



**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA
DE AGUASCALIENTES**

CENTRO DE CIENCIAS SOCIALES Y HUMANIDADES

DEPARTAMENTO DE EDUCACION

TESIS

**COMPRENSIÓN DEL ENUNCIADO DE PROBLEMAS
MULTIPLICATIVOS EN NIÑOS INDÍGENAS**

PRESENTA

Alicia Martínez Martínez

PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRA EN INVESTIGACIÓN EDUCATIVA

TUTOR

Dr. David Alfonso Páez

COMITÉ TUTORIAL

Dr. Daniel Eudave Muñoz

Dra. María del Carmen Olvera Martínez

Aguascalientes, Ags., 21 de septiembre de 2021

Fecha de dictaminación dd/mm/aaaa: 24 de septiembre de 2021

NOMBRE: Alicia Martínez Martínez **ID** 281387

PROGRAMA: Maestría en Investigación Educativa **LGAC (del posgrado):** Competencias intelectuales y académicas básicas en educación media superior y superior

TIPO DE TRABAJO: () Tesis () Trabajo Práctico

TITULO: COMPRESIÓN DEL ENUNCIADO DE PROBLEMAS MULTIPLICATIVOS EN NIÑOS INDÍGENAS

IMPACTO SOCIAL (señalar el impacto logrado): Este trabajo de investigación significa un primer acercamiento a la comprensión que los niños de primarias indígenas (hablantes del Tenek-Huasteco) logran en problemas multiplicativos, contribuyendo a destacar la importancia de hacer investigación en esta población, así como proponer nuevas líneas de investigación relacionadas con la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Las dificultades identificadas aporta elementos para dar cuenta sobre la relevancia que tiene el proceso de comprensión en los problemas de matemáticas; además, tales dificultades y fortalezas de los niños son un referente para reflexionar y hacer trabajos de intervención sobre la calidad de la enseñanza matemática en la comunidad indígena.

INDICAR	SI	NO	N.A. (NO APLICA)	SEGÚN CORRESPONDA:
Elementos para la revisión académica del trabajo de tesis o trabajo práctico:				
SI				El trabajo es congruente con las LGAC del programa de posgrado
SI				La problemática fue abordada desde un enfoque multidisciplinario
SI				Existe coherencia, continuidad y orden lógico del tema central con cada apartado
SI				Los resultados del trabajo dan respuesta a las preguntas de investigación o a la problemática que aborda
SI				Los resultados presentados en el trabajo son de gran relevancia científica, tecnológica o profesional según el área
SI				El trabajo demuestra más de una aportación original al conocimiento de su área
SI				Las aportaciones responden a los problemas prioritarios del país
SI				Generó transferencia del conocimiento o tecnológica
SI				Cumple con la ética para la investigación (reporte de la herramienta antiplagio)
El egresado cumple con lo siguiente:				
SI				Cumple con lo señalado por el Reglamento General de Docencia
SI				Cumple con los requisitos señalados en el plan de estudios (créditos curriculares, optativos, actividades complementarias, estancia, predoctoral, etc)
SI				Cuenta con los votos aprobatorios del comité tutorial, en caso de los posgrados profesionales si tiene solo tutor podrá liberar solo el tutor
N.A.				Cuenta con la carta de satisfacción del Usuario
SI				Coincide con el título y objetivo registrado
SI				Tiene congruencia con cuerpos académicos
SI				Tiene el CVU del Conacyt actualizado
N.A.				Tiene el artículo aceptado o publicado y cumple con los requisitos institucionales (en caso que proceda)
En caso de Tesis por artículos científicos publicados				
N.A.				Aceptación o Publicación de los artículos según el nivel del programa
N.A.				El estudiante es el primer autor
N.A.				El autor de correspondencia es el Tutor del Núcleo Académico Básico
N.A.				En los artículos se ven reflejados los objetivos de la tesis, ya que son producto de este trabajo de investigación.
N.A.				Los artículos integran los capítulos de la tesis y se presentan en el idioma en que fueron publicados
N.A.				La aceptación o publicación de los artículos en revistas indexadas de alto impacto

Con base en estos criterios, se autoriza se continúen con los trámites de titulación y programación del examen de grado: Sí No

FIRMAS

* NOMBRE Y FIRMA DEL CONSEJERO SEGÚN LA LGAC DE ADSCRIPCIÓN: Dra. Ana Cecilia Macías Esparza

NOMBRE Y FIRMA DEL SECRETARIO TÉCNICO: Dr. Daniel Eudave Muñoz

* En caso de conflicto de intereses, firmará un revisor miembro del NAB de la LGAC correspondiente distinto al tutor o miembro de comité tutorial, asignado por el Decano

Revisó: Dr. Alfredo López Ferreira

Autorizó: Mtra. María Zapopan Tejada Caldera

Nota: procede el trámite para el Depto. de Apoyo al Posgrado
 En cumplimiento con el Art. 105C del Reglamento General de Docencia que a la letra señala entre las funciones del Consejo Académico: ... Cuidar la eficiencia terminal del programa de posgrado y el Art. 105F las funciones del Secretario Técnico, llevar el seguimiento de los alumnos.



MTRA. MARÍA ZAPOPAN TEJEDA CALDERA
DECANA DEL CENTRO DE CIENCIAS SOCIALES Y HUMANIDADES

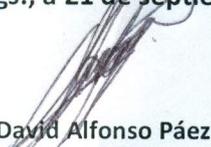
PRESENTE

Por medio del presente como **Miembros del Comité Tutorial** designado de la estudiante **ALICIA MARTÍNEZ MARTÍNEZ** con ID 281397 quien realizó la tesis titulada: **COMPRESIÓN DEL ENUNCIADO DE PROBLEMAS MULTIPLICATIVOS EN NIÑOS INDÍGENAS**, un trabajo propio, innovador, relevante e inédito y con fundamento en el Artículo 175, Apartado II del Reglamento General de Docencia damos nuestro consentimiento de que la versión final del documento ha sido revisada y las correcciones se han incorporado apropiadamente, por lo que nos permitimos emitir el **VOTO APROBATORIO**, para que ella pueda proceder a imprimirla así como continuar con el procedimiento administrativo para la obtención del grado.

Ponemos lo anterior a su digna consideración y sin otro particular por el momento, le enviamos un cordial saludo.

ATENTAMENTE
"Se Lumen Proferre"

Aguascalientes, Ags., a 21 de septiembre de 2021.


Dr. David Alfonso Páez
Tutor de tesis


Dr. Daniel Eudave Muñoz
Asesor de tesis


Dra. María del Carmen Olvera Martínez
Asesora de tesis

c.c.p.- Interesada
c.c.p.- Secretaría Técnica del Programa de Posgrado

Agradecimientos

Mi sincero agradecimiento a la sociedad mexicana que a través de CONACYT y sus programas: Incorporación de Mujeres Indígenas a Posgrados para el Fortalecimiento Regional, Becas de Posgrado y Apoyos Complementarios a Mujeres Indígenas, me brindaron una oportunidad para acceder a estos espacios de formación profesional.

A COPOCYT, que fue la institución mediadora para establecer los cimientos encaminados al ingreso de este posgrado.

A la coordinación y personal docente de la Maestría en Investigación Educativa del periodo 2019-2021 por estar siempre atentos en el seguimiento de mi formación profesional, sin dejar de lado la calidez humana que los caracteriza.

Al Dr. David Alfonso Páez por desempeñar cabalmente su papel de tutor en la elaboración de esta tesis, agradezco su paciencia para orientarme en cada una de las etapas que implicó este trabajo, por su dedicación y esfuerzo para aportar acertadas sugerencias, siempre con el propósito de contribuir al logro de las metas establecidas.

Al Dr. Daniel Eudave Muñoz y la Dra. María del Carmen Olvera Martínez quienes con su acompañamiento fortalecieron este trabajo de investigación.

A la Dra. Ana Cecilia Macías Esparza y la Dra. Lilia Patricia Aké, quienes aportaron valiosas sugerencias para la mejora del presente estudio.

A mis amigos y amigas que con su apoyo y aliento hicieron mucho más ligero este arduo camino de formación profesional.

A mis compañeros de la Maestría en Investigación Educativa del periodo 2019-2021, por su calidez humana, compañerismo, amistad y por la oportunidad que me brindaron de ser parte de ese entrañable grupo.

Al supervisor de la zona escolar, directores, docentes y padres de familia, quienes brindaron las facilidades de acceso y realización del estudio.

A los niños que, con su participación entusiasta, contribuyeron a hacer realidad este trabajo de investigación, que hoy se refleja en el presente documento. Siempre agradecida.

Al equipo de Laura Ramírez Landeros y Andrés Palacios por alentarme con su entusiasmo para continuar en la superación profesional y por su atinada guía en el proceso de ingreso al posgrado.

A mi familia, por su apoyo incondicional y sus palabras de aliento para no desistir en este trayecto de formación.

Al creador, por darme fortaleza y permitir ver cristalizado este anhelo de superación profesional.

A los niños Tének de San Luis Potosí

“Fueron los niños los que me enseñaron a enseñar.... muchas veces decimos que no razonan porque desconocemos la causa por la cual se expresan. Que las respuestas que obtenemos no coincidan con las que esperamos no significa en modo alguno que no ralone, sino simplemente que hay discrepancia entre lo que nosotros deseamos y lo que obtenemos....

Me enseñaron a escuchar, pero, escuchar es preguntarse por qué dicen lo que dicen, por qué hacen lo que hacen, y en definitiva si nos damos cuenta, lo que hace cualquier investigador, es escuchar, es contar con el otro...

Me enseñaron a callar para que hablaran ellos, son tus silencios los que conquistan su voz.

Me enseñaron todo y me siguen enseñando todo”.

José Antonio Fernández Bravo (tomado de la red)

Índice general

	Pág.
Índice de tablas	5
Índice de figuras	7
Acrónimos	8
Resumen	9
Abstract	10
Introducción	11
 Capítulo 1 Planteamiento del problema	 13
1.1. Antecedentes	13
1.1.1 Resolución de problemas como competencia en matemáticas	13
1.1.2 Comprensión del enunciado de problemas	16
1.1.3 Dificultades de los estudiantes en la resolución de problemas	18
1.1.4 Enfoque pedagógico para aprender matemáticas en la Educación Básica	20
1.1.5 Importancia del significado de la multiplicación	22
1.1.6 Distractores en problemas matemáticos	26
1.1.7 Escenario de la educación primaria indígena	26
1.2 Problemática	30
1.3 Preguntas de investigación	31
1.3.1 Pregunta general	31
1.3.2 Preguntas particulares	31
1.4 Objetivos	31
1.4.1 Objetivo general	31
1.4.2 Objetivos particulares	32
1.5 Justificación	32
 Capítulo 2 Marco de referencia	 35
2.1 Aprendizaje de las matemáticas en la educación primaria	35
2.2 Resolución de problemas en matemáticas	36

2.3	Proceso de resolución en problemas matemáticos	38
2.3.1	Metodología de Polya para resolver problemas	39
2.3.1.1	Primera fase: comprender el problema	40
2.3.1.2	Segunda fase: concebir un plan	42
2.3.1.3	Tercera fase: ejecución del plan	42
2.3.1.4	Cuarta fase: examinar la solución obtenida	43
2.3.2	Relevancia de comprender el problema	43
2.4	Problemas de multiplicación	44
2.4.1	Características de los problemas de multiplicación	46
2.4.2	Tipos de problemas de multiplicación	46
2.5	Comentarios finales	48
Capítulo 3 Metodología		49
3.1	Tipo de estudio	49
3.2	Sujetos de estudio	51
3.3	Técnicas e instrumentos para recopilar la información	53
3.3.1	Prueba abierta	54
3.3.1.1	Problemas de multiplicación	54
3.3.1.2	Preguntas de comprensión	57
3.3.2	Entrevista semiestructurada	58
3.4	Acopio de datos	59
3.4.1	Validación y pilotaje	60
3.4.2	Implementación de la prueba abierta y guion de entrevista	60
3.5	Proceso de análisis de datos	62
3.6	Consideraciones éticas	63
Capítulo 4 Resultados		64
4.1	Comprensión de los niños en el enunciado de problemas multiplicativos	64
4.1.1	Explicar el enunciado del problema	64
4.1.2	Identificar la incógnita	67
4.1.3	Justificar la viabilidad del problema	69

4.1.4	Determinar si faltan o sobran datos en los problemas	72
4.1.5	Seleccionar datos necesarios para resolver el problema	75
4.1.6	Relacionar la condición con los datos del problema	77
4.1.7	Reconocer la utilidad de la condición del problema	79
4.1.8	Representación gráfica de la solución del problema	82
4.1.9	Solución de los problemas	84
4.2	Resultados de la entrevista	86
4.2.1	Reflexión de los niños sobre los problemas dados en la prueba	86
4.2.2	Dificultades en la comprensión del enunciado del problema	88
4.2.2.1	Dificultades relacionadas con la comprensión en los problemas	89
4.2.2.2	Dificultades relacionadas con el procedimiento de solución	91
4.2.3	La división como procedimiento de solución	94
4.2.4	Dificultad para usar la multiplicación y la suma	95
4.2.5	La multiplicación como suma reiterada	95
4.3	Comentarios finales	97
Capítulo 5	Discusión de resultados	99
5.1	Explicaciones de los niños sobre los problemas planteados	99
5.2	Dificultades que los niños evidenciaron en los problemas multiplicativos	100
5.3	Algoritmos utilizados por los niños en la resolución de problemas multiplicativos	103
5.4	Implicaciones de la lengua indígena en la comprensión de problemas	104
Capítulo 6	Conclusiones	107
6.1	Comprensión sobre los problemas multiplicativos	107
6.1.1	Justificación sobre la comprensión de problemas multiplicativos	108
6.1.2	Procedimientos de solución propuestos para resolver los problemas	109
6.1.3	Dificultades para comprender el enunciado de los problemas planteados	110
6.2	Limitaciones del estudio	111
6.3	Implicaciones de la presente investigación	111

Referencias 114
Anexos 122



Índice de tablas

	Pág.
Tabla 1 Características generales de los estudiantes que aquí participaron	52
Tabla 2 Inicio y duración de la entrevista	61
Tabla 3 Explicaciones de los niños que refieren la incógnita de cada problema.....	65
Tabla 4 Explicaciones de Luisa que refieren la condición que establece el problema ...	66
Tabla 5 Explicaciones de tipo general sobre lo que tratan los cuatro problemas	66
Tabla 6 Respuestas que refieren la incógnita de los problemas planteados	67
Tabla 7 Respuestas que difieren de la incógnita	68
Tabla 8 Justificaciones para determinar la viabilidad de los problemas planteados	69
Tabla 9 Justificaciones que refieren dificultades para la viabilidad del problema	70
Tabla 10 Argumentos que toman como referente el intento de resolver los problemas ..	71
Tabla 11 Justificaciones centradas en la incógnita del problema	71
Tabla 12 La incógnita para justificar la falta de datos en los problemas	73
Tabla 13 Justificaciones sobre la presencia o falta de datos en los problemas	73
Tabla 14 Justificaciones que refieren el grado de dificultad para determinar la presencia o falta de datos en los problemas	74
Tabla 15 Datos que los niños identifican en los problemas para su posible solución ...	75
Tabla 16 Respuestas que refieren información distinta a datos clave de los problemas	76
Tabla 17 Respuestas que señalan uno de los datos en cada problema	78
Tabla 18 Respuestas que señalan información distinta a datos clave de los problemas ..	78
Tabla 19 Justificaciones de la utilidad de la condición del problema 1 para su solución	80
Tabla 20 Justificación de Carmelo para la utilidad de la condición en el problema	80
Tabla 21 Justificación general en torno a la utilidad de la condición del problema	81
Tabla 22 Respuestas ajenas a la pregunta planteada	81
Tabla 23 Diálogo que evidencia la dificultad para identificar la incógnita en el problema 2	89
Tabla 24 Diálogo que refiere datos erróneos para resolver el problema	92

Tabla 25 Dificultad para identificar el dato sobre el contenido de las cajas
o paquetes de huevos 93

Tabla 26 Explicación de Carmelo en torno al problema 4 105



ÍNDICE DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1 Ejemplo del error que cometen los niños con el valor posicional en la multiplicación	23
Figura 2 Ejemplo de error con el valor posicional y la propiedad distributiva en la multiplicación	24
Figura 3 Justificación de Luisa que refiere la presencia de datos en el problema 2	72
Figura 4 Justificación de Zenaido que refiere la falta de datos en el problema 1	74
Figura 5 Relación de Luisa entre la condición y los datos clave del problema 1	77
Figura 6 Representaciones gráficas con propuestas de solución al problema 1	82
Figura 7 Representaciones gráficas con propuestas de solución al problema 3.....	83
Figura 8 Representaciones gráficas que contextualizan el problema.....	83
Figura 9 Procedimientos que incluyen la multiplicación y suma al resolver el problema 1	84
Figura 10 Soluciones erróneas a los problemas 2 y 3	85
Figura 11 La división como procedimiento de solución sugerido por Luisa	94

Acrónimos

BANREA	Banco de reactivos
COVID-19	Coronavirus disease (enfermedad por coronavirus)
ENLACE	Exámenes Nacionales del Logro Académico en Centros Escolares
INEE	Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación
PLANEA	Plan Nacional para las Evaluaciones de los Aprendizajes
SEGE	Secretaría de Educación del Gobierno del Estado
SEP	Secretaría de Educación Pública
SLP	San Luis Potosí
UNICEF	United Nations International Children's Emergency Fund (Fondo de las Naciones Unidas para la Infancia)

Resumen

El presente estudio tiene por objetivo describir el proceso de comprensión en el enunciado de problemas multiplicativos que manifiestan niños de quinto grado de primaria indígena. El marco de referencia que guio el estudio es la resolución de problemas a partir de la propuesta metodológica de Polya, en particular, se retomó la primera fase que corresponde a la comprensión del problema. Como método se tomó el estudio de casos con seis alumnos de la Huasteca Potosina, a quienes se les pidió que resolvieran cuatro problemas de multiplicar y contestaran ocho preguntas de comprensión; posteriormente a cada estudiante se le hizo una entrevista con la finalidad de profundizar sobre su desempeño en los cuatro problemas. Los resultados evidencian que los niños logran comprender los problemas planteados, ya que identifican la incógnita, la condición y otros datos necesarios para determinar el procedimiento de solución, sin embargo, algunos estudiantes muestran dificultad para relacionar los datos y determinar la viabilidad de los problemas; además, los resultados muestran que su lengua indígena tiene un papel importante para comprender el enunciado de estos problemas. Es fundamental favorecer en el salón de clases espacios donde los estudiantes indígenas comprendan los problemas de manera previa a su solución, a través de sus propias explicaciones y reflexiones para identificar, relacionar y justificar sobre los datos clave para determinar procedimientos de solución. De igual modo, se requiere un mayor trabajo en el significado de la multiplicación, en la relación que se establece entre los factores y su aplicación en problemas contextualizados.

Abstract

The present study has the objective of describing the comprehension process in the sentences of multiplication problems that indigenous children deal with in the 5th grade of the indigenous elementary school. The frame of reference that leads this study is the problem solving from Polya's methodological proposal, in particular, the first phase was considered; corresponding to the problem's comprehension. The method selected was the case study with six students from the Huasteca Potosina, to who were asked to solve four multiplication problems and answer eight comprehension questions. Subsequently, an interview was made with each student with the purpose of deepen about his development in the four problems. The results show that some children understand the sentence of the problems proposed by identifying determined information like the question, the condition, other key data and processes of solution, as well as identify and justify if these have the necessary data to be viable; however, some students show difficulty to relate data and determine the viability of the problems, in addition, the results show that their indigenous language has an important role to comprehend the sentence of these problems. It's fundamental to bring on spaces in the classroom where the indigenous students understand the problems previously to their solution through their own explanations and reflections to identify, relate and justify about the key data to determine the procedures of solution. In the same way, a mayor work in the meaning of the multiplication is required in the relation that is stablished between the factors and their application in contextualized problems.

Introducción

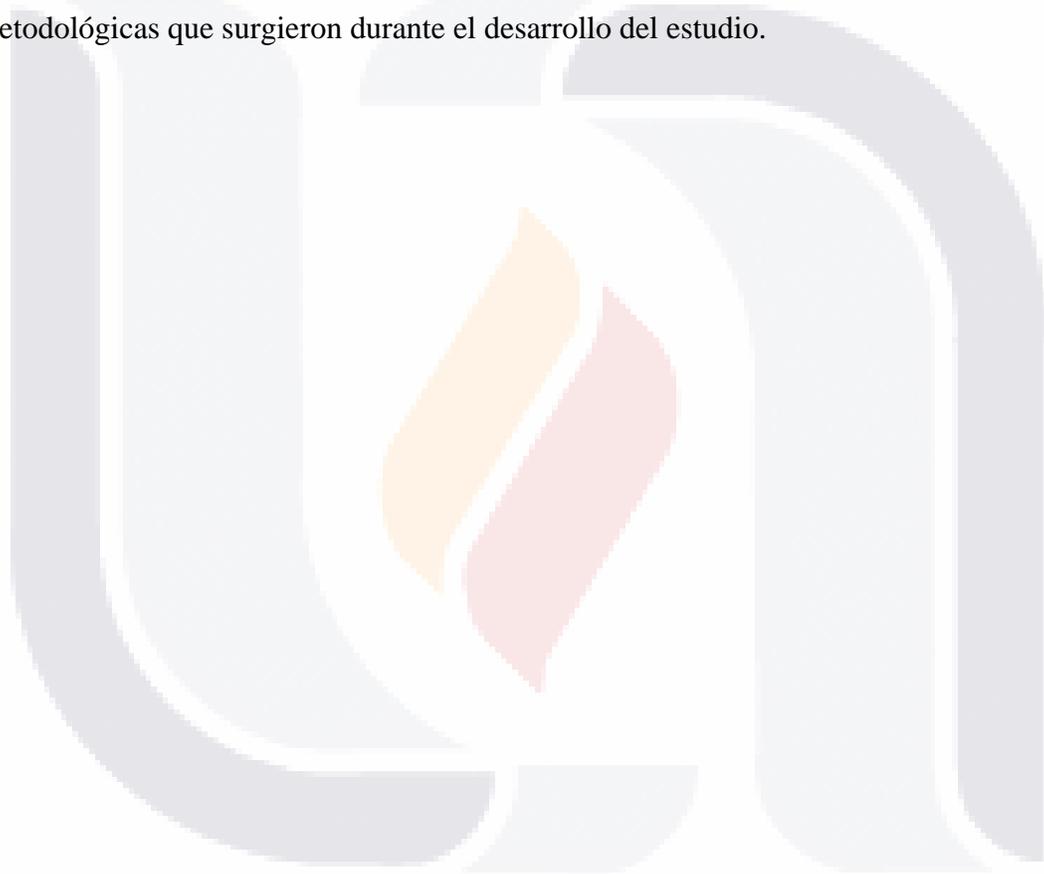
La literatura consultada muestra que se han realizado diversos estudios sobre los problemas matemáticos, algunos incluyen la lectura y abordan las operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división). Aunque existen estudios sobre el algoritmo de la multiplicación, son pocos los relacionados con el proceso de comprensión de problemas que abarcan este algoritmo. Asimismo, la literatura teórica y científica muestra que la multiplicación implica varios conocimientos matemáticos (por ejemplo, la suma y el valor posicional), y es antecedente para comprender la división. De acuerdo con lo anterior, el presente estudio tiene como objetivo dar cuenta de la comprensión y posibles dificultades que niños indígenas de quinto grado de educación primaria llevan a cabo para comprender y resolver problemas multiplicativos.

Para dar cuenta de este estudio, el documento está dividido en seis capítulos. El Capítulo 1 corresponde al planteamiento del problema, donde se muestran algunos antecedentes en relación con el objeto de estudio, las preguntas y objetivos de investigación, así como la justificación que da cuenta de la relevancia del estudio. En el Capítulo 2 se presenta el marco de referencia que sustenta teóricamente el estudio, el cual se basa principalmente en la propuesta metodológica de Polya (1979), en particular, se retoma la primera fase que corresponde a la comprensión del problema. Asimismo, se reflexiona sobre la finalidad de las matemáticas, el concepto de resolución de problemas, la importancia e implicaciones de la comprensión lectora en la comprensión de problemas matemáticos, en el significado y el proceso del algoritmo de la multiplicación, así como en el tipo de problemas multiplicativos que se plantean en educación primaria.

En el Capítulo 3 se describe la metodología que orientó el acercamiento al objeto de estudio, así como el proceso del trabajo de campo y las consideraciones éticas que guiaron la presente investigación. Por su parte, en el Capítulo 4 se presentan los resultados que se obtuvieron a partir del análisis de datos. En primer lugar, se dan a conocer los resultados al plantearles a seis niños indígenas cuatro problemas de multiplicación, y en segundo lugar los que se derivaron de la entrevista dada a estos estudiantes. En el Capítulo 5 se discuten los

resultados de la investigación a partir de la literatura revisada sobre la comprensión del enunciado de problemas multiplicativos.

Finalmente, en el Capítulo 6 se plantean las conclusiones a las que condujo el presente estudio, las cuales se elaboran a partir de los resultados y tomando como referente los objetivos, además, así como las principales implicaciones de este estudio para la enseñanza y aprendizaje de la multiplicación y de los problemas multiplicativos en contextos particulares como son las primarias indígenas; además, se da cuenta de las limitantes metodológicas que surgieron durante el desarrollo del estudio.



CAPÍTULO 1

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En este capítulo se presenta el planteamiento del problema a partir de los siguientes apartados: antecedentes, problemática, preguntas y objetivos de investigación, y justificación. En los antecedentes se dan a conocer las investigaciones que sustentan el objeto de estudio y que corresponden a la resolución de problemas, las dificultades de los niños ante esta competencia, la resolución de problemas como enfoque pedagógico para la enseñanza de las matemáticas en educación básica, la importancia de comprender la multiplicación, así como la resolución de problemas multiplicativos en el contexto de las primarias indígenas. Estos antecedentes permiten delinear la problemática en torno al objeto de estudio, las preguntas de investigación y los objetivos que este estudio. Para concluir, se establece la justificación en la cual se fundamenta la relevancia que representa este estudio sobre la comprensión de problemas multiplicativos en niños indígenas.

1.1 Antecedentes

En el aprendizaje de las matemáticas, resolver un problema es un trabajo cognitivo complejo, dado que se requiere primero, comprender lo que se pide, y después, seleccionar el procedimiento adecuado para su resolución (Castro, 2008), en otras palabras, es representar y resolver el problema mentalmente, lo cual conlleva identificar y relacionar los datos clave para determinar el procedimiento de solución (Chamoso et al., 2014).

1.1.1 Resolución de problemas como competencia en matemáticas

En matemáticas, la resolución de problemas es una competencia fundamental¹ que los estudiantes de educación básica deben desarrollar como parte de su formación escolar (Scott, 2015), ya que les permite aplicar y aprender matemáticas a medida que resuelven problemas en un contexto real, emplear sus conocimientos previos, así como determinar y usar sus

¹ La resolución de problemas se ubica como una competencia dentro de los cuatro pilares de la educación (Scott, 2015). El concepto de competencia hace referencia a la "... capacidad de movilizar varios recursos cognitivos para hacer frente a un tipo de situaciones" (Perrenoud, 2004, p. 48).

TESIS TESIS TESIS TESIS TESIS

propias estrategias de solución (Chamoso et al., 2014). Además, la resolución de problemas le permite al estudiante afrontar situaciones de su vida cotidiana relacionadas con las matemáticas (Secretaría de Educación Pública [SEP], 2017).

De acuerdo con Sepúlveda et al. (2009), la investigación sobre la resolución de problemas matemáticos tuvo su origen en el estudio desarrollado por Polya (1979), quien observó dificultades para comprender y resolver problemas en varios de sus estudiantes de educación básica. Como parte de su contribución, Polya propuso una metodología centrada en llevar al niño a comprender y resolver problemas de manera adecuada, y a partir de sus aportaciones surgieron diversas líneas de investigación que han orientado los estudios en la resolución de problemas matemáticos; por ejemplo, comprensión y solución de problemas (Hernández, 1993, citada en Alonso & Martínez, 2003; Silva et al., 2009), práctica docente y resolución de problemas (Campistrous & Rizo, 2014), y heurísticas en la resolución de problemas (Granados & Rodríguez, 2011; Santos, 2008; Schoenfeld, 1985), entre otras.

Törner et al. (2007, citados en Santos, 2008) mencionan que tales líneas de investigación se orientan a contribuir al conocimiento sobre la relación entre la resolución de problemas y las prácticas de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, así como dar cuenta de su impacto en las evaluaciones nacionales e internacionales. Por su parte, Santos (2008) refiere que los estudios van encaminados a explicar cómo el estudiante desarrolla el pensamiento matemático a partir de actividades que involucran la resolución de problemas.

En el estado del conocimiento *Una década de investigación educativa en conocimientos disciplinares en México (2002-2011)* (Ávila et al., 2013) se identificaron tres estudios relacionados con la resolución de problemas, desarrollados por Arteaga y Guzmán (2005), Ávila et al. (2004) y Backhoff et al. (2010). El trabajo de Arteaga y Guzmán (2005) tiene como objetivo analizar las estrategias utilizadas por alumnos de quinto grado de primaria en la resolución de problemas algebraicos verbales, y de qué manera pasan de un pensamiento aritmético a uno algebraico. Este estudio evidenció que los niños empleaban, como estrategias, sus conocimientos en aritmética y dibujos para representar problemas de reparto. De acuerdo con estos autores, emplear diferentes estrategias les permite a los alumnos construir nuevos conocimientos.

Por su parte, Backhoff et al. (2010) y Ávila et al. (2004) desarrollaron estudios con muestras amplias de estudiantes de educación básica, los cuales estaban orientados a conocer los logros que se obtienen en el sistema educativo. La investigación de Backhoff et al. se apoyó en pruebas estandarizadas y con sustento estadístico. En este estudio, los investigadores concluyeron que durante el periodo 2000-2005, los alumnos de sexto grado de primaria presentaron un avance significativo en los resultados obtenidos en las Pruebas de Estándares Nacionales de Matemáticas de la SEP. En estos resultados se incluyeron algunas primarias indígenas, aunque la muestra no fue representativa.

En cambio, el estudio desarrollado por Ávila et al. (2004) tenía como objetivo conocer el impacto de la reforma al programa de estudios de educación primaria de 1993, principalmente en el enfoque pedagógico para la enseñanza de las matemáticas. Para efectos del estudio, se analizó la práctica de 16 profesores de diferentes escuelas rurales y urbanas, con el fin de recuperar evidencias de la enseñanza y del aprendizaje de las matemáticas en la resolución de problemas. Los resultados muestran una escasa competencia en la resolución de problemas en alumnos de segundo, cuarto y sexto grado de primaria en comparación con el aprendizaje aritmético.

En México, los resultados de Ávila et al. (2004) coinciden con lo reportado en las evaluaciones nacionales más recientes en la asignatura de matemáticas de educación primaria (INEE [Instituto Nacional de Evaluación para la Educación], 2015, 2018). Los resultados de PLANEA –Plan Nacional para las Evaluaciones de los Aprendizajes– en matemáticas muestran que 60% de los niños de primaria se ubica en el nivel más bajo², el cual se refiere a que tienen un logro insuficiente en los aprendizajes esperados; en otras palabras, los estudiantes que están en este nivel tienen dificultad o carecen de conocimiento para resolver problemas que involucran operaciones básicas –suma, resta, multiplicación y división– con números naturales (INEE, 2015, 2018). Estos resultados orientan a indagar qué sucede en el proceso de enseñanza y aprendizaje respecto a esta competencia (Alonso & Martínez, 2003; Santos, 2008; Rodríguez & Domínguez 2016), en particular, explicar de qué manera el

² La evaluación PLANEA cuenta con cuatro niveles en el logro de aprendizajes esperados, siendo el Nivel I el más bajo (INEE, 2015, 2018).

estudiante desarrolla el pensamiento matemático a partir de actividades que involucran la resolución de problemas (Santos, 2008).

De acuerdo con lo anterior, la investigación centrada en la resolución de problemas es ineludible, ya que el desarrollo de esta competencia es fundamental para que los alumnos logren los aprendizajes esperados en matemáticas y avancen en la construcción de sus conocimientos, además, les permite que se desenvuelvan eficazmente en cada situación que afronten dentro del contexto de las matemáticas (SEP, 2017). Asimismo, la resolución de problemas es una actividad esencial en las clases de matemáticas porque ayuda a que el alumno vincule sus conocimientos con el mundo real y desarrolle procedimientos que le permitan solucionar problemas matemáticos en su vida cotidiana (Chamoso et al., 2014).

1.1.2 Comprensión del enunciado de problemas

La comprensión del enunciado es una fase necesaria para determinar el procedimiento de solución en cualquier problema de matemáticas (Beltrán & Reppeto, 2006; Polya, 1979), y está relacionada con la comprensión de textos o comprensión lectora, lo cual hace que ambas sean procesos interdependientes (Montero & Mahecha, 2020). La relación entre estos dos procesos de comprensión ha sido estudiada en los diferentes niveles educativos a través trabajos de diagnóstico y de intervención.

En relación con el primer tipo de estudios, los investigadores correlacionan las variables comprensión lectora y resolución de problemas matemáticos, encontrando una estrecha relación entre ellas (Canales, 2018; Beltrán & Reppeto, 2006; Durán & Bolaño, 2013; Gordillo & Restrepo, 2012; Marchant et al., 2007). Los resultados de Canales (2018) muestran que los alumnos de quinto grado de educación primaria se encuentran en un nivel medio en la comprensión lectora con un 50.4%, y en la resolución de problemas en un 51.3%. Los resultados de este estudio dan cuenta sobre la importancia y el impacto que tiene la comprensión lectora en la resolución de problemas, así como la necesidad de mejorar estos aprendizajes en salón de clases.

Por su parte, Beltrán y Reppeto (2006) realizaron tanto un diagnóstico como una intervención. En su estudio plantearon como propósito identificar la incidencia que tiene la implementación de estrategias comprensivas y metacomprendivas en el área de lenguaje,

TESIS TESIS TESIS TESIS TESIS

donde articularon la comprensión lectora del enunciado de problemas matemáticos. Los resultados indican que la implementación de estas estrategias contribuye a la comprensión del enunciado de problemas matemáticos. Los autores concluyen que a medida en que los docentes enseñen a sus alumnos a leer de manera comprensiva los enunciados de los problemas, la lectura posiblemente no sea en sí misma una dificultad.

Otros estudios han implementado la comprensión de problemas a manera de diagnóstico o de intervención. Granados y Rodríguez (2011) y Meneses y Peñaloza (2019) realizaron un estudio de diagnóstico en el nivel de educación primaria. Sus resultados indican que la comprensión del problema y la implementación de una metodología adecuada ayuda al desempeño de los alumnos con respecto a su proceso de resolución. En relación con esto, es fundamental que los niños desarrollen habilidades para comprender el enunciado, dado que cuando no existe esta comprensión ellos obtienen resultados erróneos al resolver problemas matemáticos (Silva et al., 2009).

Otro estudio de diagnóstico e intervención, es el que realizaron Boscán y Klever (2012) con estudiantes de primer grado de secundaria, ellos concluyen que “comprender exactamente lo que se pregunta es indispensable para enfrentar con eficacia la resolución de problemas” (p. 16). De igual manera, se han desarrollado estudios a nivel bachillerato como los de Santos (2008) y Sepúlveda et al. (2009), donde se implementó la metodología de Polya (1979) a través de tareas matemáticas. En ambos estudios se plantea como actividad inicial la comprensión del problema, donde el papel del docente es ayudar a que los estudiantes desarrollen diversas estrategias para lograr tal comprensión.

Santos (2008) plantea que, mediante las explicaciones dadas por los estudiantes, ellos logran construir, desarrollar, refinar, o transformar la manera de comprender y resolver problemas cuando se les plantean tareas matemáticas, las que pueden responder haciendo uso de herramientas computacionales como el software dinámico *Cabri-Geometry*. En tanto, Sepúlveda et al. (2009) diseñaron tareas de comparación de datos y de patrones. Sobre la comprensión de los problemas, los autores señalan que los estudiantes evidenciaron un mayor entendimiento a partir de las preguntas que surgieron del análisis de las tareas planteadas. Los estudiantes manifestaron un mayor manejo de recursos matemáticos y el uso de estrategias propias relacionadas con el pensamiento matemático indispensable para resolver

estas tareas., aunque en un inicio se les había dificultado llevar a cabo el proceso de comprensión.

1.1.3 Dificultades de los estudiantes en la resolución de problemas

La comprensión de un problema matemático involucra estrategias de razonamiento por parte de quien lo resuelve (Rodríguez & Domínguez, 2016), las cuales son: analizar los datos que lo componen, explicar con sus propias palabras el planteamiento del problema, establecer relación entre los datos y determinar el procedimiento de solución. Estas estrategias, así como el pensamiento matemático, son elementos clave para mejorar el desempeño de los alumnos al resolver problemas y propicia que empleen sus propios recursos cognitivos, procedimentales y actitudinales (Rodríguez & Domínguez, 2016).

Las principales dificultades que los estudiantes enfrentan al resolver problemas son la falta de comprensión del enunciado del problema y determinar el procedimiento de solución (Blanco & Blanco, 2009; Campistrous & Rizo, 2014; Granados & Rodríguez, 2011). Investigadores como Campistrous y Rizo (2014) afirman que, en ocasiones, a los alumnos se les dificulta comprender el enunciado del problema debido a la falta de conocimientos previos, de habilidades para leer y de estrategias de resolución. Asimismo, estos autores mencionan que tales carencias ocasionan que los niños utilicen todos los datos del problema o datos innecesarios para intentar resolverlo, o los lleva a no darse cuenta de lo que solicita el problema y qué requiere para determinar el procedimiento de solución.

El uso indistinto de datos es reportado en la investigación desarrollada por Rodríguez y Domínguez (2016), quienes plantearon a estudiantes de primaria el siguiente problema: “10.- Tengo tres estuches y en cada estuche tengo el mismo número de rotuladores. ¿Cuántos rotuladores tengo?” (p. 33). Los resultados muestran que algunos niños consideraron como datos para resolver el problema el número de estuches [3] y el número del enunciado [10], siendo un dato incorrecto. El problema no tiene solución, ya que falta la cantidad de rotuladores en cada estuche, y los investigadores esperaban que los estudiantes se dieran cuenta de ello y explicaran por qué no era posible resolverlo.

En relación con la segunda dificultad, Blanco y Blanco (2009) mencionan que, en ocasiones, el enunciado del problema incluye conceptos que los niños no logran comprender

su significado en el contexto de las matemáticas; por ejemplo, la palabra “diferencia” que se refiere “restar” o “sustraer”, sin embargo, en un sentido coloquial hace referencia a distinguir un objeto de otros, ya sea por sus cualidades o características³. De acuerdo con estos autores, la falta o confusión de significado matemático de los conceptos repercute en la comprensión y solución de los problemas planteados.

Por su parte, Silva et al. (2009) y Campistrous y Rizo (2014) plantean la dificultad de comprensión de problemas como una falta de reflexión sobre el enunciado del problema. Blanco y Blanco (2009) afirman que los alumnos no realizan este tipo de reflexión porque conciben la resolución de problemas sólo como la aplicación de fórmulas o modelos aprendidos previamente. Además, estos investigadores mencionan que cuando al estudiante solo se le enseña a ejecutar o practicar algoritmos, carece de herramientas para que comprenda lo que le demanda el problema para resolverlo.

Otra dificultad que limita comprender el enunciado del problema y determinar el procedimiento de solución es la carencia de conocimientos. Granados y Rodríguez (2011) señalan que los alumnos al desconocer algún tipo de procedimiento de solución tienden a pedir ayuda esperando se les indique qué deben de hacer, aun cuando se espera que ellos, de manera autónoma, propongan estrategias de solución.

Asimismo, Campistrous y Rizo (2014) indican que el estudiante llega a imitar los procedimientos desarrollados en el salón de clases, sin una comprensión del problema y de lo que está haciendo. Esta imitación lo limita a buscar otras alternativas de solución y de emplear o construir nuevo conocimiento. De acuerdo con la SEP (2017), los alumnos requieren de estrategias para buscar diferentes alternativas de solución, pues parte de los objetivos de resolver problemas matemáticos es aplicar los conocimientos adquiridos y habilidades en diversas situaciones dentro y fuera del entorno escolar.

En México, los objetivos escolares tienen la finalidad de que los alumnos primero busquen sus propias estrategias y encuentren la solución al problema planteado para después revisarla y determinar si es o no viable (SEP, 2017). Para ello, es fundamental que el docente

³ El Diccionario de la Real Academia Española (Real Academia Española 2020), entre sus definiciones, plantea el término *diferencia* como “cualidad o accidente por el cual algo se distingue de otra cosa”.

genere espacios donde se favorezca la comprensión sobre el enunciado, la propuesta de procedimientos y solución a los problemas; y no sólo se oriente a practicar algoritmos (Blanco & Blanco, 2009).

1.1.4 Enfoque pedagógico para aprender matemáticas en la Educación Básica

Aprender matemáticas es un objetivo esencial en la formación académica de los alumnos porque contribuye al desarrollo del pensamiento lógico. La resolución de problemas desempeña un papel fundamental no sólo para desarrollar este tipo de pensamiento, sino también para aprender matemáticas. Los alumnos desarrollan este pensamiento al momento de resolver problemas e implica que realicen un proceso mental para comprender y resolver el problema, además les permite aprender a usar las matemáticas (Blanco & Blanco, 2009; Campistrous & Rizo, 2014; Sepúlveda et al., 2009).

La comprensión y la resolución de problemas matemáticos tienen un papel prioritario para la formación de los alumnos, lo cual se constata al estar presente en el currículo escolar de educación primaria desde hace más de dos décadas (SEP, 1994, 2017). El plan y programa de estudios de educación primaria 1993 establece la resolución de problemas como un enfoque pedagógico⁴ para enseñar matemáticas (Arteaga & Guzmán, 2005; SEP, 1994). En el *Libro para el Maestro* de cuarto grado de primaria se menciona lo siguiente:

Con el propósito de que los alumnos aprendan matemáticas a través de la resolución de problemas, se pide a los niños que los resuelvan utilizando sus propias estrategias y recursos, sin imponerles restricciones ni indicarles caminos precisos; como el algoritmo convencional. (SEP, 1994, p. 11)

Relacionado con la cita anterior, Arteaga y Guzmán (2005) explicitan este enfoque a partir del enfoque metodológico del plan y programa de estudios de educación primaria de la siguiente manera, donde resaltan la resolución de problemas como un medio para aprender matemáticas y construir conocimiento:

⁴ El enfoque pedagógico se refiere a la guía sistemática que orienta sobre las nociones y conceptos, y subraya aquellos aspectos particulares de la pedagogía que requieren ser abordados en el salón de clases con un tratamiento especial (SEP, 2017).

En el plan y los programas de estudio para la educación primaria (1993) se propone un enfoque metodológico para la enseñanza de las matemáticas basado en la resolución de problemas. Ahí se plantea que el diálogo, la interacción y la confrontación de puntos de vista ayudan al aprendizaje y a la construcción de conocimientos. Se argumenta que con estas actividades las matemáticas son para los alumnos herramientas funcionales y flexibles que les permiten resolver las situaciones problemáticas que se les planteen. (Arteaga & Guzmán, 2005, p. 34)

De acuerdo con el plan y programa de estudios de educación primaria 1993, la resolución de problemas aparece como enfoque pedagógico para enseñar matemáticas (Arteaga & Guzmán, 2005; SEP, 1994). Actualmente, este enfoque está en el programa de estudios de educación primaria 2017, en donde resaltan la relevancia de la resolución de problemas, a la letra dice:

En la educación Básica la resolución de problemas es tanto una meta de aprendizaje como un medio para aprender contenidos matemáticos... en el primer caso, se trata de que los estudiantes usen de manera flexible conceptos, técnicas, métodos o contenidos en general, aprendidos previamente; y en el segundo, los estudiantes desarrollan procedimientos de resolución que no necesariamente les han sido enseñados con anterioridad. (SEP, 2017, p. 301)

La resolución de problemas como metodología de enseñanza propone que el alumno de educación primaria use las matemáticas resolviendo problemas y, a la vez, construya nuevo conocimiento (Arteaga & Guzmán, 2005). En otras palabras, busca que el niño aprenda a resolver problemas y, además, le sirva como un medio para construir conocimiento matemático (SEP, 2017); por ejemplo, en educación básica, que aprenda, comprenda y ponga en práctica las operaciones básicas al resolver problemas.

El papel de profesor es fundamental para llevar a cabo este enfoque pedagógico en el salón de clases. De acuerdo con Villalobos (2008), resolver problemas es una práctica pocas veces utilizada en el aula. Al respecto, Blanco y Blanco (2009) señalan que generalmente se enseña la aplicación de fórmulas y la práctica de algoritmos sin una comprensión de su funcionalidad, lo cual impide que el alumno determine y proponga sus propios

procedimientos de solución aplicando. Villalobos (2008) añade que los profesores no cuentan con las herramientas necesarias para enseñar a resolver problemas matemáticos.

1.1.5 Importancia del significado de la multiplicación

Los estudiantes requieren competencias matemáticas básicas para garantizar su éxito académico tanto en la educación formal como en su vida personal (McVancel et al., 2018), en particular, de competencias aritméticas básicas para hacer realidad el éxito académico y personal (Zhang et al., 2019). Investigadores como McVancel et al. (2018), Zhang et al. (2019) y Nunes et al. (2016) consideran que existe la necesidad de establecer las bases para el desarrollo de competencias matemáticas en general y, en particular, las competencias que involucran las operaciones básicas, como lo es la multiplicación.

En relación con la multiplicación, Clarke y Kamii (1996, citados en Bosch, 2012, p. 22) mencionan que este algoritmo “necesariamente requiere la construcción de dos tipos de relaciones que no son requeridas en la suma: la correspondencia uno a muchos y la inclusión jerárquica de clases, yendo ésta última, más allá de la adición repetida de grupos iguales”. Otro aspecto relevante de la multiplicación es la propiedad conmutativa donde el producto es el mismo sin importar el orden de los factores, pero en problemas contextualizados su significado difiere.

De acuerdo con Lotero et al. (2011), Segovia y Rico (2015), en problemas contextualizados de multiplicación el significado del producto está en función del orden de los factores, por ejemplo, en dos cajas con tres manzanas cada una, en la multiplicación significa dos veces las tres manzanas (suma reiterada), en su representación aritmética es 2×3 . El primer factor indica las veces que se repite el número de manzanas (es decir, dos veces el tres), así en su representación aritmética se tiene: $2 [cajas] \times 3 [manzas] = 6$ manzanas. De manera contraria, multiplicar 3×2 se tiene tres veces dos, de modo que el producto se refiere a 6 cajas. Aunque el resultado es el mismo, dada la propiedad conmutativa, de acuerdo con los autores antes citados, el orden de los factores y el producto está en función de lo que solicita el problema.

El aprendizaje y comprensión de la multiplicación requiere comprender las tablas de multiplicar. Para Velasco (2007), muchas de las veces los docentes basan la enseñanza de la

multiplicación en el aprendizaje de las tablas de multiplicar, y lo hacen mediante la memorización y repetición. Lotero et al. (2011) consideran que si el aprendizaje de las tablas de multiplicar se implementa de esa manera y no se considera la relación uno a muchos (e.g., una caja con tres manzanas) será difícil que los niños comprendan la relación entre los factores de la multiplicación, así como resolver problemas que involucren este algoritmo, o tal vez lleguen al resultado sin tomar en cuenta el significado de la multiplicación.

Otra dificultad es en relación con el valor posicional de los números al utilizar el algoritmo de la multiplicación y obtener como resultado valores mayores que 10 (Lotero et al., 2011). Uno de los errores que los niños cometen con el valor posicional de los números al resolver una multiplicación es agregar la decena o la centena en la posición anterior a las unidades o ubicarla en la posición equivocada (Figura 1).

Figura 1

Ejemplo del error que cometen los niños con el valor posicional en la multiplicación

(a) Error en el valor posicional			(b) Uso correcto del valor posicional		
Centenas	Decenas	Unidades	Centenas	Decenas	Unidades
	1			1	
	2	2		2	2
	X	6		X	6
1	2	2	1	3	2

En la mutiplicación, el valor posicional representa una dificultad para el niño al conjugarse con la propiedad distributiva de la multiplicación. Esta propiedad se puede observar al multiplicar, por ejemplo, 22×5 (Figura 2), es decir, en el factor 22 se separa las decenas y las unidades para multiplicarlas por separado por el factor 5 ($20 \times 5 = 100$ y $2 \times 5 = 10$, respectivamente), de modo que al sumar los productos entre sí se ubiquen en las posiciones de centena, decena y unidades (Lotero et al., 2011). El error en este sentido se comete al ubicar las cantidades en posiciones que no les corresponden.

Figura 2

Ejemplo de error con el valor posicional y la propiedad distributiva en la multiplicación

Propiedad distributiva de la multiplicación: $22 \times 5 = (20 \times 5) = 100$ $(2 \times 5) = 10$																										
(a) Error en el valor posicional	(b) Valor posicional correcto																									
<table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="padding: 5px;">Centenas</th> <th style="padding: 5px; color: red;">Decenas</th> <th style="padding: 5px; color: blue;">Unidades</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px;">1</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">0</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">0</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px;">1</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">0</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;"></td> </tr> <tr style="border-top: 2px solid red;"> <td style="text-align: center; padding: 5px;">2</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">0</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">0</td> </tr> </tbody> </table>	Centenas	Decenas	Unidades	1	0	0	1	0		2	0	0	<table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="padding: 5px;">Centenas</th> <th style="padding: 5px; color: red;">Decenas</th> <th style="padding: 5px; color: blue;">Unidades</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px;">1</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">0</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">0</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px;"></td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">1</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">0</td> </tr> <tr style="border-top: 2px solid red;"> <td style="text-align: center; padding: 5px;">1</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">1</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">0</td> </tr> </tbody> </table>	Centenas	Decenas	Unidades	1	0	0		1	0	1	1	0	
Centenas	Decenas	Unidades																								
1	0	0																								
1	0																									
2	0	0																								
Centenas	Decenas	Unidades																								
1	0	0																								
	1	0																								
1	1	0																								

Estudios como los de McVancel et al. (2018), Zhang et al. (2019) y Bryant et al. (2015) muestran que aún se requiere investigar sobre la enseñanza y aprendizaje de las tablas de multiplicar, así como en la comprensión del algoritmo de la multiplicación (Guerrero & Rey, 2013; Hino & Kato, 2019; Ivars & Fernández, 2016; Lotero et al., 2011; Zhang et al., 2014) con el objetivo de contribuir en la enseñanza y aprendizaje centrado en el significado de la multiplicación. Los alcances de la investigación han sido de diagnóstico e intervención. Zhang et al (2019) realizaron un estudio diagnóstico sobre las prácticas de enseñanza en torno a las tablas de multiplicar, mientras que Ivars y Fernández (2016), Guerrero y Rey (2013) y Zhang et al. (2014) se centraron en el diagnóstico del aprendizaje de las tablas de multiplicar. En la investigación con alcance de intervención se encuentran las de Lotero et al. (2011), McVancel et al (2018) y Bryant et al (2015).

Investigadores como Ivars y Fernández (2016), Guerrero y Rey (2013) y Zhang et al. (2014) concuerdan en que existe dificultad en la comprensión y uso del algoritmo de la multiplicación. Esta dificultad se presenta cuando los alumnos, en lugar de multiplicar, suman las cantidades o escriben un resultado incorrecto, por ejemplo $6 \times 3 = 9$ en lugar de 18. Guerrero y Rey (2013) afirman que en ocasiones los alumnos identifican lo que solicita el problema más no el algoritmo que deben emplear, debido a una falta de conocimiento o dificultad para ello. Estos autores también afirman que hay estudiantes que identifican el algoritmo, pero lo implementan de manera incorrecta por falta de dominio o porque no revisan si cometieron algún error. Por su parte, Zhang et al (2014) mencionan que los

alumnos de bajo rendimiento utilizan estrategias de operación incorrecta con mayor frecuencia debido a la falta de comprensión conceptual de la multiplicación, es decir, no identifican la relación entre los datos clave que se plantean en el problema de tipo contextualizado para inferir el algoritmo de la multiplicación.

Ivars y Fernández (2016) afirman que los niños al desconocer el uso y significado de la multiplicación, utilizan otras estrategias que implican una adecuada comprensión de la situación. Entre estas estrategias se encuentran la modelización gráfica, el conteo a *saltos* y la multiplicación como suma de sumandos iguales (i.e., la multiplicación como una suma abreviada). La modelización gráfica es la representación de las cantidades y las relaciones que se establecen entre ellas; por ejemplo, la representación de agrupamientos con un mismo número de elementos. Por su parte, el conteo a *saltos* se representa, por ejemplo, contando de 3 en 3 y registrando 3, 6, 9,... hasta llegar al número solicitado.

De igual forma, Velazco (2007) y Molina (2007) aplicaron un diagnóstico y posteriormente diseñaron una propuesta pedagógica en torno a la resolución de problemas multiplicativos. Molina (2007) identificó tres tipos de dificultades de aprendizaje en niños de tercer grado de primaria: no desarrollan el procedimiento que implica la multiplicación lo cual les impide resolver este tipo de problemas; no comprenden el significado de cada número que forma una multiplicación (por ejemplo, 2×3 , números que corresponden a los factores de la multiplicación) y no analizan el proceso a seguir para obtener el producto; implementan de manera parcial el algoritmo de la multiplicación o utilizan otros que no tienen relación con el problema planteado. Estas dificultades evidencian que se carece de la comprensión en relación con el significado de la multiplicación y para su aplicación en los problemas que implican este algoritmo.

Conforme a lo descrito previamente y en palabras de Lotero et al. (2011), el aprendizaje memorístico de las tablas de multiplicar no es indicador de que el alumno comprenda el significado de la multiplicación. Su comprensión implica reconocer e identificar que la multiplicación indica una correspondencia uno a muchos. Además, para conocer el proceso que los niños han desarrollado en la comprensión de los problemas multiplicativos, se vuelve indispensable que éste lleve a cabo la observación directa y la reflexión a partir de su comprensión.

1.1.6 Distractores en problemas matemáticos

Con la finalidad de verificar el análisis que se hace de la información planteada en el enunciado del problema, los investigadores, han añadido a éste, una dificultad más: el distractor, que puede ser un dato numérico o una información verbal irrelevante para la solución del problema (Pérez & Ramírez, 2011).

En relación con los problemas multiplicativos, Montero y Mahecha (2020) aplicaron la prueba específica a niños de primaria que incluía datos irrelevantes a manera de distractores. Los resultados muestran que los estudiantes utilizaron estos datos para resolver los problemas. En aquellos casos donde los distractores eran datos numéricos, éstos fueron incluidos en el algoritmo que los niños planteaban para dar respuesta al problema. Para el caso de los problemas que señalaban medidas sin utilizar datos numéricos (“un”, “una”, “diariamente” y “cada”), los niños no las identificaron.

Como ejemplo de datos distractores se muestra el siguiente problema de tipo aditivo: “Laura ha comprado una caja de 12 pinturas para clase de Plástica. Su amiga Silvia le regala otra caja que contiene 3 bolígrafos y 9 pinturas. ¿Cuántas pinturas tiene ahora Laura?” (Jiménez et al., 2008, p. 72). El dato distractor es la cantidad de 3 bolígrafos que no tiene relación con las pinturas que se mencionan. No obstante, aquellos niños quienes no diferencian entre un dato relevante de uno irrelevante, consideran este dato como necesario para resolver el problema dado.

1.1.7 Escenario de la educación primaria indígena

En el marco de la pluralidad étnica y lingüística que caracteriza a México (García, 2014) y los referentes normativos y jurídicos⁵ que avalan el derecho humano de los pueblos indígenas por una educación de calidad, pertinente, adecuada a sus necesidades y circunstancias particulares, el Sistema Educativo Nacional Mexicano proporciona el servicio correspondiente para este tipo de población en su modalidad de preescolar y primaria

⁵ Ley General de los Derechos de Niñas, Niños y Adolescentes, Ley General de Educación, Ley General de Derechos Lingüísticos de los Pueblos Indígenas, Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos, Convención de los Derechos del Niño y el Convenio 169 sobre Pueblos Indígenas y Tribales en países independientes (INEE, 2015).

indígena (INEE, 2019). Las primarias indígenas en México tienen dos tipos de organización escolar: completa y multigrado (de uno a tres docentes). El INEE-UNICEF⁶ (2018) reporta que de 10,195 primarias indígenas 65.9% son multigrado.

La modalidad de Educación Primaria Indígena forma parte de la Educación Básica con características particulares, su función es atender a la población hablante de una lengua indígena ya sean monolingües o bilingües. Para ello, los contenidos escolares se adaptan al contexto cultural y regional de estas comunidades, donde el docente debe hablar la lengua indígena de los alumnos; sin embargo, tal condición en algunas ocasiones no se da (García, 2014; Jiménez & Mendoza, 2012). Para el INEE-UNICEF (2018), una de cada diez escuelas indígenas cuenta con algún docente que no habla la lengua materna de la comunidad; por su parte, Jiménez y Mendoza (2012) mencionan que existen casos donde los docentes “desconocen la lengua indígena que hablan los estudiantes y carecen de competencias para trabajar el aspecto lingüístico en el aula” (p. 135).

Asimismo, Jiménez y Mendoza (2012) señalan que el uso de la lengua indígena en el trabajo del aula se da de manera diversa, en algunos casos el trabajo con la lengua indígena es nulo, en otros con una presencia “tolerada” y en otros se identifican prácticas con mayor presencia de la lengua indígena, aunque según las autoras con orientación hacia la castellanización. Al respecto, es fundamental que los docentes adquieran las competencias necesarias en cuanto a la alfabetización y formación en lengua indígena, para ofrecer una educación pertinente en el aspecto cultural y lingüístico (INEE-UNICEF, 2018).

Para orientar la enseñanza en las primarias indígenas se tiene el documento Marcos y Parámetros Curriculares, donde se establece que a través de las prácticas sociales del lenguaje se recuperen los saberes indígenas y comunitarios al proceso educativo de los alumnos (Jiménez & Mendoza, 2012). Aunque en palabras de las autoras, dicha propuesta educativa ha tenido una escasa o nula aplicación por varias razones, una de ellas y que se establece como fundamental es que alumnos y docentes cuenten con las competencias lingüísticas (hablar, leer, escribir y escuchar) en lengua indígena, lo cual no se cumple en su totalidad. A ello se suma el pluralismo lingüístico al que se enfrentan los docentes en las aulas indígenas,

⁶ UNICEF: United Nations International Children's Emergency Fund.

donde en ocasiones atienden alumnos totalmente monolingües en su lengua indígena, monolingües en español con padres que hablan la lengua indígena, y otros en procesos acelerados de castellanización, bilingües y multilingües.

Además, Jiménez y Mendoza (2012) refieren factores que inciden en los bajos resultados de los aprendizajes en las escuelas indígenas, uno de ellos es que no existe una capacitación ni formación pedagógica en los profesores para atender las escuelas multigrado. Del mismo modo, plantean que las escuelas indígenas carecen de docentes especializados en la enseñanza de computación, inglés y educación física; de mobiliario en buen estado, de instalaciones adecuadas (por ejemplo, en zonas calurosas no cuentan con ventiladores, equipamiento de cómputo y acceso a internet), de libros de texto o de material en lengua indígena (aunque en algunos casos cuentan con material en lengua indígena, estos no coinciden con las variantes lingüísticas).

Respecto a la enseñanza de las matemáticas en comunidad indígena, se utiliza el libro de texto gratuito en español y proporcionado por la SEP a nivel nacional (De la Peña, 2002), esto debido a que “sólo se diseñan libros de texto para la enseñanza de lengua indígena de primero a cuarto grados de educación primaria, y éstos sólo se producen para las lenguas mayoritarias” (INEE, 2017, p. 25). Asimismo, la evaluación de las políticas educativas, implementadas en educación indígena muestran carencias en torno a la formación inicial y continua de los profesores que enseñan matemáticas, la generación de materiales adecuados y necesidad de un planteamiento pedagógico y didáctico pertinente que favorezca los procesos de aprendizaje de las matemáticas en los niños indígenas (Jiménez & Mendoza, 2016; Mendoza, 2017).

En este sentido, la educación primaria de modalidad indígena enfrenta “déficits importantes de índole curricular, de personal docente y de materiales educativos, entre otros, por lo que en muchos de estos servicios no se logra ofrecer una atención adecuada a la niñez indígena” (INEE, 2017, p. 24). Aunado a ello, está el rezago educativo que se observa en los resultados que obtienen los niños de educación indígena en evaluaciones nacionales (como la prueba PLANEA), especialmente, en la asignatura de matemáticas. Los resultados de las evaluaciones 2015 y 2018 muestran que el desempeño del 79% de los niños indígenas se

ubican en el nivel I de cuatro de PLANEA⁷, lo que representa un dominio insuficiente de los aprendizajes esperados y dificultad para realizar operaciones básicas. Derivado de lo anterior, los porcentajes en los siguientes niveles son bajos: 11.8% en el Nivel II (básico), 8.1% en el Nivel III (satisfactorio) y 2.6% en el Nivel IV (sobresaliente). Cabe señalar que los problemas multiplicativos corresponden al nivel III.

Por otra parte, los estudios desarrollados en el contexto de educación indígena mexicano se han centrado principalmente en aspectos culturales, políticos y evaluación de las políticas educativas implementadas en este subsistema. Dentro de los estudios que abordan los aspectos culturales, se incluyen los relacionados con las etnomatemáticas que principalmente integran conocimientos matemáticos de los grupos étnicos en la enseñanza de las matemáticas (Ávila et al., 2013; Ávila, 2018).

Asimismo, en el estado del conocimiento *Una década de investigación educativa en conocimientos disciplinares en México (2002-2011)*, Ávila et al. (2013) identificaron una desigualdad con relación a las investigaciones acerca de los sectores de población más vulnerable (entre ellos la población indígena), ya que, en este periodo, los estudios no se orientaron a este tipo de contexto y lo expresan de la siguiente forma:

Es indispensable conocer lo que ocurre en estas modalidades educativas y entender las condiciones de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en esos contextos. Tal conocimiento permitiría delinear propuestas de intervención educativa que contribuyan a paliar los efectos de las condiciones adversas en las que aprenden matemáticas los alumnos de estas modalidades educativas. (Ávila et al., 2013, p. 121)

Lo antes expuesto da cuenta de los retos que tiene la comunidad de investigadores en educación matemática y el sistema educativo para la enseñanza y aprendizaje de matemáticas en la comunidad indígena, en particular contribuir a la educación de calidad en los niños indígenas (Ávila et al., 2013).

⁷ Nivel I, logro o dominio insuficiente en los aprendizajes esperados; Nivel II, dominio básico; Nivel III, dominio satisfactorio; Nivel IV, dominio sobresaliente (INEE, 2018).

1.2 Problemática

Los antecedentes expuestos previamente, indican la necesidad de favorecer la comprensión del enunciado en problemas multiplicativos, dado que este proceso les permite a los estudiantes de primarias indígenas desarrollar la competencia matemática que se requiere para resolver este tipo de problemas; además, representa un aprendizaje básico y fundamental para resolver problemas de mayor complejidad (SEP, 2017). Al respecto, diversos investigadores han encontrado que los niños de educación primaria presentan dificultad para comprender el enunciado de los problemas matemáticos, incluyendo los de tipo multiplicativo, debido a que pocas veces se implementa alguna metodología para aminorar esta dificultad (Silva et al., 2009; Meneses & Peñaloza, 2019); por el contrario, en aquellos estudios donde los investigadores implementan alguna metodología para comprender y resolver problemas matemáticos, los resultados han sido positivos (Granados & Rodríguez, 2011; Meneses & Peñaloza, 2019).

En relación con el algoritmo de la multiplicación, los alumnos tienen dificultad para implementarlo como procedimiento de solución a problemas que lo requieren; esto a su vez se encuentra relacionado con la enseñanza y aprendizaje de las tablas de multiplicar ya que, si los niños desconocen el significado de la multiplicación se tiene como consecuencia la dificultad para relacionarla con alguna situación planteada en problemas que involucran dicho algoritmo (Loterio et al., 2011; Zhang et al., 2014; Ivars & Fernández, 2016).

La comprensión del enunciado implica que los niños de primarias indígenas lleven a cabo este proceso apoyados en alguna metodología para lograr entender lo que el problema les demanda e identificar datos relevantes, la relación entre cada uno de ellos y en proponer alternativas de solución en los cuales hagan uso de la multiplicación (Meneses & Peñaloza, 2019; Ivars & Fernández, 2016). Además, los alumnos requieren contar con experiencias didácticas orientadas a la resolución de problemas y enseñanza de la multiplicación, acordes con los propósitos y enfoque didáctico para el aprendizaje de las matemáticas (SEP, 2017). Para indagar de qué manera los niños de primarias indígenas, realizan esta comprensión del enunciado, es imprescindible acceder a sus propias comprensiones de manera directa y en su entorno natural.

Con base en lo expuesto, el presente estudio plantea analizar la comprensión que alumnos de primarias indígenas manifiestan ante el enunciado de problemas multiplicativos, a partir de la metodología para resolver problemas matemáticos que propone Polya (1979); con ello se pretende profundizar en la manera en que los alumnos dan cuenta de conocimiento matemático.

1.3 Preguntas de investigación

El presente estudio plantea cuatro preguntas de investigación, una de ellas de manera general y las demás de forma particular:

1.3.1 Pregunta general

¿Qué información consideran los niños indígenas en el enunciado de problemas multiplicativos para dar cuenta de que han comprendido?

1.3.2 Preguntas particulares

- ¿Qué dificultades presentan los niños indígenas para comprender el enunciado de problemas multiplicativos?
- ¿Qué justificaciones refieren los niños acerca de la comprensión que logran en el enunciado de problemas multiplicativos?
- ¿Qué procedimiento de solución determinan los niños en los problemas multiplicativos planteados?

1.4 Objetivos

Para dar respuesta a las preguntas de investigación antes expuestas, el presente estudio plantea un objetivo general y tres particulares.

1.4.1 Objetivo general

Dar cuenta de la información y justificación que refieren los niños indígenas de quinto grado de primaria en la comprensión de problemas que implican la multiplicación.

1.4.2 Objetivos particulares

- Identificar las dificultades que tienen los niños de quinto grado de educación primaria en la comprensión de problemas multiplicativos.
- Identificar el procedimiento de solución que los niños plantean y justifican al comprender el enunciado de problemas multiplicativos.

1.5 Justificación

De acuerdo con la literatura revisada, la comprensión de problemas multiplicativos es un tema que falta por investigar, ya que los estudios se centran en la implementación del algoritmo y el significado que los niños le otorgan a la multiplicación (Granados & Rodríguez, 2011; Ivars & Fernández, 2016; Lotero et al., 2011; Rodríguez & Domínguez, 2016). De igual manera, en los estudios revisados se establece la necesidad de implementar una metodología para la resolución de problemas que contribuya a mejorar el desempeño de los estudiantes referente a la comprensión y solución de problemas matemáticos (Granados & Rodríguez, 2011; Silva et al., 2009), y señalan la pertinencia de llevar a la práctica el enfoque pedagógico instituido para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, mediante la resolución de problemas (SEP, 2017). Por ello, implementar un instrumento para recopilar la información que incluya una metodología para la comprensión de problemas multiplicativos como la sugerida por Polya (1979), contribuye a destacar la importancia de esta primera etapa de resolución, pero también proponer nuevas líneas de investigación, conforme a los resultados que deriven de este estudio.

En esta comprensión es importante tener en cuenta que un resolutor de problemas competente tiene la capacidad de representar mentalmente el enunciado del problema, esa representación le facilita comprender el planteamiento y, en consecuencia, elegir una adecuada alternativa de solución (Castro & Hernández, 2014; Verschaffel et al., 2007). Desde esta perspectiva, se requiere indagar a mayor profundidad el proceso de comprensión que los alumnos desarrollan ante el enunciado de problemas multiplicativos. Esto permitirá identificar las posibles dificultades que conlleva la resolución de estos problemas y aportar elementos que contribuyan a obtener un mayor conocimiento sobre los procesos de aprendizaje en los niños indígenas.

De igual manera, centrar la investigación en la comprensión del problema multiplicativo tiene relación con el desarrollo de los aprendizajes en el nivel educativo de primaria, ya que este tipo de problemas favorecen la comprensión de otros como es el de la división, pues la multiplicación es la base para llegar a este algoritmo (Chamoso et al., 2014; Polya, 1979; Rodríguez & Domínguez, 2016; SEP, 2017). Es importante valorar la comprensión de los problemas multiplicativos, ya que favorece el aprendizaje de otros algoritmos. Aprendizaje que, de acuerdo con la revisión de la literatura, presenta deficiencias que de no ser atendidas se agudizarán en los siguientes grados escolares y se verán reflejados en un bajo rendimiento escolar (Chamoso et al., 2014; Rodríguez & Domínguez, 2016). De lo anterior, se establece la gran importancia que implica comprender el problema multiplicativo, pues no sólo representa avanzar en el aprendizaje, sino que a lo largo de la vida del alumno facilita su desempeño en diferentes áreas que involucre este algoritmo.

En este mismo orden de ideas, Castro (2008, p. 25) afirma que “la atención diversificada en el aula se está imponiendo como un derecho de los ciudadanos, y no sólo para los alumnos con deficiencias”. Esto es una razón más para concretar la presente investigación que se orienta en identificar las dificultades que enfrentan los niños indígenas para comprender el enunciado de problemas multiplicativos. Desarrollar investigación en este contexto significa atender a la diversidad en cuanto a tipo de población, pero también a la diversidad de los aprendizajes que cada alumno manifiesta en el aula (SEP, 2017). Además, este estudio puede ser indicador de la posible necesidad que se da al interior de las aulas en escuelas indígenas.

De igual manera, este estudio aportará al conocimiento sobre el proceso pedagógico que se desarrolla o se requiere en lo referente al objeto de estudio, dado que son escasos los estudios orientados a este fin, que a su vez atiende a una necesidad de investigación en el contexto indígena señalado por investigadores, quienes plantean que la educación indígena enfrenta grandes rezagos en distintos ámbitos, entre ellos, los que se refieren al logro de los aprendizajes en matemáticas (Ávila et al., 2013; Jiménez & Mendoza, 2012). Considerando estas precisiones, la aportación de la presente investigación es la de conocer el proceso que desarrollan estos niños indígenas para la comprensión de problemas multiplicativos, tomando en cuenta su contexto cultural y lingüístico, con el fin de obtener información relevante que

sirva de referente para la reflexión en la calidad de la enseñanza con niños indígenas, para futuras investigaciones o propuestas de intervención didáctica.



CAPÍTULO 2

MARCO DE REFERENCIA

En el presente capítulo se desarrolla el marco de referencia que sustenta el estudio aquí descrito. El eje fundamental es la propuesta metodológica de Polya (1979) en torno a la resolución de problemas; en particular, se considera la primera fase que corresponde a la comprensión del problema. El capítulo está constituido por cuatro apartados: el primero se enfoca a definir qué es el aprendizaje de las matemáticas, el segundo discute el concepto de resolución de problemas matemáticos, el tercero aborda la metodología para resolver problemas de acuerdo con Polya, donde se da énfasis a la fase *comprender el problema*. Como cuarto, se plantea el significado y el algoritmo de la multiplicación, así como las características y tipos de problemas multiplicativos que se plantean en educación primaria

2.1 Aprendizaje de las matemáticas en la Educación Primaria

En la vida cotidiana existe una variedad de actividades donde se usan las matemáticas, por ejemplo, al comprar un producto, programar el despertador para levantarse a determinada hora, o multiplicar el número de cajas por el número de productos que cada una contiene. Estas actividades de la vida diaria suelen involucrar números, cálculo, proporcionalidad, análisis de formas planas y tridimensionales, entre otros (Blanco & Blanco, 2009). De acuerdo con lo anterior, se requiere aprender matemáticas para utilizarlas en situaciones de la vida cotidiana que las involucran, ya sea personales o sociales; en este sentido, las matemáticas responden a una necesidad individual y social, “cada uno de nosotros debe saber un poco de matemáticas para poder resolver, o cuanto menos reconocer los problemas con los que se encuentra mientras convive con los demás” (SEP, 2006, p. 31).

Los estudiantes le dan sentido a las matemáticas escolares cuando le encuentran aplicación en la vida cotidiana (SEP, 2006), de ahí la importancia de diseñar actividades que lleven al niño a comprender lo que aprende. Para la SEP (2017, p. 299), éste es uno de objetivos primordiales en educación Primaria y concibe a las matemáticas como:

Un conjunto de conceptos, métodos y técnicas mediante los cuales es posible analizar fenómenos y situaciones en contextos diversos; interpretar y procesar información, tanto

cuantitativa como cualitativa; identificar patrones y regularidades, así como plantear y resolver problemas. Proporcionan un lenguaje preciso y conciso para moldear, analizar y comunicar observaciones que se realizan en distintos campos.

Como puede notarse en esta definición, aprender matemáticas involucra adquirir y utilizar los conocimientos y recursos que las propias matemáticas le proporciona al estudiante para buscar e implementar estrategias de solución más adecuadas ante diferentes contextos (Blanco & Blanco, 2009). En este aprendizaje la resolución de problemas juega un papel importante, a través de ella el alumno vincula las matemáticas con los conocimientos que parten de su propia realidad contextual (Chamoso et al., 2014). Además, saber resolver problemas matemáticos representa para el alumno la posibilidad de poder desenvolverse eficazmente en cualquier situación que requiera el uso de las matemáticas (SEP, 2017). Es por ello que la SEP (2017) establece de manera esencial el desarrollo de esta competencia en educación básica, de modo que los estudiantes logren los aprendizajes esperados en matemáticas y estos, a su vez, sean medios para que puedan avanzar y construir nuevos conocimientos.

La relevancia de la resolución de problemas matemáticos se sustenta en el objetivo propio de las matemáticas que finalmente busca la aplicabilidad real de estos conocimientos matemáticos a la vida cotidiana o para continuar con la formación del estudiante, por lo que la resolución de problemas representa el medio para lograr ese objetivo y al mismo tiempo para aprender matemáticas.

2.2 Resolución de problemas en matemáticas

La resolución de problemas como parte de la didáctica de las matemáticas se posiciona como “el eje alrededor del cual debe girar la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas” (García, 2005, p. 59). En este sentido, es fundamental la resolución de problemas contextualizados, ya que le permite al niño desenvolverse con eficacia en situaciones cotidianas que implican el uso de las matemáticas (Chamoso et al., 2014).

De igual manera, se considera que la resolución de problemas es la base de la actividad matemática, debido a que involucra aplicar conocimientos adquiridos y, también, construir nuevo conocimiento (Arteaga & Guzmán, 2005; SEP, 2017; Camacho & Santos, 2004).

Investigadores como Mayer (1992, citado en Mayer & Wittrock, 2010) determinan que la resolución de problemas es un proceso cognitivo que lleva a cabo el estudiante a lograr un objetivo, el cual es dar respuesta o solución al problema; en términos de este autor la resolución de problemas es:

... [un] procesamiento cognitivo dirigido a alcanzar una meta cuando no hay un método de solución obvio para el solucionador de problemas. Según esta definición, la resolución de problemas tiene cuatro características principales. Primero, la resolución de problemas es cognitiva: ocurre dentro del sistema cognitivo del solucionador de problemas y puede inferirse indirectamente de los cambios en el comportamiento del solucionador de problemas. En segundo lugar, la resolución de problemas es un proceso: implica representar y manipular el conocimiento en el sistema cognitivo del solucionador de problemas. En tercer lugar, la resolución de problemas está dirigida: los pensamientos del solucionador de problemas están motivados por objetivos. Cuarto, la resolución de problemas es personal: el conocimiento y las habilidades individuales del solucionador de problemas ayudan a determinar la dificultad o la facilidad con que se pueden superar los obstáculos a las soluciones. (Mayer, 1992, citado en Mayer & Wittrock, 2010, p. 47)

De acuerdo con esta definición, la resolución de problemas se desarrolla a nivel mental puesto que involucra comprender el enunciado y la búsqueda de la estrategia a seguir para su solución (Blanco & Blanco, 2009; Campistrous & Rizo, 2013; Chamoso, 2014; Sepúlveda et al., 2009; Rodríguez & Domínguez, 2016), además, este proceso se desarrolla cuando tal estrategia no es obvia o no se proporciona de manera directa, de modo que el niño tiene que reflexionar y valerse de sus propios conocimientos previos para determinarla.

Las estrategias de solución no son obvias debido a que los problemas que se le presentan al niño se pueden resolver de diferentes maneras, y no con un solo algoritmo, fórmula, modelo o procedimiento (SEP, 2017; Blanco et al., 2009; Campistrous et al., 2009; Mayer, 1992; citado en Mayer & Wittrock, 2010). En este sentido, la resolución de problemas es personal, pues está determinada por los conocimientos y habilidades que posee el resolutor (SEP, 2017).

La resolución de problemas se manifiesta en las acciones que realiza el resolutor (Chamoso, 2014). Para ello, lleva a cabo la representación mental del problema en cuestión, donde establece una relación con los conocimientos matemáticos y determina el procedimiento de solución que posteriormente aplica ya sea de manera verbal o escrita (Castro, 2008); por ejemplo, agrupar o separar objetos para trabajar la suma. Estas acciones del resolutor tienen como objetivo resolver el problema (SEP, 2017). Al respecto, Bermejo (2004) menciona que mediante la resolución de problemas los estudiantes investigan y aplican conocimiento matemático, de esta manera, aprenden matemáticas y construyen nuevo conocimiento. Este autor también agrega que en el proceso que conlleva la resolución de problemas, los estudiantes logran descubrir conceptos, propiedades de las operaciones aritméticas, así como las estrategias de resolución, a medida que reflexionan sobre el problema y al resolverlo. Por su parte, Fernández (2008, p. 72) afirma que la resolución de problemas “es la elaboración razonada de estrategias personales apoyadas en métodos, técnicas y modelos, convencionales o no, que respalden la precisión del vocabulario, la exactitud de los resultados y la contrastación de la respuesta obtenida”.

2.3 Proceso de resolución en problemas matemáticos

De acuerdo con la revisión de literatura, en la resolución de problemas matemáticos “hay un proceso de pensamiento que funciona como un todo y en el cual pueden identificarse dos componentes fundamentales: examinar el todo en sus partes, es decir, analizarlas de manera separada, y en segundo término posteriormente ver cómo se relacionan entre sí” (Estrada, 2007, pp. 40-41). En este proceso, Estrada (2007) establece como primer componente el descenso del pensamiento y el segundo como ascenso del pensamiento, refiriéndose a la fase de análisis del problema y a la fase de síntesis de la información del problema, respectivamente. Este autor destaca que en este proceso de resolución es importante revisar exhaustivamente la información del problema para garantizar que se consideran todos los datos.

Por su parte, De Olaizola (2007) señala las acciones que debe llevar a cabo el alumno como parte del proceso de solución de un problema en matemáticas.

Implica por parte del estudiante el reconocimiento de una situación problemática, el planteamiento de preguntas de interés matemático pertinentes a la situación, la realización y ejecución (incluyendo el control de las acciones que se realizan) de un plan, la elaboración de conjeturas y su prueba y la revisión del método empleado y sus posibles extensiones y generalizaciones. (p. 123)

Asimismo, Rodríguez y Domínguez (2016) consideran que la resolución de problemas matemáticos implica el desarrollo del pensamiento y de estrategias de razonamiento, como: analizar los datos, explicar el planteamiento del problema, buscar estrategias de solución y la puesta en común en el salón de clases.

Aunque existen investigaciones (Blanco & Blanco, 2009; Campistrous & Rizo, 2013) que señalan la falta de una metodología adecuada para enseñar la resolución de problemas, algunos expertos sugieren la propuesta de Polya (1979) como la más viable para llevar a los estudiantes a comprender y resolver problemas en matemáticas (Sepúlveda et al., 2009; Santos, 2008; Granados & Rodríguez, 2011). Esta propuesta también es tomada en cuenta por el sistema educativo mexicano; en particular, para la educación básica (SEP, 2017).

2.3.1 Metodología de Polya para resolver problemas

Una de las labores del profesor, en el salón de clases, es ayudar a los alumnos a comprender y resolver problemas de matemáticas, así lo indica Polya (1979) en su libro *Cómo plantear y resolver problemas*. De acuerdo con el autor, esta ayuda no es una tarea fácil, la cual involucra cuatro fases ordenadas donde el maestro juega el papel de orientador con el propósito de que los alumnos logren resolver los problemas que se les plantea. Estas fases son las siguientes:

1. Comprender el problema.
2. Concebir un plan.
3. Ejecución del plan.
4. Examinar la solución obtenida (Visión retrospectiva).

El presente estudio, de acuerdo con sus objetivos, toma como marco de referencia la primera fase que establece Polya (1979); sin embargo, se describe de manera breve el resto

de las fases con el fin de brindar un panorama general de la propuesta de este autor, acerca de cómo resolver problemas. A continuación, se explica cada una de ellas, haciendo hincapié en la primera.

2.3.1.1 Primera fase: comprender el problema

La primera etapa se refiere a comprender el problema y es esencial para darle solución a éste. Polya (1979) plantea diferentes acciones para determinar si el alumno comprende el enunciado de un problema. La primera consiste en que el niño explique el problema con sus propias palabras, en forma verbal o escrita. A través de esta explicación se pretende indagar si el estudiante logró entender lo que plantea en el enunciado del problema o de qué manera lo interpreta (Boscán & Klever, 2012; Meneses & Peñaloza, 2019; Sepúlveda et al., 2009). Para ello, el estudiante deberá leer atentamente el enunciado y expresarlo con sus propias palabras (Meneses & Peñaloza, 2019; Granados & Rodríguez, 2011), en otros términos, reformularlo “de manera distinta sin modificar la idea” (Boscán & Klever, 2012, p. 12), de modo que identifique los datos que proporciona el enunciado (Boscán & Klever, 2012; Silva et al., 2009; Santos, 2008), como la condición, los datos clave para satisfacer la condición y la incógnita planteada, así como la relación que encuentran entre los datos identificados con la incógnita del problema.

Otra manera es solicitarle al estudiante que identifique los datos antes mencionados, de tal forma que le permite determinar lo que se quiere resolver, los datos que proporciona el problema y la condición que se debe cumplir para su resolución. Para ello, Polya (1979, p. 19) propone que el profesor le plantee al alumno las siguientes preguntas: *¿Cuál es la incógnita?, ¿cuáles son los datos?, ¿cuál es la condición?, ¿es posible satisfacer la condición?, ¿es insuficiente?, ¿redundante? y ¿contradictoria?*

Con respecto a la primera pregunta, *¿Cuál es la incógnita?*, la finalidad es que el niño identifique lo que se quiere resolver en el problema planteado, dado que la comprensión del enunciado implica tener claro cuál es la incógnita del problema (i.e., qué se intenta resolver) para seleccionar los datos necesarios que determinarán el procedimiento de solución (Meneses & Peñaloza, 2019; Boscán & Klever, 2012; Silva et al., 2009; Santos, 2008; Sepúlveda et al., 2009).

La segunda pregunta, *¿cuáles son los datos?*, tiene el propósito de que los alumnos identifiquen datos clave que proporciona el enunciado del problema planteado, como la condición y los datos que satisfacen la condición; en este sentido, los datos que contribuyan a determinar posibles alternativas de solución al problema (Meneses & Peñaloza, 2019; Boscán & Klever, 2012; Silva et al., 2009; Santos, 2008; Sepúlveda et al., 2009). En la comprensión del problema es importante que el niño identifique y discrimine datos relevantes e irrelevantes, ya que ello facilita plantear algún procedimiento de solución (Meneses & Peñaloza, 2019)

En cuanto a la tercera pregunta, *¿cuál es la condición?*, se refiere a identificar la condición que se establece en el enunciado del problema y que junto con otros datos clave son determinantes para seleccionar el procedimiento a seguir que oriente a resolver la incógnita (Silva et al., 2009; Santos, 2008).

El propósito de la cuarta pregunta, *¿es posible satisfacer la condición?*, es buscar las razones o motivos que los estudiantes tienen en torno a si pueden resolver el problema, tomando en cuenta los datos que proporciona el problema (la condición, y datos clave o necesarios para resolverlo).

Con relación a la quinta, sexta y séptima pregunta: *¿es insuficiente?*, *¿redundante?* y *¿contradictoria?*, éstas tienen que ver con el análisis y la reflexión de la información que proporciona el enunciado del problema. Por ejemplo, en la quinta pregunta, se debe determinar si el problema planteado cuenta con todos los datos necesarios para establecer algún procedimiento de solución o si hace falta algún dato importante (Meneses & Peñaloza, 2019). En la sexta pregunta, se plantea identificar alguna información que se repita y no sea necesaria. En la séptima pregunta, se plantea identificar si el enunciado incluye información que se contradice, que a su vez modifique la forma en que se plantee el procedimiento a seguir para dar solución al problema.

Además, la comprensión del enunciado del problema, Polya (1979) señala la importancia de que los niños hagan uso de la representación gráfica, dado que esto facilita expresar a través del dibujo, la representación numérica, algorítmica y el lenguaje escrito, la comprensión que ellos logran del problema planteado. Lo anterior, siempre que los problemas cuenten con características que posibiliten esta representación, donde hagan

referencia a los datos clave, a la incógnita y propongan una alternativa de solución. Autores como Santos (2008) y Sepúlveda et al (2009), en sus investigaciones, han solicitado a los estudiantes el uso de estas representaciones como evidencia de esta comprensión en el enunciado del problema.

2.3.1.2 Segunda fase: concebir un plan

La segunda fase se refiere a determinar un plan o procedimiento de solución a partir de la comprensión del problema, de ahí la relevancia de la primera fase. Polya (1979) establece que concebir un plan es el elemento esencial para lograr resolver un problema, y éste se pone en evidencia cuando el estudiante identifica los procedimientos, razonamientos y construcciones que deberá realizar para resolver la incógnita del problema. Para concebir el plan o procedimiento de solución, además de la primera fase, se requiere destinar tiempo, donde el alumno tiene que recurrir a su bagaje de conocimiento y establecer relaciones entre los datos. En esta búsqueda del plan, en ocasiones el alumno realiza ensayos o pruebas para determinar la estrategia adecuada.

Para concebir o buscar un plan de solución, el profesor puede guiar al alumno a través de las siguientes preguntas, por ejemplo: *¿Conoce algún problema relacionado?, ¿puedes hacer uso de [ese problema]?, ¿puedes enunciar el problema en forma diferente?, ¿has empleado todos los datos? y ¿has hecho uso de toda la condición?* (Polya, 1979, pp. 30-31).

En esta segunda fase, los conocimientos previos del alumno adquieren relevancia. Para Polya (1979), se requiere de conocimientos que permitan concebir el plan, puesto que, si son insuficientes, precarios o erróneos, al estudiante se le dificultará determinar el procedimiento de solución al problema dado.

2.3.1.3 Tercera fase: ejecución del plan

En esta tercera fase el alumno pone en práctica las estrategias que determinó en la fase previa para resolver el problema. En relación con esto, Polya (1979) enfatiza sobre la importancia de que sea el alumno quien determine su plan, donde el maestro verificará que las acciones que se encuentra desarrollando sean las que formuló previamente. Para ello, Polya (1979, p.

34) sugiere las siguientes preguntas: *¿Puede usted ver claramente que el paso es correcto?* y *¿puede usted demostrarlo?*

2.3.1.4 Cuarta fase: examinar la solución obtenida

En esta última fase, examinar la solución obtenida también planteada como visión retrospectiva, Polya (1979) refiere que es una fase muy importante, siendo además de mayor aprendizaje para el alumno, pues deberá reconsiderar la solución, reexaminar el resultado, así como cada uno de los procedimientos desarrollados para identificar algún error. Al realizar lo anterior el alumno consolida sus conocimientos y desarrolla las aptitudes necesarias para resolver problemas. Para desarrollar esta fase, Polya (1979, p. 35) propone las siguientes preguntas: *¿Puede usted verificar el resultado?*, *¿puede verificar el razonamiento?*, *¿puede obtener el resultado en forma diferente?*, *¿puede verlo de golpe?* y *¿puede usted emplear el resultado o el método en algún otro problema?*

2.3.2 Relevancia de comprender el problema

En matemáticas, comprender el problema es esencial para determinar el procedimiento de solución (Couso-Domínguez & Vieiro-Iglesias, 2017; Polya, 1979). La importancia de comprender el problema lo señala Canales (2018) al indicar que encontrar las operaciones adecuadas para resolver un determinado problema está sujeto a lo que se plantea en éste, es decir, es fundamental primero comprenderlo.

En esta fase de comprender el problema, el alumno debe hacer uso del lenguaje oral o escrito para determinar el propósito del problema, qué se pretende solucionar, qué es lo que el problema quiere que se realice (García, 2015). Asimismo, “comprender requiere contextualizar, en términos tanto del entorno general, como del marco específico al que se restringe el enunciado” (García, 2015, p. 18), y se dará en la medida de los conocimientos previos con los que cuente el alumno, de manera que lo lleve a ubicar el problema en un contexto amplio y en un carácter específico conforme a las condiciones del problema.

Investigadores como Gordillo y Restrepo (2012) consideran que comprender un problema implica interpretar una representación verbal (uso de palabras) para elaborar una representación matemática (lenguaje matemático). “Este proceso de traducción demanda una

serie de estrategias, que el estudiante debe desarrollar, para poder llegar a un nivel de comprensión que le permita abordar y tratar de manera satisfactoria la situación inicialmente planteada” (Gordillo y Restrepo 2012, p. 6). Además:

Esta traducción implica analizar la información para determinar cuáles referentes matemáticos son los más apropiados con los cuales puede asociar la situación planteada con la que ya conoce, de esta manera puede separar lo relevante de lo irrelevante, así como diferenciar los elementos explícitos de los implícitos. Cuando se logra lo anterior, el educando puede pasar del conocimiento declarativo al procedimental y establecer las condiciones que permitan trabajar con una serie de símbolos manipulables de manera eficiente. (García, 2015, p. 19)

De esta forma, comprender el problema involucra realizar una lectura atenta del enunciado, identificar los datos que proporciona, reflexionar sobre la incógnita o las preguntas que plantea, así como explicar el planteamiento del problema. Expresar el problema en un lenguaje propio manifiesta la comprensión del mismo y es esencial para corroborar que existe una adecuada comprensión, asimismo da lugar a las estrategias que lleven a una resolución correcta del problema (Rodríguez & Fernández, 2015).

Lo antes expuesto permite concluir que la comprensión del problema es un proceso cognitivo que inicia con la lectura del enunciado de éste, donde el alumno identifica los datos clave (implícitos y explícitos) a partir de los conocimientos previos y llega a plantear la solución. El análisis del problema posibilita expresar las características particulares del problema en un lenguaje propio del alumno, así como expresar una representación verbal a una matemática que a su vez le permitirá determinar el procedimiento de solución.

2.4 Problemas de multiplicación

El conocimiento y dominio de la multiplicación en el nivel de educación primaria favorece la resolución de diversos problemas en la vida diaria y es base de otras estructuras conceptuales como la división y la fracción (Bermejo, 2004). Es importante establecer cuál es el significado de esta operación aritmética y el algoritmo matemático con el que se representa. Con relación a su significado y tomando en cuenta como base a la adición, la multiplicación o producto se plantea como “una representación abreviada de la suma”

(Madroñero, 2016, p. 30), o “suma repetida o reiterada” (Segovia & Rico, 2015, p. 102), y se representa con el siguiente algoritmo:

$$m \times n = \underbrace{n + n + n \dots + n}_{m \text{ veces}}$$

Donde, m y n son números enteros. Este algoritmo, también se representa como $m \cdot n = mn = m * n$. Por lo general, $m \times n$, se lee “ m veces n ” o “ m por n ” (Madroñero, 2016; Segovia & Rico, 2015). A cada número, m y n , se le designa como factor: *multiplicador* y *multiplicando*, respectivamente (Segovia & Rico, 2015).

De acuerdo con este significado de la multiplicación (suma reiterada), el algoritmo toma el papel de una operación asimétrica (Segovia & Rico, 2015), donde el multiplicando se identifica como una medida, mientras que el multiplicador es “un simple operador sin dimensión física” (Vergnaud, 1995, p. 150), es decir, que de forma numérica, representa la cantidad que se repite; por su parte, el número de veces que se repite esa cantidad, se encuentra de manera implícita, en la suma reiterada (Vergnaud, 1995). De esta forma, cada uno de los factores toma un papel diferente (multiplicando o multiplicador), de ahí su asimetría. Esta característica particular de los factores adquiere relevancia cuando se tienen que resolver problemas multiplicativos, ya que si los datos son asimétricos (sólo tienen una función), en ellos, el orden de los factores determina el producto que se obtiene al resolver la multiplicación (Segovia & Rico, 2015).

Otro significado de la multiplicación es el que plantea una operación simétrica, en ella, ambos factores pueden realizar la función de multiplicando o multiplicador (por ejemplo, en los problemas que incluyen una matriz de datos (filas y columnas), el cálculo del área, el número de combinaciones de los elementos de un conjunto (camisetas) con los de otro (pantalones). Estos datos tienen en común que se expresan con una misma unidad, sin embargo, el resultado se expresa con una unidad distinta; en este caso, la propiedad conmutativa (el orden de los factores no altera el producto) puede ser aplicado a este tipo de problemas, ya que no interfiere en el resultado que se obtiene (total de objetos de la matriz, el área de una superficie, la cantidad de combinaciones) (Flores & Rico, 2015). El algoritmo matemático para este tipo de multiplicación, es el siguiente:

$$a \times b = c$$

Esta expresión matemática indica que c es el producto de multiplicar a por b (Vergnaud, 1995; Segovia & Rico, 2015). En relación con el significado de la multiplicación, su carácter de operación asimétrica o simétrica se encuentra determinado por el tipo de datos que proporciona el enunciado del problema, los cuales son aspectos que determinan la manera en que se plantea este algoritmo en los problemas multiplicativos ya que pueden incluir situaciones con datos simétricos o asimétricos.

2.4.1 Características de los problemas de multiplicación

Los problemas multiplicativos forman parte de las estructuras multiplicativas señaladas por Vergnaud (1995), las cuales, adquieren relevancia por su estrecha relación con la resolución de problemas. El autor indica que la estructura multiplicativa cobra sentido al plantearse o buscar diferentes formas de solución donde intervienen las propiedades específicas de la multiplicación que finalmente se representa a través de símbolos (números, lenguaje oral, esquemas).

De este modo, Vergnaud (1995) establece que un problema multiplicativo es un problema matemático que involucra la multiplicación para su resolución. Respecto a esta definición, Villalobos (2008) agrega que este tipo de problemas plantea una dificultad intelectual, no sólo operacional o algorítmica, por lo que representa un desafío real para los estudiantes, siendo su propósito lograr que este problema sea objeto de su interés, motivante y contextual, del cual surjan diversas formas de solución donde involucren sus conocimientos previos, y experiencias relacionadas con la situación planteada. Es así como el problema multiplicativo tiene como finalidad, desarrollar habilidades cognitivas, a través de la resolución de problemas que involucran un objeto matemático, un problema real o la combinación de ambos.

2.4.2 Tipos de problemas de multiplicación

Los problemas de multiplicación, de acuerdo con Vergnaud (1995), se clasifican en tres tipos: problemas de isomorfismo de medidas, de producto de medidas y con un espacio único de medidas. A continuación, se describe cada uno de ellos con el propósito de identificar sus

características particulares; para el presente estudio se plantearon problemas del primer y segundo tipo.

Los *problemas de isomorfismo de medidas* plantean situaciones que incluyen isomorfismo (una relación de proporcionalidad o correspondencia) entre dos campos de medidas con magnitudes distintas, por ejemplo: bolsas y caramelos, peso de naranjas y dinero, botellas de leche y dinero. Un ejemplo de este tipo de problemas es el siguiente: Un litro de leche cuesta \$23.00, ¿cuánto se pagará por 4 litros de leche? El isomorfismo o la proporción de este problema, corresponde a:

$$1 \text{ litro de leche} = \$23.00$$

$$4 \text{ litros de leche} = ?$$

En este tipo de problemas están involucrados cuatro datos numéricos, Vergnaud (1995) determina que se establece una relación cuaternaria, y para su resolución el autor plantea la posibilidad de emplear tanto la multiplicación con base aditiva, así como la multiplicación que obtiene como resultado un producto, teniendo en cuenta el papel que desempeñan los factores multiplicativos, señalados en el apartado 2.4.1. Para este último procedimiento, la explicación a la relación proporcionalidad y del producto que se obtiene tiene como fundamento la regla de tres: $(\$23.00 \times 4 \text{ litros de leche}) / 1 \text{ litro de leche} = ?$

Por su parte, los *problemas que obtienen un producto de medidas*, son aquellos que incluyen dos campos de medidas que pueden ser el mismo en alguna ocasión (por ejemplo cuando se calcula el área, el volumen o se obtiene un producto cartesiano), pero que a diferencia del primer tipo de problemas, en el producto de medidas, se establece una relación ternaria (Vergnaud, 1995), es decir, al multiplicar dos medidas conocidas, se obtiene un tercera, tal y como se plantea en el segundo algoritmo de la multiplicación (véase apartado 2.4.1). Un ejemplo de este tipo de problemas, es el siguiente: “Una clase tiene los pupitres dispuestos en forma rectangular, de tal manera que se tienen 6 filas y 4 columnas, ¿cuántos pupitres hay en total?” (Chamorro, 2006, p. 166).

Como tercer tipo, se encuentran los *problemas con un espacio único de medidas* que buscan comparar dos datos en términos multiplicativos, entre un campo de medida y un operador escalar (se le llama también razón, proporción o número de veces) que relaciona

ambas cantidades (Vergnaud, 1995). Por ejemplo: Enrique tiene 12 canicas y su hermano cuatro veces más ¿Cuántas canicas tiene su hermano? (Chamorro, 2006).

2.5 Comentarios finales

De acuerdo con el marco de referencia aquí expuesto, la comprensión del enunciado en problemas multiplicativos implica diversos aspectos de la enseñanza y aprendizaje de la multiplicación, así como de la resolución de problemas multiplicativos, los tipos de problemas que se les plantea a los niños y la metodología que se implementa para lograr esta comprensión.

Por ello, se retoman estos aspectos para acceder al objeto de estudio, que, además, permiten alcanzar los objetivos de investigación, mediante un diseño metodológico pertinente y la selección de técnicas e instrumentos adecuados. De esta forma, para el diseño de la prueba, que es el instrumento seleccionado para recopilar los datos, se toma en consideración las características y tipos de problemas multiplicativos planteados por Villalobos (2008) y Vergnaud (1995); y para estructurar las preguntas de comprensión que también son parte de la prueba, se tomó en cuenta, aquellas que sugieren la propuesta metodológica de Polya (1979). El proceso que implicó el diseño de instrumentos y la toma de datos corresponde al siguiente capítulo metodológico. Aunque, es importante mencionar que estos referentes teóricos (Villalobos, 2008; Vergnaud, 1995); Polya, 1979), se retoman a la vez para el posterior análisis de los datos, en los cuales se incluye el significado de la multiplicación y su relación con la manera en que los niños aprenden matemáticas (SEP, 2017; Segovia & Rico, 2015; Vergnaud, 1995).

CAPÍTULO 3

METODOLOGÍA

En este capítulo se describe el diseño metodológico que se implementó para la obtención y análisis de datos conforme a los objetivos y naturaleza del presente estudio. Para ello, el capítulo está desglosado en cinco apartados: tipo de estudio y método que orientó el estudio, descripción de los sujetos que aquí participaron, técnicas e instrumentos utilizados para la recopilación de datos, proceso de análisis de los datos obtenidos y, por último, aspectos éticos que guiaron el proceso metodológico.

3.1 Tipo de estudio

El presente estudio se desarrolló desde el enfoque cualitativo con el propósito de indagar sobre la comprensión en problemas de multiplicación (Ugalde & Balbastre, 2013), en particular, obtener información del proceso que implica para los niños indígenas, de educación primaria, comprender el enunciado de problemas multiplicativos, de modo que les permita determinar el procedimiento de solución, fenómeno poco estudiado en educación indígena. Desde este enfoque, el investigador tomó el papel de *instrumento clave* para la recolección de datos⁸, a través del contacto directo con los sujetos de estudio en el lugar donde ellos se encuentran durante la toma de datos (Creswell & Poth, 2018).

El enfoque cualitativo le permite a este estudio analizar a mayor profundidad la naturaleza del objeto de estudio, como lo es la comprensión del enunciado de problemas multiplicativos en niños indígenas, tanto en su estructura dinámica como en la complejidad de su proceso, destacando las diversas manifestaciones y elementos que afectan o coadyuvan a esa comprensión (Martínez, 2006). La presente investigación coincide con el enfoque cualitativo al denotar una naturaleza interpretativa del fenómeno en estudio, tomando como referente los propios significados que los sujetos le imprimen (Denzin & Lincoln, 2012).

De igual forma, tomando como base el enfoque cualitativo, se seleccionó el estudio de caso como método ideal para esta investigación, considerando que la comprensión del

⁸ *Instrumento clave* se refiere a que el investigador es quien debe realizar la recopilación de datos de manera directa con los sujetos de estudio (Creswell & Poth, 2018).

TESIS TESIS TESIS TESIS TESIS

enunciado de problemas multiplicativos en niños indígenas es un objeto de estudio que se caracteriza por su particularidad y complejidad. El contexto indígena le otorga a esta comprensión características singulares (cognitivas, individuales, sociales y lingüísticas) lo que, de cierta manera, permite comprender las circunstancias en que se desarrolla dicho proceso (Stake, 1999), así como analizar los factores —e.g., los señalados por Polya— que intervienen en esa comprensión (Alvarez & San Fabián, 2012).

Además, de acuerdo con los objetivos de esta investigación, se toma el estudio de casos como pertinente porque el interés es indagar con una muestra pequeña de niños sobre su comprensión en problemas de multiplicar. A través de este método se busca profundizar en el objeto de estudio considerando sus características propias de niños indígenas (Álvarez & San Fabián, 2012), mediante diferentes fuentes de información (Creswell & Poth, 2018) y dar cuenta de esa comprensión en su contexto real (Creswell & Poth, 2018; Yin, 2018).

Al tomar el estudio de caso como método viable, la presente investigación se caracteriza por lo siguiente:

- Estudia de forma profunda el fenómeno relacionado con la comprensión de problemas en su estado actual, incluyendo la complejidad que implica interpretarlo desde su contexto particular, lo que permite obtener un conocimiento más amplio del mismo.
- Explica cómo y por qué ocurren diferentes situaciones en el proceso de comprensión de problemas con niños indígenas; por ejemplo, qué entienden del problema, qué dificultades muestran ante el problema, qué justificación dan sobre su comprensión, etc.
- Considerar el carácter dinámico del proceso de investigación, utilizando para ello la descripción, documentación e interpretación de lo que sucede en el contexto *real* —en esta investigación, a través de una prueba y una entrevista—, permitiendo así analizar los vínculos que se establecen con el objeto de estudio.
- Tiene un carácter flexible, ya que no depende del tiempo ni está limitado por el método, sino por las situaciones inesperadas.

Las características antes mencionadas le permiten a esta investigación que el estudio de caso sea de tipo *instrumental*, donde los sujetos de estudio son el medio para tener una aproximación al fenómeno de la comprensión en problemas de multiplicación para educación básica. Así, los casos aquí propuestos permiten ilustrar el fenómeno en estudio, en otras palabras, "... se analizan casos particulares donde los participantes no constituyen un fin en sí mismos, sino que actúan como un medio para explicitar, reconocer y entender el problema de base" (Vélez et al., 2017, p. 1346).

3.2 Sujetos de estudio

Para lograr los objetivos planteados en la presente investigación, el estudio se llevó a cabo con niños de educación primaria indígena (Huasteca potosina), en el estado de San Luis Potosí; en particular, con seis estudiantes que, durante la toma de datos, cursaban el quinto grado de primaria. Se seleccionó este número de estudiantes porque los grupos de comunidad indígena suelen ser reducidos o de grado múltiple (INEE, 2015, 2018) y, además, este número cumple con los objetivos de la investigación y con las características del estudio de casos como una cantidad pertinente para analizar el fenómeno en cuestión; por su parte, la selección del grado escolar es porque en éste se concluye la enseñanza del algoritmo de la multiplicación (SEP, 2017), de modo que se espera que el estudiante tenga los conocimientos necesarios para implementarlos en la solución de problemas que implican la multiplicación.

Para seleccionar a los sujetos de estudio se llevó a cabo un proceso de gestión con las autoridades educativas correspondientes (supervisor de la zona escolar, director y docente) y con los padres de familia o tutores responsables de los niños participantes, a quienes se les informó sobre los propósitos de la investigación y la metodología a implementar para la obtención de datos, sin proporcionar información que pudiera sesgar los resultados. Cabe mencionar que el proceso de gestión y la toma de datos se dieron durante la contingencia por el COVID19, por ello, se utilizó el protocolo establecido por la Secretaría de Salud⁹, tomando las medidas necesarias de sana distancia (uso de cubrebocas y gel antibacterial).

⁹ Consultar <https://coronavirus.gob.mx/>

Además, la selección de los niños se dio con apoyo de su profesor, ya que este actor tiene mayor información sobre su desempeño académico. Al tener la autorización de las autoridades correspondientes y de los padres de familia o tutores, se le solicitó al docente de quinto grado de una primaria indígena en el estado de San Luis Potosí que seleccionara a los alumnos de su grupo que cubrieran los siguientes criterios:

- Ser alumno regular de quinto grado de primaria indígena.
- Contar con alto o bajo desempeño en cuanto a los contenidos relacionados con el algoritmo de la multiplicación.

Estos criterios fueron base para seleccionar a estudiantes atendiendo al método de estudio aquí propuesto. Aunque el interés no es un estudio comparativo, se buscó que participaran niños con alto y bajo desempeño en el algoritmo de la multiplicación, de modo que se pudiera profundizar sobre el proceso de comprensión y con la finalidad de tener un contexto más natural. De acuerdo con estos criterios, se seleccionaron seis niños: tres con óptimo desempeño y tres con bajo desempeño (Tabla 1).

Tabla 1

Características generales de los estudiantes que aquí participaron

Estudiante	Edad (años)	Nuevo ingreso	Nivel de desempeño	Lengua materna
Luisa	10	Sí	Alto	Tének-huasteco
Zenaido	10	Sí	Alto	Español
Carmelo	10	Sí	Alto	Tének-huasteco
Isidro	10	Sí	Bajo	Español
Julia	10	Sí	Bajo	Tének-huasteco
Miguel	10	Sí	Bajo	Español

Nota: La columna *Nuevo ingreso* se refiere a que el alumno cursa por primera vez el quinto grado.

A los seis niños seleccionados se les adjudicó un pseudónimo para guardar su anonimato. Como puede observarse en la Tabla 1, tres de ellos tienen como lengua materna el español y la lengua indígena juega el papel de su segunda lengua. De acuerdo con una entrevista previa que se le hizo al profesor, los seis niños son de origen indígena, hablan y comprenden el español, aunque algunos lo hacen con mayor facilidad; además, para la toma de datos, el

docente sugirió que la comunicación escrita y verbal con los niños fuera en español por el grado de dominio que ellos tienen de esta lengua, aunque también pidió usar el ténekhuasteco para comunicarse verbalmente debido a que algunos niños prefieren expresarse en esta lengua.

En lo que se refiere al desempeño de los sujetos, desde la perspectiva del profesor, los niños Luisa, Zenaido y Carmelo, con alto desempeño, se destacan por su puntualidad en la entrega de sus trabajos tanto de matemáticas como los relacionados con el tema de la multiplicación, lo cual también se refleja en los resultados que obtienen en evaluaciones parciales. Además, el docente considera que estos estudiantes comprenden el algoritmo de la multiplicación y resuelven con facilidad problemas que involucran este algoritmo. El docente agrega que este desempeño que muestran los alumnos tiene que ver con el apoyo que les brindan sus padres, pues tienen interés y la responsabilidad en el aprendizaje de sus hijos.

Por su parte y desde la misma perspectiva del profesor, los tres estudiantes con bajo desempeño (Isidro, Julia y Miguel) no tienen problemas para leer (a excepción de Miguel), pero en ocasiones se les dificulta comprender los problemas matemáticos, así como comprender el significado y algoritmo de la multiplicación, y tienen poco dominio de las tablas de multiplicar. Estos niños muestran pereza o lentitud para realizar sus actividades escolares, se distraen con facilidad y, en general, muestran una falta de interés por aprender. El docente indica que los tres estudiantes viven diferentes situaciones familiares (por ejemplo, falta de figura paterna lo cual hace que la madre sea responsable de la familia, violencia familiar, casos en que la figura paterna desconoce las tareas escolares y la madre es quien se responsabiliza de ellas), lo cual les afecta en su desempeño escolar. Aunado a lo anterior, el docente plantea que las madres muestran una sobreprotección hacia sus hijos lo que conlleva a poca exigencia en el cumplimiento académico.

3.3 Técnicas e instrumentos para recopilar la información

Para recopilar información empírica referente a la comprensión de problemas multiplicativos se emplearon dos técnicas: prueba y entrevista semiestructurada. Para estas técnicas se utilizaron, como instrumentos, la prueba abierta y el guion de entrevista (Ruay & Garcés,

2015; Leatham et al., 2005; Balcázar et al., 2013), respectivamente. A continuación, se detalla cada una de estas técnicas e instrumentos.

3.3.1 Prueba abierta

Una de las técnicas de evaluación que se suele utilizar en el contexto educativo es la prueba, que se elabora de acuerdo con los contenidos que se desean evaluar (Díaz-Barriga & Hernández, 2000). Entre los instrumentos derivados de esta técnica, destaca la prueba escrita que tiene como propósito recopilar información acerca de lo que un alumno posee en alguna determinada área del conocimiento, como son las matemáticas, para después ser analizada y tomar decisiones al respecto (Ruay & Garcés, 2015; Loyo et al., 2010). Asimismo, la prueba permite contar con evidencia de lo que responde el estudiante; al respecto, Loyo et al. (2010, p. 81) mencionan que las pruebas escritas: “permiten ser analizadas y calificadas con mayor precisión que las orales. Además, son el testimonio de lo que realmente contestó el estudiante, lo que permite justificar la calificación emitida”. La prueba escrita aquí propuesta contiene reactivos de respuesta abierta, por lo que su evaluación es de tipo cualitativa (Díaz-Barriga & Hernández, 2000), además se espera que el estudiante utilice sus propias palabras de modo que reflejen su comprensión en los problemas que se plantean en este instrumento.

De acuerdo con lo anterior, y tomando en consideración las preguntas y el objetivo del presente estudio, se diseñó una prueba escrita que tiene como finalidad recabar información acerca de qué comprenden del enunciado de problemas de multiplicación los niños indígenas (Anexo A). Para ello, la prueba incluyó cuatro problemas multiplicativos con diferente grado de dificultad, seleccionados de las pruebas ENLACE de cuarto grado de primaria (SEP, 2012), Evaluación diagnóstica PLANEA de quinto grado de primaria (SEP, 2019) y de BANREA (SEGE-SLP, 2018). Conviene mencionar que en algunos problemas se incluyeron datos con la finalidad de que fueran distractores para los niños.

3.3.1.1 Problemas de multiplicación

En lo que sigue se describen los cuatro problemas para los niños de quinto grado de primaria, según su orden en la prueba.

Problema 1: *Hugo vende tacos. Miguel le compró 8 tacos, Soledad 7, Tomás 4, Azucena 10 y Benito 3. Si un taco cuesta \$7.00, ¿quién o quiénes pagaron \$28.00?*

El problema 1 hace referencia a la venta de tacos, la cual es una situación conocida para los niños indígenas, y está centrado en determinar quién de las cinco personas, mencionadas en el problema, pagó \$28.00 al consumir un determinado número de tacos. El problema involucra el algoritmo de la multiplicación para determinar que *Tomás* es la persona que pagó esa cantidad; para ello, se plantea como condición el costo por taco ("Si un taco cuesta \$7.00"). De acuerdo con los datos clave del problema y el algoritmo convencional de la multiplicación, éste se resuelve al multiplicar el número de tacos consumidos por el costo de cada taco: $4 \text{ tacos} \times \$7.00 = \28.00 .

Este problema corresponde a isomorfismo de medidas (Vergnaud, 1995), que se consideran con un grado de dificultad bajo o simple, pero que se ha planteado de forma problematizadora¹⁰ para que el alumno identifique los datos y multiplique el precio de cada taco por el total de tacos que consumió cada persona para determinar que Tomás es quien pagó los \$28.00. Se incluyeron dos distractores en el problema: en la pregunta se hace referencia si más de una persona pagó esa cantidad, y el costo de cada taco es igual al número de tacos que compró Soledad, en este caso el alumno deberá identificar el significado de cada número.

Problema 2: *Don Joaquín tiene 50 años de edad y ha decidido comprarse un auto nuevo, aceptó hacerlo con plan de pagos que se anuncia en televisión. Éste consiste en pagar \$89 pesos diarios, ¿cuánto pagará al término de 1 año? (Considera que cada mes tiene 30 días).*

El problema 2¹¹ plantea la compra de un auto en modalidad de pagos, para saber el costo total se requiere calcular la cantidad a pagar en el período de un año. Conforme a los datos proporcionados en el problema, la cantidad a pagar se obtiene, por ejemplo, al multiplicar la

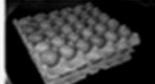
¹⁰ Tomando en cuenta el contexto y planteando el problema multiplicativo como un desafío que propicie el análisis por parte del alumno (Villalobos, 2008).

¹¹ En el problema 2 se consideraron 30 días por mes para evitar dificultad de comprensión en los niños en cuanto al total real de días que tiene cada mes. Además, aunque es media ficticia, se indicó esa cantidad esperando que los niños, como parte de la comprensión sobre el problema, multiplicaran 30 días por 12 meses para obtener el total de días por año (360).

cantidad de meses del año por los días que tiene cada mes: $12 \times 30 = 360$ y después los días obtenidos por la cantidad que se paga diariamente: $360 \times 89 = 32,040$.

Al igual que el anterior, el problema 2 es del tipo isomorfismo de medidas (Vergnaud, 1995), sólo que implica encontrar los días del año a partir del dato relacionado con el número de días que tiene un mes (treinta días), así como saber el total de meses que tiene el año. Esta medida del tiempo es parte del conocimiento previo que tiene el niño de quinto grado de educación básica, ya que es un contenido que se aborda en los grados anteriores (SEP, 2017). Del mismo modo, en este problema, se agrega como distractor la edad de don Joaquín (50 años) y es la misma medida del tiempo que se menciona en la pregunta, sólo con diferente significado (edad y periodo de pago).

Problema 3: *En una granja avícola empaacan huevos en tres empaques diferentes, como se muestra a continuación:*

		
12 huevo	18 huevos	30 huevos

Don Fabián que tiene 70 años de edad, compró tres cajas con los siguientes paquetes:

Caja uno: 26 paquetes de 12 huevos

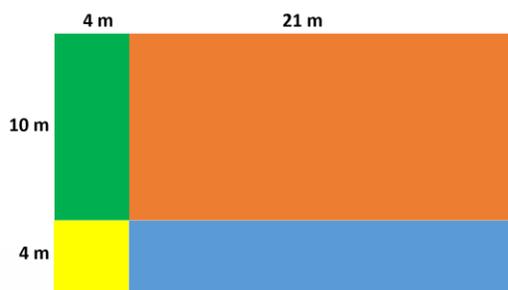
Caja dos: 37 paquetes de 18 huevos

Caja tres: 19 paquetes de 30 huevos

¿Cuál de las cajas que compró don Fabián, contiene más huevos?

El problema 3 se refiere a la compra de huevos por caja, y establece tres tipos de paquetes con determinada cantidad de huevos para cada caja, de modo que el estudiante determinará qué caja contiene más. Para ello, se tienen las siguientes multiplicaciones: caja uno $26 \times 12 = 312$; caja dos $37 \times 18 = 666$; caja tres $19 \times 30 = 570$, de modo que la caja dos es la respuesta al problema planteado. De acuerdo con lo antes expuesto, para dar respuesta al problema 3, se debe considerar el número de huevos que contiene cada tipo de paquete (12, 18 y 30). El problema es de isomorfismo de medidas e incluye como distractor la edad de don Fabián (70 años), es decir, para ver si los niños la consideran como dato para resolver el problema.

Problema 4: *Observa el siguiente rectángulo dividido en cuatro figuras de diferente tamaño y color. Cada figura tiene sus medidas, ¿cuál o cuáles figuras tienen un área de 84 m^2 ?*



El problema 4, a diferencia de los anteriores, es del tipo producto de medidas (Vergnaud, 1995), donde los alumnos deberán poner en juego sus conocimientos respecto a la manera en que se obtiene el área, para ello, deberán identificar la medida de los datos que corresponden a la figura azul. Se espera que el niño primero identifique, a partir de las figuras amarillo y naranja, que la figura azul mide 21 metros de largo y 4 metros de alto, de modo que mediante, el algoritmo de la multiplicación $21 \times 4 = 84 \text{ m}^2$ obtenga el área solicitada. Este problema incluye dos distractores: la medida de cuatro centímetros en la figura verde (es un dato que se repite) y en la pregunta se solicita identificar más de dos figuras con el área solicitada.

3.1.1.2 Preguntas de comprensión

En cada uno de los problemas se incluyó un conjunto de preguntas relacionadas con la comprensión en términos de Polya (1979). Para dar respuesta a estas preguntas a los niños se les indicó lo siguiente en la prueba: “Esta actividad incluye cuatro problemas de matemáticas. Lee con atención cada problema y, antes de resolverlo, contesta las preguntas enumeradas” (Anexo A). Las preguntas son las siguientes:

1. Explica con tus propias palabras de qué trata el problema.
2. ¿Qué se quiere saber en el problema?
3. ¿Es posible resolver el problema?, ¿por qué?
4. ¿Crees que el problema le falta o le sobra información para resolverlo?, ¿por qué crees eso?
5. ¿Qué información del problema puedes utilizar para resolverlo?

6. ¿Qué información necesitas para saber... [se hace referencia a la incógnita del problema]?
7. ¿Es necesario saber... [se hace referencia a la condición del problema?, ¿por qué?
8. Explica con un dibujo cómo resolverías el problema.

Estas preguntas fueron adaptadas a partir de las que plantea Polya (1979) en torno a indagar si los alumnos comprenden los problemas planteados o qué están comprendiendo de estos (véase apartado 2.3.1.1, Capítulo 2). La información de las preguntas 6 y 7 se complementa de acuerdo con la situación planteada en cada problema. Además, de las preguntas se le pide al niño que resuelva los problemas y que anote el procedimiento implementado (Anexo A).

3.3.2 Entrevista semiestructurada

La entrevista semiestructurada aquí utilizada es una técnica de investigación de corte cualitativo que tiene como fin recuperar información a profundidad sobre determinado aspecto, como es el educativo; para ello, se propicia una interacción cara a cara entre el investigador y los informantes (Balcázar et al., 2013). Esta técnica le permitió a la presente investigación “encuentros dirigidos hacia la comprensión de las perspectivas que tienen los informantes [como es el caso de niños que aquí participan] con respecto a sus vidas, experiencias o situaciones, tal y como las expresan sus palabras” (Balcázar et al., 2013, p. 59). Para ello, la obtención de la información mediante la entrevista está determinada por la capacidad del investigador para guiar la conversación hacia los puntos que son de interés para esta investigación (de acuerdo con sus objetivos), y para motivar las respuestas de los participantes (Ramos, 2008).

Desde esta perspectiva, la entrevista semiestructurada es una técnica apropiada para el presente estudio, a través de ella es posible profundizar y recabar información acerca de los procedimientos que los niños participantes implementaron para comprender los problemas planteados en la prueba, así como recabar información sobre las posibles dificultades que ellos enfrentan en este tipo de problemas. Asimismo, esta técnica permite flexibilidad y una mayor libertad para la secuencia y el tipo de preguntas; en otras palabras, éstas pueden modificarse, omitir o agregar nuevas preguntas en función de las respuestas que proporcione

el niño; para ello, la autora de este estudio asumió el papel de facilitadora, motivando la conversación a través de las preguntas, así como el de escucha activa (Ramos, 2008).

Para la implementación de la entrevista, se tomaron en cuenta los siguientes aspectos de acuerdo con Ramos (2008):

- Preparar un guion temático sobre la información que le interesa recopilar a través del informante.
- El guion se constituye por preguntas abiertas.
- En el desarrollo de la entrevista, el informante puede expresar sus opiniones, matizar sus respuestas, e incluso desviarse del guion inicial establecido por el investigador cuando se vislumbran temas emergentes que es preciso explorar.
- El investigador debe mantener la atención suficiente como para introducir en las respuestas del informante, los temas que son de interés para el estudio, procurando establecer una conversación lo más natural posible.
- Durante la entrevista, de ser necesario, el investigador puede relacionar algunas respuestas del informante con categorías preestablecidas u otras que pueden surgir en la entrevista y, así, construir nuevas preguntas relacionando temas y respuestas.

De acuerdo con lo anterior, se diseñó un guion de entrevista, el cual toma como referente las preguntas dadas en los cuatro problemas de la prueba abierta y la propuesta de Polya (1979). El guion está dividido en dos apartados: el primero incluye preguntas generales y el segundo preguntas particulares (Anexo B). El primer apartado tiene como propósito indagar de manera general sobre la comprensión que los niños lograron en el enunciado de los problemas multiplicativos, y la manera en que determinaron el procedimiento de solución para cada problema. El segundo apartado tiene la finalidad de profundizar en las respuestas que dieron los niños en las preguntas de comprensión planteadas en la prueba.

3.4 Acopio de datos

El acopio de datos implicó primero la implementación de la prueba y después la entrevista. Para ello, previamente los instrumentos utilizados pasaron por un proceso de validación y pilotaje.

3.4.1 Validación y pilotaje

El proceso de validación de la prueba y el guion de entrevista estuvo a cargo de dos expertos en educación matemática y de una profesora de primaria indígena, quienes evaluaron su pertinencia y establecieron sugerencias referentes a su contenido e implementación. Después se realizó un pilotaje de los mismos, con la finalidad de valorar el desempeño de la investigadora durante la implementación de los instrumentos y obtener información para realizar ajustes a la toma de datos. El pilotaje se desarrolló con tres niñas, quienes tienen características similares a los sujetos de estudio: estudiantes de origen indígena, cursan el quinto de primaria indígena y cuentan con alto desempeño en matemáticas. Para el pilotaje, debido a las condiciones de la pandemia por el COVID-19, se procuró que las niñas utilizaran cubrebocas y gel antibacterial, y mantuvieran sana distancia.

El pilotaje permitió modificar algunos aspectos de implementación de la prueba y el guion de entrevista, como: emplear tiempos de descanso (30 minutos) para los alumnos durante la aplicación de la prueba abierta, de ser necesario aclarar dudas que surjan en los estudiantes en torno a los que solicita la prueba, así como en las respuestas de los niños.

3.4.2 Implementación de la prueba abierta y guion de entrevista

El trabajo de campo se realizó durante la pandemia por el COVID-19, por ello se consideró el protocolo de sana distancia. La toma de datos inició con la implementación de la prueba abierta, en la cual participaron los seis niños previamente seleccionados. Acudieron a la escuela en la que están inscritos a participar en el estudio, el día 30 de noviembre de 2020, en un horario matutino, con una duración aproximada de dos horas y media. Para la aplicación de la prueba se utilizó un aula en la que se distribuyeron a los alumnos con una separación adecuada tanto para la implementación de la prueba como para cuidar la sana distancia; además, la aplicación de la prueba fue videograbada respetando el anonimato de los participantes y con autorización de sus padres o tutores. En el transcurso de la aplicación de la prueba, la investigadora tomó el papel de facilitadora con relación a dudas y dificultades que se fueron presentando a lo largo de la actividad.

Posterior a la prueba, se programó a cada alumno para que acudiera a la escuela al día siguiente para entrevistarlos. Esta programación se hizo de modo que los niños no coincidieran

entre ellos, esto para evitar que compartieran información y cumplir con el protocolo de sana distancia. Para la entrevista se hizo un análisis previo de las respuestas que dieron los niños en las preguntas de la prueba con el propósito de identificar y seleccionar aspectos relevantes a abordar en la entrevista, que permitieran explicar los procedimientos que realizaron los alumnos en sus pruebas o, en su caso, identificar una comprensión o dificultad en los problemas propuestos. De acuerdo con este análisis, se adecuaron algunas preguntas del guion durante la entrevista con cada niño.

En el transcurso de la entrevista, la investigadora estableció el diálogo cara a cara con el alumno, buscando en todo momento orientar la conversación hacia los objetivos de la investigación. Debido a que la entrevista se derivó de lo que respondieron los alumnos en la prueba, los tiempos en el desarrollo de la misma fueron diferentes para cada uno de ellos (Tabla 2). Además, durante la entrevista a los niños se le indicó que podían comunicarse en la lengua de su preferencia (español o huasteco).

Tabla 2

Inicio y duración de la entrevista

Alumno	Hora de inicio	Duración (minutos)
Luisa	12:30	33
Zenaida	13:00	31
Carmelo	13:30	31
Irene	14:00	21
Julia	14:30	20
Miguel	15:00	5

Como puede verse en la Tabla 2. la entrevista con Miguel tuvo una duración de cinco minutos, solo se abordaron algunos aspectos para profundizar debido a que el niño tuvo poca participación en la prueba (solo contestó, y de manera incipiente, algunas preguntas del problema 1). Conviene mencionar que, como se señaló en la carta de consentimiento informado a los padres de familia (Anexo C), la aplicación de la prueba abierta y el desarrollo de la entrevista se videograbaron y audiograbaron con la finalidad de almacenar la información y disponer de ella para su posterior análisis.

3.5 Proceso de análisis de datos

Para llevar a cabo el análisis de los datos recopilados en el trabajo de campo, se establecieron categorías deductivas (Rodríguez et al., 2005) a partir de las preguntas que considera Polya (1979) en torno a la comprensión del problema. Se tuvo un total de ocho categorías:

1. Identificar la incógnita.
2. Justificar la viabilidad del problema.
3. Determinar si faltan o sobran datos.
4. Seleccionar datos necesarios para resolver el problema.
5. Relacionar la condición con los datos del problema.
6. Reconocer la utilidad de la condición del problema.
7. Representar gráficamente la solución del problema.

A partir de las categorías se diseñó una matriz de datos para concentrar la información recopilada en la prueba (Anexo D). Se optó por utilizar una matriz para vaciar los datos debido a que su uso permite visualizar la información de manera general y por categorías (Miles & Huberman, 1994). Esta matriz facilitó el análisis de la información recabada a través de la prueba, que a la vez evidenció la comprensión lograda por el sujeto en cada uno de sus procesos cognitivos.

Por su parte, la información obtenida de la entrevista permitió definir cinco categorías inductivas, a partir de las cuales se realizó el análisis de los datos que atienden los objetivos de la investigación:

1. Reflexión sobre los problemas dados en la prueba.
2. Dificultades para comprender el enunciado de problemas multiplicativos.
 - 2.1 Dificultades relacionadas con la comprensión de los problemas.
 - 2.2 Dificultades relacionadas con el procedimiento de solución.
3. Multiplicación como suma reiterada.
4. Dificultad para usar la multiplicación y la suma.
5. División como procedimiento de solución.

3.6. Consideraciones éticas

En el desarrollo del presente trabajo de investigación se consideró un conjunto de conductas éticas. En la toma de datos se siguió en todo momento la normatividad con la que se rigen las autoridades educativas, solicitando mediante oficio la autorización por parte del supervisor escolar para el desarrollo del trabajo de investigación.

De igual manera, a cada uno de los directores y docentes se les informó mediante oficio los objetivos y el proceso que implicaba el estudio. Así también, a los padres de los niños involucrados en el estudio se les informó y solicitó autorización para la participación de su hijo, para ello se les pidió firmar la carta de consentimiento informado, proporcionándoles a su vez una copia del documento. Asimismo, se les informó sobre la confidencialidad de la información que surja del estudio, el anonimato para cada alumno participante y se solicitó su autorización para videograbar y audiograbar durante el desarrollo de la prueba y la entrevista, así también se les informó sobre su participación voluntaria en la investigación. Durante la toma de datos se mantuvo el respeto debido hacia las personas involucradas (autoridades educativas, docente involucrado, madres de familia y alumnos), siguiendo en todo momento el protocolo de sana distancia previa y durante la toma de datos.

Del mismo modo los datos recopilados y resultados se sujetaron al análisis de los mismos, sin involucrar interpretaciones personales de la investigadora ni modificación o manipulación alguna que pudieran sesgar el presente estudio. Los resultados de la investigación son presentados a la comunidad académica en un informe claro y detallado (como lo es la tesis), así también para su difusión en diversos medios. Por último, esta investigación tiene la finalidad de aportar y acrecentar el conocimiento del proceso que los alumnos desarrollan en un contexto particular.

CAPÍTULO 4

RESULTADOS

El capítulo está centrado en los resultados del presente estudio en torno a las preguntas de investigación, y los cuales están organizados en dos apartados con la finalidad de tener una mayor comprensión de estos. En el primer apartado se dan a conocer los resultados relacionados con la comprensión y solución que evidenciaron cinco niños, que aquí participaron, en relación con los problemas planteados en la prueba; por su parte, el segundo apartado se refiere a los resultados de la entrevista con cada estudiante.

4.1 Comprensión de los niños en el enunciado de problemas multiplicativos

Los resultados que se reportan en este apartado corresponden a las respuestas que aportaron Luisa, Isidro, Carmelo, Zenaido y Julia a las preguntas de los cuatro problemas planteados en la prueba, excepto Julia en los problemas 3 y 4, ya que no dio respuesta a las preguntas¹². Los resultados se presentan de acuerdo con las categorías de análisis y con las preguntas de comprensión incluidas en cada problema (Anexo A). Se incluye además un apartado para dar cuenta de la solución que dieron los niños a los cuatro problemas.

4.1.1 Explicar el enunciado del problema

Como parte de la comprensión sobre los cuatro problemas de la prueba, a los niños se les pidió que explicaran de qué trataba cada uno de estos. Las explicaciones que ellos dieron hacen referencia a tres tipos de información: a) datos clave del problema (como la incógnita y la condición), b) idea general del problema, e c) interpretación errónea del problema.

En relación con el primer inciso, los estudiantes Luisa, Zenaido e Isidro centran su atención en explicar los problemas en términos de la pregunta o incógnita planteada en cada enunciado (Tabla 3). Para el problema 1, Luisa y Zenaido mencionan que éste trata de quién pagó la cantidad de \$28.00. Aunque ambos estudiantes hacen referencia a la incógnita, Luisa

¹² En los resultados no se reporta a Miguel, dada su poca participación en la prueba y entrevista.

lo explica en términos de compra en contraste con su compañero, quien lo plantea tal cual está en la pregunta.

Tabla 3

Explicaciones de los niños que refieren la incógnita de cada problema

Problema	Alumno	Respuesta
1	Luisa	De que quien compra tacos que costo 28 pesos.
	Zenaido	se trata de que quien pago 28 pesos
2	Zenaido	cuanto va a pagar en un año
3	Isidro	de que quiere saber cual caja de huevos ti ene mas
	Zenaido	se trata de que cual tiene mas huevos
4	Isidro	cual de las figuras tiene 84m ²
	Zenaido	se trata tienen un área de 84 m ²

Para explicar los problemas 2, 3 y 4, Zenaido e Isidro también consideran la pregunta de cada enunciado. Llama la atención que Zenaido, en su explicación de los problemas 3 y 4, omite los términos “caja” y “figura”, respectivamente, lo cual también se da en otros problemas y con otros niños; sin embargo, más que un error, es notorio que el estudiante hace referencia a estos términos de manera implícita para indicar que los problemas tratan de “cual [sic] [caja] tiene más huevos” y cuáles “[figuras] tienen un área de 84m²” (problemas 3 y 4, Tabla 3). Tal vez, esto se debe a que el niño, por el grado escolar que cursa, sigue aprendiendo a redactar y también al grado de dominio que tiene sobre el español como lengua para comunicarse.

Además, los estudiantes explican los problemas tomando como dato la condición planteada; en particular, Luisa lo hace para el 2 y 3 (Tabla 4). En su explicación, la niña muestra una relación entre los datos de cada condición: para el problema 2, se identifica que la compra del coche está determinada por el monto a pagar por día, sin embargo, Luisa omite

el total de días para cubrir la deuda (12 meses, de 30 días cada uno); de igual forma, para el problema 3, se identifica que la diferencia entre las tres cajas está dada por el número de huevos en cada paquete.

Tabla 4

Explicaciones de Luisa que refieren la condición que establece el problema

Problema	Respuesta
2	De que Don Joaquín quiere comprar un auto que tiene que pagar \$89 pesos diarios.
3	De que Don Fabián compra 3 cajas de distintos paquetes (una de 17 huevos, dos de 18 huevos y de 30 huevos.

En relación con el inciso b, algunos niños explican de manera general de qué tratan los problemas, omitiendo datos relevantes que podrían dar cuenta de lo que se quiere resolver (Tabla 5). Esto se evidencia en Isidro, Carmelo y Julia, quienes identifican las situaciones planteadas en los problemas 1, 2 y 4 pero lo hacen en términos generales, sin mostrar qué se desea saber en cada una de ellas; por ejemplo, como lo explica Julia o Carmelo, el problema 1 se refiere “a tacos”. Por su parte, como puede verse en la Tabla 5, Luisa retoma la instrucción del problema 4 para indicar de qué trata, sin dar mayor información como lo hizo en el problema 1 (Tabla 3).

Tabla 5

Explicaciones de tipo general sobre lo que tratan los cuatro problemas

Problema	Alumno	Respuesta
1	Isidro	de que Hugo vende tacos
	Julia	del taco
	Carmelo	de tacos
2	Isidro	Don Joaquín se quiere comprar un auto
	Carmelo	que van a comprar un nuevo auto
	Julia	El problema se trata de don Joaquín que quiere comprar un auto nuevo
3	Carmelo	que don Fabián compra Huevos
4	Luisa	de observar el rectángulo dividido en cuatro figuras y pintadas.

Con respecto al inciso c, algunos niños refieren en su explicación a problemas que difieren con el planteado, lo cual se dio con Carmelo, quien considera que el problema 4 es medir: “que tiene que medir las medidas [medidas]”. En este sentido, es evidente que el niño se refiere a tener que medir con una regla graduada los lados de las cuatro figuras que conforman el rectángulo. Aunque la explicación es redundante, su propuesta es correcta pero no es necesaria, ya que el problema implica identificar o inferir las medidas de los lados de cada figura a partir de los datos proporcionados en el rectángulo, para después calcular el área de éstas y determinar cuál de ellas es la que satisface el problema. Tal vez, su sugerencia es porque no están explícitas las medidas de todos los lados de las cuatro figuras que conforman el rectángulo.

4.1.2 Identificar la incógnita

Los resultados muestran que los niños identifican la incógnita del problema. Isidro, Zenaido, Carmelo y Luisa plantean la pregunta del problema para indicar que ésta es la incógnita (Tabla 6); en particular, Zenaido lo hace para los cuatro problemas, y Luisa solo para el 4. Además, estos niños sólo copian la pregunta, aunque Isidro y Carmelo usan sus propias palabras en diferentes problemas; por ejemplo, para el 1 y 2, Isidro plantea el pago en términos de compra y costo, respectivamente; por su parte, para el problema 3, Carmelo le atribuye a don Joaquín el desconocer qué caja tiene más huevos.

Tabla 6

Respuestas que refieren la incógnita de los problemas planteados

Problema	Alumno	Respuesta
1	Isidro	<u>quien compra 28 pesos de tacos</u>
	Zenaido	<u>quien paga 28 pesos</u>
2	Zenaido	<u>cuanto pagara en un año</u>
	Isidro	<u>cuanto cuesta el auto</u>
3	Zenaido	<u>cuál contiene más huevos</u>
	Isidro	<u>cuál tiene mas huevos</u>
	Carmelo	<u>que no sabe cual caja de Huevos</u>
4	Luisa	<u>cuál de las cuatro figuras tienen un área de 84m²</u>
	Zenaido	<u>cuál tienen un área de 84m²</u>

Además, los niños cometen el error de identificar otros datos en los problemas para hacer referencia a la incógnita (Tabla 7), principalmente, plantean la situación de manera general y la condición (como es el caso de Luisa en los problemas 1, 2 y 3), o en algunos casos modifican o interpretan la incógnita. En relación con esto último, Carmelo considera que el problema 1 está centrado en que uno de los sujetos (Benito) desea saber quién compró más tacos, y que el problema 2 se refiere a que don Joaquín "... no sabe... si quiere trabajar en televisión"; en cambio, para el problema 4, el estudiante ofrece un argumento en términos de ponerle atención para resolverlo. Por su parte, para este último problema, Zenaido proporciona la misma respuesta que dio al pedirle que lo explicara (Tabla 3).

Tabla 7

Respuestas que difieren de la incógnita

Problema	Alumno	Respuesta
1	Luisa	Que Hugo vende tacos y cuestan \$7 pesos
	Carmelo	que no sabe Benito quien compró mas
2	Luisa	Que Don Joaquín quiere comprar un auto y quiere hacerlo con plan de pagos que sale en la televisión.
	Julia	que don qui jote que esta hijito
	Carmelo	que no sabe que si quiere trabajar en televisión
3	Luisa	Que en una granja avícola venden huevos en tres empaques diferentes.
4	Isidro	midir los cuadrados
	Carmelo	porque tienes que fijarte muy bien

Los resultados muestran que los niños identifican la incógnita en algunos problemas, pero en otros se les dificulta, de modo que proporcionan información que difiere con lo solicitado. De los cinco estudiantes, solo Zenaido identificó la pregunta como incógnita en los cuatro problemas, en cambio, Carmelo y Luisa suelen dar información errónea.

4.1.3 Justificar la viabilidad del problema

Los estudiantes consideran que la mayoría de los problemas tiene solución, Zenaido es el único en afirmar que los cuatro problemas son viables; en contraste con sus compañeros, quienes indican lo contrario, por ejemplo, Carmelo. Los niños en sus justificaciones refieren: a) el tipo de problema o procedimiento de solución, b) leer e identificar datos en el problema, c) la dificultad para justificar la viabilidad del problema, d) una posible solución y e) dan cuenta de la incógnita.

En relación con los dos primeros incisos, se tiene a Luisa, quien argumenta que el problema 1 es viable mediante los algoritmos de multiplicación y suma (Tabla 8), como ella señala: “Nada más [sic] es de multiplicar o sumar para salir [obtener] la respuesta correcta”. Además, se tiene el argumento de Julia, Isidro y Luisa, quienes justifican la viabilidad de los problemas 2 y 3 considerando el hecho de tener que leer el enunciado o identificar la información que se requiere para su solución. Leer lo plantea Julia en el sentido de que le permite identificar información para darse cuenta de la viabilidad de estos problemas, o como lo dice Isidro para el problema 3, quien menciona que tiene la información necesaria para su solución. Por su parte, no queda claro por qué Luisa justifica la viabilidad del problema 2 tomando como dato la condición.

Tabla 8

Justificaciones para determinar la viabilidad de los problemas planteados

Problema	Alumno	Respuesta
1	Julia	3. ¿Es posible resolver el problema? <u>Si</u> ¿Por qué? <u>Lees el problema 01 y allí has a encontrar las respuestas</u>
2	Julia	3. ¿Es posible resolver el problema? <u>Si</u> ¿Por qué? <u>Lees el problema 2</u>
	Luisa	3. ¿Es posible resolver el problema? <u>SI</u> ¿Por qué? <u>porque dice que Don Joaquín debe pagar \$89 pesos diario</u>
3	Isidro	3. ¿Es posible resolver el problema? <u>Si</u> ¿Por qué? <u>tiene toda la información que quiero saber</u>

De acuerdo con el inciso c, los argumentos de los niños están centrados en la dificultad que ellos encuentran en los problemas, como es el caso de Zenaido y Carmelo (Tabla 9). Ellos reconocen que los problemas 2 y 4 son difíciles de resolver, y esto se debe a una falta de conocimiento como lo reconoce Zenaido, por ejemplo, sobre el área para el problema 4 ("porque no se [sé] que [qué] es un area [área]"). Además, este estudiante considera que los problemas son viables, pero su justificación no sustenta su respuesta; en cambio, Carmelo muestra una contradicción entre su afirmación y justificación, debido a que supone que los problemas 2 y 3 son fáciles de resolver, pero a su vez considera que estos no son viables.

Tabla 9

Justificaciones que refieren dificultades para la viabilidad del problema

Problema	Alumno	Respuesta
2	Carmelo	3. ¿Es posible resolver el problema? <u>no</u> ¿Por qué? <u>son fáciles las preguntas</u>
	Zenaido	3. ¿Es posible resolver el problema? <u>si</u> ¿Por qué? <u>por que esta difícil</u>
3	Carmelo	3. ¿Es posible resolver el problema? <u>NO</u> ¿Por qué? <u>alguna preguntas fáciles y difisiles</u>
4	Zenaido	3. ¿Es posible resolver el problema? <u>Si</u> ¿Por qué? <u>por que nose que es una area</u>
	Carmelo	3. ¿Es posible resolver el problema? <u>NO</u> ¿Por qué? <u>es muy difisil</u>

En relación con el inciso d, los niños toman como justificación la posible solución los problemas, lo cual se evidencia con Zenaido e Isidro (Tabla 10). Ellos intentaron resolver los problemas 3 y 4 y eso lo llevó a darse cuenta de la no viabilidad de estos. En el caso de Zenaido hay una contradicción entre su afirmación y justificación, pues supone que el problema 3 no es factible de resolver, pero a su vez considera que ya tiene la respuesta de éste; por su parte, Isidro en el 4 muestra dificultad para calcular el área de los rectángulos, afirma que ninguna de las figuras tiene un área de $84m^2$, además no proporciona información de cómo se dio cuenta de eso.

Tabla 10

Argumentos que toman como referente el intento de resolver los problemas

Problema	Alumno	Respuesta
3	Zenaido	3. ¿Es posible resolver el problema? <u>no</u> ¿Por qué? <u>porque ya encuentre la respuesta</u>
4	Isidro	3. ¿Es posible resolver el problema? <u>Si</u> ¿Por qué? <u>ninguno tie 84m²</u>

Como parte del inciso e, los niños toman como referente la incógnita del problema para justificar la viabilidad de éste, lo cual sucede con Isidro, Zenaido y Luisa para los problemas 1 y 4 (Tabla 11). Los tres estudiantes muestran una falta de conocimiento para justificar la viabilidad de los problemas, y se evidencia en Zenaido con el problema 1, pues afirma no saber quién pago los 28 pesos, además muestra una contradicción entre su afirmación y justificación, lo cual también sucede con el problema 3 (Tabla 10).

Tabla 11

Justificaciones centradas en la incógnita del problema

Problema	Alumno	Respuesta
1	Isidro	3. ¿Es posible resolver el problema? <u>Si</u> ¿Por qué? <u>quiere saber quien compro 28</u>
	Zenaido	3. ¿Es posible resolver el problema? <u>si</u> ¿Por qué? <u>por que nose quien pago</u>
4	Luisa	3. ¿Es posible resolver el problema? <u>No</u> ¿Por qué? <u>dice que tengo encontrar cual o cuales figuras tienen 84m²</u>

En relación con este apartado, las justificaciones de los niños muestran que cada uno interpreta y centra su interés en información que consideran relevantes para sustentar la viabilidad de los problemas. Luisa es la única que da una justificación válida al indicar que el problema 1 tiene solución, para ello, toma como referente la multiplicación y la suma. Es evidente que la niña resolvió previamente el problema, lo cual también sucede con Isidro y

Zenaido en los problemas 3 y 4, pero ellos logran obtener respuestas erróneas que los lleva a considerar que estos no son viables.

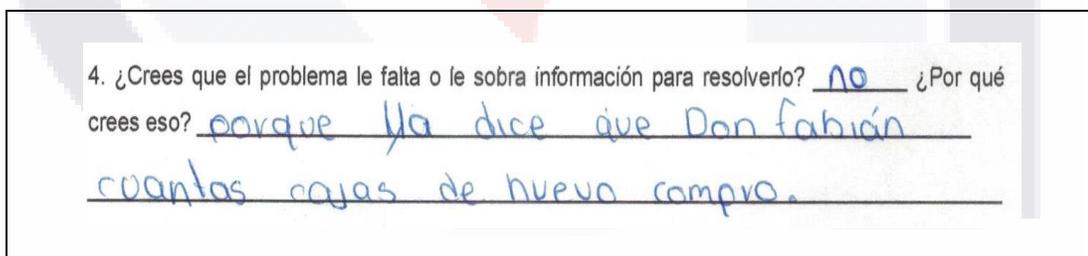
Los cinco niños muestran falta de conocimiento y dificultad para dar cuenta que los problemas son factibles de solución, lo cual se refleja al tomar datos parciales de los problemas, o contradecirse entre su afirmación y justificación (véase a Julia, Zenaido y Carmelo). Esa falta se refleja en la justificación que ofrecen los niños en el problema 4, lo cual es un obstáculo para considerar que éste es viable; es decir, se les dificulta identificar la medida de los lados de cada figura y calcular su área.

4.1.4 Determinar si faltan o sobran datos en los problemas

La respuesta que aportaron los niños para justificar la presencia o falta de datos en los problemas hace referencia a lo siguiente: 1) datos del problema, 2) idea general del problema, 3) grado de dificultad, 4) solución al problema. En el primer tipo de respuesta se identificaron dos tipos de datos, el primero se muestra en la Figura 3, donde Luisa toma como referente sólo el número de cajas que compró don Fabián para determinar que el problema 2 tiene los datos necesarios para resolverlo.

Figura 3

Justificación de Luisa que refiere la presencia de datos en el problema 2



En el segundo dato, los niños toman como referente la incógnita de los problemas para justificar que les falta información para sustentar que no son viables; por ejemplo, Zenaido afirma que requiere saber quién pago 28 pesos por los tacos, en cambio Luisa se centra en justificar que se requiere encontrar el área de $84m^2$ (Tabla 12).

Tabla 12

La incógnita para justificar la falta de datos en los problemas

Problema	Alumno	Respuesta
1	Zenaido	4. ¿Crees que el problema le falta o le sobra información para resolverlo? <u>si</u> ¿Por qué crees eso? <u>porque (haci) así sabria quien pago</u>
4	Luisa	4. ¿Crees que el problema le falta o le sobra información para resolverlo? <u>si</u> ¿Por qué crees eso? <u>porque solo dice encontrar un área de 84m²</u>

En relación con el segundo tipo de respuesta se tiene que los niños afirman que los problemas tienen o no la información necesaria para resolverlos (Tabla 13), sin dar mayor explicación; excepto Carmelo para el problema 1, quien justifica su afirmación tomando como referente el haberlo leído y eso le permite darse cuenta de que el problema tiene la información suficiente para su viabilidad. En contraste con el resto de los problemas, los niños (Isidro y Zenaido) consideran que el 4 le falta información para que sea viable.

Tabla 13

Justificaciones sobre la presencia o falta de datos en los problemas

Problema	Alumno	Respuesta
1	Luisa	4. ¿Crees que el problema le falta o le sobra información para resolverlo? <u>NO</u> ¿Por qué crees eso? <u>porque es muy facil resolverlo asi como esta y no le falta mas informacion.</u>
	Carmelo	4. ¿Crees que el problema le falta o le sobra información para resolverlo? <u>No</u> ¿Por qué crees eso? <u>porque llalo lei y no le falta nada</u>
2	Julia	4. ¿Crees que el problema le falta o le sobra información para resolverlo? <u>NO</u> ¿Por qué crees eso? <u>porque no falta nada</u>
3	Carmelo	4. ¿Crees que el problema le falta o le sobra información para resolverlo? <u>no</u> ¿Por qué crees eso? <u>porque no le falta nada</u>
4	Isidro	4. ¿Crees que el problema le falta o le sobra información para resolverlo? <u>Si</u> ¿Por qué crees eso? <u>no tiene suficiente informacion</u>
	Zenaido	4. ¿Crees que el problema le falta o le sobra información para resolverlo? <u>si</u> ¿Por qué crees eso? <u>por que le falta mas informacion</u>

Por su parte, los niños hacen referencia al grado de dificultad del problema aun cuando consideran que les falta o no información para ser viable. Un ejemplo de ellos, son las

respuestas de Luisa y Carmelo en los problemas 2 y 4 (Tabla 14). Para ellos, los problemas son difíciles de resolver; en el caso de Luisa, tal vez esta dificultad se debe a que el problema 2 le falta información respecto al pago que deberá hacer don Joaquín.

Tabla 14

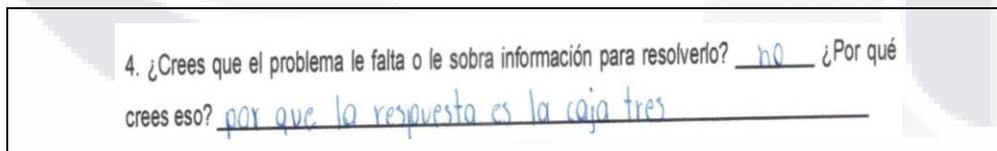
Justificaciones que refieren el grado de dificultad para determinar la presencia o falta de datos en los problemas

Problema	Alumno	Respuesta
2	Luisa	4. ¿Crees que el problema le falta o le sobra información para resolverlo? <u>SI</u> ¿Por qué crees eso? <u>es muy difícil hacerlo porque dice cuanto pagara al termino de @ @ 1 año.</u>
4	Carmelo	4. ¿Crees que el problema le falta o le sobra información para resolverlo? <u>no</u> ¿Por qué crees eso? <u>es muy difícil</u>

Asimismo, algunos niños centran su justificación en resolver primero el problema para darse cuenta si le falta o le sobre información para ser viable. Por ejemplo, para el problema 3, Zenaido manifiesta que primero lo resolvió y, aunque el resultado es incorrecto, eso lo llevó a determinar que no le hace falta información (Figura 4).

Figura 4

Justificación de Zenaido que refiere la falta de datos en el problema 1



Los resultados muestran que los niños toman como referencia la incógnita e intentan resolver o resuelven previamente los problemas para sustentar si estos tienen los datos necesarios para ser viables de resolver. Tal vez toman la incógnita porque consideran que es el dato faltante y que ellos deben encontrarlo. Además, aunque para algunos alumnos, como es el caso de Zenaido, los problemas tienen los datos necesarios reconocen que son difíciles de resolver, lo cual refleja en el problema 4.

4.1.5 Seleccionar datos necesarios para resolver el problema

Como resultado del análisis se encontraron dos tipos de respuestas: aquellas centradas en los datos del problema y otras que señalan información distinta a los datos clave del problema. En la Tabla 15 se muestran las respuestas de la primera agrupación.

Tabla 15

Datos que los niños identifican en los problemas para su posible solución

Problema	Alumno	Respuesta
2	Isidro	89 pesos diarios cada mes @ @ tiene treinta y nueve años
	Luisa	En que pagar \$89 pesos diario
3	Isidro	cuanto obtiene la caja de huevo
	Zenaido	compró tres cajas
4	Isidro	de que tiene cuanto mide un cuadrado

En esta tabla se puede observar que Isidro, Luisa y Zenaido identifican datos clave en los problemas. Uno de los datos que identifican Isidro y Luisa es la condición, por su parte Isidro agrega los meses del año para resolver el problema y retoma la edad de don Joaquín (de manera errónea ya que el enunciado refiere la edad de 50 y no de 30 años). Mientras que algunos niños hacen referencia a la incógnita, otros se centran en datos clave (como Zenaido que considera la compra de tres cajas), otros sólo reportan datos parciales, sin hacer referencia a todo lo necesario para determinar su procedimiento de solución.

En el segundo tipo de respuestas, la información difiere de los datos clave del problema (Tabla 16) y se identificaron cinco tipos de información, en los cuales se hace referencia: a) a la incógnita, b) al procedimiento de solución, c) a la reproducción parcial del problema, d) a la dificultad para resolver los problemas, y e) a otro tipo de respuestas. Respecto al primer inciso, Luisa en los problemas 1, 3 y 4 refiere la incógnita como el dato que se requiere para resolver los problemas.

Tabla 16

Respuestas que refieren información distinta a datos clave de los problemas

Problema	Alumno	Respuesta
1	Luisa	<u>solo donde dice quien pago \$28 pesos</u>
	Zenaido	<u>sumarlo</u>
2	Zenaido	<u>hacerlo con plan de pagos que se anuncia en televisión</u>
	Julia	<u>la suma y la resta</u>
3	Carmelo	<u>Joaquín va al trabajo para comprar un auto</u>
	Luisa	<u>donde dice cual es la caja de huevos que tiene más</u>
4	Carmelo	<u>que don lobian no sabe cual caja ha elegir</u>
	Zenaido	<u>en cuatro figuras de diferentes tamaño y color</u>
	Luisa	<u>¿Cual o cuales de la figuras tiene un área de 84m²?</u>
	Carmelo	<u>que el rectangulo no lo entiendo</u>

Con relación al inciso b, Zenaido y Julia señalan la suma y la resta como procedimientos para resolver los problemas 1 y 2, respectivamente. En cuanto al inciso c éste corresponde a las respuestas de Zenaido en los problemas 2 y 4, en ellas, el niño reproduce literalmente una parte de los problemas y aunque refiere datos generales de los mismos, éstos no son específicos, por ejemplo, en el problema 2 señala el plan de pagos, pero no especifica la cantidad de ese pago.

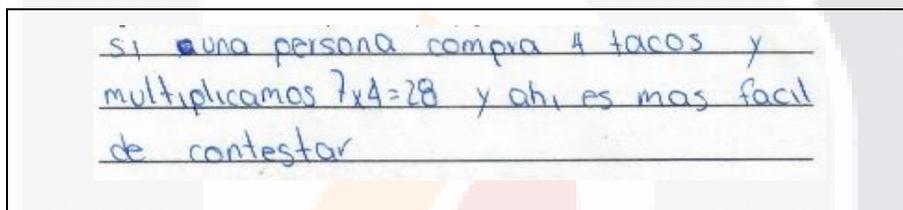
En el inciso d se tienen las respuestas de Carmelo en los problemas 2 y 3, que son ajenas a lo planteado en los problemas, ya que en el caso del problema 2, el niño agrega otra condición (que don Joaquín tiene que trabajar para adquirir un auto) que resulta ajena a la situación y a la incógnita del problema. Asimismo, en el problema 3, él menciona que el sujeto no sabe cuál de las cajas de huevo debe escoger. Por último, en el inciso e, Carmelo refiere la falta de comprensión al problema 4, lo cual refleja una falta de conocimiento y dificultad con el concepto de área, rectángulo y con el cálculo del área.

4.1.6 Relacionar la condición con los datos del problema

En los resultados se identifican tres tipos de respuesta que refieren: 1) relación entre la condición y los datos del problema, 2) algún dato clave de los problemas, e 3) información distinta a datos clave de los problemas. El primer tipo de respuesta es la de Luisa (Figura 5), en el problema 1 ella explica a través de un ejemplo los datos que requiere para darle solución; además, representa el algoritmo de la multiplicación para detallar la relación entre el costo de cada taco, la cantidad de tacos que se compró y la cantidad a obtener de acuerdo con la incógnita.

Figura 5

Relación de Luisa entre la condición y los datos clave del problema 1



En relación con el segundo tipo de respuesta, los niños solo consideran uno de los datos clave del problema (Tabla 17). Luisa hace referencia a dos datos de los problemas 2 y 3, a diferencia de Isidro y Zenaido, quienes sólo refieren uno de los datos. De igual manera, se encuentran coincidencias entre los datos que identifican Isidro y Luisa en los problemas 2 y 3, dado que refieren un dato que se debe obtener de los mismos datos del problema; como en el caso de Isidro, quien refiere el pago de cada mes, dato que se debe obtener a partir del pago diario y los días correspondientes a un mes; en cuanto a Luisa, ella señala que requiere conocer el total de días de todos los meses, para ello debe partir de los datos proporcionados en el problema (que son los 30 días para cada mes). Lo mismo ocurre en el problema 3, con esta alumna, quien plantea que debe saber la cantidad de huevos que contiene la caja, para que ella pueda contar con ese dato requiere utilizar el dato al que hace referencia: la cantidad de huevos que contiene cada paquete (aunque la niña no determina que se trata de paquetes) y la cantidad de paquetes en cada caja (dato que no reporta).

Tabla 17

Respuestas que señalan uno de los datos en cada problema

Problema	Alumno	Respuesta
2	Isidro	<u>Sumar caja mes 69 pagando</u>
	Luisa	<u>cuantos dias tiene @ todos los meses y asi podre contestar.</u>
	Zenaido	<u>en pagar \$89 pesos diarios</u>
3	Isidro	<u>Saber cuanto tiene el paquete</u>
	Luisa	<u>cuantos huevos hay en la caja, uno es de 12, otro de 18, y de 30 huevos</u>
4	Zenaido	<u>cada figura tiene sus medidas</u>

Con respecto al tercer tipo de respuestas que aportan información que difiere de los datos clave de los problemas, éstas se muestran en la Tabla 18, y se agrupan en tres tipos de información: a) procedimientos de solución, b) solución al problema planteado, e c) información ajena al problema.

Tabla 18

Respuestas que señalan información distinta a datos clave de los problemas

Problema	Alumno	Respuesta
1	Julia	<u>Sumas</u>
	Carmelo	<u>es migel</u>
	Isidro	<u>paquita</u>
	Zenaido	<u>investigar el problema</u>
2	Julia	<u>Sumar</u>
	Carmelo	<u>que vallar bebida en el trabajo</u>
3	Carmelo	<u>que don fabian ha a necesitar de sumar en los Huevos</u>
4	Isidro	<u>medir los cuadrados</u>
	Luisa	<u>medirlo y asi podre encontrar el rectangulo que tiene 84m²</u>
	Carmelo	<u>el color es el anarjado</u>

Con respecto al primer inciso, en las respuestas que refieren procedimientos de solución, se tienen las de Julia y Zenaido en los problemas 1 y 2, la de Carmelo en el problema 3, las

de Isidro y Luisa en el problema 4. Julia y Carmelo refieren la suma como procedimiento para resolver los problemas, en el caso de Julia para los problemas 1 y 2, y Carmelo para el problema 3. Mientras que Isidro y Luisa plantean que ellos requieren medir las figuras para dar respuesta al problema 4. Por su parte, Zenaido plantea que él necesita “investigar el problema”, lo cual está relacionado con leer y comprender el problema.

En el inciso b donde se da solución al problema planteado, se identificaron las respuestas de Carmelo en los problemas 1 y 4. Para este niño, Miguel fue quien pagó la cantidad de \$28.00, pero no justifica su respuesta, además, ésta es incorrecta. En el problema 4, el mismo niño señala que la figura de color naranja es la que cuenta con el área de ochenta y cuatro metros cuadrados, lo cual es incorrecto.

Con relación al inciso c donde se aportan respuestas ajenas a lo que plantea el problema, éstas corresponden a las de Isidro y Carmelo. El primer niño proporciona una respuesta imprecisa al considerar que requiere “poquita [información]”. Por su parte, Carmelo plantea un procedimiento contextual y condicional, que difiere del problema planteado, pero que da cuenta de sus conocimientos previos pues refiere que don Joaquín necesita “que valla [vaya] seg[u]ido [al] trabajo para que pueda realizar el pago”.

4.1.7 Reconocer la utilidad de la condición del problema

Para esta categoría, se encontró que los niños reconocen que es necesaria la condición del problema para resolverlo, para ello, aportaron tres tipos de justificaciones: 1) relación entre la condición y un dato clave, 2) para dar solución al problema, y 3) respuestas ajenas a la pregunta planteada. En relación con el primer inciso se tiene a Luisa y Julia (Tabla 19) para el problema 1; en particular la primera niña muestra la utilidad de condición al plantear que el costo de cada taco se requiere para determinar el resultado que se solicita en la incógnita, el cual lo plantea usando la multiplicación: $7 \times 4 = \$28$. Su justificación muestra que es necesario el uso de la condición para resolver el problema y lo que refiere cuando dice que no se requiere la condición es por el grado de dificultad que ella encuentra en el problema, es decir; al tener como unidad 1 taco es igual a \$7.00, pues el problema implica buscar el factor (número de tacos) que multiplicado por \$7.00 le dé los \$28.00. Por su parte, Julia hace

referencia a la necesidad de saber el precio de la unidad para así sumar el costo de cada taco hasta obtener el precio solicitado.

Tabla 19

Justificaciones de la utilidad de la condición del problema 1 para su solución

Alumno	Respuesta
Luisa	7. ¿Es necesario saber cuánto cuesta cada taco para resolver el problema? <u>NO</u> ¿por qué? <u>Porque si cuestan \$7 pesos los tacos es</u> <u>facil de contestar si una persona llega</u> <u>a pedir 4 tacos entonces multiplicamos $7 \times 4 =$ es \$28</u> <u>pesos</u>
Julia	7. ¿Es necesario saber cuánto cuesta cada taco para resolver el problema? <u>Si</u> ¿por qué? <u>Si es necesario para saber cuantos tacos cuestan</u> <u>para poder sumar contas tacos comi</u>

En relación con el segundo inciso, donde se hace referencia a la solución del problema, se identificaron dos tipos de respuesta: 1) la que establece relación entre la condición del problema y el procedimiento de solución, y 2) la que justifica de forma general la utilidad de la condición del problema. Respecto al primer tipo de respuestas, Carmelo, en el problema 3 (Tabla 20), afirma que se requiere saber el número de huevos porque hay que “sumar cajas”. Aunque el niño no refiere la cantidad de paquetes en cada caja, se puede interpretar como la suma de los paquetes en cada caja. En relación con el problema 4, Carmelo menciona que los datos relacionados con las medidas de los lados en cada figura son de utilidad para resolver el problema en términos de cálculo.

Tabla 20

Justificación de Carmelo para la utilidad de la condición en el problema

Problema	Respuesta
3	7. ¿Es necesario saber el número de huevos que hay en cada paquete para resolver el problema? <u>Si</u> ¿por qué? <u>tiene que sumar una caja</u>
4	¿Es necesario saber las medidas de los lados de las figuras para resolver el problema? <u>Si</u> ¿por qué? <u>tiene que calcular muy bien</u>

En cuanto al segundo tipo de respuestas, se encontró que los niños justifican de forma general que la condición sí se requiere para resolver los problemas (Tabla 21), sin proporcionar mayor información, un ejemplo es la respuesta de Carmelo, él menciona que la condición del problema: “es necesario o si no no vas [sino no lo vas] a resolver”.

Tabla 21

Justificación general en torno a la utilidad de la condición del problema

Problema	Alumno	Respuesta
1	Carmelo	7. ¿Es necesario saber cuánto cuesta cada taco para resolver el problema? <u>Si</u> ¿por qué? <u>es necesario o si no no vas a resolver</u>
	Zenaido	7. ¿Es necesario saber cuánto cuesta cada taco para resolver el problema? <u>si</u> ¿por qué? <u>porque así podría ver cuantos tacos comieron y cuanto pagaron</u>
2	Julia	7. ¿Es necesario saber cuánto debe pagar don Joaquín por día para resolver el problema? <u>Si</u> ¿por qué? <u>para saber cuanto le has a pagar</u>
3	Luisa	7. ¿Es necesario saber el número de huevos que hay en cada paquete para resolver el problema? <u>Si</u> ¿por qué? <u>así podemos resolver el problema porque sabemos el número de huevos que hay en cada caja</u>
4	Isidro	7. ¿Es necesario saber las medidas de los lados de las figuras para resolver el problema? <u>Si</u> ¿por qué? <u>para saber más o menos</u>

Asimismo, en el tercer inciso, los niños dieron respuestas que resultan ajenas a lo solicitado en la pregunta; éstas se muestran en la Tabla 22 y se identificaron en los problemas 2 y 3. Las respuestas de Zenaido y Carmelo en el problema 2 refieren y establecen una condición distinta al que se plantea en el problema, la cual no era la esperada, puesto que en la pregunta se solicita explicar por qué el pago diario es útil para resolverlo. En el problema 3, Zenaido no justifica la afirmación que él plantea, debido a que su respuesta refiere información relacionada con la cantidad de paquetes en cada caja, el cual es un dato que contiene el propio enunciado. Por su parte, Isidro reproduce la información de la pregunta.

Tabla 22

Respuestas ajenas a la pregunta planteada

Problema	Alumno	Respuesta
2	Zenaido	7. ¿Es necesario saber cuánto debe pagar don Joaquín por día para resolver el problema? <u>si</u> ¿por qué? <u>para que no se le olvide cuanto debe pagar</u>
	Carmelo	7. ¿Es necesario saber cuánto debe pagar don Joaquín por día para resolver el problema? <u>si</u> ¿por qué? <u>por sino trabajo no lo ha a pagar</u>
3	Zenaido	7. ¿Es necesario saber el número de huevos que hay en cada paquete para resolver el problema? <u>si</u> ¿por qué? <u>por que así sabrias cuantos paquetes tienes</u>
	Isidro	7. ¿Es necesario saber el número de huevos que hay en cada paquete para resolver el problema? <u>Si</u> ¿por qué? <u>es necesario la información</u>

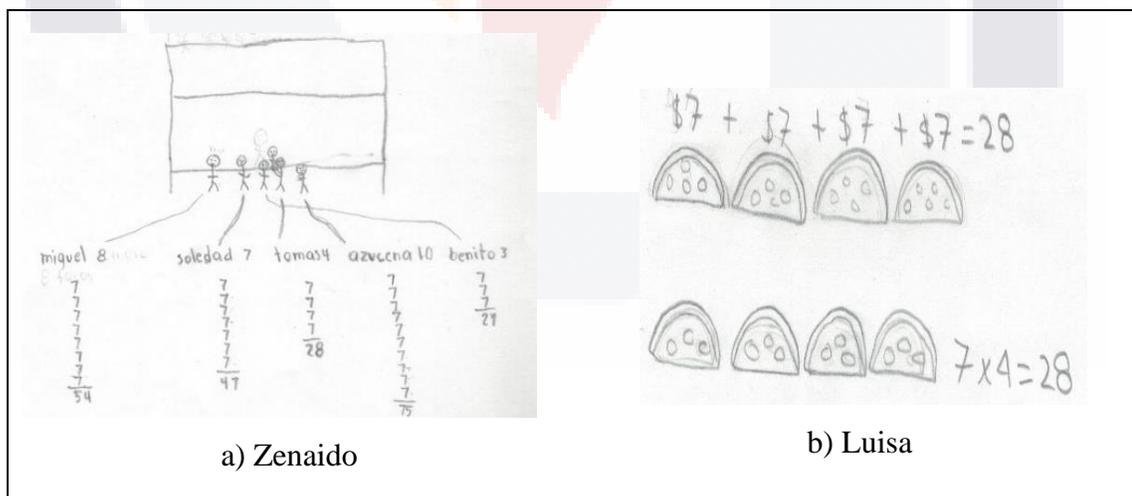
Los resultados muestran que los niños en algunos problemas justifican la condición como un dato necesario para resolverlos, además en su justificación utilizan, ya sea la multiplicación o suma. Esto en contraste con los niños que justifican en términos generales o en contraste con aquellos que dan información que difiere con lo solicitado.

4.1.8 Representación gráfica de la solución del problema

Los resultados muestran que los niños representan la solución del problema o la situación planteada en ella. En relación con el primer tipo representación, los niños muestran la respuesta del problema y el procedimiento que se requiere para resolver los problemas (Figura 6); en particular, para el problema 1, Luisa hace referencia a la suma y multiplicación, donde el precio por unidad de taco aparece como factor para multiplicar por el número de tacos, o sumar el precio de cada taco hasta obtener los 28 pesos. Por su parte, Zenaido suma el precio de cada taco en función del número de tacos consumido por sujeto. El procedimiento mostrado por ambos estudiantes coincide con los aprendizajes esperados para el grado escolar de quinto grado (SEP, 2017).

Figura 6

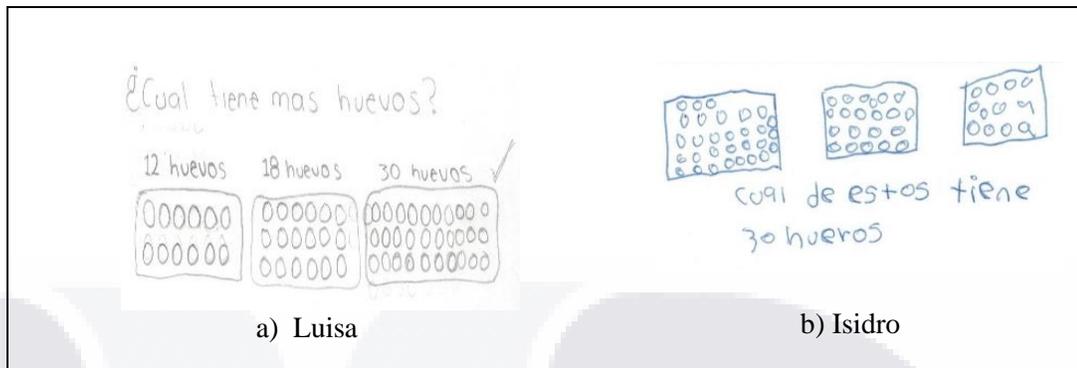
Representaciones gráficas con propuestas de solución al problema 1



Además, para el problema 3, Luisa e Isidro grafican el número de huevos por paquete sin considerar las cajas y explicitan cuál tiene más; por ejemplo, Luisa mediante el signo de palomita (√) e Isidro al plantear la pregunta “¿cuál de estos tiene 30 huevos?” (Figura 7).

Figura 7

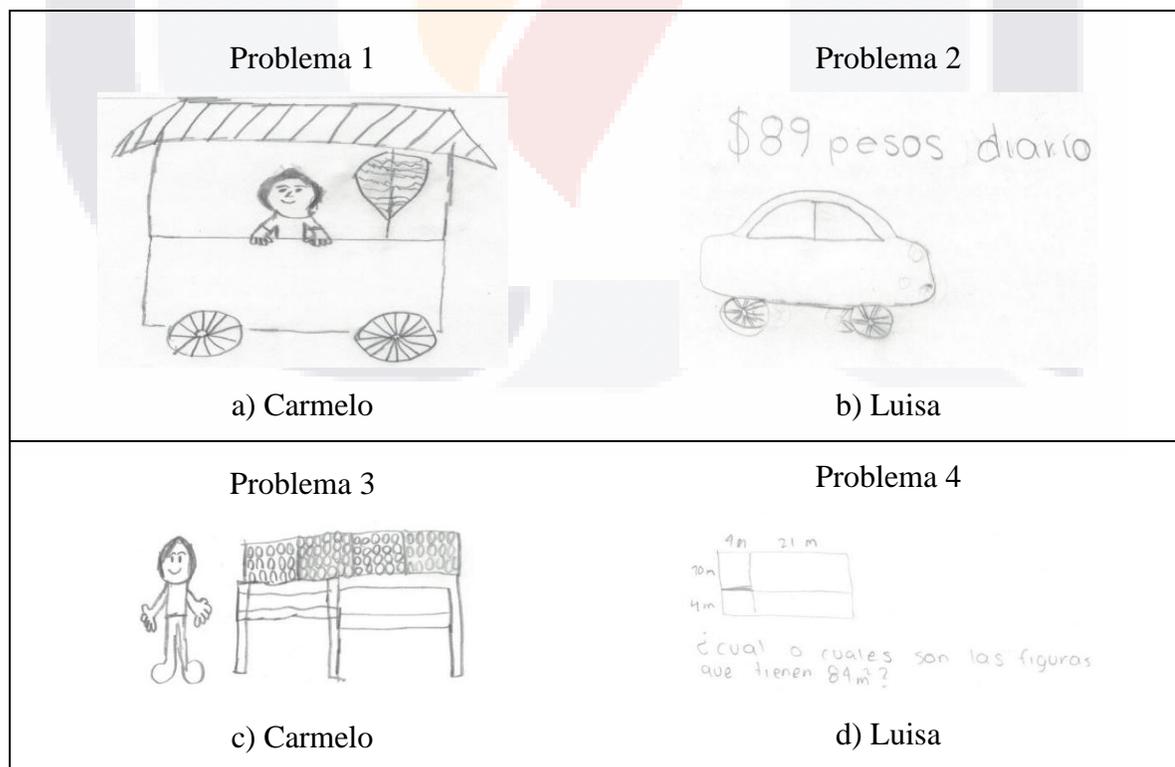
Representaciones gráficas con propuestas de solución al problema 3



En el segundo tipo de representación, los niños hacen referencia a la situación planteada en los problemas, más que dar cuenta de la solución; un ejemplo de ello, son los dibujos que Carmelo y Luisa realizaron en los cuatro problemas planteados en la prueba (Figura 8). En el caso de Luisa se evidencia que reproduce el rectángulo del problema 4.

Figura 8

Representaciones gráficas que contextualizan el problema



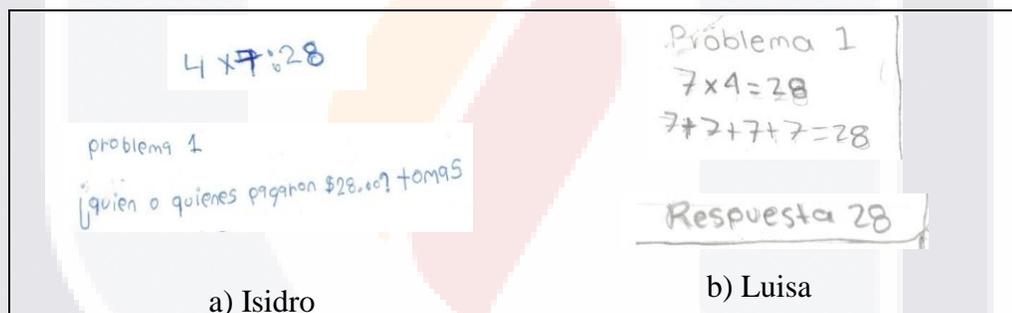
Los resultados indican que, en las representaciones gráficas, el uso del algoritmo de suma y multiplicación, sólo aparecen en el problema 1, además de evidenciar una comprensión del problema planteado en los casos de Zenaido y Luisa, a diferencia de los problemas 2, 3 y 4, en los cuales solo se refiere a la situación planteada en estos problemas.

4.1.9 Solución de los problemas

En los procedimientos de solución que determinaron los niños para dar respuesta a algunos de los problemas multiplicativos, se identificaron aquellos que a) plantean un algoritmo para dar respuesta a los problemas y b) aquellos que no consideran procedimientos de solución al problema planteado. Respecto a esta primera agrupación, se tienen procedimientos con algoritmos de suma y multiplicación (Figura 9).

Figura 9

Procedimientos que incluyen la multiplicación y suma al resolver el problema 1



En estas propuestas de solución, que plantean Isidro y Luisa; en el algoritmo de la multiplicación, establecen la relación entre los datos y la incógnita, para el caso de este primer problema: entre el costo de cada taco, la cantidad de tacos comprados y la cantidad solicitada en la incógnita. En la ilustración se puede observar que Isidro y Luisa obtienen la cantidad solicitada (28), pero con distinto orden en los factores multiplicativos, Isidro determina que es: 4×7 que coincide con la forma de leer este algoritmo “ 4 veces 7” donde la cantidad que se repite es el 7, y Luisa establece ese algoritmo, que a su vez coincide con la relación que se establece al considerar el costo de cada taco (que se puede observar en la representación gráfica (inciso b, Figura 9), es decir, la relación 1 a 7 y la relación 4 a 28. De esta forma, ambos resultados son correctos, dado que en este tipo de problemas de isomorfismo de

medidas se puede resolver utilizando tanto la multiplicación con base aditiva (el caso de Isidro), como la multiplicación que obtiene como resultado un producto (el caso de Luisa), considerando lo planteado por Vergnaud (1995).

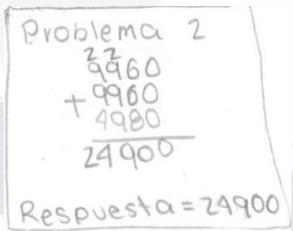
Para los problemas 1, 2 y 3, Zenaido, Luisa e Isidro plantearon el algoritmo de la suma para proponer una manera de resolver tales problemas. De manera general, se observa que en estas propuestas de solución, Luisa y Zenaido muestran evidencia de los datos que tomaron en cuenta para plantear los algoritmos de la suma, en el problema 1 (incisos a y b, Figura 9). Sin embargo, en el problema 2 sólo lo hace Isidro a diferencia de Luisa quien sólo muestra el algoritmo de la suma.

En la Figura 10 se muestran las resoluciones a las que llegaron Luisa e Isidro correspondientes al problema 2. Ambos niños utilizaron la suma como estrategia de solución, pero Luisa en su procedimiento determina tres cantidades que suma, pero no es claro de qué manera las obtuvo o a qué se refieren. De esta forma, obtiene un resultado de 24,900, que es distinto al esperado (inciso a, Figura 10).

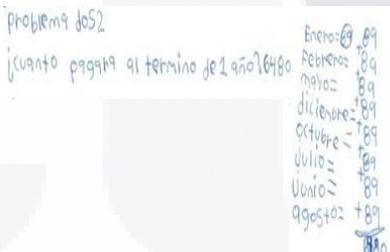
Figura 10

Soluciones erróneas a los problemas 2 y 3

Problema 2



a) Luisa



b) Isidro

Problema 3

¿Cuál de las cajas que compro donfabian contiene mas huevos? 30huevos

26 pajas 12 hueros

37 pajas 18 hueros

12 pajas 30 hueros

12+30=16

c) Isidro

De acuerdo al procedimiento de Luisa, las cantidades que fue sumando se acercan al resultado, aunque no llega a obtener la cantidad de los doce meses del año de acuerdo con lo planteado en el problema dos. Con relación al procedimiento de Isidro, él suma la cantidad de 89 por cada mes, pero solo considera ocho meses de modo que 6,480 pesos como costo total del coche, lo cual es incorrecto (véase inciso b, Figura 10). Llama la atención que ninguno de ellos utilizó el algoritmo de la multiplicación en este problema, como lo utilizaron en el primer problema.

Referente al problema 3, solamente Isidro plantea el algoritmo de la suma como procedimiento de solución. Él retoma los datos de la cantidad de paquetes de la caja tres (12) y la cantidad de huevos en cada paquete (30) e intenta obtener la cantidad total de huevos en esa caja, utilizando el algoritmo de la suma de la siguiente forma: $12 + 30 = 16$ lo cual es incorrecto. Además, en estos datos, Isidro escribe de forma errónea el número 12, siendo el dato correcto el número 19 (paquetes) para la caja tres. Su procedimiento evidencia una falta de comprensión respecto al enunciado del problema, ya que en todo caso si se utiliza la suma para obtener la cantidad de huevos, se debería sumar doce veces la cantidad de treinta huevos, de igual manera, el resultado que obtiene Isidro en la suma, es incorrecta (inciso c, Figura 10).

Conforme a los procedimientos de los niños, el uso de la multiplicación sólo se manifiesta en el problema 1, a diferencia de la suma, la cual utilizan en los tres primeros problemas, aunque con ciertas dificultades en la transformación de unidades y decenas y en la obtención del resultado en la suma planteada de forma horizontal.

4.2 Resultados de la entrevista

En este apartado se presentan los resultados de la entrevista con los cinco niños. Dadas las características lingüísticas de los niños, algunas de las evidencias se muestran en lengua indígena con su respectiva traducción al español.

4.2.1 Reflexión de los niños sobre los problemas dados en la prueba

Un aspecto que se identifica en los cinco niños, es el grado de dificultad que le atribuyen a los problemas de la prueba; en particular, ellos refieren este grado en términos de fácil o

difícil de resolverlos. Los principales problemas que consideran como fáciles de trabajar es el 1 y 3, esto debido a la estrategia de solución que implementaron los estudiantes y a la información que les proporciona la condición del problema, lo cual se evidencia en el argumento de Zenaido, Luisa e Isidro. Por ejemplo, ellos consideran que el problema 1 le es fácil de resolver debido a que la condición le plantea el precio por unidad de taco y, a su vez, este dato le facilita identificar que el procedimiento de solución es sumar cuatro veces el precio del taco, de modo que obtiene 28 pesos:

Entrevistadora: ¿Cómo sentiste que te fue en el examen?

Isidro: Más o menos.

Entrevistadora: ¿Por qué más o menos?

Isidro: Porque no le entendí casi nada.

Entrevistadora: ¿A ninguno le entendiste?

Isidro: Unos cuantos nada más.

Entrevistadora: ¿A ver a cuál sí le entendiste? [...] ¿Y el [problema] uno?

Isidro: El uno estaba fácil porque era de tacos y tenía el precio cuánto costaba y tenía quien pidió más y menos, entonces ese se me hizo fácil, porque ahí, nada más tenía que sumar siete más siete más siete y lo que me diera el veintiocho entonces esa era la respuesta.

De igual forma para el problema 3, Luisa plantea lo siguiente: “nix [yab k’ibat], u ejtinchi we’... kom in ulal jawtom jats axi más yan in kwa’a’al an huevo¹³, ani nana’ u punchi pel an treinta¹⁴ [fue fácil dar respuesta al problema porque sólo se solicitaba determinar la caja con más huevos y ésta era la que contenía treinta huevos]”. La niña refiere la solución al problema como algo fácil y se debe principalmente al procedimiento que implementó, dado que ella recurre únicamente a los datos que indican el contenido de los tres tipos de paquetes (30, 24 y 12 huevos por paquete) y no toma en consideración la cantidad de estos paquetes en cada una de las tres cajas; de modo que compara el total de huevos de cada paquete y determina que la

¹³ En las expresiones en Tének-Huasteco de los niños, se encuentran palabras que ellos utilizan en español, a pesar de que existe la traducción de la misma, aunque existen otras que no tienen traducción (por ejemplo: cajas y paquetes).

¹⁴ En el caso de las cantidades numéricas, los niños se refieren a ellas en español ya que su uso en lengua indígena es mínimo, por lo general su uso oral se centra en cantidades del 1 al 10.

caja con más unidades es la que contiene paquetes con 30 huevos, es decir la caja tres, lo cual se observa en la representación gráfica que elaboró durante la implementación de la prueba (inciso a, Figura 7).

Por su parte, Luisa, Isidro, Zenaido y Carmelo consideran que los problemas son difíciles de resolver; en particular, ellos refieren principalmente los problemas 2, 3 y 4. Esa dificultad se evidencia mediante una falta de comprensión o de conocimiento en torno al contenido del problema. Por ejemplo, Luisa argumenta lo siguiente para el problema 2: “yab u lej ejtinchi kom in ulal abal ochenta y nueve jats ne’ets kin bina’ an jant’inbij, an inik abal kin kadha’ jun i carro [no le entendió porque no pudo establecer la relación entre los ochenta y nueve pesos y el pago del carro]”, es decir, se le dificulta vincular la condición con la incógnita del problema.

Para el problema 3, Isidro le atribuye la dificultad a la falta comprensión del enunciado para determinar el tipo de procedimiento que requiere para resolverlo, haciendo referencia principalmente a la suma: “ese casi no le entendí, si tenía que sumarlo o es [era] así nada más”. Esta falta de comprensión también coincide con lo planteado por Carmelo para los cuatro problemas: “u ejtinchi we’ [entendió un poco en cada problema]”. Los tres estudiantes (Luisa, Isidro y Carmelo), junto con Zenaido, coinciden en que el problema 4 es difícil de resolver, debido a la falta de conocimiento, que ellos tienen sobre el cálculo de áreas; un ejemplo de ello, es lo que plantea Luisa “yab u lej ejtinchi kom in ulal xi k’al an ochenta y cuatro metros cuadrados, nix sí nan yab u lej elkanchal ku uma’ [ella no sabe cómo se trabaja con los ochenta y cuatro metros cuadrados]”, lo cual coincide con lo que plantea Carmelo (“an rectángulo, nixe’ yab u ejtinchi [al rectángulo no le entendió]”). Además, los niños ponen en evidencia que también tienen dificultad para determinar las medidas de los lados de cada figura del rectángulo, tal cual lo afirma Isidro: “no le encontraba casi cómo lo mido [medirlo] si uno entero o por pedazos, no encontré cómo medirlo”.

4.2.2. Dificultades en la comprensión del enunciado del problema

En la entrevista, los niños hacen referencia a dificultades relacionadas con la comprensión del problema y al procedimiento de solución; a continuación, se describe cada una ellas.

4.2.2.1 Dificultades relacionadas con la comprensión en los problemas

Las dificultades relacionadas con la comprensión del problema son: a) falta de dominio en conocimientos previos, b) dificultad para identificar la incógnita, c) dificultad para relacionar los datos del problema d) y falta de conocimiento en los instrumentos y medidas de longitud. La primera dificultad relacionada con la comprensión del problema es la falta de conocimientos previos; por ejemplo, datos como los meses, el cálculo de áreas en figuras como el rectángulo y el uso del metro como medida de longitud, los cuales son conocimientos abordados en grados anteriores a quinto grado (SEP, 2017). Sobre la falta de conocimientos en el cálculo de áreas dos de los niños (Isidro y Luisa) expresan lo siguiente: Isidro señala que trabajó con la obtención de áreas en tercer grado, mientras que Luisa indica que la resolución de problemas con figuras “i kwalak ba an libro de cuarto, pero kom yab i bajuw ma tajna’, tam yabats i ts’ejka’ nixe’ [era un contenido del libro de cuarto grado, pero no llegaron a abordar ese tema]”.

Con relación al inciso b sobre la dificultad para identificar la incógnita, los niños que mostraron esta dificultad son Carmelo y Julia, en el problema 1 y 2. En la Tabla 23 se muestra que a Julia se le cuestionó sobre la incógnita, pero ella refería otro tipo de información, hasta que logra señalar en qué consiste la incógnita del problema.

Tabla 23

Diálogo que evidencia la dificultad para identificar la incógnita en el problema 2

Fragmento de la entrevista en tének-huasteco	Traducción al español
<i>Entrevistadora:</i> ¿Jant’o jats tajna’ ti koniyal abal ka ela’?	<i>Entrevistadora:</i> ¿Qué te pide encontrar ahí [en el problema 2]?
<i>Julia:</i> Pel abal a Joaquín in le’ kin ts’a’iy kwa’ jun i carro.	<i>Julia:</i> Es de que Joaquín quiere comprar un carro.
<i>Entrevistadora:</i> ¿Ani jantó ne ki ela’ tajna’ k’al a don Joaquín o janchey axi yab i exlal?	<i>Entrevistadora:</i> ¿Y qué es lo que tienes que encontrar...?
<i>Julia:</i> Pel abal a don Joaquín ya mamits, yabats ne kin ejtow kin beldha’ an carro.	<i>Julia:</i> Es que don Joaquín ya está anciano, ya no va a poder manejar un carro.
<i>Entrevistadora:</i> ¿Jant’o jats kwa’al ki ela’?	<i>Entrevistadora:</i> ¿Y qué se busca responder?...?
<i>Julia:</i> ¿Jaykwa’ ne kin jalbil k’al jun i año?	<i>Julia:</i> ¿Cuánto va a pagar [don Joaquín] en un año?

Respecto al inciso c que señala la dificultad para relacionar los datos, ésta se encontró en las explicaciones de Luisa, quien identificó datos como la condición del problema (ochenta y nueve pesos diarios), los meses (dato que no identificó en la prueba y lo hizo en la entrevista), los treinta días para cada mes, pero le resultó complicado relacionarlos para resolver el problema, puesto que sabe que el resultado debe ser mayor que ochenta y nueve, dado que son varios días en un año. No utiliza el dato de los treinta días porque ella tiene conocimiento de que no todos los meses tienen treinta días y aunque se especifica que para el problema se debe utilizar el dato de treinta días para cada mes, a ella le resultó un conflicto utilizarlo, el cual está relacionado con la manera en que resuelve problemas en el contexto escolar, es decir si no está familiarizada con tomar decisiones y a analizar o proponer otras alternativas de solución, entonces sí resulta complicado que pueda resolver este tipo de problemas.

Aunque también se encuentra relacionado con el tipo de problemas que ha resuelto y cómo los ha resuelto. En relación con el primer aspecto, este problema implica la existencia de un dato implícito que son los doce meses del año, esto también dificultó aún más su resolución, ya que la alumna identifica este dato en la entrevista, pero no en la prueba. Del mismo modo, como ella lo mencionó, ha resuelto este tipo de problemas con ayuda de su familia, es decir, requiere trabajar aún más en la resolución de este tipo de problemas para que logre comprenderlos primero y posteriormente resolverlos de manera autónoma.

Referente al inciso d una dificultad más es la falta de conocimiento en los instrumentos y medidas de longitud y que tienen relación con los datos del problema 4, donde se muestran figuras que incluyen medidas en cada uno de sus lados y corresponden a una medida de longitud dada en metros. Esta falta de conocimientos se hizo evidente cuando se le cuestiona a Zenaido a qué se refiere el tipo de medida que incluían las figuras, a lo que menciona que m se refiere a “milímetros”, lo cual es incorrecto y evidencia un desconocimiento de la manera en que se expresa y se lee esta medida de longitud.

Además, en estas figuras del problema 4, algunas de ellas se encontraban sin datos visibles, lo que llevó a los niños: Isidro y Zenaido a determinar que se debía medir para obtener los datos faltantes. Este procedimiento era algo que no se requería en el problema, aunque los niños al señalarlo, mostraron desconocimiento en el instrumento a utilizar, de

acuerdo a la medida que pretendían obtener, que en este caso son los metros. Ambos niños indicaron que el instrumento para medir sería la “regla” y Zenaido refiere que ésta tiene una medida total de “cien metros”. Respecto al tipo de instrumento que ellos determinaron utilizar, éste no corresponde a las medidas que se plantean, dado que la longitud es mucho mayor a la medida de una regla, lo más conveniente es utilizar el metro. Por otra parte, Zenaido muestra un desconocimiento en el tipo de medida en que están graduadas las reglas, dado que éstas por lo general utilizan milímetros y centímetros; y el tipo de medida que refiere Zenaido no corresponde al tipo de instrumento que él señala.

Estos resultados indican que se tiene dificultad para leer medidas de longitud y esto a su vez dificulta comprender el significado de los datos que proporciona determinado problema; que en el caso de los metros es una medida asignada a las figuras porque en el contexto real este tipo de medida es mayor al espacio de una hoja de trabajo. Para llegar a este análisis, los niños requieren contar con los conocimientos en cuanto a medidas de longitud y los instrumentos que se utilizan para determinadas medidas.

4.2.2.2 Dificultades relacionadas con el procedimiento de solución

Las dificultades relacionadas con el procedimiento de solución que los niños manifestaron son: a) uso de datos incorrectos, b) la falta de conocimiento en los datos, cálculos y medidas de longitud, y c) eliminar datos para resolver el problema

De acuerdo al inciso a, la primera dificultad es el uso de datos incorrectos, que se identificó en Carmelo y Julia, al momento de explicar algunas propuestas para su solución; Como muestra de esta dificultad, se presenta el diálogo en la Tabla 24, donde Carmelo plantea una suma para resolver el problema 1, y establece como datos a utilizar la cantidad de tacos que cada persona compró únicamente, lo que no coincide con lo solicitado en la pregunta, puesto que en ella se busca determinar qué persona pagó una cantidad de veintiocho pesos, y al realizar la suma que el niño propone, en el resultado se obtiene un total de tacos que difiere de lo planteado en la pregunta del problema.

Tabla 24

Diálogo que refiere datos erróneos para resolver el problema

Fragmento de la entrevista en tének-huasteco	Traducción al español
<i>Entrevistadora:</i> ¿Ani ne ka awits ki ela' nixe' jita' in jalbiy veintiocho pesos?	<i>Entrevistadora:</i> ¿Y se puede encontrar quién de las personas pagó veintiocho pesos?
<i>Carmelo:</i> Yab u tsob.	<i>Carmelo:</i> No sé.
<i>Entrevistadora:</i> ¿Jant' o ne ki ejto ki eyendha' abal ki ejto' ki ela'?	<i>Entrevistadora:</i> ¿Qué podemos utilizar para poder encontrarlo?
<i>Carmelo:</i> ¿Ki sumari? ¹⁵	<i>Carmelo:</i> ¿Sumarlo?
<i>Entrevistadora:</i> ¿Kal jawa'?	<i>Entrevistadora:</i> ¿Con qué sumamos?
<i>Carmelo:</i> K'al axi je' k'watchik an número.	<i>Carmelo:</i> con los números que están aquí.
<i>Entrevistadora:</i> ¿Jawtom número?	<i>Entrevistadora:</i> ¿Qué números?
<i>Carmelo:</i> An ocho, an siete, an cuatro, an diez, an tres ani an, jats expidh.	<i>Carmelo:</i> El ocho, el siete, el cuatro, el diez, el tres, y el, nada más.
<i>Entrevistadora:</i> ¿Ani k'al nixe' ne ki ela' jita' in jalbiy veintiocho pesos?	<i>Entrevistadora:</i> ¿Y con ellos vamos a encontrar quién pagó veintiocho pesos?
<i>Carmelo:</i> ¿Creo que sí?	<i>Carmelo:</i> ¿Creo que sí?

La propuesta de solución, así como los datos que plantea utilizar Carmelo, es igual al de Julia, para el problema 1, dado que la niña señala que para llevar a cabo la suma que planteó en la prueba utilizará que “Ok'ox an ocho, an siete, an diez ani an tres ani jats expidh, jats ne ku punu' [primero el ocho, el siete, el diez y el tres, nada más, es lo que voy a utilizar [para hacer la suma]”.

Con relación al inciso b que plantea la falta de conocimiento sobre determinar las medidas de longitud que se incluyen en el problema 4, se encontró que los niños desconocen los datos, conceptos o cálculos que se refieren en los problemas y del cual dependen para determinar la manera en que deben resolver el problema. Asimismo, relacionado con los cálculos, en el problema 4, Carmelo coincide con Luisa, quien refiere que “No sé [No sabe calcular áreas]”, por su parte Zenaido refiere que “no [se] acuerd[a]” de este tipo de cálculos. En el caso de Isidro, el refiere una medida de longitud distinta a la medida que se utiliza en

¹⁵ *Sumari* es una adaptación del español al Tének-Huasteco, que indica una acción y que se deriva del concepto de suma que no tiene una traducción como tal.

el problema, dado que identifica como milímetros a la medida que se representa con el símbolo de m y que hace referencia a la medida en metros.

El inciso c, se refiere al error que cometen los niños al proceder a resolver el problema, el cual hace referencia a eliminar o no considerar información para resolver el problema. Esto quiere decir, que el niño ajusta el problema para darle solución, aunque su respuesta es incorrecta. Este error, se identificó principalmente en el problema 3, en las explicaciones de Luisa, Julia y Carmelo. De este último niño, se muestra el diálogo (Tabla 25), donde la incógnita del problema, solicita determinar cuál de las cajas contiene mayor cantidad de huevos, a lo que el niño infiere que la respuesta al problema es la caja que tiene 30 huevos, al parecer no toma en cuenta el dato de los paquetes.

Tabla 25

Dificultad para identificar el dato sobre el contenido de las cajas o paquetes de huevos

Fragmento de la entrevista en tének	Traducción al español
<i>Entrevistadora:</i> ¿Ani nix jant'ini ti ne ka elchi axi tajna' in koniyal, a exlal jant'o in koniyal?	<i>Entrevistadora:</i> ¿Qué es lo que te pide el problema?
<i>Carmelo:</i> Que a Fabián in le' kin ts'a'iy an caja de huevos, pero yab in ejtinchal jawa ne kin ts'a'iy max an 93eintiséis, an treinta y nueve o an diecinueve,	<i>Carmelo:</i> Que Fabián quiere comprar la caja de huevos, pero no sabe cuál debe comprar, si la de 93eintiséis, la de treinta y nueve o la diecinueve [paquetes].
<i>Entrevistadora:</i> ¿Ani jant'ini ti ne ki tsobna'?	<i>Entrevistadora:</i> ¿Y cómo lo podemos saber?
<i>Carmelo:</i> ani in ulal abal en cada cajita in kwa'al dieciocho, doce ani treinta. Ani nana' u punchi pel i treinta	<i>Carmelo:</i> Y dice que cada cajita tiene dieciocho, doce y treinta. Yo digo que es el que tiene treinta.
<i>Entrevistadora:</i> ¿Jale' ta punchi an treinta?	<i>Entrevistadora:</i> ¿Por qué dices que es el de treinta [huevos]?
<i>Carmelo:</i> Kom in uluw in le' xin kwa'al más yan Kom u ajiy jeye axe' ¿Cuál de las cajas que compró don Fabián contiene más huevos? Nana' u ucha' que pel a axe'	<i>Carmelo:</i> Porque se pide el que tiene más, porque leí esto: ¿Cuál de las cajas que compró don Fabián contiene más huevos? Yo dije que es éste (señalando el paquete de 30 huevos).

De acuerdo a la respuesta de Carmelo, la cantidad que él toma como referente para determinar cuál contiene mayor cantidad de huevos, corresponde al contenido de un solo paquete y no de las cajas, como se solicita en la incógnita. Por su parte, Julia consideró los datos que señalan la cantidad de paquetes contenidos en cada caja y determinó que la caja

con mayor cantidad de huevos es aquella que contiene treinta y siete paquetes (sin tomar en cuenta el contenido del paquete). Respecto a Luisa, su respuesta difiere con la de Carmelo, ya que ella considera las cajas que se señalan en el enunciado. De esta forma, las respuestas de estos tres niños difieren, pero tienen en común la referencia de los treinta huevos del paquete; algunos hacen referencia a otros datos (cantidad de paquetes, cantidad de cajas), no obstante, ninguno establece alguna relación entre estos datos (cantidad de paquetes y cantidad de huevo en cada paquete/caja) y tampoco llegan a plantear algún procedimiento algorítmico.

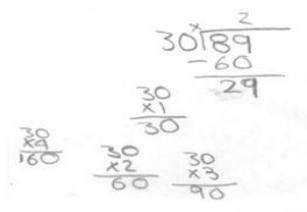
4.2.3 La división como procedimiento de solución

Esta dificultad se evidenció en los algoritmos que refieren Zenaido y Luisa. Ambos señalan la división, el niño, en el problema 1; y la niña, en el problema 2. Con respecto al niño, él plantea que otra forma de obtener el resultado de los \$28, es “dividirlo”, pero le resultó difícil explicar de qué forma sería esa división y en qué situaciones debe utilizarlo.

En cuanto a Luisa, ella señala que su primer intento para resolver el problema 2, fue plantear una división: “treinta entre ochenta y nueve” y fue multiplicando el treinta por uno, por dos, pero se dio cuenta que no era correcto, aunque no supo explicar cómo determinó que este procedimiento era incorrecto, es posible que al observar que el cociente era menor a los ochenta y nueve, esto la haya ayudado a determinar que este algoritmo no era el adecuado. Cabe mencionar que la división “treinta entre ochenta y nueve” señalada por Luisa no corresponde al algoritmo que representa (a solicitud de la Entrevistadora), donde se expresa ochenta y nueve entre treinta (Figura 11).

Figura 11

La división como procedimiento de solución sugerido por Luisa



Por otro lado, ninguno de los dos niños propone la multiplicación como alternativa de solución, lo que puede ser indicador de que se carece de conocimientos relacionados al significado de este algoritmo y, en consecuencia, se dificulta su implementación.

4.2.4 Dificultad para usar la multiplicación y la suma

Los resultados indican que dos de los niños (Julia e Isidro) manifiestan dificultades para operar con los algoritmos. En relación con la primera niña, ella indica que “yab lej u ejtowal ku ts’ejka’ [no resuelve muy bien las sumas]” y que además de ellas, sólo resuelve “an restachik [las restas]”. Estos conocimientos que Julia señala son una dificultad para resolver problemas como los planteados, que implican el uso de la multiplicación.

Por su parte Isidro, refiere que las sumas “paradas [escritas en forma vertical]”, no son las que normalmente resuelve, por ello el haber planteado una suma de este tipo en el problema 2, le ocasionó obtener un resultado incorrecto que ya se abordó en los resultados de la prueba. Además, señala que puede resolver multiplicaciones de una cifra, que también se plantea como una dificultad para resolver problemas que requieran el uso de multiplicaciones con más de una cifra.

4.2.5 La multiplicación como suma reiterada

Un resultado de la entrevista es la relación que establece uno de los niños entre la multiplicación y la suma; en particular, plantea la multiplicación como una abreviatura de la suma, lo cual se evidencia en Isidro en los problemas 1 y 2. Con relación al primer problema, este alumno relaciona de forma correcta el uso de la suma o de la multiplicación porque explica que para resolverlo puede ser mediante una suma o multiplicación dado que el resultado es el mismo, ello se puede identificar en el siguiente diálogo.

Entrevistadora: En el problema de los tacos tú me dijiste que tenías que sumar, pero aquí no hay una suma.

Isidro: Y también podía multiplicar. Es que era suma y también multiplicación.

Entrevistadora: ¿Y si tú haces la suma cuánto te va a salir?

Isidro: Igual, tengo que sumar siete, más siete, más siete.

Entrevistadora: ¿Cuántos sietes?

Isidro: Cuatro.

Entrevistadora: ¿Cuánto te va a salir?

Isidro: Veintiocho.

Entrevistadora: Este (señalando la multiplicación $4 \times 7 = 28$ en la prueba) ¿cómo se llama, también es una suma?

Isidro: Multiplicación.

Entrevistadora: ¿Cómo te diste cuenta que podías hacer la multiplicación?

Isidro: Porque sumé primero, luego para estar seguro que era, lo multipliqué también.

Entrevistadora: Pero ¿dónde sumaste? Porque aquí no está la suma

Isidro: Se me olvidó ponerlo

Entrevistadora: ¿Cómo hiciste la suma?

Isidro: Con los dedos.

En este diálogo se evidencia también que el planteamiento de la multiplicación significa: 4 veces 7, es decir, 4×7 , tal y como lo determinó Isidro. Esta afirmación que él plantea, en cuanto a que la suma se puede representar como multiplicación y en ambos algoritmos se obtiene el mismo resultado. Con respecto al problema 3, a Isidro ya le representa una dificultad porque $30 + 12$ (algoritmo que propone en la prueba) no es lo mismo que 30×12 (otra forma que propone en la entrevista), en este caso, es necesario que él identifique qué cantidad se repite para sumarla.

Los resultados que aquí se muestran, dan cuenta de un conocimiento sobre la correspondencia entre la suma y la multiplicación, que con cantidades sencillas es fácil de relacionar (como en el problema 1), no obstante, puede resultar complicado con cantidades mayores (problema 3), y es aquí donde toma importancia comprender el significado de los datos para así determinar qué cantidad es la que se repite y con ello identificar cómo se expresa mediante la multiplicación.

4.3 Comentarios finales

La comprensión del enunciado de problemas multiplicativos que mostraron los niños indica que algunos de ellos identifican datos relevantes, que les permitió establecer la relación entre los mismos y a su vez determinar un procedimiento de solución al problema. De igual forma, se tienen alumnos a quienes se les dificulta identificar estos datos o refieren los mismos datos en los cuatro problemas, por ejemplo, la incógnita y la condición del problema; y estos al ser sólo parte de los datos relevantes lleva a que los niños propongan soluciones erróneas. La interpretación que cada niño logró construir a partir de los enunciados, se reflejó en los procedimientos y respuestas que determinaron para la incógnita del problema. De manera general se identificó una mayor resolución en el problema 1 y una resolución errónea en los problemas 2 y 3, así como dificultad para plantear un procedimiento de solución en el caso del problema 4.

Respecto al problema 1, es posible que esta mayor resolución pueda estar relacionada con el grado de dificultad de este problema, ya que, de los cuatro problemas, éste era el de menor dificultad, tomando en cuenta las cifras que se plantean, así como los datos explícitos en el enunciado. En cuanto a los problemas 2 y 3, dado que los niños no identificaron todos los datos clave o se les dificultó establecer alguna relación entre ellos, esta falta o dificultad repercutió en resultados erróneos. En el caso del problema 2, este resultado erróneo se debe también a la falta de conocimiento o uso de los datos tales como los meses y el año. En lo que se refiere al 3, la dificultad que enfrentaron los niños, fue principalmente establecer la diferencia entre paquetes y cajas, así como atender los datos proporcionados en el enunciado, en cuanto a la cantidad de paquetes que contiene cada caja. Además, en los problemas señalados se observó que los niños recurren con facilidad a la suma, pero no a la multiplicación, a pesar de que el problema 2 incluye cantidades con mayor número de cifras. Referente al problema 4, la dificultad que evidenciaron los niños, están orientados a los aspectos conceptuales de área, de figuras y de cálculo del área, que obstaculizaron el uso e identificación de datos y la respectiva solución del problema.

Por otro lado, en cuanto al nivel de desempeño de los niños, contrario a los criterios de selección, los resultados señalan variación en el proceso de comprensión y resolución de problemas multiplicativos. De esta manera, se tiene que Luisa, Zenaido e Isidro son quienes

aportaron mayor evidencia de estos procesos, siendo los dos primeros considerados como alumnos con alto desempeño, a diferencia de Isidro a quien se le reporta como alumno con bajo desempeño. Asimismo, quienes mostraron mayor dificultad en estos problemas fueron Julia y Carmelo, este último considerado como alumno con alto desempeño. Estos resultados indican que dar respuesta a preguntas de comprensión y plantear propuestas de solución a problemas multiplicativos son recursos que permiten identificar el conocimiento funcional, es decir al que se recurre cuando se enfrentan a este tipo de problemas y que les sirve eficazmente para su solución. De igual forma, manifiesta que cada alumno moviliza sus saberes, de acuerdo a la comprensión que logra del problema a resolver.

Relacionado con lo anterior, este desempeño no mostró relación con el dominio del español, puesto que, de los tres niños con mayor desempeño en los problemas multiplicativos, Julia niña tiene como lengua materna la lengua indígena a diferencia de los dos niños, sin embargo, ello no representó dificultad para lograr un buen desempeño en estos problemas.

CAPÍTULO 5

DISCUSIÓN DE RESULTADOS

En este capítulo se presenta la discusión de resultados sobre la comprensión que los cinco niños de primaria indígena manifestaron en problemas de multiplicación. Esta discusión se aborda a partir de cuatro apartados donde se destacan aspectos relevantes de los resultados del presente estudio. En el primer apartado se discute sobre las explicaciones que aportaron los niños acerca de los problemas planteados, los datos que consideran en su explicación y si estos les permite comunicar el planteamiento del problema, así como el proceso de comprensión que permitió a los estudiantes identificar datos clave del problema; en el segundo apartado la discusión se orienta a las dificultades que evidenciaron los niños en la resolución de los problemas planteados; en el tercer apartado se discute acerca de los algoritmos que utilizaron los niños y se hace énfasis en la multiplicación; en el último apartado se dan a conocer las implicaciones de la lengua indígena en la comprensión del enunciado de problemas multiplicativos.

5.1 Explicaciones de los niños sobre los problemas planteados

Explicar el planteamiento del problema, de acuerdo con Polya (1979) y Rodríguez y Fernández (2015), implica dar a conocer la situación, señalar la incógnita, la condición y datos clave para resolverlo, así como identificar y explicar la relación que se establece entre estos datos. En relación con esto, las explicaciones que aportaron los cinco niños en este estudio fueron de manera escrita al dar respuesta a las preguntas de comprensión, las cuales son breves, y en su mayoría, toman elementos relevantes de los problemas propuestos. Esto coincide con lo reportado por Arévalo (2009), quien menciona que las redacciones de algunos alumnos con los que hizo su investigación en torno a la comprensión de problemas son breves, sin embargo, difiere en cuanto a que los niños no refieren los elementos de un problema (datos clave, la incógnita, la condición y la situación de la que se trata); en esta investigación, algunos niños consideraron al menos dos de estos elementos: la incógnita y la condición. Aunque los estudiantes del presente estudio hacen referencia en su explicación a estos dos datos del problema, de acuerdo con Polya (1979) y Rodríguez y Fernández (2015)

se debe considerar todos los elementos clave; en particular, se debe referir a todos los datos clave, identificar su relación, así como la situación que plantea.

Además, este estudio coincide con Polya (1979) y Rodríguez y Fernández (2015) en cuanto a favorecer situaciones dentro y fuera del aula que lleven a los estudiantes a comprender los problemas a través de explicaciones o identificar datos clave, de modo que den cuenta de qué trata el planteamiento y determinar el posible procedimiento de solución como es la multiplicación. Al respecto, las evidencias en este estudio indican que conforme los niños daban respuesta a las preguntas de comprensión en la prueba, identificaron datos como la condición, pregunta a resolver, datos clave para su solución, comprendieron la relación que existía entre los mismos; aunque algunos estudiantes necesitaron como referente la incógnita o la condición para identificar otros datos. Este proceso de comprensión que los niños manifestaron, es evidencia de que las preguntas planteadas en los cuatro problemas, les permitió a los niños analizar cada enunciado para explicar a su manera de qué trata cada problema; así como identificar datos claves y el algoritmo de la multiplicación como procedimiento de solución principalmente en el problema 1. Se concuerda con lo planteado por Montero y Mahecha (2020), sobre la importancia que representa el hecho de que el propio alumno, sea quien plantee la situación del problema con sus propias palabras, dado que esto facilita comprender su estructura y determinar lo que se quiere resolver.

Cabe agregar que, en estas explicaciones, los niños manifestaron elementos contextuales, por ejemplo, a través de la representación gráfica, cuando muestran la situación de la que se habla en el problema; también evidencian situaciones ajenas a las planteadas a los problemas pero que tal vez reflejan el contexto de su entorno; por ejemplo, trabajar para pagar el carro, incluso que por la edad de la persona ya no podrá manejar el vehículo. Estas respuestas que los niños expresan son prueba de que existe información que ellos recuperan del enunciado y que reflejan contextos conocidos por ellos y que tal vez son parte de su vida cotidiana.

5.2 Dificultades que los niños evidenciaron en los problemas multiplicativos

Aunque los resultados muestran que algunos niños identifican información relevante de los problemas, la mayoría tiene dificultades en establecer relación entre los datos, así como

TESIS TESIS TESIS TESIS TESIS

determinar la multiplicación como procedimiento de solución. Esta dificultad ya ha sido reportada por Silva et al. (2009) y Campistrous y Rizo (2014), quienes señalan que es necesario realizar un análisis y reflexión del problema previo a su resolución para identificar datos relevantes que le permitan establecer la relación que existe entre ellos, conocer la situación que se plantea, lo que posibilita lograr la comprensión del enunciado del problema. Efectivamente, en algunos casos los niños en esta investigación omitieron este análisis y reflexión que tuvo como consecuencia que no identificaran todos los datos relevantes del problema (problemas 1 y 3).

La falta de análisis en el enunciado de problemas multiplicativos se evidenció en niños que consideraron sólo parte de la información planteada en la incógnita, lo cual coincide con Arévalo (2009), y junto con el error de guiarse únicamente por una palabra clave de la incógnita, los llevó a obtener una respuesta incorrecta o incompleta. Por el contrario, se tienen también aquellos niños que a medida que resolvieron los problemas, sus respuestas en las preguntas de comprensión fueron más consistentes (que es el caso de Luisa y Carmelo), lo que quiere decir que el análisis y la reflexión deriva en una mejor comprensión de las preguntas y del problema planteado.

Por otra parte, esta falta de análisis y reflexión también ocasionó que los niños no identificaran datos relevantes, pese a que están explícitos en los problemas planteados (por ejemplo, en el problema 1, Tomás que pagó los 28 pesos por los tacos consumidos). En este sentido, es importante señalar que en los datos irrelevantes se encontraban algunos distractores que no afectaron las resoluciones de los niños, puesto que los omitieron o les dieron otra interpretación, por ejemplo, en el problema 2 correspondiente con la edad de don Joaquín. Cabe señalar que, aunque los niños no mostraron dificultades en cuanto a la presencia de distractores, es importante incluir el análisis de los mismos en la comprensión del problema para evitar errores (Montero y Mahecha, 2020).

Otra coincidencia con los autores antes mencionados, es acerca de las proposiciones, oraciones o palabras clave que pasan por alto los estudiantes al momento de llevar a cabo la lectura o interpretación del enunciado y que pueden indicar una medida, un valor o cierto algoritmo para resolver el problema, dado que se relaciona con los datos implícitos que los niños de este estudio omitieron o no le tomaron la importancia debida (por ejemplo, los meses

del año en el problema 2, la información: “todas las figuras tienen sus medidas” y los datos de la figura en el problema 4). Los datos que no identificaron los niños, son aquellos que se encontraban de forma implícita en el enunciado, pero que también requieren de un conocimiento previo para determinar cuáles son esos datos. Los conocimientos previos de acuerdo con Schoenfeld (1995) y Campistrous y Rizo (2014), pueden determinar la manera en que los niños identifican estos datos relevantes.

Del mismo modo, al igual que los resultados de Ivars y Fernández (2016), los niños también evidenciaron dificultad para implementar el algoritmo de la multiplicación, pues sólo lo plantearon Isidro y Luisa en el problema 1; por su parte, para aquellos problemas donde las cifras eran mayores, los niños plantearon el algoritmo de la suma (problema 3). Esto indica que los alumnos requieren fortalecer el uso de la multiplicación en el contexto de los problemas multiplicativos con el fin de que les permita resolver este tipo de problemas, además se requiere una reflexión sobre la relación que se da entre los datos clave y la condición del problema para que los niños infieran o se den cuenta que el procedimiento de solución es la multiplicación.

Asimismo, se encontraron errores en la resolución de los problemas multiplicativos, como el uso de datos que no se requieren para resolverlo, dado que no se considera el planteamiento del problema. Este error coincide con los reportado por Campistrous y Rizo (2014), ellos refieren que este tipo de errores se debe a la falta de comprensión en el enunciado, que implica identificar datos necesarios que lleven determinar algún procedimiento de solución. Lo señalado confirma la necesidad de llevar a cabo un proceso de comprensión para mejorar los procedimientos de solución de estos niños.

De igual modo, la resolución que dieron los niños a los problemas multiplicativos evidenció dificultad principalmente en los problemas que incluían datos implícitos (por ejemplo, problema 4). Esto indica que es necesario favorecer la comprensión y justificación en torno a qué datos contiene el problema, si le faltan o le sobran datos, si tiene solución y qué procedimiento se requiere. Lo anterior también tiene relación con el grado de dificultad que implica cada problema, en cuanto a incluir datos explícitos e implícitos, así como el número de cifras en problemas de acuerdo con el nivel cognitivo de los estudiantes (SEP, 2017). Además, los niños deben reflexionar sobre los tres tipos de problemas que involucra

la multiplicación (isomorfismo de medidas, producto de medidas y espacio de medidas), en términos de Vergnaud (1995), los cuales deben ser primero de manera contextualizada y posteriormente proceder a plantear e interpretar el lenguaje matemático en los problemas (SEP, 2011), como en el caso del problema 4.

5.3 Algoritmos utilizados por los niños en la resolución de problemas multiplicativos

Los algoritmos que los niños utilizaron para resolver los problemas son la suma y la multiplicación. En cada uno de los algoritmos se identificaron dificultades específicas en su planteamiento como la solución de los problemas. En relación con la multiplicación, los resultados muestran que algunos niños usaron este algoritmo como suma reiterada de una cantidad dada a partir de la condición planteada (por ejemplo, Isidro muestra que el problema 1 se resuelve con la multiplicación, pero en la entrevista señaló que esta multiplicación la obtuvo a partir de sumar la misma cantidad varias veces). Además, los niños establecen la multiplicación como un producto (Luisa en el problema 1). Ambas formas de conceptualizar este algoritmo son consideradas como formas de enseñanza y aprendizaje de la multiplicación por parte de la SEP (2017). En este sentido, es importante que los alumnos logren utilizar este conocimiento en cada uno de los problemas multiplicativos y no sólo en problemas de isomorfismo de medidas que contienen únicamente unidades en las cantidades que plantea.

Los resultados también muestran que la mayoría de los niños tienen dificultad para plantear un procedimiento de solución, en particular, para considerar la multiplicación como recurso para dar respuesta al problema. El origen de esta dificultad, de acuerdo con Lotero et al. (2011) es que los niños aprenden este algoritmo de forma memorística a través de las tablas de multiplicar, y posteriormente tienen dificultad para implementar este algoritmo; dado que a los estudiantes les resulta difícil comprender la relación que se establece entre los factores de la multiplicación. De ahí la importancia de que los alumnos adquieran este aprendizaje con un significado explícito de la multiplicación y donde la representación gráfica del problema se utilice como un recurso valioso para que los niños logren comprender la relación entre los factores dados en un problema y su significado.

En el caso de la suma, se identificó error en el procedimiento para dar solución a este algoritmo cuando éste incluye la transformación de unidades a decenas, que en palabras de Nunes et al. (2016), consiste en la dificultad sobre la base diez de los números y siendo la suma un algoritmo relacionado con la multiplicación, resulta importante atender esta dificultad en los niños. De igual forma, se identificó dificultad para resolver la suma de forma horizontal dado que su aprendizaje ha sido principalmente mediante sumas en forma vertical, este resultado orienta a la necesidad de que los niños propongan y resuelvan sumas en ambos tipos de presentación, ya que les permitirá plantear y resolver con mayor facilidad este tipo de algoritmos (SEP, 2011).

5.4 Implicaciones de la lengua indígena en la comprensión de problemas

Una característica distintiva de los niños que participaron en este estudio es su origen, los cinco pertenecen a una comunidad indígena. Algunos de ellos utilizan la lengua Tének-Huasteco como medio para comunicarse entre ellos y con otras personas. Por ello, durante la toma de datos y para establecer una comunicación fluida con los participantes, en tres de los casos, fue necesario utilizar la lengua indígena, dado que, con ella, los niños se expresaban con un mayor desenvolvimiento y confianza, aunque ello no impidió el uso del español, por ejemplo, al responder la prueba de manera escrita o al explicar en lengua indígena el enunciado del problema planteado en español. Al respecto, cabe señalar que la autora de este estudio es hablante nativa del Tének-Huasteco, lo cual facilitó la interacción con los niños, así como acceder a las expresiones propias de estos participantes.

Una primera interacción mediante esta lengua fue durante la aplicación de la prueba, en particular cuando los niños después de un primer acercamiento con este instrumento mostraron inquietud ante las preguntas de comprensión dadas en los problemas planteados. Tal vez esta inquietud se debió a que la prueba estaba en español, de modo que la investigadora les explicó las preguntas en Tenek-Huasteco. Es evidente la relevancia de usar la lengua materna para que los niños puedan comprender lo que se les solicita, por ejemplo, en la prueba o entrevista, dado que fue necesaria una traducción o una explicación en algunas preguntas de los problemas, por ejemplo, véase Tabla 26.

Tabla 26

Explicación de Carmelo en torno al problema 4

Fragmento de la entrevista en Tének-Huasteco	Traducción al español
<p><i>Entrevistadora:</i> Te' a k'wajbanchi in ulal es muy difícil ¿Jale' ti lej [k'ibat]?</p> <p><i>Carmelo:</i> [Kom] yab u ejtinchal.</p> <p><i>Entrevistadora:</i> Ani k'wajbanchi yab a ejtinchi an rectángulo ¿janchey yab a ejtinchal ba an rectángulo?</p> <p><i>Carmelo:</i> Yab u [lej] ejtinchal de matemáticas. axe' patal yab u [lej] ejtinchi</p> <p><i>Entrevistadora:</i> Ejtil te' in ulal observa el siguiente rectángulo ¿nixe' a ejtinchi?</p> <p><i>Carmelo:</i> [Abal] ki met'a' nixe' an rectángulo.</p> <p><i>Entrevistadora:</i> Dividido en cuatro figuras</p> <p><i>Carmelo:</i> [Abal] k'wajat pejach tse'.</p> <p><i>Entrevistadora:</i> De diferente tamaño y color</p> <p><i>Carmelo:</i> [Abal] in kwa'al diferente an tamaño ani pintado k'al otro color.</p> <p><i>Entrevistadora:</i> Cada figura tiene sus medidas</p> <p><i>Carmelo:</i> [Abal] in kwa'al patal axe' janti k'wajat axe' in kwa'al in metrojil</p> <p><i>Entrevistadora:</i> ¿Ani chubax nixe, in kwa'al patal an metros?</p> <p><i>Carmelo:</i> Sí.</p> <p><i>Entrevistadora:</i> ¿Ts'elom an figuras?</p> <p><i>Carmelo:</i> Mmju.</p> <p><i>Entrevistadora:</i> ¿Axi amarillo, verde, anaranjado ani azul in kwa'al?</p> <p><i>Carmelo:</i> Mmju.</p> <p><i>Entrevistadora:</i> Tali in ulal ¿Cuál o cuáles de las figuras tienen un área de ochenta y cuatro metros cuadrados? ¿nix janchey?</p> <p><i>Carmelo:</i> ¿Jant'ini? Wam pel a axe' [señalando en el rectángulo naranja]</p> <p><i>Entrevistadora:</i> ¿Jale'ti nixe'?</p> <p><i>Carmelo:</i> [Kom jats axi] we' k'ochol ani [jats] we' nakat</p> <p><i>Entrevistadora:</i> ¿Ani jant'ini ti ne ki kadha' an ochenta y cuatro?</p> <p><i>Carmelo:</i> Nix yab u tsob.</p>	<p><i>Entrevistadora:</i> Aquí tú escribiste (en la prueba): “es muy difícil” ¿Por qué es muy difícil (el problema 4)?</p> <p><i>Carmelo:</i> Es que no le entiendo.</p> <p><i>Entrevistadora:</i> Y también escribiste no le entiendo al rectángulo ¿qué es lo que no entiendes del rectángulo?</p> <p><i>Carmelo:</i> Casi no le entiendo de matemáticas. Este (al problema) casi todo no le entiendo.</p> <p><i>Entrevistadora:</i> Por ejemplo, dice: observa el siguiente rectángulo ¿entiendes eso?</p> <p><i>Carmelo:</i> Que observe el rectángulo.</p> <p><i>Entrevistadora:</i> Dividido en cuatro figuras</p> <p><i>Carmelo:</i> Que tiene cuatro pedazos.</p> <p><i>Entrevistadora:</i> De diferente tamaño y color.</p> <p><i>Carmelo:</i> Que tiene diferente tamaño y está pintado con otro color.</p> <p><i>Entrevistadora:</i> Cada figura tiene sus medidas.</p> <p><i>Carmelo:</i> Que así como está la figura tiene sus metros.</p> <p><i>Entrevistadora:</i> ¿Y es cierto que todo tiene sus metros?</p> <p><i>Carmelo:</i> Sí.</p> <p><i>Entrevistadora:</i> ¿Las cuatro figuras?</p> <p><i>Carmelo:</i> Mmju.</p> <p><i>Entrevistadora:</i> ¿La de amarillo, verde, anaranjado y azul tienen [sus metros]?</p> <p><i>Carmelo:</i> Mmju.</p> <p><i>Entrevistadora:</i> Luego dice: ¿Cuál o cuáles de las figuras tienen un área de ochenta y cuatro metros cuadrados? ¿qué es eso?</p> <p><i>Carmelo:</i> ¿Cómo? Tal vez es éste [señala el rectángulo naranja].</p> <p><i>Entrevistadora:</i> ¿Por qué?</p> <p><i>Carmelo:</i> Porque es más ancho y largo</p> <p><i>Entrevistadora:</i> ¿Y cómo obtenemos los ochenta y cuatro [metros cuadrados]?</p> <p><i>Carmelo:</i> Eso sí no sé.</p>

TESIS TESIS TESIS TESIS TESIS

La traducción o explicación de los problemas en lengua indígena se realizó durante la entrevista con los niños que mostraron mayor falta de comprensión, en especial, con quienes afirmaban que no habían entendido nada de lo planteado en los problemas. Con el propósito de constatar que efectivamente era difícil para los niños comprender el problema, se les preguntó sobre el enunciado del problema y a medida que leían lo explicaban en lengua indígena, y ello llevó a determinar que la dificultad no radicaba en los problemas dados en español, sino en la comprensión de la información que contiene cada uno de ellos y en los conocimientos de los niños.

Esta dificultad también se identificó en las preguntas de comprensión dadas en los problemas de la prueba, las cuales se retomaron en la entrevista, donde pese a que se utilizó la lengua indígena para que los niños dieran respuesta, ellos mostraron falta de atención en la pregunta que se les planteaba, por lo que es necesario que centren su atención en comprender cada una de las preguntas. Asimismo, los niños mostraron una mayor explicación de forma oral en lengua indígena de los problemas planteados.

Además, durante la entrevista, los niños dieron evidencia de la forma en que se apropian de los procesos matemáticos, como es el algoritmo de la multiplicación. En la lengua Tének-español no existe el verbo multiplicar o, en su caso, sumar, por ello los alumnos hicieron una adaptación del español a la lengua indígena: *multiplicari* y *sumari*, respectivamente. Es evidente, de acuerdo con su discurso durante la entrevista, que los estudiantes tratan de hacer una traducción a la lengua indígena, pero sólo le agregan una terminación como sucede con otros verbos en español que no tienen traducción o se les hace *más fácil* hacer esta adaptación.

A partir de lo señalado, la lengua indígena representa un recurso para acceder a las explicaciones y comprensiones de los niños que permiten conocer la manera en que interpretan problemas planteados en español, los conceptos matemáticos y los procesos que siguen para plantear procedimientos con el fin de resolver los problemas multiplicativos, así como de sus dificultades que son propios de su contexto lingüístico.

CAPÍTULO 6

CONCLUSIONES

En este último capítulo se presentan las conclusiones del estudio aquí descrito, y consta de tres apartados. En el primero se hace una reflexión en torno a los objetivos planteados tomando como referente los resultados, con base en el proceso de comprensión que llevaron a cabo los niños, las explicaciones que ofrecen para justificar su comprensión, y las dificultades que enfrentaron para comprender el enunciado del problema multiplicativo. En el segundo apartado se dan a conocer las limitantes que se enfrentaron para el desarrollo de la investigación. Por último, en el tercer apartado, se plantean algunas implicaciones que surgen de este trabajo para la enseñanza y aprendizaje de la multiplicación y de los problemas multiplicativos en contextos de primarias indígenas.

6.1 Comprensión sobre los problemas multiplicativos

Los resultados de esta investigación evidencian que algunos niños logran comprender los problemas planteados, ya que identifican datos relevantes como la incógnita, la condición, y otros datos necesarios que les permite establecer una relación entre ellos, y de esta manera logran determinar el procedimiento de solución, por ejemplo, en el problema 1, con el costo del taco-cantidad de tacos comprados. En otros casos, los niños identifican sólo algunos datos clave y en consecuencia no llegan a determinar alguna relación entre los datos. De igual forma, la mayoría de los niños, en los tres primeros problemas, identifican que los enunciados de los mismos, cuentan con datos suficientes para resolverlos, para ello hacen referencia a procedimientos como la multiplicación y la suma, a algunos de los datos (la condición del problema, el pago diario en el problema 2) e incluso la lectura que ellos deben realizar para identificar información en los problemas.

De manera particular, en el problema 1, los niños manifestaron diferencias en el proceso de comprensión que siguieron para identificar datos y establecer la relación entre ellos: Luisa, por ejemplo, nada más necesitó de dar respuesta a las primeras preguntas de comprensión; Zenaido, requirió identificar la condición en una de las preguntas de comprensión (pregunta 7). Este proceso de comprensión, que los tres niños mostraron indica que seguir en el salón

de clases una metodología para comprender el enunciado es importante para el análisis de los problemas multiplicativos.

En relación con los problemas 2, 3 y 4, los alumnos identifican parte de la información relevante que proporcionan los enunciados, puesto que refieren uno de los datos clave, ya sea la incógnita, la condición o algún otro dato clave, pero no es suficiente para determinen alguna relación entre los mismos o inferir el procedimiento de solución, dado que no refieren todos los datos. Es preocupante la situación de aquellos alumnos que no refieren datos y explican el problema de manera general, puesto que ignoran datos relevantes que son esenciales en torno a la comprensión de lo que plantea el problema y para definir procedimientos de solución.

De acuerdo con lo expuesto, resulta necesario implementar una metodología para resolver problemas multiplicativos que fortalezcan los procesos de comprensión en los alumnos, en cuanto a identificar datos, establecer la relación entre ellos y a su vez determinar una propuesta de solución que contribuya a la mejora en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

6.1.1 Justificación sobre la comprensión de los problemas multiplicativos

Las explicaciones que los niños aportaron para justificar la comprensión de los problemas multiplicativos se identificaron de manera escrita, mediante redacciones breves. Ellos justifican esta comprensión, haciendo referencia a algunos datos del problema, identificando la relación entre los datos cuando se les proporciona alguno de los datos relevantes; a través de la representación gráfica donde refieren los datos necesarios para resolver el problema y al plantear una propuesta de solución haciendo uso del lenguaje matemático o cuando identifican que se cuenta con los datos necesarios para resolver el problema. Del mismo modo, estas explicaciones aportan más información del problema cuando los niños lo refieren de forma oral. Estas explicaciones, a través de las preguntas de comprensión, incluyendo la representación gráfica y la explicación oral del problema, se identifican como recursos valiosos para profundizar en la comprensión.

Otra forma en que los alumnos justificaron la comprensión del problema fue a través de las respuestas que proporcionaron a la incógnita planteada, aunque en algunas de ellas,

omiten o ignoran algún dato relevante y necesario para encontrar la respuesta al problema. Por ejemplo, en el problema 3, omiten la palabra “cajas” de la pregunta “¿Cuál de las cajas que compró don Fabián contiene más huevos?” (Anexo A), y la replantean como “¿Cuál tiene más huevos?”; o se ignora lo que plantea la incógnita y se da respuesta al problema (como en el caso del problema 4, donde la incógnita planteaba: “¿Cuál o cuáles de las figuras tienen un área de ochenta y cuatro metros cuadrados?” y Carmelo señala que la figura es la de color naranja porque “[Kom jats] we’ k’ochol ani [jats] we’ nakat [Porque es la más ancha y más larga]. Lo anterior muestra la necesidad de orientar la resolución de problemas en la comprensión del enunciado para evitar este tipo de respuestas que omiten o ignoran partes esenciales de la incógnita.

6.1.2 Procedimientos de solución propuestos para resolver los problemas

Los procedimientos que los niños implementaron en la resolución de los problemas multiplicativos fueron de forma algorítmica, gráfica y textual. En el primer tipo de procedimientos se encuentran la suma y la multiplicación. El uso de la suma se observó en los tres primeros problemas a diferencia de la multiplicación, la cual se implementó sólo en el problema 1. Cabe mencionar que, dado al grado de dificultad de este problema (que incluía cantidades de una cifra), a los niños no les fue difícil plantear este algoritmo (multiplicación). Además, la ausencia de la multiplicación como algoritmo de solución se debe tal vez a la dificultad para identificar la relación como factores entre la condición y los datos clave del problema, por ejemplo, el número de tacos que consumió cada persona del problema 1 y el costo de cada taco. De esta manera, se destaca la importancia que implica el que los niños comprendan el significado de la multiplicación a través de su implementación en diversos problemas de su entorno, ya que les permitirá identificar su uso y entender su significado.

Respecto al procedimiento gráfico, se identificó principalmente en el problema 3, donde utilizan esta representación para determinar la respuesta a la pregunta planteada, la cual no considera todos los datos del problema. En el tercer procedimiento de tipo textual, los niños sólo señalan la respuesta al problema y justifican de manera oral su respuesta, algunos mediante la lengua indígena, otros sin considerar todos los datos.

Los procedimientos utilizados por los niños manifiestan que se requiere una mayor enseñanza y aprendizaje en el significado de la multiplicación, de manera que utilicen sus conocimientos. Con relación a los procedimientos gráficos y textuales, estos, son evidencia de la falta de análisis y reflexión en el problema planteado por parte de los alumnos, procesos relacionados con la comprensión del enunciado.

6.1.3 Dificultades para comprender el enunciado de los problemas planteados

Las dificultades que manifestaron los niños durante el proceso de comprensión en los problemas multiplicativos fueron diversas, una de ellas es la falta de análisis y reflexión en el planteamiento del problema, dado que no relacionaron los datos o no tomaban en cuenta datos clave. Además, pasaron por alto los datos implícitos planteados en el enunciado como es el problema 4, y que resultan útiles para integrarlos en los procedimientos de solución.

Otra dificultad encontrada es cuando los niños llegan a identificar cada uno de los datos clave que son útiles para proponer procedimientos de solución, se les complica establecer la relación entre los datos. Además, se evidenció la falta de conocimientos de tipo conceptual (meses, medida del tiempo, área) y procedimental (cálculo del área), así como implementar el algoritmo de la multiplicación dado que no se identifica su relación con la situación planteada en los problemas.

Por otro lado, los niños cometen errores al no tener claro el planteamiento del problema, tienden a operar con datos que no dan respuesta al problema, a seleccionar una respuesta sin reflexionar en lo que solicita la incógnita, o a ignorar los datos implícitos que son necesarios para proponer alguna solución. De igual manera, consideran sólo parte de la información que plantea la incógnita que los lleva a obtener un resultado incorrecto. Asimismo, la falta de análisis en el enunciado del problema y preguntas de comprensión, propició que los alumnos plantearan información distinta a la proporcionada en el problema. Las dificultades señaladas evidencian la necesidad de trabajar en el aula actividades enfocadas en la comprensión del enunciado del problema multiplicativo ya que su implementación como actividad pedagógica puede fortalecer el tratamiento de los problemas matemáticos.

Con relación al algoritmo de la suma, se identificó en uno de los niños (Zenaido en el problema 2) la dificultad para transformar las unidades a decenas, así como para resolver el algoritmo de la suma en forma horizontal y vertical, esta dificultad orienta hacia el trabajo en el aula donde se formulen y resuelvan sumas con ambas presentaciones. Referente a los datos distractores, aunque los alumnos de este estudio, les resultó poco relevante, es recomendable considerarlos al plantear problemas multiplicativos, puesto que su presencia orienta el análisis del problema, en cuanto a descartar este tipo de datos.

6.2 Limitaciones del estudio

Respecto a las limitantes que se enfrentaron para el desarrollo de esta investigación, en primer lugar, se tiene la pandemia por COVID 19, ya que debido a las circunstancias de emergencia sanitaria fue necesario modificar la metodología para la selección de los sujetos, que inicialmente se tenía contemplada realizarla de manera presencial, a través de una prueba que se aplicaría a todo el grupo. En plena pandemia se buscaron las condiciones para acceder al maestro de grupo a quien fue necesario elaborar un tutorial para que pudiera acceder a la plataforma Skype y llevar a cabo la entrevista virtual para definir la lengua a utilizar en el diseño de los instrumentos (prueba y guion de entrevista) y para seleccionar a los sujetos de estudio. Además, se tuvieron que seguir protocolos de sana distancia entre los niños y el investigador para evitar posibles contagios de COVID19.

Asimismo, en un inicio la investigación estaba diseñada para que participaran más niños indígenas, sin embargo, durante la implementación de la prueba solo acudieron seis niños, de los cuales solo cinco se consideraron en los resultados. Por otro lado, el uso de distractores en la prueba no fue relevante, ya que, en su mayoría, los niños no los tomaron en cuenta y para aquellos que sí lo hicieron no les afectó en sus interpretaciones ni resoluciones.

6.3 Implicaciones de la presente investigación

La relevancia de investigar sobre la resolución de problemas multiplicativos, está estrechamente relacionado con lo que se plantea en las orientaciones didácticas del currículo mexicano para la enseñanza de las matemáticas en educación primaria, donde se destaca el papel que tiene el docente en “ayudar a los alumnos a aprender matemáticas” (SEP, 2017, p.

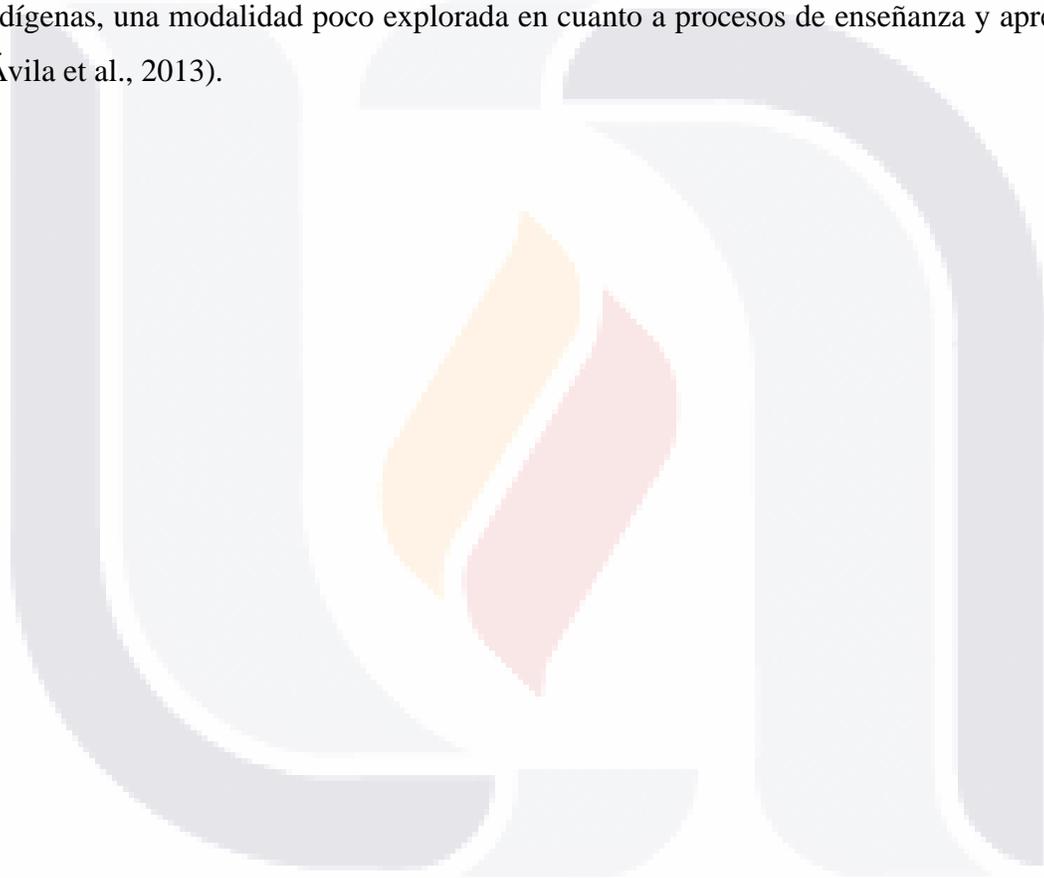
306). Para ello, el alumno debe ser parte activa de este aprendizaje, máxime cuando se trata de la resolución de problemas, requiere de un trabajo sistemático para lograr la comprensión del enunciado, e implica el análisis de la información.

De acuerdo con la SEP (2017, p. 307), “una mala lectura del enunciado” conduce a los niños a obtener resultados incorrectos, estas afirmaciones se pueden constatar en los resultados de la presente investigación generados principalmente por la falta de análisis y reflexión de los niños en el planteamiento de los problemas multiplicativos, así como por la forma en que se aborda la enseñanza del algoritmo de la multiplicación. Cuando ésta tiene como objetivo la práctica del algoritmo, se deja a un lado la comprensión del mismo y su aplicación en las diferentes situaciones de la vida diaria (Blanco & Blanco, 2009).

En este sentido, autores como Sepúlveda et al. (2009), Granados y Rodríguez, (2011), Montero y Mahecha (2020) y Meneses y Peñaloza (2019) han desarrollado estudios que incluyen comprender el enunciado del problema. Tomando en cuenta sus recomendaciones y los resultados de la presente investigación, para investigaciones futuras se sugiere la indagación sobre la enseñanza del algoritmo de la multiplicación, considerando que la forma de enseñanza repercute en su uso adecuado para resolver problemas multiplicativos. Además, realizar lo anterior permitirá obtener evidencias del tratamiento didáctico de estos aprendizajes en las primarias indígenas, que deriven en la implementación de una intervención didáctica que permita a su vez mejorar la enseñanza y aprendizaje en la resolución de problemas multiplicativos; a partir del seguimiento de una metodología que contribuya a superar las dificultades encontradas hasta el momento, principalmente en la implementación de la multiplicación a problemas que requieren de este algoritmo.

De acuerdo con los resultados de la investigación aquí reportada, es fundamental tomar en cuenta la relevancia de la lengua indígena en los procesos de enseñanza y aprendizaje en el algoritmo de la multiplicación, en la resolución de los problemas, así como las diferentes dificultades que les representa a estos alumnos al transitar entre la lengua indígena y el español (véase caso de Luisa, Apartado 6.1.3) al momento del análisis sistemático del enunciado multiplicativo y la resolución de los problemas dados.

En concordancia con estas investigaciones a futuro, el estudio desarrollado significa un primer paso para el acercamiento al conocimiento de la comprensión que los alumnos de primarias indígenas logran en problemas multiplicativos. Esta investigación recupera aspectos fundamentales que precisa la resolución de problemas en matemáticas, tales como los conocimientos que movilizan o no los alumnos de primaria indígena en el contexto de los problemas multiplicativos, de tal manera que contribuye a la aportación de datos empíricos a la didáctica de las matemáticas generados en un contexto particular como las primarias indígenas, una modalidad poco explorada en cuanto a procesos de enseñanza y aprendizaje (Ávila et al., 2013).



REFERENCIAS

- Alonso, B. I. y Martínez, S. N. (2003). La resolución de problemas matemáticos. Una caracterización histórica de su aplicación como vía eficaz para la enseñanza de la matemática. *Pedagogía Universitaria*, 8(3), 81-88.
- Álvarez, Á. C. y San Fabián, J. L. (2012). La elección del estudio de caso en la investigación cualitativa. *Gazeta de Antropología*, 28(1).
- Arévalo, D. M. A. (2009). Comprensión de enunciados de problemas matemáticos. *Respuestas*, 14(2), 5-10.
- Arteaga, J. C. y Guzmán, J. (2005). Estrategias utilizadas por los alumnos de quinto grado para resolver problemas verbales de matemáticas. *Educación Matemática*, 17(1), 33-53.
- Ávila, A. (2018). Lenguas indígenas y enseñanza de las matemáticas: la importancia de armonizar los términos. *Revista Colombiana de Educación*, (74), 177-195.
- Ávila, A. Aguayo, L. M., Eudave, D., Estrada, J. L. Asunción, A., Mendoza, J. y Becerra, E. (2004). *La reforma realizada. La resolución de problemas como vía del aprendizaje en nuestras escuelas*. SEP/SEByN.
- Ávila, A., Carrasco, A. A., Gómez, G. A. A., Guerra, R. M. T., López, B. y Ramírez, R. J. L. (2013). *Parte I: Una década de investigación educativa en conocimientos disciplinares en México (2002-2011): Matemáticas, Ciencias Naturales, Lenguaje y lenguas extranjeras*. México: COMIE, ANUIES.
- Backoff, E., Sánchez, A., Peón, M. y Andrade, E. (2010). Comprensión y habilidades matemáticas de estudiantes de educación básica en México: 2000 y 2005. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 12(1), 1-15.
- Balcázar, N. P., González-Arratia, L. N. I., Gurrola, P. G. M., y Moysén C. A. (2013). *Investigación cualitativa*. UNAM.
- Beltrán. C. S. y Reppeto, T. E. (2006). El entrenamiento en estrategias sobre la comprensión lectora del enunciado del problema aritmético: Un estudio empírico con estudiantes de Educación Primaria. *REOP*, 7(1), 33-48.
- Bermejo, V. (2004). El PEIM: Un programa de intervención. *Cómo enseñar matemáticas para aprender mejor*, 239-256.

- Blanco, B. y Blanco, L. J. (2009). Contextos y estrategias en la resolución de problemas de primaria. *Números. Revista de didáctica de las matemáticas*, 71, 75-85.
- Boscán, M. M. M. B. y Klever, M. K. L. K. (2012). Metodología basada en el método heurístico de Polya para el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos. *Escenarios*, 10(2), 7-19.
- Bosch, S. M. A. (2012). Apuntes teóricos sobre el pensamiento matemático y multiplicativo en los primeros niveles. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 1(1), 15-37.
- Bryant, B.R., Ok, M., Kang, Lang R., Pedrotty B. D. y Pfannestiel, K., (2015). Performance of fourth-grade students with learning disabilities in multiplication facts comparing teacher-mediated and technology-mediated interventions: a preliminary investigation. *Journal of Behavioral Education*, 24(2), 255-272. doi: 10.1007/s10864-015-9218-z
- Camacho, M. y Santos, L. M. (2004). La relevancia de los problemas en el aprendizaje de las matemáticas a través de la resolución de problemas. *Números. Revista de didáctica de las matemáticas*, 58, 45-60.
- Campistrous, L. y Rizo, C. (2014). La resolución de problemas en la escuela. En Y. Morales y A. Ramírez (Eds.), *Memorias I CEMACYC (01-11)*. Santo Domingo, República Dominicana: CEMACYC.
- Canales, A. M. Y. (2018). Comprensión lectora y resolución de problemas matemáticos en estudiantes de un colegio privado de Lima. *Revista de Investigación en Psicología*, 21(2), 215-224.
- Castro, C. y Hernández, E. (2014). Problemas verbales de descomposición multiplicativa de cantidades en educación infantil. PNA. *Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*, 8(3). 99-114.
- Castro, E. C. (2008). Resolución de problemas: ideas, tendencias e influencias en España. En *Investigación en educación matemática XII* (p. 6). Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.
- Chamorro, M. C. (2006). *Didáctica de las Matemáticas para Primaria*. Pearson Educación.
- Chamoso, J. M., Vicente, S., Manchado, E., y Muñoz, D. (2014). Los Problemas de Matemáticas Escolares de Primaria, ¿son solo Problemas para el aula? *Cuadernos de investigación y formación en Educación Matemática*, (12), 261-279.

- Couso-Domínguez, I. C. y Vieiro-Iglesias, P., (2017). Competencia lectora y resolución de problemas matemáticos. *Revista de estudios e investigación en psicología y educación*, (1), 153-162.
- Creswell, J. W. y Poth, C. N. (2018). *Qualitative Inquiry & Research Design*. Sage.
- Denzin, N. K. y Lincoln, Y. S. (2012). *Manual de investigación cualitativa* (Vol. 1). Barcelona: Gedisa.
- Díaz, B. F. y Hernández, G. (2000). *Estrategias docentes para el aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista*. Mc.Graw Hill.
- Durán, G. G.B. y Bolaño, M. O. E., (2013). Resolución de problemas matemáticos: un problema de comprensión en el quinto grado de Básica Primaria de la institución educativa Thelma Rosa Arévalo del municipio Zona Bananera del Magdalena, Colombia. *Escenarios*, 11(1). 38-43.
- Estrada, M. J. M. (2007). La resolución de problemas visto como un proceso de reajustes cognitivos o cambios en las formas de pensar en el contexto del álgebra. En L. A. Sepúlveda, T. L. M. Santos y P. R. García (Eds.), *Memorias. Primer Seminario Nacional sobre Resolución de Problemas y el Aprendizaje de las Matemáticas*, Morelia: UMSNH.
- Fernández, B. J. A. (2008). *Cómo enseñar matemáticas en primaria*. Gil Editores.
- Flores, M. P. y Rico, R. L. (2015). *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en educación primaria*. Ediciones Pirámide.
- García, J. (2014). El contexto cultural y la resolución de problemas: vistos desde el salón de clases de una comunidad Nñuu Savi. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(1), 50-73.
- García, P. S. (2005). El enfoque de la resolución de problemas y la resolución de los problemas del enfoque. En *Aprender a enseñar Matemáticas*. Centro de Altos Estudios e Investigación Pedagógica. Monterrey, N. L., México.
- García, R. J. Á. (2015). El lenguaje ordinario: la clave para el aprendizaje de las matemáticas basado en problemas. *Actualidades investigativas en educación*, 15(1), 495-519.
- Gordillo, A. A. y Restrepo, B. J. (2012). Comprensión lectora y concepciones de estudiantes universitarios sobre enunciados matemáticos. *Zona Próxima. Revista del Instituto de Estudios en Educación Universidad del Norte*, (17), 2-23

- Granados, C. y Rodríguez, E. F. (2011). Implementación de un procedimiento generalizado para la resolución de problemas en el área de matemáticas en básica primaria. *Escenarios*, 9(2), 37-45.
- Guerrero O. Y. A. y Rey A. N. A. (2013). *Dificultades en la resolución de Problemas multiplicativos*. doi.org/10.14483/23448350.6482
- Hino, K. y Kato, H. (2019). Teaching whole-number multiplication to promote children's proportional reasoning: a practice-based perspective from Japan. *ZDM Mathematics Education*, 51(125). Recuperado de: <https://link.springer.com/article/10.1007/s11858-018-0993-6>
- INEE (Instituto Nacional de Evaluación para la Educación). (2015). *Plan Nacional para la Evaluación de los aprendizajes (Planea)*. México: INEE.
- INEE (2017). *Directrices para mejorar la atención educativa de niñas, niños y adolescentes indígenas*. México: INEE.
- INEE (2018). *Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes (Planea)*. México: INEE. <https://www.inee.edu.mx/evaluaciones/planea/resultados-planea/>
- INEE-UNICEF (2018). Panorama educativo de la población indígena y afrodescendiente 2017. México, D.F.
- Ivars, P. y Fernández, C. (2016). Problemas de estructura multiplicativa: Evolución de niveles de éxito y estrategias en estudiantes de 6 a 12 años. *Educación matemática*. 28(1), 9-38.
- Jiménez, M. L., Rodríguez, M. P. y Guerrero, M. S. (2008). Las creencias incorrectas de los niños sobre las matemáticas: ¿Por qué fracasan cuando tienen que resolver problemas no rutinarios? *International Journal of Developmental and Educational Psychology*, 2(1), 69-76.
- Jiménez, N. Y. y Mendoza-Zuany, R. G., (2016). La educación indígena en México: una evaluación de política pública integral, cualitativa y participativa. *Revista Limina Estudios sociales y Humanísticos*. 14(1), 60-72.
- Jiménez, Y. y Mendoza, R. G. (2012). Evaluación integral, participativa y de política pública en educación indígena desarrollada en las entidades federativas. México: SEP-Dirección General de Educación Indígena. Recuperado de: dgei.basica.sep.gob.mx/.../archivos/.../Informe_Final_Evaluacion_Abril_2013.pdf

- Leatham, K. R., Lawrence, K., & Mewborn, D. S. (2005). Getting started with open-ended assessment. *Teaching Children Mathematics*, 11(8), 413-419.
- Lotero B., L., Andrade L., E., y Andrade L., L. (2011). La crisis de la multiplicación: Una propuesta para la estructuración conceptual. *Voces y silencios. Revista latinoamericana de educación*, (2), 38-64.
- Loyo, I. C. y Medina, Z. J. (2010). *Guía metodológica para la evaluación de los aprendizajes*. Gobierno del estado de Veracruz.
- Madroñero, P. J. (2016). Guía de matemáticas elementales. Programa editorial Universidad del Valle.
- Marchant, T. Luchini, G. y Cuadrado, B., (2007). ¿Por qué leer bien es importante? Asociación del Dominio Lector con otros aprendizajes. *PSYKHE*, 16(2), 3-16.
- Martínez Carazo, P. C. (2006). El método de estudio de caso: estrategia metodológica de la investigación científica. *Colombia: Pensamiento & Gestión*, 20, 165-193.
- Mayer, R. E. and Wittrock, M. C. (2010). Problem solving. En P. A. Alexander y P. H. Winne (Eds.), *Handbook of educational psychology* (pp. 287–303). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- McVancel, S. M., Missall, K. N. y Bruhn, A. L. (2018). Examining Incremental Rehearsal: Multiplication Fluency with Fifth-Grade Students with Math IEP Goals. *Contemp School Psychol*, 22(220).
- Méndez, E. E. y Guerrero, M. T. (2010). Planificación de estrategias para mejorar el aprendizaje de la multiplicación y la división. <http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=edsbas&AN=edsas.987BB2B8&lang=es&site=eds-live&scope=site>
- Mendoza, Z. R. G., (2017). Inclusión educativa por interculturalidad: implicaciones para la educación de la niñez indígena. *Perfiles educativos*, 39(158), 52-69.
- Meneses, M. & Peñaloza, D. (2019). Método de Pólya como estrategia pedagógica para fortalecer la competencia resolución de problemas matemáticos con operaciones básicas. *Zona Proxima*, 31, 7-25.
- Miles, M. B. y Huberman, A. M. (1994). *Qualitative Data Analysis*. SAGE.
- Molina, D. R. (2007). *Una propuesta para valorar los procedimientos que utilizan los niños de segundo grado de educación primaria en la resolución de problemas multiplicativos*. Tesis de Maestría. UAA. Aguascalientes, Aguascalientes.

- Montero, L. V., & Mahecha, J. A. (2020). Comprensión y resolución de problemas matemáticos desde la macroestructura del texto. *Praxis & Saber*, 11(26), 7.
- Nunes, T., Vargas, D. B., Lin, P. y Rathgeb-Schnierer, E. (2016). *Enseñar y aprender sobre números enteros en la escuela primaria*. ICME13 Topical Survey.
- Olaizola, I. (2007). Resolución de problemas en la escuela secundaria: un enfoque Sociocultural. En L. A. Sepúlveda, T. L. M. Santos, y P. R. García (Eds.), *Memorias. Primer Seminario Nacional sobre Resolución de Problemas y el Aprendizaje de las Matemáticas*, Morelia: UMSNH.
- Pérez, Y., y Ramírez, R. (2011). Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos: Fundamentos teóricos y metodológicos. *Revista de investigación*, 35(73), 169-194.
- Perrenoud, P. (2004). *Diez nuevas competencias para enseñar*. Barcelona: Graó.
- Polya, G. (1979). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.
- Ramos, C. E. (2008). Métodos y técnicas de investigación. *Obtenido de Gestipolis*. <http://www.gestipolis.com/economia/metodos-y-tecnicas-de-investigacion.htm>
- Real Academia Española (RAE). (2020). *Diccionario de la Real Academia Española*. <https://dle.rae.es/drea>
- Rodríguez, H. M. M. y Domínguez, F. A. J., (2016). Dificultades del lenguaje que influyen en la resolución de problemas. *Enseñanza and Teaching: Revista Interuniversitaria de Didáctica*, 34(2), 17-42.
- Rodríguez, S. C., Lorenzo, Q. O., Herrera, T. L. (2005) Teoría y práctica del análisis de datos cualitativos. Proceso general y criterios de calidad. *Revista Internacional de Ciencias Sociales y Humanidades, SOCIOTAM*, 15(2), 133-154.
- Ruay, R. y Garcés, J. (2015). Diseño y construcción de instrumentos de evaluación de aprendizajes y competencias. *REDIPE*.
- Santos, L. M. (2008). La resolución de problemas matemáticos: avances y perspectivas en la construcción de una agenda de investigación y práctica. En R. Luengo, B. Gómez, M. Camacho, L. Blanco (Eds.), *Investigación en educación matemática XII*. Badajoz: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.
- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical problem solving*. New York: Academic Press.

- Scott, C. L. (2015). Aprendizaje 2 ¿Qué tipo de aprendizaje se necesita en el siglo XXI? *En Investigación y Prospectiva en Educación. UNESCO.*
- SEGE-SLP (2018). Banco de reactivos BANREA. México. SEGE-SLP.
- Segovia, A. I. y Rico R. L. (2015). *Matemáticas para maestros de educación primaria.* Difusora Larousse - Ediciones Pirámide.
- Secretaría de Educación Pública (SEP). (1994). *Libro para el maestro. Matemáticas.* Cuarto grado. SEP. México. D. F.
- SEP (2006). *Matemáticas. Antología. Primer Taller de Actualización sobre los Programas de Estudio 2006.* Reforma de la Educación Secundaria. SEP. México.
- SEP (2011). Programa de estudios 2011. Guía para el maestro. Educación Básica Primaria. Quinto Grado (1ª. Ed.). SEP.
- SEP (2012). *Evaluación Nacional de Logros Académicos en Centros Escolares (ENLACE).* México: SEP.
- SEP (2017). *Aprendizajes clave.* Plan y Programa de Estudios para la Educación Básica. SEP. Ciudad de México, México.
- SEP (2019). Evaluación diagnóstica, español y matemáticas. Quinto grado de educación primaria. México: SEP.
- Sepúlveda L. A. Medina G. C. y Sepúlveda J. D. I. (2009). La resolución de problemas y el uso de tareas en la enseñanza de las matemáticas. *Educación matemática*, 21(2), 79-115.
- Silva L. M., Rodríguez, F. A., y Santillán, G. O., (2009). Método y estrategias de resolución de problemas matemáticos utilizadas por alumnos de 6to. grado de primaria. Universidad Iberoamericana. México. Ponencia en el X Congreso Nacional de Investigación Educativa.
- Simons, H. (2011). *El estudio de caso: Teoría y práctica.* Ediciones Morata.
- Stake, R. E. (1999). *Investigación con estudio de casos* (R. Filella, trad.). Madrid: Ediciones Morata.
- Ugalde, N. y Balbastre, F. (2013). Investigación cuantitativa e investigación cualitativa: buscando las ventajas de las diferentes metodologías de investigación. *Ciencias Económicas*, 31(2), 179-187.
- Velazco, G. H. H., (2007). *Propuesta de estrategias para la enseñanza de la multiplicación en quinto grado de primaria.* Tesis de Maestría. Aguascalientes, Ags.

- Vélez, Y., Correa, D., González, V., Montoya, L. M. y Quiceno, S. Y. (2017). El sentir del maestro de ciencias naturales y educación ambiental: vivencias de inserción profesional en contextos rurales. *Bio-grafía*, 1343-1351.
- Vergnaud, G. (1995): *El niño, las matemáticas y la realidad, problema de las Matemáticas en la escuela*. Trillas: México.
- Verschaffel, L., Greer, B. y de Corte, E. (2007). Whole number concepts and operations. En F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 557-628). NCTM. IAP.
- Villalobos, F. X., (2008). Resolución de problemas Matemáticos: Un cambio epistemológico con resultados Metodológicos. *REICE: Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*, 6(3), 36-58.
- Yin, R. K. (2018). *Case study research and applications*. SAGE.
- Zhang, D., Ding, Y., Barrett, D.E., Ping X. Liu Ru-de. (2014). A comparison of strategic development for multiplication problem solving in low-, average-, and high-achieving students *Psychol Educ*, 29, 195. <https://link.springer.com/article/10.1007%2Fs10212-013-0194-1>
- Zhang, S., Cao, Y., Wang, L. y Li, X. (2019). Characteristics of teaching and learning single-digit whole number multiplication in china: the case of the nine-times table. *ZDM Mathematics Education*, 51, 81. <https://link.springer.com/article/10.1007/s11858-018-01014-8>

ANEXOS



Anexo A
Prueba abierta
 Problemas matemáticos

Nombre del alumno:	
Edad:	5°. Grado Grupo:
Fecha:	

Hola, querido niño (a):

Esta actividad incluye cuatro problemas de matemáticas. Lee con atención cada problema y, antes de resolverlo, contesta las preguntas enumeradas.

Problema 1: Hugo vende tacos. Miguel le compró 8 tacos, Soledad 7, Tomás 4, Azucena 10 y Benito 3. Si un taco cuesta \$7.00, ¿quién o quiénes pagaron \$28.00?

1. Explica con tus propias palabras de qué trata el problema.

2. ¿Qué se quiere saber en el problema?

3. ¿Es posible resolver el problema? _____ ¿Por qué? _____

4. ¿Crees que el problema le falta o le sobra información para resolverlo? _____ ¿Por qué crees eso? _____

5. ¿Qué información del problema puedes utilizar para resolverlo?

6. ¿Qué información necesitas para saber quién pagó veintiocho pesos?

7. ¿Es necesario saber cuánto cuesta cada taco para resolver el problema? _____ ¿por qué?

8.- Explica con un dibujo cómo resolverías el problema.



Problema 2: Don Joaquín tiene 50 años de edad y ha decidido comprarse un auto nuevo, aceptó hacerlo con plan de pagos que se anuncia en televisión. Éste consiste en pagar \$89 pesos diarios, ¿cuánto pagará al término de 1 año? (Considera que cada mes tiene 30 días).

1. Explica con tus propias palabras de qué trata el problema.

2. ¿Qué se quiere saber en el problema?

3. ¿Es posible resolver el problema? _____ ¿Por qué? _____

4. ¿Crees que el problema le falta o le sobra información para resolverlo? _____ ¿Por qué crees eso? _____

5. ¿Qué información del problema puedes utilizar para resolverlo?

6. ¿Qué información necesitas para calcular el pago total de don Joaquín en un año?

7. ¿Es necesario saber cuánto debe pagar don Joaquín por día para resolver el problema? _____ ¿por qué? _____

8.- Explica con un dibujo cómo resolverías el problema.

Problema 3: En una granja avícola empacan huevos en tres empaques diferentes, como se muestra a continuación:

		
12 huevo	18 huevos	30 huevos

Don Fabián que tiene 70 años de edad, compró tres cajas con los siguientes paquetes:

Caja uno: 26 paquetes de 12 huevos

Caja dos: 37 paquetes de 18 huevos

Caja tres: 19 paquetes de 30 huevos

¿Cuál de las cajas que compró don Fabián, contiene más huevos?

1. Explica con tus propias palabras de qué trata el problema.

2. ¿Qué se quiere saber en el problema?

3. ¿Es posible resolver el problema? _____ ¿Por qué? _____

4. ¿Crees que el problema le falta o le sobra información para resolverlo? _____ ¿Por qué crees eso? _____

5. ¿Qué información del problema puedes utilizar para resolverlo?

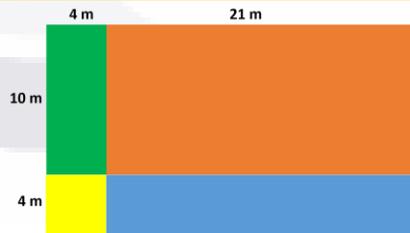
6. ¿Qué información necesitas para saber el total de huevos que hay en cada caja?

7. ¿Es necesario saber el número de huevos que hay en cada paquete para resolver el problema?
_____ ¿por qué? _____

8.- Explica con un dibujo cómo resolverías el problema.



Problema 4: Observa el siguiente rectángulo dividido en cuatro figuras de diferente tamaño y color. Cada figura tiene sus medidas, ¿cuál o cuáles figuras tienen un área de 84 m^2 ?



1. Explica con tus propias palabras de qué trata el problema.

2. ¿Qué se quiere saber en el problema?

3. ¿Es posible resolver el problema? _____ ¿Por qué? _____

4. ¿Crees que el problema le falta o le sobra información para resolverlo? _____ ¿Por qué crees eso? _____

5. ¿Qué información del problema puedes utilizar para resolverlo?

6. ¿Qué información necesitas para saber qué rectángulo tiene un área de ochenta y cuatro metros cuadrados?

7. ¿Es necesario saber las medidas de los lados de las figuras para resolver el problema? _____ ¿por qué? _____

8.- Explica con un dibujo cómo resolverías el problema.



Anexo B
Guion de entrevista

El presente Guion de entrevista tiene la finalidad de profundizar sobre la comprensión del enunciado de cuatro problemas multiplicativos previamente propuestos a alumnos que cursan el quinto grado de primaria indígena.

I. DATOS GENERALES

Nombre del entrevistador: _____

Fecha: _____

Hora de inicio: _____ Hora de término: _____

Nombre del entrevistado: _____

Lugar o medio de entrevista: _____

II. PRESENTACION

Hola _____ (nombre del alumno), gracias por venir. Soy Alicia Martínez Martínez, estudiante de la maestría en Investigación Educativa de la Universidad Autónoma de Aguascalientes, y estoy desarrollando una investigación para saber cómo le hacen los niños para resolver problemas de matemáticas.

El día de ayer (considerando realizar la entrevista al día siguiente de la aplicación de la prueba) resolviste cuatro problemas que te proporcioné y contestaste varias preguntas relacionadas con ellos, hoy te haré una entrevista sobre las respuestas que diste a esos problemas.

III. Preguntas sobre la comprensión de los problemas.

Objetivo: indagar sobre la comprensión que los niños llevaron a cabo para determinar el procedimiento de solución a cada problema planteado en la prueba.

1. ¿Cómo te sentiste ayer al resolver los problemas y contestar las preguntas?, ¿por qué? [Nota: si el niño no resolvió todos o algunos problemas, preguntar por qué, qué explique, mostrar problemas que diga que no entendió o qué paso de modo que no logró resolverlos, aquí la entrevista concluye].
2. ¿Cómo se te hicieron los problemas [si es necesario dar opciones de respuesta: fáciles, difíciles,...?], ¿por qué consideras que se te hicieron de esa manera... indicar]?

Solicitar al niño que explique su respuesta, por ejemplo, a qué se refiere cuando dice que se le hicieron fáciles los problemas o qué de un ejemplo.

3. ¿Me puedes explicar cómo resolviste cada problema? [Para ello, se le debe mostrar al niño el procedimiento o lo que haya puesto en la hoja para resolver cada problema]

Nota. Si el niño no puso procedimiento, pero resolvió el problema, preguntar: ¿cómo le hizo para resolverlo?

4. ¿Crees que los cuatro problemas se resuelven de la misma manera?, ¿por qué crees eso?

NOTA: Si el niño resolvió los cuatro problemas con el algoritmo de la multiplicación, preguntar directamente: ¿por qué utilizó esa operación en los cuatro problemas?

5. ¿Cómo le hiciste [o qué hiciste] para saber que se resolvía o se resolvían de esa manera [considerar respuestas de las preguntas anteriores 3 y 4] los cuatro problemas? Es decir:

Problema 1. Mostrar el procedimiento que el niño trazó en la hoja y que después explique cómo llegó a él o se dio cuenta que se resolvía de esa manera.

Problema 2. Mostrar el procedimiento que el niño trazó en la hoja y que después explique cómo llegó a él o se dio cuenta que se resolvía de esa manera.

Problema 3. Mostrar el procedimiento que el niño trazó en la hoja y que después explique cómo llegó a él o se dio cuenta que se resolvía de esa manera.

Problema 4. Mostrar el procedimiento que el niño trazó en la hoja y que después explique cómo llegó a él o se dio cuenta que se resolvía de esa manera.

NOTA: Si el niño no realizó ningún procedimiento en la hoja, preguntar: ¿cómo le hiciste para llegar a esa respuesta?

6. ¿El o la [mencionar el algoritmo de la multiplicación u otro procedimiento que el niño haya utilizado] lo utilizaste en los cuatro problemas?, ¿por qué crees eso?

IV. Preguntas particulares

Objetivo: profundizar sobre las respuestas que dieron los niños en algunas preguntas relacionadas con la comprensión del enunciado de cada problema planteado en la prueba.

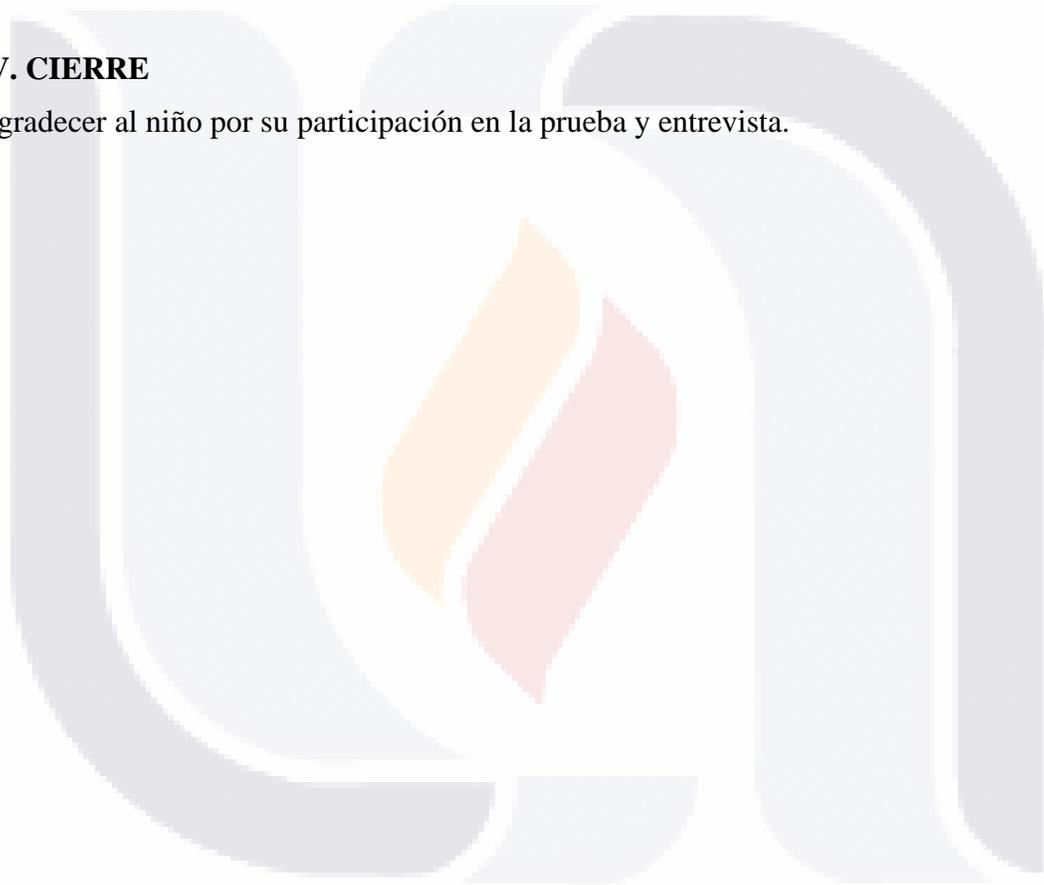
NOTA: Las siguientes preguntas solo se harán en un problema a manera de ejemplo y será cuando la respuesta dada en las preguntas planteadas en la prueba sea la esperada en los cuatro problemas; en cambio, las preguntas se harán en problemas específicos cuando la respuesta dada en alguna pregunta planteada en la prueba sea incorrecta o imprecisa. Para aquellas preguntas planteadas en la prueba que carecen de respuesta, se le solicitará al niño que explique por qué no respondió.

7. En relación con la pregunta 1 [Explica con tus propias palabras de qué trata el problema]. Mostrar la explicación de cada problema, y plantear: En el problema que escribiste, ¿Qué información puedes utilizar para resolverlo?
8. En relación con la pregunta 2 [¿Qué se quiere saber en el problema?], Mostrar la respuesta del alumno en los cuatro problemas y preguntar: ¿Por qué escribiste eso, qué es lo que se pide saber en el problema [indicar su respuesta]? ¿Cómo te diste cuenta de eso?
9. En relación con la pregunta 3 [¿Es posible resolver el problema?, ¿por qué?], solicitarle al niño que explique su justificación o que de un ejemplo.
10. En relación con la pregunta 4 [¿Crees que al problema le falta o le sobra información para resolverlo?, ¿por qué crees eso?], solicitarle al niño que explique cómo se dio cuenta o cómo llegó a esa creencia.

11. En relación con las preguntas 5 y 6 [¿Qué información del problema puedes utilizar para resolverlo?, por ejemplo, Para encontrar quién pagó veintiocho pesos ¿Qué información necesitas?], ¿por qué necesitas esa información para resolver el problema? ¿Por qué no puede ser otra información?
12. En relación con la pregunta 7 [¿Es necesario saber, por ejemplo, cuánto cuesta cada taco para resolver el problema?, ¿por qué?], solicitarle al niño que explique su justificación.
13. En relación con la pregunta 8 [Explica con un dibujo cómo puedes resolver el problema], solicitar al niño que explique o justifique su dibujo en cada problema.

IV. CIERRE

Agradecer al niño por su participación en la prueba y entrevista.



Anexo C
Carta de consentimiento informado



Centro de Ciencias Sociales y Humanidades

Departamento de Educación

Aguascalientes, Ags., a 11 de noviembre de 2020.

ASUNTO: Carta de consentimiento informado.

Estimado Padre, Madre de Familia o Tutor:

Por este medio, se le agradece que haya aceptado otorgar el permiso para que su hijo (a) _____ p participe en la resolución de una prueba así como en el desarrollo de una entrevista, actividades que forman parte de la investigación en el área de matemáticas en educación primaria indígena, correspondiente a los estudios de Maestría en Investigación Educativa de la Universidad Autónoma de Aguascalientes. Tanto la prueba como la entrevista tienen la finalidad de conocer las diferentes formas de entender los problemas matemáticos por parte de cada alumno.

La prueba se aplicará en una sola etapa a todos los alumnos participantes, con una duración aproximada de dos horas, cuidando la sana distancia y tomando las medidas sanitarias de acuerdo a la situación actual de contingencia epidemiológica.

Al siguiente día de la aplicación de la prueba, se llevará a cabo la entrevista con cada uno de los alumnos, por separado y en un horario distinto.

La información derivada de la prueba y la entrevista es para uso exclusivo de la investigación que se está desarrollando. La información que su hijo (a) proporcione será anónima; es decir,

en ningún momento se dará a conocer su nombre; además, se mantendrá la confidencialidad de la información y será resguardada en la Universidad Autónoma de Aguascalientes mientras se lleve a cabo la investigación.

La participación de su hijo (a) es voluntaria, podrá retirarse de la actividad si en algún momento así lo decide. Cada una de las actividades serán videograbadas y audiograbadas con el fin de contar con toda la información y disponer de ella cuando sea necesario. El acceso a estas videograbaciones y audiograbaciones será únicamente para la Investigadora del proyecto.

Muy atentamente:

La Investigadora: Profa. Alicia Martínez Martínez

Luego de haber sido informado (a) sobre las condiciones de la participación de mi hijo (a) _____ e
n la resolución de una prueba y en el desarrollo c de una entrevista, como parte de la investigación en el área de matemáticas en educación primaria indígena, correspondiente a los estudios de Maestría en Investigación Educativa de la Universidad Autónoma de Aguascalientes; resuelto mis inquietudes y comprendido en su totalidad la información sobre esta actividad, otorgo mi consentimiento informado para que la participación de mi hijo (a) en la prueba y en la entrevista sea videograbada y audiograbada.

NOMBRE Y FIRMA DE CONFORMIDAD

Anexo D
Matriz para analizar datos recopilados en la prueba

Alumno	Categorías								
	Explicar el enunciado del problema	Identificar la incógnita	Justificar la solución del problema	Determinar si faltan o sobran datos en el problema	Seleccionar datos necesarios para resolver el problema	Relacionar la condición con los datos del problema	Reconocer la utilidad de la condición del problema	Representar gráficamente la solución del problema	Solución de los problemas
Problema 1									
Problema 2									
Problema 3									
Problema 4									