



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE AGUASCALIENTES

Centro de Ciencias del Diseño y la Construcción

Departamento de Construcción y Estructuras

Tesis:

**Análisis de colapso progresivo de estructuras mediante el método del elemento aplicado**

Presenta:

**Ing. Jacobo Muñiz Torres**

Para obtener el grado de Maestro en Ingeniería Civil en el área de Estructuras

Tutor:

**Dr. José Ángel Ortiz Lozano**

Cotutora:

**M. en I. Yaimara Chávez Pérez**

Asesor:

**Dr. Mario Eduardo Zermeño De León**

Aguascalientes, Ags. Junio de 2021

**CARTA DE VOTO APROBATORIO  
INDIVIDUAL**

**Dr. En C.T. HECTOR HOMERO POSADA ÁVILA  
DECANO DEL CENTRO DE CIENCIAS DEL DISEÑO Y LA CONSTRUCCIÓN**

**PRESENTE**

Por medio del presente como **TUTOR** designado del estudiante **JACOBO MUÑIZ TORRES** con ID 34601 quien realizó la tesis titulada: **ANÁLISIS DE COLAPSO PROGRESIVO DE ESTRUCTURAS MEDIANTE EL MÉTODO DEL ELEMENTO APLICADO**, un trabajo propio, innovador, relevante e inédito y con fundamento en el Artículo 175, Apartado II del Reglamento General de Docencia doy mi consentimiento de que la versión final del documento ha sido revisada y las correcciones se han incorporado apropiadamente, por lo que me permito emitir el **VOTO APROBATORIO**, para que él pueda proceder a imprimirla así como continuar con el procedimiento administrativo para la obtención del grado.

Pongo lo anterior a su digna consideración y sin otro particular por el momento, me permito enviarle un cordial saludo.

**ATENTAMENTE  
"Se Lumen Proferre"**

**Aguascalientes, Ags., a 2 de junio de 2021.**

  
**Dr. José Ángel Ortiz Lozano**  
Tutor de tesis

c.c.p.- Interesado  
c.c.p.- Secretaría Técnica del Programa de Posgrado

Elaborado por: Depto. Apoyo al Posgrado.  
Revisado por: Depto. Control Escolar/Depto. Gestión de Calidad.  
Aprobado por: Depto. Control Escolar/ Depto. Apoyo al Posgrado.

Código: DO-SEE-FO-07  
Actualización: 01  
Emisión: 17/05/19

**CARTA DE VOTO APROBATORIO**

**INDIVIDUAL**

**Dr. En C. T. HÉCTOR HOMERO POSADA ÁVILA**  
**DECANO DEL CENTRO DE CIENCIAS DEL DISEÑO Y LA CONSTRUCCIÓN**

\_\_\_\_\_  
P R E S E N T E

Por medio del presente como **COTUTOR** designado del estudiante **JACOBO MUÑIZ TORRES** con ID 34601 quien realizó la tesis titulada: **ANÁLISIS DE COLAPSO PROGRESIVO DE ESTRUCTURAS MEDIANTE EL MÉTODO DEL ELEMENTO APLICADO**, un trabajo propio, innovador, relevante e inédito y con fundamento en el Artículo 175, Apartado II del Reglamento General de Docencia doy mi consentimiento de que la versión final del documento ha sido revisada y las correcciones se han incorporado apropiadamente, por lo que me permito emitir el **VOTO APROBATORIO**, para que él pueda proceder a imprimirla así como continuar con el procedimiento administrativo para la obtención del grado.

Pongo lo anterior a su digna consideración y sin otro particular por el momento, me permito enviarle un cordial saludo.

**ATENTAMENTE**

**"Se Lumen Proferre"**

**Aguascalientes, Ags., a 2 de junio de 2021**



**M en Ing. Yaimara Chávez Pérez**

**Cotutor de Tesis**

c.c.p.- Interesado  
c.c.p.- Secretaría Técnica del Programa de Posgrado

Elaborado por: Depto. Apoyo al Posgrado.  
Revisado por: Depto. Control Escolar/Depto. Gestión de Calidad.  
Aprobado por: Depto. Control Escolar/ Depto. Apoyo al Posgrado.

Código: DO-SEE-FO-07  
Actualización: 01  
Emisión: 17/05/19

**CARTA DE VOTO APROBATORIO  
INDIVIDUAL**

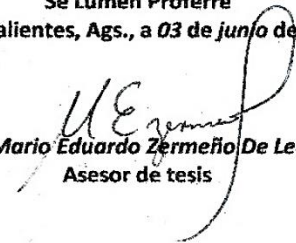
**Dr. En C.T. HECTOR HOMERO POSADA ÁVILA  
DECANO DEL CENTRO DE CIENCIAS DEL DISEÑO Y LA CONSTRUCCIÓN**

**PRESENTE**

Por medio del presente como **ASESOR** designado del estudiante **JACOBO MUÑIZ TORRES** con ID 34601 quien realizó la tesis titulada: **ANÁLISIS DE COLAPSO PROGRESIVO DE ESTRUCTURAS MEDIANTE EL MÉTODO DEL ELEMENTO APLICADO**, un trabajo propio, innovador, relevante e inédito y con fundamento en el Artículo 175, Apartado II del Reglamento General de Docencia doy mi consentimiento de que la versión final del documento ha sido revisada y las correcciones se han incorporado apropiadamente, por lo que me permito emitir el **VOTO APROBATORIO**, para que él pueda proceder a imprimirla así como continuar con el procedimiento administrativo para la obtención del grado.

Pongo lo anterior a su digna consideración y sin otro particular por el momento, me permito enviarle un cordial saludo.

**ATENTAMENTE**  
**"Se Lumen Proferre"**  
**Aguascalientes, Ags., a 03 de junio de 2021**

  
**Dr. Mario Eduardo Zermeño De León**  
**Asesor de tesis**

c.c.p.- Interesado  
c.c.p.- Secretaría Técnica del Programa de Posgrado

Elaborado por: Depto. Apoyo al Posgrado.  
Revisado por: Depto. Control Escolar/Depto. Gestión de Calidad.  
Aprobado por: Depto. Control Escolar/ Depto. Apoyo al Posgrado.

Código: DO-SEE-FG-07  
Actualización: 01  
Emisión: 17/05/19



DICTAMEN DE LIBERACIÓN ACADÉMICA PARA INICIAR LOS TRÁMITES DEL EXAMEN DE GRADO



Fecha de dictaminación dd/mm/aaaa: \_\_\_\_\_

NOMBRE: Jacobo Muñiz Torres ID 34601

PROGRAMA: Maestría en Ingeniería Civil con opción a Estructuras LGAC (del posgrado): Construcción y estructuras

TIPO DE TRABAJO: (  ) Tesis (  ) Trabajo Práctico

TITULO: ANÁLISIS DE COLAPSO PROGRESIVO DE ESTRUCTURAS MEDIANTE EL MÉTODO DEL ELEMENTO APLICADO

IMPACTO SOCIAL (señalar el impacto logrado): Estudio del colapso progresivo de estructuras, utilizando un método numérico de análisis más adecuado y preciso que los métodos comunes usados actualmente.

INDICAR	SI	NO	N.A. (NO APLICA)	SEGÚN CORRESPONDA:
<b>Elementos para la revisión académica del trabajo de tesis o trabajo práctico:</b>				
SI				El trabajo es congruente con las LGAC del programa de posgrado
SI				La problemática fue abordada desde un enfoque multidisciplinario
SI				Existe coherencia, continuidad y orden lógico del tema central con cada apartado
SI				Los resultados del trabajo dan respuesta a las preguntas de investigación o a la problemática que aborda
SI				Los resultados presentados en el trabajo son de gran relevancia científica, tecnológica o profesional según el área
SI				El trabajo demuestra más de una aportación original al conocimiento de su área
SI				Las aportaciones responden a los problemas prioritarios del país
SI				Generó transferencia del conocimiento o tecnológica
SI				Cumple con la ética para la investigación (reporte de la herramienta antiplagio)
<b>El egresado cumple con lo siguiente:</b>				
SI				Cumple con lo señalado por el Reglamento General de Docencia
SI				Cumple con los requisitos señalados en el plan de estudios (créditos curriculares, optativos, actividades complementarias, estancia, predoctoral, etc)
SI				Cuenta con los votos aprobatorios del comité tutorial, en caso de los posgrados profesionales si tiene solo tutor podrá liberar solo el tutor
NO				Cuenta con la carta de satisfacción del Usuario
SI				Coincide con el título y objetivo registrado
SI				Tiene congruencia con cuerpos académicos
SI				Tiene el CVU del Conacyt actualizado
N.A.				Tiene el artículo aceptado o publicado y cumple con los requisitos institucionales (en caso que proceda)
<b>En caso de Tesis por artículos científicos publicados</b>				
N.A.				Aceptación o Publicación de los artículos según el nivel del programa
N.A.				El estudiante es el primer autor
N.A.				El autor de correspondencia es el Tutor del Núcleo Académico Básico
N.A.				En los artículos se ven reflejados los objetivos de la tesis, ya que son producto de este trabajo de investigación.
N.A.				Los artículos integran los capítulos de la tesis y se presentan en el idioma en que fueron publicados
N.A.				La aceptación o publicación de los artículos en revistas indexadas de alto impacto

Con base a estos criterios, se autoriza se continúen con los trámites de titulación y programación del examen de grado: Sí  No

**FIRMAS**

Elaboró: DR. MIGUEL ÁNGEL SOTO ZAMORA

\* NOMBRE Y FIRMA DEL CONSEJERO SEGÚN LA LGAC DE ADSCRIPCIÓN:

NOMBRE Y FIRMA DEL SECRETARIO TÉCNICO: DR. MARTÍN HERNÁNDEZ MARÍN

\* En caso de conflicto de intereses, firmará un revisor miembro del NAB de la LGAC correspondiente distinto al tutor o miembro del comité tutorial, asignado por el Decano

Revisó: DR. ALEJANDRO ACOSTA COLLAZO

NOMBRE Y FIRMA DEL SECRETARIO DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO:

Autorizó: DR. en C.T.C. HÉCTOR HERNÁNDEZ POSADA ÁVILA

NOMBRE Y FIRMA DEL DECANO:

**Nota: procede el trámite para el Depto. de Apoyo al Posgrado**  
 En cumplimiento con el Art. 105C del Reglamento General de Docencia que a la letra señala entre las funciones del Consejo Académico: ... Cuidar la eficiencia terminal del programa de posgrado y el Art. 105F las funciones del Secretario Técnico, llevar el seguimiento de los alumnos.

## **Agradecimientos**

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por el apoyo brindado e impulso a la formación de profesionales en búsqueda de un nivel mayor de conocimientos que se reflejará en una sociedad más preparada para afrontar los retos y necesidades del mundo actual y futuro.

A la Universidad Autónoma de Aguascalientes por darme la oportunidad y las condiciones para dar un paso más en mi desarrollo personal y profesional.

Al Dr. José Ángel Ortiz Lozano por la oportunidad de colaborar en una de sus líneas de investigación, por su orientación y el gran apoyo recibido durante esta etapa de mi vida profesional y este trabajo de investigación, que ha sido para mí de verdadero provecho.

A la M. en Ing. Yaimara Chávez Pérez por su incondicional apoyo y sus oportunos consejos que representaron una gran motivación en mi persona para la realización de la presente investigación. Por el interés mostrado y la disposición a colaborar para el desarrollo de este documento.

Al Dr. Mario Eduardo Zermeño De León por su valioso apoyo, oportuna orientación y consejos en el desarrollo del presente trabajo de investigación, a través del tiempo brindado y su importante aportación de conocimientos, con lo cual se logró mayor profesionalismo en este documento.

Al M. en Ing. Daniel Enrique Reyna Valdivia por su gran apoyo y oportunos consejos, su valiosa aportación, la transmisión de su vasta experiencia, así como su paciencia y el extenso tiempo dedicado a la presente investigación, lo cual llevó a una indudable mejora en los resultados de la misma.

Al Dr. Manuel Ramírez Aranda por su gran apoyo y su valiosa e importante ayuda en el proceso de la campaña experimental de esta investigación, sin los cuales no hubiera sido posible realizarse de manera correcta.

Al Ing. Sirak Dejene por su importante aportación a este trabajo de investigación.

Al M. en Ing. Hugo David Montalvo Delgado por su apoyo, motivación y oportunos consejos en esta etapa de preparación profesional.

## Dedicatorias

A mis padres, Nacho y Lupita quienes son,  
los mejores amigos y el mejor ejemplo que la vida me pudo dar.

A mi esposa, Jenny, y mis hijos, Santiago, Nicola y Elisa que representan  
mi mayor motivación para luchar en la vida.

A mi hermano Mauricio que ha sido siempre  
un amigo y apoyo incondicional.

A todo aquel investigador cuyo objetivo final  
es aportar conocimientos que representen  
un beneficio verdadero a la sociedad.

**Índice general**

Índice de tablas..... 3

Índice de figuras..... 4

Resumen..... 7

Abstract..... 8

Capítulo I: Introducción..... 9

    1.1 Antecedentes ..... 9

    1.2 Justificación..... 9

    1.3 Objetivos..... 10

    1.4 Alcances ..... 11

    1.5 Hipótesis ..... 11

    1.6 Diseño de la investigación ..... 12

    1.7 Objetos de estudio ..... 12

Capitulo II: Estado del conocimiento. .... 13

    2.1 Estudio de investigación de estructuras de concreto reforzado por ocurrencia de eventos  
    extraordinarios. .... 13

    2.2 Trabajo de desarrollo de metodología para realizar modelos numéricos que consideren el  
    colapso progresivo..... 15

    2.3 Análisis general de colapso progresivo de edificios de concreto..... 16

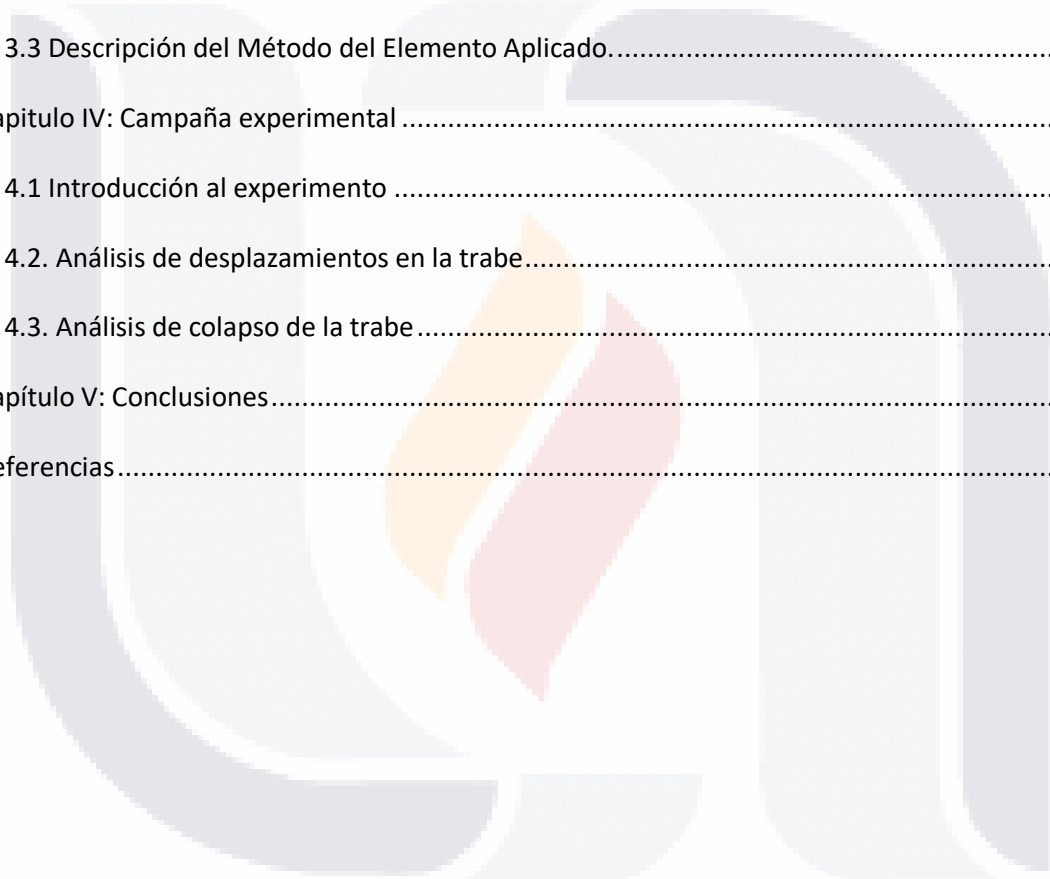
    2.4 Colapso estructural bajo cargas explosivas. .... 18

    2.5 El desempeño de un marco semirrígido de acero en colapso progresivo..... 21

    2.5 Método del elemento aplicado para análisis estructural: Teoría y aplicación para materiales  
    lineales. .... 24



Capítulo III: Marco teórico.....	25
3.1 Aspectos básicos de las estructuras.....	25
3.1.1. Propiedades de una estructura.....	25
3.2 Colapso de estructuras.....	37
3.2.1. Definición de colapso de estructuras.....	37
3.2.2 Colapso progresivo de estructuras.....	40
3.3 Descripción del Método del Elemento Aplicado.....	46
Capítulo IV: Campaña experimental.....	51
4.1 Introducción al experimento.....	51
4.2. Análisis de desplazamientos en la trabe.....	56
4.3. Análisis de colapso de la trabe.....	60
Capítulo V: Conclusiones.....	67
Referencias.....	69



**Índice de tablas**

Tabla 2.3.1. Selección de método de prevención contra colapso progresivo ..... 17

Tabla 2.4.1. Propiedades del aire modelado ..... 19

Tabla 2.4.2. Propiedades mecánicas del concreto reforzado ..... 19

Tabla 2.4.3. Propiedades mecánicas de la mampostería ..... 20

Tabla 3.3.1. Dominios de análisis del Método del elemento Aplicado ..... 47

Tabla 4.2.1. Comparativa entre el desplazamiento de la trabe obtenido con el método de elemento finito (MEF) y método del elemento aplicado (MEA) con desplazamiento teórico ..... 58

Tabla 4.3.1. Desarrollo de agrietamientos debidos a sobrefuerzos en diferentes resortes de la trabe analizada ..... 61-64

**Índice de figuras**

Figura 2.4.1. Losa de concreto ensayada con cargas explosivas ..... 20

Figura 2.5.1 Modelo de la conexión semirrígida ..... 21

Figura 2.5.2. Curvas de fuerza-desplazamiento de conexiones rígidas y semirrígidas ..... 22

Figura 2.5.3. Formación de Articulaciones plásticas en ambos marcos ..... 23

Figura 3.1.1a. Diagrama esfuerzo-deformación de materiales dúctiles ..... 27

Figura 3.1.1b. Diagrama esfuerzo-deformación de materiales frágiles ..... 28

Figura 3.1.1c. Diagrama esfuerzo-deformación de diferentes grados de acero ..... 29

Figura 3.1.1d Marcos estudiados por Bertero y Bertero para comprobar las ventajas de la redundancia estructural ..... 31

Figura 3.1.1e. Edificios tipo “C” de multifamiliar Juárez, colapsados debido al sismo de 1985 ..... 32

Figura 3.1.1f. Edificio C-4 de multifamiliar Juárez, colapsado debido al sismo de 1985 ..... 32

Figura 3.1.1g Conexión con continuidad en estructura de acero ..... 34

Figura 3.1.1h. Planta constructiva del mausoleo Taj Mahal ..... 35

Figura 3.1.1i. Planta del sembrado de columnas en anexo de edificio de gobernación de Quindío, Colombia ..... 36

Figura 3.1.1j. Imagen del colapso del anexo de edificio de gobernación de Quindío, Colombia, tras el sismo presentado en 1999 ..... 37

Figura 3.2.1a. Colapso parcial de casa habitación por impacto accidental de vehículo (Galicia, España 2016) ..... 39

Figura 3.2.1b. Colapso parcial de salón de eventos por acumulación de nieve en cubierta (Saltillo, México 2017) ..... 39

Figura 3.2.1c. Anuncio espectacular colapsado debido a fuertes rachas de viento y lluvia (Cd. Mx., Mexico 2017) ..... 39

Figura 3.2.1d. Colapso parcial de edificio Alfred P. Murrah por atentado terrorista (Oklahoma, E.U. 1995) ..... 40

Figura 3.2.2.1 Diagrama momento curvatura para una viga de concreto con refuerzo a tensión únicamente ..... 42

Figura 3.2.2.2 Falla por fatiga en trabe de acero del puente Yellow Mill Pond, Connecticut, E.U. 44

Figura 3.3.1. Modelación de estructura mediante el AEM ..... 47

Figura 3.3.2. Arreglo de dos elementos con ubicación de resortes de contacto y grados de libertad ..... 49

Figura 3.3.3. Matriz de rigidez de un par de resortes normales y a cortante ..... 49

Figura 4.1.1. Detalles geométricos de viga en volado correspondiente al caso de estudio ..... 51

Figura 4.1.2. Gráfica esfuerzo-deformación idealizada para un material elastoplástico ..... 52

Figura 4.1.3. Esquema general de la trabe analizada aplicando los criterios del Método del elemento aplicado ..... 53

Figura 4.1.4. Detalle de configuración de elementos de discretización y resortes de rigidez ..... 54

Figura 4.1.5. Ensamblado y condensación de matriz global de rigideces ..... 56

Figura 4.2.1. Configuración deformada de la trabe correspondiente al caso de estudio ..... 57

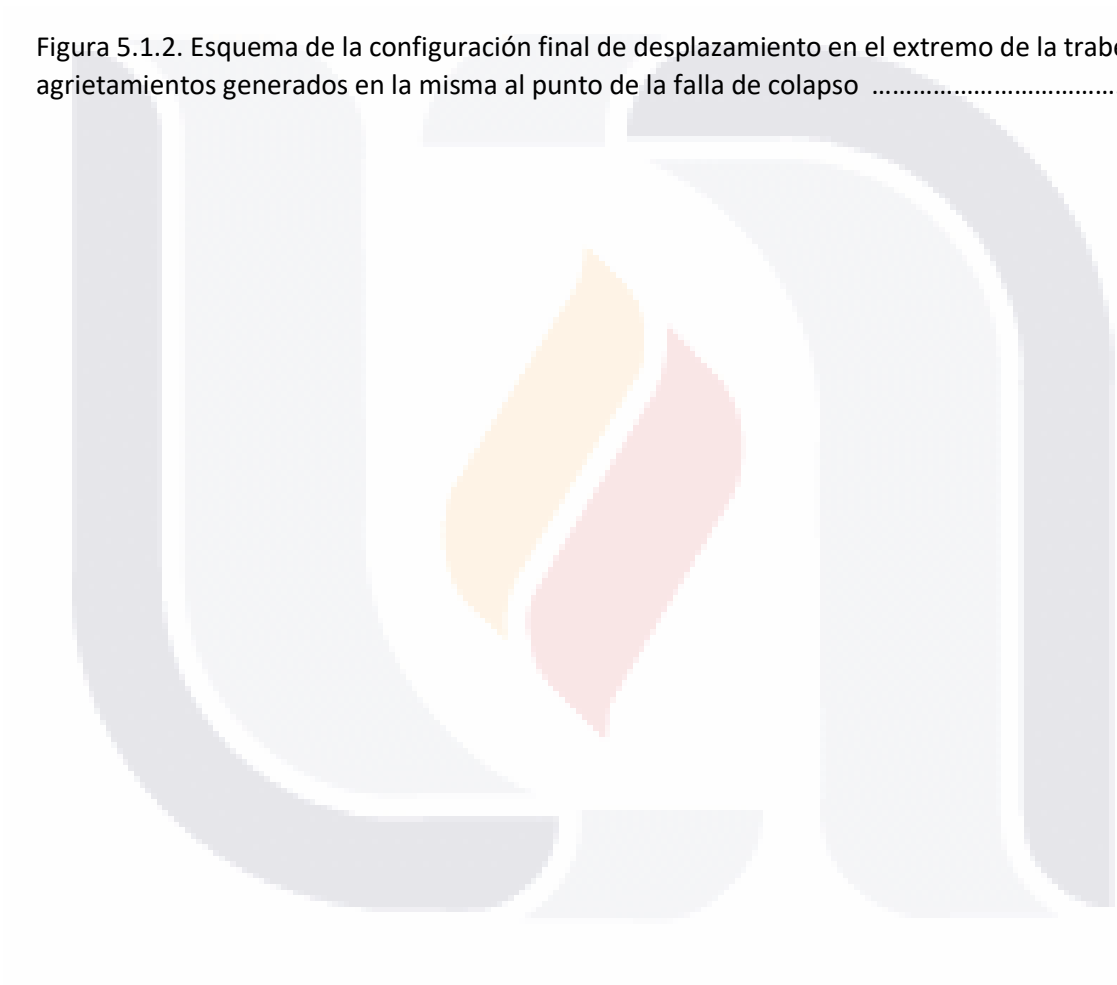
Figura 4.2.2. Desplazamientos máximos permisibles para (a) ASCE 7-16 y (b) NTC CDMX 2017 ... 59

Figura 4.2.3. Comparativa entre desplazamientos obtenidos con el método de elemento finito (MEF) y método del elemento aplicado (MEA) con desplazamiento teórico Timoshenko-Goodier 59

Figura 4.3.1 Esquemas con el desarrollo del proceso de agrietamiento de la trabe analizada ..... 65

Figura 5.1.1 Colapso por sismo de ed. Pyne Gould, Christchurch, Nueva Zelanda. 2011. (a) Imagen real del edificio colapsado, (b) Simulación obtenida con MEA y (c) Simulación obtenida con MEF 67

Figura 5.1.2. Esquema de la configuración final de desplazamiento en el extremo de la trabe y los agrietamientos generados en la misma al punto de la falla de colapso ..... 68



## Resumen.

A medida que el tiempo avanza cada vez se tiene una mayor densidad de personas dentro y alrededor de un inmueble. De manera implícita, se tiene una mayor concentración de construcciones de diferente naturaleza como lo son edificios habitacionales, comerciales y corporativos por mencionar algunos, así como estructuras de otros usos en espacios públicos tales como monumentos en las plazas, cubiertas, anuncios espectaculares, etc. en una misma zona de casi cualquier ciudad contemporánea.

Además de lo anterior, se puede comprobar con los registros diarios de diferentes fuentes que conforme una ciudad crece aumentan proporcionalmente contra las construcciones, los riesgos de daños y la magnitud de estos, que representan las actividades diarias de la sociedad, ya sean accidentales o intencionales.

Es por esos antecedentes que se hace necesario considerar y analizar, entre otros parámetros del diseño estructural, el colapso progresivo al que cualquier tipo de estructura está expuesto y el cual, de presentarse, afectarían un número considerable de personas y construcciones aledañas.

En el presente trabajo de investigación se estudia el tema del colapso progresivo de estructuras utilizando el método del elemento aplicado con el cual se pretende lograr un conocimiento más adecuado y preciso del desarrollo del proceso físico que deriva en el colapso parcial o total de una estructura. Lo anterior se hará mediante hojas de cálculo desarrolladas en el programa Mathcad prime 5 y Excel. Se realiza además la comparación entre algunos resultados obtenidos con el método del elemento aplicado (desplazamientos, en el caso analizado dentro de la campaña experimental) y los obtenidos con el método del elemento finito. Para este último, se usan modelos virtuales en SAP 2000.

## **Abstract.**

As time progresses, there is a greater density of people in and around a property. Implicitly, there is a greater concentration of constructions of a different nature such as residential, commercial and corporate buildings to mention a few, as well as structures for other uses in public spaces such as monuments in squares, roofs, billboards, etc. in the same area of almost any contemporary city.

In addition to the above, it can be verified with the daily records from different sources that as a city grows, the risks of damage and their magnitude increase proportionally against constructions, which is represented by the daily activities of society, whether accidental or intentional.

It is because of these antecedents that it is necessary to consider and analyze, among other parameters of the structural design, the progressive collapse to which any type of structure is exposed and which, if it occurs, would affect a considerable number of people and surrounding buildings.

In this research work the subject of the progressive collapse of structures is studied using the applied element method with which it is intended to achieve a more adequate and precise knowledge of the development of the physical process that results in the partial or total collapse of a structure. The above will be done through spreadsheets developed in the Mathcad prime 5 program and Excel. In addition, the comparison between some results obtained with the applied element method is carried out (displacements, in the analyzed case within the experimental campaign) and the finite element method. For the latter, virtual models in SAP 2000 are used.

## **Capítulo I: Introducción**

### **1.1 Antecedentes**

El colapso progresivo de todo tipo de estructuras es sin duda un tema de suma importancia en la actualidad. La creciente población a nivel global hace imperativo que se tenga en cuenta dicho parámetro dado que conforme el tiempo transcurre al presentarse el colapso de casi cualquier tipo de edificación se corre el riesgo de que cada vez se tenga un mayor número de personas y construcciones afectadas.

*Colapso progresivo es la propagación de una falla local inicial de elemento a elemento que deriva en el colapso de una estructura completa o de una parte desproporcionadamente grande de ella (ASCE 07-10).*

Se ha determinado por estudios previos que, la redundancia provista por la continuidad y la ductilidad estructural contribuyen una resistencia considerable al colapso progresivo en cualquier tipo de estructura.

Según el informe sobre modelación computacional del colapso progresivo presentado por la Pacific Engineering Earthquake Research Center (PEER) en 2008, el colapso progresivo es un campo de investigación que ha ganado relevancia en los últimos años (Sandoval Efrén, 2016).

### **1.2 Justificación**

Existen métodos como el elemento finito utilizados para tratar este tipo de deficiencias estructurales. Sin embargo, dichos métodos no nos permiten profundizar lo suficiente en el análisis a detalle de esta problemática por lo que se hace necesaria la utilización de un método como el del elemento aplicado el cual nos permite comprender y determinar con mayor precisión el comportamiento geométrico y mecánico de toda falla inicial que se presenta en un elemento estructural y la cual tendrá gran probabilidad de derivar en un colapso total o parcial de la estructura afectada.



No se cuenta en la actualidad con registros de estudios del tema del colapso progresivo analizado con el método del elemento aplicado y, por lo tanto, se abordará dicho tema con el método mencionado con la intención de enriquecer las bases teóricas desarrolladas hasta el momento

### **1.3 Objetivos**

#### *Objetivo general*

Comprender a detalle el comportamiento geométrico y mecánico de las fallas locales iniciales que provocan el colapso parcial o total de una estructura empleando el método del elemento aplicado.

#### *Objetivos particulares*

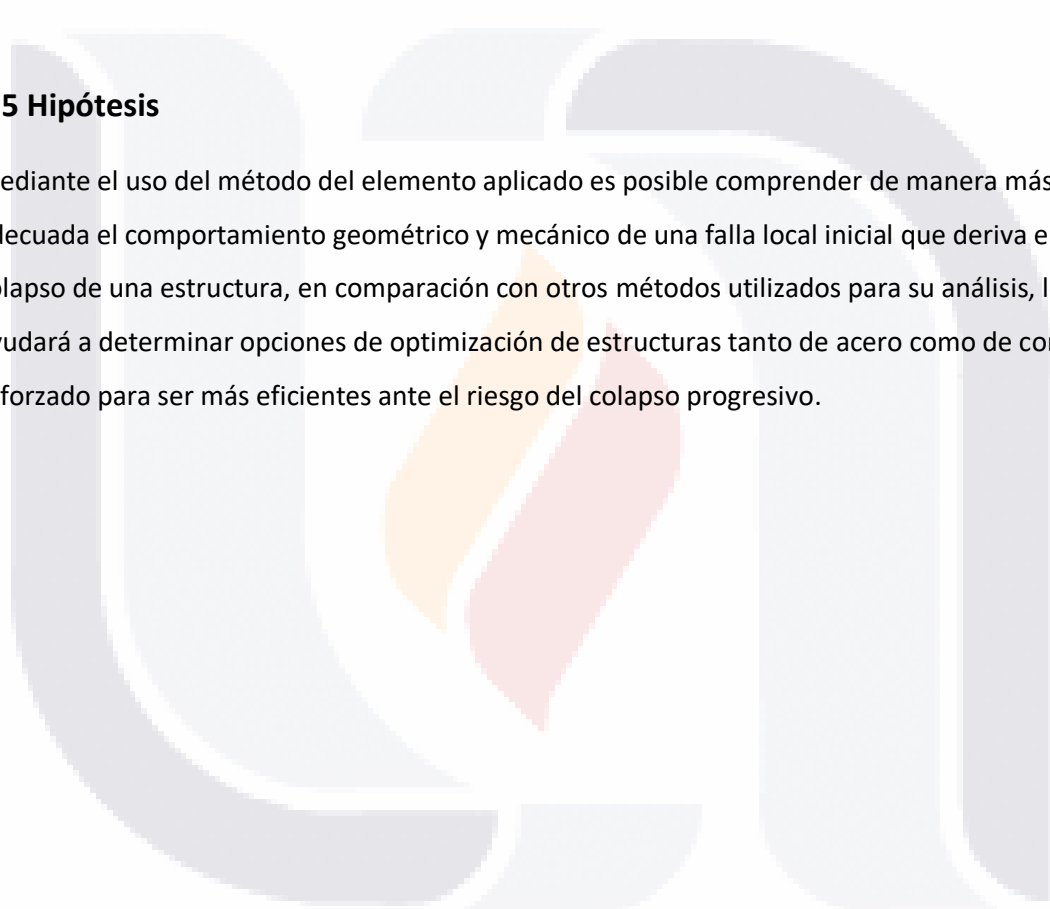
- Basado en el estado del conocimiento actual, comprender las bases teóricas del fenómeno del colapso progresivo, así como lo correspondiente al método del elemento aplicado.
- Identificar los patrones geométricos de las fallas locales iniciales presentadas en una estructura.
- Definir los efectos mecánicos de las fallas locales iniciales presentadas en una estructura.
- Demostrar la eficiencia del método del elemento aplicado para analizar el comportamiento de una estructura durante el proceso del colapso progresivo.

#### **1.4 Alcances**

Esta investigación tiene por objetivo sentar las bases teóricas para comprender el comportamiento del colapso progresivo tanto en estructuras de acero como de concreto. Lo anterior, a fin de ofrecer la información necesaria para posteriores desarrollos de nuevos métodos de configuración estructural y reforzamiento de elementos estructurales que provean a una estructura de mayor eficiencia contra el riesgo del colapso progresivo.

#### **1.5 Hipótesis**

Mediante el uso del método del elemento aplicado es posible comprender de manera más adecuada el comportamiento geométrico y mecánico de una falla local inicial que deriva en el colapso de una estructura, en comparación con otros métodos utilizados para su análisis, lo cual ayudará a determinar opciones de optimización de estructuras tanto de acero como de concreto reforzado para ser más eficientes ante el riesgo del colapso progresivo.



## **1.6 Diseño de la investigación**

Dada la naturaleza de esta investigación (considerando que se tienen pocos antecedentes del uso y resultados de la aplicación del método del elemento aplicado) el diseño de ésta será experimental. Estudiaremos variables dependientes como la magnitud de la carga extraordinaria, las propiedades estructurales actuales de los elementos principales y secundarios que se han visto implicados en la evolución de la falla inicial, propiedades mecánicas y geométricas actuales de la estructura general (continuidad, ductilidad, redundancia, etc.). El análisis y experimentación con las anteriores variables nos lleva a determinar nuevas variables (independientes) y conocer sus propiedades; dichas variables son: magnitud de daños ocasionados (desarrollo de fracturas, deformación del elemento estructural) propiedades estructurales requeridas de los elementos principales y secundarios, propiedades mecánicas y geométricas requeridas de la estructura general.

## **1.7 Objetos de estudio**

Los objetos a estudiar para este trabajo de investigación son principalmente los elementos estructurales mediante procesos matemáticos y en modelos virtuales. Dichos elementos serán de acero o de concreto reforzado los cuales se estudiarán de forma individual. Recordemos que todo lo anterior se realizará con los procedimientos correspondientes al método del elemento aplicado a diferencia de otros utilizados en estudios similares.

## **Capítulo II: Estado del conocimiento.**

### **2.1 Estudio de investigación de estructuras de concreto reforzado por ocurrencia de eventos extraordinarios.**

Los ingenieros Carlos D. Dolores y Michelangelo Minervini realizaron un estudio en junio de 2016 en la Universidad Católica Andrés Bello en la ciudad de Caraca, Venezuela con la finalidad de estudiar en general estructuras de concreto sometidas a la pérdida de uno de sus elementos estructurales principales (columna), debido a la ocurrencia de colapso progresivo el cual provoca en la estructura una redistribución de los esfuerzos y generando al mismo tiempo un conjunto de fallas de diferente magnitud en todos los elementos estructurales de la construcción afectada. Además de lo anterior, los autores realizaron diseños de las estructuras estudiadas, bajo criterios de las normas venezolanas para la construcción, con el fin de conocer los alcances de estas ante fenómenos estructurales de esta naturaleza.

El proceso de la metodología que se siguió en esta investigación se enfocó en la comparación de la respuesta estructural entre el caso el cual, la estructura analizada no presentaba ningún tipo de falla inicial en sus elementos principales y el caso en el cual, si se tiene presencia de fallas, de modo que se observó y analizó como en ambos casos se distribuían los esfuerzos en la estructura. Cabe señalar que el análisis estructural para los anteriores casos, se realizó en el momento exacto en que se remueve el elemento principal afectado y que es donde se origina el proceso del colapso progresivo.

El análisis realizado fue complementado por la relación demanda/capacidad de los elementos principales con lo que se busca detectar a los más comprometidos de ellos evaluando así la estabilidad de la estructura en general a través de la presencia de los puntos más vulnerables causado por los efectos de la falla inicial.

Los casos que se estudiaron en esta investigación son los siguientes:

Para un edificio de 6 pisos:

- Columna de esquina
- Columna de borde en eje longitudinal
- Columna de borde en eje transversal
- Columnas centrales

Para un edificio de 12 pisos:

- Columnas con mayores solicitaciones (casos más desfavorables)

El análisis estructural, en el instante en que se presenta la falla, fue realizado con la siguiente combinación de cargas para edificaciones:

$$2*(CP + 0.25 CV)$$

Donde el valor de 2, es el factor de amplificación dinámica que acompaña para estos tipos de análisis recomendado por la Administración de servicios generales (GSA 2003).

Finalmente, y, después de terminar con los trabajos de experimentación y análisis, los autores concluyen que los elementos horizontales de soporte (trabes) son los más vulnerables al presentarse una falla inicial en la estructura, siendo las que se encuentran en los niveles superiores las más afectadas. Destacan también que referente a la localización de la falla inicial en la estructura, el caso en que aquella se presenta en las columnas interiores de la estructura, es el que genera mayores daños en los elementos aledaños y aumenta la probabilidad de la ocurrencia del colapso.

## **2.2 Trabajo de desarrollo de metodología para realizar modelos numéricos que consideren el colapso progresivo.**

En el año 2016 el ing. Efrén A. Sandoval presenta para la Universidad Nacional de Colombia, una metodología para incorporar el colapso progresivo, dentro del análisis y diseño de una edificación convencional. El autor realiza inicialmente con una contextualización profunda de lo que es el Colapso Progresivo, causas, medidas preventivas, las normas que existen al respecto y la investigación actual en el tema. En dicho trabajo se define una metodología para modelar el colapso progresivo, mediante un modelo matemático explicando el fundamento teórico tomado para adelantar dicha modelación.

Posteriormente el autor desarrolla la implementación de la metodología, para lo cual emplea el paquete OpenSees utilizado para diseño estructural sismorresistente. Por último, se analizan los resultados en comparación con los casos de estudio encontrados en la literatura y se discuten los resultados.

El autor determina que, sin dejar de lado el riesgo sísmico, es importante tener en cuenta que la resistencia de las estructuras a cargas verticales extremas o la pérdida de sus elementos estructurales es una posibilidad que debe ser considerada y valorada en el diseño. El colapso progresivo, en estructuras diseñadas con criterios sismorresistentes es prevenible por medio de un detallado adicional en el acero de refuerzo, que además genera mejoras en la capacidad de la estructura. Sin embargo, se requiere de un diseño específico para las cargas extremas.

En esta investigación se infiere que para el diseño estructural que previene el colapso progresivo de una edificación no es indispensable la modelación integral del colapso, sino determinar los parámetros requeridos por las normas existentes, por lo tanto, se puede diseñar con base en las mismas herramientas aplicadas en el diseño sismorresistente. Incluso la modelación del colapso como fenómeno, tiene su aplicación en el análisis forense, en el diseño de estructuras especiales como refugios y en el diseño de demoliciones controladas.

### 2.3 Análisis general de colapso progresivo de edificios de concreto.

El ing. Ricardo E. Barbosa presenta en el congreso de ingeniería civil en noviembre del 2013 un trabajo de investigación sobre los aspectos generales correspondientes al colapso progresivo de estructuras. Aborda diferentes aspectos desde los requisitos necesarios para la ocurrencia del colapso progresivo, diferentes métodos de reforzamiento para prevenir el colapso de una estructura ante la ocurrencia de una falla local inicial, hasta la explicación de diferentes casos reales de edificaciones colapsadas progresivamente.

Dentro de los requisitos indispensables para que se produzca una falla inicial que derivará en el proceso de colapso progresivo el autor destaca las siguientes:

Para condiciones de carga normales (considerando errores de diseño y/o defectos constructivos):

- Durante la etapa de construcción
- Durante la etapa de ocupación del inmueble
- Evento externo natural (viento o sismo)

Para condiciones de carga anormales:

- Sobrecargas imprevistas
- Uso inadecuado del inmueble
- Cargas anormales como impactos físicos (o explosiones) sean o no intencionales

El autor menciona y explica como métodos de prevención contra el colapso progresivo dos grupos denominados métodos directos y métodos indirectos. Dentro de los primeros el más común es el de la trayectoria de carga alterna (redundancia estructural) siendo el otro, el método de la resistencia específica. En la categoría de los métodos indirectos menciona de igual forma dos de ellos. El primero consiste en diseñar la estructura con la suficiente resistencia (sobre todo para efectos sísmicos), ductilidad y continuidad; mientras que el segundo, es el conocido como método de la catenaria (fuerzas de amarre).

El autor detalla uno de los métodos mencionados que es el método de la Catenaria (fuerzas de amarre), haciendo un desarrollo de la aplicación de dicho método en un caso de estudio.

El objetivo principal de este método es el de determinar las fuerzas de tensión con las que los elementos estructurales del edificio deberán “amarrarse” para que éste no colapse. Dicha fuerza es provista por el propio acero de refuerzo (en el caso de los elementos de concreto)

Presenta además una clasificación sencilla y clara sobre el método a considerar dependiendo del uso que se dará a la estructura y por consiguiente el nivel de seguridad que se requiere:

Nivel de protección	Daño por colapso progresivo requerido
Muy bajo	Proveer fuerzas de amarre horizontales
Bajo	Proveer fuerzas de amarre horizontales y verticales
Medio	Proveer fuerzas de amarre horizontales y verticales y Aplicar el método de la trayectoria de carga alterna
Alto	Proveer fuerzas de amarre horizontales y verticales y Aplicar el método de la trayectoria de carga alterna Requisitos mínimos de ductilidad

Tabla 2.3.1. Selección de método de prevención contra colapso progresivo de acuerdo al uso de la estructura (Barbosa C. Ricardo, 2013).



## 2.4 Colapso estructural bajo cargas explosivas.

En el año 2003 los ingenieros Bibiana M. Luccioni, Daniel Ambrosini y Rodolfo Danesi presentaron un artículo por parte de la universidad de Tucumán en Argentina, en el cual realizaron un análisis completo cuyos resultados son aplicables a edificios de concreto reforzado que se han visto sometidos a cargas explosivas. En dicha investigación realizaron la simulación del proceso de colapso progresivo parcial de la estructura de un conocido edificio dado un evento explosivo intencional, que tuvo lugar en la ciudad de Buenos Aires, Argentina en el año de 1994. Para el desarrollo del análisis emplearon un hidrocódigo el cual considera la interacción fluido-estructura (en la que el fluido es representado por el aire que ocupa el edificio). Los investigadores consideraron una carga de explosivos equivalente a 400kg de TNT los cuales se colocaron en la entrada del edificio.

En resumen, se modeló el edificio completo conformado por la estructura de concreto reforzado y los muros de mampostería y una base rígida representando el suelo del terreno e incluso, el volumen de aire que ocupa el mismo edificio. No obstante, se realizaron modelos constitutivos para la asignación de las propiedades mecánicas de los materiales correspondientes. Dichos modelos son: aire, concreto reforzado, mampostería y, erosión. El análisis se inicia modelando la detonación y la propagación de la onda de presión al interior del explosivo y en las capas de aire externas con las cuales tenía contacto el explosivo. Enseguida se representan los resultados de dicho análisis en el modelo del edificio para posteriormente simular la propagación de la onda de presión en la masa de aire circundante y su interacción con la estructura del edificio. Por último, los investigadores realizaron un análisis dinámico explícito con el cual pudieron reproducir el desarrollo completo del colapso de la estructura para poder así, hacer la comparación del resultado final del edificio de la simulación con el estado en el que quedó el edificio real validando el análisis y las hipótesis realizadas.

Se explica brevemente en que consistieron los modelos constitutivos de los cuales se completó el modelo general:

- Aire. Para la modelación de este elemento los investigadores recurrieron a la ecuación de estado de gas ideal, considerando las siguientes propiedades:

Ecuación de estado de gas ideal	
$\gamma = 1.4$	
Densidad de referencia	1.225 E-03 g/cm <sup>3</sup>
Temperatura de referencia	2.882 E+03 °K
Calor específico (C.V.)	7.173 E+02 J/kgK

Tabla 2.4.1. Propiedades del aire modelado (Luccioni, Ambrosini y Danesi, 2003).

- **Concreto reforzado.** Se usó un modelo elastoplástico con resistencia a la tensión incrementada para considerar la aportación del acero en la resistencia. Para la calibración de la estructura de concreto reforzado, se utilizaron los resultados del análisis de una columna de la planta baja (que es un elemento clave para la ocurrencia del colapso progresivo de la estructura) de 5m de altura con sección de 30x30cm y una cuantía del 4% de refuerzo. La resistencia a la tensión del modelo fue ajustada para conseguir la misma carga última bajo cargas estáticas distribuidas que las presentadas en la columna real. De manera adicional, los investigadores realizaron un análisis dinámico de la columna con una carga explosiva de 400 kg de TNT a 2.5m de distancia y controlaron que el modelo general llevara a un estado de daño similar al presentado en la columna analizada. Así mismo, la resistencia a compresión se tomó con la obtenida mediante pruebas hechas a los restos de la estructura que permanecieron en pie.

Las propiedades mecánicas consideradas se muestran en la siguiente tabla:

Ecuación de estado lineal	
Densidad de referencia	2.750 g/cm <sup>3</sup>
Modulo volumétrico	2.527E+07 kPa
Modelo de resistencia	Von Mises
Modulo elástico transversal	1.220E+07 kPa
Limite elástico	1.000E+04 kPa
Criterio de falla	esfuerzo principal
Esfuerzo de falla	1.000E+04 kPa

Tabla 2.4.2. Propiedades mecánicas del concreto reforzado (Luccioni, Ambrosini y Danesi, 2003).

- **Mampostería.** Para el caso de este elemento se utilizó un modelo elastoplástico de igual forma que en el caso del concreto reforzado, pero reduciendo la resistencia para asemejarla a la de los muros existentes en el edificio.

Las propiedades mecánicas consideradas se muestran en la siguiente tabla:

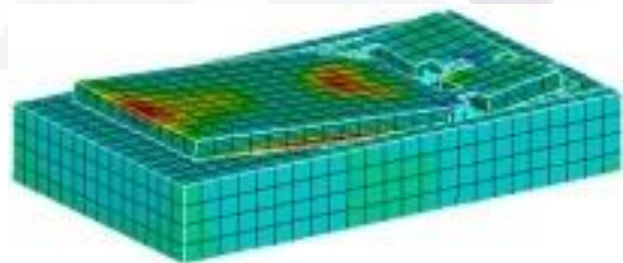
Ecuación de estado lineal		Evolución del límite elástico con la presión media	
Densidad de referencia	2.750 g/cm <sup>3</sup>	Presión (kPa)	Limite elástico (kpa)
Modulo volumétrico	2.527E+07 kPa		
Modelo de resistencia	Von Mises	0.000E+00	1.000E+04
Modulo elástico transversal	1.220E+07 kPa	3.600E+04	3.130E+04
Limite elástico	1.000E+04 kPa	1.460E+05	1.140E+05
Criterio de falla	esfuerzo principal	2.700E+05	1.140E+05
Esfuerzo de falla	1.000E+04 kPa		

Tabla 2.4.3. Propiedades mecánicas de la mampostería (Luccioni, Ambrosini y Danesi, 2003).

- Erosión. EN la investigación se utilizaron modelos de erosión del concreto y mampostería basados en un criterio de deformación. Para calibrar dichos modelos se usaron los resultados de pruebas hechas a una losa de concreto apoyada en el suelo y sometida a carga explosivas de diferente magnitud (figura 2.4.1). En la figura 2.4.1 a se aprecia el estado final de la losa ensayada después de tres explosiones aplicadas, mientras en que la 2.4.1 b se muestra el resultado de una de las simulaciones virtuales realizadas.



(a)



(b)

Figura 2.4.1. Losa de concreto ensayada con cargas explosivas (a) estado final de una losa de concreto ensayada con 3 cargas explosivas; (b) resultado de una simulación numérica de explosión en la losa.

## 2.5 El desempeño de un marco semirrígido de acero en colapso progresivo.

Che Hengchao presentó un artículo en el año 2016 por parte de la universidad vocacional y técnica Zunyi, provincia de Guizhou en China, en la que compara marcos de acero con uniones rígidas (conexiones con soldadura tradicional) con marcos con uniones semirrígidas (conexiones con placas tipo end-plate y atornilladas). Luego de una serie de análisis, el autor propone que las uniones semirrígidas en los marcos de acero tienen una clara ventaja sobre las uniones rígidas; además de requerir de un menor tiempo de colocación, proporcionan un mejor desempeño sísmico y mayor ductilidad. El autor realizó simulaciones numéricas utilizando el programa ANSYS y complementando con SAP 2000 para la obtención de curvas de fuerza general.

El autor plantea que “la distribución de los esfuerzos en las conexiones atornilladas tipo end-plate es compleja, dadas las condiciones de contacto entre elementos, la tensión previa aplicada en los tornillos y el desarrollo plástico de los materiales metálicos, también los problemas de grandes deformaciones “. (Hengchao, Chen 2016, p. 237).

Para el marco se tomaron en cuenta columnas de sección H 400x350x12x16 mm y, traveses de sección H 400x300x12x16 mm. Se muestra en la figura 2.5.1 a un detalle longitudinal de la conexión analizada; en la figura 2b, se aprecia el modelo hecho para su análisis en elemento finito.

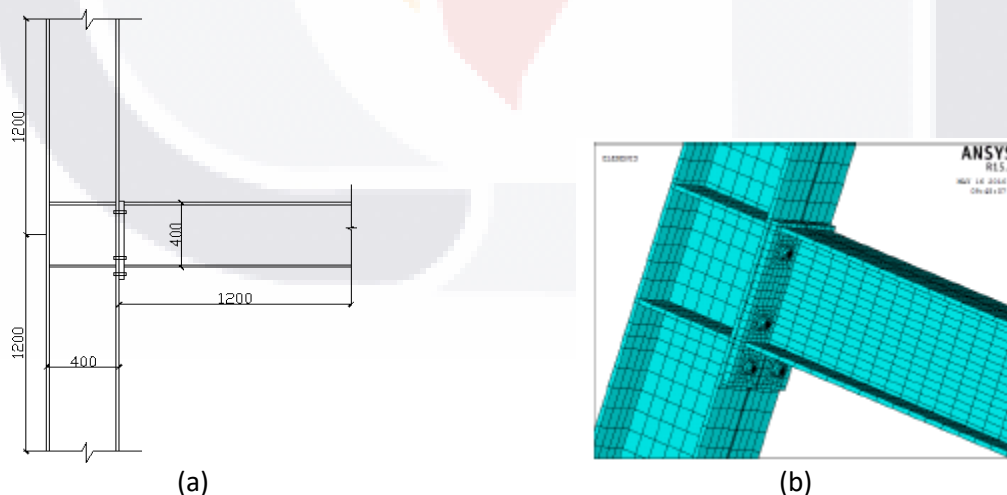


Figura 2.5.1 Modelo de la conexión semirrígida (a) Configuración geométrica de la conexión (b) Modelo virtual de la conexión en elemento finito (Hengchao, Chen, 2016)

Llevando a cabo los análisis de ambos casos de conexiones (rígidas y semirrígidas) el autor obtiene las curvas de fuerza-desplazamiento de estas y determina que en un principio la conexión rígida tiene un 9.8% más de rigidez en comparación con la semirrígida, mientras que la resistencia última de la primera conexión es 7.1% mayor a la de la segunda. No obstante, la fractura frágil que se presenta en las siguientes etapas del análisis provoca que la conexión rígida sea dañada. En la figura 2.5.2 se puede apreciar la diferencia entre la capacidad de deformación de ambas conexiones; como se mencionó anteriormente, la conexión semirrígida posee una mayor ductilidad lo que le permite tener un mejor comportamiento incluso al presentarse el mecanismo de catenaria provocado por la pérdida de alguno de los elementos principales de la estructura.

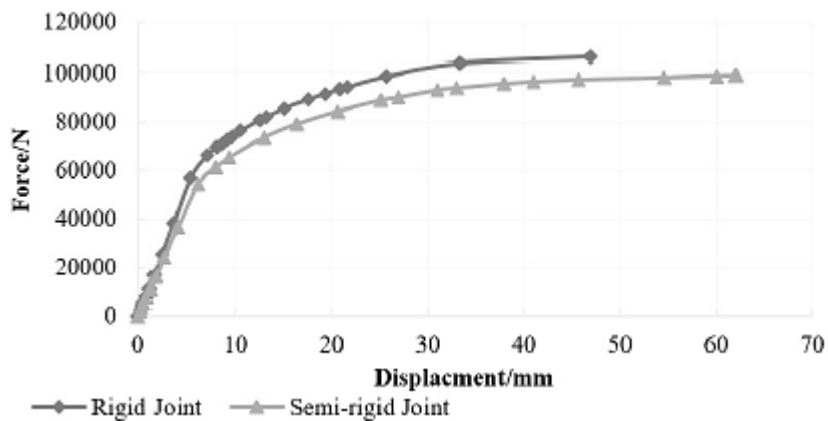


Figura 2.5.2. Curvas de fuerza-desplazamiento de conexiones rígidas y semirrígidas (Hengchao, Chen, 2016)

El análisis de elemento finito mediante el programa SAP 2000 se usó para verificar un marco de acero que, en cada lado tiene 4 claros de 9.0 m y 5 niveles, siendo la altura de estos de 3.6m. De acuerdo a FEMA 356, articulaciones plásticas M3 se aplicaron en los extremos de las traveses y, articulaciones plásticas P-M2-M3 se aplicaron igualmente en los extremos de las columnas. Así mismo, el autor consideró lo establecido en GSA 2003 para la carga  $G=CM+0.25CV$  (donde CM es la carga muerta y CV la carga viva).

En la figura 2.5.3 se muestra el desarrollo de articulaciones plásticas en los marcos rígido y semirrígido bajo el análisis tipo Pushdown. Basado en el análisis, el autor concluye que el patrón

de falla del marco semirrígido bajo la carga de colapso es más ideal que el correspondiente al marco rígido con mayor cantidad de articulaciones plásticas desarrolladas.

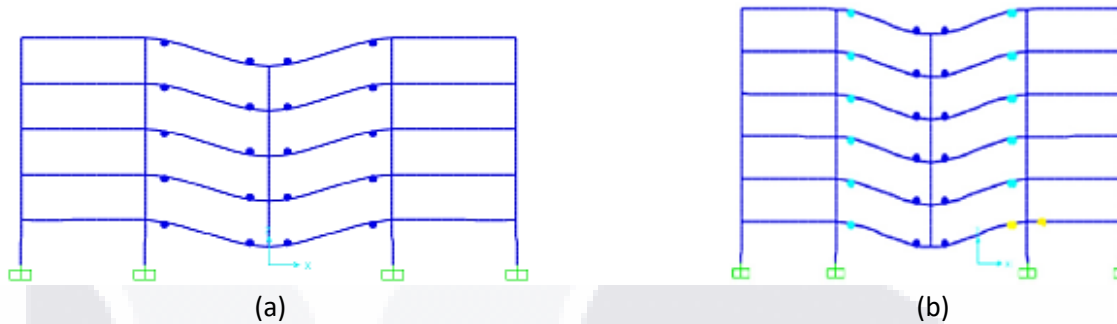


Figura 2.5.3 Formación de Articulaciones plásticas en ambos marcos (a) marco rígido (b) marco semirrígido (Hengchao, Chen, 2016)

En las conclusiones que determina el autor del artículo destacan que el desplazamiento de la conexión que falló es mayor en el caso del marco semirrígido, así como la amplitud de su oscilación, y con ello se observa que se tiene una mayor capacidad de disipación de energía. Ahora, gracias al análisis de fuerzas internas en las trabes, se observó que es más probable que este tipo de marcos estructurales entre en la etapa de catenaria bajo condiciones de un posible colapso, con lo que se disipa más energía. Por otro lado, si bien la estructura de marcos rígidos es más estable y puede brindar un apoyo efectivo a la parte de la estructura que está por encima de la conexión que falló, su capacidad de deformación es mucho menor; se tiene una menor absorción de energía y, la falla frágil suele ocurrir bajo condiciones de colapso progresivo.

Finalmente, dado que ambos tipos de marcos (rígidos y semirrígidos) tienen ventajas y desventajas el uno contra el otro, sería recomendable emplear una fusión de ambos para lograr estructuras más resistentes ante el riesgo de un colapso progresivo.

## **2.5 Método del elemento aplicado para análisis estructural: Teoría y aplicación para materiales lineales.**

En el año 2000 los doctores Hatem Tagel-Din y Kimiro Meguro acuñaron el termino Método del Elemento Aplicado en su artículo titulado “Método del elemento aplicado para análisis estructural: Teoría y aplicación para materiales lineales”. En dicho documento, enfocado principalmente a estructuras sometidas a efectos de sismo, abordan los aspectos básicos del método como sus fundamentos físico-matemáticos y las aplicaciones que a éste se le pueden dar. Relacionado a las aplicaciones a darle al método del elemento aplicado, los autores resaltan la importancia de considerar los siguientes factores en el análisis, a fin de tener un rango amplio de cobertura:

- Efectos de fuerzas de inercia.
- Efectos de la dirección de la carga.
- Efectos de los cambios geométricos.
- Efectos de las propiedades de los materiales.

Las investigaciones con este método han demostrado tener considerable precisión en los análisis elásticos, iniciación y propagación de agrietamientos, estimación de cargas de falla en estructuras de concreto reforzado, análisis dinámico no lineal de estructuras sometidas a terremotos severos, comportamiento no lineal de estructuras de tabique, entre otros.

### **Capítulo III: Marco teórico.**

Se hace una descripción en este capítulo, de los conceptos teóricos básicos que están implícitos en el estudio del colapso progresivo de una estructura. Los puntos a abordar son: breve reseña histórica de las estructuras y aspectos básicos de las mismas, colapso de estructuras y, descripción del método del elemento aplicado.

#### **3.1 Aspectos básicos de las estructuras.**

Una estructura es un conjunto de elementos (pueden variar en forma y el material que los constituyen) unidos entre sí, distribuidos de forma tal que permita soportar cargas de diferente índole, distribuyendo los esfuerzos que actúan en dichos elementos y transmitiendo las cargas a uno o varios puntos de apoyo.

##### **3.1.1. Propiedades de una estructura**

Existen dos aspectos fundamentales que influyen el correcto funcionamiento de una estructura y son las propiedades mecánicas y las propiedades geométricas de la misma. Es de suma importancia considerar dichas propiedades al realizar la propuesta estructural de cualquier tipo de construcción, ya que estas la harán más resistente ante el riesgo de un daño incluyendo el colapso progresivo.

Las propiedades mecánicas corresponden más bien a los materiales de los que está conformada la estructura. Considerar dichas propiedades juega un papel preponderante al realizar un proyecto estructural ya que estas darán o restarán resistencia a cada elemento de los que se conforma una estructura. Se pueden considerar dos grandes grupos de propiedades mecánicas de materiales de acuerdo a su comportamiento: materiales dúctiles y materiales frágiles. Dichos grupos son conformados por propiedades como la resistencia y la rigidez, y el grado de estas varía en cada material.

La resistencia hace referencia a la capacidad de un material para soportar los esfuerzos (de tensión y compresión) producidos por una carga, por lo tanto, a mayor resistencia del material mayor será el esfuerzo último que soporte; la rigidez por su parte, es la capacidad de oponer resistencia a la deformación en el rango de comportamiento elástico ante la acción de la carga aplicada lo cual es



medido por el módulo de elasticidad. Los diferentes materiales empleados en la construcción poseen por naturaleza alguna de estas características en mayor o menor grado, sin embargo, hay algunos en los que la mano del hombre puede modificar considerablemente dichas propiedades. Tal es el caso del acero estructural, el cual, es creado a partir de la mezcla del hierro puro con otro mineral como el carbono, y posteriormente según se requiera, es aleado en diferentes porcentajes con metales como el níquel, el manganeso, el silicio, entre otros. En dichas aleaciones y en el tratamiento que se le da durante la fabricación es que el acero puede obtener una mayor ductilidad o una mayor fragilidad dependiendo el caso.

Un medio para poder comprender de manera más clara el comportamiento que tienen los diferentes materiales de acuerdo a sus propiedades mecánicas es una gráfica esfuerzo-deformación, la cual expresa la relación entre el esfuerzo que produce una carga sobre un determinado material y la deformación que este sufre (figuras 3.1.1a, 3.1.1b y 3.1.1c).

A continuación, se describen ambos grupos principales y sus características variables:

- La ductilidad es la propiedad que tienen ciertos materiales de absorber grandes cantidades de energía (tenacidad) y sufrir deformaciones sostenibles considerables antes de llegar al punto de ruptura. El grado de ductilidad se puede identificar sólo dentro del régimen de comportamiento plástico en el cual, las deformaciones mencionadas no son recuperables. La resistencia que tienen los materiales dúctiles por lo general es menor que la de los materiales frágiles por lo que la recta del rango elástico tiende a ser más corta; por su parte, la rigidez será también menor ya que este tipo de materiales tiende a deformarse más fácilmente en el rango elástico de modo que, la recta mencionada tendrá una menor pendiente (figura 3.1.1a). De acuerdo a Frederick S. Merritt (2014), la ductilidad depende de la temperatura y los esfuerzos internos, así como de las características del material; un material que puede tener un comportamiento dúctil en condiciones determinadas, puede tener falla frágil a temperaturas más bajas o bajo esfuerzos de tensión en dos o tres direcciones perpendiculares.

Los materiales para construcción considerados dúctiles tienen, por lo tanto, una mayor flexibilidad en su estructura interna. Ejemplos de dichos materiales son principalmente algunos

tipos de metal como el acero, el aluminio y el cobre; sin embargo, existen algunos otros como algunos tipos de madera que se considera también dúctil, aunque en menor grado.

Las medidas generalmente utilizadas para determinar el grado de ductilidad de un material son el porcentaje de alargamiento (también llamado porcentaje de elongación) y el porcentaje de reducción de área. En el caso del primero, la expresión aplicable es:

$$\text{Porcentaje de alargamiento} = 100 \cdot \frac{L_B - L_0}{L_0}$$

donde  $L_0$  representa la longitud inicial de la probeta y  $L_B$  la longitud final a la ruptura.

Para el caso del porcentaje de reducción de área, se emplea la siguiente:

$$\text{Porcentaje de reducción de área} = 100 \cdot \frac{A_0 - A_B}{A_0}$$

donde  $A_0$  representa el área inicial de la sección transversal de la probeta y  $A_B$  el área mínima de la sección transversal a la ruptura.

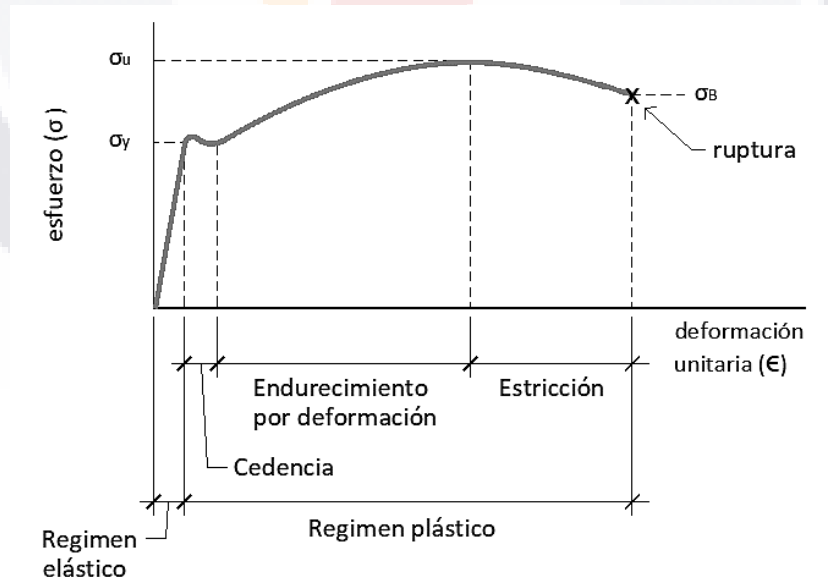


Figura 3.1.1a. Diagrama esfuerzo-deformación de materiales dúctiles.

- La fragilidad por su parte, es una característica con la que se debe tener especial cuidado ya que, el material con esta característica tiene una elasticidad prácticamente nula y, al tener un alto grado de resistencia presentará una falla súbita (ruptura) ante la acción de cargas considerables, sin haber sufrido deformaciones perceptibles que nos permitan advertir el sobreesfuerzo al que dicho material se está sometiendo. Los materiales frágiles por lo general tienen más resistencia que los dúctiles con lo cual, la recta del rango elástico será más larga en los primeros; así mismo, la rigidez que corresponde a esta característica es mayor y, por lo tanto, la recta mencionada tendrá una pendiente más pronunciada lo que significa que las deformaciones elásticas presentadas en el material serán mucho menores y seguidas inmediatamente por la ruptura del material (figura 3.1.1b). En el caso de construcciones que estarán en constante presencia de grandes cargas dinámicas y/o cíclicas como fuertes rachas de viento, eventos sísmicos, movimientos repetitivos de cargas vivas, etc., éstas serán más vulnerables ante el riesgo de un colapso sino se toman medidas de ingeniería adecuadas.

Ejemplos de materiales frágiles usados en la construcción son el acero con alto grado de carbono, diferentes piezas de mampostería como ladrillos, bloques de concreto y piedra braza entre otros, y, algunos tipos de madera.

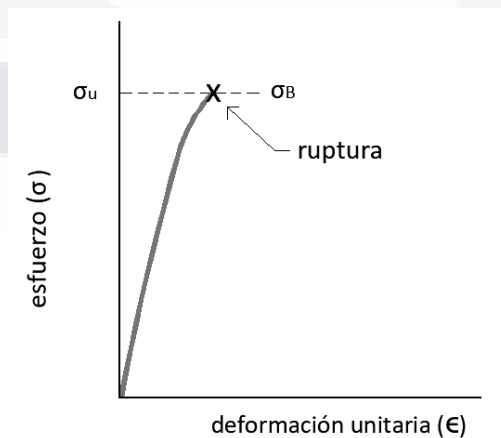


Figura 3.1.1b. Diagrama esfuerzo-deformación de materiales frágiles.

En las cuales  $\sigma_y$  representa el esfuerzo límite en el que fluye el material, es decir, el punto fronterero entre el régimen elástico y el plástico y a partir del cual, las deformaciones ya no serán recuperables;  $\sigma_u$  es la resistencia última que soporta en material ante la carga aplicada;  $\sigma_B$  es el punto en que el material se fractura y falla, llamado también resistencia a la fractura.

Se puede apreciar en la figura 3.1.1c que algunos tipos de acero que tienden a un comportamiento frágil, aumentan su resistencia y, aunque con un mismo grado de rigidez, disminuyen su capacidad de deformarse sostenidamente antes de llegar a la ruptura, presentándose esta en una etapa más temprana de la deformación unitaria.

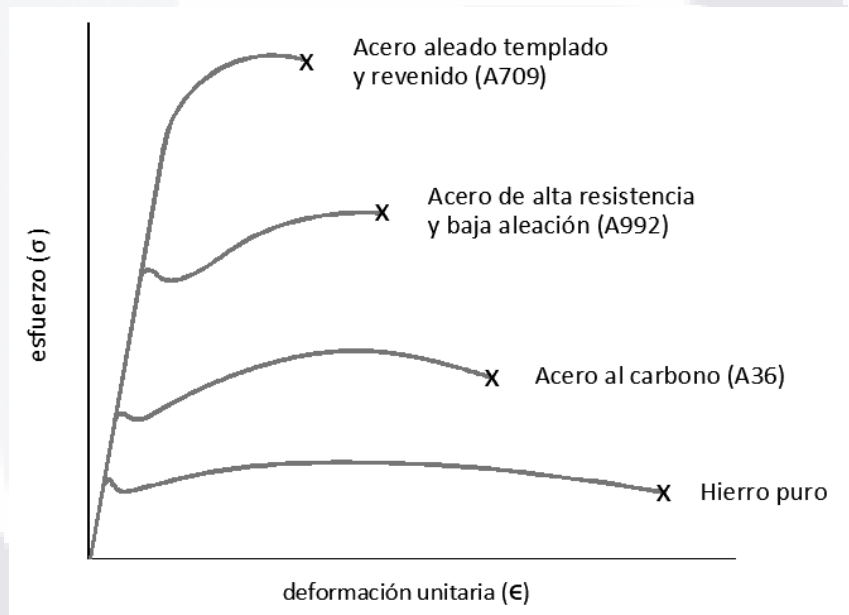


Figura 3.1.1c. Diagrama esfuerzo-deformación de diferentes grados de acero.

Por otra parte, se tienen las propiedades geométricas de una estructura. Es el otro factor esencial en el comportamiento de una estructura y que es representado por su configuración, es decir, la cantidad y el arreglo de los elementos que conforman la estructura. Factores como la redundancia, la continuidad y la densidad estructural son preponderantes ya que aportarán, al igual que las propiedades mecánicas de los materiales, a la capacidad de una estructura para resistir diferentes tipos de acciones durante su funcionamiento que lo pueden afectar seriamente e incluso poner en riesgo de colapso. Su importancia es tal que a pesar de que los elementos

conformantes de una estructura sean de un material adecuado, no serán suficientes en la mayoría de los casos si no cuentan con el respaldo de las propiedades geométricas antes mencionadas.

Dentro del conjunto de dichas propiedades las más importantes son las siguientes:

- La redundancia es el grado de resistencia que una estructura opone ante deformaciones y daños provocados por cargas gravitacionales y laterales, quedando aquella en función de la cantidad de apoyos y elementos estructurales que, mientras mayor sea, se dotará de más hiperestaticidad a la estructura, disminuyendo el desarrollo de articulaciones plásticas que pueden derivar en el colapso. Es decir, que mientras una estructura tenga mayor cantidad de elementos y apoyos (marcos y muros portantes) tiene una mayor redundancia, que produce una redistribución más eficiente de las solicitaciones entre los elementos de la estructura y, por consiguiente, serán menores los esfuerzos que actúen en ellos. Lo anterior provoca que la estructura tenga más capacidad para entrar en el rango de comportamiento no lineal reduciendo así la probabilidad de falla. En 1999, Bertero y Bertero determinaron que “el grado de redundancia ante carga lateral no sólo depende de las propiedades geométricas estructurales, refuerzo y detallado, sino también del comportamiento dinámico de la estructura, y del patrón de cargas laterales” (Tena A., Cortés J., Godínez E., 2016). Llevaron además un estudio de análisis en el límite plástico de dos marcos los cuales uno tenía una sola crujía mientras que el segundo era de dos crujías (figura 3.1.1d).

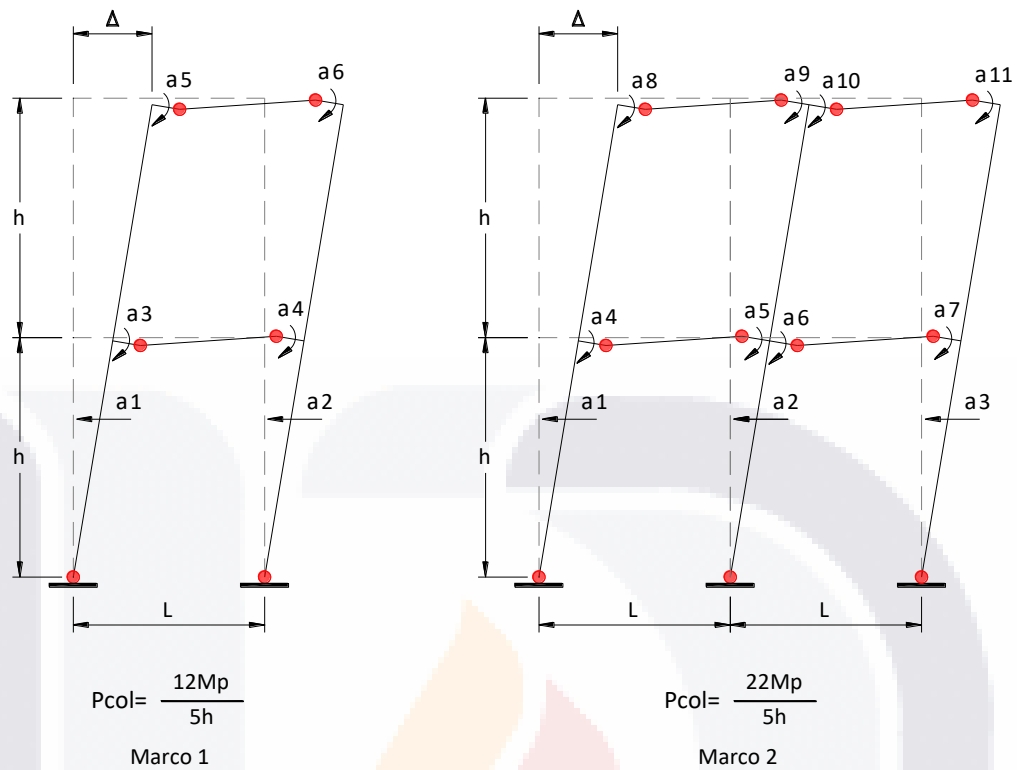


Figura 3.1.1d Marcos estudiados por Bertero y Bertero para comprobar las ventajas de la redundancia estructural (Tena A. et al, 2016)

El hecho de tener un número escaso de marcos estructurales en uno o más sentidos en la planta de un edificio, hace a este más vulnerable ante el riesgo de sufrir daños severos que incluyen el colapso. Existen innumerables casos de construcciones que se vieron seriamente afectadas o que colapsaron debido a la ausencia de esta propiedad. Se cita el ejemplo de los edificios del centro multifamiliar Juárez ubicados en la ciudad de México y construidos entre 1950 y 1952. Como se puede ver en la figura 3.1.1e consistían en edificios de plantas alargadas y bastante esbeltas, ya que tenían en un sentido un número considerable de crujías mientras que en el otro apenas tenían una sola.



Figura 3.1.1e. Edificios tipo “C” de multifamiliar Juarez, colapsados debido al sismo de 1985. (imagen de <https://mxcity.mx/2017/08/la-triste-historia-del-multifamiliar-juarez-o-lo-que-queda-de-el/>)

Es evidente que en el sentido corto se tiene practicamente nula redundancia dada la existencia de un solo claro en el marco correspondiente. Como se ha mencionado, es de suma importancia dotar de esta propiedad a toda estructura con mayor razón a aquellas ubicadas en zonas de eventos sísmicos frecuentes. De aquellos edificios los que tenían de 6 a 12 niveles o más colapsaron debido al efecto del sismo ocurrido el 19 de septiembre de 1985 (figura 3.1.1f).



Figura 3.1.1f. Edificio C-4 de multifamiliar Juarez, colapsado debido al sismo de 1985. (imagen de <https://www.viajabonitomx.com/2013/09/10-datos-sorprendentes-del-terremoto-de.html>)

La redundancia en una estructura tiene una importancia tal que ha sido considerada en varios códigos y manuales de diseño estructural utilizados actualmente como los son el *ASCE 7-10* en E.U. y, el *Manual de diseño de obras civiles, Diseño por sismo* de la CFE en México. En el caso del primero, la influencia de esta propiedad se incluye como el factor de corrección por redundancia estructural el cual afecta a la variable E que representa el efecto de las fuerzas sísmicas horizontales y verticales. Dicho efecto está dado mediante las siguientes expresiones:

$$E = E_h + E_v$$

para combinación que considera carga muerta, efecto de sismo, carga viva, granizo o nieve y, viento y,

$$E = E_h - E_v$$

para combinación que considera carga muerta y efecto de sismo o de viento.

En dichas ecuaciones, el empuje horizontal del sismo,  $E_h$ , es en el que se incluye el factor por redundancia siendo definido por la expresión:

$$E_h = \rho \cdot Q_E$$

En la que  $Q_E$  es el efecto de la fuerza sísmica horizontal.

En la anterior, el factor  $\rho$  puede tener un valor de 1.0 o de 1.3 dependiendo la categoría a la que corresponda la estructura analizada, el porcentaje del cortante basal que resista cada entrepiso y, la regularidad de la planta del edificio, entre otros.

En el caso del Manual de diseño de obras civiles para sismo de la CFE, se considera la influencia de esta propiedad mediante el factor de redundancia ( $\rho$ ) el cual, toma valores diferentes que el equivalente en el *ASCE 07-10*. Este factor se incluye al determinar el coeficiente sísmico que se ha de emplear para calcular la fuerza del sismo que actúa en la estructura; el coeficiente está dado por:

$$c' = \frac{c \cdot \beta}{\alpha \cdot Q' \cdot R \cdot \rho}$$

Para la cual  $c$  es el coeficiente sísmico no reducido,  $\beta$  es el factor de amortiguamiento,  $\alpha$  es factor de corrección por irregularidad,  $Q'$  es el factor reductor por ductilidad,  $R$  representa el factor por sobrerresistencia.



Los valores indicados para el factor de redundancia son:  $\rho=0.8$ , para estructuras con al menos dos marcos (de un claro) o líneas de defensa paralelas a la dirección del análisis;  $\rho=1.0$ , para estructuras con al menos dos marcos (de dos claros) o líneas de defensa paralelas a la dirección del análisis; y finalmente,  $\rho=1.25$ , para estructuras con al menos tres marcos (de tres claros o más) o líneas de defensa paralelas a la dirección del análisis.

- La continuidad en una estructura se puede definir como la capacidad que tienen dos o más de sus elementos unidos entre sí, para actuar como si fueran uno solo, al transmitirse mutuamente esfuerzos y deformaciones.

Las condiciones de continuidad entre elementos de una estructura dependen esencialmente del detalle constructivo con que se resuelve la conexión. Se puede lograr un nudo rígido, o sea uno en que no existan deformaciones concentradas que permitan movimientos relativos entre los dos elementos que se conectan (figura 3.1.1g), o se puede detallar la conexión de manera que se libere alguna restricción ya sea de desplazamiento o de giro, logrando, por ejemplo, una articulación. (Meli, 2004).

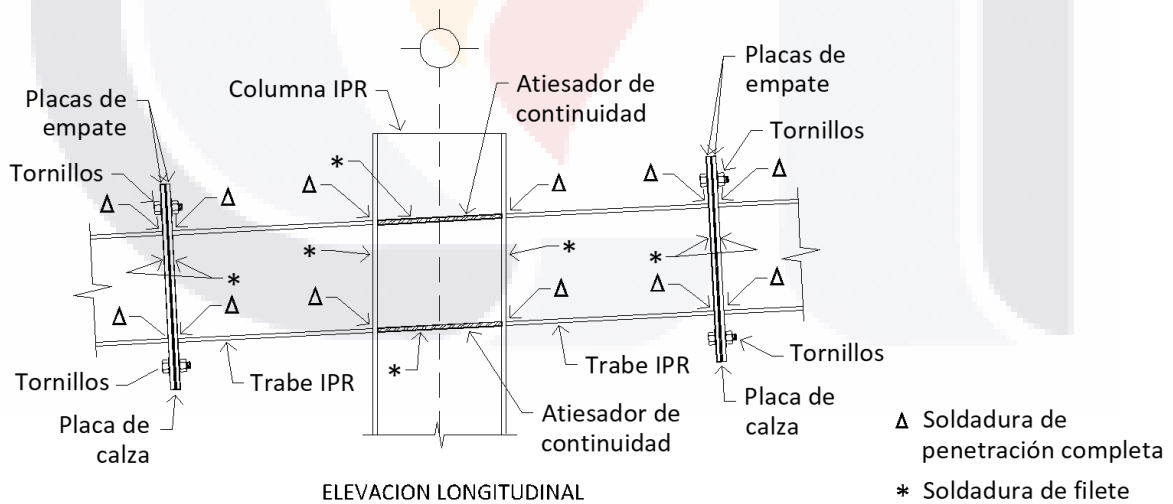


Figura 3.1.1g Conexión con continuidad en estructura de acero

Según Fernando A. Díaz (2012) en el caso del concreto reforzado, la continuidad se logra cuando las varillas de refuerzo de dos elementos alineados (principalmente las trabes) que tienen

contacto, quedan traslapadas entre sí. Para dicho caso se considera que, si la longitud de uno de los dos elementos es menor al 75% que la del otro, no se tiene una continuidad en el elemento de mayor longitud, aunque sí en el más corto.

- La densidad estructural hace referencia a la relación que existe entre el área transversal de los elementos estructurales verticales (columnas y muros) en cada planta de una construcción y el área total de dicha planta. Es un factor muy importante sobre todo para brindar a la estructura resistencia ante eventos sísmicos. Como es natural, en sus orígenes los métodos analíticos de ingeniería tenían un alcance muy limitado aunado al desconocimiento de materiales más eficientes como el acero estructural o el concreto reforzado, por lo tanto, los sistemas constructivos arrojaban edificaciones con una densidad estructural muy alta, comparada con las utilizadas en la actualidad. Para dar una idea más clara de ello, obras como el templo de Khonsu en la ciudad de Tebas, Egipto, construido en el año 1,500 a.C. aproximadamente, e incluso el conocido Taj Mahal del año 1650 d.C. aproximadamente construido en la ciudad de Agra, India, tienen una densidad estructural de alrededor del 50% de su área total (figura 3.1.1h).

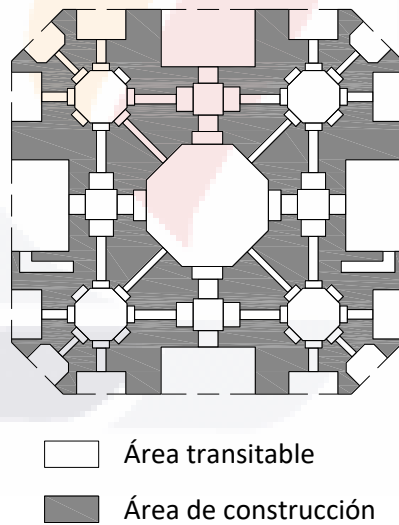


Figura 3.1.1h. Planta constructiva del mausoleo Taj Mahal

En la actualidad se recomienda considerar una densidad estructural siempre mayor al 1% para construcciones de una o más plantas. Un ejemplo de ello es la Torre Sears ubicada en la ciudad de Chicago, E.U. construida entre 1970 y 1974 totalmente en acero estructural, la cual tiene una

densidad aproximada del 2%. Sin embargo, en lugares donde se tiene constante actividad sísmica de gran magnitud como es el caso de Chile y Japón, se acostumbra una densidad de entre el 3% y el 5%.

En caso de no cumplir con la recomendación de densidad mínima se tiene una probabilidad mayor de que la construcción sufra daños severos e incluso el colapso, principalmente en zonas sísmicas. Tal es el caso del edificio de gobernación del departamento de Quindío, Colombia, el cual, sufrió el colapso de un anexo principal. En enero de 1999 tuvo lugar un sismo de magnitud 6.2° el cual, sin ser demasiado fuerte en comparación con otros registrados en el cono sur, provocó el colapso de muchas construcciones en la ciudad, incluido el anexo mencionado que tenía una densidad estructural aproximada del 0.88% (figuras 3.1.1i y 3.1.1j).

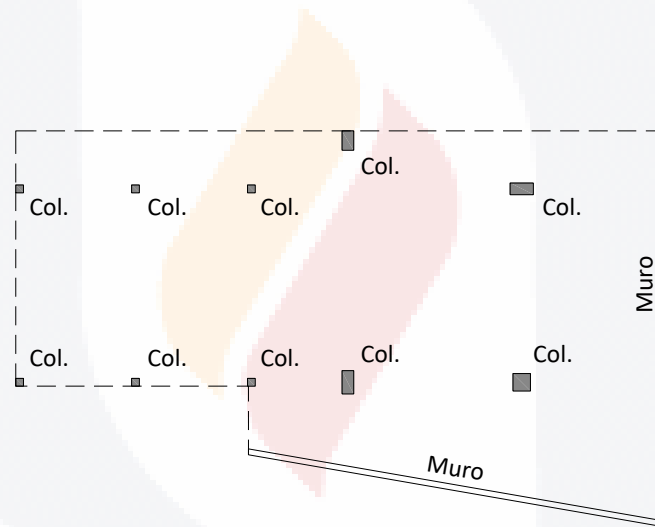


Figura 3.1.1i. Planta del sembrado de columnas en anexo de edificio de gobernación de Quindío, Colombia.



Figura 3.1.1j. Imagen del colapso del anexo de edificio de gobernación de Quindío, Colombia, tras el sismo presentado en 1999.

### **3.2 Colapso de estructuras.**

#### **3.2.1. Definición de colapso de estructuras**

Definamos colapso de una estructura como el derrumbamiento de ésta, o de una parte de ella, debido al desprendimiento de varios de los elementos que la componen, provocado por una excedencia de los esfuerzos permisibles de los materiales empleados para la construcción de la estructura.

Existen múltiples causas que derivan en el colapso de una estructura. Dichas causas pueden ser clasificadas dentro de dos grupos principales:

1. Causas accidentales (de origen natural o antropogénico), y pueden consistir ya sea en cargas imprevistas que actuarán sobre la estructura, o bien, en deficiencias o errores en el cálculo estructural o en la construcción de la estructura; o del tipo intencional (de origen antropogénico). Las cargas imprevistas son aquellas cargas que por lo general no se contemplan en el diseño de una estructura debido a que quedan fuera del uso de la misma o de su entorno, o bien, sí fueron consideradas, pero al presentarse exceden considerablemente la magnitud que se había empleado para el diseño de la estructura. Ejemplos de estas pueden ser:

- Darle un uso diferente para el cual fue diseñada la estructura, un caso de ello puede ser cuando se usa un edificio de varios niveles que fue diseñado para uso habitacional y finalmente se utilizó como gimnasio;
  - Cargas imprevistas de materiales y/o instalaciones: se puede presentar que se almacenen dentro de la construcción los materiales usados durante la ejecución de la obra o bien, que se incluyan equipos de diferente índole considerablemente pesados en las losas de entrepiso o azotea siendo que en el diseño estos no estaban contemplados;
  - Fuerzas súbitas como explosiones o impactos de considerable magnitud: corresponden a explosiones por fugas accidentales de gas o, impactos de vehículos contra la estructura del edificio en cuestión (figura 3.2.1a);
  - Exceso de magnitud de cargas consideradas: por lo general son representadas por acumulaciones no consideradas de agua, granizo o nieve en losas de azotea o cubiertas (figura 3.2.1b); las rachas de viento fuertes también son ejemplo de este caso (figura 3.2.1c).
  - Deficiencias o errores en estudios geotécnicos del terreno en el que se realizará el proyecto.
2. Causas intencionales (de origen antropogénico) son aquellas en que el ser humano lleva a cabo con el fin de causar un daño grave a una estructura que pueda provocar el colapso parcial o total de ella. Ejemplos de este tipo de causas pueden ser:
- Actos terroristas: en este tipo de eventos suelen utilizarse explosivos colocados directamente dentro o fuera de la estructura o bien, mediante autos bomba (figura 3.2.1d).
  - Demoliciones controladas: estas se realizan en algunos casos mediante medidas combinadas como son cortes de columnas principales y la utilización de explosivos, y en algunos otros casos solo el empleo de explosivos.



Fig. 3.2.1a. Colapso parcial de casa habitación por impacto accidental de vehículo (Galicia, España 2016)



Fig. 3.2.1b. Colapso parcial de salón de eventos por acumulación de nieve en cubierta (Saltillo, México 2017)



Fig. 3.2.1c. Anuncio espectacular colapsado debido a fuertes rachas de viento y lluvia (Cd. Mx., Mexico 2017)



Fig. 3.2.1d. Colapso parcial de edificio Alfred P. Murrah por atentado terrorista (Oklahoma, E.U. 1995)

### 3.2.2 Colapso progresivo de estructuras

Entendamos el colapso progresivo de la siguiente manera:

*Colapso progresivo es la propagación de una falla local inicial de elemento a elemento que deriva en el colapso de una estructura completa o de una parte desproporcionadamente grande de ella (ASCE 07-10).*

El desarrollo del colapso progresivo tiene inicio cuando sólo un elemento principal de la estructura, especialmente una columna, falla (presentándose una ruptura total debido a la excedencia en su capacidad última lo cual da lugar a un desprendimiento en el punto de la conexión de elemento a elemento o en un punto cercano a ésta, dándose con ello la pérdida de dicho elemento; consecuente a este hecho, súbitamente se redistribuyen las cargas actuantes e incrementan los esfuerzos que actúan en los elementos adyacentes al elemento afectado hasta un nivel suficiente para provocar a su vez fallas de desprendimiento en dichos elementos y con lo cual se presenta el derrumbamiento de una fracción desproporcionada de la estructura o bien de su totalidad.

Como ya se mencionó, una estructura puede fallar y llegar al colapso por el efecto combinado de cargas extraordinarias que son cargas imprevistas en el diseño e incluso por el de cargas de diseño que son las cargas previstas (siendo esto último, señal de un mal diseño y/o construcción de la

estructura por parte de los profesionales especializados) y un escaso grado en las propiedades mecánicas y geométricas mencionadas anteriormente.

Al hablar del colapso progresivo debemos entender que se trata de un proceso dinámico no lineal en el que tanto el elemento principal fallado como los elementos adyacentes a él pasan rápidamente del rango de comportamiento elástico al plástico en el cual, comienzan a aparecer los agrietamientos junto con las deformaciones irreversibles y se alcanza en poco tiempo, el esfuerzo de ruptura separándose los elementos en uno o varios de sus puntos.

Según McCormac y Brown (2011), para el caso de los elementos de concreto, cuando en una viga las cargas transversales se incrementan gradualmente hasta alcanzar la falla, encontraremos que la viga pasa por tres etapas distintas antes de que ocurra el colapso. Éstas son:

- 1) Etapa del concreto no agrietado. Las cargas son pequeñas, cuando los esfuerzos de tensión son menores que el módulo de ruptura (esfuerzo de tensión por flexión por el cual el concreto comienza a agrietarse), la sección transversal total de la viga resiste la flexión, con compresión en un lado y tensión en el otro.
- 2) Etapa con esfuerzos elásticos y concreto agrietado. Al aumentar las cargas las grietas de la parte inferior comienzan a crecer rápidamente hacia el eje neutro el cual se va desplazando hacia la zona en compresión. Las grietas aparecen en aquellos puntos donde el momento real es mayor que el momento de agrietamiento. En este punto el acero es quien resiste la tensión actuante. Esta etapa se mantendrá mientras los esfuerzos de compresión en las fibras superiores se mantengan inferiores a  $0.5f'_c$  del concreto y los esfuerzos de tensión en el acero sea menor a su límite elástico. Los esfuerzos de compresión varían linealmente con la distancia del eje neutro.
- 3) Etapa de resistencia última. En esta etapa las grietas presentadas por tensión se desarrollan aún más; los esfuerzos de compresión superan el  $0.5f'_c$  del concreto y en este análisis inicial se supone que el refuerzo de acero ha cedido. Los esfuerzos de compresión en el concreto dejan de ser lineales.

En la figura 3.2.2.1 se ilustra las etapas antes descritas mediante un diagrama de momento-curvatura.



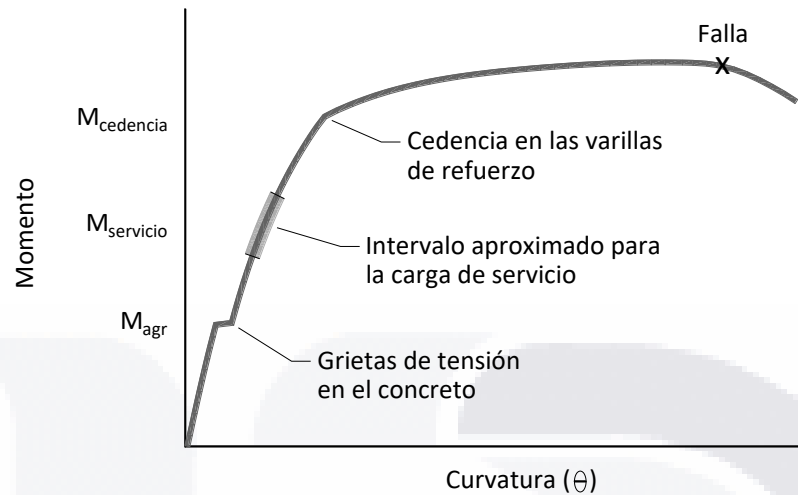


Figura 3.2.2.1 Diagrama momento curvatura para una viga de concreto con refuerzo a tensión únicamente (McCormac y Brown, 2011)

En el cual,  $\theta$  representa el cambio angular de la sección de la viga en una cierta longitud de esta y se obtiene mediante la siguiente expresión y  $\epsilon$  es la deformación unitaria en una fibra de la viga a una distancia y del eje neutro:

$$\theta = \frac{\epsilon}{y}$$

En el caso de los elementos estructurales de acero, la falla se da de manera diferente. “El colapso de las estructuras se debe generalmente a una falta de atención a los detalles de las conexiones, deflexiones, problemas de montaje y asentamientos en la cimentación.” (McCormac y Csernak, 2012); no obstante, existen otros factores que influyen directamente en la resistencia a la falla (fractura frágil, para fines de esta investigación) de un elemento de acero, los cuales se abordaran más adelante.

Dada la naturaleza dúctil del acero, en comparación con el concreto, será mucho más fácil que la falla que podrá desencadenar el colapso, se presente en las conexiones entre elementos que, en algún punto intermedio de ellos, siempre que se hayan tenido las mínimas consideraciones al hacer el diseño estructural correspondiente. Sin embargo, puede presentarse también el caso en que en el propio cuerpo de un elemento principal se presente una falla de ruptura debida ya sea a

una fractura frágil o a fatiga. Estos son dos factores físicos preponderantes en las fallas de elementos de acero que deben ser considerados por ingenieros estructurales y constructores. Ambos, suelen presentarse por la existencia de esfuerzos de tensión grandes, por un contenido alto de carbono en el acero, por una aplicación rápida de cargas y/o por la presencia de discontinuidades geométricas en los elementos estructurales.

En el caso de la Fractura frágil, Bresler, Lin y Scalzi (1970) estipularon que, generalmente el acero se comporta en forma plástica y fluye cuando, debido a un alto esfuerzo cortante, ocurre un deslizamiento a lo largo de ciertos planos cristalográficos de ruptura. Para este tipo de falla se reconocen dos tipos principales de esfuerzos: esfuerzo de fluencia al corte y la resistencia a la fractura frágil. El primero, es el esfuerzo cortante máximo para el que se presenta el deslizamiento; mientras que el segundo, corresponde al esfuerzo máximo de tensión que se alcanza en el instante en que se presenta la fractura. Este último se supone constante, y el esfuerzo de fluencia al corte sí varía con la temperatura, aumentando cuando ésta disminuye. Mencionan además que, el comportamiento del material puede ser plástico o frágil, dependiendo del estado de esfuerzo y de la temperatura: algunos aceros sin soldar pueden comportarse de manera dúctil en temperaturas ambiente y, tornarse frágiles a temperaturas por debajo de los 0 grados. Cabe resaltar que, en caso de presentarse esfuerzos residuales altos en un elemento estructural soldado, la fractura frágil puede presentarse bajo cargas relativamente pequeñas. Una fractura frágil puede llegar a presentarse en algunos casos, incluso antes de alcanzarse al esfuerzo de fluencia.

El otro factor a considerar es la fatiga, a la cual, corresponden las cargas pulsatorias propias de cargas móviles y cíclicas (repetitivas) como es el caso de la carga del tránsito vehicular o peatonal en los puentes o, las traveses puente que se trasladan sobre las traveses carril en la estructura de una grúa viajera.

Según Bresler et al (1970) las concentraciones de esfuerzo tienen un efecto realmente reducido sobre la resistencia estática de una estructura, si el material del que está hecha es suficientemente dúctil. No obstante, cuando dichas concentraciones de esfuerzos se combinan con esfuerzos repetidos, la resistencia de la estructura en el punto de concentración de esfuerzos se ve

materialmente reducida; un ejemplo de ello y, como se mencionó anteriormente, las zonas de conexiones entre elementos son puntos vulnerables especialmente si se trata de conexiones soldadas. En el caso de las soldaduras que se enfriaron de manera rápida, estas se vuelven más frágiles que el metal base y en consecuencia los efectos de la fatiga sobre ellas serán más severos.

Las fallas por fatiga que por lo general se presentan en puntos con concentraciones de esfuerzos, dan origen a una pequeña grieta que posteriormente, se extenderá debido a la presencia de cargas repetitivas, hacia las regiones adyacentes mermando la resistencia estática de la estructura hasta el punto de la falla repentina como si se hubiera tratado de una carga estática.

En la figura 3.2.2.2 se puede apreciar lo antes descrito; en una trabe de acero del puente Yellow Mill Pond en la ciudad de Connecticut, E.U. se generó una grieta en el borde de la placa soldada en el patín a tensión de la trabe, dada una concentración de tensiones en ese punto y propagándose posteriormente hacia el alma de la trabe.

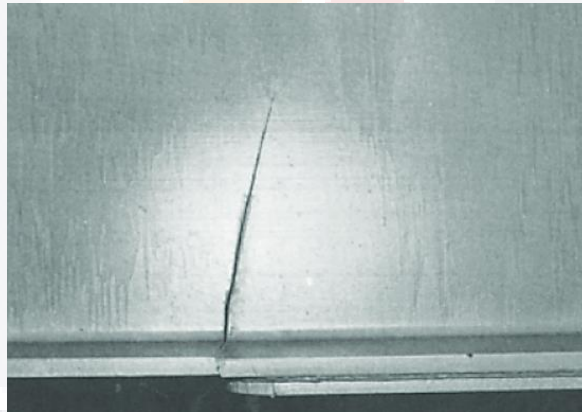


Figura 3.2.2.2 Falla por fatiga en trabe de acero del puente Yellow Mill Pond, Connecticut, E.U.

Según Arnaldo Gutiérrez (2018) las fallas por fatiga siempre empiezan con una fisura. Los investigadores Fischer y Yen han demostrado que en casi todos los miembros estructurales existen discontinuidades desde microscópicas ( $< 0.025$  mm) hasta macroscópicas que pudieran haberse producido en la laminación del acero o inducidas posteriormente en el proceso de fabricación o en el tiempo por causa de las deformaciones cíclicas cerca de las concentraciones de tensiones. Las grietas por fatigas se iniciarán en cualquier contorno geométrico, como las muescas y las entalladuras, que incremente las tensiones locales.

La fatiga se presentará cuando el elemento estructural sufra una cantidad considerable de inversiones de los esfuerzos actuantes o cuando se presenta en numerosas ocasiones una variación en los esfuerzos a tensión. Se debe considerar que la fatiga se presenta sólo cuando existe tensión en las fibras de un elemento.

Se identifican tres etapas en la falla por fatiga: 1) el inicio de la fisuración, 2) la propagación y ensanchamiento en la cual la grieta es visualmente reconocible y 3) finalmente se produce la fractura súbita (fractura frágil) causada por el crecimiento inestable de la grieta.

En conclusión a lo anterior, en un elemento de acero los factores que suelen llevar a este al punto de falla por fatiga son:

1. Un gran número de ciclos de carga, que ronda por lo general  $2 \times 10^6$ .
2. Un rango amplio de variaciones en los esfuerzos.
3. Concentraciones locales de esfuerzos debidas a detalles de diseño y fabricación como lo son la inclusión de impurezas o escoria, burbujas de gas, defectos superficiales, entre otros.
4. Presencia de esfuerzos residuales.
5. La composición química del acero (especialmente el contenido de carbono).
6. Temperaturas extremas (ya sea frío o calor).

En el caso del último punto, cabe recalcar que a temperaturas bajas los elementos de acero suelen aumentar su resistencia a la fatiga, aunque se hacen a la vez, menos resistentes a la fractura frágil por impacto (generalmente a temperaturas menores a  $0^\circ$ ).

### 3.3 Descripción del Método del Elemento Aplicado.

Se trata de un método numérico basado en el cálculo de rigideces por medio de matrices. Este método logra una mayor precisión en sus resultados de análisis en comparación con el método del elemento finito (FEM por sus siglas en inglés).

Aunque el FEM es un robusto y bien establecido método de análisis estructural, no es la solución óptima para el alcance del análisis del colapso progresivo. Muchos inconvenientes están asociados con el análisis del colapso progresivo con el FEM. El daño del elemento, la separación, el derrumbamiento y la colisión con otros elementos son muy difíciles. (H. M. Salem, A. K. El-Fouly, H. S. Tagel-Din, 2009).

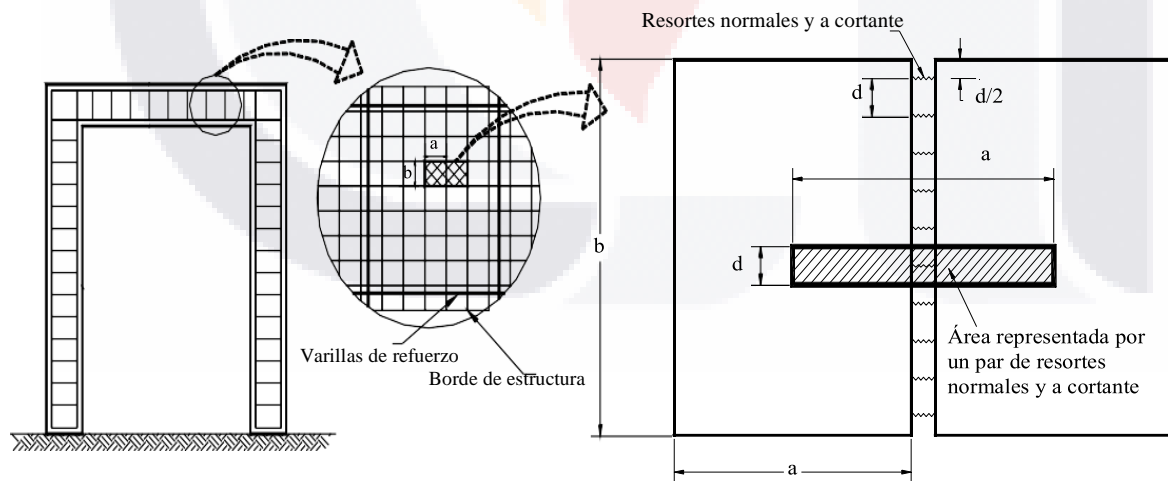
Si bien el FEM podría usarse con resultados precisos en el rango de comportamiento elástico e incluso confiables en el rango plástico hasta antes de alcanzarse el esfuerzo de ruptura no es apto para emplearse en el análisis durante la separación de los elementos. Por otra parte, existe el caso del método del elemento discreto (DEM por sus siglas en inglés), con el cual se pueden estudiar de manera adecuada procesos no lineales complejos como es el comportamiento de elementos ya separados y su colisión entre sí al presentarse el colapso de una estructura.

El método del elemento aplicado (AEM por sus siglas en inglés) combina características del FEM y del DEM. Mientras que el FEM muestra una precisión aceptable durante el lapso en que los elementos de análisis permanecen unidos, el DEM es más adecuado en aquel en que los elementos están ya separados. El AEM es el único con la capacidad de analizar la interacción de las deformaciones y separaciones de los elementos de la estructura, incluyendo la acumulación de los escombros generados durante el colapso (tabla 3.3.1). Mediante el AEM es posible dar seguimiento al desarrollo del colapso en cada etapa de carga de la estructura, desde el rango elástico, la aparición de las primeras grietas, la propagación de éstas, la separación de los elementos estructurales, hasta la colisión con el suelo y otras estructuras aledañas.

	Desplazamientos pequeños		Desplazamientos grandes		Colisión
	Elástico	No lineal	Cambios geométricos y materiales	Separación de elementos	Colapso progresivo
FEM	Preciso	Resultados confiables	Desarrollo	No cubierto	
AEM	Preciso	Resultados confiables		Desarrollo	

Tabla 3.3.1. Dominios de análisis del Método del elemento Aplicado (Tagel-Din y Rahman, 2006)

La modelación de una estructura mediante el AEM consiste en discretizarla en un conjunto de pequeños elementos los cuales quedarán unidos entre sí mediante resortes que soportarán esfuerzos normales y de cortante. Christy D. Lincy plantea en su artículo sobre el AEM en el 2017, que dichos resortes representarán una determinada área de los elementos que unen incluyendo sus propiedades, sus esfuerzos y deformaciones (figura 3.3.1). Al presentarse una excedencia en los límites permisibles de los esfuerzos de un resorte éste se separará y mediante el rastreo de la ubicación de dicho resorte, se puede determinar el patrón de la grieta que se genera. Por lo tanto, pueden ser estudiados el comportamiento de la estructura y la propagación de los agrietamientos en todas las etapas de carga.



(a) Generación de elemento para AEM

(b) Distribución de resortes y su área de influencia

Figura 3.3.1. Modelación de estructura mediante el AEM (Meguro K., Tagel-Din H., 2001).

El valor de las rigideces de los resortes esta dado por las siguientes expresiones:

$$K_n = \frac{E \cdot d \cdot T}{a} \quad \text{para la rigidez a esfuerzos normales y,}$$

$$K_s = \frac{G \cdot d \cdot T}{a} \quad \text{para la rigidez a esfuerzos de cortante}$$

Donde  $E$  es el módulo de elasticidad del material constituyente del elemento analizado,  $G$  es el módulo de cortante *del mismo*,  $d$  es la altura,  $T$  es la profundidad y,  $a$  es la longitud respectivamente del volumen correspondiente a cada resorte.

En una primera instancia se obtiene la matriz de rigideces  $K'e$  de cada par de resortes la cual, tendrá un tamaño de  $6 \times 6$  dado que cada extremo de un resorte tiene 3 grados de libertad. Para la determinación de dicha matriz se ven involucrados los valores de las rigideces ante esfuerzos normales y de cortante las cuales se definieron anteriormente; de igual forma, se consideran las distancias  $bn$  que son las existentes entre el centro geométrico del elemento de discretización y el eje de cada resorte. Finalmente, se toman en cuenta las distancias  $a$  que representan la longitud de cada elemento de discretización; dichas distancias se indican por mitad dado que cada uno de sus medios corresponde a uno de los dos elementos que el resorte está uniendo. Todo lo anterior se aprecia claramente en la figura 3.3.2.

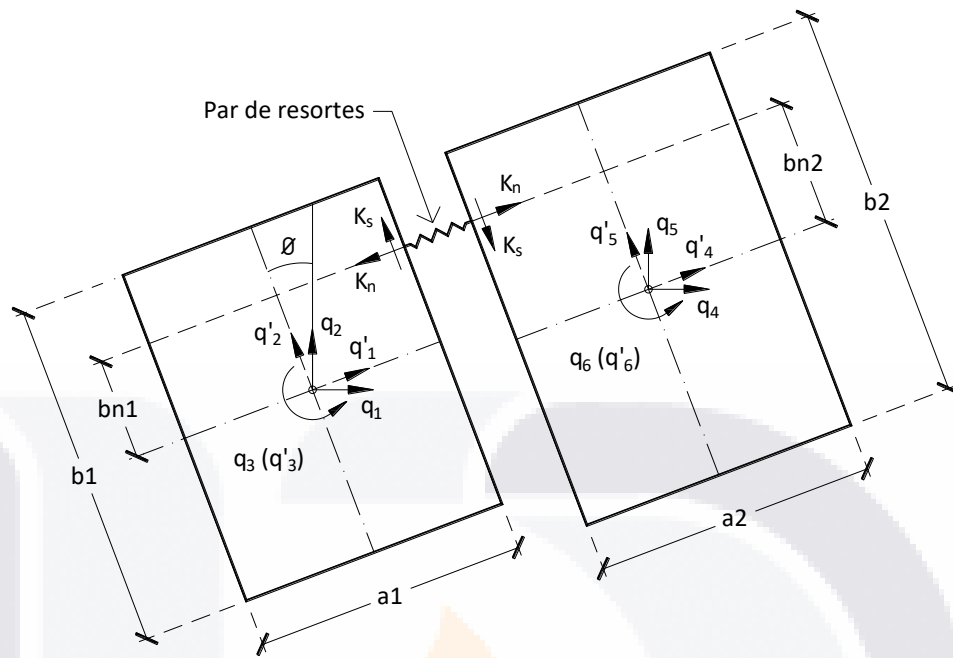


Figura 3.3.2. Arreglo de dos elementos con ubicación de resortes de contacto y grados de libertad (Prashida Kharel., 2014).

Dada la anterior información, la matriz de rigideces  $K'e$  de cada par de resortes queda de la siguiente forma:

$$K'e = \begin{bmatrix} K_n & 0 & -K_n \cdot b_{n1} & -K_n & 0 & K_n \cdot b_{n2} \\ 0 & K_s & \frac{K_s \cdot a_1}{2} & 0 & -K_s & \frac{K_s \cdot a_2}{2} \\ -K_n \cdot b_{n1} & \frac{K_s \cdot a_1}{2} & K_n(b_{n1})^2 + \frac{K_s(a_1)^2}{2} & K_n \cdot b_{n1} & -\frac{K_s \cdot a_1}{2} & -\frac{K_n(b_{n1} \cdot b_{n2}) + K_s(a_1 \cdot a_2)}{2} \\ -K_n & 0 & K_n \cdot b_{n1} & K_n & 0 & -K_n \cdot b_{n2} \\ 0 & -K_s & -\frac{K_s \cdot a_1}{2} & 0 & K_s & -\frac{K_s \cdot a_2}{2} \\ K_n \cdot b_{n2} & \frac{K_s \cdot a_1}{2} & -\frac{K_n(b_{n1} \cdot b_{n2}) + K_s(a_1 \cdot a_2)}{2} & -K_n \cdot b_{n2} & -\frac{K_s \cdot a_2}{2} & K_n(b_{n2})^2 + \frac{K_s(a_2)^2}{2} \end{bmatrix}$$

Figura 3.3.3. Matriz de rigidez de un par de resortes normales y a cortante (Prashida Kharel., 2014).



Posteriormente, se genera la matriz de rigideces final de cada par de resortes afectando la matriz original por la matriz de transformación de coordenadas locales a globales y por la matriz traspuesta a ésta. La matriz de transformación tiene la siguiente configuración:

$$L = \begin{bmatrix} \cos\phi & \sin\phi & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos\phi & \sin\phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

De modo que la expresión para la obtención de la matriz final de rigideces de cada par de resortes es:

$$K_e = K'_e \cdot L \cdot L^T$$

Seguido a lo anterior, se ensambla la matriz de rigideces global del elemento estructural analizado por medio de la suma de las matrices de cada resorte. Una vez obtenida la matriz global de rigideces, es de suma importancia que, antes de proceder se tomen en cuenta las condiciones de contorno que apliquen según sea el caso de estudio, resultando así, una matriz condensada. Posteriormente, se obtiene la inversa de la última matriz la cual, será multiplicada por el vector de fuerzas actuantes y poder así determinar el vector de los desplazamientos en el elemento analizado. Lo anterior se refleja en la siguiente formula:

$$D = \frac{K}{P} = K^{-1} \cdot P$$

En caso de que el análisis a realizar sea en el rango del comportamiento plástico de un elemento estructural para determinar fracturas, se deberá analizar el esfuerzo actuante en el área tributaria de cada resorte y compararse con el esfuerzo permisible dependiendo del material que se trate. Se debe recordar que al momento en que el esfuerzo actuante sobrepase al permisible se considera la ruptura del resorte o resortes en los que se presente dicha situación.

**Capitulo IV: Campaña experimental**

**4.1 Introducción al experimento**

Si bien, en las construcciones actuales se emplean todavía elementos de mampostería o concreto utilizados como muros de carga y/o cortante para soportar las cargas tanto verticales como horizontales (éstas últimas correspondientes principalmente a fuerzas sísmicas) respectivamente, involucradas en el diseño y en el funcionamiento de dicha construcción, en su configuración estructural predomina el sistema a base de marcos rígidos siendo éstos formados en concreto reforzado o perfiles estructurales de acero.

Para hacer un análisis adecuado considerando los aspectos más elementales correspondientes al colapso progresivo se estudiará una trabe de concreto reforzado con esfuerzo nominal de compresión  $f'c = 250 \text{ kg/cm}^2$ . La condición de apoyo de la trabe será empotrada en un extremo y en volado en el otro. Se aplicará con una carga puntual vertical en el extremo en volado (Figura 4.1.1) la cual, se irá incrementando a fin de generar desplazamientos y agrietamientos en la trabe hasta llegar al punto de colapso de la misma. También se busca rastrear el patrón de dichos agrietamientos. Para lograr un comportamiento idealizado del trabajo en conjunto del concreto y el acero de refuerzo, se contará únicamente con refuerzo de acero en las fibras a tensión de la trabe (lecho superior) consistente en dos varillas de  $3/8''$  (0.953 cm). Se supondrá además que, para el análisis de la trabe, esta tendrá un comportamiento elastoplástico idealizado del material cuya gráfica esfuerzo-deformación se muestra en la figura 4.1.2.

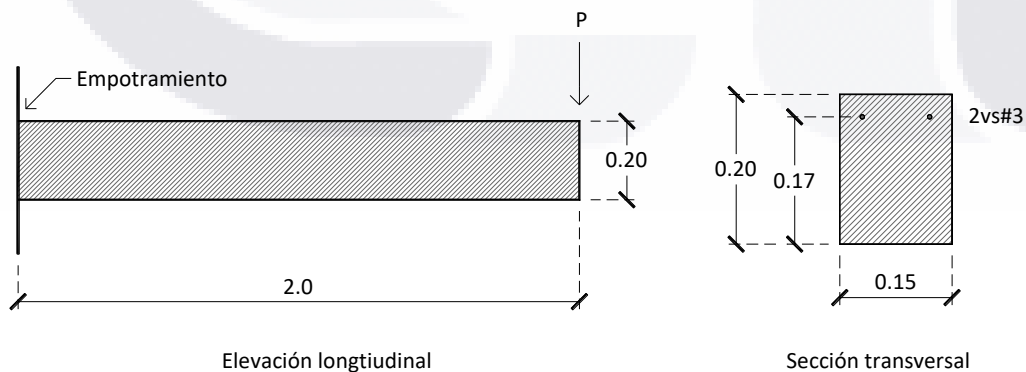


Figura 4.1.1. Detalles geométricos de viga en volado correspondiente al caso de estudio.

Como se aprecia en la figura 4.1.3, La trabe de estudio tiene una longitud de 2.0m, la cual está discretizada en 10 elementos en sentido horizontal, con una longitud de 20cm cada uno. A su vez, los elementos se unen entre sí por medio de 10 resortes que tienen una separación de 2cm entre sí (figura 4.1.4). Cada resorte es realmente entonces, para este caso de estudio, el volumen de un prisma rectangular de la trabe de  $l=20.0$  cm,  $b=15.0$  cm y  $h=2.0$  cm con las propiedades del material del que la constituye. Por lo anterior, la mitad de la longitud de cada uno de los resortes se considera como la junta en donde se unen dos elementos de discretización.

Dado que las lecturas de datos clave para los fines de este estudio, tales como desplazamientos y esfuerzos se hacen en las juntas entre elementos, es decir, en el centro de la longitud de los resortes, se hace necesario agregar un conjunto adicional de 10 resortes (un elemento de discretización adicional) a fin de obtener las lecturas necesarias en la mitad de su longitud, que representa el extremo en volado de la trabe analizada.

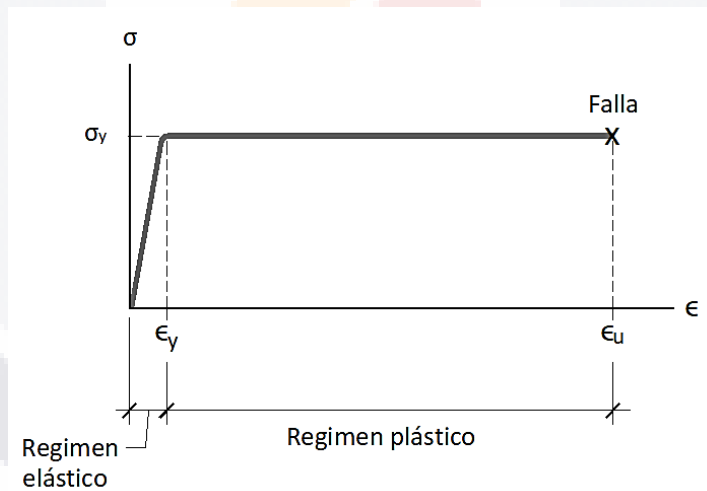


Figura 4.1.2. Gráfica esfuerzo-deformación idealizada para un material elastoplástico.

El programa de cómputo utilizado para resolver este caso es Mathcad Prime 5.0 con el cual se obtendrán las matrices individuales de rigidez de los resortes propuestos. De forma alterna se hará uso de Excel para hacer el ensamble de la matriz global de rigideces y obtener el vector de desplazamientos y completar posteriormente el proceso de análisis.

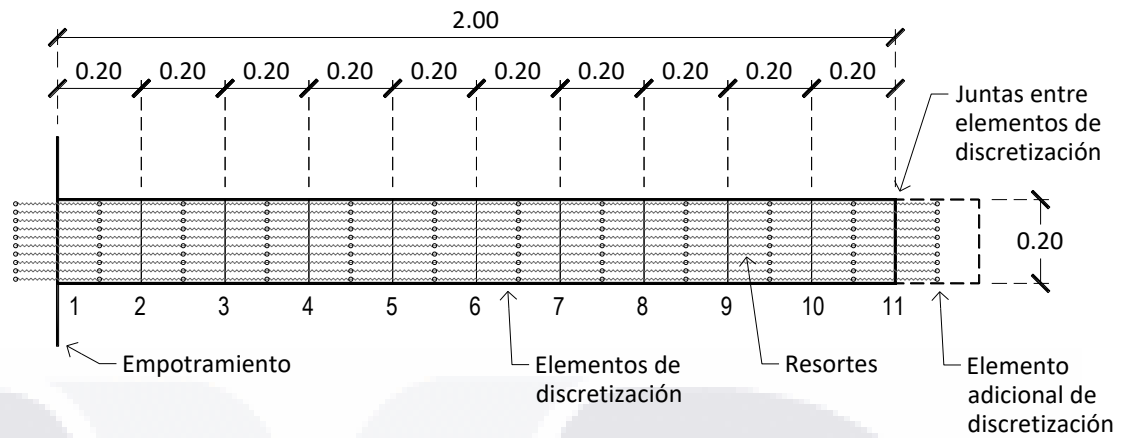


Figura 4.1.3. Esquema general de la trabe analizada aplicando los criterios del Método del elemento aplicado.

Cabe aclarar que, para fines de realizar el proceso de análisis con cálculos prácticos, en las expresiones que impliquen propiedades geométricas tales como la base  $T$  y el momento de inercia  $I$  de la sección de la trabe, se considera la conversión del área de acero a concreto mediante la expresión correspondiente a la relación modular:

$$n = \frac{E_s}{E_c}$$

En la cual,  $E_s$  corresponde al módulo de elasticidad del acero mientras  $E_c$ , al del concreto.

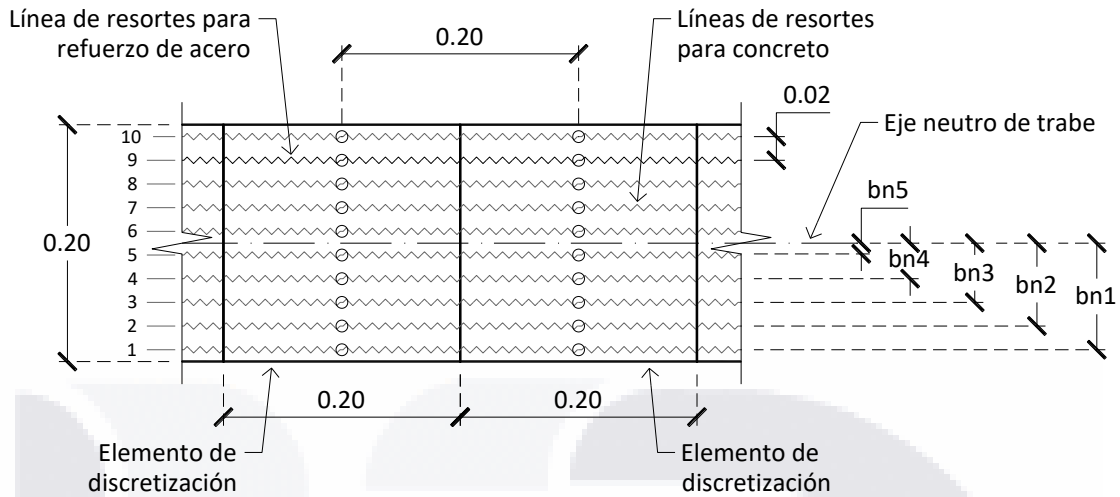


Figura 4.1.4. Detalle de configuración de elementos de discretización y resortes de rigidez.

Las propiedades físicas necesarias para la determinación de la rigidez individual de los resortes son el módulo de elasticidad el cual para el concreto clase I es  $E_c = 221,359 \text{ kg/cm}^2$  y el módulo de cortante con valor  $G_c = 92,233 \text{ kg/cm}^2$ .

Recordemos que la magnitud de las rigideces esta dado por las siguientes expresiones:

Para la rigidez ante esfuerzos normales,  $K_n = \frac{E \cdot d \cdot T}{a}$  y,

Para la rigidez ante esfuerzos de cortante,  $K_s = \frac{G \cdot d \cdot T}{a}$

En las cuales  $E$  y  $G$  corresponden a los módulos ya mencionados del material constitutivo de la trabe,  $a$ ,  $d$  y  $T$ , son la longitud, la altura y la base respectivamente, del volumen tributario de cada resorte.

Las rigideces de los resortes, aplicando la formula mencionada en el anterior capítulo, quedan de la siguiente manera:

- $K_n = 332,100 \text{ kg/cm}$ , rigidez a esfuerzos normales en resortes de concreto,
- $K_s = 138,300 \text{ kg/cm}$ , rigidez a esfuerzos cortantes en resortes de concreto,

- $K_n = 149,800 \text{ kg/cm}$ , rigidez a esfuerzos normales en resortes de acero,
- $K_s = 62,410 \text{ kg/cm}$ , rigidez a esfuerzos cortantes en resortes de acero.

Respecto a los valores  $bn$  indicados en la figura 4.1.3, los cuales corresponden a la distancia vertical que hay entre el eje neutro de la trabe y el eje de cada resorte, se han considerados negativos y positivos, siendo los primeros, los que quedan por debajo del eje neutro de la trabe y los segundos, los que quedan por encima.

Como se indicó en el anterior capítulo, antes de aplicar la expresión para la obtención del vector de desplazamientos, la cual es:

$$D = \frac{K}{P} = K^{-1} \cdot P$$

Es importante tomar en cuenta las condiciones de contorno. Lo anterior se cumple al eliminar de la matriz global de rigideces, las filas y columnas que son restringidas por los apoyos existentes, según sea el caso de estudio. Para fines de esta investigación, y como se puede observar en la figura 4.1.5, se anulan la 3 primeras filas y 3 primeras columnas de la matriz global que son las que corresponden al único apoyo existente (el punto del empotramiento) obteniendo así una matriz condensada de la cual se determinará la matriz inversa. Finalmente, se utiliza dicha matriz para aplicarla en la expresión mostrada anteriormente y obtener así el vector de desplazamientos en todas las juntas que se definieron en un principio.

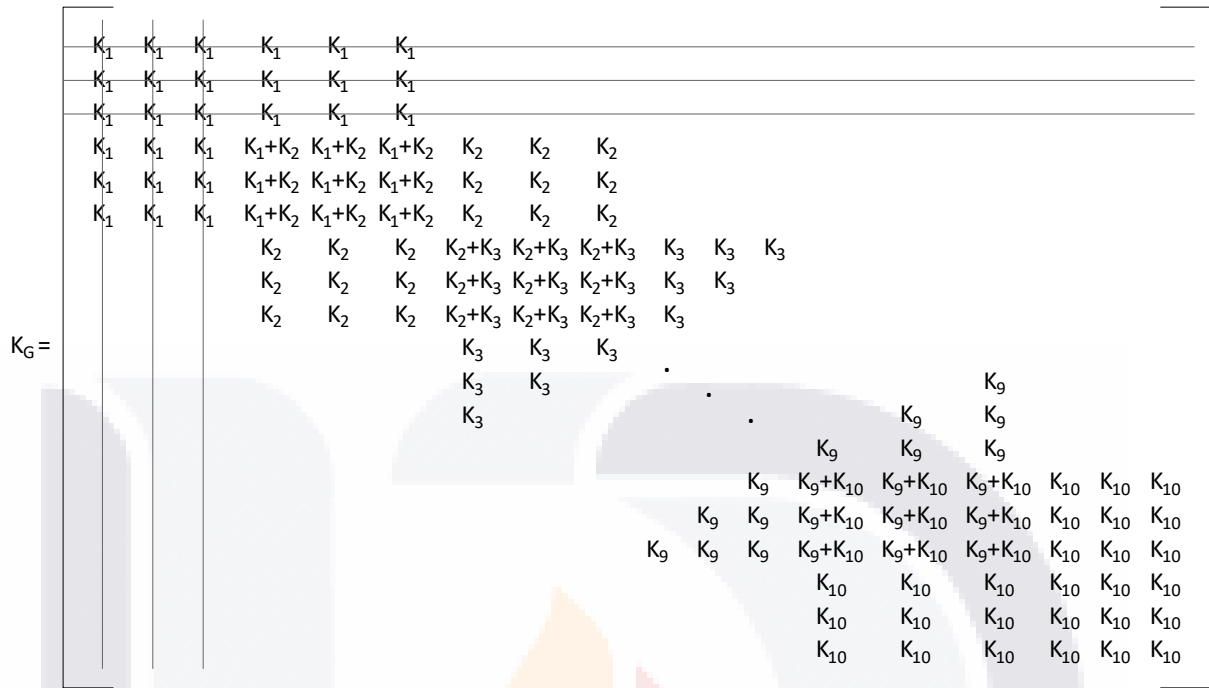


Figura 4.1.5. Ensamblado y condensación de matriz global de rigideces.

### 4.2. Análisis de desplazamientos en la trabe

En una primera etapa del análisis, se busca comparar los resultados del desplazamiento vertical presentado en el extremo de la trabe (figura 4.1.2), obtenido con el método del elemento finito y el método del elemento aplicado con el desplazamiento teórico, el cual es indicado por la fórmula de Timoshenko y Goodier:

$$B = \frac{P \cdot L^3}{3 \cdot E \cdot I} + \frac{P \cdot c^2 \cdot L}{2 \cdot G \cdot I}$$

En la cual,  $P$  representa la carga puntual aplicada a la trabe,  $L$  es la longitud de la misma,  $c$  es la distancia entre las fibras exteriores y el eje neutro de la sección de la trabe,  $E$  y  $G$  corresponden a los módulos elástico y de cortante respectivamente e  $I$ , que es el momento de inercia de la sección de la trabe.

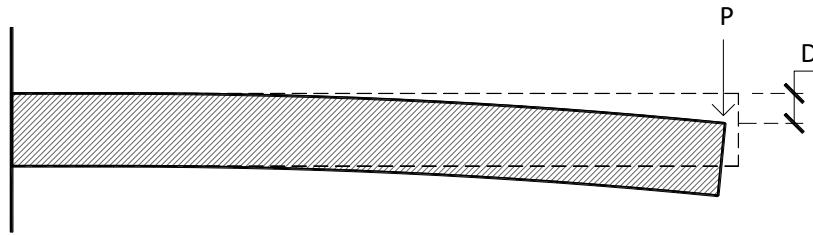


Figura 4.2.1. Configuración deformada de la trabe correspondiente al caso de estudio

Para el caso de los desplazamientos obtenidos mediante el método del elemento finito se elaboró un modelo virtual en el programa SAP 2000 el cual trabaja con dicho método. Dicho modelo es realizado con todas las características mencionadas en el apartado anterior. En cuanto al método del elemento aplicado, la deformación global obtenida de manera numérica se obtiene mediante:

$$D = \frac{K}{P} = K^{-1} \cdot P$$

En la cual, K representa la matriz global de rigideces de la trabe y P, el vector de cargas en el cual el único valor considerado es la carga aplicada en el extremo.

Como ya se ha mencionado se tomaron lecturas de desplazamientos en los puntos en los cuales se presentó la ruptura de algún resorte debido a la magnitud alcanzada en la carga puntual.

Se toma en cuenta también (como referencia) el límite máximo permitido para los desplazamientos verticales para elementos en volado en algunas normas siendo estos valores:

$l/120 = 1.667$  cm (para las NTC CDMX 2017) y,

$l/150 = 1.330$  cm (para el ASCE 7-16).

en los cuales l corresponde a la longitud del claro. Los desplazamientos.



En la tabla 4.2.1 se observa que los valores de carga para alcanzar el límite permisible en ambas normativas son de 1,072 kg (ASCE 7-16) y, 1,340 kg (NTC CDMX). Un punto importante a tener en consideración es que ambas normas no toman en cuenta el factor de la cuantía de refuerzo de acero la cual, es importante ya que influye directamente en la deformación de un elemento de concreto.

Carga (kg)	Desplazamiento teórico Timoshenko-Goodier (cm)	Desplazamiento MEF (cm)	Desplazamiento MEA (cm)
198	0.2631	0.2672	0.2464
222	0.2950	0.2927	0.2762
253	0.3362	0.3255	0.3148
293	0.3894	0.379	0.3646
347	0.4611	0.4251	0.4318
426	0.5661	0.5089	0.5302
549	0.7296	0.6392	0.6832
769	1.0219	0.8723	0.9570
1072	1.4245	1.1193	1.3341
1283	1.7049	1.4170	1.5967
1340	1.7807	1.4774	1.6676
1871	2.4863	2.0401	2.3284

Tabla 4.2.1. Comparativa entre el desplazamiento de la trabe obtenido con el método de elemento finito (MEF) y método del elemento aplicado (MEA) con desplazamiento teórico.

Es importante aclarar que si bien el empleo del método del elemento finito debe considerarse más bien para el análisis de desplazamientos mientras

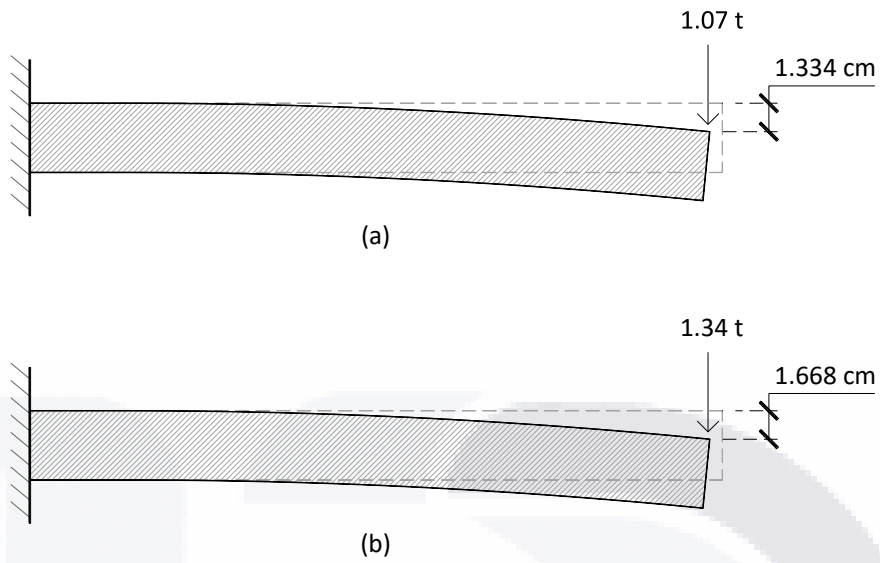


Figura 4.2.2. Desplazamientos máximos permisibles para (a) ASCE 7-16 y (b) NTC CDMX 2017.

Como puede observarse en la figura 4.2.3, conforme se incrementa la carga puntual en la trabe, los resultados obtenidos mediante el método del elemento aplicado permanecen más fieles a los esperados considerando el desplazamiento teórico de Timoshenko-Goodier.

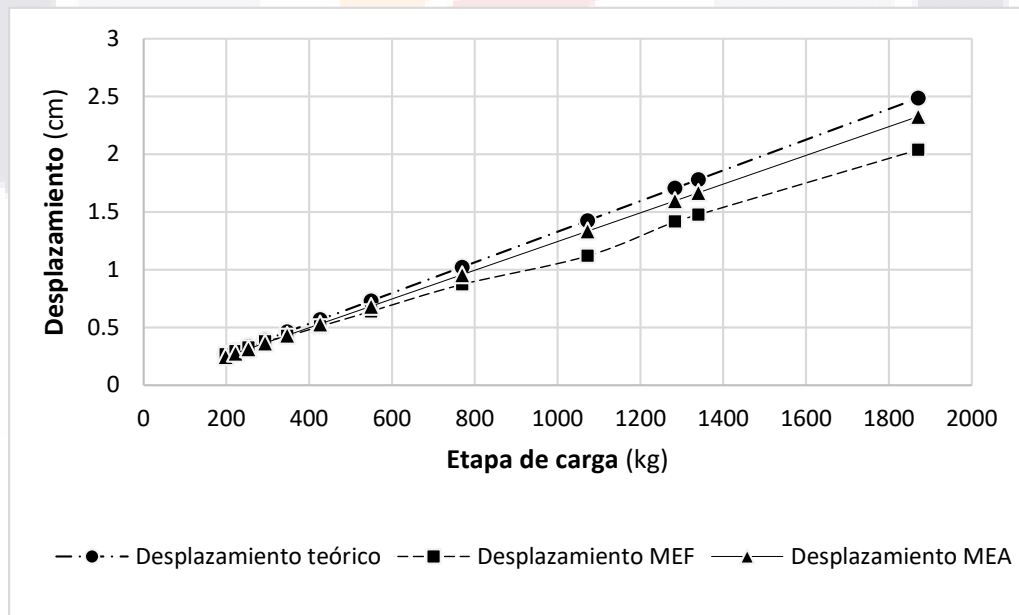


Figura 4.2.3. Comparativa entre desplazamientos obtenidos con el método de elemento finito (MEF) y método del elemento aplicado (MEA) con desplazamiento teórico Timoshenko-Goodier.

### 4.3. Análisis de colapso de la trabe

El proceso de colapso de un elemento estructural se desarrolla conforme los esfuerzos permisibles del material de cual está constituido van siendo rebasados por los esfuerzos producidos por los elementos mecánicos actuantes (fuerzas cortantes, momentos flexionantes, fuerzas axiales y, momentos torsionantes) que provocan en dicho elemento.

Para el caso analizado, dado la naturaleza del apoyo y la carga, se revisarán los esfuerzos producidos por la flexión. Los esfuerzos permisibles considerados consisten en el esfuerzo a compresión en el concreto el cual, como se ha mencionado al inicio de este capítulo, es  $f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$  y, el esfuerzo a tensión el cual se obtiene mediante:

$$\bar{f}_f = 2\sqrt{f'_c}$$

Dicha expresión corresponde a concreto de clase I que es el empleado en este caso y se especifica en las Normas Técnicas Complementarias de la CDMX (2017) como esfuerzo medio a tensión por flexión (o módulo de rotura).

Recordando que, en el caso del resorte correspondiente al refuerzo de acero, el área de este se convirtió a concreto, y por lo tanto, el esfuerzo permisible a tensión se afectará por la relación modular  $n$  a fin de obtener el valor real para acero en dicho resorte.

El esfuerzo actuante en los resortes provocado por la flexión, se determina con:

$$\sigma = E_c \cdot \epsilon$$

En la cual,  $E_c$  es el módulo elástico del concreto y  $\epsilon$  representa la deformación unitaria horizontal en el resorte analizado.

Por lo anterior los valores de los esfuerzos permisibles para tensión serán:

$$\bar{f}_f = 31.62 \text{ kg/cm}^2 \text{ para los resortes de concreto y,}$$

$$\bar{f}_f = 300.01 \text{ kg/cm}^2 \text{ para los resortes de acero.}$$

La magnitud de la carga puntual comenzó en 100 kg y se fue incrementando hasta lograr el punto de falla por colapso de la trabe. Como se ha mencionado anteriormente, se registraron las lecturas en los puntos donde los esfuerzos permisibles de los resortes propuestos fueron rebasados por los esfuerzos actuantes sobre los mismos lo cual da lugar a la aparición de agrietamientos en la trabe. El ensayo termina en el punto en que el resorte correspondiente al refuerzo de acero es sobreesforzado lo que significa que ha alcanzado su punto de fluencia y, por lo tanto, no representa ya un elemento de resistencia de la tensión generada por a flexión en la trabe analizada.

	Junta 2	Junta 3	Junta 4	Junta 5	Junta 6	Junta 7	Junta 8	Junta 9	Junta 10	$\sigma_{adm}$
$\sigma_{e10} =$	31.764	28.264	24.817	21.415	18.054	14.726	11.425	8.146	4.881	31.623
$\sigma_{e9} =$	24.706	21.983	19.302	16.656	14.042	11.453	8.886	6.335	3.797	300.005
$\sigma_{e8} =$	17.647	15.702	13.787	11.897	10.030	8.181	6.347	4.525	2.712	31.623
$\sigma_{e7} =$	10.588	9.421	8.272	7.138	6.018	4.909	3.808	2.715	1.627	31.623
$\sigma_{e6} =$	3.529	3.140	2.757	2.379	2.006	1.636	1.269	0.905	0.542	31.623
$\sigma_{e5} =$	-3.529	-3.140	-2.757	-2.379	-2.006	-1.636	-1.269	-0.905	-0.542	-250
$\sigma_{e4} =$	-10.588	-9.421	-8.272	-7.138	-6.018	-4.909	-3.808	-2.715	-1.627	-250
$\sigma_{e3} =$	-17.647	-15.702	-13.787	-11.897	-10.030	-8.181	-6.347	-4.525	-2.712	-250
$\sigma_{e2} =$	-24.706	-21.983	-19.302	-16.656	-14.042	-11.453	-8.886	-6.335	-3.797	-250
$\sigma_{e1} =$	-31.764	-28.264	-24.817	-21.415	-18.054	-14.726	-11.425	-8.146	-4.881	-250

(a) etapa de carga: 198 kg

	Junta 2	Junta 3	Junta 4	Junta 5	Junta 6	Junta 7	Junta 8	Junta 9	Junta 10	$\sigma_{adm}$
$\sigma_{e10} =$	45.790	31.690	27.825	24.011	20.242	16.511	12.810	9.133	5.473	31.623
$\sigma_{e9} =$	35.615	24.648	21.642	18.675	15.744	12.842	9.963	7.103	4.257	300.005
$\sigma_{e8} =$	19.786	17.606	15.458	13.340	11.246	9.173	7.117	5.074	3.041	31.623
$\sigma_{e7} =$	11.872	10.563	9.275	8.004	6.747	5.504	4.270	3.044	1.824	31.623
$\sigma_{e6} =$	3.957	3.521	3.092	2.668	2.249	1.835	1.423	1.015	0.608	31.623
$\sigma_{e5} =$	-3.957	-3.521	-3.092	-2.668	-2.249	-1.835	-1.423	-1.015	-0.608	-250
$\sigma_{e4} =$	-11.872	-10.563	-9.275	-8.004	-6.747	-5.504	-4.270	-3.044	-1.824	-250
$\sigma_{e3} =$	-19.786	-17.606	-15.458	-13.340	-11.246	-9.173	-7.117	-5.074	-3.041	-250
$\sigma_{e2} =$	-27.700	-24.648	-21.642	-18.675	-15.744	-12.842	-9.963	-7.103	-4.257	-250
$\sigma_{e1} =$	-35.615	-31.690	-27.825	-24.011	-20.242	-16.511	-12.810	-9.133	-5.473	-250

(b) etapa de carga: 222 kg

	Junta 2	Junta 3	Junta 4	Junta 5	Junta 6	Junta 7	Junta 8	Junta 9	Junta 10	$\sigma_{adm}$
$\sigma_{e10} =$	52.184	46.434	31.710	27.364	23.069	18.816	14.599	10.408	6.237	31.623
$\sigma_{e9} =$	40.588	36.116	24.664	21.283	17.942	14.635	11.355	8.095	4.851	300.005
$\sigma_{e8} =$	22.549	20.064	17.617	15.202	12.816	10.453	8.110	5.782	3.465	31.623
$\sigma_{e7} =$	13.529	12.039	10.570	9.121	7.690	6.272	4.866	3.469	2.079	31.623
$\sigma_{e6} =$	4.510	4.013	3.523	3.040	2.563	2.091	1.622	1.156	0.693	31.623
$\sigma_{e5} =$	-4.510	-4.013	-3.523	-3.040	-2.563	-2.091	-1.622	-1.156	-0.693	-250
$\sigma_{e4} =$	-13.529	-12.039	-10.570	-9.121	-7.690	-6.272	-4.866	-3.469	-2.079	-250
$\sigma_{e3} =$	-22.549	-20.064	-17.617	-15.202	-12.816	-10.453	-8.110	-5.782	-3.465	-250
$\sigma_{e2} =$	-31.568	-28.090	-24.664	-21.283	-17.942	-14.635	-11.355	-8.095	-4.851	-250
$\sigma_{e1} =$	-40.588	-36.116	-31.710	-27.364	-23.069	-18.816	-14.599	-10.408	-6.237	-250

(c) etapa de carga: 253 kg

	Junta 2	Junta 3	Junta 4	Junta 5	Junta 6	Junta 7	Junta 8	Junta 9	Junta 10	$\sigma_{adm}$
$\sigma_{e10} =$	60.435	53.776	47.216	31.690	26.716	21.791	16.907	12.054	7.223	31.623
$\sigma_{e9} =$	47.005	41.825	36.724	24.648	20.779	16.949	13.150	9.375	5.618	300.005
$\sigma_{e8} =$	26.114	23.236	20.402	17.606	14.842	12.106	9.393	6.697	4.013	31.623
$\sigma_{e7} =$	15.668	13.942	12.241	10.563	8.905	7.264	5.636	4.018	2.408	31.623
$\sigma_{e6} =$	5.223	4.647	4.080	3.521	2.968	2.421	1.879	1.339	0.803	31.623
$\sigma_{e5} =$	-5.223	-4.647	-4.080	-3.521	-2.968	-2.421	-1.879	-1.339	-0.803	-250
$\sigma_{e4} =$	-15.668	-13.942	-12.241	-10.563	-8.905	-7.264	-5.636	-4.018	-2.408	-250
$\sigma_{e3} =$	-26.114	-23.236	-20.402	-17.606	-14.842	-12.106	-9.393	-6.697	-4.013	-250
$\sigma_{e2} =$	-36.559	-32.531	-28.563	-24.648	-20.779	-16.949	-13.150	-9.375	-5.618	-250
$\sigma_{e1} =$	-47.005	-41.825	-36.724	-31.690	-26.716	-21.791	-16.907	-12.054	-7.223	-250

(d) etapa de carga: 293 kg

	Junta 2	Junta 3	Junta 4	Junta 5	Junta 6	Junta 7	Junta 8	Junta 9	Junta 10	$\sigma_{adm}$
$\sigma_{e10} =$	71.573	63.687	55.918	48.254	31.640	25.807	20.023	14.275	8.555	31.623
$\sigma_{e9} =$	55.668	49.534	43.492	37.531	24.609	20.072	15.573	11.103	6.654	300.005
$\sigma_{e8} =$	30.927	27.519	24.162	20.851	17.578	14.337	11.124	7.931	4.753	31.623
$\sigma_{e7} =$	18.556	16.511	14.497	12.510	10.547	8.602	6.674	4.758	2.852	31.623
$\sigma_{e6} =$	6.185	5.504	4.832	4.170	3.516	2.867	2.225	1.586	0.951	31.623
$\sigma_{e5} =$	-6.185	-5.504	-4.832	-4.170	-3.516	-2.867	-2.225	-1.586	-0.951	-250
$\sigma_{e4} =$	-18.556	-16.511	-14.497	-12.510	-10.547	-8.602	-6.674	-4.758	-2.852	-250
$\sigma_{e3} =$	-30.927	-27.519	-24.162	-20.851	-17.578	-14.337	-11.124	-7.931	-4.753	-250
$\sigma_{e2} =$	-43.297	-38.526	-33.827	-29.191	-24.609	-20.072	-15.573	-11.103	-6.654	-250
$\sigma_{e1} =$	-55.668	-49.534	-43.492	-37.531	-31.640	-25.807	-20.023	-14.275	-8.555	-250

(e) etapa de carga: 347 kg

	Junta 2	Junta 3	Junta 4	Junta 5	Junta 6	Junta 7	Junta 8	Junta 9	Junta 10	$\sigma_{adm}$
$\sigma_{e10} =$	87.868	78.186	68.649	59.240	49.941	31.683	24.581	17.525	10.502	31.623
$\sigma_{e9} =$	68.342	60.811	53.394	46.076	38.843	24.642	19.119	13.631	8.168	300.005
$\sigma_{e8} =$	37.968	33.784	29.663	25.598	21.579	17.601	13.656	9.736	5.835	31.623
$\sigma_{e7} =$	22.781	20.270	17.798	15.359	12.948	10.561	8.194	5.842	3.501	31.623
$\sigma_{e6} =$	7.594	6.757	5.933	5.120	4.316	3.520	2.731	1.947	1.167	31.623
$\sigma_{e5} =$	-7.594	-6.757	-5.933	-5.120	-4.316	-3.520	-2.731	-1.947	-1.167	-250.0
$\sigma_{e4} =$	-22.781	-20.270	-17.798	-15.359	-12.948	-10.561	-8.194	-5.842	-3.501	-250.0
$\sigma_{e3} =$	-37.968	-33.784	-29.663	-25.598	-21.579	-17.601	-13.656	-9.736	-5.835	-250.0
$\sigma_{e2} =$	-53.155	-47.298	-41.528	-35.837	-30.211	-24.642	-19.119	-13.631	-8.168	-250.0
$\sigma_{e1} =$	-68.342	-60.811	-53.394	-46.076	-38.843	-31.683	-24.581	-17.525	-10.502	-250.0

(f) etapa de carga: 426 kg

	Junta 2	Junta 3	Junta 4	Junta 5	Junta 6	Junta 7	Junta 8	Junta 9	Junta 10	$\sigma_{adm}$
$\sigma_{e10} =$	113.238	100.760	88.470	76.345	64.361	52.496	31.679	22.586	13.535	31.623
$\sigma_{e9} =$	88.074	78.369	68.810	59.379	50.058	40.831	24.639	17.567	10.527	300.005
$\sigma_{e8} =$	48.930	43.538	38.228	32.988	27.810	22.684	17.599	12.548	7.519	31.623
$\sigma_{e7} =$	29.358	26.123	22.937	19.793	16.686	13.610	10.560	7.529	4.512	31.623
$\sigma_{e6} =$	9.786	8.708	7.646	6.598	5.562	4.537	3.520	2.510	1.504	31.623
$\sigma_{e5} =$	-9.786	-8.708	-7.646	-6.598	-5.562	-4.537	-3.520	-2.510	-1.504	-250
$\sigma_{e4} =$	-29.358	-26.123	-22.937	-19.793	-16.686	-13.610	-10.560	-7.529	-4.512	-250
$\sigma_{e3} =$	-48.930	-43.538	-38.228	-32.988	-27.810	-22.684	-17.599	-12.548	-7.519	-250
$\sigma_{e2} =$	-68.502	-60.954	-53.519	-46.184	-38.934	-31.757	-24.639	-17.567	-10.527	-250
$\sigma_{e1} =$	-88.074	-78.369	-68.810	-59.379	-50.058	-40.831	-31.679	-22.586	-13.535	-250

(g) etapa de carga: 549 kg

	Junta 2	Junta 3	Junta 4	Junta 5	Junta 6	Junta 7	Junta 8	Junta 9	Junta 10	$\sigma_{adm}$
$\sigma_{e10} =$	158.616	141.138	123.923	106.938	90.152	73.533	57.051	31.636	18.958	31.623
$\sigma_{e9} =$	123.368	109.774	96.384	83.174	70.118	57.192	44.373	24.606	14.745	300.005
$\sigma_{e8} =$	68.538	60.986	53.547	46.208	38.954	31.774	24.652	17.576	10.532	31.623
$\sigma_{e7} =$	41.123	36.591	32.128	27.725	23.373	19.064	14.791	10.545	6.319	31.623
$\sigma_{e6} =$	13.708	12.197	10.709	9.242	7.791	6.355	4.930	3.515	2.106	31.623
$\sigma_{e5} =$	-13.708	-12.197	-10.709	-9.242	-7.791	-6.355	-4.930	-3.515	-2.106	-250
$\sigma_{e4} =$	-41.123	-36.591	-32.128	-27.725	-23.373	-19.064	-14.791	-10.545	-6.319	-250
$\sigma_{e3} =$	-68.538	-60.986	-53.547	-46.208	-38.954	-31.774	-24.652	-17.576	-10.532	-250
$\sigma_{e2} =$	-95.953	-85.380	-74.966	-64.691	-54.536	-44.483	-34.512	-24.606	-14.745	-250
$\sigma_{e1} =$	-123.368	-109.774	-96.384	-83.174	-70.118	-57.192	-44.373	-31.636	-18.958	-250

(h) etapa de carga: 769 kg

	Junta 2	Junta 3	Junta 4	Junta 5	Junta 6	Junta 7	Junta 8	Junta 9	Junta 10	$\sigma_{adm}$
$\sigma_{e10} =$	264.634	235.475	206.753	178.415	150.409	122.683	95.184	67.863	31.630	31.623
$\sigma_{e9} =$	205.827	183.147	160.808	138.767	116.985	95.420	74.032	52.782	24.601	300.005
$\sigma_{e8} =$	114.348	101.748	89.338	77.093	64.992	53.011	41.129	29.323	17.572	31.623
$\sigma_{e7} =$	68.609	61.049	53.603	46.256	38.995	31.807	24.677	17.594	10.543	31.623
$\sigma_{e6} =$	22.870	20.350	17.868	15.419	12.998	10.602	8.226	5.865	3.514	31.623
$\sigma_{e5} =$	-22.870	-20.350	-17.868	-15.419	-12.998	-10.602	-8.226	-5.865	-3.514	-250
$\sigma_{e4} =$	-68.609	-61.049	-53.603	-46.256	-38.995	-31.807	-24.677	-17.594	-10.543	-250
$\sigma_{e3} =$	-114.348	-101.748	-89.338	-77.093	-64.992	-53.011	-41.129	-29.323	-17.572	-250
$\sigma_{e2} =$	-160.087	-142.448	-125.073	-107.930	-90.988	-74.216	-57.581	-41.053	-24.601	-250
$\sigma_{e1} =$	-205.827	-183.147	-160.808	-138.767	-116.985	-95.420	-74.032	-52.782	-31.630	-250

(i) etapa de carga: 1283 kg

	Junta 2	Junta 3	Junta 4	Junta 5	Junta 6	Junta 7	Junta 8	Junta 9	Junta 10	$\sigma_{adm}$
$\sigma_{e10} =$	385.917	343.393	301.508	260.183	219.342	178.908	138.807	98.964	59.305	31.623
$\sigma_{e9} =$	300.157	267.084	234.506	202.365	170.599	139.151	107.961	76.972	46.126	300.005
$\sigma_{e8} =$	166.754	148.380	130.281	112.425	94.777	77.306	59.978	42.762	25.626	31.623
$\sigma_{e7} =$	100.052	89.028	78.169	67.455	56.866	46.384	35.987	25.657	15.375	31.623
$\sigma_{e6} =$	33.351	29.676	26.056	22.485	18.955	15.461	11.996	8.552	5.125	31.623
$\sigma_{e5} =$	-33.351	-29.676	-26.056	-22.485	-18.955	-15.461	-11.996	-8.552	-5.125	-250
$\sigma_{e4} =$	-100.052	-89.028	-78.169	-67.455	-56.866	-46.384	-35.987	-25.657	-15.375	-250
$\sigma_{e3} =$	-166.754	-148.380	-130.281	-112.425	-94.777	-77.306	-59.978	-42.762	-25.626	-250
$\sigma_{e2} =$	-233.456	-207.732	-182.394	-157.395	-132.688	-108.229	-83.970	-59.867	-35.876	-250
$\sigma_{e1} =$	-300.157	-267.084	-234.506	-202.365	-170.599	-139.151	-107.961	-76.972	-46.126	-250

(j) etapa de carga: 1871 kg

Tabla 4.3.1. Desarrollo de agrietamientos debidos a sobreesfuerzos en diferentes resortes de la trabe analizada.

Para complementar lo mostrado en las anteriores tablas, en la figura 4.3.1 se aprecia de manera gráfica el proceso de desarrollo de los agrietamientos en la trabe analizada, indicando un esquema para cada etapa de carga en la que se hicieron las lecturas de los estados de los esfuerzos.

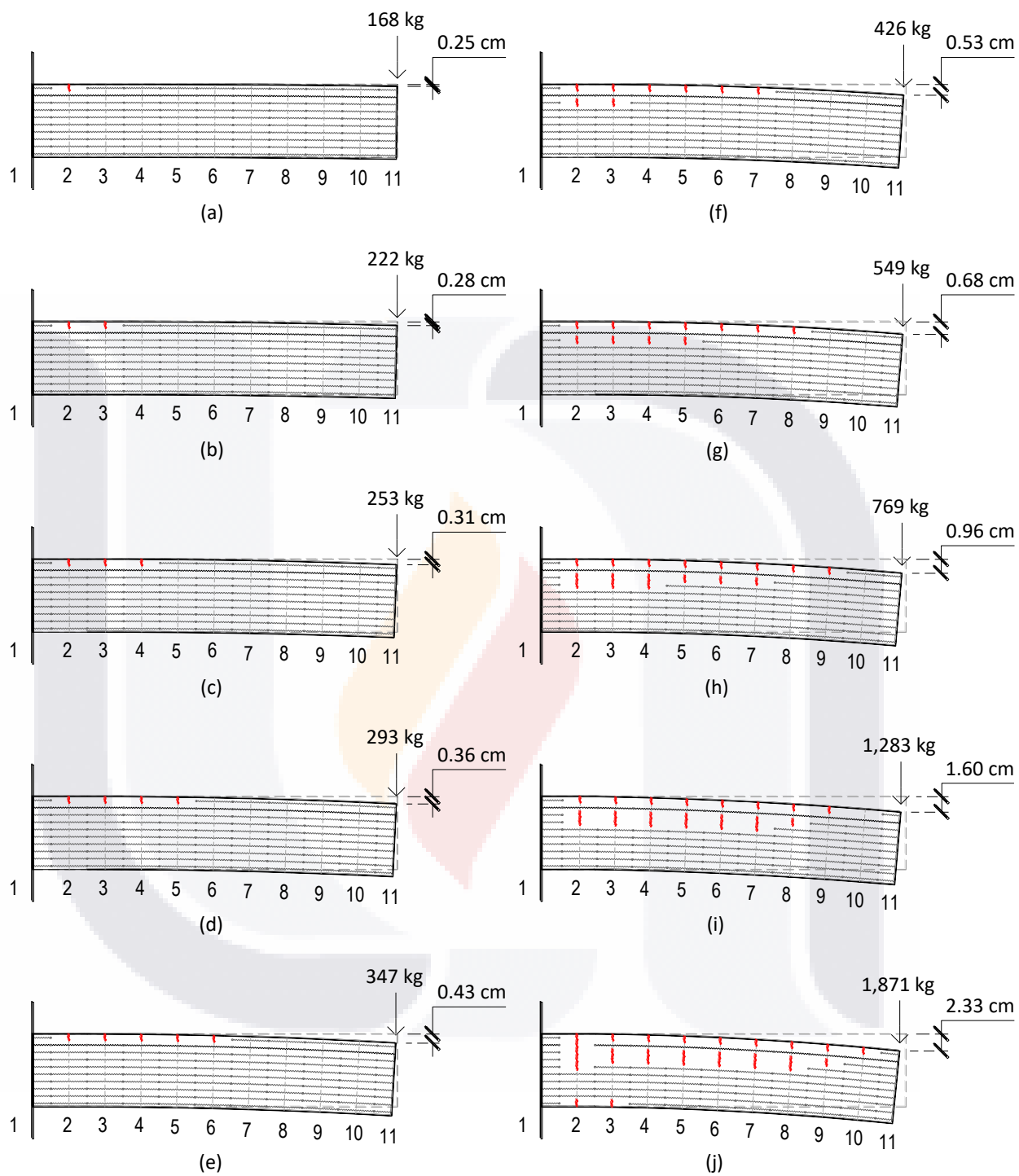


Figura 4.3.1 Esquemas con el desarrollo del proceso de agrietamiento de la trabe analizada.



Según lo observado en los resultados obtenidos, si bien en todas las etapas de carga los resortes contiguos a aquellos correspondientes al refuerzo de acero se van rompiendo conforme se incrementan los esfuerzos, es hasta que la carga alcanza una magnitud de 1,871 kg que el resorte de acero se ve sobreesforzado (figura 4.3.1 j). Lo anterior significa que ha llegado a su límite de fluencia y, por consiguiente, se considera que en ese punto se presenta la falla en la trabe dado que no existe un elemento que resista la tensión provocada por la flexión, tarea que realizaba el refuerzo de acero. Al no resistir más esfuerzos las deformaciones se incrementan abruptamente hasta presentarse la separación total de las varillas de refuerzo y el colapso de la trabe.



## Capítulo V: Conclusiones

Por lo expresado en este documento se ha observado que el método del elemento aplicado tiene una mayor precisión en sus resultados de análisis en comparación con el método del elemento finito. Y no sólo logra una mayor fidelidad a los parámetros teóricos como el desplazamiento vertical en el rango del comportamiento elástico, sino que permite dar un seguimiento con una precisión considerable del comportamiento mecánico de una estructura una vez que esta ha entrado en el rango del comportamiento plástico (deformaciones irreversibles, agrietamientos y colapso) lo cual, con el método del elemento finito no se puede realizar. Lo anterior se refleja de manera clara en la figura 5.1.1 la cual muestra los resultados del análisis hecho al edificio Pyne Gould colapsado en la ciudad de Christchurch, Nueva Zelanda en febrero del 2011 tras la ocurrencia de un sismo de 6.3 grados (escala de Richter). El análisis se realizó mediante los métodos de elemento aplicado y de elemento finito presentando las simulaciones obtenidas con ambos métodos.

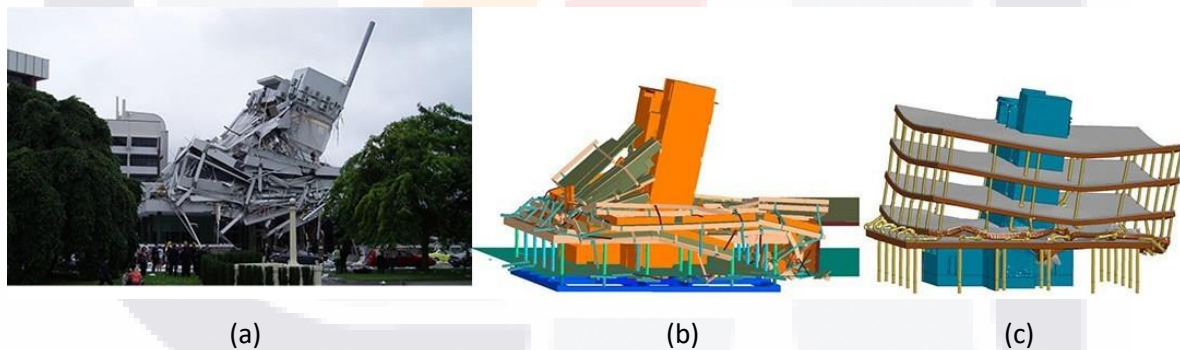


Figura 5.1.1 Colapso por sismo de ed. Pyne Gould, Christchurch, Nueva Zelanda. 2011. (a) Imagen real del edificio colapsado, (b) Simulación obtenida con MEA y (c) Simulación obtenida con MEF

En lo que respecta al caso de análisis del presente trabajo, pudo obtenerse el desplazamiento vertical en el extremo y compararse con el desplazamiento teórico con considerable precisión como habían realizado otros investigadores como Prashida Kharel y Christy Lincy; pudo registrarse también el desarrollo del patrón de agrietamientos en cada etapa con un resultado razonable de acuerdo a de carga mediante el proceso realizado con algoritmos propios de cálculo de todas las etapas de análisis. Lo anterior se puede observar en la tabla 4.3.1.

Como se observó anteriormente, la etapa de carga de 1.87 ton fue en la cual el esfuerzo de permisible en el acero se ve rebasado por el esfuerzo actuante. Posterior a la última etapa de carga analizada (figura 4.3.1 j) y con un incremento adicional en la carga, ya sólo se esperaría alcanzar la deformación de ruptura ( $\epsilon_u$ ) en la cual se presentaría ruptura de las varillas que representan el refuerzo de la trabe y, por lo tanto, su colapso definitivo. Dicha deformación se presentaría posterior a la etapa de estricción (es decir, después de haber alcanzado el esfuerzo último) y su valor puede ser desde 0.21 es decir, 21%.

En la figura 5.1.2 se puede apreciar el estado final de desplazamiento y agrietamientos en la trabe analizada al haber alcanzado el refuerzo de acero su esfuerzo de fluencia.

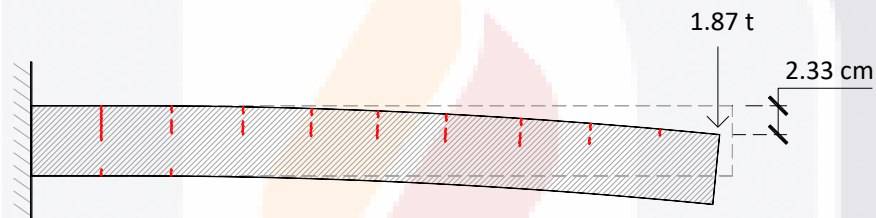


Figura 5.1.2. Esquema de la configuración final de desplazamiento en el extremo de la trabe y los agrietamientos generados en la misma al punto de la falla de colapso.

## Referencias

American Society of Civil Engineers (2006). *Minimum design loads for buildings and other structures ASCE/SEI 7-10*.

Dolores S. Carlos David, Minervini G. Michelangelo (2016). *Análisis de colapso progresivo en estructuras de concreto por ocurrencia de eventos extraordinarios*: Universidad católica Andrés Bello.

Barbosa C. Ricardo (2013). *Colapso progresivo de edificios de concreto*: Congreso de ingeniería civil UCG.

Sandoval M. Efrén A. (2016). *Metodología para la formulación de un modelo matemático que considere el colapso progresivo desproporcionado de estructuras convencionales*: Universidad nacional de Colombia.

Kimiro Meguro, Hatem Tagel-Din (2000). *Applied element method for structural analysis: theory and application for linear materials*: The university of Tokyo.

Prashidha Kharel (2014). *Formulating the Applied Element Method: linear 2d*: The University of Sydney.

Christy D. Lincy, Pillai T M Madhavan, Nagarajan Praveen (2018). *Analysis of concrete beams using applied element method*: Department of civil engineering, NIT Calicut.

Bibiana M. Luccioni, Daniel Ambrosini y Rodolfo Danesi (2003). *Colapso estructural bajo cargas explosivas*: Universidad nacional de Tucumán.

AEM publications: journals (2017). *Reability of collapse simulation – Comparing finite and applied element method at different levels*.

Hengchao Cheng (2016). *The performance of semi-rigid Steel frame structure in progressive collapse*: Zunyi vocational and technical college, Guizhou.

Beer Ferdinand P., Johnston Jr. E. Russell, DeWolf John T. (2007). *Mecánica de materiales (4a ed.)* D.F., México.

Merrit Frederick S., Loftin M. Kent, Ricketts Jonathan T. (2014). *Manual del ingeniero civil (4a ed.)* D.F., México.

Meli Piralla R. (2004). *Diseño estructural (2a ed.)* D.F., México.

Tena Arturo, Cortés José, Godínez Eber (2016). *Impacto de la redundancia estructural en el comportamiento sísmico de estructuras de concreto reforzado*. Ecuador, Universidad católica de Santiago de Guayaquil, Revista Alternativas, Vol. 17, Núm. 3, pp. 180-197.

Comisión Federal de Electricidad (2015). *Manual de diseño de obras civiles. Diseño por sismo*. México D.F.

Jack C. McCormac, Russel H. Brown (2011). *Diseño de concreto reforzado (8ª ed.)*. New Jersey, E.U.

Boris Bresler, T. Y. Lin, John B. Scalzi (1970). *Diseño de estructuras de acero*. New York, E.U.

Jack C. McCormac, Stephen Csernak (2012). *Diseño de estructuras de acero (5ª ed.)*. New Jersey, E.U.

Jefatura de Gobierno de la Ciudad de México (2017). *Normas técnicas complementarias de la Ciudad de México*.

Stephen Timoshenko, James N. Goodier (1934). *Teoría de la elasticidad*. New York, E.U.

H. M. Salem, A. K. El-Fouly, H. S. Tagel-Din (2011). *Toward an economic design of reinforced concrete structures against progressive collapse*. Department of structural engineering, Cairo University, Giza, Egypt.