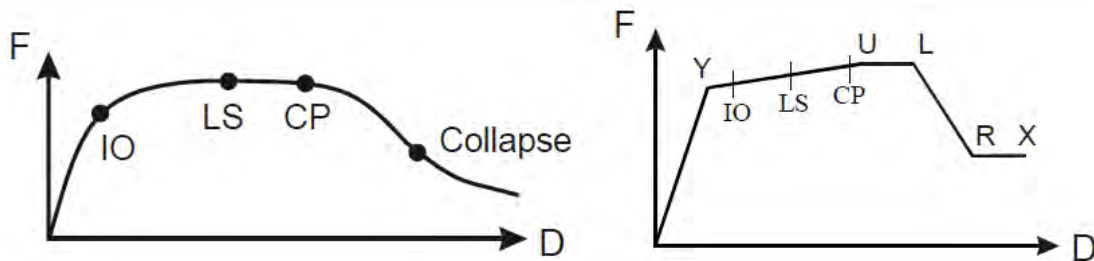


Figura 8: Estados límites de servicio ubicados en curva real v.s. curva idealizada. (Computers and Structures, 2016)

## **3.4 Métodos de análisis**

### **3.4.1 Determinísticos**

Un método determinístico es aquel que generará siempre los mismos resultados al seguir un procedimiento preestablecido ya que no toma en cuenta factores externos llamadas variables aleatorias que pudiesen generar una respuesta completamente distinta. (Gómez Soberón, 2017)

Si a un proceso o modelo matemático se le definen las mismas condiciones iniciales, invariablemente se tendrán los mismos resultados sin haber contemplado la aleatoriedad que pudiera existir en dicho modelo o proceso.

Para este trabajo, la parte determinista se realizó al obtener datos determinísticos a partir del modelado del software SAP2000 mediante los análisis Pull Down donde se determinaron los desplazamientos que provocan cierto momento de demanda.

### **3.4.2 Probabilísticos**

Un método probabilístico toma en consideración agentes externos (variables aleatorias) que pudiesen modificar el resultado de algún procedimiento preestablecido, por lo cual, se genera una cierta discrepancia o incertidumbre con respecto de un valor central promedio y así se tiene una variabilidad de posibles resultados distintos, incluso sí se sigue al pie de letra dicho procedimiento. (Nowak & Collins, 2000)

Debido a la naturaleza aleatoria de los hundimientos estructurales, lo mismo que los momentos demanda y resistentes correspondientes, en este trabajo se consideran métodos aleatorios para su análisis.



### **3.5 Confiabilidad estructural**

El avance tecnológico ha permitido la creación de distintas metodologías o mejores prácticas dentro de la ingeniería estructural que cada vez admiten una mayor cantidad de variables y componentes a tomar en cuenta al momento de llevar a cabo algún análisis de seguridad o confiabilidad estructural. (Uribe Castillo, 2011)

La confiabilidad estructural está definida como la probabilidad de que una estructura no sufra falla alguna, es decir, que la estructura no sobrepase un estado límite bajo las solicitaciones externas a la cual puede estar sometida durante su vida útil. Las incertidumbres permiten modelar como variables aleatorias: la capacidad resistente de la estructura y la demanda solicitada.

Para efectos de esta investigación, la metodología que se empleó es mediante el desempeño esperado que presente la estructura. En un contexto real, la capacidad resistente de la estructura y la demanda solicitada pueden presentar incertidumbre en los diferentes estados de desempeño. Debido a lo anterior, los momentos correspondientes serán considerados como variables aleatorias en este trabajo de tesis.

#### **3.5.1 Objetivo de la confiabilidad estructural**

El principal objetivo de la confiabilidad estructural es el garantizar el comportamiento de una estructura de acuerdo a la metodología empleada para su diseño, cálculo y análisis. Además, si es que se llegase a presentar una falla en la misma, esta debe de suceder de la forma en que se planteó y en el elemento estructural deseado. Para efectos de esta investigación, la metodología que se empleó es mediante el desempeño esperado que presente la estructura.

### 3.5.2 Probabilidad de falla

La falla de un sistema se da cuando un valor resistente es superado por un valor de demanda (Nowak & Collins, 2000). Definiendo  $MR$  y  $MD$  como variables aleatorias que pueden o no ser independientes probabilísticamente bajo una distribución normal, se tiene que:

$$MR \sim N(\mu_{MR}, \sigma_{MR}^2)$$

$$MD \sim N(\mu_{MD}, \sigma_{MD}^2)$$

Donde:

$MR$  = Valor calculado para el momento nominal mediante la metodología y fórmulas del ACI 318-02, que, para facilidad, entendimiento y practicidad de este trabajo, denominaremos como momento resistente.

$MD$  = Valor del momento de demanda obtenido mediante simulaciones dentro del software SAP2000.

Entonces la falla se define como:

$$\text{Falla: } MR \leq MD$$

De manera consiguiente, al hablar de probabilidades, la probabilidad de que el sistema falle, será:

$$P(\text{Falla}) = P(MR \leq MD)$$

Siguiendo las propiedades básicas de la probabilidad, se tiene que:

$$P(MR \leq MD) = P(MR - MD \leq 0)$$

De lo anterior, y bajo las propiedades de la distribución normal, se cumple que:

$$(MR - MD) \sim N(\mu_{MR} - \mu_{MD}, \sigma_{MR}^2 + \sigma_{MD}^2)$$

Así mismo, estandarizando se tiene que:

$$Z = \frac{(MR - MD) - (\mu_{MR} - \mu_{MD})}{\sqrt{\sigma_{MR}^2 + \sigma_{MD}^2}}$$

Esto es:

$$Z \sim N(0,1)$$

Se conoce que la función de densidad de Z está dada como:

$$\phi(z) = f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}$$

Y la función de distribución acumulada es:

$$\Phi(z) = P(Z \leq z) = \int_{-\infty}^{-\beta} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Por lo tanto, en términos de la distribución normal estándar la probabilidad de falla se puede obtener como

$$\begin{aligned} P(MR - MD \leq 0) &= P\left((MR - MD) - (\mu_{MR} - \mu_{MD}) < 0 - (\mu_{MR} - \mu_{MD})\right) \\ &= P\left(\frac{(MR - MD) - (\mu_{MR} - \mu_{MD})}{\sqrt{\sigma_{MR}^2 + \sigma_{MD}^2}} < \frac{0 - (\mu_{MR} - \mu_{MD})}{\sqrt{\sigma_{MR}^2 + \sigma_{MD}^2}}\right) \\ &= P\left(Z < -\frac{(\mu_{MR} - \mu_{MD})}{\sqrt{\sigma_{MR}^2 + \sigma_{MD}^2}}\right) = \Phi\left(-\frac{(\mu_{MR} - \mu_{MD})}{\sqrt{\sigma_{MR}^2 + \sigma_{MD}^2}}\right) \end{aligned}$$

En (Nowak & Collins, 2000), a esta probabilidad de falla se le denota como  $P_f$  y al valor negativo del percentil correspondiente

$$\beta = \frac{(\mu_{MR} - \mu_{MD})}{\sqrt{\sigma_{MR}^2 + \sigma_{MD}^2}}$$

Se le llama índice de confiabilidad y se suele denotar como  $\beta$ . Es claro que  $P_f$  y  $\beta$  cumple la siguiente relación

$$\beta = -\Phi^{-1}(P_f)$$

O bien:

$$P_f = \Phi(-\beta)$$

El parámetro  $\beta$  en confiabilidad, matemáticamente se define como la diferencia entre un valor medio resistente y un valor medio de demanda relacionados por la raíz cuadrada de la suma de las varianzas tanto del valor resistente como del valor de demanda. Gráficamente, es la distancia más corta desde el punto (media del momento resistente, media del momento de demanda) hasta donde el momento medio de demanda sería igual al momento medio resistente.

Este parámetro se asocia a una probabilidad de falla, lo cual permite indicarnos de manera rápida y eficaz, el índice o porcentaje de confiabilidad para algún fenómeno representado, en el caso de este trabajo de tesis, la no plastificación en las rótulas plásticas de una trabe fabricada de concreto reforzado de acuerdo a algún desplazamiento.

Según Pereira, Junior et. al., este índice define un nivel de seguridad de una estructura, por lo que los parámetros de diseño deben de estar calibrados a un nivel mínimo de seguridad requerido para cualquier estructura.

Otra forma de determinar y representar el parámetro  $\beta$  es mediante simulaciones para un mismo caso de estudio, empleando la metodología de Monte Carlo para simular valores del momento demanda y momento resistente, las cuales se presentan en las gráficas de la figura 43. Se determina la proporción de puntos que sobrepasan la línea de seguridad (ver Figura 43), del total de simulaciones realizadas, la cantidad de ellas que sobrepasan el valor del Momento Resistente. Esta proporción de puntos es la estimación de la probabilidad de falla  $P_f$  y el valor del percentil de la distribución normal estándar correspondiente a la probabilidad estimada  $P_f$  es el parámetro  $\beta$ .

De acuerdo a (Nowak & Collins, 2000) el valor de este parámetro varía entre 1 y 6, y a partir de este, se asocia a una probabilidad de falla. A continuación, se presenta la misma tabla propuesta por Nowak.

<b>Índice de confiabilidad <math>\beta</math> y Probabilidades de Falla <math>P_f</math></b>	
<b><math>P_f</math></b>	<b><math>\beta</math></b>
$10^{-1}$	1.28
$10^{-2}$	2.33
$10^{-3}$	3.09
$10^{-4}$	3.71
$10^{-5}$	4.26
$10^{-6}$	4.75
$10^{-7}$	5.19
$10^{-8}$	5.62
$10^{-9}$	5.99

Tabla 3: Índice de confiabilidad beta y probabilidades de falla  $P_f$ . (Nowak & Collins, 2000)

Por lo que es importante apreciar que, para obtener riesgos de falla más bajos, beta debe de ser un valor alto cercano a 6 y así desarrollar diseños más eficientes enfocados en una alta confiabilidad de la estructura.

En este trabajo, para establecer las desviaciones estándares se consideran los coeficientes de variación mediante la siguiente expresión:

$$\sigma_{MR} = C.V._{MR} \times \overline{MR}$$

$$\sigma_{MD} = C.V._{MD} \times \overline{MD}$$

Los coeficientes de variación se pueden obtener a partir de la tabla establecida por (Gómez Soberón, 2017) la cual, a su vez es tomada de Nowak, como más adelante se verá.

### 3.5.3 Coeficiente de variación

Este coeficiente representa la variabilidad de una variable y se calcula como la relación de la desviación estándar de una variable con respecto a su propia media. Dicho coeficiente es adimensional y se puede expresar en porcentajes, por lo que su valor absoluto es frecuentemente menor a uno.

PROPIEDAD	MEDIA	CV	DESVIACIÓN ESTANDAR
<b>Resistencia a compresión</b>			
$f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$	194 kg/cm <sup>2</sup>	0.18	–
$f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$	238 kg/cm <sup>2</sup>	0.18	–
$f'_c = 350 \text{ kg/cm}^2$	283 kg/cm <sup>2</sup>	0.15	–
<b>Resistencia a tensión</b>			
$f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$	21.51 kg/cm <sup>2</sup>	0.18	–
$f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$	23.83 kg/cm <sup>2</sup>	0.18	–
$f'_c = 350 \text{ kg/cm}^2$	25.73 kg/cm <sup>2</sup>	0.18	–
<b>Refuerzo</b>			
Grado 40	3,185 kg/cm <sup>2</sup>	0.116	370 kg/cm <sup>2</sup>
Grado 60	4,700 kg/cm <sup>2</sup>	0.098	464 kg/cm <sup>2</sup>
Grado 170 (presforzado)	19,750 kg/cm <sup>2</sup>	0.025	492 kg/cm <sup>2</sup>
<b>Variación de dimensiones</b>			
Altura nominal de losa	0.08 – 0.53 cm	–	0.66 – 1.19 cm
Altura nominal de viga	-0.30 – 2.05 cm	–	0.64 – 1.40 cm
Altura efectiva de losa en una dirección a barras superiores	-1 cm	–	1.27 cm
Altura efectiva de losa en una dirección a barras inferiores	-0.33 cm	–	0.84 cm
Profundidad efectiva de vigas a barras inferiores	-0.56 cm	–	1.42 cm
Ancho nominal de vigas	0.25 cm	–	0.38 cm
Dimensiones de columnas	0.15 cm	–	0.64 cm
Recubrimiento	-0.89 – 0.15 cm	–	0.71 – 1.14 cm

**Tabla 4: Estadística de propiedades comunes y dimensiones de elementos de concreto.**  
(Nowak & Collins, 2000)

### **3.5.4 Metodología Monte Carlo**

La Metodología Monte Carlo es una técnica matemática, principalmente estadística y probabilista que se emplea para generar una gran cantidad de simulaciones de un mismo fenómeno replicado con resultados numéricos con cierta variación con base en distintas variables aleatorias que sigan a su vez, una distribución (normal) las cuales son generadas mediante algún software estadístico como R Studio, a partir del cual se puede generar un sinnúmero de simulaciones que predicen o suponen los posibles resultados de un evento incierto, tomando una medida de variación como el coeficiente de variación. Esto permite la generación de una gran cantidad de resultados. (Pereira Junior et al., 2023)

Cabe recalcar que dichas simulaciones recrean el fenómeno en cuestión únicamente con ciertas variaciones provocadas por los distintos coeficientes de variación a considerarse para generar los distintos resultados. (Nowak & Collins, 2000)

#### **Método Monte Carlo en ingeniería**

Para las distintas ramas de la ingeniería, se debe de garantizar la seguridad y confiabilidad de cada producto, estructura o sistema que se desarrolle antes de que se autorice para el uso y/o consumo humano. El Método Monte Carlo se utiliza para recrear un mismo fenómeno en una gran cantidad de ocasiones y así poder determinar la probabilidad de falla de un producto, estructura o sistema en función de las variables existentes. Una de las aplicaciones de este método, por ejemplo, es el uso que le dan los ingenieros mecánicos al método de Monte Carlo para realizar un sinnúmero de simulaciones y así poder calcular la durabilidad, probabilidad de falla y/o riesgo de daño de un motor para un avión cuando funciona en diversas condiciones.(Gómez Soberón, 2017)



### 3.5.5 Confiabilidad

El índice de confiabilidad se calcula restando la probabilidad de falla a un 100% o 1, representando así el porcentaje de éxito. (Nowak & Collins, 2000). Este puede ser expresado en decimales o en unidades porcentuales dado que sigue siendo una probabilidad.

$$\text{Confiabilidad} = 1 - P_f$$

### 3.5.6 Incertidumbres en Evaluaciones de Confiabilidad

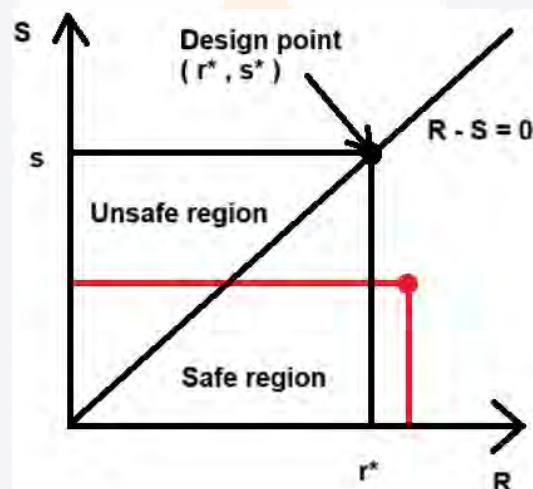


Figura 9: Regiones de seguridad para confiabilidad. (Nowak & Collins, 2000)

“Cuando un fenómeno tiene múltiples salidas o resultados, sin un modelo que las describa con precisión, se dice que este fenómeno es incierto, aleatorio o estocástico.” (Gómez Soberón, 2017)

Pueden definirse como el error al que pueden someterse las simulaciones debido a diversos factores, como el error en el modelado, la mala alimentación de datos, cuestiones estadísticas, físicas, etc.

## 3.6 Simulación a emplear para caracterizar la subsidencia

Para poder hablar sobre los análisis Push Over o análisis Pull Down, primero es necesario definir los tipos de análisis sísmico, los cuales son estático lineal y no lineal, por lo que a continuación se presentará una breve descripción de ambos tipos de análisis sísmicos.

### 3.6.1 Análisis estático lineal

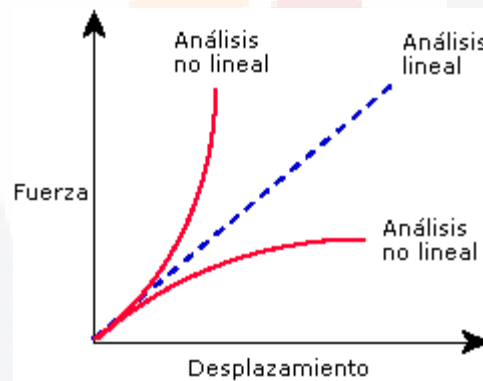
Un análisis estático lineal se fundamenta principalmente en realizar suposiciones que no son meramente correctas por lo que este tipo de análisis no es tan preciso como lo son los análisis estáticos no lineales (Solidworks Dassault Systèmes, 2011). Las consideraciones que este tipo de análisis realiza, son las siguientes:

- **Suposición estática:**

Supone que todas las cargas son aplicadas de manera lenta, uniforme y gradualmente hasta tomar el valor total de dicha fuerza y no toma en consideración si una carga se aplica de manera súbita. Además, esta suposición considera que la carga permanece aplicada por un periodo sin que ésta varíe absolutamente nada, por lo que debemos ignorar por completo las fuerzas de inercia y amortiguamiento propias de una estructura, mejor conocidas como fuerzas dinámicas, que, como su nombre lo indica, dichas cargas sí presentan variaciones ya sea en el tiempo de aplicación o en la magnitud de la carga.

- **Suposición de linealidad:**

Supone que la correspondencia entre las cargas aplicadas va de acuerdo con la respuesta que se generará (desplazamientos, deformaciones unitarias), es decir, se mantiene una relación lineal. Esto es, si se aumenta al doble la fuerza aplicada, la respuesta deberá de ser de la misma manera doble. Para poder hacer valida esta suposición, todos los materiales del análisis deberán de cumplir con la Ley de Hook, que en resumen afirma que las tensiones son directamente proporcionales a las deformaciones unitarias. Otra de las condiciones que debe presentarse es que los desplazamientos unitarios deben de ser los suficientemente pequeños para no modificar la rigidez de la estructura.



**Figura 10: Diagrama explicativo para un análisis lineal.** (Solidworks Dassault Systèmes, 2011)

### 3.6.2 Análisis estático no lineal

Este tipo de análisis propone que la relación entre las cargas aplicadas y la respuesta generada (desplazamientos, deformaciones unitarias) es lineal o directamente proporcional, por lo que si se induce una carga mayor la respuesta esperada es que ésta también sea mayor bajo una relación lineal y proporcional. Además, mediante un análisis estático no lineal, no se consideran los efectos dinámicos como las fuerzas inerciales y las fuerzas de amortiguación (FEMA 356, 2000).

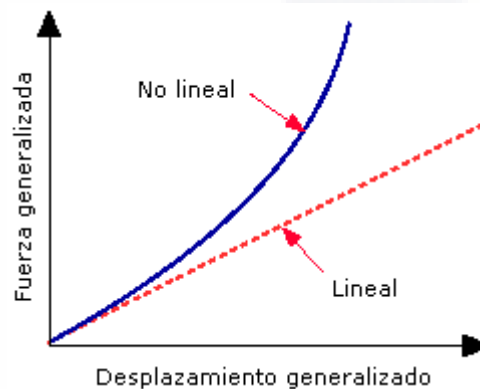


Figura 11: Diagrama explicativo para un análisis no lineal. (Solidworks Dassault Systèmes, 2011)

Cualquier estructura construida tiene un comportamiento bajo el modo no lineal, ya que, de una u otra manera, el nivel de la carga es variable y no es constante. Sólo en muy pocos casos, el análisis lineal puede ser conveniente si se llegan a cumplir la mayoría de las suposiciones estáticas y de linealidad. Mientras que, en la mayoría de los casos, la solución lineal no es la más prudente debido a que puede generar resultados equivocados debido a que se no se cumplen las suposiciones mencionadas anteriormente en las cuales está fundamentado el análisis lineal. La no linealidad puede ser provocada por la variación en magnitud y tiempo de aplicación de alguna carga, el comportamiento del material, los grandes desplazamientos y las condiciones de contacto.

Un caso claro donde puede ser aplicado este tipo de análisis es cuando se presenta un marco bidimensional al cual se le aplican cargas laterales simulando los efectos que produce un sismo en cada entrepiso de dicho marco, para el cual, se considerará infinitamente rígido cada uno de sus entrepisos, tal y como lo menciona (Ramírez Cortés, 2015). Bajo estas consideraciones, los nodos en cada nivel tendrán un desplazamiento proporcional a la altura en que estos se encuentren; mientras mayor sea la altura, mayor será su desplazamiento, por lo que el nodo de control se establecerá en el nivel con mayor altura de la estructura y así permitimos conocer el máximo desplazamiento que se pueda presentar en dicha estructura.

### **3.6.3 Análisis Push Over**

Para llevar este tipo de análisis a cabo, se requiere emplear una carga distribuida horizontal a lo largo de la estructura a analizar. Dicha carga deberá de ser aumentada uniformemente hasta que la estructura presente un desplazamiento horizontal máximo previamente definido. (Ramírez Cortés, 2015a)

Cabe hacer énfasis que este tipo de análisis es no lineal estático y simplificado, mismo que a su vez, se ha popularizado bastante debido a la facilidad que tiene para definir y modificar muchos de los parámetros y variables que dificultan el análisis estructural, así como la practicidad al permitir retrabajar los resultados obtenidos y así poder diseñar de manera óptima (Dueñas Pérez, 2021). Además, el análisis mediante Push Over, se ha popularizado bastante debido a que permite desarrollar una evaluación por desempeño de las estructuras. (Castañeda Fernández & Guevara Fernández, 2019)

En general, los 3 pasos propuestos por el Dr. Alejandro Ramírez de la Universidad Autónoma de Aguascalientes resumidos por (Romero González, 2021), son los siguientes:

1. Se modela el edificio, marco o estructura tomando en cuenta el comportamiento inelástico de los materiales en los nodos o conexiones de todos los miembros.
2. Después se aplicará una carga lateral que se va a ir incrementando uniformemente (tanto en intervalos, como en la magnitud de fuerzas o desplazamientos) a un modelo matemático no lineal (ya sea de un edificio, marco o estructura) hasta que el desplazamiento de un nodo control ubicado en el último nivel superior (azotea) exceda un desplazamiento máximo determinado (dependiendo del nivel de daño deseado para la estructura mediante la metodología por desempeño).
3. Por último, se emplea la gráfica de fuerza (esfuerzo) contra deformación (desplazamiento) para poder evaluar el desempeño de cada miembro individualmente y así verificar que el desplazamiento total de la estructura corresponde al punto dentro del rango del daño permitido por desempeño. (Ramírez Cortés, 2015a)

### 3.6.4 Análisis Pull Down

Al igual que el método por Push Over, este tipo de análisis es considerado como un análisis estático no lineal que permite observar el comportamiento de la estructura ante los hundimientos diferenciales generados en los distintos nodos de apoyo.

Ramírez Cortés (2015) presenta un planteamiento para este tipo de análisis en el que se basa en la metodología del análisis Push Over con las diferencias que se asignan hundimientos diferenciales en los nodos de apoyo donde se esté presentando la deformación de la edificación y se monitorizan los desplazamientos verticales en los nodos de apoyo de la estructura en lugar de los desplazamientos horizontales en el nivel superior.

Debido a estas razones se procederá a realizar un análisis determinista en el programa SAP2000 (Computers and Structures, 2016) denominado Pull Down, ya que este tipo de modelación nos permite simular de manera más realista efectos causados por subsidencia.

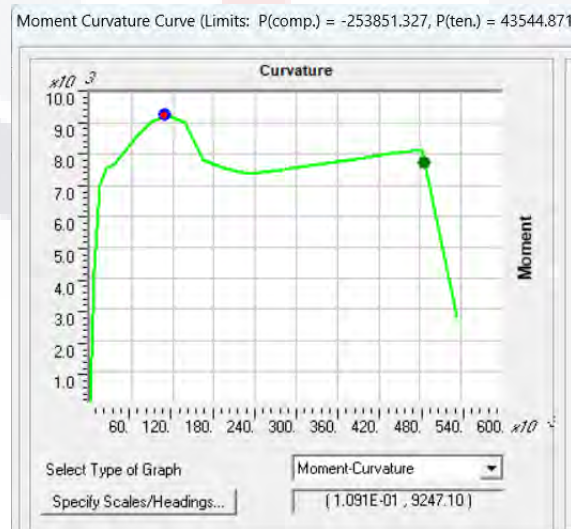


Figura 12: Gráfica de momento - curvatura para la sección propuesta.

## CAPITULO IV: METODOLOGÍA

Se llevó a cabo una modelación numérica mediante los programas SAP2000 (Computers and Structures, 2016) (Análisis Pull-Down) y el programa RStudio (método de estimación de Monte Carlo) que permitió analizar la confiabilidad estructural por desempeño de estructuras de concreto reforzado sometidas ante hundimientos diferenciales.

También, se propuso una metodología que ayuda a realizar un análisis de confiabilidad estructural por desempeño de estructuras de concreto reforzado afectadas por subsidencia.

Las siguientes variables fueron propuestas con base en conocimientos previos sobre el tema y meramente son planteadas para el desarrollo de los distintos análisis a realizarse. Así mismo, dichas variables serán utilizadas para generar distintas combinaciones entre sí mismas para obtener una basta cantidad de valores que permitan tener un rango más amplio de resultados, así como una mayor confiabilidad y exactitud.

Debido a la naturaleza de los hundimientos estructurales, en este trabajo se consideran métodos aleatorios para su análisis. La clasificación de las variables consideradas en el análisis se muestra a continuación:

### **Variables aleatorias independientes:**

- Desplazamientos diferenciales verticales (ocasionados por Subsidencia) en los nodos de apoyo.
- Cuantía o porcentaje del acero mediante el cálculo de  $\rho_b$  (Rho Balanceada).
- Altura del marco de concreto reforzado.
- Largo del claro entre columnas del marco de concreto reforzado.
- Resistencia a compresión del concreto.



### **Variables aleatorias dependientes:**

- Momento resistente (nominal) calculado mediante la normativa ACI 318-02.
- Momento de demanda obtenido a través de la modelación mediante el análisis Pull-Down efectuado en el software SAP2000.

#### **4.1 Tipo de investigación**

Se realizó un tipo de investigación cuantitativa, donde se recabó información suficiente y necesaria para poder desarrollar un análisis de confiabilidad por desempeño de estructuras de concreto reforzado afectadas por el fenómeno de hundimientos diferenciales.

La metodología propuesta se planteó para realizar un análisis de confiabilidad estructural por desempeño, la cual se aplicó al caso de estructuras de concreto reforzado afectadas por hundimientos diferenciales, debido a que el método de análisis por Pull Down evalúa cargas controladas que generarán un desplazamiento objetivo (vertical).

Por lo que la metodología se enfocó en obtener una medida de riesgo o seguridad de las estructuras, tomando como base la probabilidad de falla o confiabilidad para los diferentes estados límites de desempeño, en relación con los niveles de desplazamiento.

## 4.2 Análisis Pull Down a efectuarse en SAP2000

Se llevó a cabo un análisis estático no lineal del tipo Pull Down en el programa SAP2000 (Computers and Structures, 2016) aplicado a un marco bidimensional estructurado en concreto reforzado bajo varias simulaciones de su modelo numérico. Se optó por esta metodología debido a que el tipo de desplazamiento producido por el fenómeno de subsidencia, es decir, un desplazamiento vertical aplicado a alguno de los nodos de apoyo, en este caso, al nodo inferior derecho que denominaremos como Nodo 3.

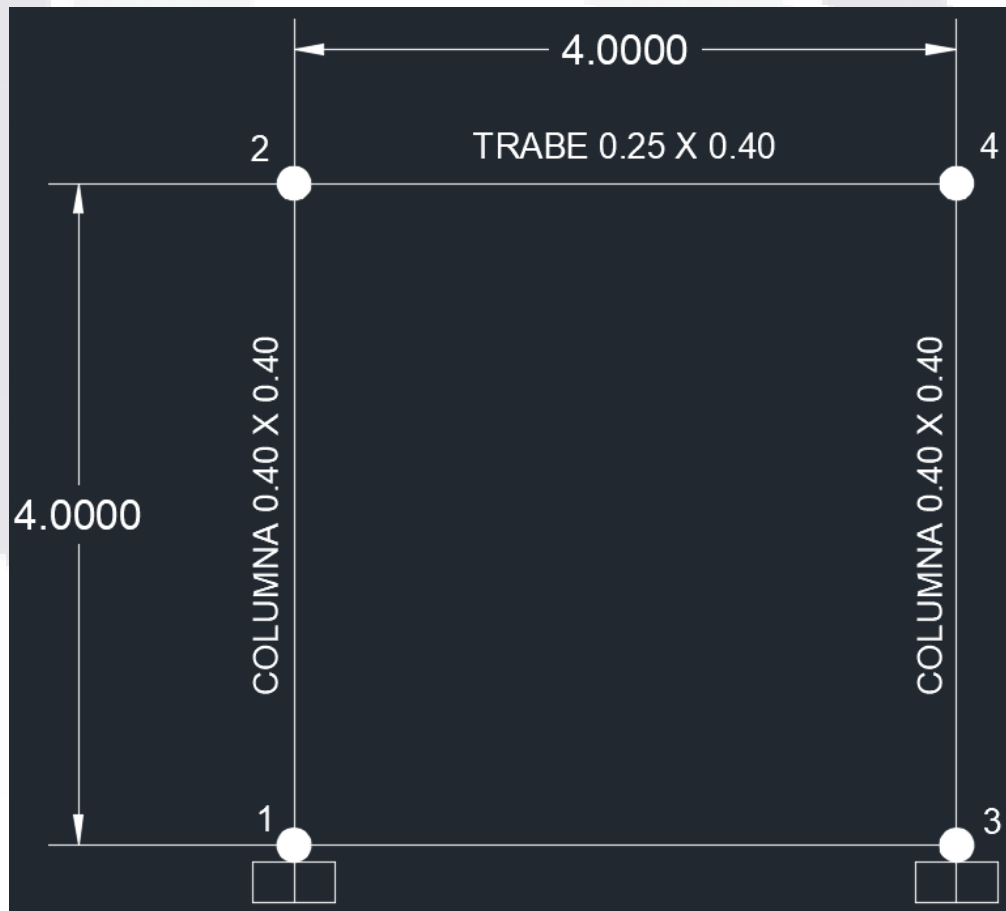


Figura 13: Marco estructural de concreto reforzado con 4 metros de altura y 4 metros de largo.

#### 4.2.1 Creación de las secciones para el modelado

El primer paso después de elaborar el bosquejo con los elementos a modelarse de la estructura fue crear las secciones correspondientes tanto para la trabe como para las columnas, mismos que posteriormente se asignaron a los distintos miembros de dicha estructura dependiendo del tipo de simulación a llevarse a cabo. A continuación, se pueden apreciar las distintas secciones creadas tanto para traveses como para las columnas.

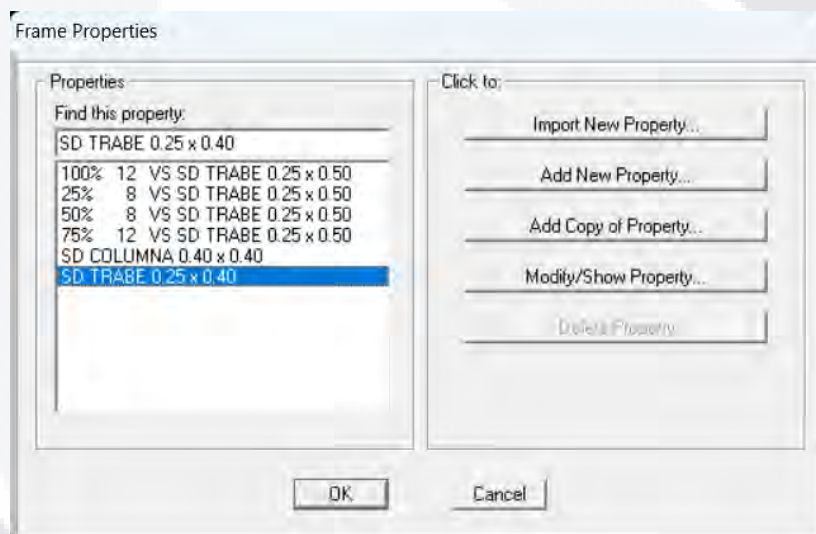


Figura 14: Secciones creadas tanto para la trabe como para las columnas a emplearse en las distintas simulaciones.

Cabe recalcar que todas las secciones propuestas fueron desarrolladas bajo la herramienta de Section Designer dentro del software SAP2000 (Computers and Structures, 2016), esto para la facilitación del manejo tanto de las dimensiones de las secciones, como para la configuración del porcentaje de acero empleado en las mismas.

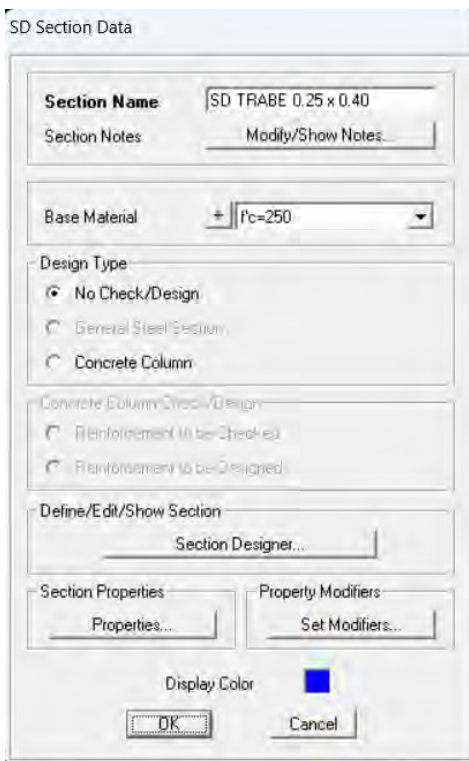


Figura 15: Edición de sección para la trabe a partir de Section Designer.

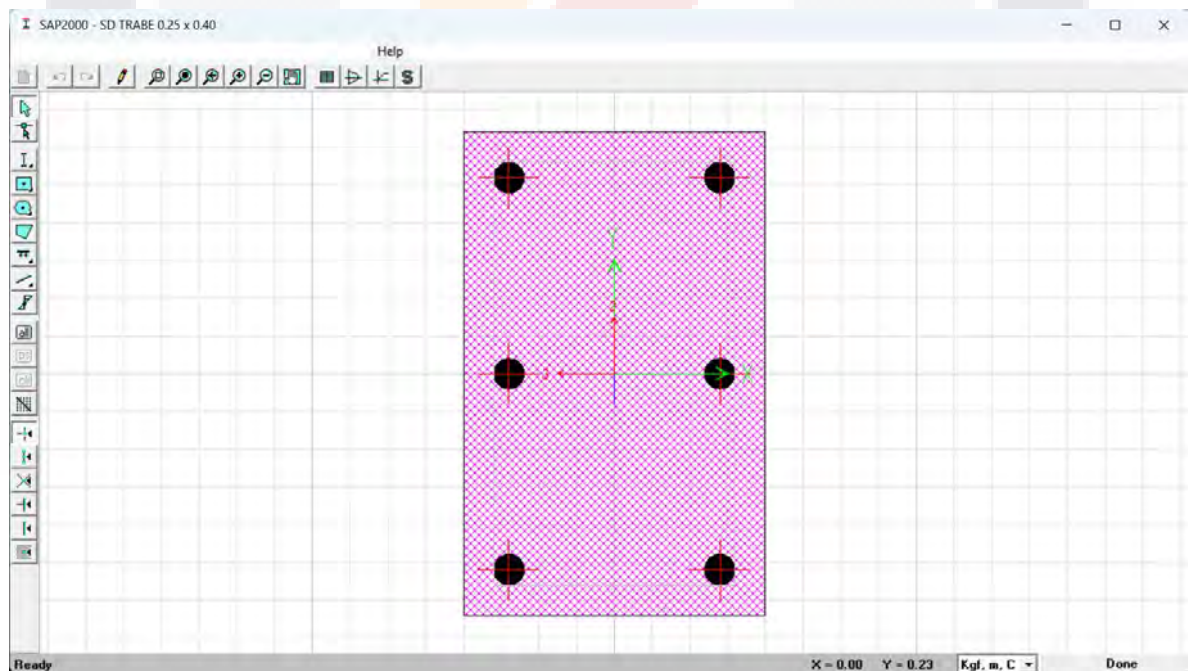


Figura 16: Pantalla principal de Section Designer, donde se crea la sección definiendo dimensiones, material creado previamente y porcentaje de acero a emplear.



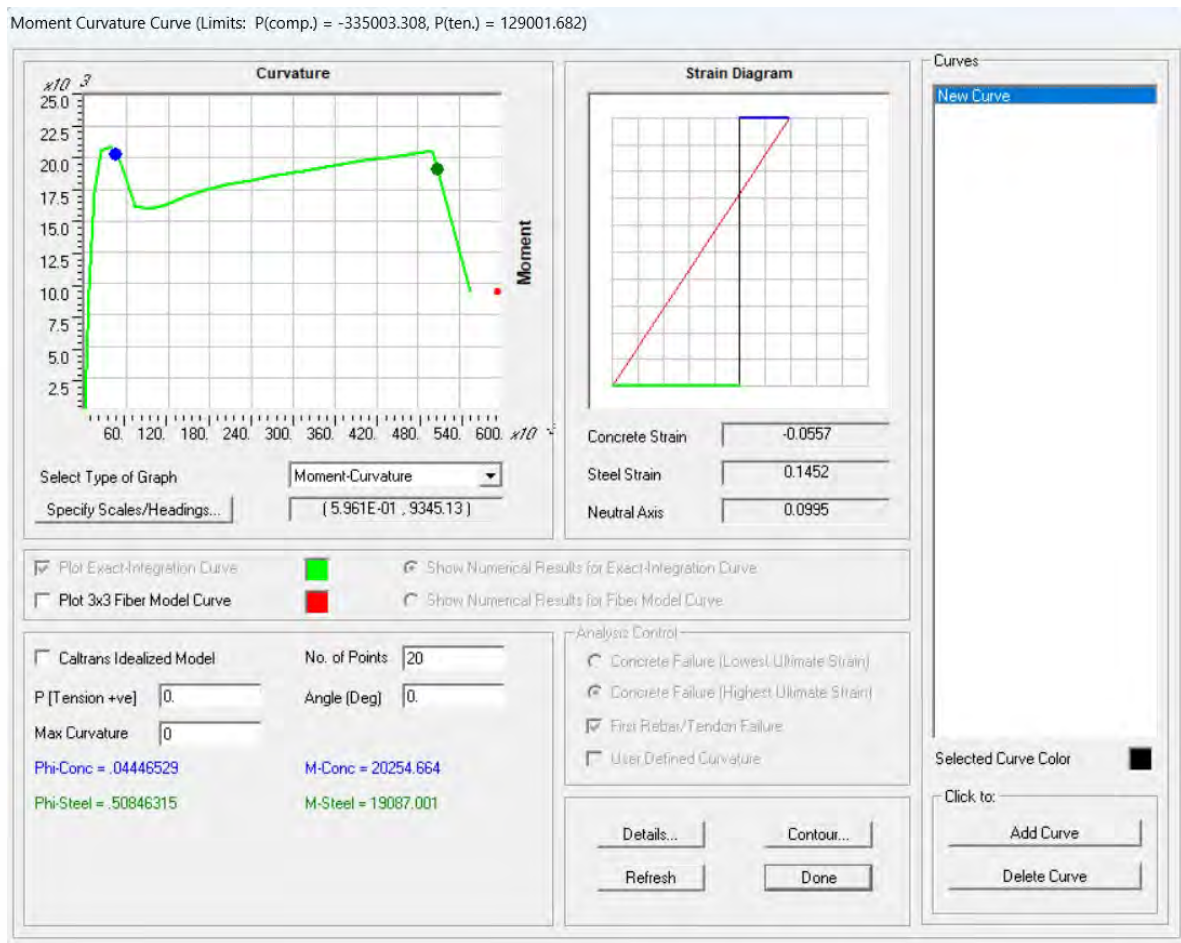


Figura 19: Gráfica de momento - curvatura de la sección.

De esta pantalla se obtuvieron las gráficas de momento-curvatura para todas las variaciones a emplearse para la trabe, y a partir de dichas gráficas, se obtuvo la rotación resistente, misma que fue empleada más adelante para el cálculo de las betas de rotación para cada uno de los casos correspondientes.

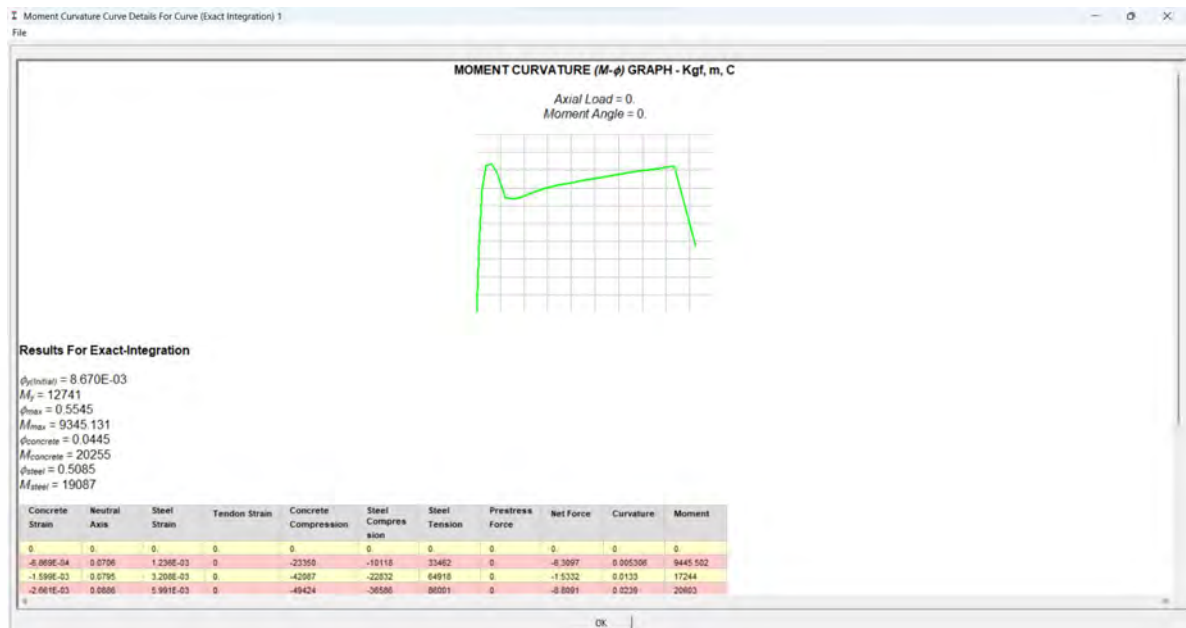


Figura 20: Pantalla de donde posteriormente se extraen los datos para la obtención de la  $\theta$  ó rotación “resistente” (1).

A continuación, dando click en el botón “Details”, se obtienen los datos para la curva momento–rotación que se utilizó más adelante.

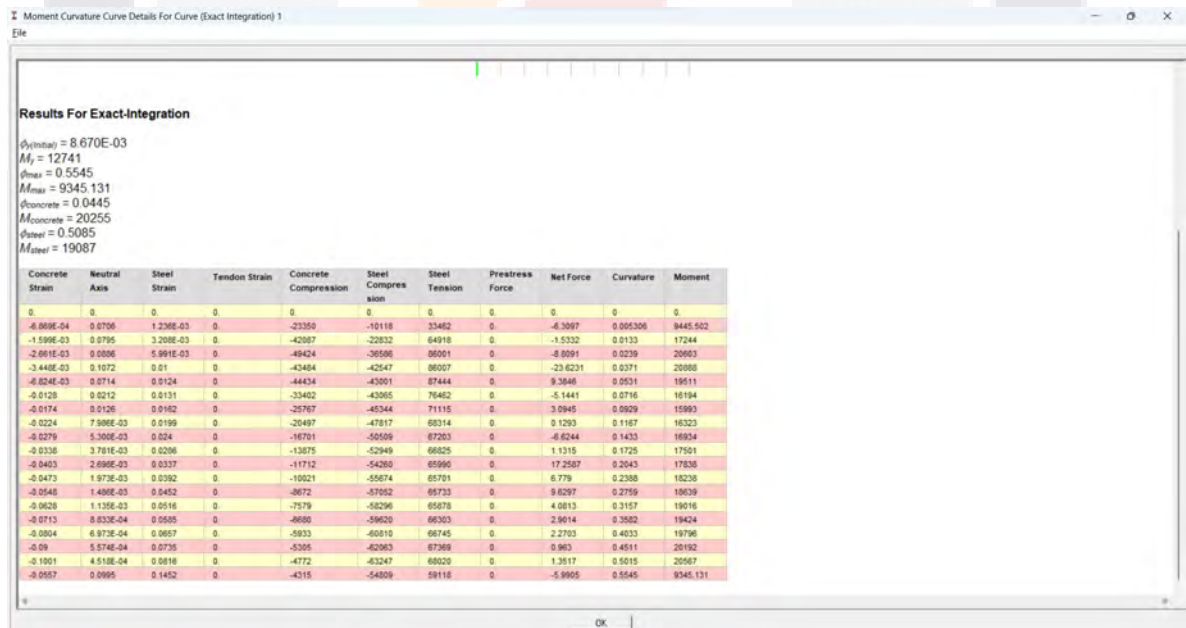


Figura 21: Pantalla de donde posteriormente se extraen los datos para la obtención de la  $\theta$  ó rotación “resistente” (2).

Concrete Strain	Neutral Axis	Steel Strain	Tendon Strain	Concrete Compression	Steel Compression	Steel Tension	Prestress Force	Net Force	Curvature	Moment
0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0	0.
-6.869E-04	0.0706	1.236E-03	0.	-23350	-10118	33462	0.	-6.3097	0.005306	9445.502
-1.599E-03	0.0795	3.208E-03	0.	-42087	-22832	64918	0.	-1.5332	0.0133	17244
-2.661E-03	0.0886	5.991E-03	0.	-49424	-36586	86001	0.	-8.8091	0.0239	20603
-3.448E-03	0.1072	0.01	0.	-43484	-42547	86007	0.	-23.6231	0.0371	20888
-6.824E-03	0.0714	0.0124	0.	-44434	-43001	87444	0.	9.3846	0.0531	19511
-0.0128	0.0212	0.0131	0.	-33402	-43065	76462	0.	-5.1441	0.0716	16194
-0.0174	0.0126	0.0162	0.	-25767	-45344	71115	0.	3.0945	0.0929	15993
-0.0224	7.986E-03	0.0199	0.	-20497	-47817	68314	0.	0.1293	0.1167	16323
-0.0279	5.300E-03	0.024	0.	-16701	-50509	67203	0.	-6.6244	0.1433	16934
-0.0338	3.781E-03	0.0286	0.	-13875	-52949	66825	0.	1.1315	0.1725	17501
-0.0403	2.698E-03	0.0337	0.	-11712	-54260	65990	0.	17.2587	0.2043	17838
-0.0473	1.973E-03	0.0392	0.	-10021	-55674	65701	0.	6.779	0.2388	18238
-0.0548	1.486E-03	0.0452	0.	-8672	-57052	65733	0.	9.6297	0.2759	18639
-0.0628	1.135E-03	0.0516	0.	-7579	-58296	65878	0.	4.0813	0.3157	19016
-0.0713	8.833E-04	0.0585	0.	-6680	-59620	66303	0.	2.9014	0.3582	19424
-0.0804	6.973E-04	0.0657	0.	-5933	-60810	66745	0.	2.2703	0.4033	19796
-0.09	5.574E-04	0.0735	0.	-5305	-62063	67369	0.	0.963	0.4511	20192
-0.1001	4.518E-04	0.0816	0.	-4772	-63247	68020	0.	1.3517	0.5015	20567
-0.0557	0.0995	0.1452	0.	-4315	-54809	59118	0.	-5.9905	0.5545	9345.131

Tabla 5: Datos extraídos para el cálculo de la rotación "resistente" de la trabe.

A partir de los datos obtenidos de la tabla anterior, se procedió a determinar el punto de mayor rotación para emplearlo como la rotación "resistente" para el cálculo de la beta correspondiente a este parámetro a partir de las siguientes gráficas generadas para los distintos porcentajes  $\rho$  (Rho) de acero.

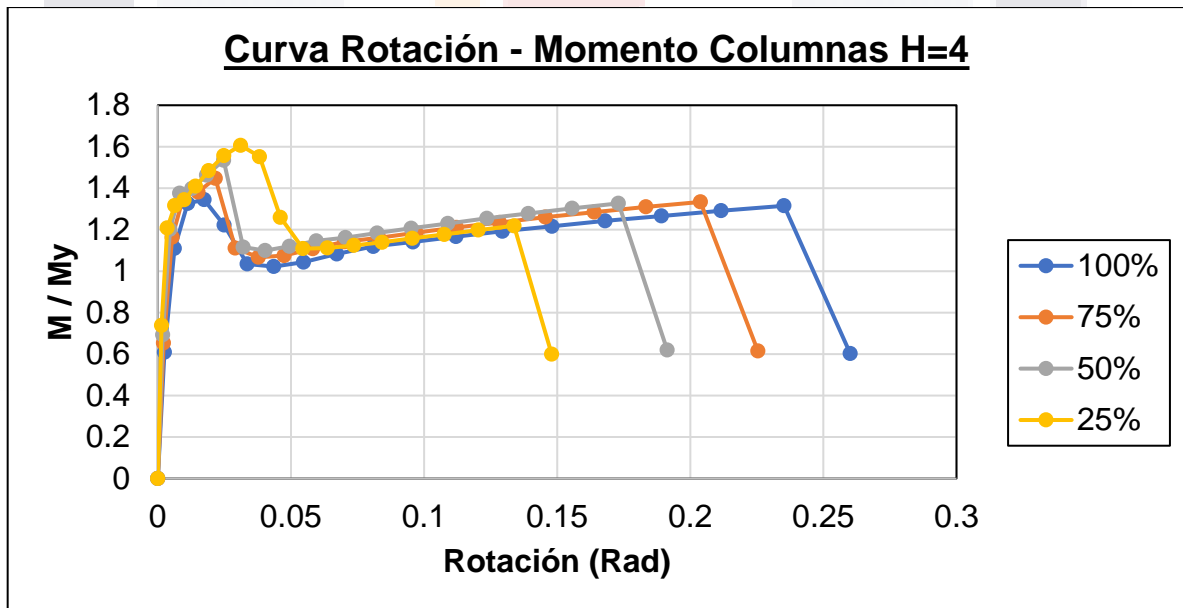


Figura 22: Gráficas momento-rotación para distintos porcentajes  $\rho$  (Rho) de acero.



#### 4.2.2 Definición de casos de carga (Pull Down)

Se definió el caso de carga llamado “PULL” para ejemplificar el análisis de tipo Pull Down que permitió simular los hundimientos diferenciales. A continuación, se presentan los pasos a seguir para crear este caso de carga:

El primer paso, fue crear el caso de carga llamado “PULL” y asignarlo a un tipo de caso de carga estático no-lineal haciendo click en el botón *Modify/Show Load Case*.

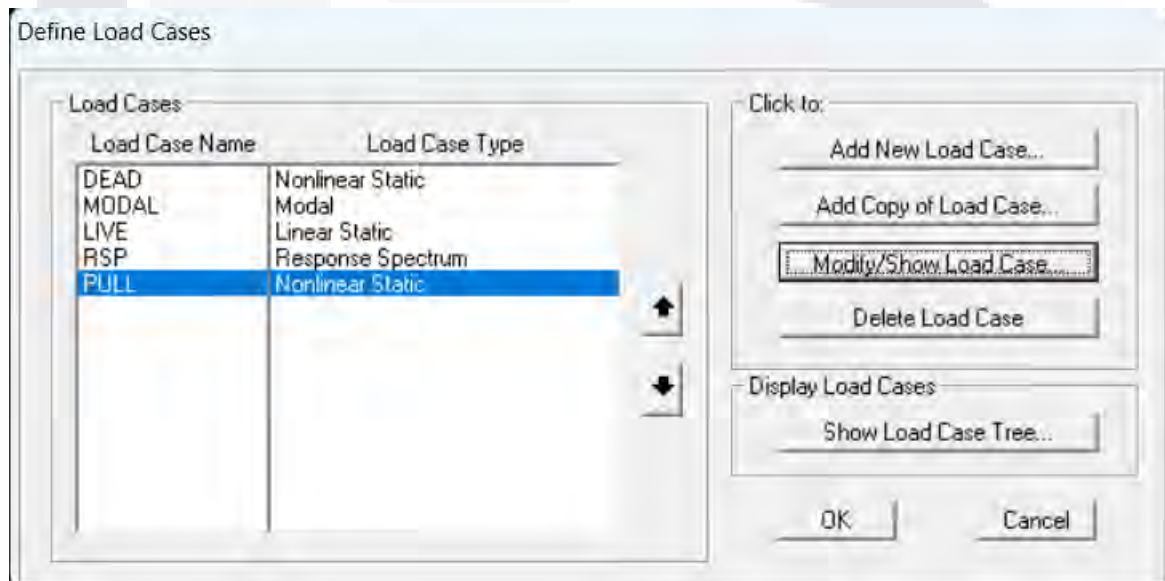


Figura 23: Casos de carga creados para el modelado.

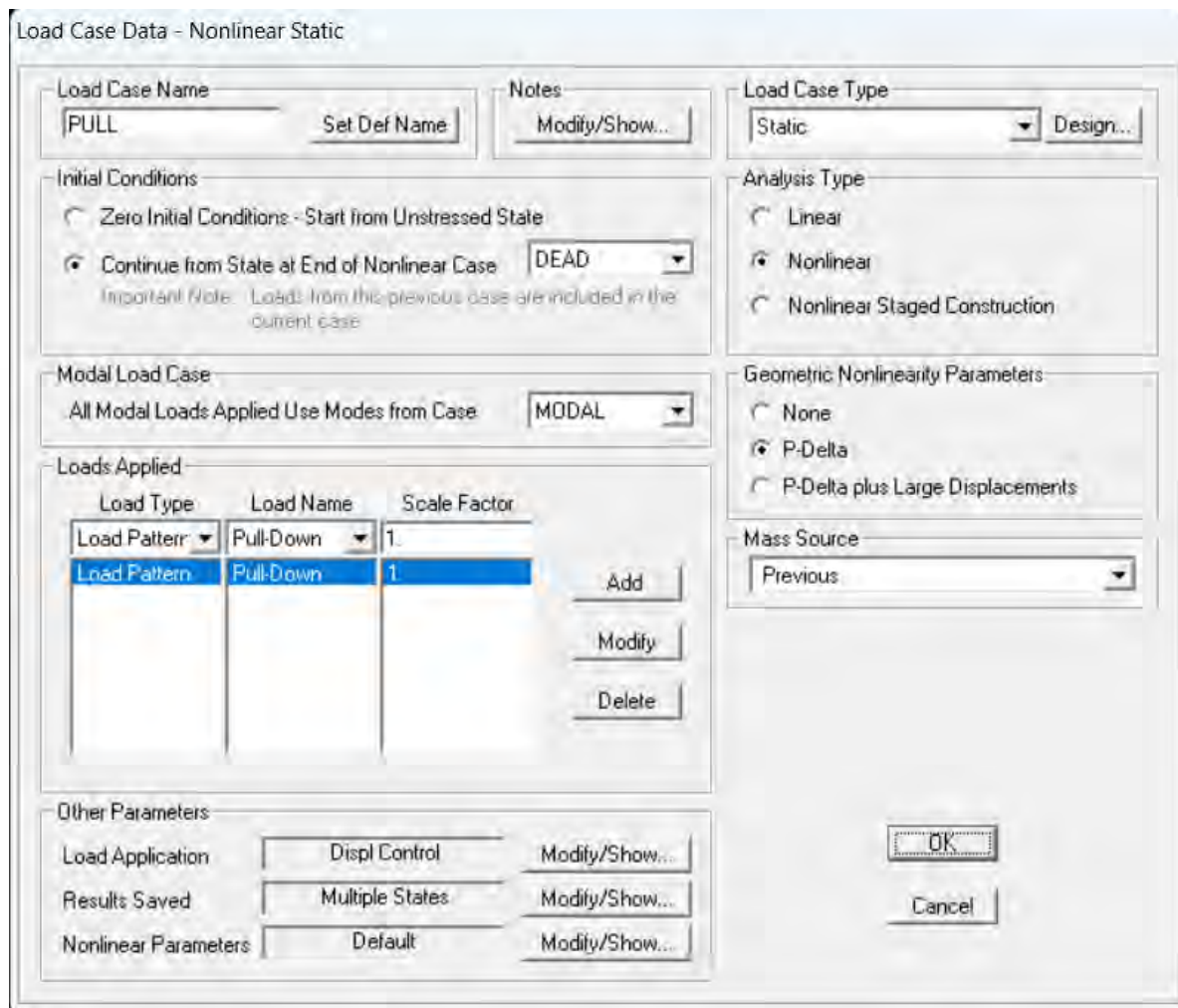


Figura 24: Ajustes realizados al caso de carga "Pull- Down" para su correcta ejecución y análisis.

En la esquina superior derecha de la anterior pantalla se seleccionó el tipo de caso de carga como estático y el tipo de análisis como no lineal. Para las condiciones iniciales (esquina superior izquierda de la ventana) se seleccionó continuar a partir del final de un caso de carga eligiendo el caso de carga llamado DEAD (caso de cargas muertas). Para aplicar esta carga (centro-izquierda de la ventana) se añade al patrón de carga "Pull-Down" con un factor de escala de 1. Posteriormente, en la esquina inferior izquierda, se seleccionaron otros parámetros para facilitar el análisis como la aplicación de la carga por desplazamiento controlado y los resultados obtenidos guardados en múltiples estados y pasos.

Para la aplicación de la carga, se seleccionó un desplazamiento controlado de 0.30 m en el eje 3 (Z) para el nodo 3 (esquina inferior izquierda del marco) como se muestra a continuación.

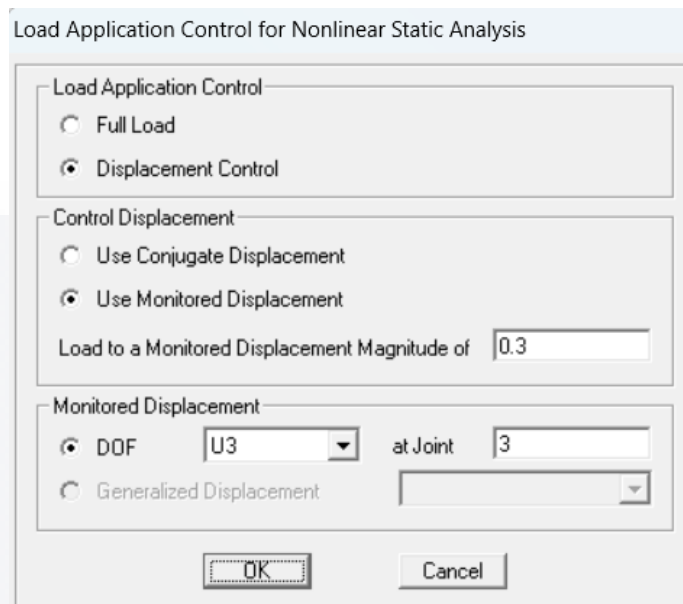


Figura 25: Carga para una magnitud de desplazamiento controlado.

Para la cantidad de pasos a ejecutarse, se seleccionó hacerlo para múltiples estados, con un mínimo de 30 pasos a realizarse y un máximo de 120.

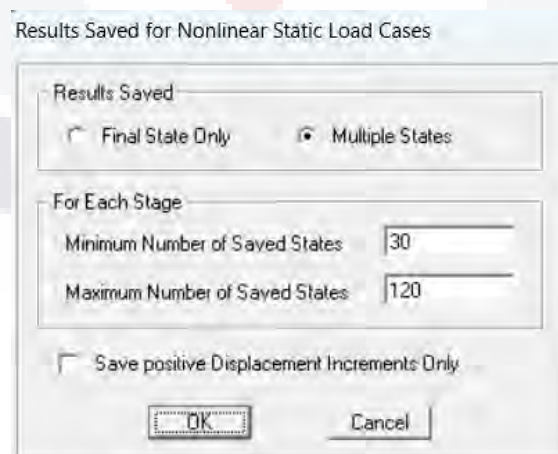


Figura 26: Número de pasos a ejecutarse.

### 4.2.3 Asignación y definición de las características para las rótulas (articulaciones) plásticas

Para asignar las rótulas plásticas a los distintos elementos estructurales, primeramente, se seleccionó el elemento al cual se le desea añadir las propiedades de la articulación plástica. En este caso se observa que se asignó a la trabe, aunque se realizó también para las columnas.

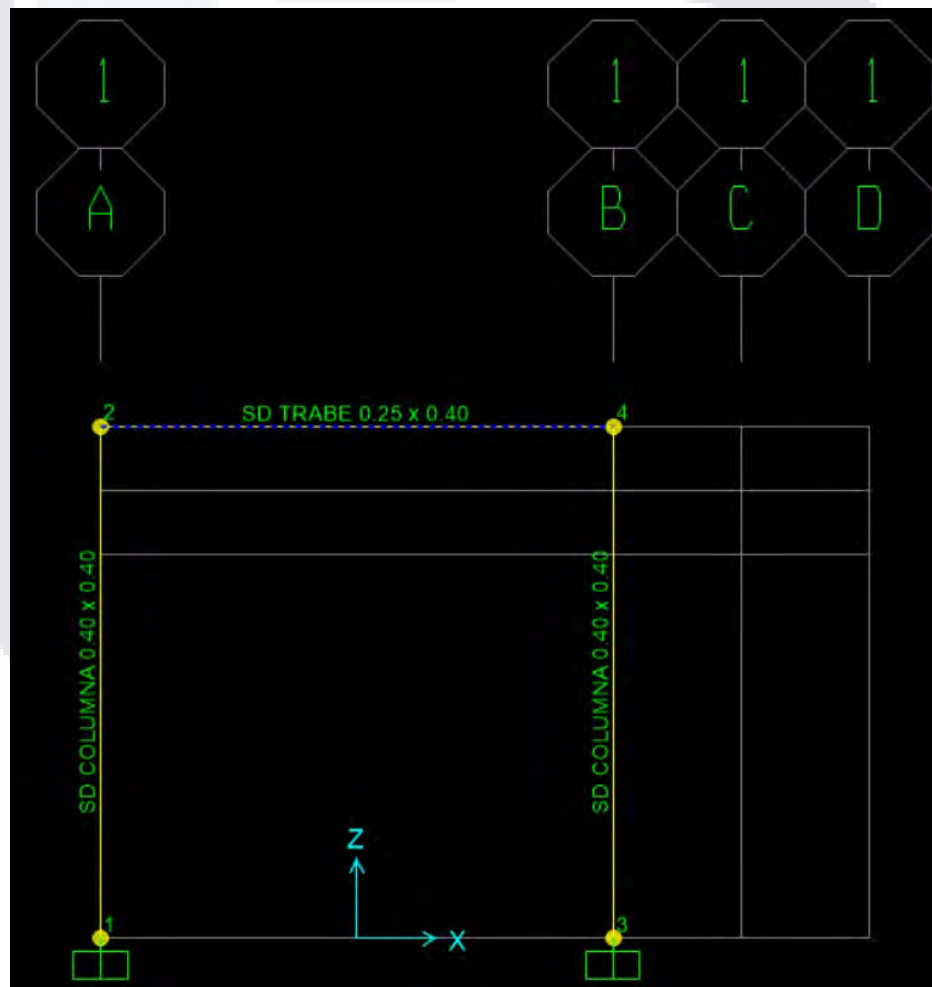


Figura 27: Elección de elemento tipo frame para la posterior asignación de sus rótulas (articulaciones) plásticas.

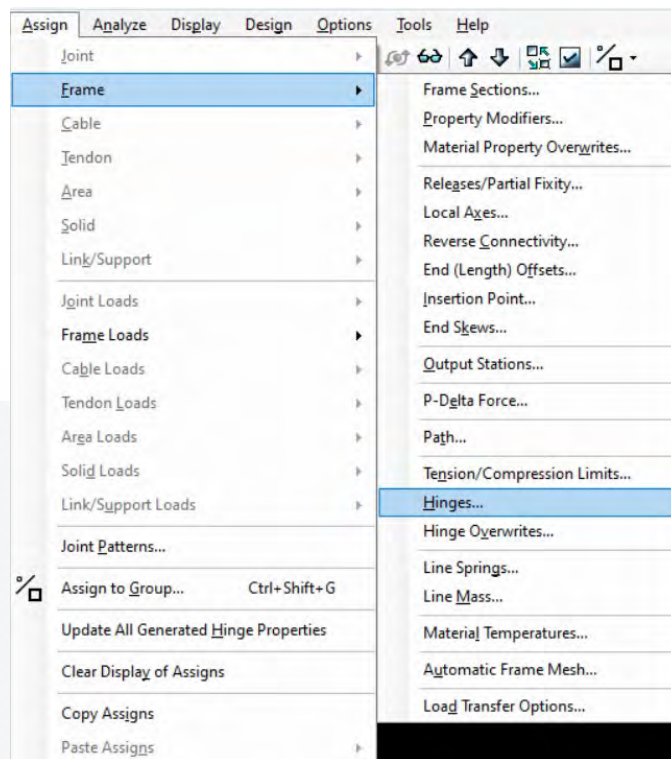


Figura 28: Secuencia para asignar rótulas plásticas a un elemento estructural del tipo frame.

Después de seleccionar el elemento al cual se le quiere asignar la rótula plástica, para poder asignar las propiedades de la articulación plástica, se seleccionó la opción *Assign* de la cinta de opciones, después *Frame* y por último *Hinges*. En la siguiente figura que se muestra a continuación, nos permite seleccionar la distancia relativa a la cual se encontrará ubicada la articulación, así como nos permite modificar los parámetros y datos de dichas rótulas plásticas.

En esta ventana, se asignaron dos rótulas a la trabe para las distancias relativas de 0.05 y 0.95 escribiendo dichas distancias en el cuadro a la derecha de la flecha y dando click en el botón *Add*, mismas que se emplearon a su vez para las columnas. Posteriormente, se procedió a hacer click en el botón *Modify/Show Auto Hinge Assignment Data* para poder elegir el tipo de propiedades y datos a emplearse en la rótula plástica.

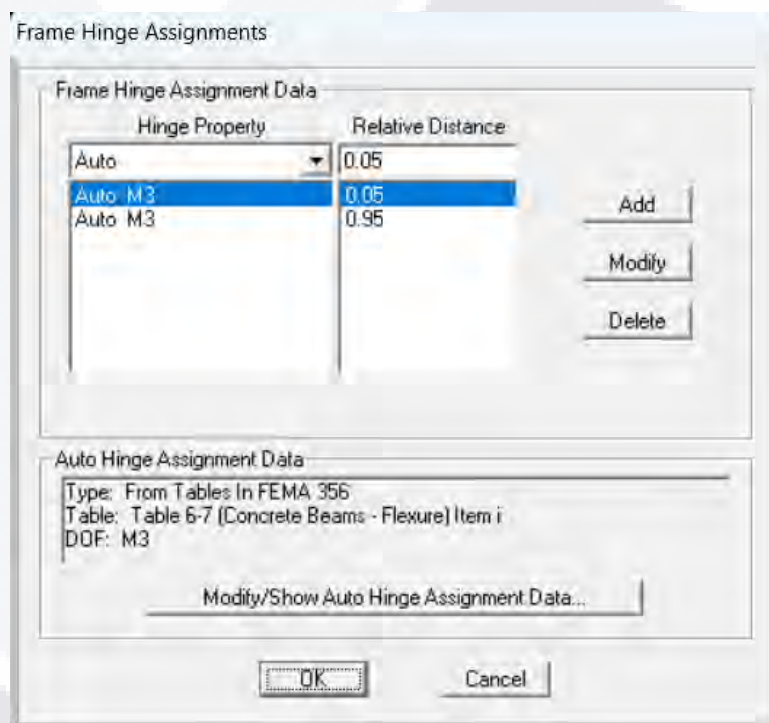


Figura 29: Distancias relativas a las que se le asignaron las rótulas plásticas a la trabe.

Auto Hinge Assignment Data

Auto Hinge Type

Select a FEMA356 Table

Component Type  
 Primary  
 Secondary

Degree of Freedom  
 M2  
 M3

V Value From  
 Case/Combo   
 User Value

Transverse Reinforcing  
 Transverse Reinforcing is Conforming

Reinforcing Ratio  $(p - p') / p_{balanced}$   
 From Current Design  
 User Value

Deformation Controlled Hinge Load Carrying Capacity  
 Drops Load After Point E  
 Is Extrapolated After Point E

OK Cancel

Figura 30: Propiedades a utilizarse en las articulaciones (rótulas) plásticas.

Para la trabe, se seleccionaron las propiedades automáticas extraídas de las tablas del FEMA 356, específicamente de la tabla 6-7 para vigas de concreto a flexión (FEMA 356, 2000) y se asignaron al valor de cortante V del caso de carga “PULL”. Este mismo procedimiento se realizó para las articulaciones plásticas de las columnas y para todos los casos se seleccionaron como elementos de tipo primario para un momento en M3, así como designando el valor de cortante V al caso de carga “PULL”.

#### 4.2.4 Resultados del modelado en SAP 2000

Los casos de carga que se corrieron para ejecutar el análisis estático no lineal Pull-Down fueron únicamente “DEAD” y “PULL”.

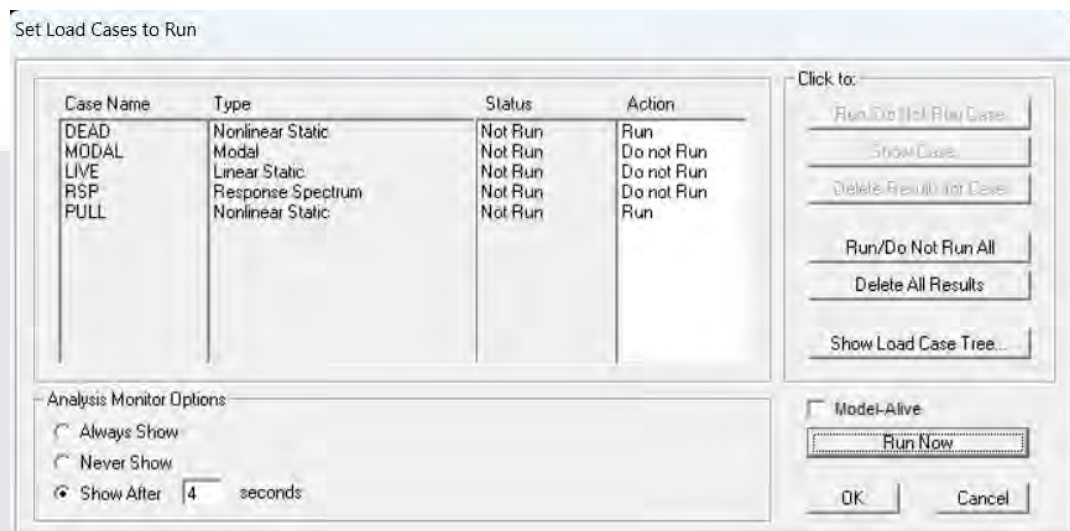


Figura 31: Patrones de carga a emplearse para las simulaciones.

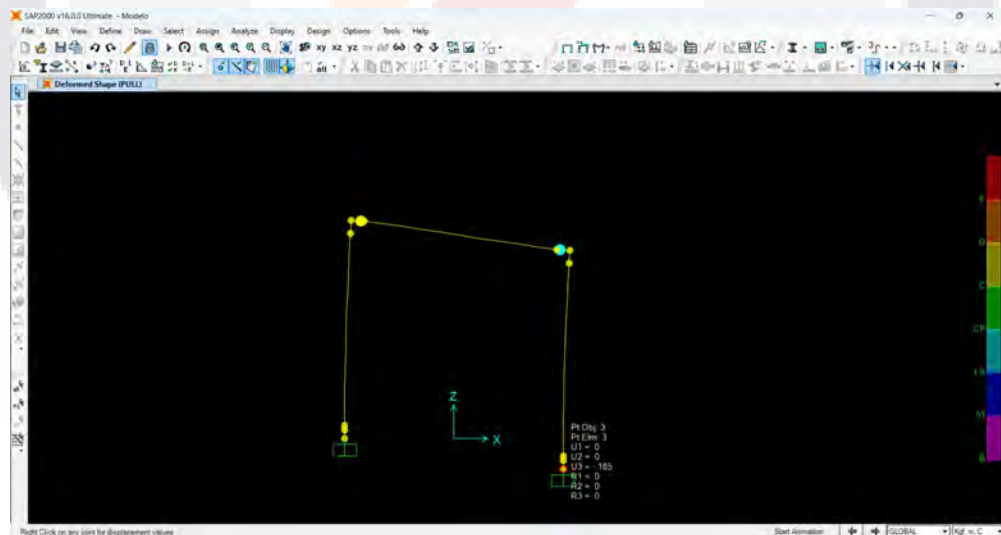


Figura 32: Pantalla de los resultados para la simulación en el paso donde se presenta el estado límite de servicio para el colapso (unicamente se plastifica la articulación o rótula).



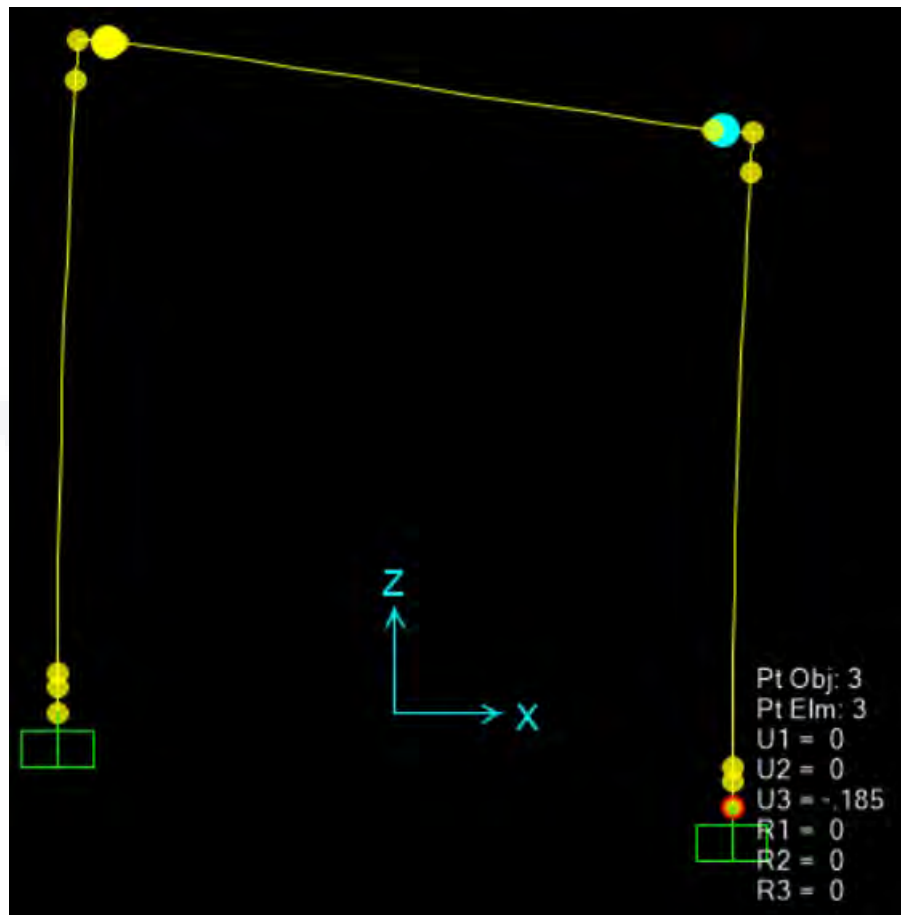


Figura 33: Desplazamiento de 18.5 cm que provoca la aparición del estado límite de servicio de colapso en la articulación plástica.

En la figura anterior apreciamos que el hundimiento que provoca que se presente el estado límite de servicio de colapso en la articulación plástica 3H1 es de 0.185 m ó 18.5 cm, esto para un marco estructural de 4 metros de alto y 4 metros de largo. Este estado límite de servicio fue visible debido al color amarillo que se presentó en la rótula, mismo que se pudo visibilizar al ir cambiando paso a paso hasta que el “colapso” se presentó por primera vez en dicha articulación, cabe recalcar que no significa el colapso total de la estructura, si no únicamente la plastificación de la rótula en la trabe.

En la siguiente figura podemos observar el comportamiento de la articulación plástica 3H1, así como el momento y rotación que provocan que dicha rótula alcance un estado límite de servicio de colapso. Para llegar a estos valores, es necesario ir cambiando paso a paso los resultados del análisis en el apartado Step al ir haciendo click en las pertinentes flechas. Estos datos (momento y rotación) se extrajeron posteriormente de la tabla exportada a Excel para su recopilación en el formato utilizado para la recolección de los datos para todos los casos. Podemos observar que dichos valores (considerados como de demanda) se presentaron para este caso en particular, hasta el paso 19.

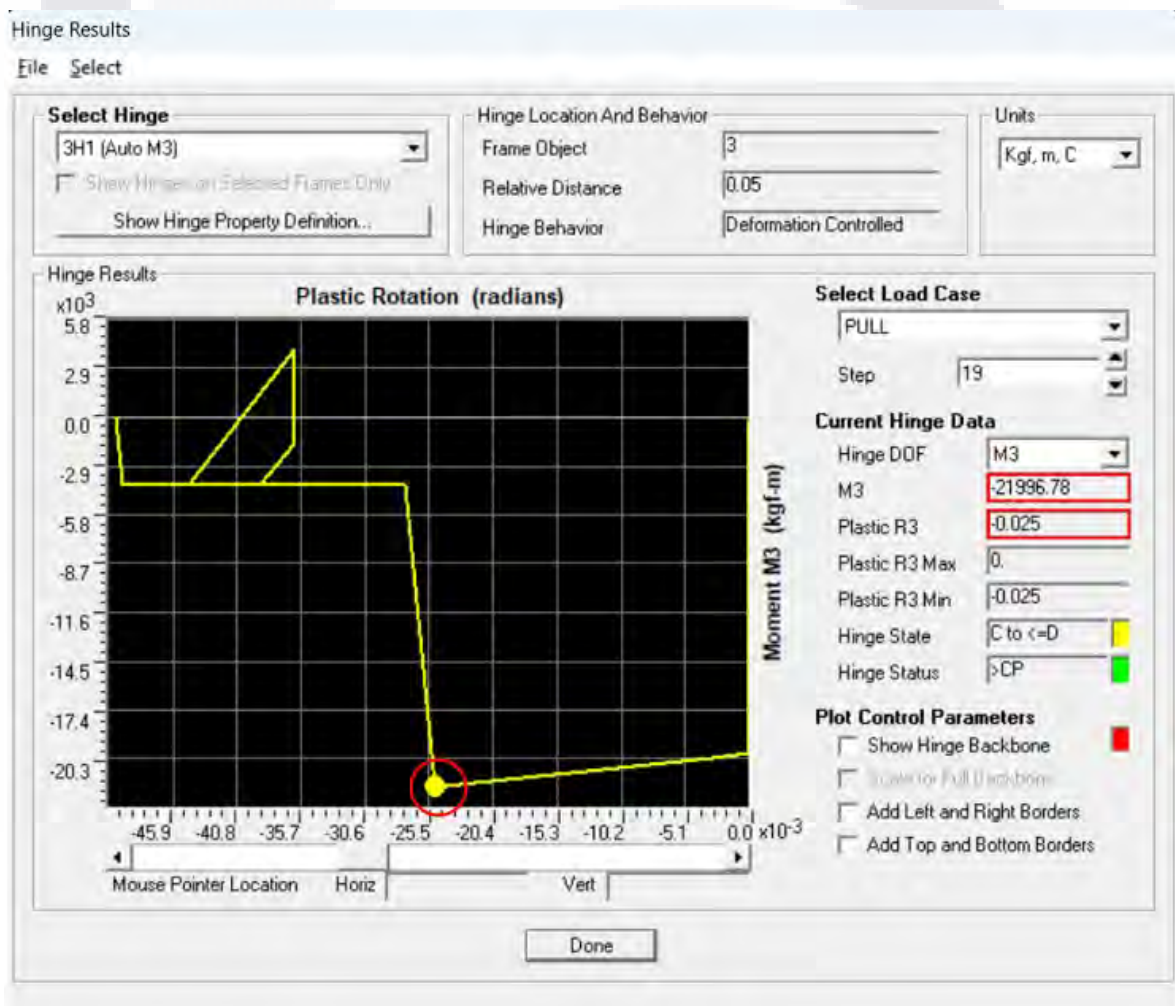


Figura 34: Representación del modelado de la rótula plástica donde se puede apreciar el momento de 21,996.78 generado por un desplazamiento de 18.5 cm haciendo que se presente el estado límite de servicio de colapso.

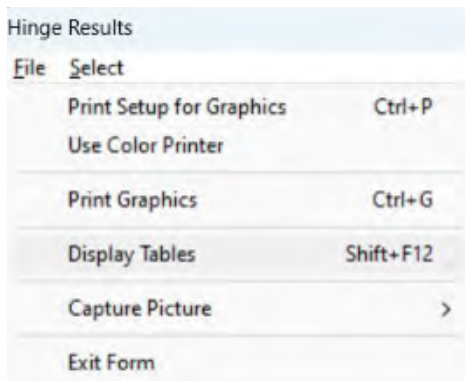


Figura 35: Opción "Display Tables", que nos facilita la extracción de los datos requeridos a partir de un archivo generado en Excel.

De la cinta de opciones, en la pestaña *File*, seleccionamos *Display Tables* para observar la tabla de la siguiente ventana.

Step	M3	R3PI	R3PIMax	R3PIMin	R3State	R3Status
	Kgf-m					
0	-216.03	0.000000	0.000000	0.000000	A to <=B	A to <=ID
1	-2516.29	0.000000	0.000000	0.000000	A to <=B	A to <=ID
2	-4816.06	0.000000	0.000000	0.000000	A to <=B	A to <=ID
3	-7115.31	0.000000	0.000000	0.000000	A to <=B	A to <=ID
4	-9414.06	0.000000	0.000000	0.000000	A to <=B	A to <=ID
5	-11712.31	0.000000	0.000000	0.000000	A to <=B	A to <=ID
6	-14010.05	0.000000	0.000000	0.000000	A to <=B	A to <=ID
7	-16307.28	0.000000	0.000000	0.000000	A to <=B	A to <=ID
8	-18604.01	0.000000	0.000000	0.000000	A to <=B	A to <=ID
9	-19998.50	0.000000	0.000000	0.000000	B to <=C	A to <=ID
10	-20225.32	-0.002836	0.000000	-0.002836	B to <=C	A to <=ID
11	-20427.93	-0.005368	0.000000	-0.005368	B to <=C	A to <=ID
12	-20630.54	-0.007901	0.000000	-0.007901	B to <=C	A to <=ID
13	-20833.15	-0.010434	0.000000	-0.010434	B to <=C	ID to <=LS
14	-21035.76	-0.012967	0.000000	-0.012967	B to <=C	ID to <=LS
15	-21238.37	-0.015500	0.000000	-0.015500	B to <=C	ID to <=LS
16	-21440.98	-0.018032	0.000000	-0.018032	B to <=C	ID to <=LS
17	-21643.59	-0.020565	0.000000	-0.020565	B to <=C	LS to <=CP
18	-21846.20	-0.023098	0.000000	-0.023098	B to <=C	LS to <=CP
19	-21996.78	-0.024980	0.000000	-0.024980	C to <=D	>CP
20	-4006.48	-0.027421	0.000000	-0.027421	D to <=E	>CP
21	-4006.70	-0.030357	0.000000	-0.030357	D to <=E	>CP
22	-4006.92	-0.033391	0.000000	-0.033391	D to <=E	>CP
23	-4007.16	-0.036524	0.000000	-0.036524	D to <=E	>CP
24	-4007.39	-0.039753	0.000000	-0.039753	D to <=E	>CP
25	-4007.64	-0.043080	0.000000	-0.043080	D to <=E	>CP
26	-4007.76	-0.044715	0.000000	-0.044715	D to <=E	>CP

Figura 36: Pantalla donde se presentan las tablas con los valores a extraer (momento y rotación) de la rótula plástica para los distintos estados límite de servicio.

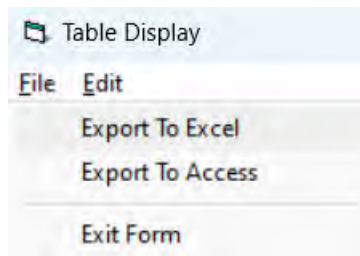


Figura 37: Pasos a seguir para exportar la tabla anterior a Excel.

Después, para exportar la tabla previamente mostrada a Excel, hacemos click en la pestaña *File* de la cinta de opciones y posteriormente hacemos click en *Export To Excel* dentro de las opciones de la ventana anterior.

Step	M3	R3PI	R3PIMax	R3PIMin	R3State	R3Status
0	-216.03	0	0	0	A to <=B	A to <=IO
1	-2516.29	0	0	0	A to <=B	A to <=IO
2	-4816.06	0	0	0	A to <=B	A to <=IO
3	-7115.31	0	0	0	A to <=B	A to <=IO
4	-9414.06	0	0	0	A to <=B	A to <=IO
5	-11712.31	0	0	0	A to <=B	A to <=IO
6	-14010.05	0	0	0	A to <=B	A to <=IO
7	-16307.28	0	0	0	A to <=B	A to <=IO
8	-18604.01	0	0	0	A to <=B	A to <=IO
9	-19998.5	0	0	0	B to <=C	A to <=IO
10	-20225.32	-0.002836	0	-0.002836	B to <=C	A to <=IO
11	-20427.93	-0.005368	0	-0.005368	B to <=C	A to <=IO
12	-20630.54	-0.007901	0	-0.007901	B to <=C	A to <=IO
13	-20833.15	-0.010434	0	-0.010434	B to <=C	IO to <=LS
14	-21035.76	-0.012967	0	-0.012967	B to <=C	IO to <=LS
15	-21238.37	-0.0155	0	-0.0155	B to <=C	IO to <=LS
16	-21440.98	-0.018032	0	-0.018032	B to <=C	IO to <=LS
17	-21643.59	-0.020565	0	-0.020565	B to <=C	LS to <=CP
18	-21846.2	-0.023098	0	-0.023098	B to <=C	LS to <=CP
19	-21996.78	-0.02498	0	-0.02498	C to <=D	>CP
20	-4006.48	-0.027421	0	-0.027421	D to <=E	>CP
21	-4006.7	-0.030357	0	-0.030357	D to <=E	>CP
22	-4006.92	-0.033391	0	-0.033391	D to <=E	>CP
23	-4007.16	-0.036524	0	-0.036524	D to <=E	>CP

Figura 38: Archivo generado en Excel del que posteriormente se tomaran algunos datos.

Una vez exportada la tabla a Excel, se ubicaron los valores de momentos y rotaciones donde se da un cambio en los estados límite de servicio, mismos que posteriormente se extrajeron para su recopilación dentro del formato para la captura de dichos datos.

De la siguiente tabla, los valores señalados en rojo son los momentos y rotaciones de demanda obtenidos del programa SAP2000 (Computers and Structures, 2016) que se extrajeron para cada uno de los cambios de los distintos estados límite de servicio en la rótula plástica, mismos que se fueron registrando en tablas que se presentaran más adelante.

TABLE: Hinge Results - 3H1 (Auto M3) - PULL						
Step	M3	R3PI	R3PIMax	R3PIMin	R3State	R3Status
	Kgf-m					
0	-216.03	0	0	0	A to <=B	A to <=IO
1	-2516.29	0	0	0	A to <=B	A to <=IO
2	-4816.06	0	0	0	A to <=B	A to <=IO
3	-7115.31	0	0	0	A to <=B	A to <=IO
4	-9414.06	0	0	0	A to <=B	A to <=IO
5	-11712.31	0	0	0	A to <=B	A to <=IO
6	-14010.05	0	0	0	A to <=B	A to <=IO
7	-16307.28	0	0	0	A to <=B	A to <=IO
8	-18604.01	0	0	0	A to <=B	A to <=IO
9	-19998.5	0	0	0	B to <=C	A to <=IO
10	-20225.32	-0.002836	0	-0.002836	B to <=C	A to <=IO
11	-20427.93	-0.005368	0	-0.005368	B to <=C	A to <=IO
12	-20630.54	-0.007901	0	-0.007901	B to <=C	A to <=IO
13	-20833.15	-0.010434	0	-0.010434	B to <=C	IO to <=LS
14	-21035.76	-0.012967	0	-0.012967	B to <=C	IO to <=LS
15	-21238.37	-0.0155	0	-0.0155	B to <=C	IO to <=LS
16	-21440.98	-0.018032	0	-0.018032	B to <=C	IO to <=LS
17	-21643.59	-0.020565	0	-0.020565	B to <=C	LS to <=CP
18	-21846.2	-0.023098	0	-0.023098	B to <=C	LS to <=CP
19	-21996.78	-0.02498	0	-0.02498	C to <=D	>CP
20	-4006.48	-0.027421	0	-0.027421	D to <=E	>CP
21	-4006.7	-0.030357	0	-0.030357	D to <=E	>CP
22	-4006.92	-0.033391	0	-0.033391	D to <=E	>CP

Figura 39: Datos tomados de las simulaciones.

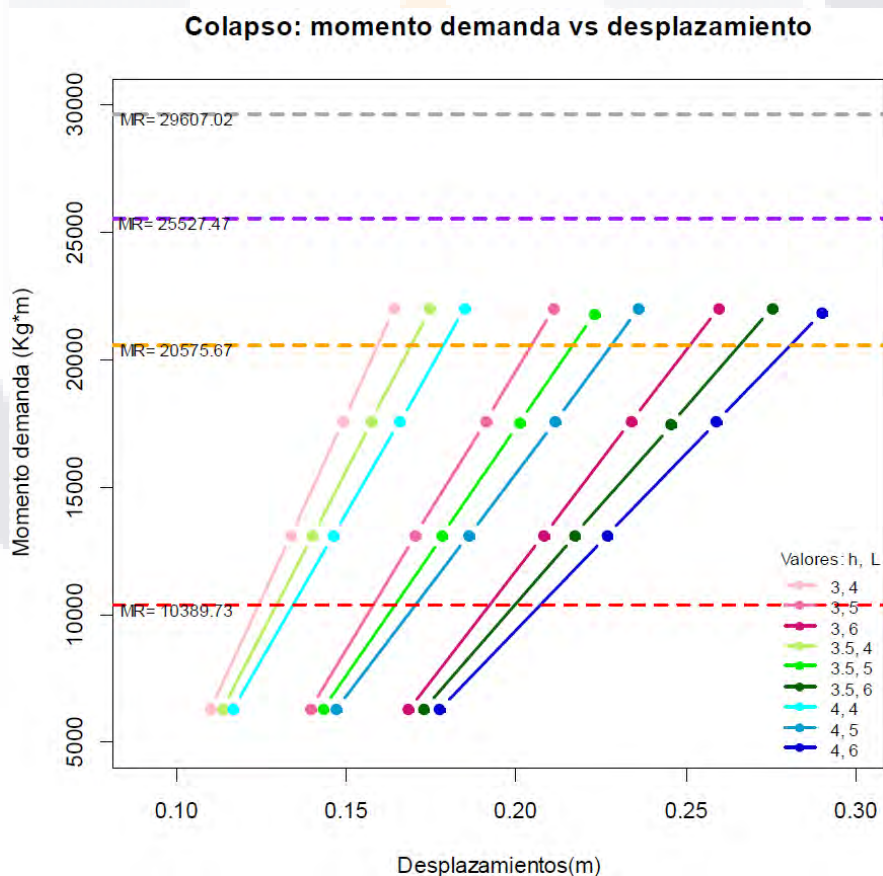
Variando  $\rho$  Modelo: Columnas = 0.40 x 0.40 y Trabe = 0.25 x 0.40  $f'c = 250 \text{ kg/cm}^2$

$\text{kg/cm}^2$	m	m		$\text{kg}\cdot\text{m}$	$\text{kg}\cdot\text{m}$	
$f'c$	h	L	$\rho_b$	MR	MD para C	$\beta$
250	3.0	4.0	100%	29,607.02	22,001.09	2.06197561
250	3.0	4.0	75%	25,527.47	17,592.52	2.559462532
250	3.0	4.0	50%	20,575.67	13,115.80	3.057266809
250	3.0	4.0	25%	10,389.73	6,314.18	3.352175375
250	3.0	5.0	100%	29,607.02	21,999.55	2.062444462
250	3.0	5.0	75%	25,527.47	17,596.55	2.557973932
250	3.0	5.0	50%	20,575.67	13,122.61	3.054017633
250	3.0	5.0	25%	10,389.73	6,319.59	3.346951894
250	3.0	6.0	100%	29,607.02	22,008.69	2.059662101
250	3.0	6.0	75%	25,527.47	17,586.80	2.56157571
250	3.0	6.0	50%	20,575.67	13,119.86	3.055329611
250	3.0	6.0	25%	10,389.73	6,286.60	3.378834478
250	3.5	4.0	100%	29,607.02	21,998.83	2.062663673
250	3.5	4.0	75%	25,527.47	17,595.76	2.558265727
250	3.5	4.0	50%	20,575.67	13,117.98	3.056226603
250	3.5	4.0	25%	10,389.73	6,320.53	3.346044499
250	3.5	5.0	100%	29,607.02	21,799.51	2.123525306
250	3.5	5.0	75%	25,527.47	17,522.58	2.585327241
250	3.5	5.0	50%	20,575.67	13,114.70	3.057791714
250	3.5	5.0	25%	10,389.73	6,317.91	3.348573767
250	3.5	6.0	100%	29,607.02	22,002.36	2.061588975
250	3.5	6.0	75%	25,527.47	17,441.30	2.615457527
250	3.5	6.0	50%	20,575.67	13,120.33	3.055105373
250	3.5	6.0	25%	10,389.73	6,319.52	3.347019469
250	4.0	4.0	100%	29,607.02	21,996.78	2.06328784
250	4.0	4.0	75%	25,527.47	17,579.38	2.564317502
250	4.0	4.0	50%	20,575.67	13,123.42	3.053631221
250	4.0	4.0	25%	10,389.73	6,318.51	3.347994505
250	4.0	5.0	100%	29,607.02	21,993.71	2.064222639
250	4.0	5.0	75%	25,527.47	17,579.57	2.564247286
250	4.0	5.0	50%	20,575.67	13,116.07	3.057137971
250	4.0	5.0	25%	10,389.73	6,320.80	3.345783875
250	4.0	6.0	100%	29,607.02	21,851.78	2.107530791
250	4.0	6.0	75%	25,527.47	17,593.33	2.559163319
250	4.0	6.0	50%	20,575.67	13,121.51	3.054542408
250	4.0	6.0	25%	10,389.73	6,317.32	3.349143397

Tabla 6: Momentos resistentes comparados con los momentos de demanda que provocan la aparición del estado límite de servicio de colapso, así como sus betas calculadas con un coeficiente de variación de 0.10.

Con estos valores calculados para beta, se puede proceder a realizar comparaciones con respecto a los valores de beta propuestos por (Nowak & Collins, 2000) así como de (Lenz et al., 1973) y así determinar si son aproximados entre sí para el cálculo de una medida de riesgo o probabilidad de falla de una estructura.

En la siguiente gráfica, cada línea inclinada representa un caso particular para cada alto y largo del marco de concreto reforzado, y los 4 puntos dentro de cada una de las líneas inclinadas representan los 4 valores obtenidos de SAP2000 (Computers and Structures, 2016) para los diferentes momentos de demanda para los distintos porcentajes de acero de  $\rho$  (Rho) balanceada, siendo el punto más alto de cada línea inclinada, el valor del momento de demanda para el 100% de la  $\rho$  (Rho) balanceada, disminuyendo respectivamente en un 25%. Las líneas punteadas horizontales, representan a los valores calculados de los momentos resistentes, que, de igual forma como anteriormente se mencionó, la línea superior horizontal punteada representa el 100% de acero de  $\rho$  (Rho) balanceada, disminuyendo de igual forma en un 25% respectivo.



**Figura 40: Gráfica comparativa de los distintos valores para los momentos de demanda v.s. momentos resistentes en el estado límite de servicio de colapso para un desplazamiento de 0.30 m para el caso de carga de Pull-Down para cada porcentaje de  $\rho$  (Rho) balanceada.**

### **4.3 Metodología Monte Carlo en programa RStudio**

Para llevar a cabo el análisis de confiabilidad, como se mencionó previamente, se procedió a realizar simulaciones del momento demanda y momento resistente, representando eventos o experimentos aleatorios en el programa RStudio, bajo la metodología Monte Carlo. En la simulación se asume que los momentos mencionados siguen un comportamiento aleatorio bajo una distribución normal, para cada nivel de desplazamiento vertical provocado por la subsidencia asociado a los estados límite de desempeño.

### **4.4 Cálculo de confiabilidad a partir de valores obtenidos de probabilidad de falla**

Se propusieron tablas como la que se muestra a continuación para poder evaluar la confiabilidad de una estructura de concreto reforzado afectada por los efectos de subsidencia, en la cual se podrá proponer el eje izquierdo vertical de la tabla para la variable a analizar, ya sea la variabilidad del desplazamiento máximo objetivo con respecto a la variabilidad de las cargas totales (incluyendo el peso propio de la estructura) o con respecto a la variabilidad de la resistencia a la compresión del concreto.



	<b>MR</b>	<b>MD</b>	<b>Beta</b>	<b>Pf</b>
<b>B</b>	45,705.71	28,009.83	2.737705	0.00309347
<b>IO</b>	45,705.71	28,714.07	2.628753	0.00428493
<b>LS</b>	45,705.71	30,220.14	2.395751	0.00829317
<b>CP</b>	45,705.71	30,781.28	2.308939	0.01047349
<b>C</b>	45,705.71	30,810.49	2.304419	0.01059956

**Tabla 7: Probabilidades de falla calculadas a partir de los momentos resistentes y momentos de demanda de colapso para la sección de una trabe de 0.25 m de ancho X 0.50 m de alto con un 100% de  $\rho$  (Rho) balanceada.**

Por último, con los valores obtenidos para las distintas probabilidades de fallas, se procedió a calcular las distintas confiabilidades, tanto expresadas en decimales como en porcentajes. Además, se generaron distintos gráficos de nubes de puntos para los distintos estados límite de servicio en un mismo caso o marco, a partir de las simulaciones realizadas en el software RStudio.

	<b>Pf</b>	<b>Confiabilidad</b>	<b>Confiabilidad (%)</b>
<b>B</b>	0.003093	0.99690653	99.69%
<b>IO</b>	0.004285	0.99571507	99.57%
<b>LS</b>	0.008293	0.99170683	99.17%
<b>CP</b>	0.010473	0.98952651	98.95%
<b>C</b>	0.0106	0.98940044	98.94%

**Tabla 8: Confiabilidades calculadas a partir de las probabilidades de falla para la sección de una trabe de 0.25 m de ancho X 0.50 m de alto con un 100% de  $\rho$  (Rho) balanceada.**

#### 4.5 Caso práctico de estudio

Para llevar a cabo la siguiente simulación, se definió una altura de entrepiso de 3.00 m, un largo de separación entre columnas de 4.00 m y un porcentaje de acero del 100% con base en el cálculo del área de acero requerida para  $\rho_b$  (Rho) balanceada respecto a las dimensiones de la trabe (0.25 m X 0.40 m), así como un  $f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$  y un  $f_y = 4,280 \text{ kg/cm}^2$ .

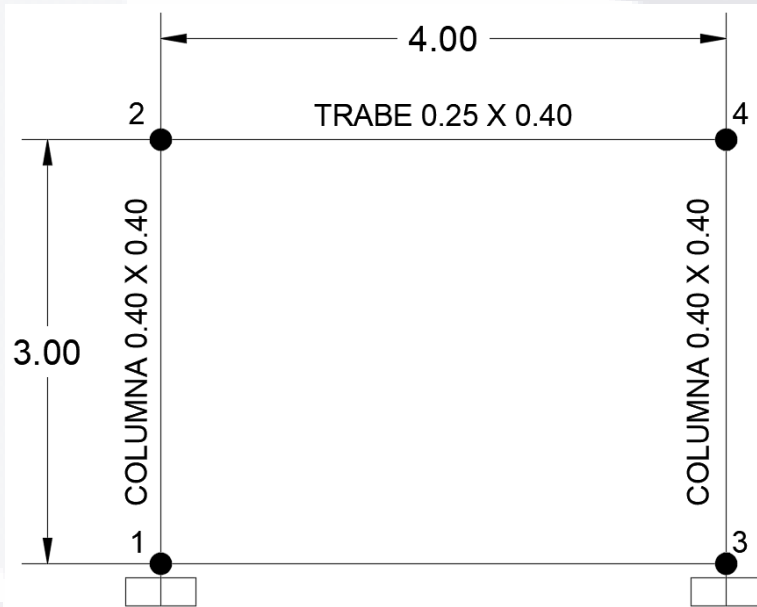


Figura 41: Marco estructural de concreto reforzado con 3 metros de altura y 4 metros de largo.

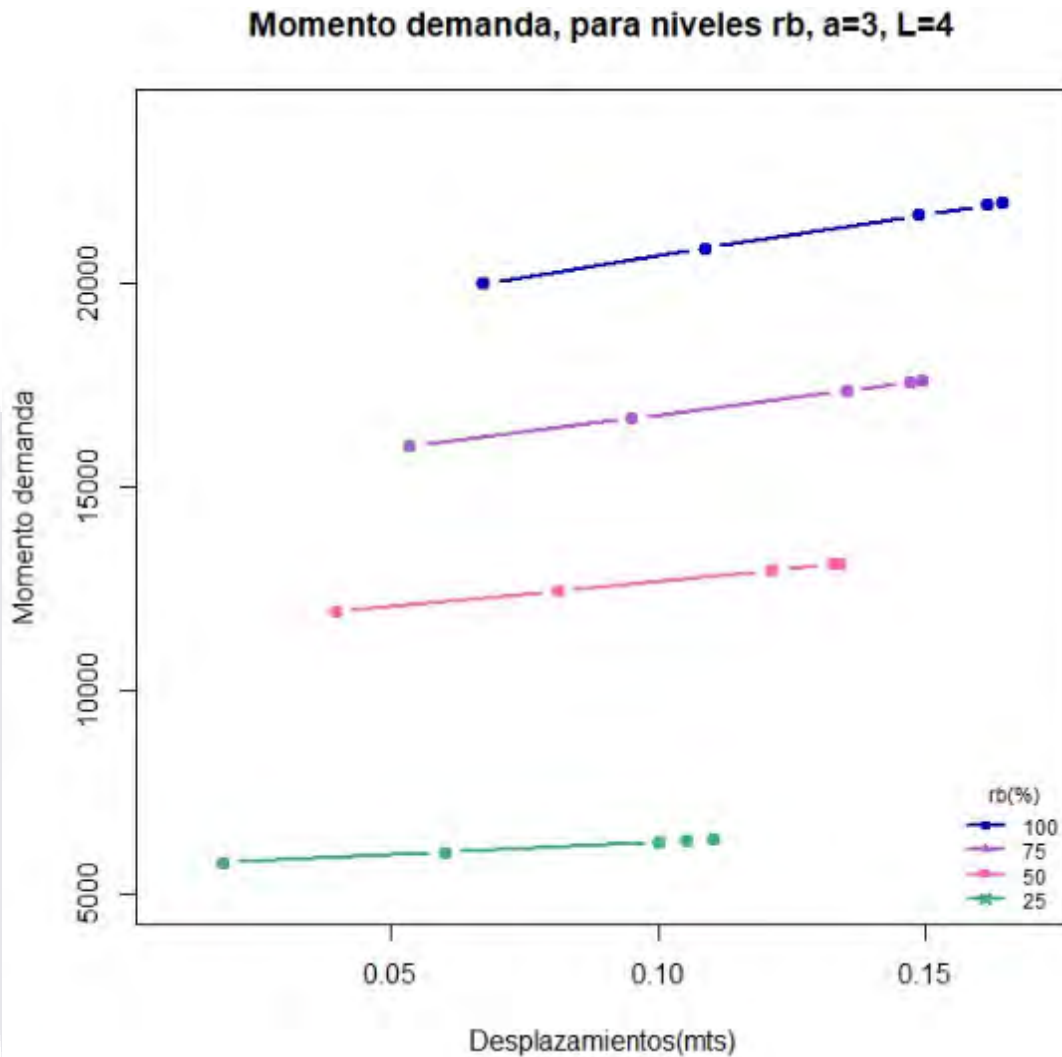


Figura 42: Momentos de demanda asociados a sus respectivos desplazamientos para los distintos porcentajes de acero  $\rho_b$  (Rho) balanceada a emplear.

Como se puede observar en la figura anterior, se graficaron los distintos valores para los momentos de demanda asociados a los desplazamientos obtenidos mediante el uso del software estructural SAP2000 para cada uno de los 5 distintos estados límite de servicio y a su vez, así mismo, esto para cada uno de los 4 casos para las diversas variaciones de los porcentajes de acero a emplearse.

A continuación, se presentan los valores obtenidos de los momentos de demanda para un 100% del área de acero de  $\rho_b$  (Rho Balanceada) a emplearse para la elaboración de las siguientes gráficas.

$\rho_b = 100\%$	
<b>MR = 29,607.02 (kg*m)</b>	
<b>Estado Límite De Servicio</b>	<b>MD (kg*m)</b>
B	20,001.62
IO	20,854.26
LS	21,680.68
CP	21,944.19
C	22,001.09

Tabla 9: Valores de momentos de demanda para los distintos estados límite de servicio asociados a un porcentaje de acero para el caso práctico de estudio.

En las siguientes gráficas obtenidas mediante el uso del software estadístico RStudio, se presentan distintas nubes de puntos para cada uno de los estados límite de servicio para el caso práctico de estudio en cuestión, realizadas a partir de la metodología Monte Carlo considerando un coeficiente de variación del 10%, donde cada uno de los puntos en dichas nubes, representa una simulación del mismo evento para nuestro caso práctico de estudio bajo las mismas condiciones iniciales replicada únicamente considerando la variación mencionada anteriormente. El punto central de cada una de las nubes de puntos, representa la media del momento demanda y momento resistente, para los diferentes desplazamientos donde se presentaron los cinco estados límite de servicio, los cuales se obtuvieron a partir de las simulaciones del software SAP2000 para el caso práctico de estudio ya referido. En total se ejecutaron 20,000 simulaciones para cada una de las nubes de puntos, por lo que se puede apreciar con facilidad la cantidad de simulaciones que superan la línea roja, misma que representa el umbral entre los valores del momento de demanda con respecto del valor del momento resistente.

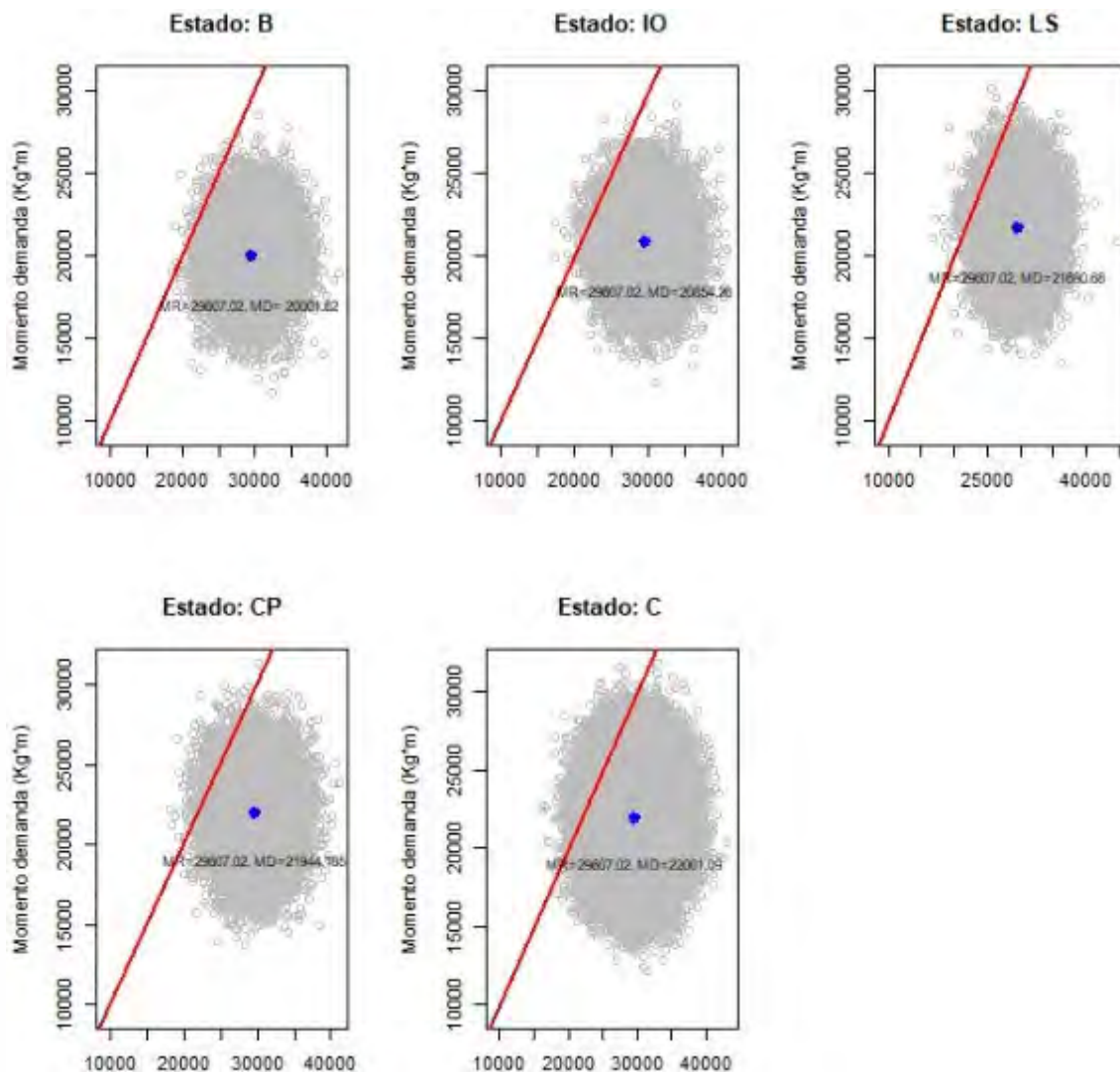


Figura 43: Nubes de puntos (simulaciones) generadas a partir de la metodología Monte Carlo para los distintos estados límite de servicio a partir de un punto con medias (MR, MD).

Los porcentajes de riesgo de daño que se presentan a continuación para los distintos estados límite de servicio son relativamente bajos, ya que dichos valores no son mayores al 2%. En la siguiente tabla podemos observar dichas probabilidades y porcentajes de probabilidad de falla para las distintas betas, mismas que fueron calculadas con los momentos resistentes y los momentos de demanda asociadas a cada uno de los estados límite de servicio para la estructura mencionada en el caso de estudio donde se tiene una  $h = 3.00$  m,  $L = 4.00$  m y  $\rho_b = 100\%$ .

<u>Estado Límite De Servicio</u>	<u>BETA (<math>\beta</math>)</u>	<u>Probabilidad De Falla</u>	<u>Probabilidad de falla (%)</u>
B	2.688322	0.003591	0.3591
IO	2.416935	0.007826	0.7826
LS	2.159977	0.015387	1.5387
CP	2.079314	0.018794	1.8794
C	2.061976	0.019605	1.9605

Tabla 10: Betas calculados para los distintos estados límites de servicio, así como las probabilidades de falla asociadas respectivamente.

Los riesgos de daño o valores de probabilidades de falla presentados en la tabla anterior son relativamente bajos. En la realidad porque cualquier probabilidad de falla que ponga en riesgo la vida de un ser humano debe de ser lo más cercano a un 0%. En la Figura 42, se observa que existe una relación lineal entre los desplazamientos y momentos, por lo que se procedió a posteriormente estimar la ecuación de la recta de puntos generada a partir de los diversos desplazamientos que provocan los respectivos momentos de demanda para los distintos estados límite de servicio de la manera:

$$y = mx + b$$

	<u>X</u>	<u>Y</u>
	<u>Desplazamiento (m)</u>	<u>MD (kg*m)</u>
<u>B</u>	0.0673	20,001.62
<u>IO</u>	0.1087	20,854.26
<u>LS</u>	0.1487	21,680.68
<u>CP</u>	0.1615	21,944.19
<u>C</u>	0.1642	22,001.09

Tabla 11: Valores de momentos de demanda asociados a sus respectivos desplazamientos para los distintos estados límite de servicio.

De la tabla anterior, se procedieron a graficar cada una de las parejas de los puntos para poder determinar la ecuación de la recta ajustada y así posteriormente extrapolar valores de momentos de demanda para desplazamientos aún mayores a los obtenidos de las simulaciones limitadas del software SAP2000.

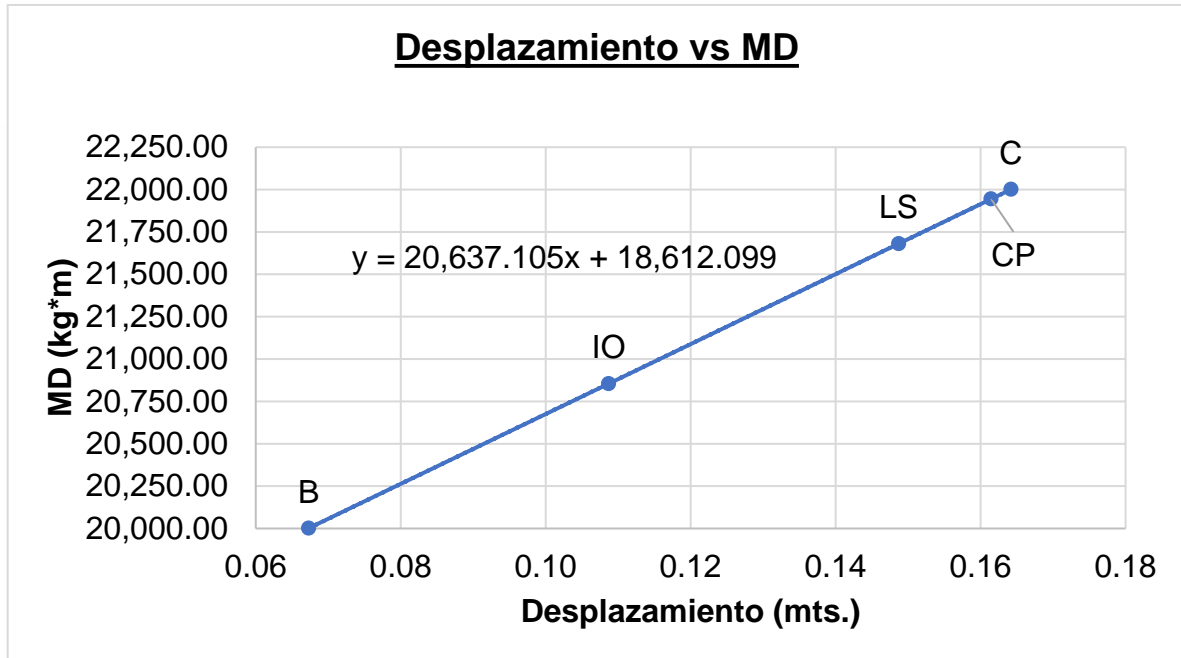


Figura 44: Gráfica de las parejas de puntos de desplazamiento v.s. momentos de demanda asociados a partir de la cual se obtiene la ecuación de la recta ajustada a dichos puntos.

La estimación de la recta obtenida está dada como:

$$MD = 20,637.105 * desplazamiento (mts) + 18,612.099$$

Con el objeto de analizar lo que ocurre más allá de los estados límite que proporciona el SAP, a partir de esta ecuación obtenida de la recta se decidió extrapolar valores de momento de demanda para distintos desplazamientos ya que, con los desplazamientos obtenidos para los diferentes estados límite de servicio, el momento de demanda no se aproxima al valor calculado del momento resistente.

Para los desplazamientos de 0.20 m, 0.30 m y 0.40 m se obtuvieron las extrapolaciones los siguientes:

$$MD20 = 20,637.105 * 0.20 + 18,612.099 = 22,739.52$$

$$MD30 = 20,637.105 * 0.30 + 18,612.099 = 24,803.2305$$

$$MD40 = 20,637.105 * 0.40 + 18,612.099 = 26,866.941$$

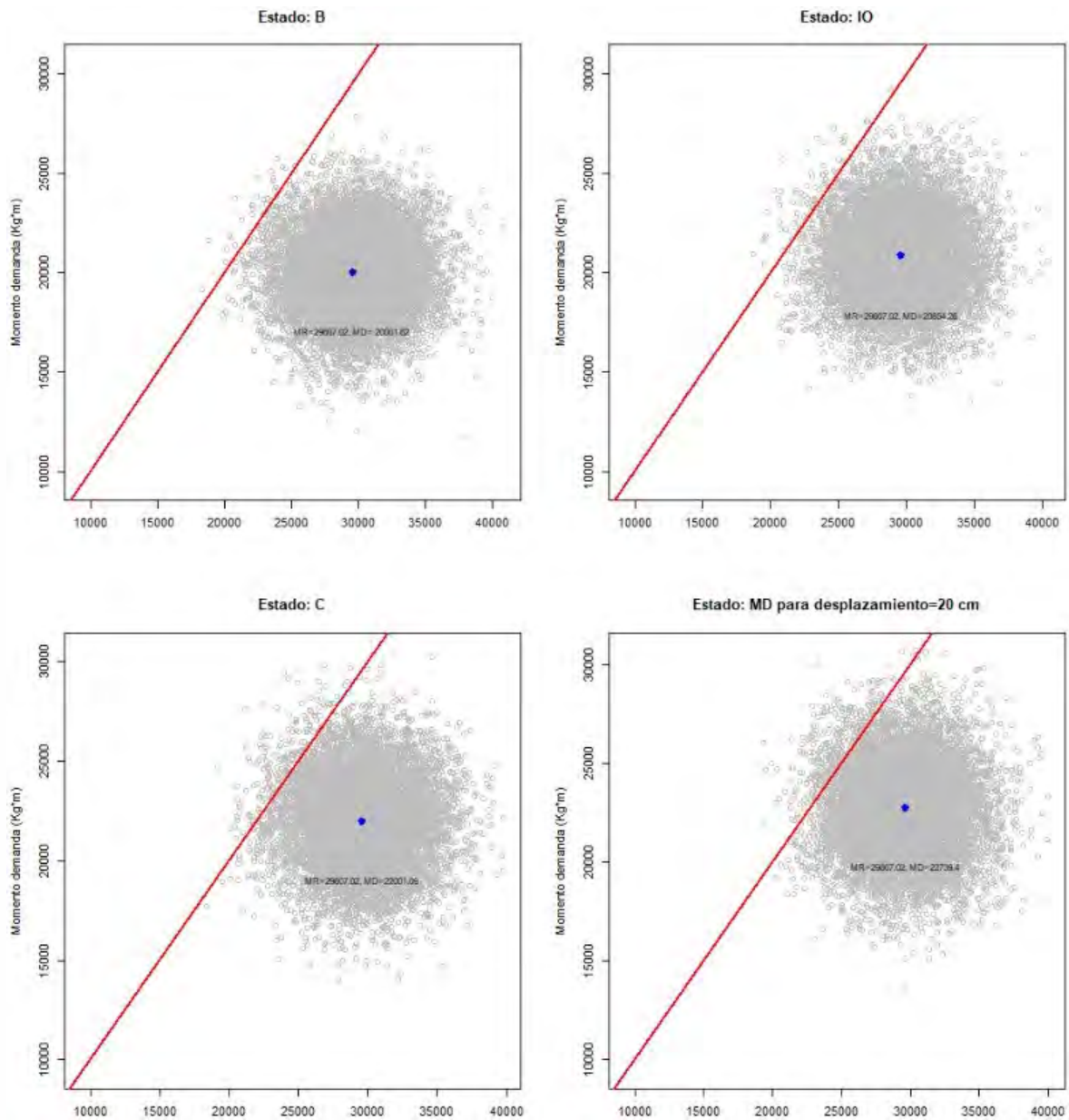
<u>Desplazamiento (cm)</u>	<u>Momento de demanda (kg*m)</u>	<u>BETA (<math>\beta</math>)</u>	<u>Probabilidad De Falla</u>	<u>Probabilidad de falla (%)</u>
20	22,739.52	1.839619	0.032912	3.2912
30	24,803.2305	1.243782	0.106789	10.6789
40	26,866.941	0.685397	0.246546	24.6546

**Tabla 12: Valores de los momentos de demanda extrapolados a partir de los desplazamientos propuestos y sus probabilidades de falla asociadas.**

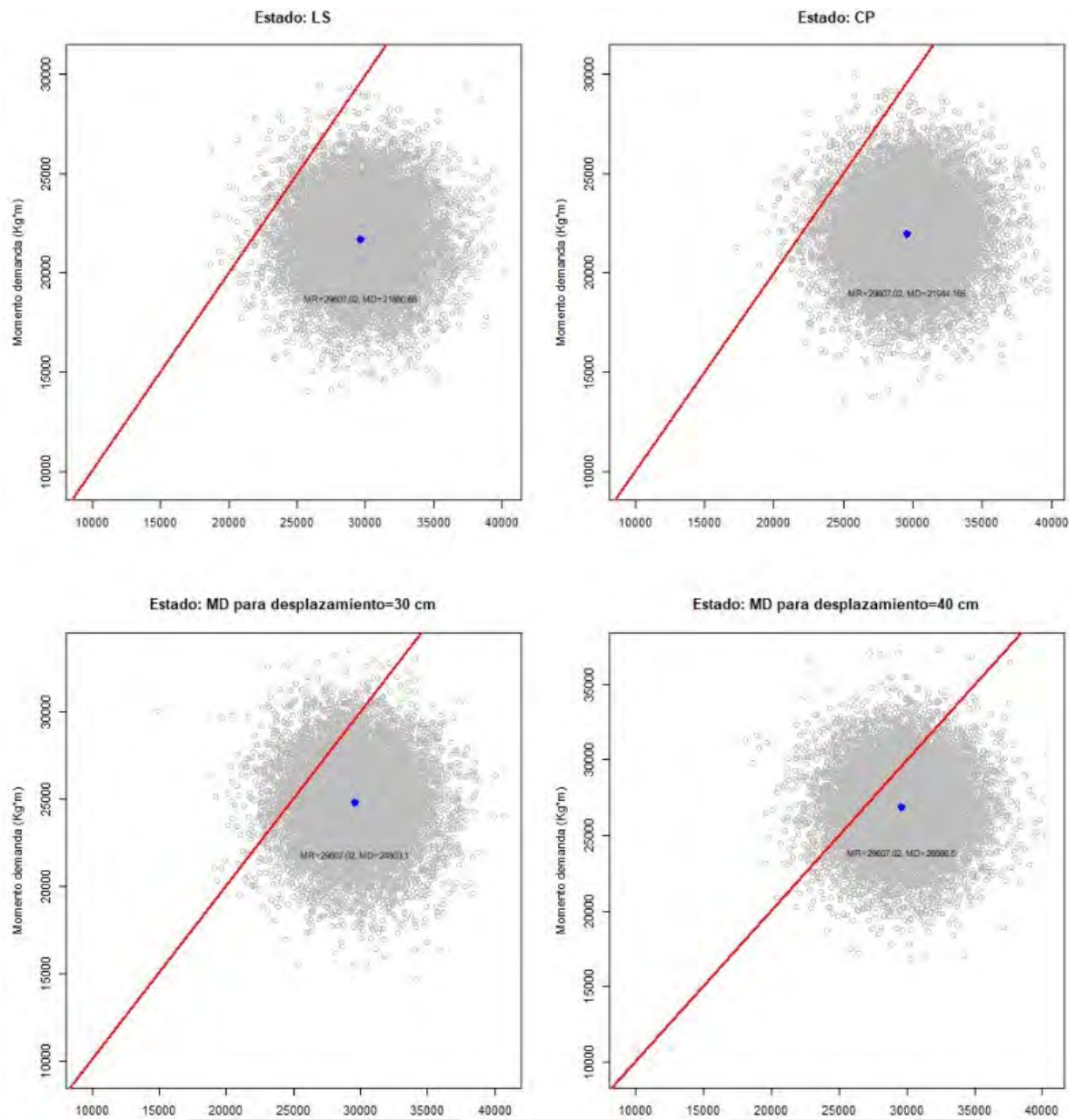
En la tabla anterior, se aprecian los valores de momentos de demanda calculados a partir de distintos desplazamientos de 20,30 y 40 cm conjuntamente del uso de la ecuación (10) obtenida previamente, así como las betas calculadas para dichos valores de momentos de demanda y las probabilidades de falla asociadas a cada uno de los desplazamientos propuestos.

Se realizaron simulaciones de MD y MR para los niveles de desplazamiento mencionados arriba. De las siguientes gráficas, podemos observar la dispersión de la nube de puntos o simulaciones generadas mediante la metodología Monte Carlo junto a los respectivos coeficientes de variación para un 10% en todos los momentos de demanda referentes a cada uno de los estados límite de servicio, así como para los momentos de demanda extrapolados con base en la ecuación obtenida anteriormente.



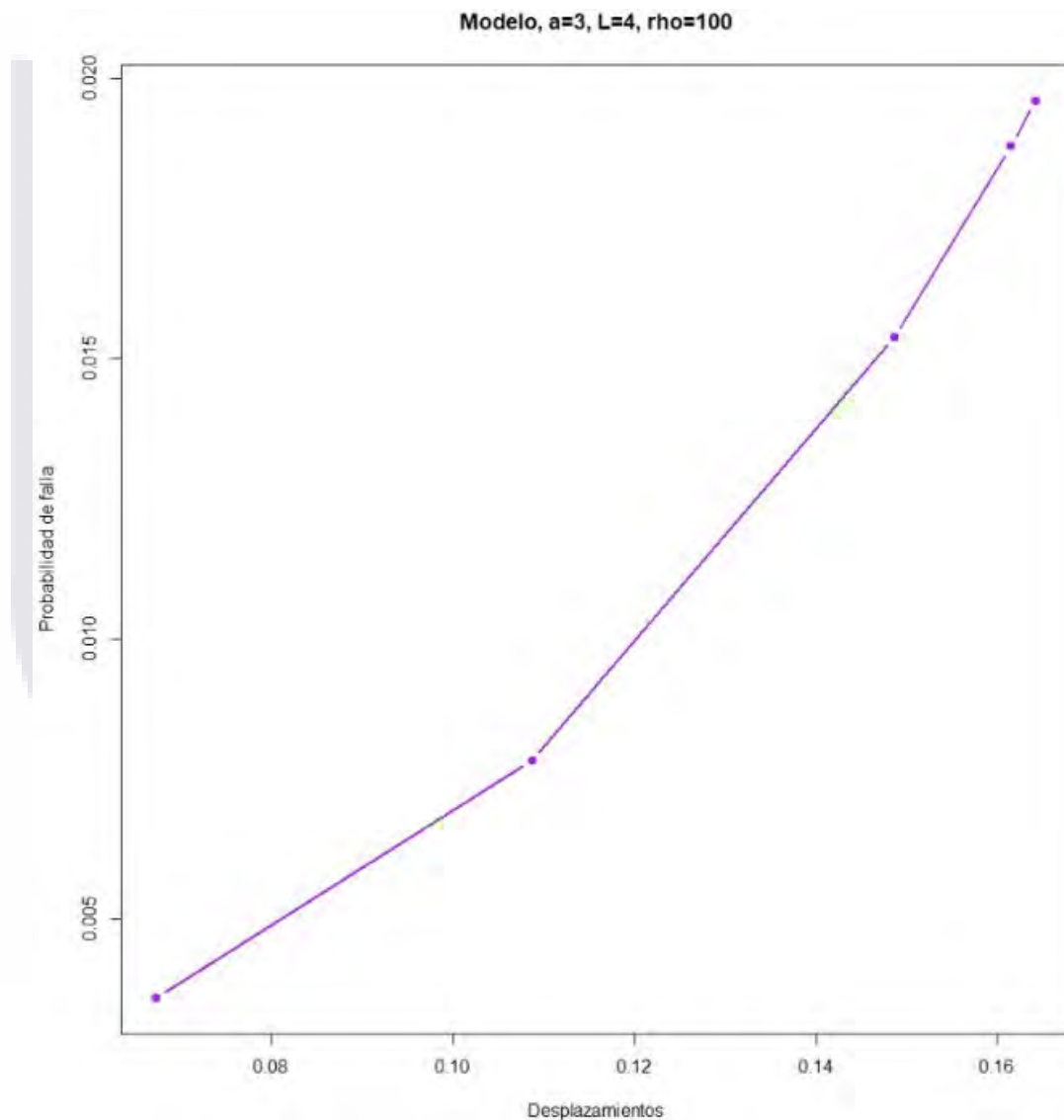


**Figura 45: Nubes de puntos (simulaciones) generadas a partir de la metodología Monte Carlo para los distintos estados límite de servicio, así como para los valores de los momentos de demanda extrapolados para las distintas parejas de puntos con medias (MR, MD). (1/2)**

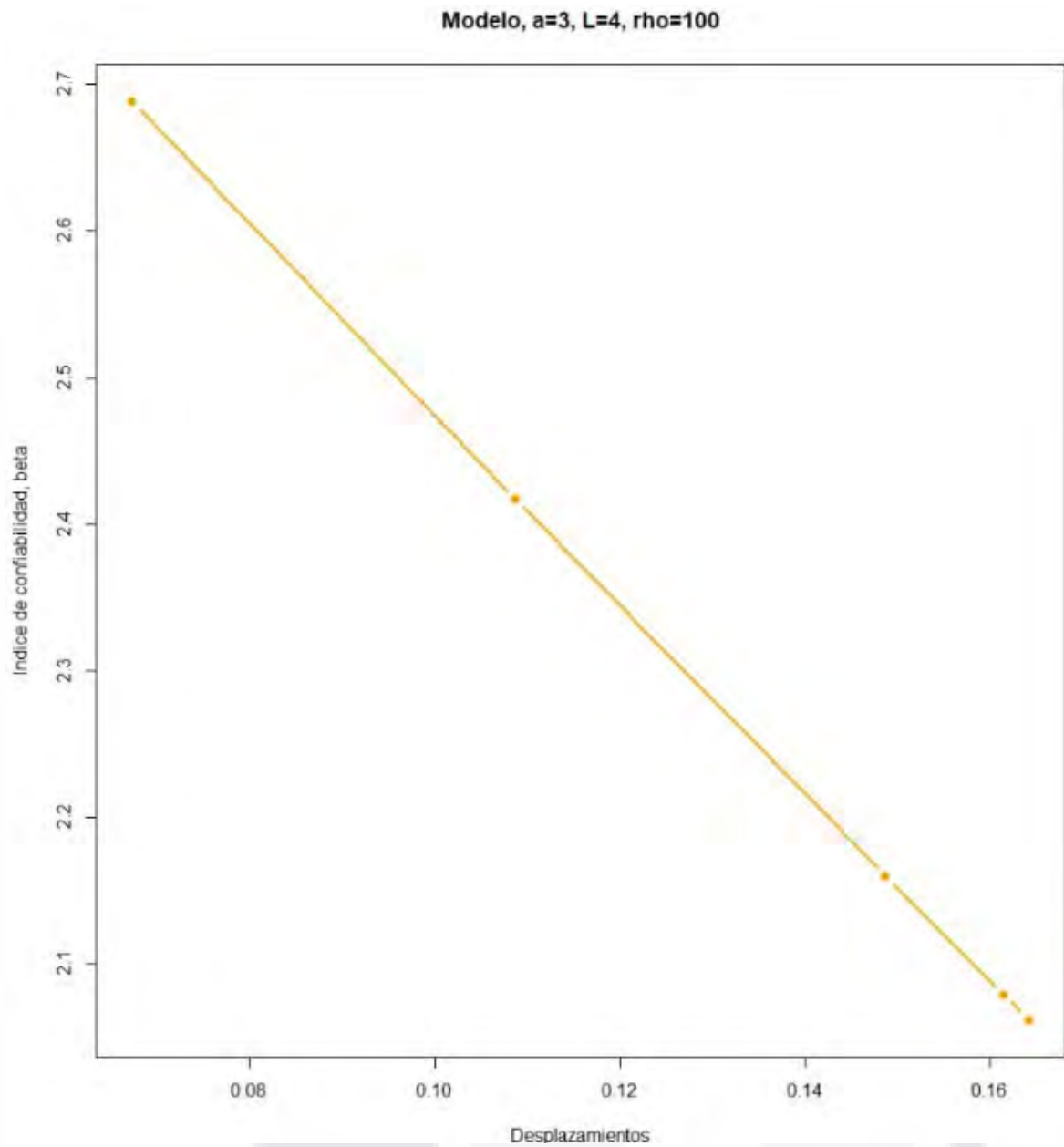


**Figura 46: Nubes de puntos (simulaciones) generadas a partir de la metodología Monte Carlo para los distintos estados límite de servicio, así como para los valores de los momentos de demanda extrapolados para las distintas parejas de puntos con medias (MR, MD). (2/2)**

Se procedió a graficar cada una de las probabilidades de falla asociadas a los distintos desplazamientos para todos los estados límite de servicio para el caso práctico de estudio revisado previamente, la cual nos permite observar de manera más sencilla y clara que al irse presentando un desplazamiento de mayor magnitud con respecto al anterior, la probabilidad de falla también aumentará de forma exponencial y no lineal.



**Figura 47: Valores de las probabilidades de falla asociados a los respectivos desplazamientos para cada uno de los estados límite de servicio del caso práctico de estudio.**



**Figura 48: Parámetros beta asociados a los desplazamientos de los estados límite de servicio.**

De la gráfica anterior para el mismo caso práctico de estudio mencionado previamente, podemos observar que mientras el valor de beta sea mayor, el desplazamiento que provoque cierta probabilidad de falla será menor, por lo que se puede concluir que son inversamente proporcionales el desplazamiento que genere cierto índice beta de confiabilidad.

En la siguiente gráfica, se añadieron las probabilidades de falla asociadas a los desplazamientos propuestos de 0.20 m, 0.30 m y 0.40 m (mismos que a su vez, se usaron para extrapolar sus respectivos momentos de demanda), donde se puede apreciar que las probabilidades de falla aumentan de manera exponencial, por lo que se puede justificar el bajo valor limitado de la probabilidad de falla asociada al estado límite de servicio "C", mismo que es inadmisibles para evitar poner en riesgo cualquier vida humana.

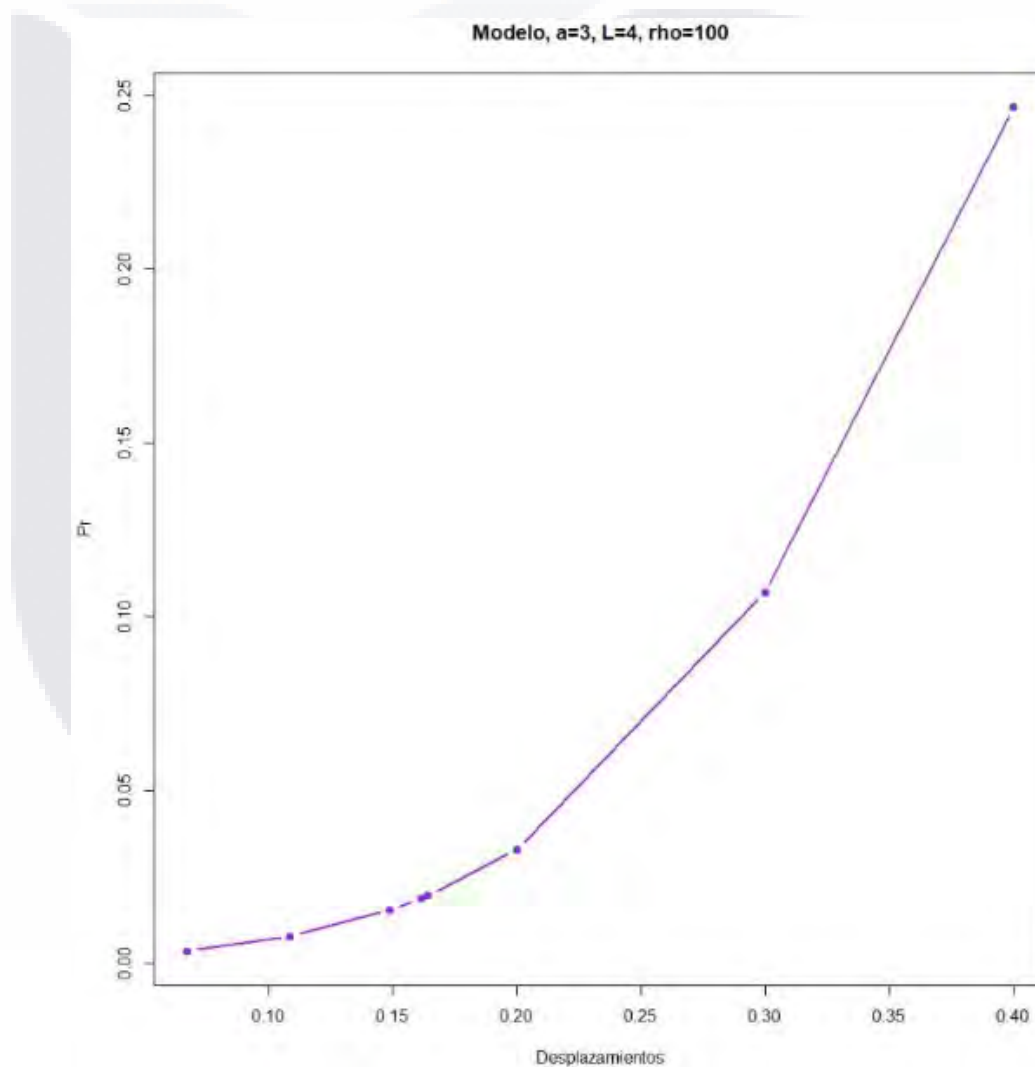
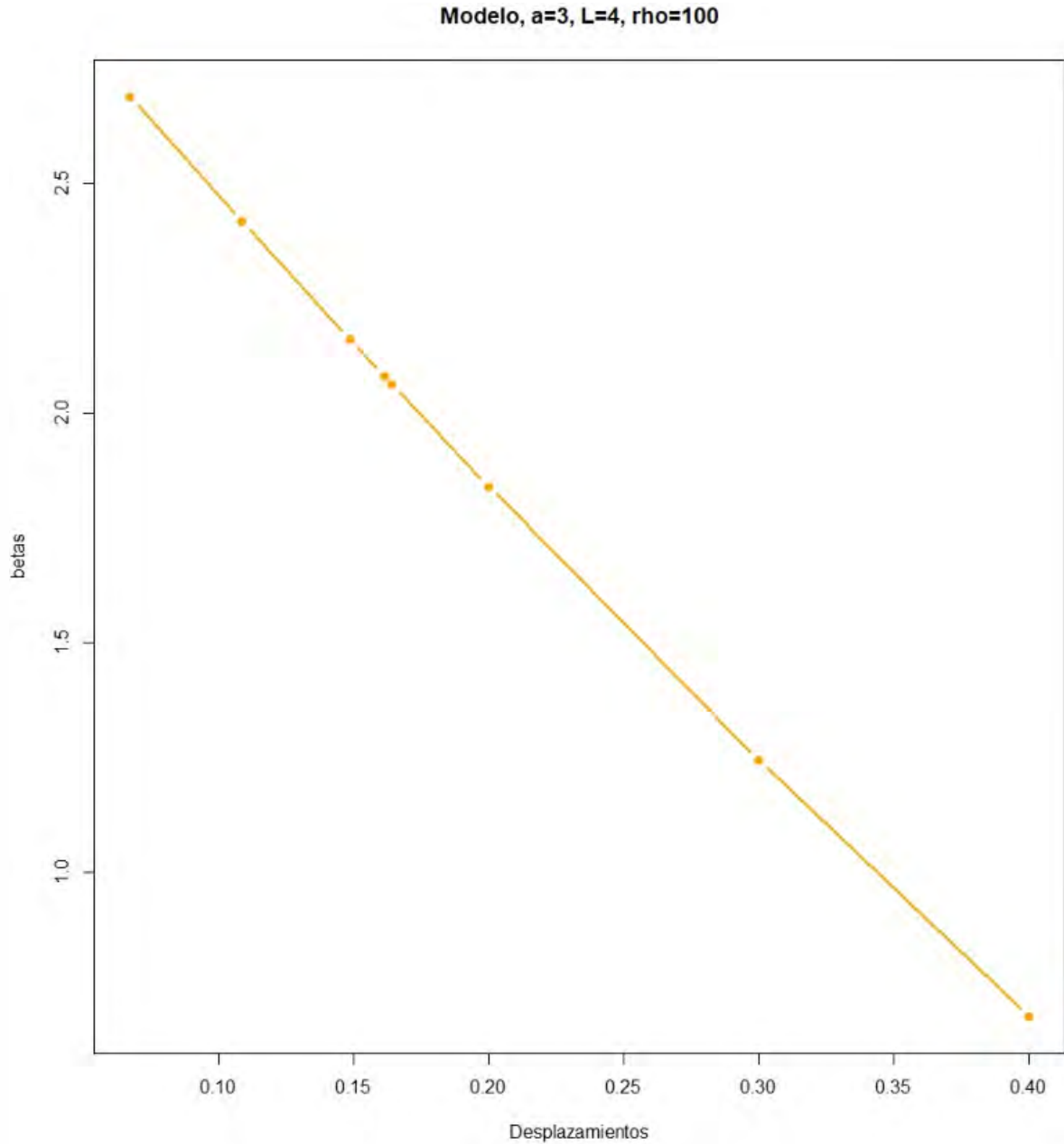


Figura 49: Probabilidades de falla asociadas a los respectivos desplazamientos de los estados límite de servicio, y de los puntos extrapolados para los desplazamientos propuestos de 20, 30 y 40 cm



**Figura 50: Parámetros beta asociados a los desplazamientos para los distintos estados límite de servicio, así como para los desplazamientos propuestos de 20, 30 y 40 cm**

De igual manera, el comportamiento de las betas para los valores de los momentos de demanda extrapolados, sigue manteniendo un comportamiento lineal e inversamente proporcional, en la medida de que, para un mayor valor del desplazamiento, el valor de beta disminuye.

## CAPITULO V: RESULTADOS

A continuación, se presenta una tabla con los valores de resistencia a compresión del concreto utilizados para la obtención de los distintos desplazamientos límites permisibles correspondientes a cada estado límite de servicio como se podrá apreciar más adelante. Dichos datos servirán para alimentar el programa RStudio y llevar a cabo el análisis probabilístico y obtener así el índice de confiabilidad para este grupo de datos. Cabe destacar que, para la cuantía de las columnas, se modelaron con 8 varillas del #9 (9/8") de diámetro, así como estribos del #4 (1/2") de diámetro a una separación de 15 cm cada uno.

<b>f'c (kg/cm2)</b>	<b>E = 14,000*(f'c^2)</b>
100	140,000.00
200	197,989.90
210	202,879.27
220	207,653.56
230	212,320.51
240	216,887.07
250	221,359.44
260	225,743.22
270	230,043.47
280	234,264.81
290	238,411.41
300	242,487.11

Tabla 13: Distintos módulos de elasticidad para los distintos f'c a emplear.

En las siguientes tablas se pueden apreciar los resultados obtenidos de los desplazamientos máximos permitidos presentados en el nodo de apoyo No. 3 para cada uno de los estados límite de servicio, así como el valor de momento correspondiente que se experimenta en la rótula 3H1 ubicada en el nodo 2 del marco estructural.

Nodo 3 Rótula 3H1 (2)		
$f'c = 200 \text{ kg/cm}^2$		
LSS	U3 (m)	M3 (kg*m)
B	0.0218	4,709.04
IO	0.0636	4,920.17
LS	0.1036	5,124.27
CP	0.1086	5,149.78
C	0.1136	5,175.29

Tabla 14: Desplazamientos y momentos generados para distintos estados límites de servicio para un marco estructural de 4 metros de alto y 4 metros de largo para un concreto de  $f'c=200 \text{ kg/cm}^2$ .

$f'c = 210 \text{ kg/cm}^2$		
LSS	U3 (m)	M3 (kg*m)
B	0.0213	4,709.34
IO	0.0630	4,920.43
LS	0.1030	5,124.66
CP	0.1080	5,150.19
C	0.1130	5,175.72

Tabla 15: Desplazamientos y momentos generados para distintos estados límites de servicio para un marco estructural de 4 metros de alto y 4 metros de largo para un concreto de  $f'c=210 \text{ kg/cm}^2$ .



<b>f'c = 220 kg/cm<sup>2</sup></b>		
<b>LSS</b>	<b>U3 (m)</b>	<b>M3 (kg*m)</b>
<b>B</b>	0.0208	4,709.62
<b>IO</b>	0.0625	4,920.68
<b>LS</b>	0.1025	5,125.04
<b>CP</b>	0.1075	5,150.59
<b>C</b>	0.1125	5,176.13

Tabla 16: Desplazamientos y momentos generados para distintos estados límites de servicio para un marco estructural de 4 metros de alto y 4 metros de largo para un concreto de f'c=220 kg/cm<sup>2</sup>.

<b>f'c = 230 kg/cm<sup>2</sup></b>		
<b>LSS</b>	<b>U3 (m)</b>	<b>M3 (kg*m)</b>
<b>B</b>	0.0204	4,709.89
<b>IO</b>	0.0620	4,920.92
<b>LS</b>	0.1020	5,125.40
<b>CP</b>	0.1070	5,150.96
<b>C</b>	0.1120	5,176.52

Tabla 17: Desplazamientos y momentos generados para distintos estados límites de servicio para un marco estructural de 4 metros de alto y 4 metros de largo para un concreto de f'c=230 kg/cm<sup>2</sup>.

<b>f'c = 240 kg/cm<sup>2</sup></b>		
<b>LSS</b>	<b>U3 (m)</b>	<b>M3 (kg*m)</b>
<b>B</b>	0.0199	4,706.58
<b>IO</b>	0.0615	4,917.47
<b>LS</b>	0.1015	5,121.91
<b>CP</b>	0.1065	5,147.47
<b>C</b>	0.1115	5,173.02

Tabla 18: Desplazamientos y momentos generados para distintos estados límites de servicio para un marco estructural de 4 metros de alto y 4 metros de largo para un concreto de f'c=240 kg/cm<sup>2</sup>.

<b>f'c = 250 kg/cm<sup>2</sup></b>		
<b>LSS</b>	<b>U3 (m)</b>	<b>M3 (kg*m)</b>
<b>B</b>	0.0195	4,706.67
<b>IO</b>	0.0611	4,917.53
<b>LS</b>	0.1011	5,122.07
<b>CP</b>	0.1061	5,147.64
<b>C</b>	0.1111	5,173.20

Tabla 19: Desplazamientos y momentos generados para distintos estados límites de servicio para un marco estructural de 4 metros de alto y 4 metros de largo para un concreto de f'c=250 kg/cm<sup>2</sup>.

<b>f'c = 260 kg/cm<sup>2</sup></b>		
<b>LSS</b>	<b>U3 (m)</b>	<b>M3 (kg*m)</b>
<b>B</b>	0.0191	4,706.75
<b>IO</b>	0.0607	4,917.59
<b>LS</b>	0.1007	5,122.21
<b>CP</b>	0.1057	5,147.79
<b>C</b>	0.1107	5,173.37

Tabla 20: Desplazamientos y momentos generados para distintos estados límites de servicio para un marco estructural de 4 metros de alto y 4 metros de largo para un concreto de f'c=260 kg/cm<sup>2</sup>.

<b>f'c = 270 kg/cm<sup>2</sup></b>		
<b>LSS</b>	<b>U3 (m)</b>	<b>M3 (kg*m)</b>
<b>B</b>	0.0188	4,706.84
<b>IO</b>	0.0603	4,917.64
<b>LS</b>	0.1003	5,122.36
<b>CP</b>	0.1053	5,147.95
<b>C</b>	0.1103	5,173.53

Tabla 21: Desplazamientos y momentos generados para distintos estados límites de servicio para un marco estructural de 4 metros de alto y 4 metros de largo para un concreto de f'c=270 kg/cm<sup>2</sup>.

<b>f'c = 280 kg/cm<sup>2</sup></b>		
<b>LSS</b>	<b>U3 (m)</b>	<b>M3 (kg*m)</b>
<b>B</b>	0.0184	4,706.92
<b>IO</b>	0.0599	4,917.70
<b>LS</b>	0.0999	5,122.49
<b>CP</b>	0.1049	5,148.09
<b>C</b>	0.1099	5,173.69

Tabla 22: Desplazamientos y momentos generados para distintos estados límites de servicio para un marco estructural de 4 metros de alto y 4 metros de largo para un concreto de f'c=270 kg/cm<sup>2</sup>.

<b>f'c = 290 kg/cm<sup>2</sup></b>		
<b>LSS</b>	<b>U3 (m)</b>	<b>M3 (kg*m)</b>
<b>B</b>	0.0181	4,706.99
<b>IO</b>	0.0596	4,917.75
<b>LS</b>	0.0996	5,122.62
<b>CP</b>	0.1046	5,148.23
<b>C</b>	0.1096	5,173.84

Tabla 23: Desplazamientos y momentos generados para distintos estados límites de servicio para un marco estructural de 4 metros de alto y 4 metros de largo para un concreto de f'c=290 kg/cm<sup>2</sup>.

<b>f'c = 300 kg/cm<sup>2</sup></b>		
<b>LSS</b>	<b>U3 (m)</b>	<b>M3 (kg*m)</b>
<b>B</b>	0.0178	4,707.07
<b>IO</b>	0.0592	4,917.80
<b>LS</b>	0.0992	5,122.75
<b>CP</b>	0.1042	5,148.37
<b>C</b>	0.1092	5,173.99

Tabla 24: Desplazamientos y momentos generados para distintos estados límites de servicio para un marco estructural de 4 metros de alto y 4 metros de largo para un concreto de f'c=300 kg/cm<sup>2</sup>.

Es por ello, que al determinar que prácticamente no hubo variaciones en los valores de los momentos y desplazamientos, se procedió a realizar variaciones en la altura y largo del marco, así como de los valores para los porcentajes de acero a emplear.



**Figura 51: Marco estructural de 4 metros de largo y 4 metros de alto afectado por un hundimiento diferencial de 10.11 cm provocando un estado límite de servicio de seguridad de vida (LS, Life Safety por sus siglas en inglés).**

En esta figura se puede apreciar que para un desplazamiento de 0.1011 m ó 10.11 cm, para el concreto de  $f'c = 250 \text{ kg/cm}^2$  la rótula plástica 3H1 del nodo 2, presenta un comportamiento del tipo seguridad de vida (LS por sus siglas en inglés) y más adelante se observa que el momento que ocasiona este comportamiento es de 5,122.07 kg\*m.

Tal como se pudo apreciar en los anteriores resultados obtenidos, al ir variando la resistencia a la compresión del concreto, se pudo determinar que prácticamente no existe variación para el momento requerido que produzca un desplazamiento tal que se alcance un estado límite de servicio de colapso. Cabe recalcar que, como tal, no se colapsa por completo la estructura, sólo se plastifica la articulación o rótula plástica para dicho estado límite de servicio, provocando que, al menor incremento de momento, pueda fallar por completo la trabe. Aunque sí se aprecia que la variación de los desplazamientos permitidos para que se presente dicho estado límite de servicio disminuye conforme se aumenta la resistencia a la compresión del concreto, el momento requerido, aumenta.

Ambos diferenciales (momento y desplazamiento), variando la resistencia a la compresión desde los 200 kg/cm<sup>2</sup> hasta los 300 kg/cm<sup>2</sup>, son mínimos, por lo que se propuso realizar el mismo procedimiento pero esta vez variando el porcentaje de acero requerido desde un 100% en decrementos de 25% al calcular la  $\rho$  (Rho) balanceada para la sección.

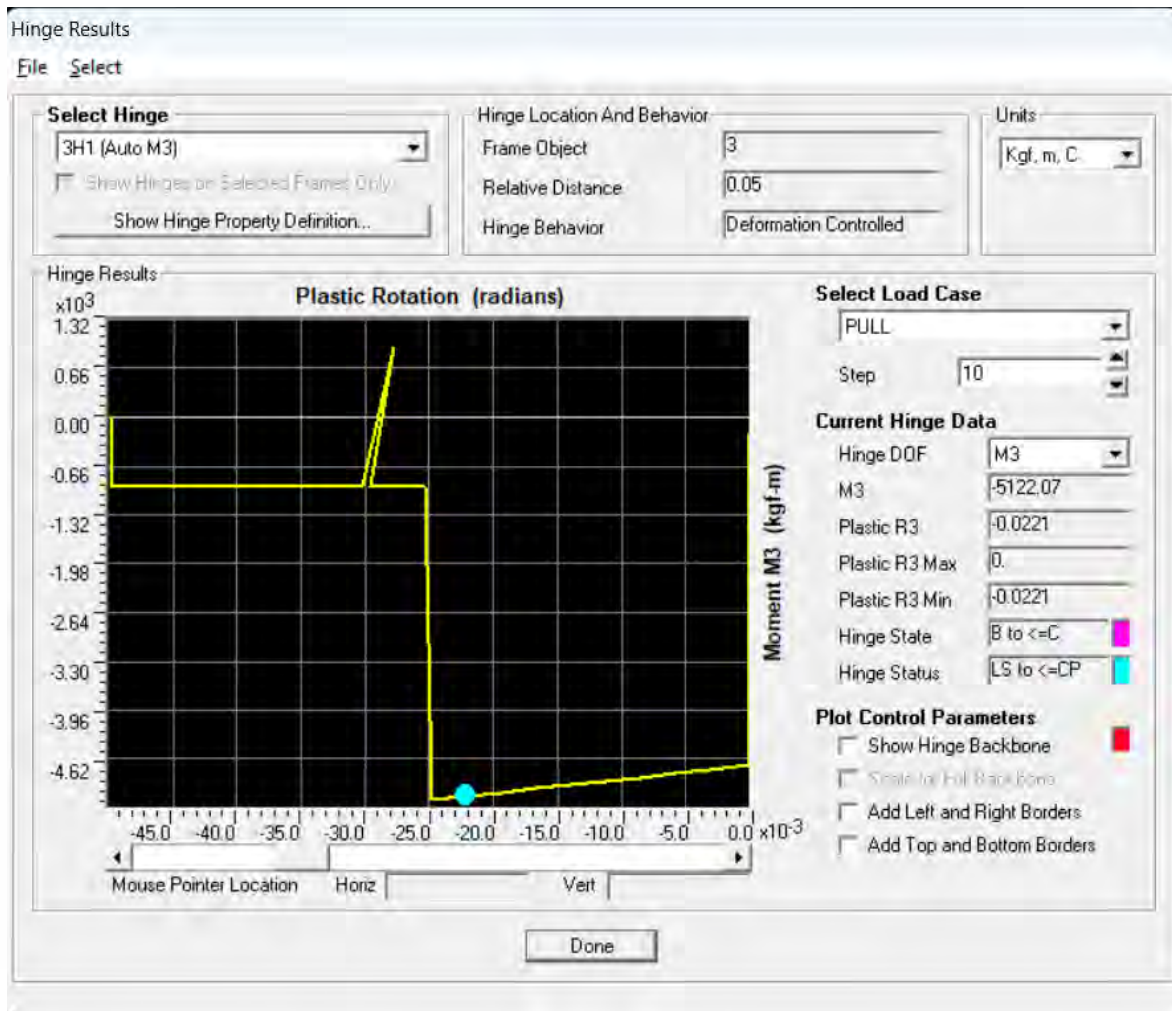


Figura 52: Representación del modelado de la rótula plástica donde se puede apreciar el momento de 5,122.07 generado por un desplazamiento de 10.11 cm justo antes de que se presente el estado límite de servicio de colapso.

En la siguiente tabla se realiza una comparativa de los diferentes valores de desplazamiento máximo permitido para cada uno de los valores de la resistencia a compresión del concreto propuestos dependiendo del estado límite de servicio al que se evalué en la rótula plástica. También se presentan los resultados obtenidos de manera gráfica para poder apreciarlos de manera más sencilla.

<b>f'c / LSS</b>	<b>B</b>	<b>IO</b>	<b>LS</b>	<b>CP</b>	<b>C</b>
<b>200</b>	0.0218	0.0636	0.1036	0.1086	0.1136
<b>210</b>	0.0213	0.0630	0.1030	0.1080	0.1130
<b>220</b>	0.0208	0.0625	0.1025	0.1075	0.1125
<b>230</b>	0.0204	0.062	0.1020	0.1070	0.1120
<b>240</b>	0.0199	0.0615	0.1015	0.1065	0.1115
<b>250</b>	0.0195	0.0611	0.1011	0.1061	0.1111
<b>260</b>	0.0191	0.0607	0.1007	0.1057	0.1107
<b>270</b>	0.0188	0.0603	0.1003	0.1053	0.1103
<b>280</b>	0.0184	0.0599	0.0999	0.1049	0.1099
<b>290</b>	0.0181	0.0596	0.0996	0.1046	0.1096
<b>300</b>	0.0178	0.0592	0.0992	0.1042	0.1092

Tabla 2: Desplazamientos verticales permisibles para los distintos estados límite de servicio, así como para los distintos f'c.

Se pudo observar que, al aumentar el valor de la resistencia a la compresión del concreto, los resultados indican que las rótulas plásticas se van presentando a un menor valor para el desplazamiento vertical. Por lo contrario, como se observó en las tablas anteriores, el comportamiento obtenido de los momentos resistentes indica que su valor va aumentando al mismo tiempo que aumenta el valor de la resistencia a la compresión.

**Valores de desplazamientos (mts) permitidos por Estado Límite de Servicio dependiendo del  $f'c$ .**

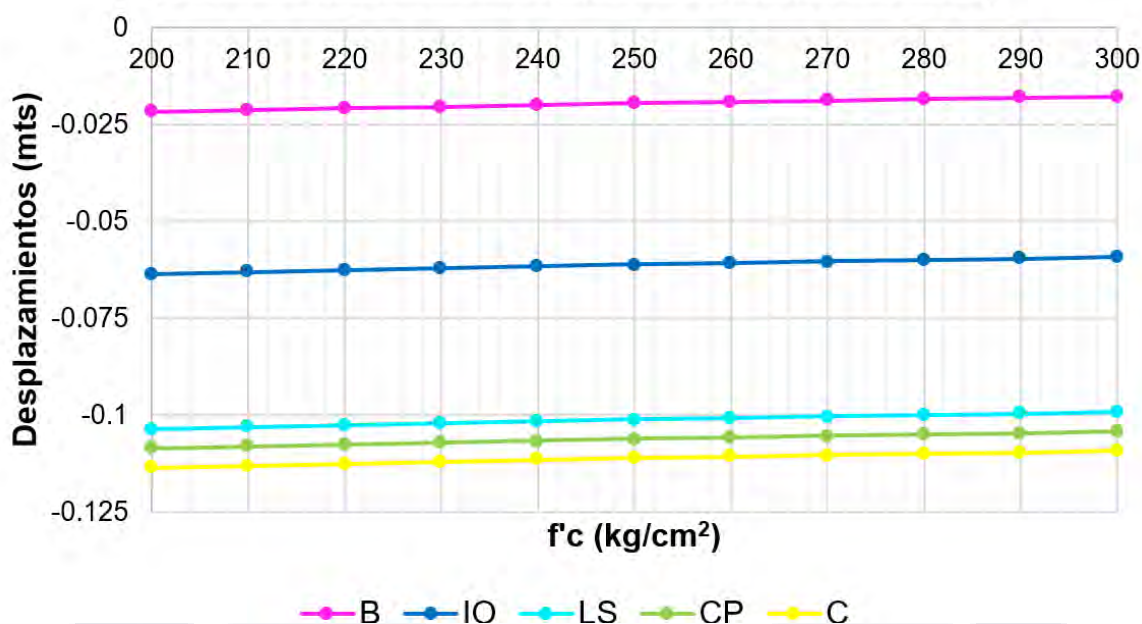
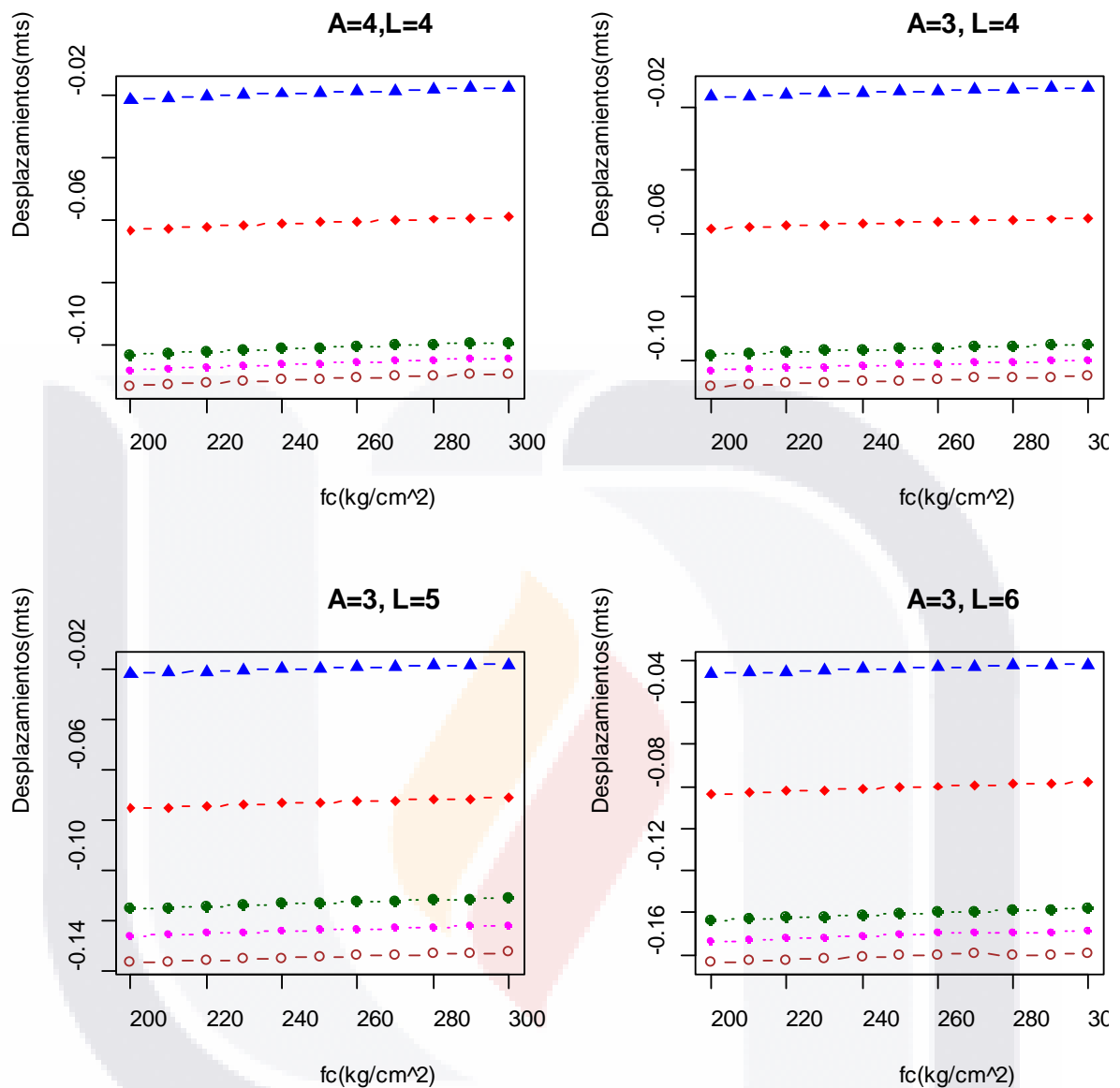


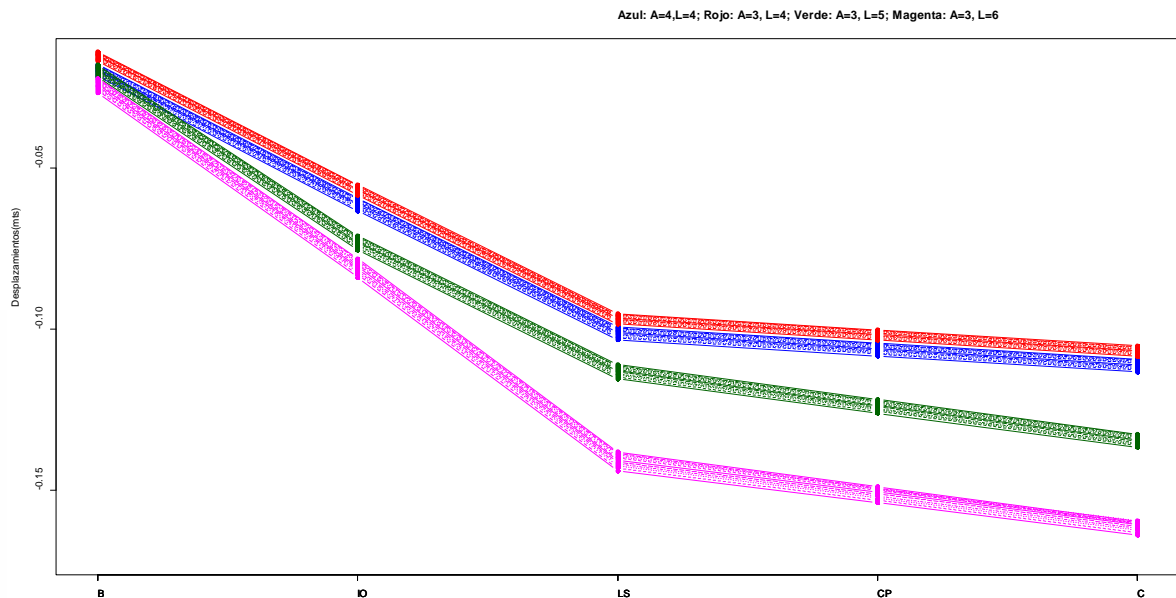
Figura 53: Desplazamientos verticales permisibles para los distintos  $f'c$  para cada uno de los estados límite de servicio.



**Figura 54:** Gráficas para las distintas variaciones de desplazamientos permitidos para diferentes altos y largos del marco de concreto reforzado.

De las gráficas anteriores se observó que, los valores de los desplazamientos permisibles cambian de manera considerable al variar las dimensiones del largo y alto del marco de concreto reforzado, aunque se aprecia que, para un mismo marco, el comportamiento de los valores entre sí de los hundimientos permisibles son prácticamente los mismos.





**Figura 55:** Variación de desplazamientos permitidos por estado límite de servicio para distintos largos y altos de un marco estructural de concreto reforzado.

De la gráfica anterior se determinó que, al disminuir la altura de las columnas para el marco de concreto reforzado, los valores de los desplazamientos permisibles para un mismo estado límite de servicio también disminuyen. Así mismo, al aumentar el valor del largo del claro de la trabe, se aprecia claramente que los valores permisibles de desplazamiento vertical aumentan considerablemente.

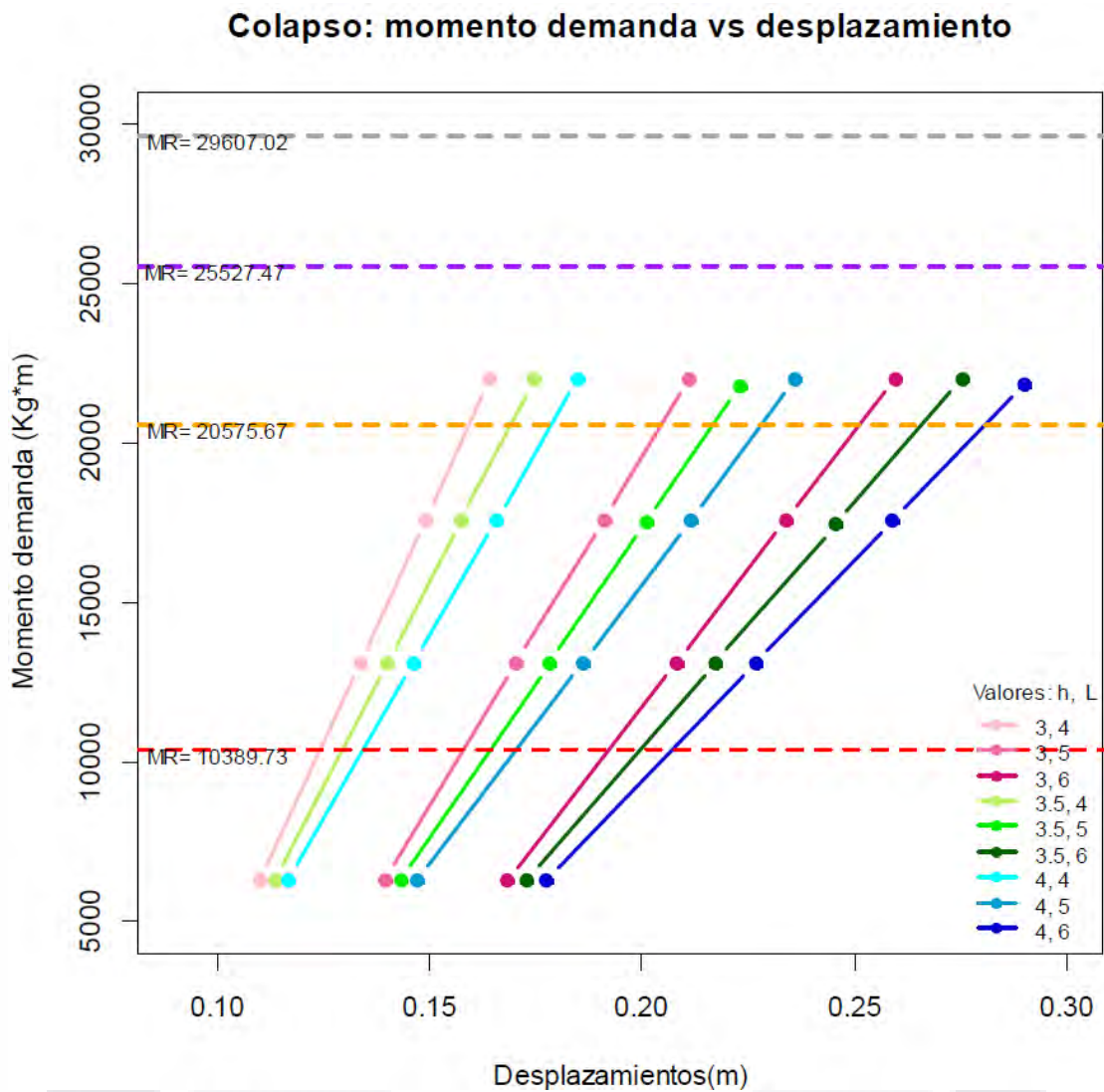


Figura 56: Gráfica de momentos de demanda para el estado límite de servicio de colapso en un desplazamiento de 0.30 m para el caso de carga de Pull-Down comparando con los momentos resistentes para cada porcentaje de  $\rho$  (Rho).

Variando  $\rho$  Modelo: Columnas = 0.40 x 0.40 y Trabe = 0.25 x 0.40  $f'c = 250 \text{ kg/cm}^2$

$\text{kg/cm}^2$	m	m		$\text{kg}\cdot\text{m}$	$\text{kg}\cdot\text{m}$	
$f'c$	h	L	$\rho_b$	MR	MD para C	$\beta$
250	3.0	4.0	100%	29,607.02	22,001.09	2.06197561
250	3.0	4.0	75%	25,527.47	17,592.52	2.559462532
250	3.0	4.0	50%	20,575.67	13,115.80	3.057266809
250	3.0	4.0	25%	10,389.73	6,314.18	3.352175375
250	3.0	5.0	100%	29,607.02	21,999.55	2.062444462
250	3.0	5.0	75%	25,527.47	17,596.55	2.557973932
250	3.0	5.0	50%	20,575.67	13,122.61	3.054017633
250	3.0	5.0	25%	10,389.73	6,319.59	3.346951894
250	3.0	6.0	100%	29,607.02	22,008.69	2.059662101
250	3.0	6.0	75%	25,527.47	17,586.80	2.56157571
250	3.0	6.0	50%	20,575.67	13,119.86	3.055329611
250	3.0	6.0	25%	10,389.73	6,286.60	3.378834478
250	3.5	4.0	100%	29,607.02	21,998.83	2.062663673
250	3.5	4.0	75%	25,527.47	17,595.76	2.558265727
250	3.5	4.0	50%	20,575.67	13,117.98	3.056226603
250	3.5	4.0	25%	10,389.73	6,320.53	3.346044499
250	3.5	5.0	100%	29,607.02	21,799.51	2.123525306
250	3.5	5.0	75%	25,527.47	17,522.58	2.585327241
250	3.5	5.0	50%	20,575.67	13,114.70	3.057791714
250	3.5	5.0	25%	10,389.73	6,317.91	3.348573767
250	3.5	6.0	100%	29,607.02	22,002.36	2.061588975
250	3.5	6.0	75%	25,527.47	17,441.30	2.615457527
250	3.5	6.0	50%	20,575.67	13,120.33	3.055105373
250	3.5	6.0	25%	10,389.73	6,319.52	3.347019469
250	4.0	4.0	100%	29,607.02	21,996.78	2.06328784
250	4.0	4.0	75%	25,527.47	17,579.38	2.564317502
250	4.0	4.0	50%	20,575.67	13,123.42	3.053631221
250	4.0	4.0	25%	10,389.73	6,318.51	3.347994505
250	4.0	5.0	100%	29,607.02	21,993.71	2.064222639
250	4.0	5.0	75%	25,527.47	17,579.57	2.564247286
250	4.0	5.0	50%	20,575.67	13,116.07	3.057137971
250	4.0	5.0	25%	10,389.73	6,320.80	3.345783875
250	4.0	6.0	100%	29,607.02	21,851.78	2.107530791
250	4.0	6.0	75%	25,527.47	17,593.33	2.559163319
250	4.0	6.0	50%	20,575.67	13,121.51	3.054542408
250	4.0	6.0	25%	10,389.73	6,317.32	3.349143397

Tabla 25: Momentos resistentes comparados con los momentos de demanda que provocan la aparición del estado límite de servicio de colapso, así como sus betas calculadas con un coeficiente de variación de 0.10.

Con estos valores calculados para beta, se puede proceder a realizar comparaciones con respecto a los valores de beta propuestos por (Nowak & Collins, 2000) así como de (Lenz et al., 1973) y así determinar si son aproximados entre sí.

f_c	h	L	$\rho_b$	$f_y$	$A_s$	b	d	a	B			IO			LS			CP			C		
									$\beta_M$	$\Phi$ (z)	Pr para C	$\beta_M$	$\Phi$ (z)	Pr para C	$\beta_M$	$\Phi$ (z)	Pr para C	$\beta_M$	$\Phi$ (z)	Pr para C	$\beta_M$	$\Phi$ (z)	Pr para C
250	3.0	4.0	100%	4.280.00	30.40	0.25	0.35	9.64317	2.688322	0.996409	0.003591	2.416935	0.992174	0.007826	2.159977	0.984613	0.015387	2.079314	0.981206	0.018794	2.061976	0.980395	0.019605
250	3.0	4.0	75%	4.280.00	23.28	0.25	0.35	7.38305	2.559463	0.994758	0.005242	2.899518	0.998131	0.001869	2.647455	0.995945	0.004055	2.572353	0.99495	0.00505	2.559463	0.994758	0.005242
250	3.0	4.0	50%	4.280.00	17.10	0.25	0.35	5.42428	3.057267	0.998883	0.001117	3.380299	0.999638	0.000362	3.13472	0.99914	0.00086	3.065639	0.998914	0.001086	3.057267	0.998883	0.001117
250	3.0	4.0	25%	4.280.00	7.60	0.25	0.35	2.41079	3.352175	0.999599	0.000401	3.656966	0.999872	0.000128	3.412631	0.999678	0.000322	3.382371	0.999641	0.000359	3.352175	0.999599	0.000401
250	3.0	5.0	100%	4.280.00	30.40	0.25	0.35	9.64317	2.062444	0.980417	0.019583	2.410454	0.992034	0.007966	2.154896	0.984415	0.015585	2.083452	0.981395	0.018605	2.062444	0.980417	0.019583
250	3.0	5.0	75%	4.280.00	23.28	0.25	0.35	7.38305	2.557974	0.994736	0.005264	2.891204	0.998081	0.001919	2.640244	0.995858	0.004142	2.574313	0.994978	0.005022	2.557974	0.994736	0.005264
250	3.0	5.0	50%	4.280.00	17.10	0.25	0.35	5.42428	3.054018	0.998871	0.001129	3.370296	0.999625	0.000375	3.125508	0.999113	0.000887	3.065544	0.998914	0.001086	3.054018	0.998871	0.001129
250	3.0	5.0	25%	4.280.00	7.60	0.25	0.35	2.41079	3.346952	0.999591	0.000409	3.648628	0.999868	0.000132	3.453207	0.999723	0.000277	3.351707	0.999598	0.000402	3.346952	0.999591	0.000409
250	3.0	6.0	100%	4.280.00	30.40	0.25	0.35	9.64317	2.059662	0.980285	0.019715	2.397151	0.991738	0.008262	2.143047	0.983945	0.016055	2.080446	0.981258	0.018742	2.059662	0.980285	0.019715
250	3.0	6.0	75%	4.280.00	23.28	0.25	0.35	7.38305	2.561576	0.99479	0.00521	2.88389	0.998036	0.001964	2.675468	0.996269	0.003731	2.577326	0.995022	0.004978	2.561576	0.99479	0.00521
250	3.0	6.0	50%	4.280.00	17.10	0.25	0.35	5.42428	3.05533	0.998876	0.001124	3.360905	0.999612	0.000388	3.157418	0.999204	0.000796	3.066093	0.998916	0.001084	3.05533	0.998876	0.001124
250	3.0	6.0	25%	4.280.00	7.60	0.25	0.35	2.41079	3.378834	0.999636	0.000364	3.708693	0.999896	0.000104	3.465456	0.999735	0.000265	3.382047	0.99964	0.00036	3.378834	0.999636	0.000364
250	3.5	4.0	100%	4.280.00	30.40	0.25	0.35	9.64317	2.062664	0.980428	0.019572	2.420299	0.992246	0.007754	2.165743	0.984835	0.015165	2.082826	0.981366	0.018634	2.062664	0.980428	0.019572
250	3.5	4.0	75%	4.280.00	23.28	0.25	0.35	7.38305	2.558266	0.99474	0.00526	2.90059	0.998138	0.001862	2.650422	0.99598	0.00402	2.573466	0.994966	0.005034	2.558266	0.99474	0.00526
250	3.5	4.0	50%	4.280.00	17.10	0.25	0.35	5.42428	3.056227	0.998879	0.001121	3.380954	0.999639	0.000361	3.136779	0.999146	0.000854	3.066317	0.998916	0.001084	3.056227	0.998879	0.001121
250	3.5	4.0	25%	4.280.00	7.60	0.25	0.35	2.41079	3.346044	0.99959	0.00041	3.655892	0.999872	0.000128	3.412204	0.999678	0.000322	3.348979	0.999594	0.000406	3.346044	0.99959	0.00041
250	3.5	5.0	100%	4.280.00	30.40	0.25	0.35	9.64317	2.123525	0.983145	0.016855	2.468889	0.993223	0.006777	2.216543	0.986673	0.013327	2.145123	0.984028	0.015972	2.123525	0.983145	0.016855
250	3.5	5.0	75%	4.280.00	23.28	0.25	0.35	7.38305	2.585327	0.995136	0.004864	2.918601	0.998242	0.001758	2.670004	0.996207	0.003793	2.603097	0.995381	0.004619	2.585327	0.995136	0.004864
250	3.5	5.0	50%	4.280.00	17.10	0.25	0.35	5.42428	3.057792	0.998885	0.001115	3.375477	0.999632	0.000368	3.132177	0.999132	0.000868	3.070907	0.998933	0.001067	3.057792	0.998885	0.001115
250	3.5	5.0	25%	4.280.00	7.60	0.25	0.35	2.41079	3.348574	0.999594	0.000406	3.651092	0.999869	0.000131	3.456261	0.999726	0.000274	3.354184	0.999602	0.000398	3.348574	0.999594	0.000406
250	3.5	6.0	100%	4.280.00	30.40	0.25	0.35	9.64317	2.061589	0.980377	0.019623	2.402261	0.991853	0.008147	2.150529	0.984243	0.015757	2.064748	0.980527	0.019473	2.061589	0.980377	0.019623
250	3.5	6.0	75%	4.280.00	23.28	0.25	0.35	7.38305	2.615458	0.995545	0.004455	2.935342	0.998334	0.001666	2.729256	0.996826	0.003174	2.631611	0.995751	0.004249	2.615458	0.995545	0.004455
250	3.5	6.0	50%	4.280.00	17.10	0.25	0.35	5.42428	3.055105	0.998875	0.001125	3.362442	0.999614	0.000386	3.160111	0.999211	0.000789	3.067554	0.998921	0.001079	3.055105	0.998875	0.001125
250	3.5	6.0	25%	4.280.00	7.60	0.25	0.35	2.41079	3.347019	0.999592	0.000408	3.67953	0.999883	0.000117	3.436236	0.999705	0.000295	3.351524	0.999598	0.000402	3.347019	0.999592	0.000408
250	4.0	4.0	100%	4.280.00	30.40	0.25	0.35	9.64317	2.063288	0.980457	0.019543	2.423578	0.992316	0.007684	2.17138	0.985049	0.014951	2.086237	0.981521	0.018479	2.063288	0.980457	0.019543
250	4.0	4.0	75%	4.280.00	23.28	0.25	0.35	7.38305	2.564318	0.994831	0.005169	2.908381	0.998183	0.001817	2.660201	0.996095	0.003905	2.581618	0.995083	0.004917	2.564318	0.994831	0.005169
250	4.0	4.0	50%	4.280.00	17.10	0.25	0.35	5.42428	3.053631	0.99887	0.00113	3.380148	0.999638	0.000362	3.137322	0.999148	0.000852	3.065455	0.998913	0.001087	3.053631	0.99887	0.00113
250	4.0	4.0	25%	4.280.00	7.60	0.25	0.35	2.41079	3.347995	0.999593	0.000407	3.658603	0.999873	0.000127	3.415657	0.999682	0.000318	3.35177	0.999599	0.000401	3.347995	0.999593	0.000407
250	4.0	5.0	100%	4.280.00	30.40	0.25	0.35	9.64317	2.064223	0.980502	0.019498	2.413878	0.992108	0.007892	2.162974	0.984728	0.015272	2.088824	0.981638	0.018362	2.064223	0.980502	0.019498
250	4.0	5.0	75%	4.280.00	23.28	0.25	0.35	7.38305	2.564247	0.99483	0.00517	2.901353	0.998142	0.001858	2.654257	0.996026	0.003974	2.584826	0.995129	0.004871	2.564247	0.99483	0.00517
250	4.0	5.0	50%	4.280.00	17.10	0.25	0.35	5.42428	3.057138	0.998883	0.001117	3.376528	0.999633	0.000367	3.1346	0.99914	0.00086	3.071927	0.998937	0.001063	3.057138	0.998883	0.001117
250	4.0	5.0	25%	4.280.00	7.60	0.25	0.35	2.41079	3.345784	0.99959	0.00041	3.649357	0.999869	0.000131	3.455025	0.999725	0.000275	3.352296	0.999599	0.000401	3.345784	0.99959	0.00041
250	4.0	6.0	100%	4.280.00	30.40	0.25	0.35	9.64317	2.107531	0.982464	0.017536	2.446446	0.992786	0.007214	2.197618	0.986012	0.013988	2.111727	0.982645	0.017355	2.107531	0.982464	0.017536
250	4.0	6.0	75%	4.280.00	23.28	0.25	0.35	7.38305	2.559163	0.994754	0.005246	2.886061	0.99805	0.00195	2.640058	0.995855	0.004145	2.579335	0.99505	0.00495	2.559163	0.994754	0.005246
250	4.0	6.0	50%	4.280.00	17.10	0.25	0.35	5.42428	3.054542	0.998873	0.001127	3.363648	0.999615	0.000385	3.162463	0.999218	0.000782	3.068669	0.998925	0.001075	3.054542	0.998873	0.001127
250	4.0	6.0	25%	4.280.00	7.60	0.25	0.35	2.41079	3.349143	0.999595	0.000405	3.682413	0.999884	0.000116	3.43985	0.999709	0.000291	3.354513	0.999602	0.000398	3.349143	0.999595	0.000405

Tabla 26: Resultados conseguidos.

En la tabla anterior podemos apreciar los valores obtenidos de betas ( $\beta$ ), confiabilidad ( $\Phi$ ) y probabilidades de riesgo falla ( $Pr$ ) para todos los casos, variando tanto el porcentaje de acero ( $\rho$  Rho balanceada), como la altura del marco y su largo. Además, en las últimas dos columnas, podemos encontrar los valores de beta tanto para los momentos como para las Rotaciones. Se realizaron simulaciones para tener los datos completos de los cinco estados límite de servicio (B, IO, LS, CP y C) y poder generar nubes de puntos bajo simulaciones de Monte Carlo en RStudio para poder apreciar de mejor manera como es que se va comportando la probabilidad de falla y a su vez, el índice de confiabilidad.

En la siguiente gráfica, podemos apreciar la relación de ambas betas calculadas, tanto para la de los momentos de demanda en el estado límite de servicio de colapso, como para las rotaciones de demanda, donde podemos apreciar que, para ambas betas, mientras se disminuye el porcentaje de acero de  $\rho$  (Rho) balanceada, el valor de beta se incrementa casi en forma de línea recta con una pendiente.

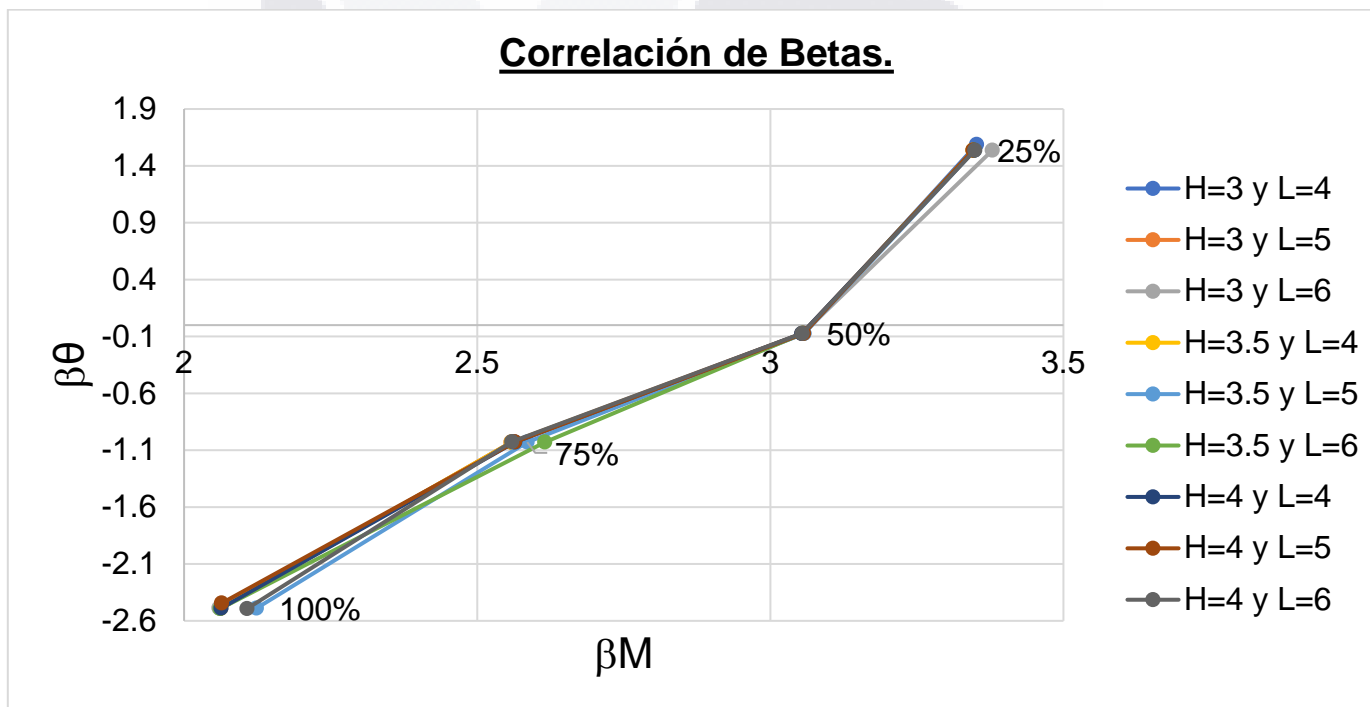


Figura 57: Gráfica donde se correlacionan ambas betas calculadas tanto para los momentos como para las rotaciones.

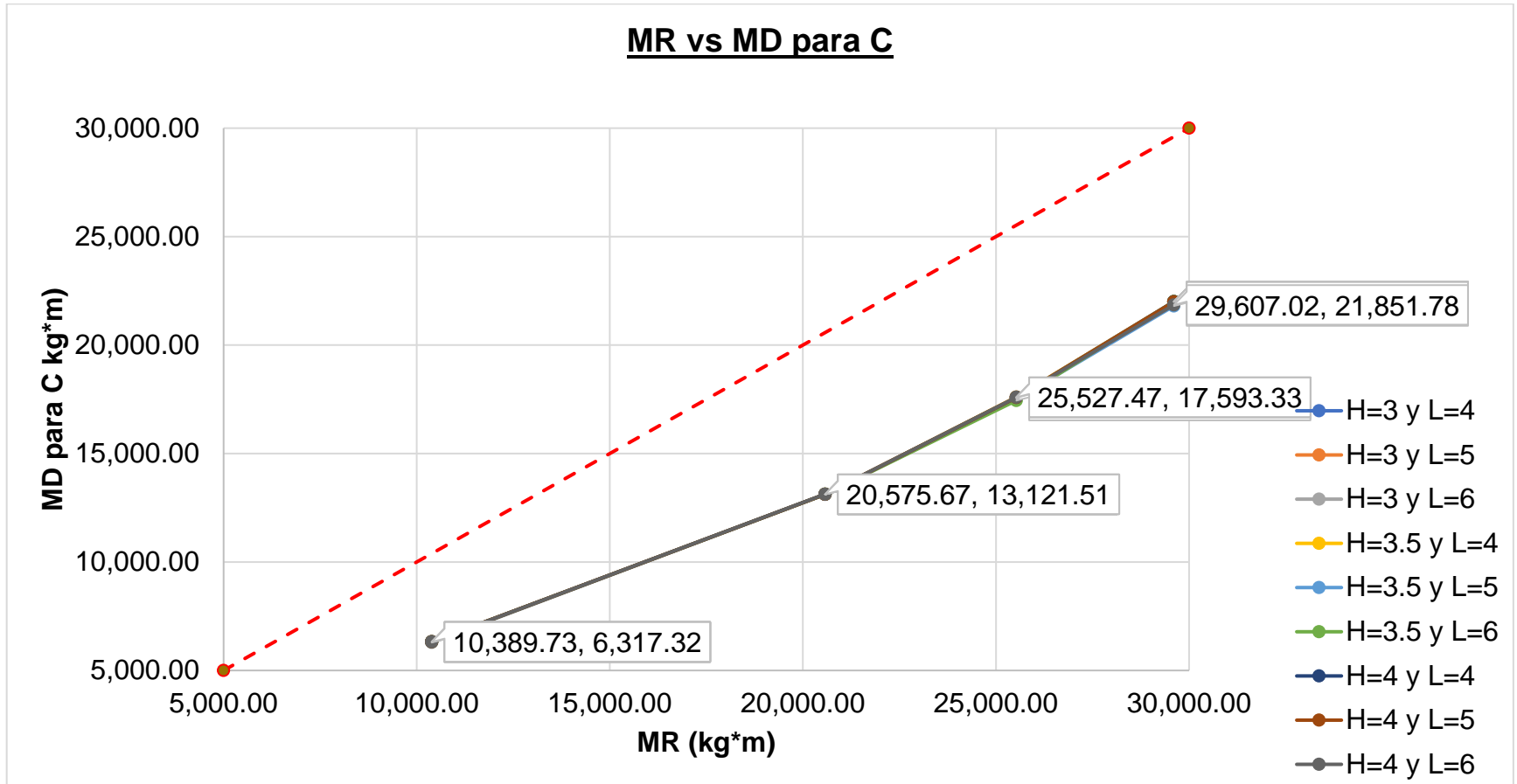


Figura 58: Gráfica que permite apreciar la cercanía de los momentos de demanda al límite de los momentos resistentes asociados.

Como se pudo apreciar en las gráficas anteriores, la probabilidad de falla aumenta dependiendo del estado límite de servicio para el cual se esté realizando el análisis, esto es, al realizar un análisis más cercano al estado límite de servicio de colapso (C), la probabilidad de falla aumentará considerablemente en comparación con la probabilidad de falla obtenida del análisis al estado límite de servicio estando la estructura completamente operacional (B), tal cual como se observa en la siguiente tabla con el cálculo de las probabilidades de falla para el caso particular del marco de concreto reforzado con H=3 y L=4 para un 100% de Rho balanceada.

Cabe destacar que el cálculo de estas probabilidades de falla se realizó de la misma manera que (Nowak & Collins, 2000).

	MR	MD	Beta	Pf	Confiabilidad	Conf. (%)
<b>B</b>	45,705.71	28,009.83	2.7377	0.003093	0.99690653	99.69%
<b>IO</b>	45,705.71	28,714.07	2.6287	0.004284	0.99571507	99.57%
<b>LS</b>	45,705.71	30,220.14	2.3957	0.008293	0.99170683	99.17%
<b>CP</b>	45,705.71	30,781.28	2.3089	0.010473	0.98952651	98.95%
<b>C</b>	45,705.71	30,810.49	2.3044	0.010599	0.98940044	98.94%

Tabla 27: Probabilidades de falla y confiabilidades calculadas a partir de los momentos resistentes y momentos de demanda de colapso para la sección de una trabe de 0.25 m de ancho X 0.50 m de alto con un 100% de  $\rho$  (Rho) balanceada.

A partir de estas probabilidades de falla, se puede obtener la confiabilidad para cada una de las estructuras propuestas variando su largo, alto y peralte de la trabe simplemente al restar 1 menos el valor de las probabilidades de falla obtenidas previamente.

$$\text{Confiabilidad} = 1 - Pf$$

Por lo que se puede concluir que nunca se tendrá una confiabilidad del 100% para ningún tipo de estructuras, lo cual es hasta cierto punto, algo lógico. Es necesario definir un parámetro aceptable de confiabilidad para cada tipo de estructura dependiendo de la importancia de la misma, así como dependiendo del uso que se le dé a la estructura y la cantidad de personas que permanezcan dentro de la misma.

## CAPITULO VI: DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Se pudo observar que, al aumentar el valor de la resistencia a la compresión del concreto, los resultados indican que las rótulas plásticas, presentaron un menor valor para el desplazamiento vertical. Por lo contrario, como se observó en las tablas anteriores (9 – 19), el comportamiento obtenido de los momentos resistentes indica que su valor aumentó al mismo tiempo que se incrementó el valor de la resistencia a la compresión.

De acuerdo con las simulaciones realizadas en el software SAP2000 (Computers and Structures, 2016), se determinó que son de suma importancia los valores que se le asignan a las rótulas plásticas a partir de la curva de momento – rotación para los valores A, B, C, D y E, ya que al introducir los valores de la curva generados a partir del software, se apreció que el comportamiento para los desplazamientos permitidos no presenta ninguna variación si se mantienen fijos los valores A, B, C, D y E por lo que se recomienda usar los valores preestablecidos o automáticos que se generan automáticamente a partir de las tablas 6.7 y 6.8 del FEMA 356 tanto en trabes como en columnas para dichos valores de los 5 puntos mencionados anteriormente.

Al realizar una cantidad considerable de simulaciones, se determinó que la variación del porcentaje de acero de refuerzo con respecto a la sección del elemento (ya sea trabe o columna) así como la variación de las dimensiones y medidas del marco de concreto reforzado (alto y largo), son las variables que afectan en mayor medida a la confiabilidad de una estructura de concreto reforzado.

Esto debido a que, al modificar dichos valores, generaron una variación considerable para el desplazamiento máximo vertical permitido, también conocido como subsidencia.



Es por ello que, con los resultados obtenidos, se obtuvieron medidas de riesgo para estructuras de concreto reforzado que hayan sido sometidas ante los desplazamientos provocados por hundimientos diferenciales (subsistencia). Dichas medidas de riesgo, están relacionadas a un porcentaje de probabilidad de falla, y por consiguiente, a un porcentaje de confiabilidad, mismo que se pudo asociar a los distintos estados límite de servicio.

Se pudo apreciar que dichas probabilidades de falla son valores muy bajos esto debido a que no se sobrepasa ni siquiera un 2% en general de dicha probabilidad, lo cual es comprensible, ya que son medidas de seguridad para la prevención de riesgos de pérdidas de vidas humanas.

Se pudo observar que al variar la cuantía del acero en intervalos de 25% del valor de  $\rho$  (Rho) balanceada, se disminuyó tanto el momento resistente (nominal) como el momento de demanda que cause un estado límite de servicio C al marco estructural.

Otra de los resultados que se pudieron obtener al variar el desplazamiento permitido bajo el caso de carga denominado Pull Down en el nodo objetivo de control 3, fue que al aumentar dicho desplazamiento de 0.30 m a 2.00 m, se pudo observar claramente que para el desplazamiento de 2.00 m, de un paso a otro del análisis, se pasa súbitamente de un estado límite de servicio de ocupación inmediata a un estado límite de servicio de colapso en un sólo paso, lo cual indica que la falla producida por hundimientos diferenciales mayores, se presenta de manera abrupta.

Además, al comparar los resultados obtenidos para los distintos índices de confiabilidad beta calculados con respecto a los valores conseguidos por (Nowak & Collins, 2000) así como por (Pereira Junior et al., 2023) y (Galambos, 1990), se logra apreciar que son muy similares ya que son valores entre 2 y 3.5, mismos que se encuentran dentro del rango de 1 a 6 propuesto por el mencionado autor.

Cabe recalcar que para los porcentajes presentados de confiabilidad, los estados límite de servicio de colapso presentados, no indicaron el colapso total de la estructura, sino únicamente la plastificación de las rótulas plásticas, de manera específica localizadas en la trabe, por lo que los resultados obtenidos en esta investigación permitieron concluir que si bien no se encuentra destruida por completo la estructura, se encuentra a escasos valores de desplazamientos que muy probablemente harán que termine por fallar la trabe y a su vez, podrían provocar el falla de elementos estructurales como losas y otro tipo de miembros estructurales que se encuentren ubicados en niveles superiores.

A partir de los resultados observados para los valores de los momentos de demanda obtenidos por extrapolación lineal mediante los desplazamientos propuestos para este caso práctico, es debido mencionar que los valores de los distintos riesgos o probabilidades de falla obtenidos, se elevaron considerablemente e incluso de manera exponencial.

Por lo cual se pueden justificar que los riesgos de falla obtenidos a partir de los momentos de demanda para los distintos estados límite de servicio mediante la metodología empleada por el software SAP2000, sean bastante bajos, considerando que el riesgo de daño que sufran las estructuras para distintas edificaciones, puede repercutir en la seguridad y confiabilidad para las vidas humanas que se encuentren haciendo uso de dicha edificación.

## CAPITULO VII: CONCLUSIONES

De acuerdo con los resultados obtenidos al realizar variaciones únicamente en la resistencia a la compresión del concreto ( $f'c$ ), se concluye que la probabilidad de riesgo de falla no es influida en gran medida por esta variable, ya que no presenta variaciones considerables al aumentar o decrecer dicha resistencia, dado que, al variar el  $f'c$ , los desplazamientos provocados en el nodo afectado del marco de concreto discrepaban muy poco entre unos y otros.

Con base en la discusión de resultados hecha previamente, se puede concluir que, la metodología por desempeño facilita en gran medida la realización de análisis de confiabilidad para estructuras de concreto reforzado que estén sometidas a hundimientos diferenciales.

Esto debido a que basta con conocer la sección del elemento estructural para calcular su momento resistente (nominal) y conocer el desplazamiento que haya sufrido la estructura en alguno de sus puntos de apoyo para a partir de ello, realizar una estimación (mediante interpolación o extrapolación) del momento de demanda al cual estuvo sometida dicha estructura, y con ello, poder determinar el riesgo de falla para alguna edificación.

Una vez que se tienen determinadas ambas variables bajo una distribución normal (momento resistente (nominal) y momento de demanda), el cálculo de  $\beta$  resulta facilitado por la expresión utilizada a lo largo de esta investigación.

Posteriormente, con dicho valor, se procede a utilizar la función de distribución normal de probabilidad y así obtener la medida de riesgo (probabilidad de falla) a la que pueda estar sometida cualquier edificación realizada mediante estructuras de concreto reforzado.

Por lo anterior, se puede resumir que la metodología propuesta facilita en gran medida los análisis de confiabilidad por desempeño de estructuras de concreto reforzado sometidas ante desplazamientos provocados por hundimientos diferenciales.

Esto debido a que es únicamente necesario conocer a detalle, las dimensiones y habilitado de acero del elemento estructural en el cual se haya presentado el daño (generalmente son las trabes debido a que se diseña esperando a que este elemento falle primero), así como cuantificar y medir el desplazamiento al que este sometida alguno de los puntos de apoyo de la estructura.

Por lo observado de igual forma en la discusión de resultados, el valor beta debe de resultar un valor positivo y mientras mayor sea, el riesgo de daño que pueda sufrir la estructura de una edificación o probabilidad de que se presente una falla será lo más cercano a 0.

Esta premisa debe de tomarse más en cuenta al realizar el diseño estructural de edificaciones del grupo A como los son escuelas, hospitales, templos, gimnasios, teatros, cines, etc. ya que son puntos donde se reúnen y concentran una gran cantidad de vidas humanas.

Cabe recalcar que es necesario que se frene o se controle de mejor manera la explotación de los mantos freáticos dentro del valle de Aguascalientes, ya que actualmente se sufre una sobreexplotación de una enorme cantidad de agua del subsuelo, provocando no sólo el fenómeno de la subsidencia, si no que inclusive se ha reportado la aparición de fallas geológicas debido en gran medida a la creciente demanda de este vital recurso, que a su vez, es ocasionada por el agigantado crecimiento industrial y poblacional del estado.

## BIBLIOGRAFÍA

- American Concrete Institute. (2013). *ACI Concrete Terminology*. 1–78.
- Calvi, G. M., Kowalsky, M. J., Priestley, M. J. N., & Powell, G. H. (2008). Displacement-Based Seismic Design of Structures. *Earthquake Spectra*, 1–24. <https://doi.org/10.1193/1.2932170>
- Castañeda Fernández, J. I., & Guevara Fernández, L. A. (2019). Evaluación de la vulnerabilidad sísmica mediante el análisis push over de los módulos “B y C” del hospital regional de Lambayeque - Chiclayo. In *Repositorio Institucional - UCV; Universidad César Vallejo*. Universidad César Vallejo. <https://dibpxy.uaa.mx/login?url=https://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=edsbas&AN=edsbas.36B39170&lang=es&site=eds-live&scope=site>
- Computers and Structures, Inc. (2016). *SAP2000 v16.0.0*.
- Computers and Structures, Inc. (2022). *Online SAP2000 Help Manual*. <https://wiki.csiamerica.com/display/Sap2000>.
- Dueñas Pérez, V. E. (2021). *Análisis por desempeño de estructuras afectadas por subsidencia desde un enfoque probabilístico*. Universidad Autónoma de Aguascalientes.
- NEHRP Guidelines for the Seismic Rehabilitation of Buildings, Prepared by: Applied Technology Council (ATC-33 Project), for: Building Seismic Safety Council, 1 (1997).
- Galambos, T. V. (1990). Systems reliability and structural design. *Structural Safety*, 7(2), 101–108. [https://doi.org/10.1016/0167-4730\(90\)90060-3](https://doi.org/10.1016/0167-4730(90)90060-3)
- Gómez Soberón, M. de la C. (2017). *Curso de Confiabilidad Estructural*.
- Ilki, A., Comert, M., Demir, C., Orakcal, K., Ulugtekin, D., Tapan, M., & Kumbasar, N. (2014). Performance Based Rapid Seismic Assessment Method (PERA) for Reinforced Concrete Frame Buildings. *Advances in Structural Engineering*, 17(3), 439–459. <https://doi.org/10.1260/1369-4332.17.3.439>
- INEGI (Instituto Nacional de Estadística y Geografía). (2019). *Detección de zonas de subsidencia en México con técnicas satelitales*.
- Lenz, J., Ravindra, M. K., & Galambos, T. V. (1973). RELIABILITY BASED DESIGN RULES FOR COLUMN BUCKLING-t. In *thnputers & Structures* (Vol. 3). Fkrgamon Press.

- McCormac, J. C., & Brown, R. H. (2011). *Diseño de Concreto reforzado* (8th ed., Vol. 1). Alfaomega Grupo Editor, S.A. de C.V.
- Nowak, A. S., & Collins, K. R. (2000). *Reliability Of Structures*. McGraw-Hill.
- Pacheco Martínez, J., Zemeño de León, M., Ortiz, J., Solís-Pinto, A., Romero-Navarro, M., Aguilar-Valdés, F., & Fuente-López, J. (2011). Soil cracks related to land subsidence. The main geotechnical hazard affecting to construction in Aguascalientes City. In *Proceedings of the 14th Pan-American Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering*.
- Pacheco-Martínez, J., Hernandez-Marín, M., Burbey, T. J., González-Cervantes, N., Ortiz-Lozano, J. Á., Zemeño-De-Leon, M. E., & Solís-Pinto, A. (2013). Land subsidence and ground failure associated to groundwater exploitation in the Aguascalientes Valley, México. *Engineering Geology*, 164, 172–186. <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2013.06.015>
- Pereira Junior, W. M., Moraes, M. H. M. de, Beck, A. T., Araújo, D. L. de, Sarmiento, A. P., & Sousa, M. A. P. de. (2023). Reliability analysis of reinforced concrete frames subjected to post-construction settlements. *Revista IBRACON de Estruturas e Materiais*, 16(5). <https://doi.org/10.1590/s1983-41952023000500003>
- Ramírez Cortés, A. (2015a). *Evaluación de patologías y desempeño estructural en viviendas afectadas por el fenómeno de subsidencia en la localidad de Jocotepec, Jalisco, México*. Universidad Autónoma de Aguascalientes.
- Ramírez Cortés, A. (2015b). *Evaluación de patologías y desempeño estructural en viviendas afectadas por el fenómeno de subsidencia en la localidad de Jocotepec, Jalisco, México*. <https://dibpxy.uaa.mx/login?url=https://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=ir01218a&AN=riuaa.123456789.375&lang=es&site=eds-live&scope=site>
- Ramos Ruiz Flores, J. (2013). *Simulación numérica y experimental de estructuras de acero rolado en frio por hundimientos diferenciales asociados al fenómeno de subsidencia*. <http://bdigital.dgse.uaa.mx:8080/xmlui/bitstream/handle/11317/953/382441.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Romero González, K. A. (2021). *Diseño por desempeño de estructuras, con análisis determinístico por afectaciones de subsidencia*. Universidad Autónoma de Aguascalientes.

Sánchez Badillo, A., & Terán Gilmore, A. (2007, November 30). *Diseño por desempeño de estructuras dúctiles de concreto reforzado ubicadas en la zona del lago del Distrito Federal: Ejemplo de aplicación*. 1–25.

SIFAGG, & Secretaría de Obras Públicas del Estado de Aguascalientes. (2021). *Introducción "SIFAGG."*

Solidworks Dassault Systèmes. (2011). *Solidworks Help Manual*. Dassault Systèmes.

Uribe Castillo, F. (2011). *Implementation of simulation methods in structural reliability* [Universidad Nacional de Colombia en Manizales].  
<https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/9878>



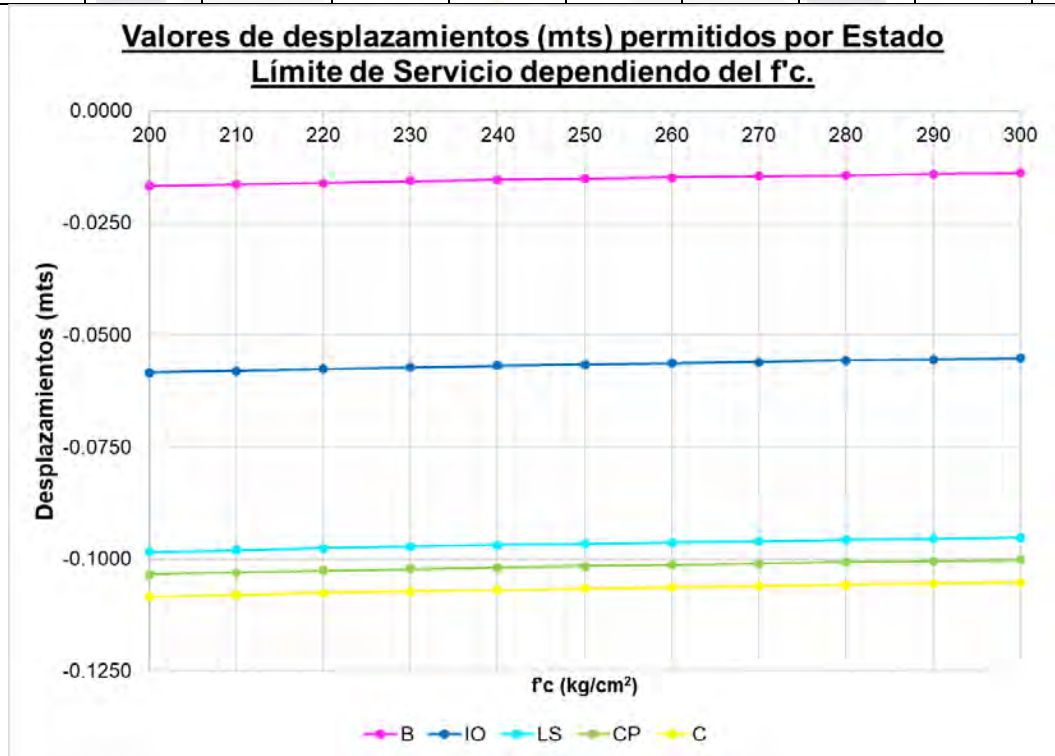
# **ANEXOS**



### ANEXO A. Tablas y gráficas de resultados (desplazamientos en m).

A.1. Desplazamientos marco de H = 3.00 m y L = 4.00 m columna = 0.40 x 0.40 m y trabe = 0.25 x 0.40 m variando f'c.

LSS / f'c	200	210	220	230	240	250	260	270	280	290	300
<b>B</b>	0.0168	0.0164	0.0161	0.0157	0.0154	0.0151	0.0149	0.0146	0.0144	0.0141	0.0139
<b>IO</b>	0.0584	0.0580	0.0576	0.0572	0.0569	0.0566	0.0563	0.0560	0.0557	0.0555	0.0552
<b>LS</b>	0.0984	0.0980	0.0976	0.0972	0.0969	0.0966	0.0963	0.0960	0.0957	0.0955	0.0952
<b>CP</b>	0.1034	0.1030	0.1026	0.1022	0.1019	0.1016	0.1013	0.1010	0.1007	0.1005	0.1002
<b>C</b>	0.1084	0.1080	0.1076	0.1072	0.1069	0.1066	0.1063	0.1060	0.1057	0.1055	0.1052



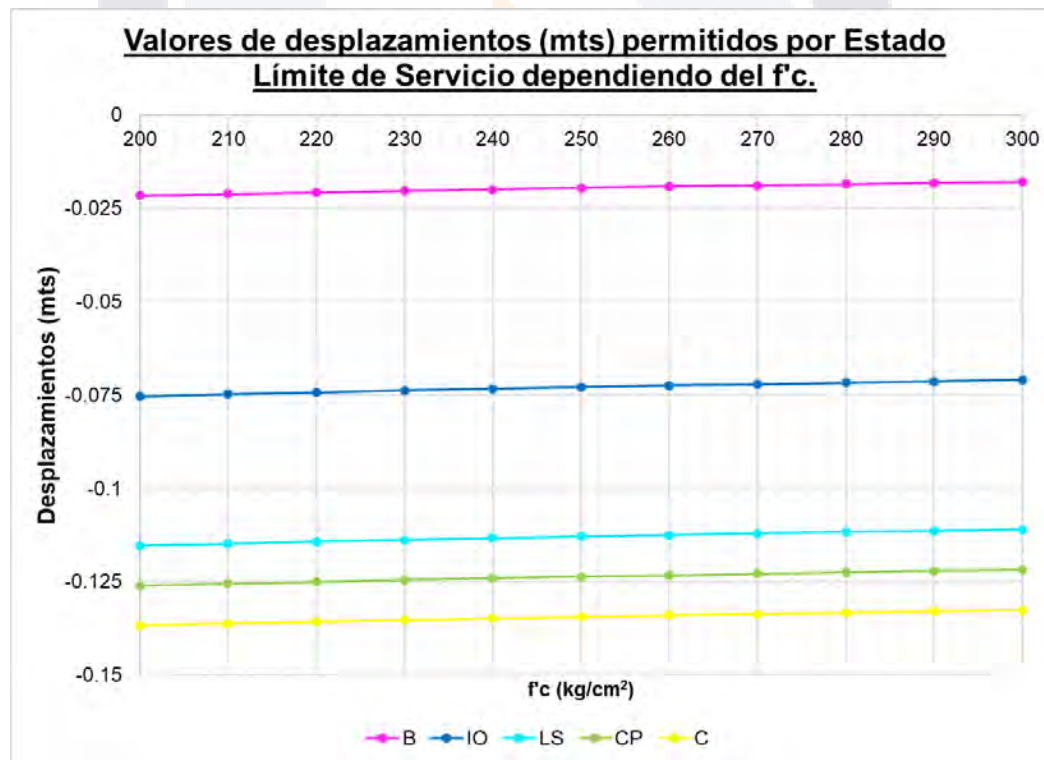
TESIS TESIS TESIS TESIS TESIS



TESIS TESIS TESIS TESIS TESIS

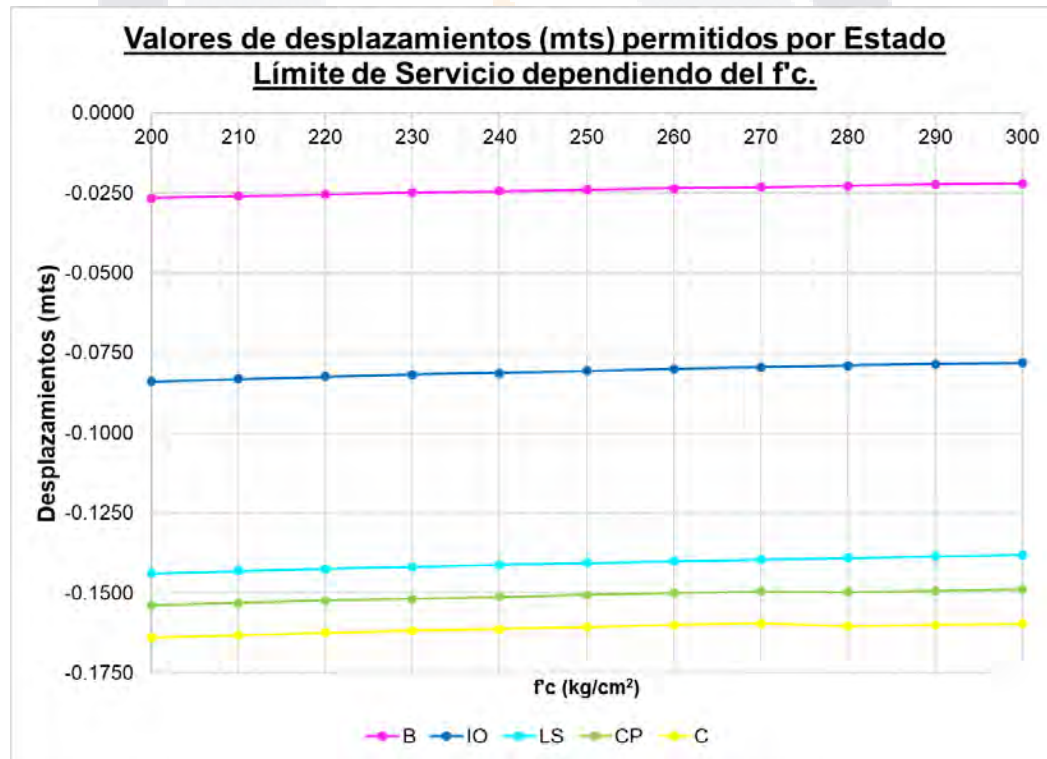
A.2. Desplazamientos marco de H = 3.00 m y L = 5.00 m columna = 0.40 x 0.40 m y trabe = 0.25 x 0.40 m variando f'c.

LSS / f'c	200	210	220	230	240	250	260	270	280	290	300
<b>B</b>	0.0217	0.0212	0.0208	0.0204	0.0200	0.0196	0.0192	0.0189	0.0186	0.0183	0.0180
<b>IO</b>	0.0754	0.0748	0.0743	0.0738	0.0733	0.0729	0.0725	0.0721	0.0717	0.0714	0.0710
<b>LS</b>	0.1154	0.1148	0.1143	0.1138	0.1133	0.1129	0.1125	0.1121	0.1117	0.1114	0.1110
<b>CP</b>	0.1261	0.1255	0.1250	0.1246	0.1241	0.1237	0.1233	0.1229	0.1225	0.12215	0.1218
<b>C</b>	0.1367	0.1362	0.1357	0.1353	0.1348	0.1344	0.1340	0.1336	0.1333	0.1329	0.1326



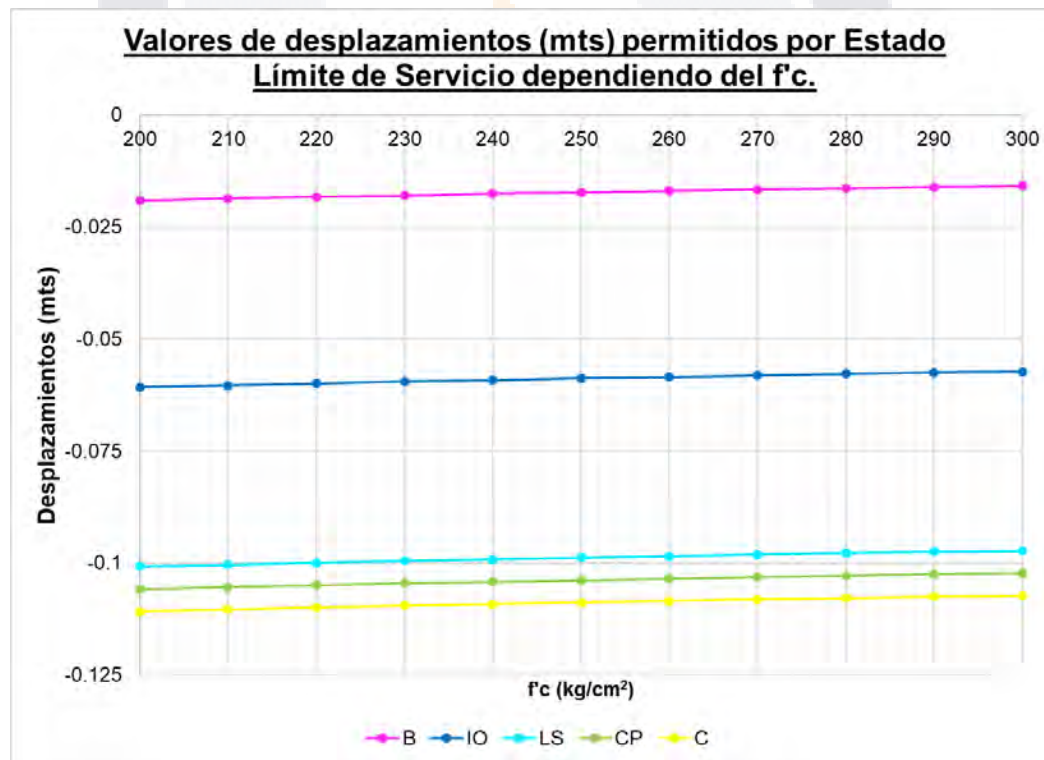
A.3. Desplazamientos marco de H = 3.00 m y L = 6.00 m columna = 0.40 x 0.40 m y trabe = 0.25 x 0.40 m variando f'c.

LSS / f'c	200	210	220	230	240	250	260	270	280	290	300
<b>B</b>	0.0266	0.0260	0.0255	0.0249	0.0245	0.0240	0.0236	0.0232	0.0228	0.0224	0.0221
<b>IO</b>	0.0839	0.0831	0.0824	0.0818	0.0812	0.0806	0.0800	0.0795	0.0790	0.0785	0.0781
<b>LS</b>	0.1439	0.1431	0.1424	0.1418	0.1412	0.1406	0.1400	0.1395	0.1390	0.1385	0.1381
<b>CP</b>	0.1539	0.1531	0.1524	0.1518	0.1512	0.1506	0.1500	0.1495	0.1497	0.1493	0.1489
<b>C</b>	0.1639	0.1631	0.1624	0.1618	0.1612	0.1606	0.1600	0.1595	0.1604	0.1600	0.1596



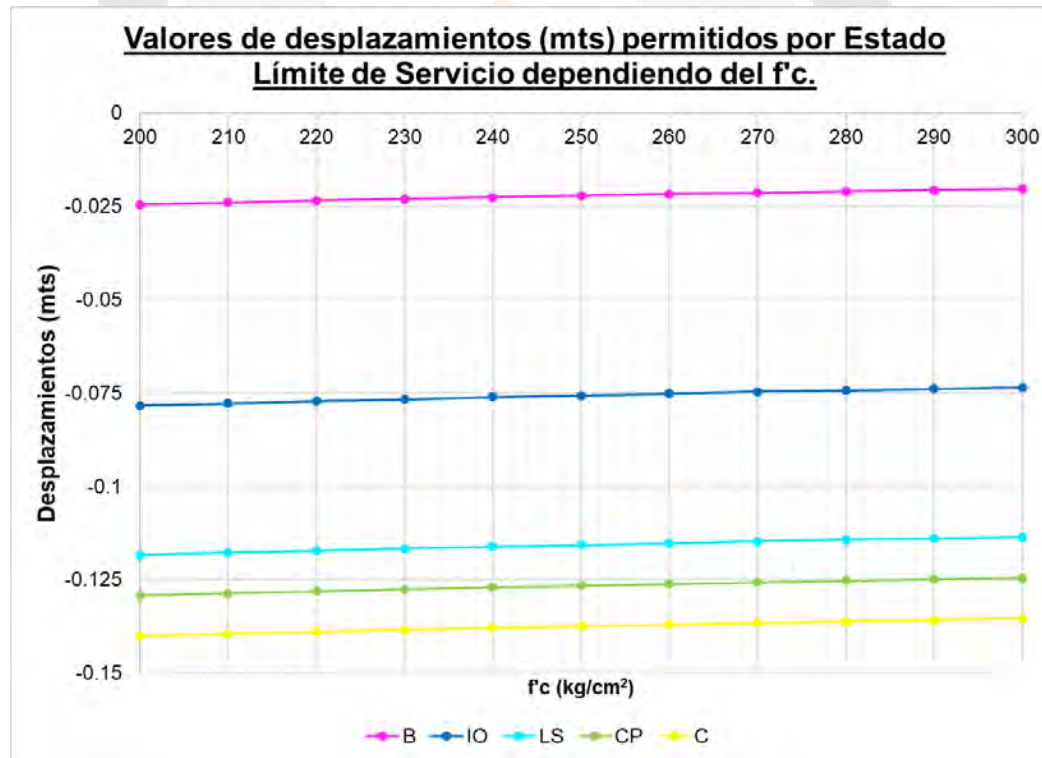
A.4. Desplazamientos marco de H = 3.50 m y L = 4.00 m columna = 0.40 x 0.40 m y trabe = 0.25 x 0.40 m variando f'c.

LSS / f'c	200	210	220	230	240	250	260	270	280	290	300
<b>B</b>	0.0191	0.0187	0.0183	0.0180	0.0176	0.0173	0.0170	0.0167	0.0164	0.0161	0.0159
<b>IO</b>	0.0608	0.0604	0.0599	0.0595	0.0592	0.0588	0.0585	0.0581	0.0578	0.0575	0.0573
<b>LS</b>	0.1008	0.1004	0.0999	0.0995	0.0992	0.0988	0.0985	0.0981	0.0978	0.0975	0.0973
<b>CP</b>	0.1058	0.1054	0.1049	0.1045	0.1042	0.1038	0.1035	0.1031	0.1028	0.1025	0.1023
<b>C</b>	0.1108	0.1104	0.1099	0.1095	0.1092	0.1088	0.1085	0.1081	0.1078	0.1075	0.1073



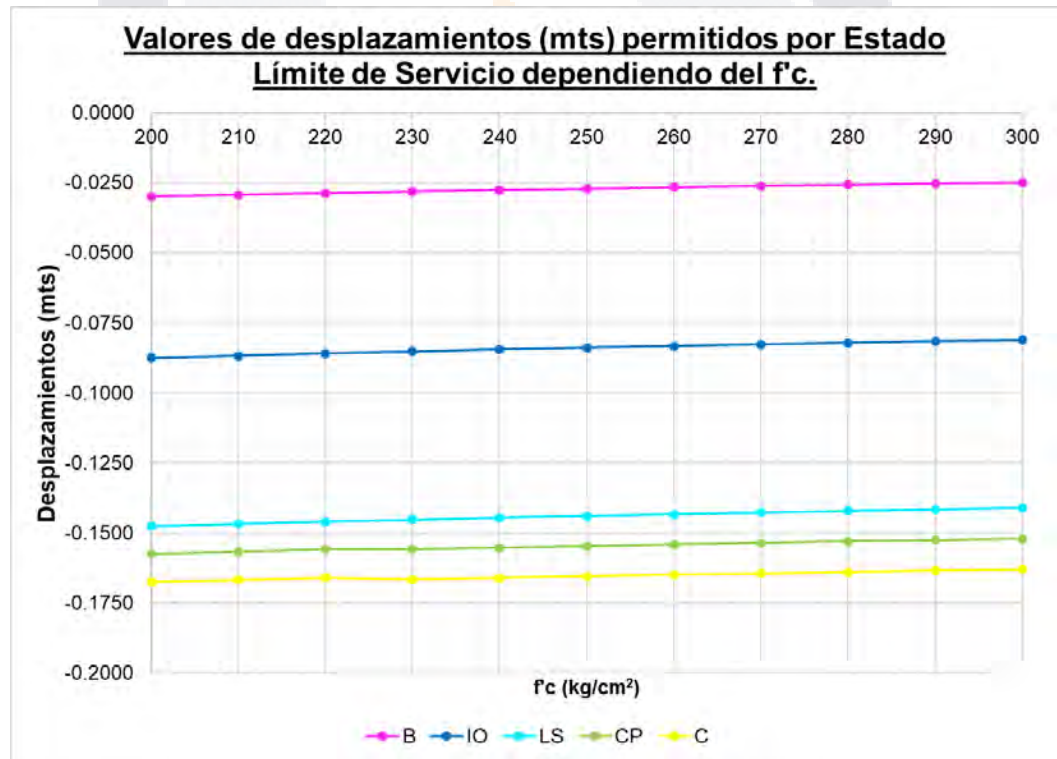
A.5. Desplazamientos marco de H = 3.50 m y L = 5.00 m columna = 0.40 x 0.40 m y trabe = 0.25 x 0.40 m variando f'c.

LSS / f'c	200	210	220	230	240	250	260	270	280	290	300
<b>B</b>	0.0246	0.0240	0.0235	0.0231	0.0226	0.0222	0.0218	0.0214	0.0211	0.0207	0.0204
<b>IO</b>	0.0784	0.0778	0.0772	0.0767	0.0761	0.0757	0.0752	0.0747	0.0743	0.0739	0.0736
<b>LS</b>	0.1184	0.1178	0.1172	0.1167	0.1161	0.1157	0.1152	0.1147	0.1143	0.1139	0.1136
<b>CP</b>	0.1293	0.1287	0.1281	0.1276	0.1270	0.1266	0.1261	0.1257	0.1253	0.12485	0.1245
<b>C</b>	0.1401	0.1395	0.1390	0.1384	0.1379	0.1375	0.1370	0.1366	0.1362	0.1358	0.1354



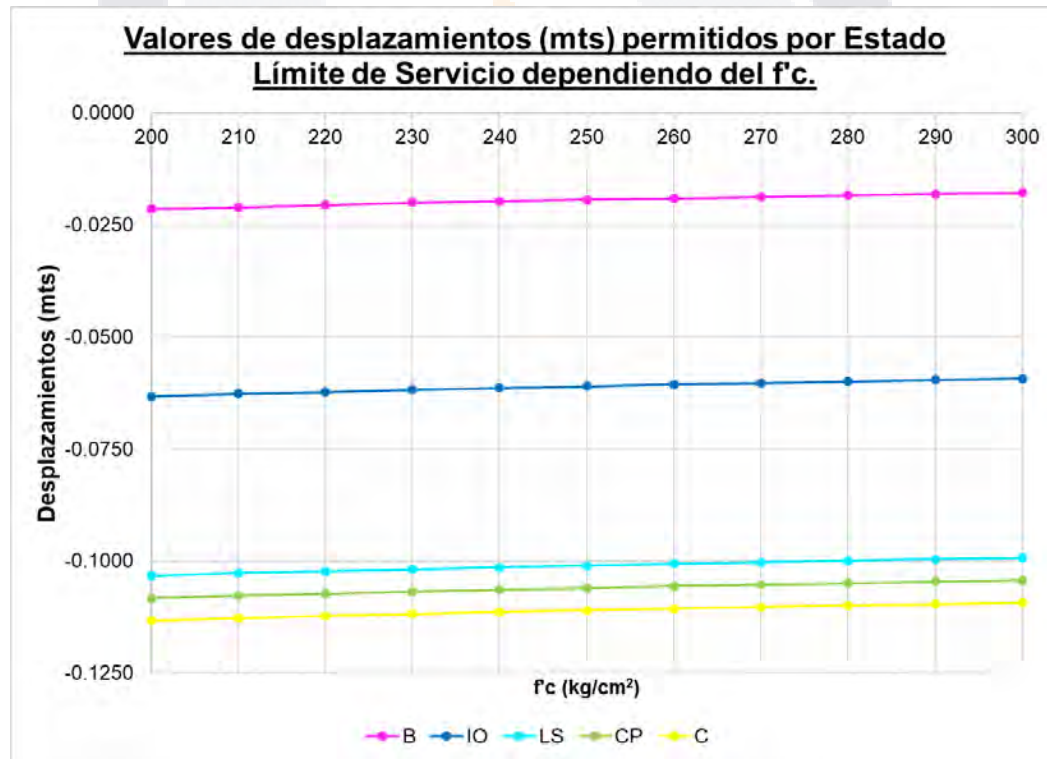
A.6. Desplazamientos marco de H = 3.50 m y L = 6.00 m columna = 0.40 x 0.40 m y trabe = 0.25 x 0.40 m variando f'c.

LSS / f'c	200	210	220	230	240	250	260	270	280	290	300
<b>B</b>	0.0299	0.0293	0.0287	0.0281	0.0276	0.0271	0.0266	0.0261	0.0257	0.0253	0.0249
<b>IO</b>	0.0875	0.0867	0.0859	0.0852	0.0845	0.0839	0.0833	0.0827	0.0821	0.0816	0.0811
<b>LS</b>	0.1475	0.1467	0.1459	0.1452	0.1445	0.1439	0.1433	0.1427	0.1421	0.1416	0.1411
<b>CP</b>	0.1575	0.1567	0.1559	0.1559	0.1553	0.1547	0.1541	0.1536	0.1530	0.1525	0.1521
<b>C</b>	0.1675	0.1667	0.1659	0.1666	0.1660	0.1654	0.1649	0.1644	0.1639	0.1634	0.1630



A.7. Desplazamientos marco de H = 4.00 m y L = 4.00 m columna = 0.40 x 0.40 m y trabe = 0.25 x 0.40 m variando f'c.

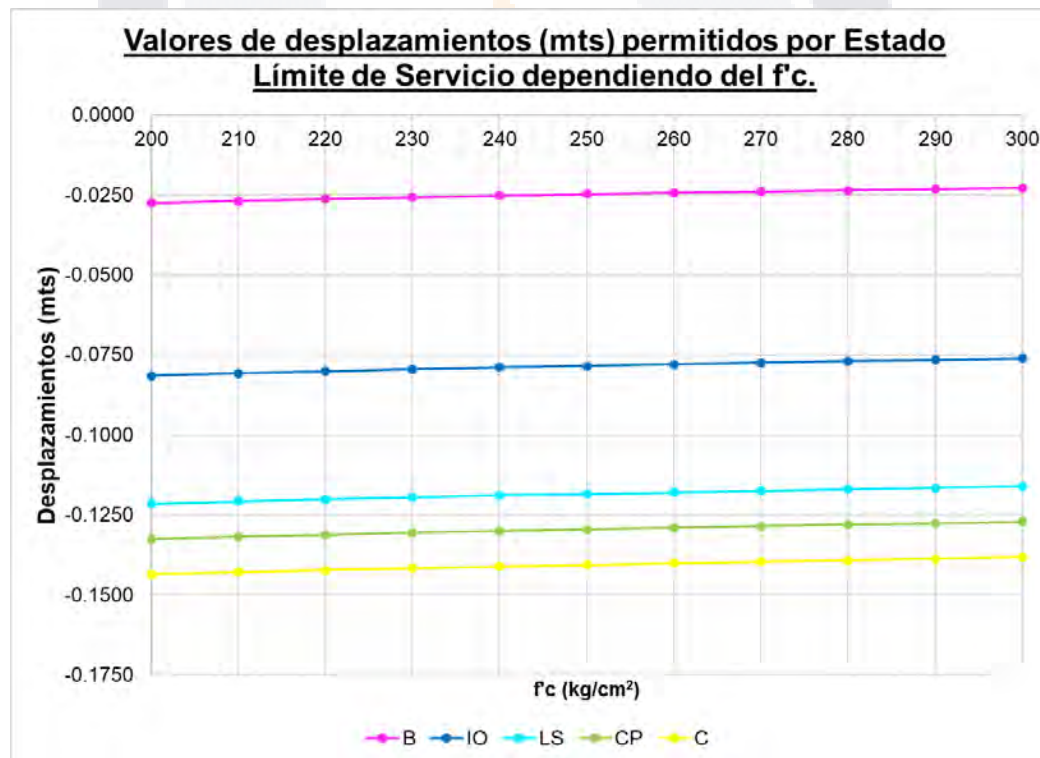
LSS / f'c	200	210	220	230	240	250	260	270	280	290	300
<b>B</b>	0.0215	0.0211	0.0206	0.0200	0.0198	0.0194	0.0191	0.0188	0.0184	0.0181	0.0179
<b>IO</b>	0.0633	0.0627	0.0623	0.0618	0.0614	0.0610	0.0606	0.0603	0.0599	0.0596	0.0593
<b>LS</b>	0.1033	0.1027	0.1023	0.1018	0.1014	0.1010	0.1006	0.1003	0.0999	0.0996	0.0993
<b>CP</b>	0.1083	0.1077	0.1073	0.1068	0.1064	0.1060	0.1056	0.1053	0.1049	0.1046	0.1043
<b>C</b>	0.1133	0.1127	0.1123	0.1118	0.1114	0.1110	0.1106	0.1103	0.1099	0.1096	0.1093





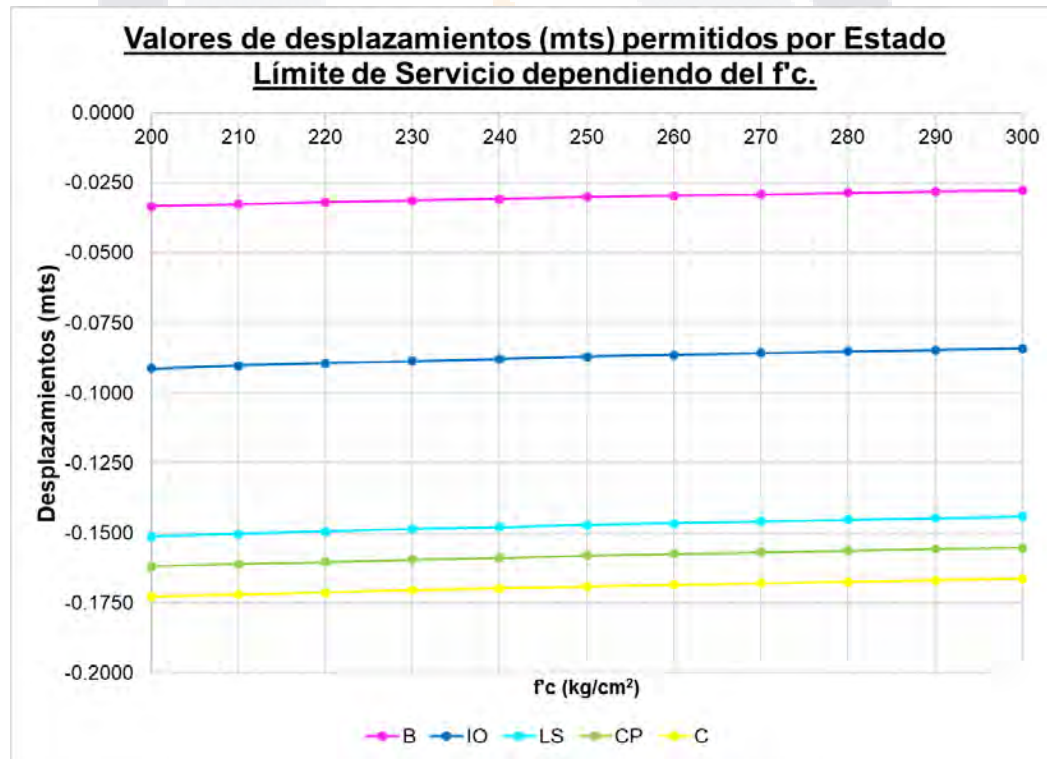
A.8. Desplazamientos marco de H = 4.00 m y L = 5.00 m columna = 0.40 x 0.40 m y trabe = 0.25 x 0.40 m variando f'c.

LSS / f'c	200	210	220	230	240	250	260	270	280	290	300
<b>B</b>	0.0275	0.0269	0.0263	0.0258	0.0253	0.0248	0.0244	0.0240	0.0236	0.0232	0.0228
<b>IO</b>	0.0815	0.0808	0.0801	0.0795	0.0789	0.0784	0.0779	0.0774	0.0769	0.0765	0.0761
<b>LS</b>	0.1215	0.1208	0.1201	0.1195	0.1189	0.1184	0.1179	0.1174	0.1169	0.1165	0.1161
<b>CP</b>	0.1325	0.1318	0.1312	0.1306	0.1300	0.1295	0.1290	0.1285	0.1280	0.1276	0.1272
<b>C</b>	0.1435	0.1428	0.1422	0.1416	0.1410	0.1405	0.1400	0.1395	0.1391	0.1387	0.1382



A.9. Desplazamientos marco de H = 4.00 m y L = 5.00 m columna = 0.40 x 0.40 m y trabe = 0.25 x 0.40 m variando f'c.

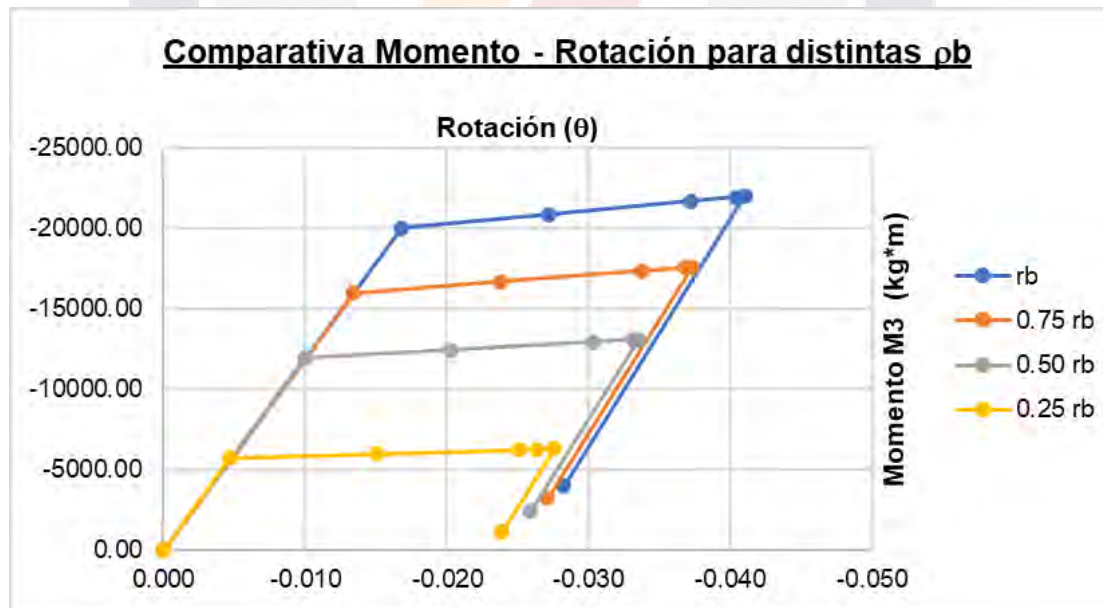
LSS / f'c	200	210	220	230	240	250	260	270	280	290	300
<b>B</b>	0.0333	0.0326	0.0319	0.0313	0.0307	0.0300	0.0296	0.0291	0.0286	0.0281	0.0277
<b>IO</b>	0.0912	0.0903	0.0894	0.0886	0.0879	0.0871	0.0865	0.0858	0.0852	0.0847	0.0841
<b>LS</b>	0.1512	0.1503	0.1494	0.1486	0.1479	0.1471	0.1465	0.1458	0.1452	0.1447	0.1441
<b>CP</b>	0.1620	0.1611	0.1603	0.1595	0.1589	0.1581	0.1575	0.1569	0.1563	0.1558	0.1552
<b>C</b>	0.1727	0.1719	0.1712	0.1704	0.1698	0.1690	0.1685	0.1679	0.1674	0.1668	0.1663



## ANEXO B. Tablas y gráficas de comparativo de gráficas momento-rotación.

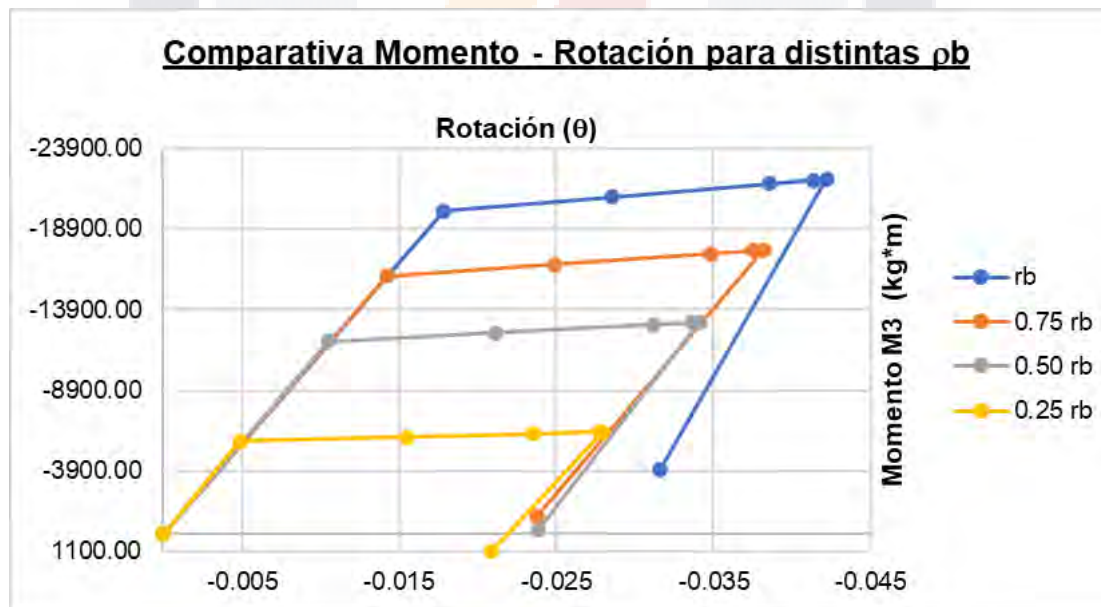
B.1. Momentos y rotaciones marco de H = 3.00 m y L = 4.00 m columna = 0.40 x 0.40 m y trabe = 0.25 x 0.40 m variando  $\rho_b$ .

LSS / % $\rho_b$	$\rho_b$		0.75 $\rho_b$		0.50 $\rho_b$		0.25 $\rho_b$	
	$\theta$	M3 (kg*m)	$\theta$	M3 (kg*m)	$\theta$	M3 (kg*m)	$\theta$	M3 (kg*m)
<b>A</b>	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00
<b>B</b>	0.0168	20,001.62	0.0134	15,993.51	0.0100	11,923.58	0.0047	5,744.03
<b>IO</b>	0.0272	20,854.26	0.0238	16,684.94	0.0203	12,446.89	0.0151	6,001.85
<b>LS</b>	0.0372	21,680.68	0.0338	17,355.21	0.0303	12,953.96	0.0251	6,251.71
<b>CP</b>	0.0404	21,944.19	0.0368	17,557.65	0.0332	13,098.26	0.0263	6,282.95
<b>C</b>	0.0411	22,001.09	0.0373	17,592.52	0.0335	13,115.80	0.0276	6,314.18
<b>D</b>	0.0283	4,000.79	0.0271	3,251.05	0.0259	2,413.32	0.0239	1,154.17



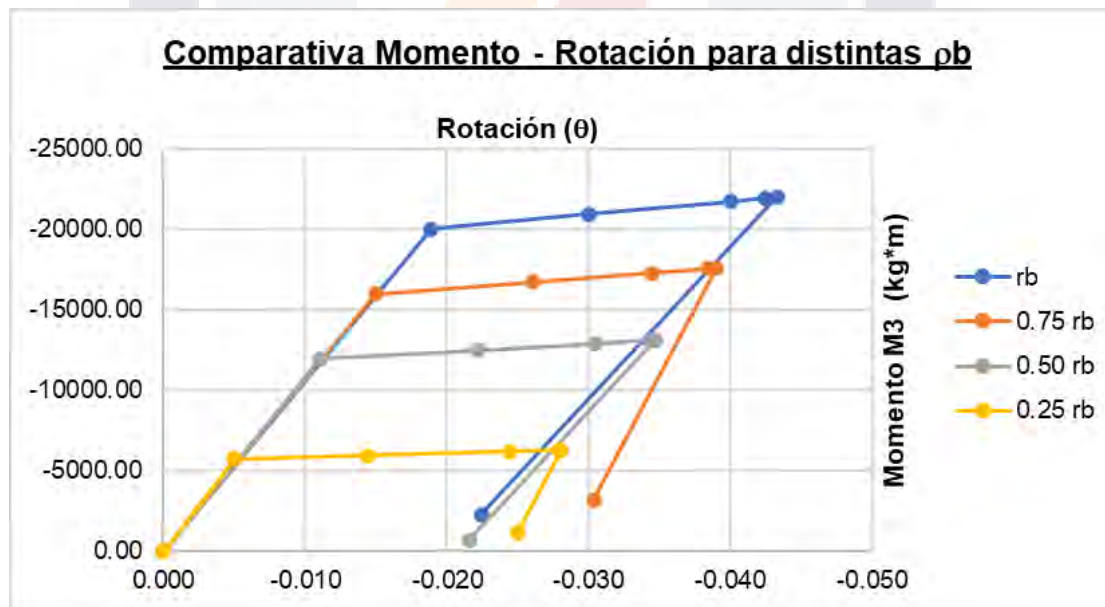
B.2. Momentos y rotaciones marco de H = 3.00 m y L = 5.00 m columna = 0.40 x 0.40 m y trabe = 0.25 x 0.40 m variando  $\rho_b$ .

LSS / % $\rho_b$	$\rho_b$		0.75 $\rho_b$		0.50 $\rho_b$		0.25 $\rho_b$	
	$\theta$	M3 (kg*m)	$\theta$	M3 (kg*m)	$\theta$	M3 (kg*m)	$\theta$	M3 (kg*m)
A	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00
B	0.0179	20,000.55	0.0142	15,997.36	0.0105	11,929.84	0.0049	5,745.10
IO	0.0285	20,874.87	0.0249	16,706.83	0.0212	12,467.37	0.0155	6,010.31
LS	0.0385	21,697.22	0.0349	17,374.59	0.0312	12,973.16	0.0235	6,209.93
CP	0.0414	21,930.62	0.0375	17,552.35	0.0336	13,098.46	0.0277	6,314.67
C	0.0422	21,999.55	0.0382	17,596.55	0.0341	13,122.61	0.0279	6,319.59
D	0.0316	4,001.27	0.0238	1,056.51	0.0238	217.26	0.0209	1,043.59



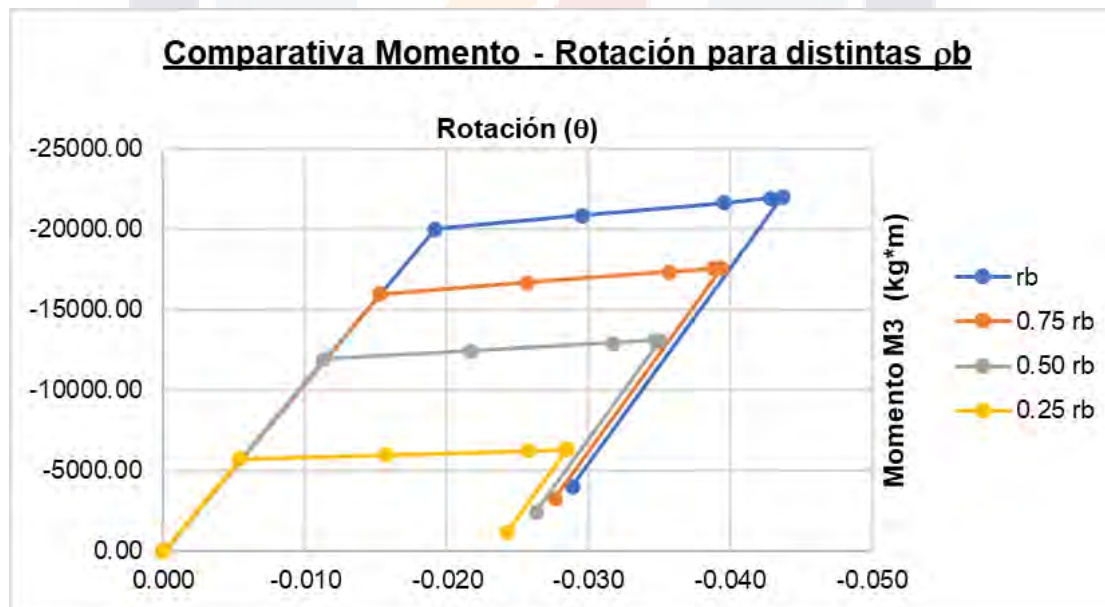
B.3. Momentos y rotaciones marco de H = 3.00 m y L = 6.00 m columna = 0.40 x 0.40 m y trabe = 0.25 x 0.40 m variando  $\rho_b$ .

LSS / % $\rho_b$	$\rho_b$		0.75 $\rho_b$		0.50 $\rho_b$		0.25 $\rho_b$	
	$\theta$	M3 (kg*m)	$\theta$	M3 (kg*m)	$\theta$	M3 (kg*m)	$\theta$	M3 (kg*m)
A	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00
B	0.0189	20,009.65	0.0150	15,988.57	0.0110	11,927.37	0.0050	5,715.10
IO	0.0300	20,917.21	0.0261	16,726.10	0.0221	12,486.61	0.0145	5,949.47
LS	0.0400	21,735.82	0.0344	17,280.03	0.0305	12,906.71	0.0245	6,197.34
CP	0.0425	21,940.48	0.0384	17,544.20	0.0342	13,097.31	0.0279	6,283.28
C	0.0433	22,008.69	0.0390	17,586.80	0.0347	13,119.86	0.0281	6,286.60
D	0.0224	2,286.72	0.0303	3,198.19	0.0216	700.39	0.0250	1,148.79



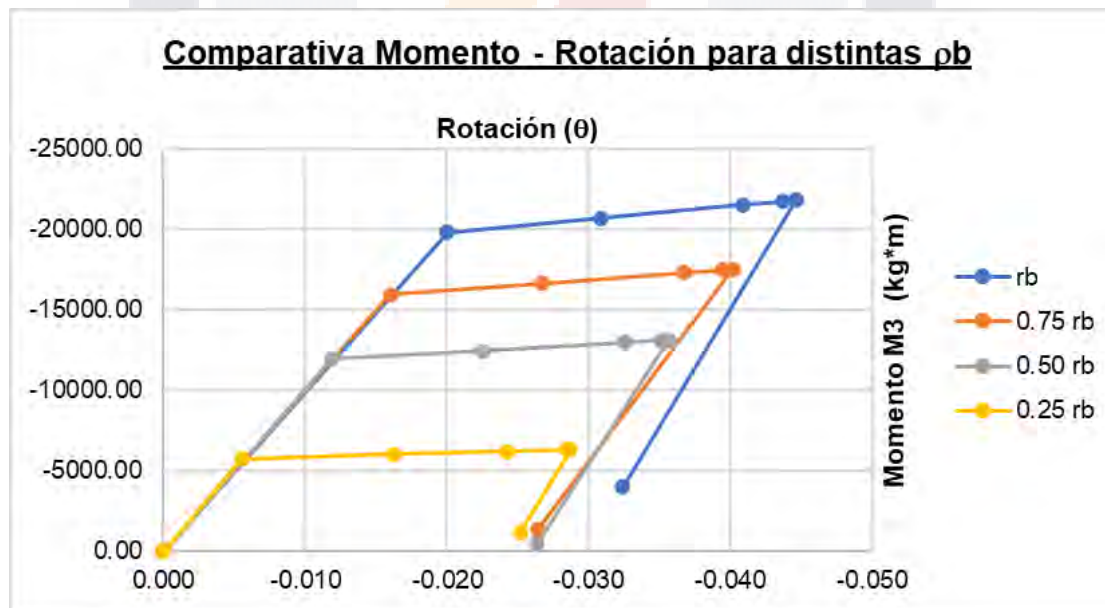
B.4. Momentos y rotaciones marco de H = 3.50 m y L = 4.00 m columna = 0.40 x 0.40 m y trabe = 0.25 x 0.40 m variando  $\rho_b$ .

LSS / % $\rho_b$	$\rho_b$		0.75 $\rho_b$		0.50 $\rho_b$		0.25 $\rho_b$	
	$\theta$	M3 (kg*m)	$\theta$	M3 (kg*m)	$\theta$	M3 (kg*m)	$\theta$	M3 (kg*m)
<b>A</b>	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00
<b>B</b>	0.0192	19,999.91	0.0153	15,996.63	0.0113	11,925.62	0.0054	5,745.95
<b>IO</b>	0.0295	20,843.57	0.0257	16,682.12	0.0217	12,445.55	0.0157	6,002.94
<b>LS</b>	0.0395	21,661.92	0.0357	17,347.24	0.0317	12,949.67	0.0257	6,252.15
<b>CP</b>	0.0428	21,932.67	0.0388	17,554.64	0.0346	13,096.84	0.0284	6,317.49
<b>C</b>	0.0437	21,998.83	0.0394	17,595.76	0.0351	13,117.98	0.0285	6,320.53
<b>D</b>	0.0289	4,008.22	0.0276	3,273.35	0.0263	2,425.89	0.0242	1,158.27



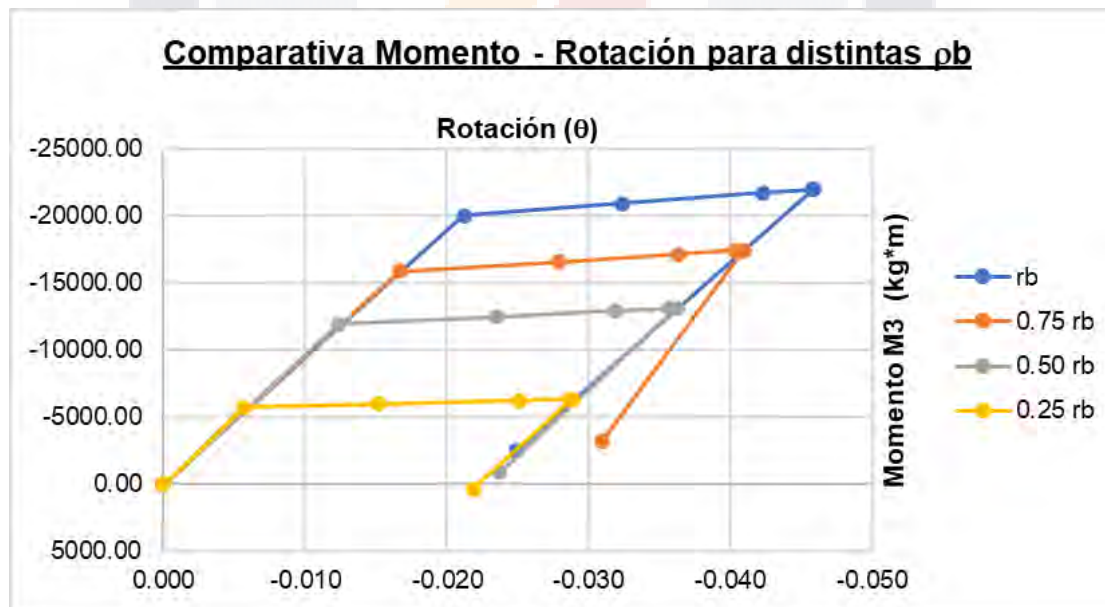
B.5. Momentos y rotaciones marco de H = 3.50 m y L = 5.00 m columna = 0.40 x 0.40 m y trabe = 0.25 x 0.40 m variando  $\rho_b$ .

LSS / % $\rho_b$	$\rho_b$		0.75 $\rho_b$		0.50 $\rho_b$		0.25 $\rho_b$	
	$\theta$	M3 (kg*m)	$\theta$	M3 (kg*m)	$\theta$	M3 (kg*m)	$\theta$	M3 (kg*m)
<b>A</b>	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00
<b>B</b>	0.0200	19,819.02	0.0160	15,930.32	0.0119	11,922.75	0.0055	5,743.58
<b>IO</b>	0.0309	20,689.48	0.0267	16,634.75	0.0226	12,456.76	0.0162	6,007.81
<b>LS</b>	0.0409	21,497.08	0.0367	17,294.68	0.0326	12,959.26	0.0242	6,206.79
<b>CP</b>	0.0437	21,729.06	0.0395	17,474.62	0.0351	13,087.23	0.0285	6,312.10
<b>C</b>	0.0446	21,799.51	0.0402	17,522.58	0.0357	13,114.70	0.0287	6,317.91
<b>D</b>	0.0324	3,964.27	0.0264	1,321.09	0.0263	482.93	0.0251	1,157.82



B.6. Momentos y rotaciones marco de H = 3.50 m y L = 6.00 m columna = 0.40 x 0.40 m y trabe = 0.25 x 0.40 m variando  $\rho_b$ .

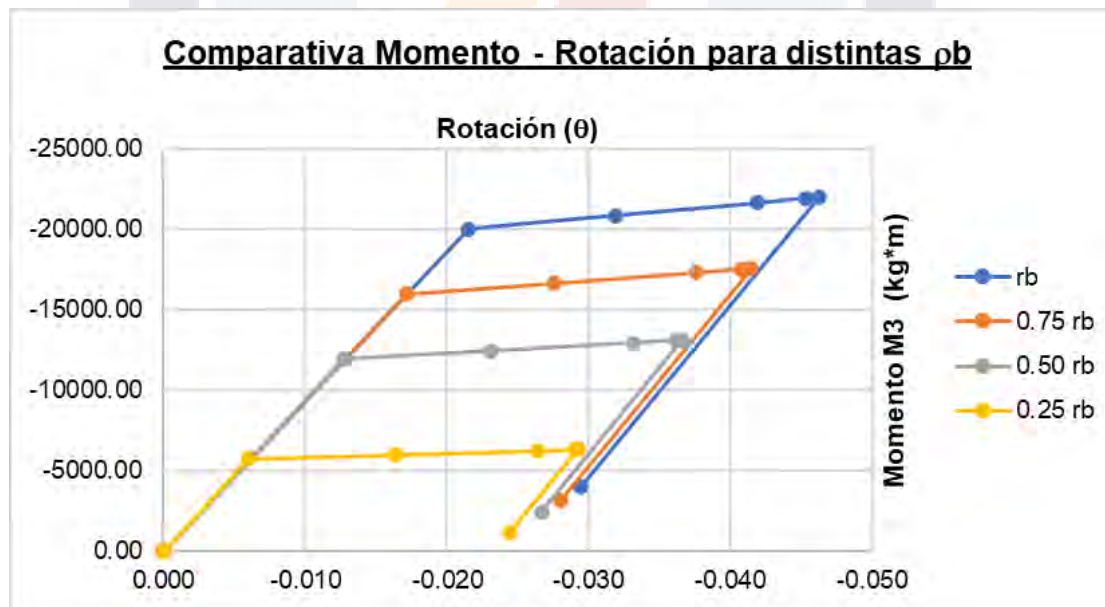
LSS / % $\rho_b$	$\rho_b$		0.75 $\rho_b$		0.50 $\rho_b$		0.25 $\rho_b$	
	$\theta$	M3 (kg*m)	$\theta$	M3 (kg*m)	$\theta$	M3 (kg*m)	$\theta$	M3 (kg*m)
<b>A</b>	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00
<b>B</b>	0.0212	20,002.38	0.0167	15,856.49	0.0124	11,927.91	0.0057	5,745.05
<b>IO</b>	0.0323	20,900.94	0.0280	16,590.78	0.0235	12,483.46	0.0151	5,978.98
<b>LS</b>	0.0423	21,711.44	0.0363	17,136.17	0.0319	12,901.11	0.0251	6,227.39
<b>CP</b>	0.0458	21,991.99	0.0403	17,397.81	0.0357	13,094.25	0.0287	6,314.86
<b>C</b>	0.0459	22,002.36	0.0409	17,441.30	0.0362	13,120.33	0.0288	6,319.52
<b>D</b>	0.0249	2,473.37	0.0309	3,178.05	0.0237	903.41	0.0219	372.34





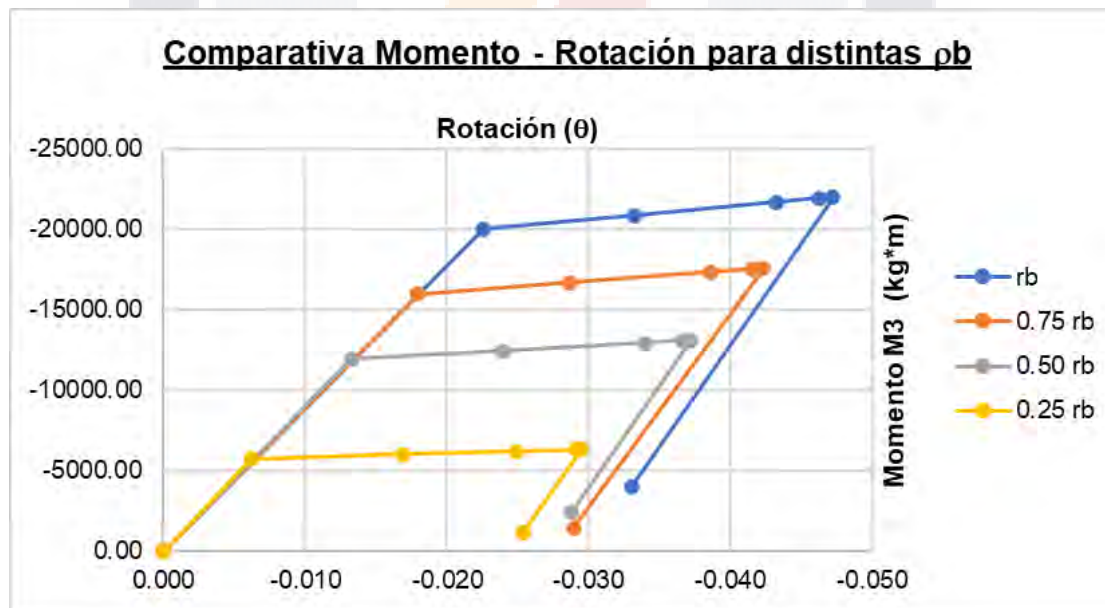
B.7. Momentos y rotaciones marco de H = 4.00 m y L = 4.00 m columna = 0.40 x 0.40 m y trabe = 0.25 x 0.40 m variando  $\rho_b$ .

LSS / % $\rho_b$	$\rho_b$		0.75 $\rho_b$		0.50 $\rho_b$		0.25 $\rho_b$	
	$\theta$	M3 (kg*m)	$\theta$	M3 (kg*m)	$\theta$	M3 (kg*m)	$\theta$	M3 (kg*m)
<b>A</b>	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00
<b>B</b>	0.0215	19,998.50	0.0172	15,981.96	0.0128	11,930.66	0.0060	5,744.13
<b>IO</b>	0.0319	20,833.15	0.0275	16,661.62	0.0231	12,447.20	0.0164	6,000.19
<b>LS</b>	0.0419	21,643.59	0.0375	17,320.98	0.0331	12,948.54	0.0264	6,248.59
<b>CP</b>	0.0453	21,921.49	0.0407	17,532.60	0.0361	13,098.65	0.0291	6,314.60
<b>C</b>	0.0463	21,996.78	0.0415	17,579.38	0.0366	13,123.42	0.0292	6,318.51
<b>D</b>	0.0295	4,006.48	0.0280	3,198.84	0.0267	2,441.29	0.0244	1,161.31



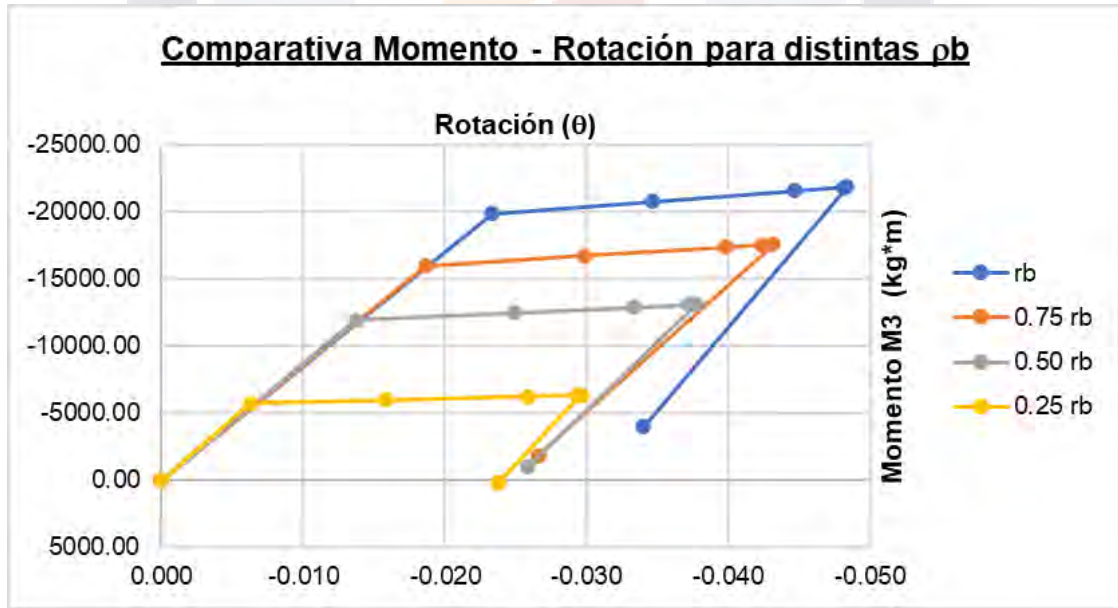
B.8. Momentos y rotaciones marco de H = 4.00 m y L = 5.00 m columna = 0.40 x 0.40 m y trabe = 0.25 x 0.40 m variando  $\rho_b$ .

LSS / % $\rho_b$	$\rho_b$		0.75 $\rho_b$		0.50 $\rho_b$		0.25 $\rho_b$	
	$\theta$	M3 (kg*m)	$\theta$	M3 (kg*m)	$\theta$	M3 (kg*m)	$\theta$	M3 (kg*m)
<b>A</b>	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00
<b>B</b>	0.0225	20,008.06	0.0179	15,982.47	0.0133	11,924.13	0.0062	5,746.23
<b>IO</b>	0.0332	20,863.98	0.0286	16,680.11	0.0240	12,454.61	0.0169	6,009.57
<b>LS</b>	0.0432	21,670.93	0.0386	17,336.94	0.0340	12,954.21	0.0249	6,208.06
<b>CP</b>	0.0462	21,913.02	0.0415	17,523.94	0.0366	13,085.10	0.0292	6,314.06
<b>C</b>	0.0472	21,993.71	0.0423	17,579.57	0.0372	13,116.07	0.0294	6,320.80
<b>D</b>	0.0330	3,999.80	0.0290	1,457.11	0.0288	2,446.04	0.0254	1,162.57



B.9. Momentos y rotaciones marco de H = 4.00 m y L = 6.00 m columna = 0.40 x 0.40 m y trabe = 0.25 x 0.40 m variando  $\rho_b$ .

LSS / % $\rho_b$	$\rho_b$		0.75 $\rho_b$		0.50 $\rho_b$		0.25 $\rho_b$	
	$\theta$	M3 (kg*m)	$\theta$	M3 (kg*m)	$\theta$	M3 (kg*m)	$\theta$	M3 (kg*m)
<b>A</b>	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00
<b>B</b>	0.0233	19,865.65	0.0187	15,995.46	0.0138	11,929.14	0.0063	5,743.06
<b>IO</b>	0.0347	20,760.57	0.0298	16,720.38	0.0249	12,480.99	0.0158	5,976.06
<b>LS</b>	0.0447	21,558.40	0.0398	17,375.09	0.0333	12,896.22	0.0258	6,223.67
<b>CP</b>	0.0482	21,838.06	0.0423	17,538.77	0.0372	13,091.92	0.0294	6,311.76
<b>C</b>	0.0483	21,851.78	0.0432	17,593.33	0.0378	13,121.51	0.0296	6,317.32
<b>D</b>	0.0340	3,978.48	0.0266	1,825.06	0.0258	1,004.85	0.0238	218.30

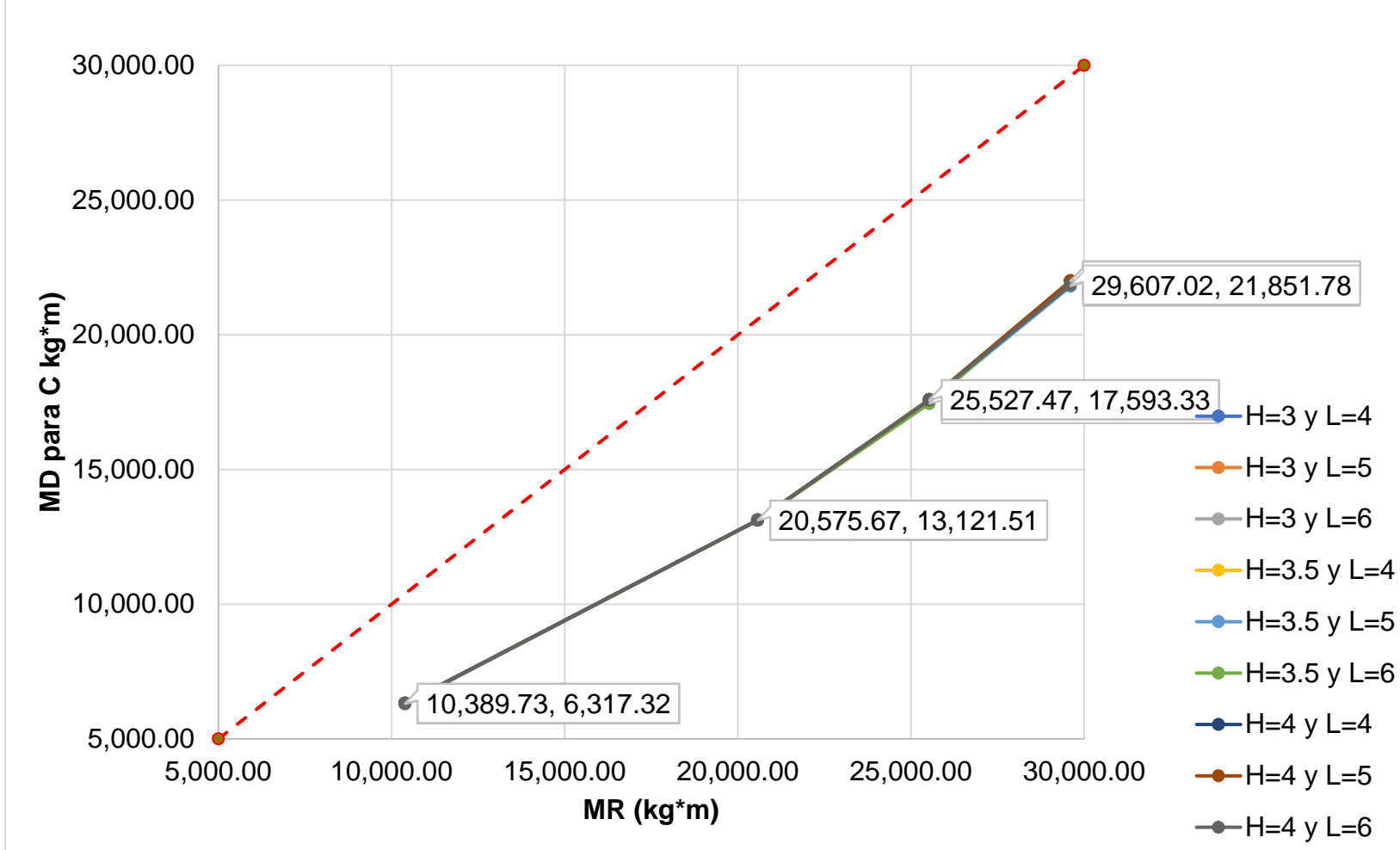


## ANEXO C. Tablas y gráficas de comparativo para distintos desplazamientos en caso Pull Down.

C.1. Momentos y desplazamientos para todas las combinaciones de H y L del marco. Trabe = 0.25 x 0.40 m variando  $\rho_b$  y variando el desplazamiento a 0.30 m en el caso de carga Pull Down.

Variando $\rho$ Modelo: Columnas = 0.40 x 0.40 y Trabe = 0.25 x 0.40 $f_c = 250 \text{ kg/cm}^2$																						
kg/cm <sup>2</sup>				kg/cm <sup>2</sup>				plg		kg*m		kg*m		kg*m		kg*m		kg*m		kg*m		$\beta$
$f_c$	h	L	$\rho_b$	$f_y$	As	b	d	a	MR	MD para B	U3 para B	MD para IO	U3 para IO	MD para LS	U3 para LS	MD para CP	U3 para CP	MD para C	U3 para C			
250	3.0	4.0	100%	4,280.00	30.40	0.25	0.35	9.64317	29,607.02	20,001.62	0.0673	20,854.26	0.1087	21,680.68	0.1487	21,944.19	0.1615	22,001.09	0.1642	2.0619756		
250	3.0	4.0	75%	4,280.00	23.28	0.25	0.35	7.38305	25,527.47	15,993.51	0.0536	16,684.94	0.0951	17,355.21	0.1351	17,557.65	0.1472	17,592.52	0.1492	2.5594625		
250	3.0	4.0	50%	4,280.00	17.10	0.25	0.35	5.42428	20,575.67	11,923.58	0.0398	12,446.89	0.0812	12,953.96	0.1212	13,098.26	0.1326	13,115.80	0.1340	3.0572668		
250	3.0	4.0	25%	4,280.00	7.60	0.25	0.35	2.41079	10,389.73	5,744.03	0.0187	6,001.85	0.0602	6,251.71	0.1002	6,282.95	0.1052	6,314.18	0.1102	3.3521754		
250	3.0	5.0	100%	4,280.00	30.40	0.25	0.35	9.64317	29,607.02	20,000.55	0.0893	20,874.87	0.1426	21,697.22	0.1926	21,930.62	0.2068	21,999.55	0.2110	2.0624445		
250	3.0	5.0	75%	4,280.00	23.28	0.25	0.35	7.38305	25,527.47	15,997.36	0.0711	16,706.83	0.1243	17,374.59	0.1743	17,552.35	0.1877	17,596.55	0.1910	2.5579739		
250	3.0	5.0	50%	4,280.00	17.10	0.25	0.35	5.42428	20,575.67	11,929.84	0.0525	12,467.37	0.1058	12,973.16	0.1558	13,098.46	0.1682	13,122.61	0.1706	3.0540176		
250	3.0	5.0	25%	4,280.00	7.60	0.25	0.35	2.41079	10,389.73	5,745.10	0.0244	6,010.31	0.0777	6,209.93	0.1177	6,314.67	0.1387	6,319.59	0.1397	3.3469519		
250	3.0	6.0	100%	4,280.00	30.40	0.25	0.35	9.64317	29,607.02	20,009.65	0.1133	20,917.21	0.1798	21,735.82	0.2398	21,940.48	0.2548	22,008.69	0.2598	2.0596621		
250	3.0	6.0	75%	4,280.00	23.28	0.25	0.35	7.38305	25,527.47	15,988.57	0.0898	16,726.10	0.1564	17,280.03	0.2064	17,544.20	0.2303	17,586.80	0.2341	2.5615757		
250	3.0	6.0	50%	4,280.00	17.10	0.25	0.35	5.42428	20,575.67	11,927.37	0.0662	12,486.61	0.1327	12,906.71	0.1827	13,097.31	0.2054	13,119.86	0.2081	3.0553296		
250	3.0	6.0	25%	4,280.00	7.60	0.25	0.35	2.41079	10,389.73	5,715.10	0.0300	5,949.47	0.0867	6,197.34	0.1467	6,283.28	0.1675	6,286.60	0.1683	3.3788345		
250	3.5	4.0	100%	4,280.00	30.40	0.25	0.35	9.64317	29,607.02	19,999.91	0.0767	20,843.57	0.1181	21,661.92	0.1581	21,932.67	0.1714	21,998.83	0.1746	2.0626637		
250	3.5	4.0	75%	4,280.00	23.28	0.25	0.35	7.38305	25,527.47	15,996.63	0.0611	16,682.12	0.1026	17,347.24	0.1426	17,554.64	0.1551	17,595.76	0.1575	2.5582657		
250	3.5	4.0	50%	4,280.00	17.10	0.25	0.35	5.42428	20,575.67	11,925.62	0.0453	12,445.55	0.0868	12,949.67	0.1268	13,096.84	0.1385	13,117.98	0.1402	3.0562266		
250	3.5	4.0	25%	4,280.00	7.60	0.25	0.35	2.41079	10,389.73	5,745.95	0.0214	6,002.94	0.0629	6,252.15	0.1029	6,317.49	0.1134	6,320.53	0.1139	3.3460445		
250	3.5	5.0	100%	4,280.00	30.40	0.25	0.35	9.64317	29,607.02	19,819.02	0.1000	20,689.48	0.1543	21,497.08	0.2043	21,729.06	0.2187	21,799.51	0.2230	2.1235253		
250	3.5	5.0	75%	4,280.00	23.28	0.25	0.35	7.38305	25,527.47	15,930.32	0.0800	16,634.75	0.1337	17,294.68	0.1837	17,474.62	0.1974	17,522.58	0.2010	2.5853272		
250	3.5	5.0	50%	4,280.00	17.10	0.25	0.35	5.42428	20,575.67	11,922.75	0.0594	12,456.76	0.1129	12,959.26	0.1629	13,087.23	0.1756	13,114.70	0.1783	3.0577917		
250	3.5	5.0	25%	4,280.00	7.60	0.25	0.35	2.41079	10,389.73	5,743.58	0.0276	6,007.81	0.0811	6,206.79	0.1211	6,312.10	0.1423	6,317.91	0.1434	3.3485738		
250	3.5	6.0	100%	4,280.00	30.40	0.25	0.35	9.64317	29,607.02	20,002.38	0.1271	20,900.94	0.1939	21,711.44	0.2539	21,991.99	0.2747	22,002.36	0.2754	2.061589		
250	3.5	6.0	75%	4,280.00	23.28	0.25	0.35	7.38305	25,527.47	15,856.49	0.1000	16,590.78	0.1677	17,136.17	0.2177	17,397.81	0.2417	17,441.30	0.2456	2.6154575		
250	3.5	6.0	50%	4,280.00	17.10	0.25	0.35	5.42428	20,575.67	11,927.91	0.0743	12,483.46	0.1411	12,901.11	0.1911	13,094.25	0.2143	13,120.33	0.2174	3.0551054		
250	3.5	6.0	25%	4,280.00	7.60	0.25	0.35	2.41079	10,389.73	5,745.05	0.0340	5,978.98	0.0908	6,227.39	0.1508	6,314.86	0.1719	6,319.52	0.1730	3.3470195		
250	4.0	4.0	100%	4,280.00	30.40	0.25	0.35	9.64317	29,607.02	19,998.50	0.0861	20,833.15	0.1276	21,643.59	0.1676	21,921.49	0.1813	21,996.78	0.1850	2.0632878		
250	4.0	4.0	75%	4,280.00	23.28	0.25	0.35	7.38305	25,527.47	15,981.96	0.0686	16,661.62	0.1101	17,320.98	0.1501	17,532.60	0.1630	17,579.38	0.1658	2.5643175		
250	4.0	4.0	50%	4,280.00	17.10	0.25	0.35	5.42428	20,575.67	11,930.66	0.0510	12,447.20	0.0925	12,948.54	0.1325	13,098.65	0.1445	13,123.42	0.1464	3.0536312		
250	4.0	4.0	25%	4,280.00	7.60	0.25	0.35	2.41079	10,389.73	5,744.13	0.0240	6,000.19	0.0656	6,248.59	0.1056	6,314.60	0.1163	6,318.51	0.1169	3.3479945		
250	4.0	5.0	100%	4,280.00	30.40	0.25	0.35	9.64317	29,607.02	20,008.06	0.1127	20,863.98	0.1661	21,670.93	0.2161	21,913.02	0.2311	21,993.71	0.2361	2.0642226		
250	4.0	5.0	75%	4,280.00	23.28	0.25	0.35	7.38305	25,527.47	15,982.47	0.0896	16,680.11	0.1432	17,336.94	0.1932	17,523.94	0.2074	17,579.57	0.2116	2.5642473		
250	4.0	5.0	50%	4,280.00	17.10	0.25	0.35	5.42428	20,575.67	11,924.13	0.0663	12,454.61	0.1199	12,954.21	0.1699	13,085.10	0.1830	13,116.07	0.1861	3.057138		
250	4.0	5.0	25%	4,280.00	7.60	0.25	0.35	2.41079	10,389.73	5,746.23	0.0309	6,009.57	0.0845	6,208.06	0.1245	6,314.06	0.1459	6,320.80	0.1472	3.3457839		
250	4.0	6.0	100%	4,280.00	30.40	0.25	0.35	9.64317	29,607.02	19,865.65	0.1400	20,760.57	0.2079	21,558.40	0.2679	21,838.06	0.2890	21,851.78	0.2900	2.1075308		
250	4.0	6.0	75%	4,280.00	23.28	0.25	0.35	7.38305	25,527.47	15,995.46	0.1120	16,720.38	0.1790	17,375.09	0.2390	17,538.77	0.2540	17,593.33	0.2590	2.5591633		
250	4.0	6.0	50%	4,280.00	17.10	0.25	0.35	5.42428	20,575.67	11,929.14	0.0825	12,480.99	0.1496	12,896.22	0.1996	13,091.92	0.2232	13,121.51	0.2267	3.0545424		
250	4.0	6.0	25%	4,280.00	7.60	0.25	0.35	2.41079	10,389.73	5,743.06	0.0377	5,976.06	0.0948	6,223.67	0.1548	6,311.76	0.1762	6,317.32	0.1775	3.3491434		

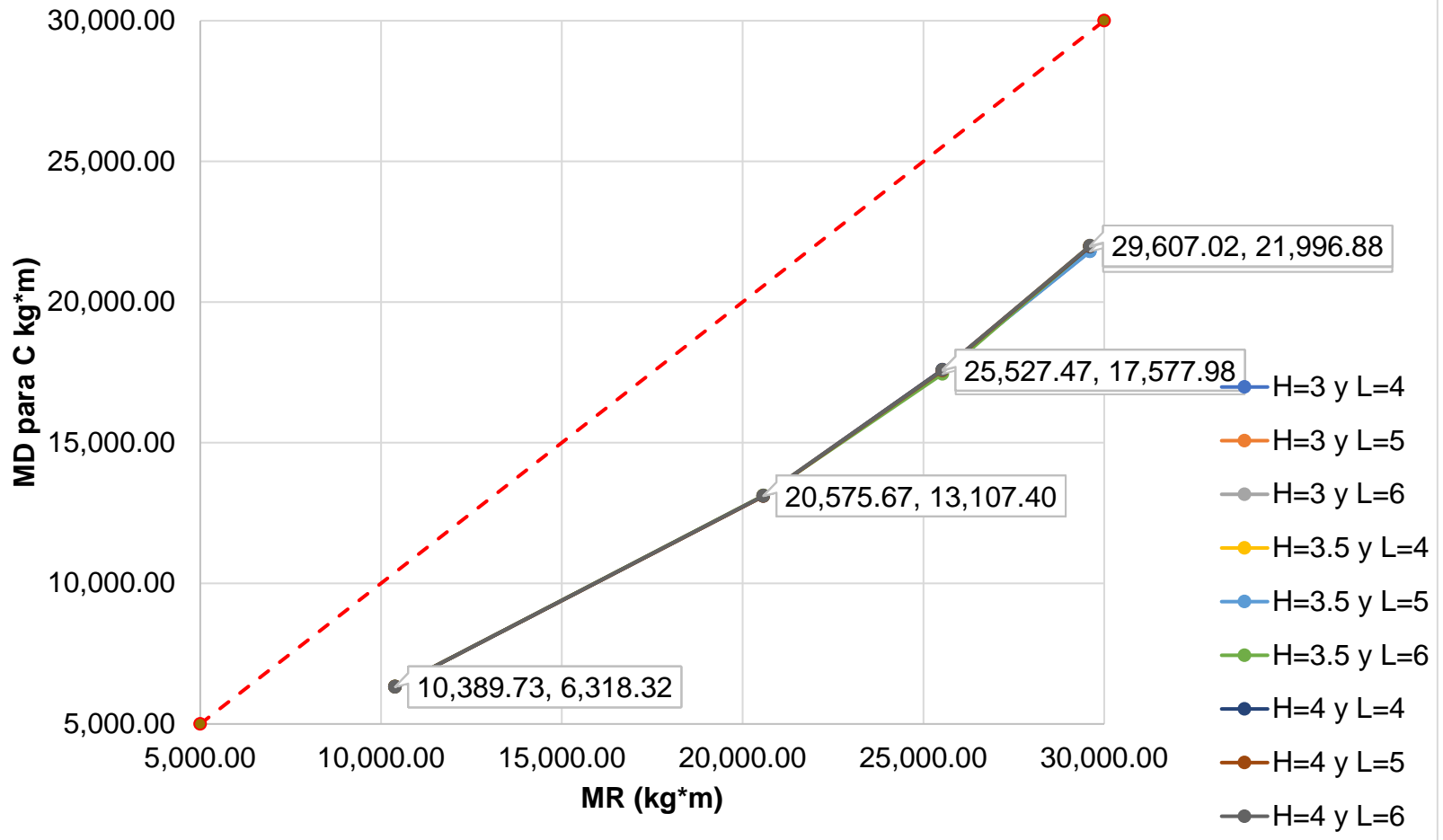
**MR vs MD para C. Desplazamiento = 0.30 m en caso de carga Pull Down.**



C.2. Momentos y desplazamientos para todas las combinaciones de H y L del marco. Trabe = 0.25 x 0.40 m variando  $\rho_b$  y variando el desplazamiento a 1 m en el caso de carga Pull Down.

Variando $\rho$ Modelo: Columnas = 0.40 x 0.40 y Trabe = 0.25 x 0.40 $f_c = 250 \text{ kg/cm}^2$																				
kg/cm <sup>2</sup>	m	m		kg/cm <sup>2</sup>	cm <sup>2</sup>	m	m	plg	kg*m	kg*m	m	kg*m	m	kg*m	m	kg*m	m	kg*m	m	$\beta$
$f_c$	h	L	$\rho_b$	$f_y$	As	b	d	a	MR	MD para B	U3 para B	MD para IO	U3 para IO	MD para LS	U3 para LS	MD para CP	U3 para CP	MD para C	U3 para C	
250	3.0	4.0	100%	4,280.00	30.40	0.25	0.35	9.64317	29,607.02	19,822.69	0.0667	21,224.39	0.1353					21,801.54	0.1635	2.1229037
250	3.0	4.0	75%	4,280.00	23.28	0.25	0.35	7.38305	25,527.47	15,978.52	0.0536	17,116.46	0.1217					17,574.19	0.1491	2.5662357
250	3.0	4.0	50%	4,280.00	17.10	0.25	0.35	5.42428	20,575.67	11,925.95	0.0398	12,787.40	0.1079					13,117.38	0.1339	3.0565129
250	3.0	4.0	25%	4,280.00	7.60	0.25	0.35	2.41079	10,389.73	5,745.74	0.0187	6,170.23	0.0869					6,320.06	0.1108	3.3464982
250	3.0	5.0	100%	4,280.00	30.40	0.25	0.35	9.64317	29,607.02	19,986.19	0.0892	21,134.84	0.1593	21,682.70	0.1926	21,832.63	0.2017	21,982.56	0.2108	2.0676185
250	3.0	5.0	75%	4,280.00	23.28	0.25	0.35	7.38305	25,527.47	15,993.34	0.0710	16,925.40	0.1410	17,370.47	0.1743	17,480.90	0.1826	17,591.33	0.1909	2.5599021
250	3.0	5.0	50%	4,280.00	17.10	0.25	0.35	5.42428	20,575.67	11,919.94	0.0525	12,625.92	0.1225	12,962.85	0.1558	13,037.06	0.1632	13,111.27	0.1705	3.0594286
250	3.0	5.0	25%	4,280.00	7.60	0.25	0.35	2.41079	10,389.73	5,745.69	0.0244	6,094.10	0.0944	6,260.47	0.1277	6,290.30	0.1337	6,320.13	0.1397	3.3464306
250	3.0	6.0	100%	4,280.00	30.40	0.25	0.35	9.64317	29,607.02	19,997.30	0.1132	20,996.24	0.1864	21,905.29	0.2531	21,950.74	0.2565	21,996.18	0.2598	2.0634705
250	3.0	6.0	75%	4,280.00	23.28	0.25	0.35	7.38305	25,527.47	15,978.58	0.0898	16,790.15	0.1631	17,528.29	0.2297	17,552.19	0.2319	17,576.08	0.2341	2.5655371
250	3.0	6.0	50%	4,280.00	17.10	0.25	0.35	5.42428	20,575.67	11,917.13	0.0661	12,532.38	0.1394	13,092.07	0.2061	13,100.41	0.2071	13,108.75	0.2081	3.0606313
250	3.0	6.0	25%	4,280.00	7.60	0.25	0.35	2.41079	10,389.73	5,745.43	0.0302	6,049.48	0.1034					6,319.62	0.1685	3.3469229
250	3.5	4.0	100%	4,280.00	30.40	0.25	0.35	9.64317	29,607.02	19,993.81	0.0766	21,383.00	0.1448					21,988.40	0.1744	2.0658397
250	3.5	4.0	75%	4,280.00	23.28	0.25	0.35	7.38305	25,527.47	15,968.74	0.0610	17,097.08	0.1292					17,562.67	0.1573	2.5704944
250	3.5	4.0	50%	4,280.00	17.10	0.25	0.35	5.42428	20,575.67	11,919.65	0.0453	12,775.46	0.1135					13,110.05	0.1401	3.0600109
250	3.5	4.0	25%	4,280.00	7.60	0.25	0.35	2.41079	10,389.73	5,745.31	0.0214	6,168.41	0.0896					6,319.50	0.1138	3.3470388
250	3.5	5.0	100%	4,280.00	30.40	0.25	0.35	9.64317	29,607.02	19,819.04	0.1000	20,958.70	0.1710	21,497.09	0.2043	21,647.53	0.2136	21,797.97	0.2229	2.1239969
250	3.5	5.0	75%	4,280.00	23.28	0.25	0.35	7.38305	25,527.47	15,980.57	0.0803	16,904.90	0.1504	17,346.15	0.1837	17,461.47	0.1925	17,576.79	0.2012	2.5652747
250	3.5	5.0	50%	4,280.00	17.10	0.25	0.35	5.42428	20,575.67	11,914.07	0.0593	12,615.46	0.1295	12,950.23	0.1629	13,027.39	0.1706	13,104.55	0.1782	3.0626362
250	3.5	5.0	25%	4,280.00	7.60	0.25	0.35	2.41079	10,389.73	5,745.31	0.0276	6,092.52	0.0977	6,258.39	0.1311	6,289.03	0.1373	6,319.67	0.1434	3.3468747
250	3.5	6.0	100%	4,280.00	30.40	0.25	0.35	9.64317	29,607.02	19,976.38	0.1269	20,965.92	0.2006	21,865.42	0.2672	21,919.07	0.2712	21,972.71	0.2752	2.0706193
250	3.5	6.0	75%	4,280.00	23.28	0.25	0.35	7.38305	25,527.47	15,856.50	0.1000	16,663.52	0.1743	17,390.70	0.2410	17,416.18	0.2434	17,441.65	0.2457	2.6153276
250	3.5	6.0	50%	4,280.00	17.10	0.25	0.35	5.42428	20,575.67	11,924.97	0.0743	12,536.21	0.1478	13,092.95	0.2145	13,105.12	0.2160	13,117.28	0.2174	3.0565606
250	3.5	6.0	25%	4,280.00	7.60	0.25	0.35	2.41079	10,389.73	5,746.51	0.0340	6,049.49	0.1074					6,320.70	0.1729	3.3458804
250	4.0	4.0	100%	4,280.00	30.40	0.25	0.35	9.64317	29,607.02	19,972.02	0.0860	21,346.84	0.1542					21,962.95	0.1847	2.0735935
250	4.0	4.0	75%	4,280.00	23.28	0.25	0.35	7.38305	25,527.47	15,994.49	0.0686	17,113.95	0.1368					17,590.08	0.1657	2.5603639
250	4.0	4.0	50%	4,280.00	17.10	0.25	0.35	5.42428	20,575.67	11,912.52	0.0509	12,762.70	0.1191					13,101.73	0.1462	3.0639824
250	4.0	4.0	25%	4,280.00	7.60	0.25	0.35	2.41079	10,389.73	5,744.77	0.0240	6,166.47	0.0923					6,318.80	0.1168	3.3477145
250	4.0	5.0	100%	4,280.00	30.40	0.25	0.35	9.64317	29,607.02	19,987.67	0.1125	21,112.96	0.1828	21,650.42	0.2161	21,816.31	0.2264	21,982.19	0.2367	2.0677312
250	4.0	5.0	75%	4,280.00	23.28	0.25	0.35	7.38305	25,527.47	15,966.01	0.0895	16,882.67	0.1598	17,320.13	0.1931	17,440.14	0.2023	17,560.15	0.2114	2.5714263
250	4.0	5.0	50%	4,280.00	17.10	0.25	0.35	5.42428	20,575.67	11,907.46	0.0662	12,604.27	0.1365	12,936.89	0.1699	13,016.94	0.1779	13,096.98	0.1859	3.0662504
250	4.0	5.0	25%	4,280.00	7.60	0.25	0.35	2.41079	10,389.73	5,744.85	0.0309	6,090.85	0.1011	6,256.22	0.1345	6,287.66	0.1408	6,319.10	0.1471	3.3474249
250	4.0	6.0	100%	4,280.00	30.40	0.25	0.35	9.64317	29,607.02	19,998.97	0.1410	20,977.58	0.2147	21,869.48	0.2813	21,933.18	0.2861	21,996.88	0.2909	2.0632574
250	4.0	6.0	75%	4,280.00	23.28	0.25	0.35	7.38305	25,527.47	15,980.81	0.1119	16,778.79	0.1856	17,505.63	0.2523	17,541.81	0.2556	17,577.98	0.2589	2.5648349
250	4.0	6.0	50%	4,280.00	17.10	0.25	0.35	5.42428	20,575.67	11,916.09	0.0824	12,523.34	0.1562	13,076.41	0.2229	13,091.91	0.2248	13,107.40	0.2266	3.0612757
250	4.0	6.0	25%	4,280.00	7.60	0.25	0.35	2.41079	10,389.73	5,744.47	0.0378	6,046.28	0.1115					6,318.32	0.1774	3.3481779

**MR vs MD para C. Desplazamiento = 1.00 m en caso de carga Pull Down.**



C.3. Momentos y desplazamientos para todas las combinaciones de H y L del marco. Trabe = 0.25 x 0.40 m variando  $\rho_b$  y variando el desplazamiento a 2 m en el caso de carga Pull Down.

										Variando $\rho$ Modelo: Columnas = 0.40 x 0.40 y Trabe = 0.25 x 0.40 $f_c = 250 \text{ kg/cm}^2$												
$\text{kg/cm}^2$	m	m		$\text{kg/cm}^2$	$\text{cm}^2$	m	m	plg		$\text{kg}^*\text{m}$	$\text{kg}^*\text{m}$	m	$\text{kg}^*\text{m}$	m	$\text{kg}^*\text{m}$	m	$\text{kg}^*\text{m}$	m	$\text{kg}^*\text{m}$	m		
$f_c$	h	L	$\rho_b$	$f_y$	As	b	d	a		MR	MD para B	U3 para B	MD para IO	U3 para IO	MD para LS	U3 para LS	MD para CP	U3 para CP	MD para C	U3 para C		$\beta$
250	3.0	4.0	100%	4,280.00	30.40	0.25	0.35	9.64317		29,607.02	19,822.69	0.0667	21,224.39	0.1353						21,801.54	0.1635	2.1229037
250	3.0	4.0	75%	4,280.00	23.28	0.25	0.35	7.38305		25,527.47	15,992.06	0.0536	17,130.30	0.1217						17,589.08	0.1491	2.5607333
250	3.0	4.0	50%	4,280.00	17.10	0.25	0.35	5.42428		20,575.67	11,928.33	0.0398	12,789.86	0.1079						13,119.99	0.1339	3.0552676
250	3.0	4.0	25%	4,280.00	7.60	0.25	0.35	2.41079		10,389.73	5,745.74	0.0187	6,170.23	0.0869						6,320.06	0.1108	3.3464982
250	3.0	5.0	100%	4,280.00	30.40	0.25	0.35	9.64317		29,607.02	19,986.21	0.0892	21,134.85	0.1593						21,978.63	0.2106	2.0688156
250	3.0	5.0	75%	4,280.00	23.28	0.25	0.35	7.38305		25,527.47	15,993.35	0.0710	16,925.41	0.1410						17,588.78	0.1907	2.5608442
250	3.0	5.0	50%	4,280.00	17.10	0.25	0.35	5.42428		20,575.67	11,928.75	0.0525	12,634.86	0.1225						13,119.50	0.1704	3.0555014
250	3.0	5.0	25%	4,280.00	7.60	0.25	0.35	2.41079		10,389.73	5,745.70	0.0244	6,094.10	0.0944						6,319.78	0.1396	3.3467685
250	3.0	6.0	100%	4,280.00	30.40	0.25	0.35	9.64317		29,607.02	19,973.50	0.1130	20,973.21	0.1864	21,881.26	0.2531	21,925.65	0.2564	21,970.04	0.2596	2.0714328	
250	3.0	6.0	75%	4,280.00	23.28	0.25	0.35	7.38305		25,527.47	15,978.59	0.0898	16,790.15	0.1631	17,528.29	0.2297	17,552.20	0.2319	17,576.11	0.2341	2.565526	
250	3.0	6.0	50%	4,280.00	17.10	0.25	0.35	5.42428		20,575.67	11,928.43	0.0662	12,543.68	0.1394	13,103.87	0.2061	13,112.53	0.2071	13,121.18	0.2081	3.0546998	
250	3.0	6.0	25%	4,280.00	7.60	0.25	0.35	2.41079		10,389.73	5,745.43	0.0302	6,049.48	0.1034						6,319.28	0.1684	3.3472512
250	3.5	4.0	100%	4,280.00	30.40	0.25	0.35	9.64317		29,607.02	19,993.81	0.0766	21,383.00	0.1448						21,988.40	0.1744	2.0658397
250	3.5	4.0	75%	4,280.00	23.28	0.25	0.35	7.38305		25,527.47	15,989.01	0.0611	17,117.76	0.1293						17,584.96	0.1574	2.5622556
250	3.5	4.0	50%	4,280.00	17.10	0.25	0.35	5.42428		20,575.67	11,926.60	0.0454	12,782.64	0.1135						13,117.69	0.1401	3.056365
250	3.5	4.0	25%	4,280.00	7.60	0.25	0.35	2.41079		10,389.73	5,745.31	0.0214	6,168.41	0.0896						6,319.50	0.1138	3.3470388
250	3.5	5.0	100%	4,280.00	30.40	0.25	0.35	9.64317		29,607.02	19,968.15	0.1008	21,105.41	0.1710						21,956.68	0.2234	2.0755047
250	3.5	5.0	75%	4,280.00	23.28	0.25	0.35	7.38305		25,527.47	15,980.59	0.0803	16,904.90	0.1504						17,573.45	0.2009	2.5665092
250	3.5	5.0	50%	4,280.00	17.10	0.25	0.35	5.42428		20,575.67	11,927.41	0.0594	12,628.97	0.1295						13,117.31	0.1781	3.0565463
250	3.5	5.0	25%	4,280.00	7.60	0.25	0.35	2.41079		10,389.73	5,745.32	0.0276	6,092.52	0.0977						6,319.21	0.1433	3.3473187
250	3.5	6.0	100%	4,280.00	30.40	0.25	0.35	9.64317		29,607.02	19,956.22	0.1268	20,946.46	0.2005	21,845.12	0.2672	21,897.85	0.2711	21,950.58	0.2750	2.0773643	
250	3.5	6.0	75%	4,280.00	23.28	0.25	0.35	7.38305		25,527.47	15,966.19	0.1007	16,771.21	0.1743	17,503.08	0.2410	17,532.67	0.2437	17,562.25	0.2464	2.5706497	
250	3.5	6.0	50%	4,280.00	17.10	0.25	0.35	5.42428		20,575.67	11,924.98	0.0743	12,536.22	0.1478	13,092.95	0.2145	13,105.13	0.2160	13,117.30	0.2174	3.0565511	
250	3.5	6.0	25%	4,280.00	7.60	0.25	0.35	2.41079		10,389.73	5,745.02	0.0340	6,047.96	0.1074						6,318.61	0.1728	3.347898
250	4.0	4.0	100%	4,280.00	30.40	0.25	0.35	9.64317		29,607.02	19,972.02	0.0860	21,346.85	0.1542						21,962.96	0.1847	2.0735905
250	4.0	4.0	75%	4,280.00	23.28	0.25	0.35	7.38305		25,527.47	15,994.50	0.0686	17,113.95	0.1368						17,590.09	0.1657	2.5603602
250	4.0	4.0	50%	4,280.00	17.10	0.25	0.35	5.42428		20,575.67	11,924.41	0.0509	12,774.97	0.1191						13,114.80	0.1463	3.057744
250	4.0	4.0	25%	4,280.00	7.60	0.25	0.35	2.41079		10,389.73	5,744.77	0.0240	6,166.47	0.0923						6,318.80	0.1168	3.3477145
250	4.0	5.0	100%	4,280.00	30.40	0.25	0.35	9.64317		29,607.02	19,947.80	0.1123	21,073.85	0.1828						21,931.86	0.2361	2.0830734
250	4.0	5.0	75%	4,280.00	23.28	0.25	0.35	7.38305		25,527.47	15,966.03	0.0895	16,882.67	0.1598						17,555.91	0.2111	2.5729942
250	4.0	5.0	50%	4,280.00	17.10	0.25	0.35	5.42428		20,575.67	11,925.72	0.0663	12,622.75	0.1365						13,114.63	0.1858	3.0578251
250	4.0	5.0	25%	4,280.00	7.60	0.25	0.35	2.41079		10,389.73	5,744.85	0.0309	6,090.85	0.1011						6,318.51	0.1470	3.3479945
250	4.0	6.0	100%	4,280.00	30.40	0.25	0.35	9.64317		29,607.02	19,999.00	0.1410	20,977.60	0.2147	21,869.49	0.2813	21,933.22	0.2861	21,996.94	0.2909	2.0632391	
250	4.0	6.0	75%	4,280.00	23.28	0.25	0.35	7.38305		25,527.47	15,952.16	0.1117	16,750.72	0.1856	17,476.35	0.2523	17,511.43	0.2555	17,546.51	0.2587	2.5764712	
250	4.0	6.0	50%	4,280.00	17.10	0.25	0.35	5.42428		20,575.67	11,916.10	0.0824	12,523.34	0.1562	13,076.41	0.2229	13,091.92	0.2248	13,107.42	0.2266	3.0612662	
250	4.0	6.0	25%	4,280.00	7.60	0.25	0.35	2.41079		10,389.73	5,744.52	0.0378	6,046.34	0.1115						6,317.81	0.1772	3.3486703



**MR vs MD para C. Desplazamiento = 2.00 m en caso de carga Pull Down**

