CENTRO DE CIENCIAS SOCIALES Y HUMANIDADES
DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN

TESIS

LA PRÁCTICA DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS PARA FAVORECER ESTRATEGIAS METACOGNITIVAS EN ESTUDIANTES DE BACHILLERATO

PRESENTA

Milagros de Jesús Cázares Balderas

PARA OBTENER EL GRADO DE DOCTORA EN INVESTIGACIÓN EDUCATIVA

TUTOR

Dr. David Alfonso Páez

COMITÉ TUTORIAL

Dr. Daniel Eudave Muñoz

Dr. César Martínez Hernández

Aguascalientes, Ags., 21 de noviembre de 2020

DICTAMEN DE LIBERACIÓN ACADÉMICA PARA INICIAR LOS TRÁMITES DEL EXAMEN DE GRADO

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE AGUASCALIENTES

POSGRADOS UAA

Fecha de dictaminación dd/mm/aaaa: 23 de noviembre de 2020

NOMBRE: Milagros de Jesús Cázares Balderas **ID** 243310

PROGRAMA: Doctorado en Investigación Educativa **LGAC (del posgrado):** Competencias intelectuales y académicas básicas en educación media superior y superior

TIPO DE TRABAJO: (X) Tesis ( ) Trabajo Práctico

TITULO: La práctica del profesor de matemáticas para favorecer estrategias metacognitivas en estudiantes de bachillerato

IMPACTO SOCIAL (señalar el impacto logrado): La presente investigación proporciona información en torno a la relevancia de explorar la práctica docente en el nivel Medio Superior, pues, además de cumplir con cursos de capacitación y actualización y demandas de la normativa, los profesores también generan, de manera intencional o no, de acuerdo con sus nociones y herramientas didácticas, espacios donde los alumnos reflexionan y desarrollan estrategias metacognitivas ante tareas matemáticas. Esto contribuye a la adquisición de habilidades cognitivas de orden superior entre los estudiantes, conforme a las expectativas curriculares de la Educación Media Superior. Conocer las estrategias que implementan los profesores puede ofrecer un fundamento a las tareas de formación que se dirigen a ellos.

INDICAR SI NO N.A. (NO APLICA) SEGÚN CORRESPONDA:

	Elementos para la revisión académica del trabajo de tesis o trabajo práctico:
SI	El trabajo es congruente con las LGAC del programa de posgrado
SI	La problemática fue abordada desde un enfoque multidisciplinario
SI	Existe coherencia, continuidad y orden lógico del tema central con cada apartado
SI	Los resultados del trabajo dan respuesta a las preguntas de investigación o a la problemática que aborda
SI	Los resultados presentados en el trabajo son de gran relevancia científica, tecnologíca o profesional según el área
SI	El trabajo demuestra más de una aportación original al conocimiento de su área
SI	Las aportaciones responden a los problemas prioritarios del país
SI	Generó transferecia del conocimiento o tecnológica
SI	Cumple con la ética para la investigación (reporte de la herramienta antiplagio)
	El egresado cumple con lo siguiente:
SI	Cumple con lo señalado por el Reglamento General de Docencia
SI	Cumple con los requisitos señalados en el plan de estudios (créditos curriculares, optativos, actividades complementarias,estancia, predoctoral, etc)
SI	Cuenta con los votos aprobatorios del comité tutoral, en caso de los posgrados profesionales si tiene solo tutorpodrá liberar solo el tutor
N.A.	Cuenta con la carta de satisfacción del Usuario
SI	Coincide con el título y objetivo registrado
SI	Tiene congruencia con cuerpos académicos
SI	Tiene el CVU del Conacyt actualizado
SI	Tiene el artículo aceptado o publicado y cumple con los requisitos institucionales (en caso que proceda)
	En caso de Tesis por artículos científicos publicados
N.A.	Aceptación o Publicación de los articulos según el nivel del programa
N.A.	El estudiante es el primer autor
N.A.	El autor de correspondencia es el Tutor del Núcleo Académico Básico
N.A.	En los artículos se ven reflejados los objetivos de la tesis, ya que son producto de este trabajo de investigación.
N.A.	Los artículos integran los capítulos de la tesis y se presentan en el idioma en que fueron publicados
N.A.	La aceptación o publicación de los artículos en revistas indexadas de alto impacto

Con base a estos criterios, se autoriza se continúen con los trámites de titulación y programación del examen de grado: **Sí** X **No** ____

FIRMAS

Elaboró:

* NOMBRE Y FIRMA DEL CONSEJERO SEGÚN LA LGAC DE ADSCRIPCION: Dr. Daniel Eudave Muñoz

NOMBRE Y FIRMA DEL SECRETARIO TÉCNICO: Dra. Guadalupe Ruiz Cuéllar

*** En caso de conflicto de intereses, firmará un revisor miembro del NAB de la LGAC correspondiente distinto al tutor o miembro del comité tutoral, asignado por el Decano**

Revisó:

NOMBRE Y FIRMA DEL SECRETARIO DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO: Dr. Alfredo López Ferreira

Autorizó:

NOMBRE Y FIRMA DEL DECANO: Mtra. María Zapopan Tejeda Caldera

Nota: procede el trámite para el Depto. de Apoyo al Posgrado

En cumplimiento con el Art. 105C del Reglamento General de Docencia que a la letra señala entre las funciones del Consejo Académico: .... Cuidar la eficiencia terminal del programa de posgrado y el Art. 105F las funciones del Secretario Técnico, llevar el seguimiento de los alumnos.

CARTA DE VOTO APROBATORIO
INDIVIDUAL

MTRA. MARÍA ZAPOPAN TEJEDA CALDERA
DECANA DEL CENTRO DE CIENCIAS SOCIALES Y HUMANIDADES
____
P R E S E N T E

Por medio del presente como **TUTOR** designado de la estudiante **MILAGROS DE JESÚS CAZARES BALDERAS** con ID 243310 quien realizó la tesis titulada: **LA PRÁCTICA DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS PARA FAVORECER ESTRATEGIAS METACOGNITIVAS EN ESTUDIANTES DE BACHILLERATO**, un trabajo propio, innovador, relevante e inédito y con fundamento en el Artículo 175, Apartado II del Reglamento General de Docencia doy mi consentimiento de que la versión final del documento ha sido revisada y las correcciones se han incorporado apropiadamente, por lo que me permito emitir el **VOTO APROBATORIO**, para que ella pueda proceder a imprimirla así como continuar con el procedimiento administrativo para la obtención del grado.

Pongo lo anterior a su digna consideración y sin otro particular por el momento, me permito enviarle un cordial saludo.

A T E N T A M E N T E
"Se Lumen Proferre"
Aguascalientes, Ags., a 21 de noviembre de 2020.

Dr. David Alfonso Páez
Tutor de tesis

c.c.p.- Interesado
c.c.p.- Secretaría Técnica del Programa de Posgrado

Versión electrónica ISSN: 2448-8089

Educación Matemática

México • vol. 32 • núm. 1 • abril de 2020

TESIS TESIS TESIS TESIS TESIS

ENSAYO DOI: 10.24844/EM3201.10

Discusión teórica sobre las prácticas docentes como mediadoras para potencializar estrategias metacognitivas en la solución de tareas matemáticas

Theoretical discussion on teaching practices as mediators in the development of metacognitive strategies for solving mathematical tasks

Milagros de Jesús Cázares Balderas,[1]
David Alfonso Páez[2] y
María Guadalupe Pérez Martínez[3]

Resumen: Una de las expectativas de la educación básica y media superior es lograr que los estudiantes sean sujetos activos y regulen sus aprendizajes. Aunque investigaciones recientes retoman el interés por discutir la metacognición y su impacto en el aprendizaje de las matemáticas, la discusión no profundiza en el papel del profesor. El objetivo de este artículo, es hacer una reflexión teórica sobre las acciones del docente que pueden potencializar estrategias metacognitivas en la enseñanza de las matemáticas para un aprendizaje autorregulado, tomando como referente la metáfora de *andamiaje*. En el documento se discute el concepto de metacognición y su relación con el aprendizaje autorregulado, se exponen las principales líneas de investigación sobre las prácticas docentes en torno a la metacognición, y se analiza el papel del docente como un mediador necesario en la realización de tareas matemáticas que los alumnos no lograrían por sí mismos en una primera instancia.

Fecha de recepción: 12 de junio de 2019. **Fecha de aceptación:** 05 de marzo de 2020.

[1] Departamento de Educación, Centro de Ciencias Sociales y Humanidades, Universidad Autónoma de Aguascalientes. milagroscazaresb@gmail.com, http://orcid.org/0000-0002-7533-2902.

[2] CONACyT-Departamento de Educación, Centro de Ciencias Sociales y Humanidades, Universidad Autónoma de Aguascalientes. dapaez@correo.uaa.mx, http://orcid.org/0000-0002-4499-4452

[3] CONACyT-Departamento de Educación, Centro de Ciencias Sociales y Humanidades, Universidad Autónoma de Aguascalientes. maria.perez@edu.uaa.mx, http://orcid.org/0000-0003-3655-0090

AGRADECIMIENTOS

Agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología y a la Universidad Autónoma de Aguascalientes su apoyo para alcanzar una meta académica que es parte de mi desarrollo profesional y personal. Gracias al Dr. David Páez por guiarme a través de sus conocimientos y experiencias en este proceso de formación como investigadora, ayudando a descubrir el potencial que hay en mí, así como el deseo de seguir investigando para desarrollar nuevos conocimientos que contribuyan a mejorar la sociedad en que vivimos. A los Drs. Daniel Eudave, César Martínez, Dra. Yolanda Chávez por sus orientaciones propositivas y muy valiosas para mi, por sus palabras en cada reunión de trabajo, me hacen crecer y creer que estoy en el camino correcto. Gracias a las Dras. Lupita Ruíz, Laura Padilla y Victoria Gutiérrez por compartir sus experiencias en la investigación educativa. Gracias a la Dra. Lupita Pérez, por sus palabras cálidas, que me daban luz y contribuían a ordenar mis pensamientos, por hacerme sentir parte de su familia y compartir conmigo sus experiencias y aprendizajes, los atesoro con mucho cariño.

A los profesores participantes, en especial a Adriana, Bruno, Esteban y Micaela que me permitieron conocer su experiencia y vocación para compartir y promover con sus alumnos aprendizajes metacognitivos. A Elsa porque desde el inicio me apoyó en el proceso del DIE y por siempre recibirme con una sonrisa. Gracias.

A mis amigas y amigos, personas excepcionales que la vida ha puesto en mi camino: Mónica, cosmoecléctica, Nené, standupera, Sílvia, mi española favorita (080811), Issa y Luz, que desde la distancia celebraban conmigo por podcast y llamadas, cada logro, y que con ellas, cualquier obstáculo se volvía carcajada. A Ignacio, por estar, Diana, la mejor roomie, Karla, por bailar descalza, a los Valientes de San Cayetano, a mis colegas de generación, a Susana por permitirme ser la tía regia de Irene y Lía. Gracias porque me hicieron sentir en casa. Gracias a mi por tomar las mejores decisiones y aprender a disfrutar. Gracias a la VIDA que diario me recuerda que “todo va a sanar y va a volver a quebrarse, mientras toque pulsar”.

DEDICATORIA

A mi mamá, que sigue cuidando de mi y de muchas formas.

A mi papá, por ser mi apoyo y fortaleza para tomar decisiones.

A Irazema y Beto, a Pepe y Alicia, por permitirme ser tía de los mejores sobrinos: Erick, Josué y Mau. Gracias por ser mi familia, por alentarme a cumplir mis metas y apoyarme para lograrlas.

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE TABLAS

ÍNDICE DE FIGURAS

ACRÓNIMOS

ABP	Aprendizaje Basado en Problemas.
AERA	American Educational Research Association.
ANUIES	Asociación Nacional de Universidades e Instituciones de Educación Superior.
CENEVAL	Centro Nacional de Evaluación para la Educación Superior.
CERTIDEMS	Certificación de Competencias Docentes para la Educación Media Superior.
ECODEMS	Proceso de Evaluación de Competencias Docentes para la Educación Media Superior.
EdelC	Exposición del Contenido.
EMS	Educación Media Superior.
INEE	Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación.
MEO	Nuevo Modelo Educativo para la Educación Obligatoria.
NCTM	National Council of Teachers of Mathematics.
PE	Plan de Estudios.
PROFORDEMS	Programa de Formación Docente de la Educación Media Superior.
RdeP	Resolución de problemas.
RIEMS	Reforma Integral de la Educación Media Superior.
SEMS	Subsecretaría de Educación Media Superior.
SEP	Secretaría de Educación Pública.
SNB	Sistema Nacional de Bachillerato.

RESUMEN

Una de las expectativas y responsabilidades de la Educación Media Superior es lograr que los estudiantes sean sujetos activos y regulen sus aprendizajes, particularmente, en matemáticas. Aunque existen estudios recientes que retoman el interés por discutir la metacognición y su impacto en el aprendizaje (e.g., Donoso et al., 2020; Kambita y Hamanenga, 2018), falta una mayor discusión sobre el papel del profesor, como actor central para promover la metacognición. El presente documento reporta una investigación centrada en describir las acciones que el docente de bachillerato lleva a cabo en las clases de matemáticas y que potencializan las estrategias metacognitivas (planear, monitorear o evaluar). Se trata de un estudio de corte cualitativo, mediante el estudio de casos, en el que participaron tres profesores de bachillerato general. La recopilación de datos se llevó a cabo en tres etapas: en la primera se videograbaron las sesiones de clase de cinco profesores; en la segunda se delimitaron tres estudios y se condujo una entrevista centrada en el concepto de metacognición; en la última etapa se realizó otra entrevista en la cual se buscó que los profesores argumentaran sobre lo observado en las clases videograbadas.

Los resultados muestran que los participantes generan espacios para promover, estrategias metacognitivas y esto lo logran al cuestionar a los estudiantes sobre qué tipo de procedimientos se requieren para solucionar la tarea, cómo la resolvieron y, finalmente, si obtuvieron el resultado esperado. Esta investigación permite concluir que los tres casos tienen conocimientos básicos sobre metacognición y promueven la planeación, monitoreo y evaluación, aunque no las reconocen como estrategias metacognitivas, ni las relacionan con el aprendizaje autorregulado. Así mismo, la investigación da cuenta de la complejidad de la práctica docente en Nivel Medio Superior, pues los docentes además de cumplir las demandas de la normativa para generar espacios de reflexión también logran aprendizajes autorregulados en sus alumnos.

ABSTRACT

One of the expectations and responsibilities of Higher Secondary Education is to ensure that students are active subjects and regulate their learning, particularly in mathematics. Although there are recent studies that resume the interest in discussing metacognition and its impact on learning (e.g., Donoso, et al., 2020; Kambita and Hamanenga, 2018), the discussion does not delve into the role of the teacher, as a central actor in promoting metacognition. This document reports an investigation focused on describing the actions that the high school teacher carries out in mathematics classes and that potentiate metacognitive strategies (planning, monitoring or evaluating). It is a qualitative study, through the case study, in which three general high school teachers participated. Data collection was carried out in three stages: in the first, the class sessions of five teachers were videotaped; in the second, three studies were delimited and an interview guide focused on the concept of metacognition was implemented; in the last stage, another interview guide was implemented in which the teachers were sought to argue what happened in the video recorded classes.

The results show that the participants generate spaces to promote, according to their notions, metacognitive strategies and this is achieved by questioning the students about what type of procedures are required to solve the task, how they solved it and finally, if they obtained the expected result. Right. This research allows us to conclude that the three cases have basic knowledge about metacognition and incipiently and unintentionally promote planning, monitoring and evaluation, although they do not recognize them as metacognitive strategies, nor do they relate them to self-regulated learning. Likewise, the research accounts for the complexity of teaching practice at the Upper Secondary level, since teachers in addition to meeting the demands of the regulations to generate spaces for reflection also achieve self-regulated learning in their students.

INTRODUCCIÓN

De acuerdo con el Subsistema de Educación Media Superior (SEP, 2017a), se espera que, en los procesos de enseñanza y de aprendizaje en matemáticas, los profesores promuevan en sus estudiantes la autonomía, en términos de que reflexionen y regulen sus acciones cognitivas para comprender y solucionar tareas matemáticas. Tal autonomía se puede lograr al desarrollar estrategias metacognitivas, pues éstas favorecen que los alumnos se den cuenta de los procedimientos que deben implementar, cómo y para qué llevarlos a cabo cuando aprenden matemáticas. Investigaciones recientes retoman el interés por discutir la metacognición y su impacto en el aprendizaje de matemáticas, sin embargo, la discusión no profundiza en el papel del profesor, como actor central para promover aprendizajes autorregulados, es decir, no se plantean qué debe saber y saber hacer el profesor para el logro de tales estrategias. Estos antecedentes forman parte del contexto, en donde se presenta la importancia de describir el actuar del docente en sus clases de matemáticas y la manera en que logra, específicamente, la promoción de la metacognición en sus alumnos.

Conforme a lo anterior, en este documento se reporta una investigación que tiene interés en describir la práctica del profesor de bachillerato en matemáticas centrada en promover la planeación, monitoreo y evaluación, como estrategias metacognitivas, en los estudiantes. Para dar cuenta de esta investigación, el presente documento está estructurado en siete capítulos.

En el Capítulo uno se plantea el problema de investigación, los antecedentes con relación al desarrollo de estudios teóricos y empíricos, que esbozan la forma en que se ha abordado la metacognición en educación matemática y su relación con la práctica docente, también se exponen las preguntas y objetivos de investigación, así como la justificación de este estudio.

El Capítulo dos muestra el marco conceptual que, para esta investigación, es la guía para explorar las acciones del profesor en la clase de matemáticas. Se tomaron como base las interacciones sociales que ocurren entre el maestro y sus alumnos, las cuales permiten el aprendizaje y la autorregulación. Además, se discute el concepto de metacognición, los tipos de estrategias y su relación con el quehacer docente. En la discusión de la metacognición se toma como referencia el *Modelo Cognitivo Social de Autorregulación* (Zimmerman y Moylan, 2009) y el modelo para analizar la práctica docente centrada en procesos metacognitivos en tareas matemáticas (Rigo et al., 2009). En el Capítulo tres se describen las características metodológicas de esta investigación: tipo de estudio, participantes, las técnicas e instrumentos que se utilizaron para la recopilación de datos, las etapas del estudio, así como el tratamiento de la información empírica.

En los capítulos cuatro y cinco se reportan los resultados de esta investigación. El Capítulo cuatro da cuenta de las nociones que tienen los tres profesores que aquí participaron sobre metacognición, y que se desprende de la normativa oficial que es el marco del quehacer docente en bachillerato: Modelo Educativo Obligatorio (SEP, 2017a). En el Capítulo cinco se abordan las acciones del profesor que favorecen estrategias metacognitivas de los estudiantes en las clases observadas

El Capítulo seis presenta una discusión de los resultados del presente estudio. En primer lugar se hace una reflexión sobre las acciones que se identifican de los tres profesores para promover aprendizajes autorregulados, para luego dar cuenta de las estrategias metacognitivas promovidas por los docentes. Además, se muestran los obstáculos que los propios profesores señalan como aspectos que limitan la promoción de la metacognición. Finalmente, el Capítulo siete presenta las conclusiones de este estudio, para ello se retoman los objetivos, se hace una reflexión de las limitaciones y se discuten algunas líneas futuras de investigación.

CAPÍTULO 1.
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En este Capítulo se describe la problemática relacionada con la práctica docente en Educación Media Superior (EMS) y los procesos metacognitivos en matemáticas. Para ello, se presentan algunas líneas de investigación que vinculan la metacognición con el quehacer del profesor de matemáticas, así como las principales características que permiten describir el perfil del maestro en bachillerato, y cómo se concibe su rol e importancia desde la normativa del Sistema Educativo para la promoción de la metacognición al aprender matemáticas. Así mismo, se muestran los antecedentes como contexto de las preguntas y objetivos de la presente investigación; por último, se expone la justificación de este estudio para dar cuenta de lo que ocurre en la clase de matemáticas en bachillerato.

1. 1. Antecedentes

En educación matemática[1] se han desarrollado una variedad de estudios teóricos y empíricos que abordan el tema de metacognición en los diferentes niveles educativos, debido a su relevancia en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Barrera y Cuevas, 2017; Buitrago y García, 2011; Desoete y De Craene, 2019). A mediados de los años 80, del siglo pasado, surgieron los primeros estudios sobre metacognición con el propósito de comprender cómo el estudiante regula su aprendizaje en matemáticas; especialmente, en la resolución de problemas (véase, e.g., Lester, 1985; Schoenfeld, 1987). Hoy en día, estos estudios han sido base para desarrollar nuevas líneas de investigación.

En la actualidad, el tema de metacognición sigue siendo objeto de discusión por expertos en educación, de modo que han surgido diversas líneas de investigación en el contexto de la enseñanza y del aprendizaje en matemáticas; por ejemplo, la relación que existe entre creencias, conocimiento matemático y estrategias metacognitivas (Dignath-van Ewijk y van der Werf, 2012). En esta línea, diversos investigadores encontraron que mientras algunos docentes “disponen de actitudes positivas hacia la idea de proporcionar autonomía en el

[1] La presente investigación parte de la concepción de educación matemática como las acciones educativas que se realizan para atender la problemática de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en los diferentes niveles educativos (Martínez-Ruíz y Camarena, 2015).

estudiante" (Dignath-van Ewijk y van der Werf, 2012, p. 8), otros desconocen cómo apoyar la autorregulación de manera efectiva en los estudiantes para así lograr la autonomía (Donoso et al., 2020; Radovic y Preiss, 2010). Lo anterior refleja la necesidad de describir qué saben los docentes en relación con la metacognición y cómo potencializarla en sus alumnos.

Otras líneas que han surgido están centradas en el tema de *aprender a aprender*[2] como un medio de la metacognición (Gaeta, 2014; Iriarte, 2011), evaluación de estrategias metacognitivas usadas por los estudiantes al resolver problemas matemáticos (Barrera y Cuevas, 2017; Preiss et al., 2018), así como la relación entre estrategias metacognitivas y rendimiento académico (Gusmão et al., 2014; Kambita y Hamanenga, 2018). Los intereses de estas líneas de investigación respaldan lo señalado por Balcikanli (2011), quien apunta que, desde que Flavell (1976) hizo referencia al término de metacognición, los estudios se han centrado principalmente en los aspectos de aprendizaje y en menor medida en lo relacionado con la enseñanza.

Una línea que llama la atención en las últimas dos décadas es la centrada en el papel del profesor en el desarrollo de la metacognición para el aprendizaje autorregulado en la solución de tareas matemáticas[3]. En esta línea, diversos estudios confirman que la metacognición puede ser enseñada de manera o no intencionada (Dignath-van Ewijk y Van der Werf, 2012; Peeters et al., 2014), teniendo diferentes niveles de impacto en los aprendizajes de los estudiantes. Joseph (2010) señala que a través de la enseñanza metacognitiva (intencionada) los alumnos reflexionan sobre cómo aprenden y así superan desafíos o dificultades que se les presentan en diversas tareas, sin excesiva frustración. Así mismo, Dignath y Büttner (2008) puntualizan sobre la necesidad de desarrollar estudios que den cuentan de cómo ocurre el desarrollo de estrategias metacognitivas en el salón de clases.

Un ejemplo de cómo ocurre de manera no intencionada las estrategias metacognitivas en la clase de matemáticas es el estudio realizado por Rigo et al. (2010). Estos investigadores observaron, en clases ordinarias y sin intervenir, a dos maestras de escuelas públicas de educación básica e identificaron procesos cognitivos y metacognitivos que suceden en los

[2] *Aprender a aprender* está relacionado con aprendizaje autorregulado y aprendizaje autónomo, y hace referencia al "proceso activo, constructivo en el que el estudiante establece sus propias metas de aprendizaje y luego intenta monitorear, regular y controlar su propia cognición" (Ramírez, 2017, p. 3).

[3] De acuerdo con Chevallard (1999), una tarea matemática supone un objeto relativamente preciso, por ejemplo, calcular el valor de una función en un punto.

estudiantes al enseñarles contenidos de razonamiento proporcional. Los autores reportan que las dos maestras planteaban preguntas a sus alumnos sobre cómo obtuvieron los resultados y por qué consideraban que eran correctos; de modo que estas preguntas les permitían a los niños reflexionar y explicar los procedimientos que implementaron, así como justificar y argumentar por qué y cómo llegaron a una determinada respuesta. Los resultados muestran que tales acciones y respuestas de los alumnos responden a estrategias metacognitivas impulsadas por las docentes sin que se tenga la intención.

Por su parte, Wulandari et al. (2018) afirman que el estudiante puede aprender estrategias metacognitivas cuando el profesor le enseña matemáticas. En otras palabras, los alumnos pueden planear, monitorear y evaluar sus acciones y productos al aprender matemáticas; por ejemplo, cuando el docente de bachillerato les pide que argumenten o demuestren si el procedimiento que usaron para dar solución a una tarea matemática es correcto y si funciona para otras tareas similares (Rigo et al., 2010)[4]. Al respecto, Hurtado (2013) apunta que la importancia en la adquisición y desarrollo de tales estrategias radica en que, al hacer uso de ellas, el alumno mejora su desempeño académico.

Existen estudios que dan cuenta de la práctica docente para el desarrollo de estrategias metacognitivas, sin embargo, aún se requiere describir cómo sucede en el contexto de educación matemática (Ávila, 2016; Desoete y De Craene, 2019). Resulta preciso destacar que las aproximaciones metodológicas y las poblaciones estudiadas en investigaciones con intereses en educación matemática han privilegiado a la educación preescolar y primaria (Ávila, 2016; Rigo et al., 2010). En los niveles de EMS y Superior se ha priorizado el estudio sobre el saber matemático como objeto de investigación, y aunque en los últimos años han incrementado los trabajos sobre la formación de profesionistas en matemáticas y las prácticas docentes, siguen siendo escasos (Ávila, 2016; Jiménez y Gutiérrez, 2017).

Asimismo, investigadores como Basso y Abrahão (2018) plantean la necesidad de hacer estudios centrados en describir contextos naturales y actividades educativas realizadas por el docente, que generen condiciones para que los alumnos autorregulen su aprendizaje en bachillerato.

[4] De acuerdo con la Secretaría de Educación Pública (SEP, 2017a; SEMS, 2017), el docente de bachillerato debe propiciar en sus alumnos un aprendizaje autorregulado que facilite la construcción de conocimiento.

1.1.1. Práctica docente para enseñar matemáticas en Educación Media Superior

El Nuevo Modelo Educativo para la Educación Obligatoria (MEO) "está conformado por principios orientadores de la práctica de los individuos [por ejemplo, alumnos y docentes]… que componen el Sistema Educativo Nacional, y es una referencia a la que estos miembros recurren para interpretar y regular sus decisiones" (SEP, 2017a, p. 210). En particular, el nuevo currículo de la EMS del campo disciplinar de matemáticas señala que el estudiante de bachillerato debe ser un sujeto autónomo, con iniciativa e interés propio para aprender y reflexionar sobre su aprendizaje, de modo que analice lo que dice o hace y aprenda de ello (SEP, 2017b). Para lograr esto, el profesor tiene un papel importante.

La Subsecretaria de Educación Media Superior (SEMS, 2013) reconoce que el docente de matemáticas debe tener un perfil apegado a lo estipulado en la Reforma Integral de la Educación Media Superior (RIEMS)[5] y responder a la necesidad de *enseñar a aprender*. Según el Sistema Nacional de Bachillerato (SNB[6]), en lo particular, los artículos 3° y 4° del Acuerdo 447 (SEMS, 2008), el maestro de matemáticas debe tener competencias didácticas, pedagógicas y disciplinares que faciliten el aprendizaje de las matemáticas y que apoyen a la formación integral del alumno.

En particular las competencias docentes en EMS se refieren a "cualidades individuales, de carácter ético, académico, profesional y social que debe reunir el docente de matemáticas en bachillerato, y consecuentemente definen su perfil" (SEMS, 2008, p. 2). De las competencias docentes que establece la RIEMS (Cfr. SEMS, 2008, pp. 3-4), dos se relacionan con promover un ambiente que desarrolle la metacognición:

- *Dominar y estructurar los saberes para facilitar experiencias de aprendizaje significativo*. Esta competencia se refiere a argumentar la naturaleza, los métodos y la consistencia lógica de los saberes matemáticos, así como explicitar la relación de distintos saberes disciplinares con su práctica docente y los procesos de aprendizaje de los estudiantes. Al solicitar a los alumnos que expliquen cómo se relacionan los

[5] Este perfil está constituido por un conjunto de ocho competencias que integran conocimientos, habilidades y actitudes que el docente pone en juego para generar ambientes de aprendizaje en donde los estudiantes desplieguen las competencias genéricas (SEMS, 2008).

[6] El SNB permite ir acreditando la medida en la cual los planteles y los subsistemas realizan los cambios previstos en la RIEMS. Los planteles que ingresan al SNB son los que han acreditado un nivel elevado de calidad. Para mayor información consultar http://www.sems.gob.mx/es/sems/sistema_nacional_bachillerato.

conocimientos matemáticos entre sí, y que identifiquen la aplicación de las matemáticas en la vida cotidiana, se favorece la autorregulación de los aprendizajes y la reflexión sobre lo que ellos saben y cómo lo aplican al resolver problemas matemáticos. Además, el explicitar la relación entre los conocimientos se refiere a un proceso de elaboración mental, por parte del profesor para vincular los contenidos y elaborar argumentos para explicarlos a sus estudiantes.

- *Construir ambientes para el aprendizaje autónomo y colaborativo*, que logren favorecer entre los estudiantes el autoconocimiento y el deseo de aprender, al ofrecer oportunidades y herramientas para avanzar en sus procesos de construcción del conocimiento; así como la promoción de un pensamiento crítico y reflexivo a partir de los contenidos matemáticos establecidos. Tal competencia implica que el docente sea mediador y acompañe a los estudiantes en el proceso de conocerse cognitivamente, identifiquen las estrategias que les son viables al resolver problemas y, a la vez, que reflexionen sobre su responsabilidad para aprender, se auto-motiven y aprendan matemáticas por sí mismos (Mato-Vázquez et al., 2017).

Las competencias antes mencionadas definen el papel del profesor de matemáticas como mediador para el desarrollo de estrategias metacognitivas y el aprendizaje autorregulado en los alumnos. Además, resaltan la labor del docente para que el estudiante logre la generalización del conocimiento matemático a partir de problemas particulares, similares y de mayor complejidad. Tal propuesta está reflejada en el Documento Base de la Dirección General del Bachillerato[7] (SEMS, 2017) que, desde una perspectiva constructivista, sustenta la práctica del profesor de EMS en tres teorías: cognoscitiva, psicogenética y sociocultural (Cfr. SEMS, 2017, pp. 18-21).

La SEMS, desde la teoría cognoscitiva, plantea que el docente debe promover en los alumnos la regulación de su aprendizaje (lo qué aprenden y cómo lo aprenden); la postura psicogenética, espera que el maestro diseñe ambientes donde el estudiante construya su conocimiento de manera individual y, desde lo sociocultural, en conjunto con sus pares. Es evidente que, de acuerdo con la perspectiva constructivista, el profesor juega un papel

[7] Este documento "sustenta la operación de su plan de estudios en el contexto de las Reformas a la Educación Media Superior, desde el surgimiento de la Reforma Integral de la Educación Media Superior (RIEMS) hasta el Modelo Educativo para la Educación Obligatoria" (SEMS, 2017, p. 3).

importante en el proceso de aprendizaje; sin embargo, el alumno es quien debe llevar el rol activo al tener que: “selecciona[r], organiza[r] y transforma[r] la información que recibe… [por ejemplo, del docente], estableciendo relaciones entre dicha información y sus ideas o conocimientos previos” (SEMS, 2017, p. 19).

Desde esta postura constructivista, se espera que el profesor diseñe tareas matemáticas encaminadas a promover procesos de reflexión en el estudiante, antes, durante y después de la solución de éstas (SEMS, 2017). Tal forma de trabajar y guiar al alumno a reflexionar sobre la tarea cobra relevancia para el aprendizaje, pues el docente puede llevarlo a movilizar distintos recursos cognitivos y motivar el interés por las matemáticas (Basso y Abrahão, 2018).

Como se puede apreciar desde la visión de la SEMS (2017), el profesor cumple un papel relevante para proveer apoyo y así lograr el aprendizaje, y lo plantea como andamiaje brindado al estudiante para desarrollar o solucionar una tarea matemática. En este sentido el andamiaje debe cumplir dos propósitos: a) proporcionar apoyo gradual, según el nivel de complejidad de aprendizaje y la necesidad del estudiante, y b) desarrollar en el alumno la autonomía para que solucione las tareas por sí mismo (Bruner, 1987).

En relación con lo anterior, el actuar del profesor de bachillerato queda definido por la SEMS como el “conjunto de acciones que el docente, de manera consciente o inconsciente, realiza con el ánimo de hacer posible el aprendizaje de las matemáticas” (Jiménez y Gutiérrez, 2017, p. 115). Esta definición da cuenta de la relevancia y la complejidad de la práctica del profesor de matemáticas para lograr en los estudiantes de bachillerato un aprendizaje y el desarrollo de estrategias metacognitivas que ayuden a ese aprendizaje. Por ello, y de acuerdo con Ávila (2016), es necesario investigar las condiciones en las que sucede la enseñanza de las matemáticas en bachillerato, en especial, cómo se lleva a cabo ese actuar del profesor, para dar cuenta de lo que ocurre en el aula.

1.1.2. Práctica docente en matemáticas para el aprendizaje metacognitivo

La problemática relacionada con el quehacer del profesor de matemáticas –de cualquier nivel educativo– es variada y extensa, por ejemplo, cómo la práctica docente impacta en la enseñanza y en el aprendizaje de los alumnos (Peeters et al., 2014). Investigadores como

Adler et al. (2005) plantean qué debe saber y saber-hacer el docente para lograr una mejor enseñanza, de modo que se refleje en los estudiantes; por su parte, Valerio y Rodríguez (2017) mencionan que el profesor debe tener la capacidad para vincular la práctica con la teoría, y hacer uso de experiencias reales que les permitan a los alumnos reflexionar sobre los aprendizajes logrados.

En esta misma línea, y desde hace cuatro décadas, Schoenfeld (1989) considera que el docente debe proporcionar a los estudiantes un marco en el que puedan reflexionar sobre los procesos matemáticos que llevan a cabo durante la resolución de problemas o tareas, así como generar ambientes donde ellos logren aprender de manera autónoma. Lo anterior lleva a retomar esta problemática con profesores de bachillerato, en torno a cómo su práctica incide en el desempeño de sus alumnos ante la enseñanza de contenidos matemáticos; es decir, cómo el maestro favorece el desarrollo de estrategias metacognitivas para el aprendizaje autorregulado.

Por su parte, Kistner et al. (2010) resaltan la importancia de observar y describir cómo se da el aprendizaje autorregulado en entornos reales, como lo es el salón de clases. Para estos investigadores hay estrategias que el profesor implementa en su práctica cotidiana para enseñar contenidos disciplinares, pero que de manera implícita provocan un aprendizaje autorregulado en los estudiantes; sin embargo, los estudios sobre metacognición se enfocan principalmente en el alumno. Se requieren propuestas de investigación que determinen cómo se desarrolla la metacognición en contextos reales, de modo que brinden una visión de la clase de matemáticas, en general y en particular del quehacer docente (Preiss et al., 2018; Schneider y Artelt, 2010).

Como muestra de una visión general en las clases de matemáticas, Preiss et al. (2018) desarrollaron un estudio observacional en donde analizaron las clases de 128 maestros de matemáticas en Chile. El objetivo del estudio fue explorar si las estrategias de instrucción que promueven el aprendizaje autorregulado son parte del repertorio de enseñanza de los maestros de matemáticas. Como parte del contexto, los investigadores encontraron que los docentes exponen el contenido matemático en modalidad conferencia, es decir, dirigida por el maestro, para después pedir a los alumnos que practiquen de manera independiente lo que se les ha enseñado. Otro de los resultados fue que se dedica poco tiempo para que los estudiantes argumenten sobre su propio proceso cognitivo; por ejemplo, *pensar en voz alta* para plantear dudas al docente.

Preiss et al. (2018), de acuerdo con sus conclusiones, plantean que las clases están centradas en el actuar del profesor, en donde los estudiantes en su mayoría son receptivos, lo cual identifica la naturaleza unidireccional de la instrucción en matemáticas. Finalmente, los resultados de esta investigación señalan que los maestros tienen interés en motivar la participación de los estudiantes, pero el trabajo metacognitivo en las clases de matemáticas está presente en menor medida.

Las investigaciones muestran que la práctica docente de matemáticas centrada en el modelamiento de estrategias cognitivas (i.e., procedimientos que permitan ayudar a los alumnos a organizar sus recursos cognitivos, afectivos y de voluntad, tiempo, lugar de estudio entre otros) es un medio para fomentar estrategias metacognitivas en los estudiantes (Klimenko y Alvares, 2009). Para ello, es preciso que durante la enseñanza de los contenidos matemáticos el docente realice preguntas de reflexión a los alumnos con el propósito de conocer la forma en que perciben su rendimiento.

En relación con Klimenko y Alvares (2009), investigadores como Shilo y Kramarski (2018) afirman que el conocimiento y las estrategias metacognitivas (planear, monitorear y evaluar) permanecen inconscientes en los estudiantes hasta que son desafiadas por los docentes a través de solicitarles que verbalicen explicaciones o reflexiones de lo que hacen ante una tarea matemática. Esta afirmación es resultado de su estudio de intervención (grupo experimental y control) con enfoque mixto, que implicó el autointerrogatorio metacognitivo (qué, cómo, cuándo y por qué) con 32 docentes y 824 alumnos de primaria en Israel. Los autores investigaron el modelo de discurso matemático-metacognitivo con IMPROVE[8] y las preguntas metacognitivas que tienen el objetivo de promover un mayor nivel de reflexión en el discurso dado en las clases de matemáticas. Por ejemplo, para planeación, las preguntas que los docentes, del grupo experimental, plantearon fueron: ¿de qué se trata el problema?, ¿cuáles son las similitudes/diferencias entre el problema en cuestión y los problemas que resolvimos antes?, ¿cuáles son las estrategias apropiadas para resolver el problema?, ¿por

[8]IMPROVE es un método planteado por Mevarech y Kramarski (1997, 2014) que, a partir del auto-cuestionamiento para mejorar la enseñanza/aprendizaje matemático, recurre al andamiaje en la resolución de problemas mediante el uso de indicaciones dirigidas hacia la comprensión y reflexión.

qué? Para monitoreo: ¿tiene sentido la solución?, ¿por qué? Finalmente, evaluación: ¿siento que puedo gestionar la tarea?, ¿por qué?, ¿podría resolverla de otra manera?, ¿cómo?

Por lo anterior se afirma que la enseñanza de las matemáticas es exitosa cuando propicia en el estudiante la necesidad de aprender de manera autorregulada y donde el docente es un mediador que aporta herramientas y espacios para lograr ese aprendizaje (Buitrago y Giraldo, 2016). En este sentido, el profesor debe proponer actividades en la clase de matemáticas que favorezcan la comunicación y el intercambio de significados, además de reconocer y dar espacio para que el alumno tenga un rol activo en su proceso de aprendizaje (Klimenko y Alvares, 2009).

Diversas investigaciones muestran la importancia del quehacer docente para la implementación de estrategias metacognitivas en los estudiantes ante un problema dado. Marchis (2011) presenta un estudio acerca de cómo los profesores de matemáticas, de educación primaria, guían a sus alumnos durante la resolución de problemas por medio de orientaciones que contribuyen al desarrollo de estrategias para lograr el aprendizaje autorregulado. En la investigación realizada con 62 docentes de matemáticas (31 de nivel primaria y 31 de secundaria), Marchis concluyó que para la estrategia de planeación 85.5% de los docentes piden a los alumnos que primero lean el problema e identifiquen el contexto que se plantea; en relación con el monitoreo, 67.7% solicita a los estudiantes que verifiquen si han usado todos los datos del problema para resolverlo, además, de hacerles preguntas (por ejemplo, ¿qué están haciendo? y ¿por qué lo hacen?), las cuales ayudan a verbalizar el razonamiento y reflexionar sobre el actuar; en relación con la evaluación, 50% pide a sus alumnos que expliquen cómo resolvieron el problema.

Lo anterior muestra que acompañar al estudiante en el proceso de resolver la tarea matemática de modo que monitoree, corrija y evalué su experiencia puede propiciar en él un mayor interés por aprender y darse cuenta de lo que hace y por qué lo hace (Dignath y Büttner, 2008). Este tipo de práctica implica que el alumno *imite* al maestro en términos de llevarlo a reflexionar y controlar lo que hace ante la solución de una tarea. Ellis et al. (2014) afirman que tal imitación permite mejorar la autorregulación, cuando los estudiantes están expuestos a las estrategias didácticas que el docente utiliza para la solución de una tarea matemática.

Existen dos formas de promover la autorregulación en los alumnos en la clase de matemáticas: de forma indirecta y directa (Rigo et al., 2010; Wulandari et al., 2018). De acuerdo con Kistner et al. (2010), la primera se refiere cuando un maestro puede inducir implícitamente a sus alumnos, por ejemplo, modelando el uso de una estrategia para resolver un problema matemático. En esta situación el profesor muestra cómo usar la estrategia sin mencionar que este comportamiento puede ser una estrategia de aprendizaje efectiva. La segunda se logra cuando un docente de matemáticas le pide, explícitamente, a su grupo que desarrolle una determinada actividad, por ejemplo, explicar una estrategia de aprendizaje que mejore su desempeño; además, se da cuando el profesor les brinda información sobre el significado y la importancia de esa estrategia al aprender matemáticas.

Para Ellis et al. (2014), promover la autorregulación de manera directa o explícita le permite al docente presentar a los alumnos información sobre el significado y la importancia de controlar el aprendizaje, así como contribuir a la permanencia y transferibilidad a otros contextos. En cambio, de acuerdo con Kistner et al. (2010), cuando ocurre de forma indirecta, los alumnos no logran mantener la generalización de estrategias que autorregulen el aprendizaje, aunque sí se dan avances en su aprendizaje.

En consonancia con los resultados expuestos sobre la relevancia del papel del docente en la metacognición, Díaz et al. (2017) dan cuenta de cómo el maestro, con el interés de lograr un aprendizaje metacognitivo, promueve en sus estudiantes universitarios la acción de dedicar tiempo para realizar tres actividades al resolver una tarea matemática:

> 1) efectuar una reflexión sobre formas de estudio para alcanzar un determinado objetivo…; 2) comentar brevemente… experiencias personales sobre procedimientos de planificación del estudio, formas de estudio que facilitan la comprensión y la supervisión del propio proceso de estudio; 3) posteriormente a la clase, estudiar en forma autónoma el tema. (p. 97)

Los datos presentados por Díaz et al. (2017) muestran que cuando los alumnos reciben orientación, por parte del profesor, aumentan sus procesos de autorregulación para el aprendizaje, la autopercepción y autoeficacia sobre sus estrategias de aprendizaje metacognitivas.

De acuerdo con lo antes expuesto, existen estudios que dan cuenta de la relevancia que tiene la práctica docente para acompañar y guiar a los estudiantes a regular sus aprendizajes, pero también muestran dificultades para potencializar la reflexión, autorregulación o metacognición en la clase de matemáticas. De ahí, la importancia que tiene el estudiar la práctica en EMS que permite tener una aproximación a lo que acontece en el aula, las interacciones entre los docentes y sus alumnos y dar cuenta de cómo se promueve y se logra la metacognición para el aprendizaje autorregulado en el estudiante.

1.1.3. Estrategias metacognitivas en el aprendizaje de las matemáticas

Las investigaciones muestran que en el estudiante ocurren tres estrategias metacognitivas (planear, monitorear y evaluar), las cuales le permiten controlar o autorregular su aprendizaje ante una tarea matemática, pero para ello, el papel del profesor es fundamental (Schoenfeld, 2010). En un estudio de intervención realizado por Vesga et al. (2015) se apunta que el uso de preguntas abiertas y de respuestas múltiples puede ser un factor para la metacognición en el alumno. Estas preguntas deben ir encaminadas a la confrontación inicial y transformación de los datos para crear un plan de acción y resolver la tarea matemática (planeación), a la ejecución y supervisión del plan previamente diseñado (monitoreo), y a realizar juicios de aprobación sobre la pertinencia del plan y de las acciones llevadas a cabo por el alumno para dar solución a la tarea (evaluación) (Zimmerman y Moylan, 2009). Este último aspecto involucra la reflexión sobre el proceso de solución de la tarea y el grado de satisfacción con los resultados que obtuvo.

Otra de las investigaciones que muestran las estrategias metacognitivas que los alumnos utilizan al resolver un problema matemático es el estudio realizado por Mokos y Kafoussi (2012). Estos investigadores reportan que cuando los estudiantes de quinto grado trabajan en parejas para resolver problemas, muestran mayor uso y solidez de estrategias metacognitivas, tal como gestionar la información que tienen, que se considera dentro de la planeación, monitorear lo que comprenden y, por último, evaluar lo que hacen. Además, los autores precisan que futuras investigaciones podrían centrarse en las prácticas docentes, pues apuntan que, por un lado, es necesario una instrucción o enseñanza guiada que permita a los alumnos identificar cómo utilizar estrategias metacognitivas para obtener mejores resultados en las clases de matemáticas; y, por otro, sobre el nivel de efectividad del quehacer docente que incentiven en los estudiantes el uso de estrategias de monitoreo durante la solución de tareas matemáticas.

Un estudio que muestra cómo los alumnos hacen uso de estrategias metacognitivas mientras aprenden, es el desarrollado por García et al. (2015), quienes aplicaron el *Cuestionario de Conocimiento de Estrategias de Aprendizaje, y las Habilidades Metacognitivas con Medidas del Proceso* a 524 estudiantes de quinto y sexto de primaria durante la resolución de problemas matemáticos. Los autores señalan que los estudiantes muestran un nivel de conocimiento metacognitivo moderado, debido a su falta de experiencia en el uso de estrategias metacognitivas al resolver problemas matemáticos. De acuerdo con los resultados, los alumnos reportan que dedican mayor tiempo al monitoreo en comparación con la planeación, pues pasan más tiempo haciendo cálculos y algoritmos para resolver la tarea que representar y organizar la información que ésta les da, dibujar o resumir diagramas que le permitan comprender e identificar los datos que se tienen o recordar problemas similares y cómo los solucionaron (planeación).

Los resultados de García et al. (2015) coinciden con lo reportando por Schoenfeld (1985, 1992), quien encontró que alumnos de educación básica regulan su aprendizaje al resolver problemas matemáticos y se refleja cuando ellos, por ejemplo, identifican y eliminan distractores, supervisan sus procesos de solución, detectan y eliminan errores, y miden el tiempo que los lleva solucionar un problema. Schoenfeld (2010) y Fernández-Gago et al. (2018) afirman que el maestro es un factor importante para generar en sus estudiantes procesos metacognitivos, al ayudarlos a tener más o mejor estructurado algún conocimiento matemático específico, a usar diferentes heurísticas o estrategias cognitivas para resolver problemas, a que sus creencias sean más flexibles y que les permitan usar el conocimiento específico y las estrategias para solucionar las tareas, y a utilizar efectivamente los recursos que tienen disponibles (por ejemplo, el uso eficiente del tiempo y del conocimiento, pues son factores que impulsan el éxito o fracaso ante la solución de un problema).

En un contexto cercano, Márquez y Cuevas (2017) resaltan de su estudio de corte cuantitativo, con 254 estudiantes de nivel secundaria en México y que tienen un perfil de aptitudes sobresalientes para su aprendizaje, que los alumnos utilizan estrategias de tipo cognitivas (sensibilización, elaboración, personalización) y metacognitivas (planificación, regulación y evaluación o recuperación) antes, durante y después de resolver un problema matemático y que esto les permite adquirir o desarrollar capacidades para el trabajo autónomo y mejorar su rendimiento académico. Las estrategias metacognitivas que los estudiantes utilizan en mayor medida son: evaluación o recuperación en un 46%, regulación o monitoreo 42% y planificación en un 37%. Además, estos investigadores reportan que los participantes transfieren información de acuerdo con las experiencias personales que han tenido, recordando con facilidad aquellos procedimientos que han aprendido a lo largo de su formación académica.

Por su parte, para favorecer estrategias metacognitivas, autores como Vula et al. (2017) señalan que a partir de las intervenciones de los docentes en el proceso metacognitivo de los alumnos se favorece el proceso de aprendizaje, la creación de razonamiento matemático y la comprensión de lectura como una posibilidad para mejorar la resolución de problemas matemáticos. Lo anterior es el resultado principal de su intervención con el programa IMPROVE, con 263 estudiantes de tercer y quinto grado de primaria en Kosovo. Los autores muestran que las estrategias metacognitivas y los procesos de autorregulación que los estudiantes utilizan para controlar sus acciones, razonar y reflexionar, son uno de los principales recursos que influyen en su éxito para resolver un problema matemático. Estas estrategias permiten planificar y organizar información lingüística, comprender las relaciones entre los conceptos y luego seleccionar operaciones aritméticas correctamente.

Finalmente, Cueli et al. (2013) reportan que desarrollaron una investigación con 626 alumnos de matemáticas pertenecientes a quinto y sexto de primaria (10 y 13 años) divididos en tres grupos de acuerdo con su rendimiento, bajo (0-5 de calificación), medio (6-8) y alto (9-10) a quienes se les aplicó el cuestionario *Conocimiento de Estrategias de Autorregulación y el Inventario de Procesos de Autorregulación del Aprendizaje* para relacionar el rendimiento académico de los sujetos con su conocimiento de las estrategias autorregulatorias, y la aplicación de las mismas en matemáticas. Los resultados muestran que los alumnos con mayor rendimiento académico señalaron planificar más sus procesos de solución ante un problema, en cambio, el monitorear es la estrategia que desarrollan más los estudiantes de mayor rendimiento seguidos de los alumnos de rendimiento medio. Estos resultados reflejan que, en los estudiantes de 9 y 10 de calificación, las estrategias de planear y monitorear conforman la primera fase de la autorregulación y que dedicarles más tiempo determina en mayor medida la posibilidad de alcanzar un resultado óptimo.

Los resultados de Cueli et al. (2013) muestran que los alumnos con medio y bajo rendimiento académico son los que manifiestan la ejecución de la estrategia de evaluación en mayor medida, en contraste con la planificación y monitoreo; por su parte, los estudiantes con rendimiento alto no precisan de una evaluación tan exhaustiva del resultado, ni de todo el procedimiento de solución, puesto que ya han realizado esta estrategia metacognitiva durante la planificación y el monitoreo de la tarea matemática.

1.2. Problemática de investigación

En la revisión de literatura se resalta la importancia de la metacognición para el aprendizaje autorregulado en matemáticas, de todos los niveles educativos, en particular, el bachillerato. El docente al ser un actor central en el proceso educativo puede generar espacios, de manera intencional o no, para la autorregulación en los estudiantes.

Por lo anterior resulta relevante describir cómo se promueve la metacognición en las clases de matemáticas, desde la perspectiva de los propios docentes de bachillerato. También es necesario conocer las razones por las cuales se implementan las prácticas de promoción de la metacognición. De acuerdo con la normativa oficial (SEP, 2017a), se espera que los profesores del Nivel Medio Superior sean quienes propongan situaciones de aprendizaje, en donde los alumnos potencialicen su propio control cognitivo que ya conocen y dominan desde la educación básica.

Además de lo señalado, resulta trascendental apuntar que la presente investigación parte de la discusión de diversos autores como Curotto (2010), Muijs y Bokhove (2020), Quintana-Terés (2014), Rigo et al. (2010) y van de Pol et al. (2010), quienes señalan que la metacognición puede ser promovida de manera intencionada o no y que la figura central para que esto suceda es el docente al estar enseñando un contenido. Tomando como referencia lo anterior, en la presente investigación se considera que tener una aproximación a la práctica docente en bachillerato es importante para describir cómo se promueve el uso de estrategias metacognitivas en la clase de matemáticas.

La problemática que esta investigación intenta resolver es dar cuenta de la complejidad de favorecer en el alumno, sea de forma intencional o no, el uso de estrategias metacognitivas durante el proceso de enseñanza aprendizaje de matemáticas en bachillerato; una forma de contribuir a la solución de esta problemática es a través de explorar las prácticas docentes en contextos no intervenidos. Aunque la normativa oficial demanda espacios para el aprendizaje autorregulado en el salón de clases (SEP, 2017a), depende en gran medida de las nociones que los docentes tengan con respecto a la metacognición y cómo favorecerla en los estudiantes de bachillerato.

1.3. Preguntas de investigación

El presente trabajo de investigación surge por el interés de estudiar la práctica docente en matemáticas relacionada con la promoción de estrategias metacognitivas en estudiantes de bachillerato. De acuerdo con lo anterior, las siguientes preguntas guían la investigación aquí planteada:

- ¿Qué acciones del profesor de bachillerato, llevadas a cabo en la clase de matemáticas, promueven el uso o desarrollo de estrategias metacognitivas en los estudiantes para el aprendizaje autorregulado?
- ¿Qué estrategias metacognitivas promueve el profesor en los estudiantes de bachillerato al enseñar matemáticas?
- ¿Qué sabe el docente que enseña matemáticas en bachillerato sobre metacognición, de acuerdo con el Modelo Educativo Obligatorio?

1.4. Objetivos de investigación

Para dar respuesta a las preguntas antes planteadas, se han delimitado los siguientes tres objetivos:

- Explorar la práctica docente de bachillerato en matemáticas centrada en la promoción de estrategias metacognitivas en los alumnos.

- Identificar las estrategias metacognitivas que el profesor de bachillerato promueve en los alumnos al enseñarles contenidos matemáticos para el aprendizaje autorregulado.
- Identificar lo que conoce el profesor de bachillerato sobre metacognición tomando como referente el Modelo Educativo Obligatorio.

1.5. Justificación

Los antecedentes expuestos muestran la incidencia del actuar del docente que, con intención o no, tiene impacto en el logro de la autonomía para el aprendizaje de los estudiantes (Peeters et al., 2014). También dan cuenta que el interés por conseguir aprendizajes reflexivos es un objetivo central de la EMS, pues este nivel educativo corresponde a una etapa de formación y adquisición de competencias académicas donde se estimula la reflexión crítica, y tiene la intención de formar "mujeres y hombres como ciudadanos integrales con la capacidad de *aprender a aprender* en el trayecto de la vida" (SEMS, 2020, p. 4).

De aquí la pertinencia de estudios que por un lado enfaticen la atención en la práctica del profesor de bachillerato, en términos de qué acciones incentivan el desarrollo de estrategias metacognitivas en los alumnos y así autorregular su aprendizaje, al trabajar contenidos matemáticos en el salón de clases. A partir de ello se pueden conocer los posibles elementos o aspectos que influyen en el actuar de los docentes, así como revalorizar el papel de los docentes de bachillerato, en donde se precisa conocer, describir, "actualizar y diversificar los métodos de enseñanza para el aprendizaje de los estudiantes y el logro académico" (SEMS, 2020, p. 5), de modo que ambos aspectos se logran al registrar lo que ocurre en las clases de bachillerato.

Una de las cuestiones principales para describir el proceso educativo en matemáticas y en bachillerato es conocer qué induce o provoca en el estudiante la decisión de planear, monitorear y evaluar su aprendizaje (Torrano et al., 2017). En este proceso el profesor de matemáticas, acompaña al alumno e impulsa aspectos metacognitivos con el fin de lograr que sea consciente de lo que engloba el aprendizaje y que se conozca como aprendiz (Buitrago y García, 2011).

Con relación a lo anterior, faltan estudios centrados en describir explícitamente lo que saben y saben hacer los docentes, así como dar cuenta de la relación que se da entre el profesor y los alumnos en el salón de clases, qué se logra en las clases de matemáticas al resolver problemas en bachillerato, cómo enseñan los docentes de bachillerato, cómo es su práctica en el salón o cómo éste gestiona y organiza a los alumnos para que aprendan contenido matemático (Adler et al., 2005; Donoso et al., 2020; Joseph, 2010), para el logro de las exigencias en cuestión de aprendizajes metacognitivos. Se propone analizar lo que ocurre en las clases de matemáticas bajo un modelo que dé cuenta de cómo los profesores a partir de la presentación y solución de tareas matemáticas en bachillerato promueven en sus estudiantes estrategias metacognitivas y así autorregular su aprendizaje.

La razón de describir esta problemática radica en contribuir a identificar lo que acontece en el aula durante la enseñanza de las matemáticas, en especial, cómo y para qué los docentes aplican sus estrategias de enseñanza en la clase de matemáticas. Al considerar la enseñanza desde una perspectiva constructivista se parte de la concepción de que el desarrollo e intercambio de ideas es compartido y se cumple estando en contacto con otros. Asimismo, la potencialización o generar el interés para reflexionar sobre lo que se aprende también se logra al compartir, modelar e interactuar con el docente y sus acciones. Para Gaeta (2014) y la SEP (2017a), es importante la intervención y mediación del docente para desarrollar y promover en los alumnos estrategias metacognitivas que se potencializan a partir la interacción con otras personas expertas, como el profesor de matemáticas.

Gaeta (2014) apunta sobre la necesidad de realizar estudios que den cuenta de los contextos naturales, como lo es la clase de matemáticas de bachillerato, sobre aspectos específicos de la autorregulación, por ejemplo, qué estrategias metacognitivas son las que los docentes promueven al enseñar matemáticas, y si esto sucede con docentes que no tienen, como parte de su perfil inicial, formación en didáctica o capacitación que cubra esta formación. Asimismo, la revisión de literatura y las líneas de investigación aquí presentadas evidencian la necesidad de estudios centrados en la práctica del profesor de bachillerato y cómo sus contribuciones discursivas dan cuenta de las interacciones que propician el aprendizaje autorregulado en matemáticas (NCTM, 2014; van de Pol et al., 2010).

La presente investigación proporciona información en torno a la relevancia de explorar la práctica docente en nivel Medio Superior, pues, además de cumplir con cursos de capacitación y actualización, demandas de la normativa, los profesores también generan, de manera intencional o no, de acuerdo con sus nociones y herramientas didácticas, espacios donde los alumnos reflexionan y desarrollan estrategias metacognitivas ante tareas matemáticas. Además, en muchas ocasiones, los profesores recurren a buscar alternativas didácticas como producto de sus experiencias docentes y a las maneras en que aprendían cuando eran alumnos, con el objetivo de presentar los contenidos a sus estudiantes de una manera fácil de comprender pero también cumplir con los periodos estipulados para cubrir los contenidos.

CAPÍTULO 2.
MARCO CONCEPTUAL[9]

Con el objetivo de lograr una perspectiva teórica para explorar las acciones del profesor durante la clase de matemáticas y su relación con el desarrollo de estrategias metacognitivas (planear, monitorear y evaluar) en alumnos de bachillerato, en el estudio aquí descrito se toma como marco de referencia las interacciones sociales entre el profesor y los alumnos; además, se discute el concepto de metacognición, los tipos de estrategias y su relación con la práctica docente dada en la enseñanza de las matemáticas. Para concluir, en el presente Capítulo también se define la tarea matemática y su vínculo con la metacognición a partir de la resolución de problemas.

2.1. Interacción social en el aula: profesor y alumnos en el aprendizaje

En la EMS se concibe al profesor de matemáticas como un actor centrado en el aprendizaje de los alumnos, comprometido con la mejora constante de su práctica, facilitador e investigador (SEP, 2017a). Se enfatizan las interacciones entre el docente y los estudiantes como espacios de construcción colectiva de conocimiento y de transformación cognitiva (SEP, 2017a). En este sentido, "… el aprendizaje presupone una naturaleza social específica y un proceso, mediante el cual los niños acceden a la vida intelectual de aquellos que les rodean [como lo es el profesor]" (Vygotsky, 1989, p. 136). Desde esta perspectiva, la interacción al interior del aula cobra relevancia para que ocurra el aprendizaje de las matemáticas.

En esta interacción, el docente es visto como facilitador de ambientes para "promover en los bachilleres el desarrollo de procesos metacognitivos que les permitan desarrollarse de manera autónoma en diversas actividades" (SEMS, 2017, p. 50), lo que refleja que, para el Modelo educativo de EMS, desde un enfoque sociocultural, el desarrollo del control metacognitivo es una prioridad curricular. A través de las interacciones, el profesor ofrece la

[9] El marco conceptual aquí planteado, dada su relevancia en la presente investigación y su discusión, a partir de la revisión de la literatura, sobre el papel del profesor en el desarrollo de estrategias metacognitivas, está reportado en el siguiente artículo de investigación: *Discusión teórica sobre las prácticas docentes como mediadoras para potencializar estrategias metacognitivas en la solución de tareas matemáticas* (Cázares et al., 2020).

posibilidad al estudiante de conocer y hacer uso de procesos de regulación sobre la pertinencia y eficiencia de las estrategias que son utilizadas durante la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (Klimenko y Alvares, 2009).

El enfoque sociocultural señala que el proceso de aprendizaje incentiva recursos cognitivos internos en el alumno, que son capaces de operar sólo cuando el individuo está en interacción con las personas de su entorno (Martínez et al., 2011). Así mismo, señala que el aprendizaje se logra al observar y participar con otros individuos, que se dirigen hacia un mismo objetivo de aprendizaje. Martínez et al. (2011) afirman que a medida que transcurre el tiempo, el estudiante es capaz de operar de manera independiente las habilidades y estrategias aprendidas en la interacción con otros, como lo es el docente.

De acuerdo con Vygotsky (1978), el aprendizaje ocurre con asistencia de otro, pues el límite de la habilidad de un estudiante para desarrollar una actividad se puede ampliar si otra persona con mayor dominio del tema le proporciona apoyo. Las interacciones entre el docente y el alumno en la clase de matemáticas pueden proporcionar el contexto de apoyo para desarrollar estrategias metacognitivas al considerar los procesos de autorregulación como un proceso social (Parra et al., 2017; Villalta y Martinic, 2013; Vygotsky, 1978).

2.2. Metacognición en la clase de matemáticas: dos constructos para su discusión

De acuerdo con diversos autores (Martínez-Ruíz, 2017; Schoenfeld, 2012; Zimmerman y Moylan, 2009), el concepto de metacognición se relaciona con el aprendizaje autorregulado, por lo que es necesario recurrir a su significado y desarrollo inicial para una mejor comprensión del término. Desde una perspectiva psicológica, en sus primeros estudios, Flavell (1976; Jaramillo y Simbaña, 2014) se dio cuenta de que los niños desarrollaban procesos cognitivos de alto nivel para a) controlar la memoria y almacenar información y b) recuperar información. Para el primero, los menores de edad recurrían a atender, codificar, memorizar y estudiar. Con respecto al segundo, los niños realizaban diferentes acciones, por ejemplo, reconocer, recordar y reconstruir, entre otras. De acuerdo con lo anterior, para Flavell (1985, pp. 277-279) la metacognición está vinculada con la metamemoria, y esta última se refiere a:

> Los conocimientos y procesos cognitivos que tiene la persona sobre todo lo relativo a la memoria. En la memoria se distinguen, asimismo, actividades de almacenamiento y de

> recuperación. Como sus propios nombres indican, las actividades de almacenamiento sitúan información en la memoria mientras que las actividades de recuperación escogen información de la memoria. Almacenar significa atender, codificar, memorizar, estudiar y cosas por el estilo. Aprender suele ser un buen sinónimo. Recuperar significa reconocer, recordar, reconstruir el recuerdo de lo que se ha almacenado anteriormente.

En la actualidad, la metacognición es definida como la adquisición de conocimiento que tiene un estudiante sobre su propia cognición o procesos de pensamiento, lo que le permite regular su pensamiento y desarrollar actividades de monitoreo sobre su aprendizaje (Martínez-Ruíz, 2017; Schneider y Artelt, 2010); consiste en planear, monitorear y evaluar determinados procesos cognitivos que le permitan solucionar tareas específicas de aprendizaje (Medina et al., 2017).

Dentro de las investigaciones que discuten el concepto de metacognición se encuentran autores como Osses y Jaramillo (2008), quienes consideran que este constructo está compuesto por conocimiento cognitivo o metaconocimiento y control metacognitivo o autorregulación del conocimiento. Con el interés de dar cuenta de la relación directa entre ambos constructos, Osses y Jaramillo apuntan que el metaconocimiento se refiere al nivel de consciencia que un estudiante tiene para identificar cómo aprende, y la autorregulación se vincula con la reflexión sobre qué necesita para aprender o cuál es la estrategia más viable para solucionar un determinado problema. Para estos autores, la metacognición ocurre de la siguiente manera:

> Cuando se tiene consciencia de la mayor dificultad para aprender un tema que otro; … cuando se piensa que es preciso examinar todas y cada una de las alternativas en una elección múltiple antes de decidir cuál es la mejor, cuando se advierte que se debería tomar nota de algo porque puede olvidarse. (p. 191)

El conocimiento cognitivo y el control metacognitivo se desarrollan simultáneamente en la comprensión de conceptos o procedimientos matemáticos ante una tarea dada (Schoenfeld, 1992). Desde esta perspectiva, la metacognición hacia el aprendizaje de las matemáticas se refiere a la adquisición de conocimiento sobre los propios procesos de pensamiento (conocimiento cognitivo) y el desarrollo de actividades adecuadas de monitoreo y autorregulación (control metacognitivo). A continuación, se describe cada uno de estos constructos.

2.2.1. Conocimiento cognitivo o metaconocimiento

De acuerdo con Flavell (1979, p. 907), el conocimiento cognitivo o metaconocimiento "consiste en creencias sobre qué factores o variables interactúan y de qué manera afectan el curso y los resultados de las empresas cognitivas". En otras palabras, el metaconocimiento se refiere al componente de tipo declarativo que un alumno tiene acerca de tres conocimientos: de la tarea matemática y de sus demandas, de sus recursos cognitivos disponibles para afrontarla, y del procedimiento que puede utilizar para resolver tal tarea (Sáiz y Guijo, 2010).

El conocimiento declarativo, en relación con la tarea, precisa la información y los datos que un estudiante posee sobre los objetivos y las características de la tarea matemática, permite identificar el grado de dificultad y elegir el procedimiento más apropiado para resolver la tarea(Kaur y Areepattamannil, 2012), así como juzgar las demandas cognitivas en una tarea en particular. Un ejemplo de ello es cuando un alumno en la clase de matemáticas conoce y comprende la información que tiene disponible durante la solución de un problema, e identifica el tipo de “tratamiento que cada clase de información requiere o no requiere” (Iriarte y Sierra, 2011, p. 68).

El conocimiento declarativo sobre los recursos cognitivos (saber qué) incluye las potencialidades y limitaciones cognitivas que el estudiante tiene y que le facilitarán para desarrollar la tarea matemática (Schoenfeld, 2010). Para Shilo y Kramarski (2018) este conocimiento se refiere a la recopilación de información, conceptos, hechos y reglas relacionadas con el contenido de la tarea aprendida, así como información sobre diversos medios para completar la tarea; por ejemplo, saber el tiempo que le lleva al estudiante resolver un problema o aprender la definición de ángulos cuadrantales.

El tercer tipo de conocimiento implica que el alumno conozca (saber cómo) los conceptos, procedimientos o algoritmos de modo que los pueda implementar en la solución de diversas tareas matemáticas (Dignath y Büttner, 2008; Kaur y Areepattamannil, 2012); por ejemplo, cuando un estudiante sabe que una forma de calcular la pendiente de una gráfica lineal es mediante su definición o dados dos de sus puntos de la recta (Santos, 2010).

2.2.2. Control metacognitivo o autorregulación del conocimiento

La autorregulación del conocimiento está relacionada con planear, monitorear y evaluar los procedimientos que un alumno utiliza para solucionar una tarea matemática. Estas estrategias se definen como la capacidad o el conjunto de acciones que tiene el alumno para orientar el metaconocimiento, es decir, guiar sus operaciones y procesos mentales –el qué– y saber cómo utilizarlas o cambiarlas de manera eficiente para la solución de tareas (Osses y Jaramillo, 2008; Zimmerman y Moylan, 2009). Barrera y Cuevas (2017, p. 7) plantean que los estudiantes, al tener control metacognitivo, llevan a cabo las siguientes acciones para definir el procedimiento de solución ante una tarea dada:

> Meditan el plan antes de comenzar a plasmarlo, eligen el método que consideran más pertinente según las necesidades del problema, consideran desde un inicio solo los datos relevantes y decantarse por elegir aquellos tipos de procedimientos que generalmente les funcionan (gráficos, esquemas, dibujos, entre otros).

Además, Barrera y Cuevas (2017, p. 7) mencionan que después de planear e identificar la alternativa de solución que creen más viable, los alumnos implementan ese plan donde desarrollan procedimientos algorítmicos necesarios y donde incluyen:

> La secuencia lógica de sus pasos, ajustes en los cálculos, cambios en su estrategia inicial ya sea porque su método no los llevó a la respuesta [esperada], no les parece que responda a las necesidades del problema o para optimizar la solución.

De acuerdo con los resultados presentados por Barrera y Cuevas (2017) en su investigación denominada *Uso de estrategias metacognitivas en la resolución de problemas aritméticos de estudiantes de primer ingreso de la licenciatura en enseñanza de las Matemáticas*, los participantes utilizaron con frecuencia la estrategia de monitoreo, en comparación con planificación y evaluación, para los procedimientos que implementaron al resolver una tarea matemática. Además, los estudiantes se dieron cuenta de que el monitoreo tenía sentido y les permitía identificar otros procedimientos viables para obtener la misma respuesta.

Entre las acciones de los alumnos que dan cuenta de la forma en que llevan a cabo el control metacognitivo al responder una tarea matemática, destaca la verificación que hacen de tales procedimientos las veces que consideren necesario, lo que los lleva hacia un resultado, asegurarse de que éste tiene sentido y que corresponde a la consigna dada en la tarea matemática.

Una propuesta para visualizar las tres estrategias metacognitivas que el estudiante pone en juego al solucionar una tarea matemática, es el *Modelo Cognitivo Social de Autorregulación –Social Cognitive Model of Self-regulation*[10]– propuesto por Zimmerman y Moylan (2009). En este modelo, la autorregulación del aprendizaje se da a través de tres estrategias metacognitivas que mantienen una estrecha relación entre sí: planear, monitorear y evaluar (véase Figura 1).

Figura 1. Fases y estrategias metacognitivas para la autorregulación del aprendizaje en la solución de una tarea matemática. Adaptada de Zimmerman y Moylan (2009, p. 300).

De la figura anterior se destacan dos aspectos importantes. El primero respecto a la interrelación entre las estrategias metacognitivas, las cuales dependerán de la frecuencia de retroalimentación proveniente de fuentes internas y externas. En el contexto de la educación, la fuente externa se refiere a las acciones o al discurso del profesor de matemáticas, y la fuente interna está relacionada con la propia motivación del alumno para llevar a cabo una tarea (Zimmerman y Moylan, 2009). Ambas fuentes de retroalimentación son relevantes en el desarrollo e implementación de tales estrategias, la manera en cómo se presentan facilitan o debilitan el esfuerzo e interés del estudiante para autorregular su aprendizaje, debido a las

[10] "Un modelo de fase cíclica de autorregulación que integra procesos metacognitivos y medidas clave de motivación" (Zimmerman y Moylan, 2009, p. 300).

motivaciones que reciban y que hagan mejorar su idea de autoeficacia para solucionar la tarea por sí mismo.

El segundo aspecto corresponde al concepto de metacognición. En el modelo de Zimmerman y Moylan (2009) se recupera la idea de metacognición como un proceso continuo que involucra la reflexión y la acción. En este sentido, las tres estrategias mantienen una relación estrecha y, al ser un "circuito de retroalimentación personal", llevan al alumno a usar información sobre su rendimiento y de los resultados para la solución de futuras tareas (Zimmerman y Moylan, 2009, p. 300). A continuación, se presenta la descripción de cada estrategia metacognitiva y la relación entre ellas en la solución de tareas matemáticas.

2.2.2.1. Planeación: ¿qué procedimiento requiero para resolver la tarea?

Para solucionar una tarea matemática se espera que el alumno determine el procedimiento o el algoritmo de solución (Polya, 1979; Schoenfeld, 1992). La estrategia de planeación involucra la motivación, procesos cognitivos y esfuerzo para resolverlo, de modo que lleven al alumno a establecer el procedimiento de solución (Zimmerman y Moylan, 2009).

Esta estrategia implica que el estudiante analice la tarea, que identifique datos clave o la descomponga en indicaciones, las cuales puedan ser atendidas y resueltas a partir de los conocimientos previos que éste posee. El análisis de la tarea involucra dos elementos: establecer metas y elaborar un plan de acción, donde el estudiante selecciona y elige las estrategias de tipo cognitivas y relacionadas con el manejo de recursos didácticos y matemáticos (Quintana-Terés, 2014). Además, el alumno identifica creencias de tipo motivacional que repercuten en sus acciones para solucionar el problema o tarea. Para Zimmerman (2008), estas creencias están relacionadas con la autoeficacia, expectativas de resultados y orientación hacia el cumplimiento de la tarea como meta de aprendizaje.

La autoeficacia le permite al estudiante motivarse y darse cuenta de la capacidad que tiene para cumplir con un determinado nivel de desempeño con la tarea. Zimmerman (2008) apunta que a mayor nivel de autoeficacia mayores serán las creencias, el establecimiento de metas de aprendizaje, y la motivación del alumno para resolver tareas similares o con mayor grado de dificultad. Por otra parte, las expectativas de resultados se refieren a las creencias que tiene un estudiante sobre la posibilidad de éxito que tendrá al realizar determinada tarea matemática (Panadero y Tapia, 2014). Otras creencias motivacionales que Zimmerman y Moylan (2009) identifican son las referidas a la orientación hacia la meta, las cuales hacen referencia al compromiso que el alumno tiene con el logro de las metas establecidas en la estrategia de planeación. El tener metas le permite al estudiante considerarse capaz de lograr la tarea, dedicar mayor tiempo y esfuerzo para tal logro.

Para favorecer el uso de la estrategia de planificación en la clase de matemáticas, el profesor debe promover en el estudiante el auto-cuestionamiento antes de solucionar una tarea; por ejemplo, preguntas que lo lleven a pensar sobre qué tipo de procedimiento requiere para resolver la tarea, si ya comprendió la instrucción o si ya identificó los datos necesarios en la tarea (Fourés, 2011). Se coincide con Polya (1979, p. 27) al mencionar que, en el contexto de resolución de problemas:

> Cuando el profesor hace a sus alumnos una pregunta o una sugerencia…, puede proponerse dos fines. Primero, el ayudar al alumno a resolver el problema en cuestión. Segundo, el desarrollar la habilidad del alumno de tal modo que pueda resolver por sí mismo problemas ulteriores.

2.2.2.2. Monitoreo: ¿por qué se hizo de esa manera la tarea?

El monitoreo como estrategia metacognitiva permite, por ejemplo, que el estudiante de bachillerato controle sus acciones y procedimientos matemáticos durante la solución de una tarea matemática. Tomando como referencia el modelo de Zimmerman y Moylan (2009), el monitoreo está presente en la fase de ejecución e involucra el autocontrol y la auto-observación.

El primero se refiere a mantener la concentración y el interés en y durante la solución de una tarea, lo cual incluye poner en marcha una serie de estrategias específicas y generales (Panadero y Tapia, 2014; Zimmerman y Moylan, 2009). Las primeras precisan el desarrollo de un proceso sistemático para resolver aspectos propios de una tarea (mantener la concentración); por ejemplo, identificar y subrayar palabras claves en una definición de ángulos coterminales, para que al momento de leerla sea más fácil recordar los elementos centrales del concepto. Por su parte, las estrategias de tipo más general son las relacionadas con la motivación, las cuales le permiten al alumno incentivar y mantener el interés para realizar y finalizar un problema matemático (Panadero y Tapia, 2014), por ejemplo, definir ángulos coterminales positivos y negativos en el plano cartesiano. Una de estas estrategias puede ser cuando el estudiante de bachillerato se auto-cuestiona, por ejemplo: “¿qué puedo hacer para entenderlo mejor?, ¿me lanzaré con esta conjetura o plan, aunque no esté seguro?, ¿es normal que esté agobiado o sufriendo, pero puedo hacer algo, por lo menos puedo pedir ayuda?, ¿he visto una situación parecida?” (Fernández-Gago et al., 2018, p. 253).

La auto-observación hace referencia al seguimiento de tipo mental que el alumno realiza en función con los resultados de su desempeño, los procedimientos para darle solución, y su eficacia para lograr los objetivos previamente planteados (Panadero y Tapia, 2014). Este seguimiento le permite al estudiante, en el caso de realizar de manera incorrecta la tarea y darse cuenta de ello, revisar la implementación de sus acciones o de su procedimiento matemático y, de dar cuenta de posibles errores, volver a implementarlo o determinar uno nuevo (Panadero y Tapia, 2014; Zimmerman y Moylan, 2009).

De acuerdo con lo señalado por Panadero y Tapia (2014), para que la auto-observación se logre de manera óptima, el estudiante debe ejecutar dos tipos de actividades: auto-monitoreo y auto-registro de las acciones y procedimientos para resolver la tarea. El auto-monitoreo se refiere a comparar lo que se está realizando en función de algún criterio que sirva como base para valorar la ejecución. En cambio, el auto-registro consiste en anotar las acciones que se efectúan durante la ejecución de una tarea, por ejemplo, cuando un alumno apunta mentalmente o por escrito la cantidad de tiempo que le lleva resolver un problema que implica resolver ecuaciones de segundo grado, o identificar y eliminar distractores (Schoenfeld, 1992).

En la clase de matemáticas, el profesor de bachillerato puede incentivar en el alumno el interés de monitorear su aprendizaje al fungir como mediador y plantearle preguntas que lo lleven a verificar, rectificar y revisar el procedimiento que ha determinado para dar solución a una tarea dada.

2.2.2.3. Evaluación: ¿por qué se llegó a ese resultado?

La evaluación como estrategia de aprendizaje metacognitiva está relacionada con la respuesta y el producto final de una tarea matemática, e implica que el alumno reconozca qué tanto las dos estrategias previas (planeación y monitoreo) influyeron en los resultados que obtuvo de la tarea (Panadero y Tapia, 2014; Zimmerman, 2008). De acuerdo con el modelo de

Zimmerman y Moylan (2009), la evaluación tiene dos componentes: el auto-juicio y la auto-reacción.

El auto-juicio está relacionado con la reflexión que el alumno hace en términos de juzgar su actuación en la solución de la tarea: si el procedimiento lo implementó de manera adecuada o si le faltó realizar algo. Para Panadero y Tapia (2014), la autoevaluación y las atribuciones causales son los componentes del auto-juicio, enseguida se describe cada una de ellas:

- En la auto-evaluación, el estudiante compara su desempeño con la meta inicial, con el desempeño y respuestas de sus compañeros, con la respuesta dada por el profesor de matemáticas (Quintana-Terés, 2014), o con los criterios que el maestro establece al inicio de la tarea.
- Las atribuciones causales implican que el alumno considera las creencias con relación a las causas de los resultados, "negativo -contrario a lo esperado- o positivo", que obtuvo al concluir la tarea matemática (Panadero y Tapia, 2014, p. 458)[11]. Según Quintana-Terés (2014), estas creencias responden a factores internos (esfuerzo, grado de habilidad) y externos (nivel de demanda cognitiva de la tarea y la exigencia del profesor para cumplirla y resolverla correctamente).

La auto-reacción está vinculada con las acciones y respuestas que el estudiante tiene ante los juicios propios sobre los procedimientos realizados para el cumplimiento de una tarea, además, está compuesta por la satisfacción y las decisiones de tipo adaptativas y defensivas (Panadero y Tapia, 2014; Zimmerman y Moylan, 2009). Las primeras ocurren cuando el alumno tiene la disposición para seguir usando o modificar un determinado procedimiento matemático; por su parte, las decisiones de tipo defensivas hacen que el estudiante evada realizar esfuerzos adicionales para aprender y, con ello, evitar futuras frustraciones.

En la promoción de la estrategia metacognitiva de evaluación, el profesor puede intervenir y guiar al alumno de bachillerato hacia la reflexión y revisión con respecto al procedimiento utilizado para resolver la tarea matemática, si lo ejecutó de manera correcta, si evaluó la eficacia del plan diseñado, si verificó el resultado que obtuvo (Ellis et al., 2014). Además, el docente puede solicitarle al estudiante que argumente o justifique la razón de

[11] Los afectos positivos generan un mayor interés y motivación para realizar la tarea, en comparación con los afectos negativos (Panadero y Tapia, 2014).

utilizar un determinado procedimiento, con el objetivo de argumentar y describir las acciones que realizó para seleccionar e implementar el procedimiento, así como preguntarle sobre cómo percibió su rendimiento en la solución de la tarea (Klimenko y Alvares, 2009).

2.3. Relación entre los componentes y las estrategias de la metacognición

Los conocimientos metacognitivos, propios del primer constructo teórico, están relacionados directamente con el control metacognitivo, segundo elemento que permite la comprensión global de la metacognición; ambos constructos interactúan y tienen influencia de forma directa entre sí. Por ejemplo, el desarrollo del conocimiento metacognitivo permite que las estrategias de planeación y monitoreo ocurran con mayor eficacia, al conocer lo que la tarea requiere y los conocimientos previos con los que cuenta el estudiante (Zimmerman y Moylan, 2009).

Para Marchis (2011), esta relación también se refleja cuando los alumnos analizan la tarea, es decir: comprenden el problema, identifican los datos proporcionados, los desconocidos y las relaciones entre ellos, recuerdan los conocimientos previos relacionados con el problema y, al momento de monitorear la solución del problema seleccionan, aplican y evalúan planes y estrategias, verifican los resultados, revisan y abandonan los planes y estrategias improductivas, y evalúan su desempeño a lo largo de todo el procedimiento.

Ambos componentes permiten, en su implementación, señalar que el desarrollo de la metacognición "emerge de la práctica que representa una porción de las experiencias y del conocimiento que un alumno adquiere del mundo, con el mundo y en el mundo" (Gusmão et al., 2014, p. 259). Para ello, es fundamental el acompañamiento por parte del docente, mediante el cual los estudiantes adquieren paulatinamente un mayor control sobre sus procesos de aprendizaje.

El maestro, al aportar de manera temporal estructuras de apoyo para el aprendizaje, cumple con el objetivo de que ese aprendizaje permanezca y que el alumno vaya regulando por sí mismo su proceso cognitivo (Osses y Jaramillo, 2008). De acuerdo con los datos presentados en la teoría y modelo de aprendizaje autorregulado dado por Zimmerman y Moylan (2009), las estrategias de planeación, monitoreo y evaluación pueden ser promovidas por el actuar del docente, proporcionando un entorno de construcción social del aprendizaje.

2.4. La práctica docente para la metacognición

Una propuesta que existe para tener una aproximación a la práctica del profesor vinculada con favorecer las tres estrategias metacognitivas en la clase de matemáticas, es el modelo propuesto por Rigo et al. (2009). Estos autores consideran que el profesor impulsa al alumno a planear, monitorear y evaluar su aprendizaje durante la solución de tareas matemáticas; en otras palabras, ya sea de manera autónoma o con la ayuda del maestro se lleva al estudiante a que reflexione sobre "cómo realizó la actividad cognitiva, por qué la llevo a cabo y los procesos que realizó para verificar o evaluar la tarea ejecutada" (Rigo et al., 2010, p. 407).

Desde esta perspectiva, el profesor de matemáticas genera en el alumno procesos cognitivos (e.g., memorizar, atención y organizar) y metacognitivos para comprender un concepto, procedimiento o para solucionar un problema matemático. Esto coincide con Flavell (1985), quien apunta que para que un estudiante ejecute estrategias metacognitivas, y regule su progreso cognitivo, es necesario que primero haga uso de estrategias cognitivas.

En la propuesta de Rigo et al. (2009) se identifican tres niveles de análisis que dan cuenta de las acciones del docente para favorecer estrategias cognitivas y metacognitivas durante la solución de una tarea matemática (véase Figura 2):

- El primer nivel son actividades específicas del maestro para identificar o leer el planteamiento de la tarea (por ejemplo, solicitar resolver un determinado número de problemas o pedir que lean en voz baja o alta un problema).
- El segundo nivel está relacionado con acciones encaminadas a comprender la tarea (referida al primer nivel) o que surgen durante y para la solución de una tarea (por ejemplo, el profesor puede guiar a los estudiantes para que comprendan el método de igualación o sustitución para resolver sistema de ecuaciones lineales, el cual utilizarán en problemas posteriores).
- Los dos primeros niveles se relacionan con procesos cognitivos y el último nivel se refiere a promover la metacognición, donde las acciones del docente están enfocadas a la reflexión y descripción de los procesos cognitivos dados durante la solución de la tarea (por ejemplo, pedirle al estudiante que explique o justifique por qué el método de igualación funciona para resolver el sistema de ecuaciones lineales).

Modelo para el análisis de los procesos cognitivos y metacognitivos de contenido matemático que se dan en el aula

Primer nivel: Actividades concretas (con contenido matemático que se llevan a cabo en el aula).
Segundo nivel: Procesos cognitivos.
En las clases de matemáticas resaltan los siguientes procesos cognitivos:
2.a. Los que se realizan durante las actividades concretas que se llevan a cabo en el Primer Nivel.
2.b. Los que se llevan a cabo durante la resolución de ejercicios o problemas o durante la réplica o solución de preguntas de clase específicas. Se pueden distinguir los siguientes:

- 2.b.i. Identificación de los componentes de un problema de contenido matemático y comprensión del enunciado;
- 2.b.ii. Planeación y definición de estrategias para la resolución de un ejercicio o un problema;
- 2.b.iii.Aplicación de las estrategias elegidas, resolución del problema y obtención del resultado.

Tercer nivel: Procesos metacognitivos específicos.
Se trata de los procesos cognitivos que se llevan a cabo tomando como base los procesos cognitivos descritos en el Segundo Nivel.
3.a. Supervisión activa (y comunicación) de los procesos cognitivos (descritos en 2.a) que se practican durante la ejecución de actividades concretas*:*

- 3.a.i. Se responde al cómo se hizo la actividad concreta (se re-crea);
- 3.a.ii. Se responde al por qué se hizo (justificaciones de la actividad);
- 3.a.iii. Se establece un juicio de valor, tomando como base un referente (eficaz, pertinente; correcto, falso).

3.b. Supervisión activa (y comunicación) de los procesos cognitivos (descritos en 2.b) que se desarrollan durante las prácticas de resolución de ejercicios:

- 3.b.i. Se responde a cuestiones procedimentales, es decir, al cómo se aplicó la estrategia planeada. Se monitorea:
  - -La comprensión del enunciado del problema;
  - -La planeación;
  - -La resolución ejecutada;
  - -O se resume o parafrasea una resolución dada.
- 3.b.ii. Se responde a la pregunta del por qué, a través de explicaciones o justificaciones sobre:
  - -Los significados de nociones y conceptos;
  - -Los elementos del problema identificados;
  - -La elección de la estrategia;
  - -Las operaciones ejecutadas;
  - -El procedimiento realizado;
  - -Los resultados obtenidos.
- 3.b.iii. Actividades de valoración. Se emite un juicio de valor sobre:
  - -La comprensión del enunciado del problema;
  - -La planeación del problema;
  - -La elección de la estrategia;
  - -La aplicación de la estrategia;
  - -La ejecución de las operaciones;
  - -El resultado obtenido.

Figura 2. Modelo para analizar la práctica docente centrada en procesos cognitivos y metacognitivos en tareas matemáticas. Tomada de Rigo et al. (2009, p. 436-438).

Como puede notarse en la Figura 2, en el tercer nivel se identifican dos momentos: el primero, 3.a, hace referencia a las tareas de tipo exposición del contenido (EdelC), donde se explica la definición o concepto de algún tema en particular; el segundo momento, 3.b, se relaciona con una tarea en donde se resuelven problemas (RdeP), es decir, se ejecuta la tarea, e involucra el uso de las definiciones o procedimientos señaladas en la tarea de exposición del contenido.

De acuerdo con este modelo, en el tercer nivel es donde el docente favorece la planeación (3.a.i y 3.b.i), monitoreo (3.a.ii y 3.b.ii) y evaluación (3.a.iii y 3.b.iii). En relación con la planeación, las acciones del profesor van encaminadas a proporcionar tiempo y espacio a los estudiantes para que determinen el procedimiento que se requiere para dar solución al problema. Rigo et al. (2010) señalan que planear una tarea le permite al alumno organizar, orientar su trabajo personal y establecer metas iniciales, para después comparar o valorar su proceso.

Para el monitoreo, el profesor organiza su clase para que los estudiantes, de forma individual o en equipo, realicen y comuniquen las actividades que planearon, lo que implica que el alumno explique cómo resolvió la tarea o por qué el resultado que obtuvo es correcto (Rigo et al., 2010). Las acciones del docente de bachillerato irían encaminadas a que el estudiante justifique, argumente o dé sus razones para asegurar la veracidad de las afirmaciones que haga (Gutiérrez, 2007).

En la evaluación de la tarea se analizan las acciones realizadas por el profesor dirigidas a que el alumno valore y revise de forma crítica y con fundamentos las actividades que realizó, así como corregir y modificar sus trabajos o actividades con relación a los resultados (Rigo et al., 2010).

2.5. Tipos de tareas en matemáticas

De acuerdo con la revisión de literatura se han identificado dos tipos de tareas en la enseñanza de las matemáticas: relativas a la exposición del contenido y aquellas relacionadas con la solución de problemas (Rigo et al., 2010). De acuerdo con Chevallard (1999), la tarea se refiere a una acción específica, por ejemplo, definir el concepto de triángulo o calcular la pendiente de una recta; por su parte, la NCTM (2000) menciona que la tarea debe cumplir las siguientes cualidades para una enseñanza efectiva: que presente ideas matemáticas importantes, que rete cognitivamente a los alumnos para así lograr atraerlos hacia el aprendizaje y construcción del conocimiento matemático, que pueda ser vinculada o contextualizada con experiencias cercanas a los estudiantes, y que incluya diversas soluciones para motivarlos a investigar lo que desconocen.

En relación con las tareas expositivas, Rigo et al. (2010) afirman que éstas hacen referencia a explicar, definir conceptos o procedimientos matemáticos –en otras palabras, la exposición de los objetos matemáticos–.Por su parte, la resolución de problemas como tarea involucra c*onocimientos (o recursos), estrategias de resolución (heurísticas), creencias y metacognición (monitoreo y autorregulación)* (Schoenfeld, 1985, 1992, 2010). Autores como Schoenfeld (2010) afirman que en estos tipos de tareas, la metacognición permite que los estudiantes planifiquen y monitoreen su aprendizaje, revisen los procedimientos realizados, la comprensión de los conceptos, revisen si resolvieron los problemas de manera correcta y reflexionen sobre lo necesario de considerar otras alternativas.

CAPÍTULO 3.
DISEÑO METODOLÓGICO

El presente Capítulo describe la metodología seguida en esta investigación, en la que se propone un acercamiento a la práctica docente en la enseñanza de las matemáticas en un contexto *natural* (Stake, 1994), como lo es la clase de matemáticas en bachillerato. La investigación busca, en específico, obtener información relacionada con la promoción de estrategias de índole metacognitivo en los estudiantes de ese nivel educativo[12]. El Capítulo está estructurado en ocho apartados: en donde se plantea y justifica el tipo de estudio, se da cuenta de las principales características de la población y los participantes en la investigación, se describen las técnicas e instrumentos utilizadas en las fases para el acopio de datos, así como el tratado de la información recopilada, y aspectos éticos. El último apartado está centrado en argumentar y justificar cómo se reportan los resultados.

3.1. Tipo de estudio: descriptivo

Para comprender a profundidad la práctica del profesor se requieren estudios de corte descriptivo (Schoenfeld, 2007), de modo que aporten a la investigación en educación cómo ésta contribuye a comprender la enseñanza de matemáticas (NCTM, 2014). En este sentido, el estudio aquí propuesto está centrado en estudiar el quehacer que el profesor de bachillerato lleva a cabo en el salón de clases para dar cuenta de cómo se desarrolla en un tiempo y contexto determinado (Schoenfeld, 2007; Stake, 1994); en especial, de acuerdo con los objetivos de esta investigación y desde un enfoque cualitativo, se busca identificar y describir las características de la práctica que favorecen la metacognición en los estudiantes.

Esta investigación es de corte descriptivo porque, a través de sus técnicas de recopilación y análisis de datos cualitativos, da cuenta de qué, cómo y por qué ocurre tal fenómeno sin alterarlo (Stake, 1994); es decir, se busca tener una aproximación a la práctica docente vinculada con la promoción de estrategias metacognitivas en la enseñanza de contenidos de

[12] Es importante mencionar que, de acuerdo con diversos investigadores (Curotto, 2010; Rigo et al., 2010; entre otros) y con lo expuesto en el apartado Antecedentes (véase Capítulo 1, pp. 12-29), la investigación aquí descrita parte de dos ideas relacionadas entre sí: a) el profesor es un factor para que los estudiantes autorregulen su aprendizaje en el salón de clases, y b) tal autorregulación en ocasiones es promovida de manera o no deliberada.

matemáticas. El interés por describir este fenómeno tal cual se presenta es para mostrar parte de la realidad del salón de clases, además le da validez en términos de una visión realista de este fenómeno, de modo que otros investigadores tengan la posibilidad de observar y coincidir en lo mismo (Aguirre y Jaramillo, 2015).

Desde esta perspectiva, la descripción le permite a la presente investigación tener un nivel de "interpretación… de baja inferencia" (Aguirre y Jaramillo, 2015, p. 180), del cual se tiene un registro lo más próximo posible de la realidad que se observa en la clase de matemáticas; por ejemplo, lo que dice y hace el profesor, así como la interacción que él tiene con sus estudiantes. En otras palabras, la descripción favorece para tener un mayor acercamiento a los significados que los participantes otorgan al contenido a revisar o exponer y al proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, así como mostrar el rol que tiene el docente de bachillerato en el aprendizaje autorregulado.

Además, esta investigación toma como método el *estudio de casos* para dar cuenta de esa realidad a través de ejemplos únicos en torno a la práctica docente como un factor relacionado con la promoción, ya sea de manera o no deliberada, de estrategias metacognitivas durante la clase de matemáticas. El estudio de casos conlleva una visión amplia y profunda de la problemática aquí discutida, en términos de Stake (1994), ofrece la oportunidad de mostrar uno o varios ejemplos particulares pero que poseen características similares entre sí y que, a menudo, "ilustran un principio más general" (Cohen et al., 2007, p. 181).

Los casos a estudiar hacen referencia al fenómeno relacionado con la problemática antes expuesta y cada uno de ellos está "provisto de especificidad, límites de espacio y tiempo definidos" (Gundermann-Kröll, 2013, p. 234), pues permiten observar y describir contextos reales en donde los eventos registrados hablen por sí mismos (Cohen et al., 2007). Se coincide con Stake (1994) acerca de que a través del estudio de casos se tiene el interés en describir y comprender lo que tienen como único, pero también en común las prácticas de los profesores. De acuerdo con lo antes señalado, el total de casos le ofrece a esta investigación la posibilidad de descubrir y describir relaciones para comprender y ampliar lo que se sabe sobre la práctica docente en EMS (Arzaluz, 2005; Rodríguez et al., 1996).

La presente investigación está centrada en reportar cinco casos[13], en los cuales se busca mostrar “las interacciones dinámicas y el desarrollo de eventos, relaciones humanas y otros factores en un ejemplo único” (Cohen et al., 2007, p. 181). Se parte de la idea que el fenómeno a observar responde a una situación dentro de un contexto particular con sus peculiaridades y similitudes, como es la clase de matemáticas, de modo que con este número mínimo de casos se puede profundizar y mostrar una realidad, así como contribuir a la teoría, la cual es respaldada con evidencias (Cohen et al., 2007).

3.2. Población y participantes en el estudio

La investigación aquí propuesta está centrada en analizar la práctica del profesor que enseña en EMS; en especial, de acuerdo con los objetivos y las preguntas de investigación, se tomó en consideración a la población de docentes que imparten matemáticas en el subsistema de bachillerato general, en la modalidad escolarizada.

El proceso de recopilación de datos se llevó a cabo con cinco profesores que estuvieron a cargo de la asignatura de matemáticas impartida en segundo semestre del primer ciclo escolar de 2019 en EMS y que, durante la toma de datos, enseñaron los mismos contenidos matemáticos. Para ello, se buscó a docentes en servicio que estuvieran interesados en participar de manera deliberada en esta investigación, que tuvieron un perfil afín a la asignatura de matemáticas, que estuvieran frente a grupo y que laboraran en alguna institución de bachillerato público[14] perteneciente al estado de Aguascalientes, que tuvieran el mismo programa o similar para enseñar matemáticas, es decir, que respondieran a lo establecido por el currículum de la Subsecretaría de EMS, con el propósito de observarlos al enseñar los mismos contenidos matemáticos.

Para la selección de los participantes no se tomó en cuenta la experiencia docente. Aunque ésta es importante para llevar a cabo el proceso de enseñanza, la presente

---

[13] En la investigación cualitativa se plantea la transferibilidad de los resultados de un estudio de un contexto determinado a otro contexto similar para comprenderlo; en particular, desde el estudio de casos, no se propone inferir y generalizar, sino describir y entender los casos seleccionados. Dejando en claro que los casos no son unidades de análisis de una muestra, pero si son elegidos por su relevancia (Vasilachis de Gialdino, 2007).
[14] Para la selección de los profesores no se tomaron en cuenta aquellos subsistemas donde el perfil del docente es ajeno a la formación matemática; por ejemplo, el Telebachillerato Comunitario (véase INEE, 2015).

investigación parte de las consideraciones del *Acuerdo 447* del Subsistema de EMS en relación con el rol del docente en bachillerato, pues afirma que este actor educativo es responsable de "facilita[r] el proceso educativo al diseñar actividades significativas que promueven el desarrollo de las competencias (conocimientos, habilidades y actitudes), [además, debe] potenciar el papel de los educandos como gestores autónomos de su propio aprendizaje" (SEMS, 2017, pp. 5-6). Sin importar sus años de experiencia, el maestro de matemáticas en bachillerato debe cumplir con su responsabilidad y exigencia a su quehacer educativo.

En el estudio participaron cinco profesores en servicio, con aprobación previa de las autoridades correspondientes (el Decano y la Coordinadora del Departamento de Matemáticas y Física de esa institución educativa). Estos docentes laboran en la misma institución de EMS en el estado de Aguascalientes –bachillerato público general– y, durante la recopilación de datos, impartían la asignatura *Geometría y Trigonometría* en segundo semestre[15].

3.3. Características de los participantes

Con la finalidad de mantener la identidad de los cinco participantes en anonimato, a cada uno se le asignó un seudónimo: Adriana, Bruno, Carmen, Daniel y Esteban. A continuación, se dan las características generales de cada uno de ellos.

La profesora Adriana es ingeniera en electrónica, tiene el grado en Maestra en Educación y cuenta con ocho años de experiencia docente en bachillerato, además. En 2017, se capacitó en el Programa de Formación Docente de la EMS (PROFORDEMS)[16] y la Certificación de Competencias Docentes para la EMS (CERTIDEMS)[17].

El maestro Bruno, además de ser licenciado en educación secundaria, tiene el grado de Maestro en enseñanza de las matemáticas. Ha impartido matemáticas en la Educación

---

[15] El nombre de la institución y la referencia del programa de la asignatura *Geometría y Trigonometría* no son proporcionados en este documento con la finalidad de mantenerlos en anonimato, además fue uno de los acuerdos a los que se llegó con las autoridades correspondientes y con los profesores que aquí participan.

[16] El PROFORDEMS tiene como objetivo formar a los profesores de EMS para contribuir al alcance del perfil docente, establecido en la Reforma Integral de EMS (SEMS, 2017).

[17] El proceso de CERTIDEMS tiene como marco de referencia la Guía para llevar a cabo el Procedimiento de certificación de competencias docentes para la EMS (ANUIES, 2019).

Secundaria y Media Superior por diez y seis años, respectivamente. También ha participado en diversos cursos de formación y actualización, entre los cuales destaca el diplomado en tópicos de matemáticas y capacitaciones sobre el Nuevo Modelo Educativo de 2017 de la SEP. En 2013, Bruno finalizó el PROFORDEMS y Proceso de Evaluación de Competencias Docentes para la Educación Media Superior (ECODEMS)[18].

La docente Carmen es ingeniera industrial química y tiene el grado de Maestra en Ciencias con la especialidad en ingeniería industrial. Es profesora de Educación Secundaria y Media Superior, donde ha impartido matemáticas por tres y trece años, respectivamente. En 2017, ella concluyó los cursos relacionados con el PROFORDEMS y el CERTIDEMS.

El profesor Daniel es licenciado en matemáticas y ha sido responsable de diferentes asignaturas de matemáticas en Educación Básica (Primaria y Secundaria) y Media Superior. Cuenta con dos años de experiencia en primaria, quince en secundaria, y diez en media superior.

Por último, el docente Esteban es ingeniero industrial, tiene más de catorce años de experiencia como docente en Educación Secundaria y Bachillerato General. De los cinco profesores que participan en el presente estudio, Esteban es el único que ha dado clases en Nivel Superior y ha participado en cursos y actualizaciones sobre diferentes reformas educativas; por ejemplo, 2004, 2011 y 2015. En el 2017, Esteban concluyó el PROFORDEMS y el ECODEMS.

Además de las características antes mencionadas, y como parte de su práctica en la clase de matemáticas, los cinco profesores utilizan diferentes recursos didácticos; por ejemplo, el software GeoGebra[19], presentaciones en PowerPoint, libros de texto o videos educativos.

3.4. Técnicas para recopilar datos: observación y entrevista

Se utilizaron dos técnicas para obtener información empírica que permitiera dar respuesta a las preguntas de investigación aquí propuestas: observación y entrevista. Ambas técnicas, al

[18] El ECODEMS evalúa el nivel de logro de las competencias para la EMS de los docentes, con la finalidad de contribuir a la mejora continua de la calidad en la formación integral de los estudiantes (CENEVAL, 2019).
[19] Software de matemáticas que reúne contenidos de Geometría, Álgebra, Estadística y Cálculo en registros gráficos, de análisis y de organización en hojas de cálculo (GeoGebra, 2018).

complementarse entre ellas, aseguraron un mayor nivel de fiabilidad de los datos (Goetz y Lecompte, 1988; McMillan y Schumacher, 2005).

La observación y la entrevista, ya sea en su conjunto o por separado, permiten obtener datos de acontecimientos que suceden en contextos naturales y en el momento en que ocurren (Gundermann-Kröll, 2013), como es la práctica docente que se da en el salón de clases. Además, de acuerdo con Schoenfeld (2007), estas técnicas permiten recurrir cuantas veces sea necesario a la información recopilada con el interés de generar un mayor nivel de potencialidad de refinamiento y validación de los resultados. A continuación, se describe cada una de las técnicas aquí utilizadas.

3.4.1. Observación no participante

La técnica de observación que aquí se utilizó es de tipo *no participante* con el propósito de no alterar, en lo posible, el escenario y el contexto donde sucede el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Con esta técnica se pudo tener acceso al salón de clases sin "manipular la situación" que ocurre en ese lugar (Adler y Adler, 1994, p. 378), en otras palabras, durante el acopio de datos, la investigadora mantuvo distancia entre el profesor y los alumnos, además evitó ejercer influencia directa en las acciones que éstos llevaron a cabo en el aula (Vázquez, 2006), con el objetivo de evitar sesgos en la información y, a través del análisis, ofrecer una descripción de tal realidad (Stake, 1994).

La observación no participante es una técnica factible y fiable[20] para obtener información empírica sobre la práctica docente, y a esta investigación le brindó "la oportunidad de recopilar datos 'en vivo' de situaciones sociales que ocurren de forma natural [y en momento dado]" (Cohen et al., 2007, p. 396). El propósito de utilizar esta técnica fue obtener datos representativos, con la mínima o nula intervención de la investigadora, acerca de la relación entre la práctica del profesor de bachillerato y el uso de estrategias metacognitivas en la enseñanza de las matemáticas. Al respecto, Cohen et al. (2007) mencionan que a través de la observación se obtiene evidencia del contexto y, con el apoyo de instrumentos adecuados,

[20]Según Gundermann-Kröll (2013) y Schoenfeld (2007), la observación en el aula permite cubrir y describir sucesos que ocurren en tiempo real y dentro de un contexto particular, lo cual asegura que los datos recabados sean fiables a la descripción exhaustiva y densa de lo que acontece en la clase de matemáticas y el nivel de descripción detallada valida los datos recopilados.

como la videograbadora, se puede consultar las veces que sea necesario lo que de otra manera se daría por asentado.

3.4.2. Entrevista semiestructurada

Para profundizar sobre los datos recabados con la observación, también se usó la entrevista de tipo semiestructurada, la cual cumple con la finalidad de registrar información proporcionada por los participantes (Abero et al., 2015). En este estudio, la entrevista permitió obtener datos acerca de cómo piensa y actúa el docente de bachillerato, así como lo que está *detrás* de su actuar.

A través de la entrevista se buscó que cada participante expresara su experiencia y conocimientos sobre la orientación a los estudiantes hacia el uso y finalidad de las estrategias metacognitivas o, en su caso, "autorregulación cognitiva" (SEP, 2017a, p. 91) según los planes y programas oficiales de bachillerato; además, que argumentara y justificara las características de su práctica docente que favorecen en los alumnos el planear, monitorear y evaluar el aprendizaje en matemáticas. De acuerdo con lo anterior, la entrevista le permitió a esta investigación obtener nuevos datos y ampliar los que ya se tienen de la observación, sin desviarse del objeto de estudio y de los objetivos de ésta (Álvarez-Gayou, 2003; Cohen et al., 2007).

De la entrevista se logró obtener datos que capturan y describen desde la mirada de los participantes la realidad de sus clases de matemáticas (Jiménez y Gutiérrez, 2017), lo complejo de los fenómenos que se estudian (Vasilachis de Gialdino, 2007) y de su actuar docente. El carácter semiestructurado permitió que la entrevista fuera de "conversación libre del protagonista que se acompaña de una escucha receptiva de la investigadora con el fin de recoger la información por medio de preguntas abiertas, reflexivas y circulares" (Bautista, 2011, p. 172). En este tipo de entrevista, la investigadora tuvo un rol activo en términos de estimular, a través de preguntas y comentarios, la expresión del lenguaje verbal del profesor-participante (Bautista, 2011) y así "desmenuzar los significados de sus experiencias" (Álvarez-Gayou, 2003, p. 109).

Se recurrió a preguntas abiertas, directas e indirectas que le permitieron a la investigadora profundizar, aclarar y verificar las aportaciones de los docentes de matemáticas sobre características de la práctica que llevaron a cabo en su salón de clases y que se asocian al actuar e intervención del profesor en la exposición de contenido matemático como proceso de promoción de metacognición en sus estudiantes (Álvarez-Gayou, 2003; Rigo et al., 2010).

3.5. Recopilación de datos: tres etapas

Para obtener información empírica sobre la práctica docente en el contexto de la enseñanza de las matemáticas, la recopilación de datos se llevó a cabo mediante tres etapas relacionadas entre sí (véase Figura 3).

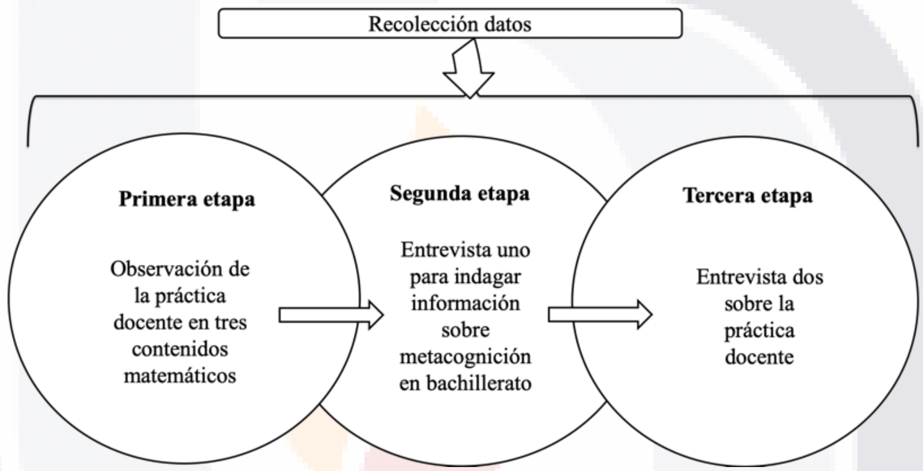

Figura 3. Etapas para el acopio de datos sobre la práctica docente en bachillerato.

Como puede notarse en la Figura 3, cada etapa involucró un conjunto de actividades específicas y encaminadas, en su conjunto, a obtener datos acerca de la práctica docente dada en la clase de matemáticas en bachillerato y como un factor relacionado con las estrategias metacognitivas y con el aprendizaje autorregulado. A continuación, se describen las tres etapas.

3.5.1. Primera etapa: observación de la práctica docente en matemáticas

La primera etapa estuvo centrada en obtener información sobre la práctica docente en la clase de matemáticas. Para ello, se desarrollaron tres actividades: selección de los participantes, acotación de contenidos matemáticos y videograbación de las clases.

Selección de los participantes. Se tuvo contacto con una institución de Bachillerato general en el estado de Aguascalientes, la cual, durante la toma de datos, contaba con diez profesores que impartían matemáticas en segundo semestre. Se habló con ellos, previa autorización del Decano y de la Coordinadora del Departamento de Matemáticas y Física de esa institución educativa, para participar libremente en el presente estudio, de los cuales cinco profesores aceptaron. La elección de estos docentes fue de común acuerdo con ellos y con las autoridades correspondientes.

Acotación de contenidos matemáticos. Con la finalidad de tener contextos similares entre los participantes se decidió que los profesores fueran observados enseñando los mismos contenidos matemáticos. Una de las asignaturas que tienen en común es *Geometría y Trigonometría* para segundo semestre. Se revisó el programa de esta asignatura y se escogieron tres contenidos consecutivos para que los cinco docentes los trabajaran con sus estudiantes como parte de la toma de datos del presente estudio. Dada su relevancia en otras asignaturas de matemáticas, los contenidos seleccionados fueron los siguientes:

- *Círculo trigonométrico y funciones trigonométricas para cualquier valor de ángulo.*
- *Ángulos positivos y negativos, cuadrantales, coterminales y simétricos.*
- *Gráficas de funciones trigonométricas y clasificación de triángulos oblicuángulos*.

La finalidad de observar a cada profesor en tres contenidos fue para obtener mayores datos que permitieran dar cuenta del tema de estudio y asegurar una mayor confiabilidad de la información obtenida (Cohen et al., 2007). Además, conviene mencionar que el presente estudio no está centrado en el análisis de contenido matemático, pero sí toma en cuenta la matemática como un contexto y un componente o factor para estudiar aspectos puntuales de la práctica docente que acontece en salón de clases. Por último, la elección de tales contenidos corresponde al periodo dentro del programa del Doctorado en Investigación Educativa destinado para el acopio de datos.

Videograbación de la práctica docente. Los cinco profesores aceptaron ser observados y video-grabados en sus clases como *entorno natural*, en particular, al enseñar cada uno de los tres contenidos antes mencionados. Esta actividad se llevó a cabo de acuerdo con el plan de trabajo de los cinco participantes, es decir, las videograbaciones se efectuaron en la fecha y el horario indicado por los profesores, respetando el número y duración de las sesiones que cada docente propuso para los tres contenidos matemáticos y en un mismo grupo de estudiantes (véase Tabla 1).

Tabla 1.

Número de sesiones de clases videograbadas por profesor-participante

Profesor	Sesiones de clase videograbadas		
	Círculo trigonométrico y funciones…	Ángulos positivos y negativos…	Gráficas de funciones trigonométricas…
Adriana	3	3	2
Bruno	4	2	3
Carmen	3	4	4
Daniel	3	4	3
Esteban	4	4	2

Nota: Elaboración propia.

De acuerdo con los datos presentados en la tabla anterior, se tiene un registro de 48 sesiones de clase observadas, de las cuales el mayor número de sesiones ha sido con la profesora Carmen. Cabe resaltar que cada sesión de clase tuvo una duración aproximada de 50 minutos. Para la observación de las clases se usó una videocámara y un micrófono inalámbrico de solapa. La videocámara se enfocó, principalmente, hacia el docente, y el micrófono lo portaron los profesores para asegurar la calidad del registro de lo que ellos decían en la clase al interaccionar con los alumnos.

Con el propósito de tener un contexto lo más *natural posible* en torno a la enseñanza de las matemáticas, se observaron dos sesiones de clase previas por cada profesor participante (véase Tabla 2), las cuales son ajenas a los contenidos seleccionados[21]. Estas observaciones permitieron que el profesor y los alumnos se acostumbraran a la observadora y a la videocámara, de modo que se evitara en lo posible una sobreactuación (Cohen et al., 2007).

[21] Las dos sesiones de clase previas no son objeto de análisis en el presente estudio.

Tabla 2.

Contenidos y sesiones de clase observadas previamente a la toma de datos definitiva

Profesor	Temas de las sesiones de clase observadas	
	Sesión uno	Sesión dos
Adriana	Funciones trigonométricas de ángulos notables.	Teoremas de Pitágoras y de Tales de Mileto.
Bruno	Elementos notables de un triángulo.	Teoremas de Pitágoras y de Tales de Mileto.
Carmen	Teorema de Pitágoras.	Razones trigonométricas.
Daniel	Ángulos de elevación y depresión.	Razones trigonométricas.
Esteban	Triángulos rectángulos.	Teorema de Pitágoras.

Nota: Elaboración propia.

Para las observaciones previas y las definitivas se informó a cada docente, de manera general, sobre los objetivos de la investigación y de la observación en particular, sin que esto implicara brindar detalles. Para evitar sesgos o sobreactuación de los participantes, se les comentó a los profesores que el interés de la presente investigación era conocer sobre la práctica docente que se da al enseñar matemáticas en Bachillerato, y cómo logran algunos objetivos o exigencias planteadas en el Modelo Educativo Obligatorio –MEO– (SEP, 2017a). A los cinco profesores se les notificó por escrito y se les pidió consentimiento para utilizar videograbadora y micrófono en las sesiones de clase observadas.

3.5.2. Segunda etapa: entrevista uno con docentes de bachillerato

La segunda etapa tuvo como finalidad recabar información acerca de lo que saben los participantes en torno a la metacognición o al aprendizaje autorregulado y cómo guiar a los estudiantes hacia éste. Para ello, se diseñó una *Guía de entrevista* a los cinco profesores, tomando como referencia el MEO (SEP, 2017a), el actual Plan de Estudios de la institución[22] donde laboran estos profesores y su experiencia docente (véase Anexo A).

[22] Con el propósito de mantener el anonimato de la institución y de los participantes, en el presente documento no se proporcionan los datos de esta fuente de información.

3.5.2.1. Referentes para el diseño de la Guía de entrevista uno

El MEO (SEP, 2017a) y el Plan de Estudios 2018 se tomaron como referentes para la Guía de entrevista, ya que son documentos normativos en los cuales se le pide al profesor de EMS, como parte de los objetivos y funciones, desarrollar espacios donde el estudiante haga uso de estrategias metacognitivas para el aprendizaje autónomo o autorregulado: “el docente es visto como facilitador de ambientes para promover en los bachilleres el desarrollo de procesos metacognitivos que les permitan desarrollarse de manera autónoma en diversas actividades” (SEMS, 2017, p. 50). Además, este modelo, al referirse a los principios pedagógicos de la labor docente, señala lo siguiente:

> El docente diseña estrategias que hagan relevante el conocimiento… De esta manera favorece que el estudiante tome el control de su proceso de aprendizaje. Es necesario propiciar la interrogación metacognitiva para que el estudiante conozca y reflexione sobre las estrategias de aprendizaje que él mismo utiliza para mejorar. (SEP, 2017a, p. 88)

Asimismo, en diferentes apartados de ambos documentos se hace uso de conceptos relacionados con el de metacognición, tales como *reflexión sobre el aprendizaje*, *autorregulación cognitiva* y *aprender a aprender* (Jaramillo y Simbaña, 2014); por ejemplo, el MEO (SEP, 2017a, p. 198) plantea que:

> [Un] elemento clave de la educación a lo largo de la vida [es lograr que el alumno]... reflexión[e] sobre los modos en que ocurre el propio aprendizaje; y algunas de sus facultades, como la memoria o la atención, para su reajuste y mejora.

Los conceptos antes señalados aparecen principalmente en los objetivos que plantea para el profesor. Aunque ambos documentos le demandan al docente de matemáticas lograr el desarrollo de la metacognición en los estudiantes, no le proporcionan estrategias didácticas de cómo hacerlo. Otro de los motivos por lo que se tomaron estos documentos normativos es porque la institución, donde laboran los cinco profesores-participantes, pertenece al SNB y ello les demanda tener conocimiento sobre el MEO (SEP, 2017a) y su Plan de Estudios vigente, además, de que su personal docente esté certificado en competencias para la EMS.

3.5.2.2. Características y proceso de validación de la Guía de entrevista uno

La Guía de entrevista uno es semiestructurada y está dividida en tres apartados: Conocimiento normativo (documentos oficiales), Conocimiento conceptual (teórico) y Conocimiento procedimental (experiencia/práctica). En la Tabla 3 se muestra la finalidad de cada apartado (véase también Anexo A).

Tabla 3.
Características generales de la Guía de entrevista uno para los profesores-participantes

Apartado	Finalidad
1. Conocimiento normativo.	Explorar lo que el maestro de bachillerato sabe acerca de los documentos normativos y que se relacione a la metacognición y aprendizaje autorregulado en el alumno.
2. Conocimiento conceptual.	Explorar lo que el docente identifica en términos de definir y caracterizar los conceptos relacionados con metacognición y aprendizaje autorregulado.
3. Conocimiento procedimental.	Explorar lo que el profesor de matemáticas realiza en su práctica en torno a promover estrategias metacognitivas.

Nota: Elaboración propia.

La Guía de entrevista uno fue diseñada de modo que se evitara, en lo posible, sesgos o la investigadora influyera en la respuesta de los participantes. Asimismo, por el carácter semiestructurado de la entrevista, la implementación y el orden de las preguntas estuvo en función de las respuestas que proporcionaron los docentes, de modo que en diversas ocasiones se omitieron algunas y se agregaron otras preguntas.

Esta Guía fue validada mediante la técnica de triangulación, de modo que se asegurara un mayor nivel de confianza y validez en los datos recabados (Wulandari et al., 2018), además, como parte de su validez, implicó un pilotaje[23] con el objetivo de hacer un "análisis integrado y crítico" de este instrumento (Vasilachis de Gialdino, 2007, p. 93).

[23] De acuerdo con Escofet et al. (2016), el pilotaje de los instrumentos da lugar al perfeccionamiento de éstos.

Para fines de la investigación, la Guía de entrevista uno se sometió primero a una revisión por dos investigadores en educación matemática y, posteriormente, piloteada con dos docentes ajenos a la presente investigación y que impartían matemáticas en la misma institución educativa que los cinco profesores-participantes, por lo que tenían acceso al MEO y al Plan de Estudios vigente. Como parte del pilotaje, las entrevistas se grabaron en audio, se transcribieron y se analizaron las respuestas de ambos profesores en términos de identificar si se cumplía la finalidad de cada apartado de la Guía de entrevista uno y del presente estudio. Asimismo, se valoraron las sugerencias que ambas docentes hicieron sobre el contenido de la entrevista y su implementación.

3.5.2.3. Implementación de la Guía de entrevista uno

Los cinco docentes fueron entrevistados del 10 al 15 de abril de 2019. La entrevista fue audio-grabada y tuvo dos momentos: a) *rapport*, donde la investigadora en el rol de entrevistador le presentó a cada participante el propósito de la entrevista y se confirmó su autorización para usar grabadora de voz; b) implementación de la Guía de entrevista uno.

Durante la entrevista la investigadora evitó interrupciones con el profesor-participante. Además, se buscó que los docentes se expresaran de forma libre (Noreña et al., 2012), la investigadora solo aclaraba aspectos que el entrevistado solicitó o que requerían mayor precisión con respecto a los objetivos de este estudio. La entrevista tuvo una duración aproximada de 60 minutos con cada profesor. Previo al inicio de la entrevista se le explicó a cada docente su estructura, número de apartados y el contenido de estos.

3.5.3. Tercera etapa: entrevista dos

La tercera etapa tuvo como finalidad obtener información que permitiera profundizar sobre los datos recopilados en las etapas anteriores; en otras palabras, dar espacio para que los profesores argumentaran, justificaran o explicaran aspectos puntuales de su práctica efectuada en las clases videograbadas y, posiblemente, relacionados con la promoción de estrategias metacognitivas en los estudiantes. Para ello, esta última etapa involucró las siguientes actividades: selección de casos representativos, diseño de Guías de entrevista y entrevistar a los profesores seleccionados. Enseguida se describe cada una de ellas.

Selección de casos[24]. Para esta actividad se hizo previamente un análisis directo de las videograbaciones de todos los participantes centrado en la interacción y el desempeño que tuvieron los profesores. De acuerdo con lo anterior, se seleccionaron a tres de los cinco docentes para entrevistarlos por segunda ocasión. Los profesores seleccionados para la entrevista dos fueron Adriana, Bruno y Esteban, ya que durante las observaciones de las clases mostraron, en comparación con el resto de sus colegas, una mayor participación con sus estudiantes al enseñar los tres contenidos antes mencionados. Estos profesores, ya sea en la exposición de los contenidos o en la solución de problemas, constantemente cuestionaban a los estudiantes sobre los procedimientos propuestos para resolver un problema dado o les solicitaban explicar con sus propias palabras las tareas a resolver, les pedían pasar al frente para resolver la tarea matemática y que explicaran a sus compañeros los procedimientos realizados.

Además, de acuerdo con las respuestas dadas en la entrevista uno, Adriana, Bruno y Esteban presentaron un mayor dominio de la información acerca del MEO y el actual PE de la institución donde laboran; por ejemplo, de manera directa mencionaban o hacían referencia a la normativa, lo que señala el MEO con respecto a los aprendizajes esperados y el perfil de egreso de los estudiantes. Este dominio se debe, tal vez, a que Adriana, Bruno y Esteban ya cuentan con las certificaciones para ser docentes en bachillerato.

Asimismo, en la entrevista dos, Adriana, Bruno y Esteban proporcionaron más datos de lo que para ellos, tomando en cuenta las exigencias del MEO y su experiencia como docentes, era enseñar o promover estrategias metacognitivas y cómo se pueden generar espacios para que esto ocurra; de igual manera, mostraron mayor dominio sobre los conceptos *aprender a aprender, autorregulación cognitiva* (aprendizaje autorregulado) y *reflexión*, los cuales fueron mencionados en la entrevista uno y están relacionados con la metacognición (Muijs y Bokhove, 2020).

[24] El propósito es mostrar, a través de estudio de casos, prácticas docentes significativas en el desarrollo de la metacognición para el aprendizaje autorregulado en el contexto de la enseñanza de las matemáticas; de acuerdo con Cohen et al. (2007, p.258), lo que se presenta con un número reducido de casos es “una idea de la dinámica real de las situaciones y las personas [en un momento dado]”.

Diseño de Guía de entrevista dos. Dado que la práctica de enseñanza es propia y única en cada docente, en esta tercera etapa se elaboró una guía de entrevista para cada profesor seleccionado (véase anexos B, C y D). El objetivo de este instrumento era obtener datos acerca de posibles interpretaciones, argumentaciones, explicaciones o justificaciones que los tres profesores de matemáticas dieran sobre lo sucedido en las clases videograbadas, en especial, aspectos relacionados con su práctica de enseñanza, promoción y tipos de estrategias metacognitivas en los estudiantes[25]; además, tenía la finalidad de triangular la información proporcionada en la primera y segunda etapa del estudio.

Cada Guía para la entrevista dos está conformada por dos apartados. El primero recupera datos que los profesores brindaron en la entrevista uno y cómo estos se reflejan en las clases videograbadas, y el segundo retoma aspectos puntales de la práctica del profesor observada. Para ello, se diseñó un video editado para cada entrevista donde se muestran diferentes fragmentos de las clases observadas, de modo que las preguntas del segundo apartado giraran en torno a éste. Las tres Guías de entrevista, una para cada profesor, incluyen sólo preguntas abiertas (en promedio un total de quince) y están diseñadas para que cada entrevista tuviera una duración aproximada de 60 minutos.

Al igual que en la primera etapa, la Guía de entrevista dos está planeada para conducir la conversación entre la investigadora (en el rol de entrevistadora) y el profesor en función del objetivo de la misma. Asimismo, al ser un instrumento abierto permitió que, durante su implementación, se agregaran u omitieran algunas preguntas previamente diseñadas, así como reordenarlas en función de las respuestas del entrevistado.

Entrevista dos a los profesores seleccionados. Los tres profesores fueron entrevistados en el lugar y la hora que cada uno designó. El carácter semiestructurado de la entrevista generó un contexto entre la investigadora y el docente que permitió registrar de manera satisfactoria e inmediata cada una de las respuestas brindadas por los participantes. Además, se decidió hacer uso de la grabadora de audio previa autorización, con el interés de registrar

[25] En términos de Gaete (2015), la Guía de entrevista dos es sobre hechos dentro de un contexto que le permite a cada profesor profundizar sobre las decisiones y acciones que emprendió en su práctica de enseñanza de las matemáticas.

la información brindada en esta tercera etapa, tratando de no obstaculizar el desarrollo de la entrevista y evitar sesgos en las respuestas de los docentes.

Antes de comenzar con la entrevista dos, a cada profesor se le informó sobre el propósito de ésta y se reiteró la confidencialidad de los datos y el anonimato de su participación. También se les dio a conocer la estructura de la entrevista, donde se puntualizó que en el segundo apartado se presentaría un video editado con diferentes fragmentos de las clases observadas. El video se proyectó en presencia de la investigadora y enseguida se hicieron las preguntas con relación a lo observado en los diferentes fragmentos (véase anexos B, C y D)

3.6. Tratado de los datos recopilados

Para dar respuesta a las preguntas de investigación, los datos recopilados de las observaciones y de las entrevistas fueron analizados tomando en cuenta la propuesta de Miles et al. (2014), condensar y visualizar los datos. A continuación se explica a detalle cómo fue el análisis de los datos recabados.

3.6.1. Análisis de las clases observadas

Con respecto al tratado de las clases observadas, se analizó de manera directa las videograbaciones[26], las cuales se organizaron por contenido, dado que cada docente los expuso en diferente orden y cantidad de sesiones. Para cada contenido, las videograbaciones se fragmentaron en unidades de análisis definidas en términos de tareas matemáticas (problemas o actividades de contenido matemático) llevadas a cabo entre el docente y los alumnos de bachillerato. Cada unidad de análisis permitió identificar aspectos de la práctica docente que favorecieran el desarrollo de estrategias metacognitivas.

Para analizar los datos de cada unidad de análisis se tomó en cuenta el modelo de Rigo et al. (2009), en particular, las siguientes categorías: 1) *Proceso metacognitivo sobre la definición* y *explicación de un concepto o procedimiento* (véase Nivel 3.a. Figura 2, p. 44),

[26] Sólo se trascribieron fragmentos de las clases videograbadas y de las entrevistas para sustentar y dar evidencia de los resultados. El recurrir de manera directa a las videograbaciones permitió identificar datos que, tal vez, difícilmente se pueden registrar en una transcripción (Miles et al.,2014; Rodríguez et al., 2005), por ejemplo, gestos, señalamientos, entre otros.

y 2) *Proceso metacognitivo sobre resolución de problemas* (véase Nivel 3.b. Figura 2, p. 44). Para cada categoría se definió un conjunto de subcategorías (véase Tabla 4).

Tabla 4.

Matriz para analizar los datos de las clases observadas por profesor

Categoría	Subcategoría	Unidades de análisis		
		Tarea 1	…	Tarea *n*
1. Proceso metacognitivo sobre la definición y explicación de un concepto.	1.1. Cómo se hizo. 1.2. Por qué se hizo. 1.3. Juicio de valor.			
2. Proceso metacognitivo sobre y durante la resolución de problemas.	2.1. Qué y cómo se aplicó la estrategia. 2.2. Por qué se aplicó la estrategia. 2.3. Valoración sobre la aplicación.			

Nota: Elaboración propia.

La primera categoría se refiere al proceso metacognitivo que los alumnos llevan a cabo sobre los procesos cognitivos que desarrollan para comprender un contenido matemático y que el profesor promueve. Se identifica que el docente cuestiona al estudiante sobre a) *¿cómo realizó?* su proceso (planear) para explicar con sus propias palabras, por ejemplo, la definición de ángulos cuadrantales; b) *¿por qué lo realizó de esa manera*? (monitoreo), si requirió revisar conocimientos previos; c) para después hacer un *juicio de valor crítico* (evaluar) sobre cómo y por qué lo hizo de esa manera (es decir, sobre el proceso ejecutado).

En la segunda categoría se puntualiza el proceso metacognitivo sobre resolución de problemas que el profesor promueve, en términos de que el estudiante supervise y controle su proceso cognitivo ante un problema matemático, desde la lectura de la indicación hasta la obtención de resultados. Aquí, el docente plantea preguntas sobre: a) *¿qué y cómo se aplicó la estrategia?* (planear) con relación a cuestiones procedimentales sobre la solución de un problema; b) *¿por qué se aplicó la estrategia?* (monitoreo), en donde se busca que el alumno argumente la elección de las operaciones o procedimientos realizados; c) y se fomenta en el estudiante el interés para que realice *juicios de valor* epistémico (evaluar) sobre la aplicación de la estrategia, la ejecución de las operaciones y el resultado ante un problema matemático y si es necesario modificar o corregir sus actividades con relación a los resultados que obtuvo.

Las categorías y subcategorías aquí propuestas se sustentan en el marco conceptual del presente estudio, y permitieron organizar la información recabada de las observaciones de modo que, para cada profesor, se pudo hacer una lectura por contenido matemático y global. Además, permiten identificar acciones del profesor encaminadas a favorecer estrategias metacognitivas, el tipo de estrategia y en qué tarea se están desarrollando.

3.6.2. Análisis de la normativa: MEO y Plan de estudios

Para el diseño de la entrevista uno se hizo un análisis de la normativa oficial MEO (SEP, 2017a) y el Plan de Estudios (2018) del Bachillerato Público donde laboran los profesores (2018). Este análisis estuvo centrado en identificar lo que plantean estos documentos sobre metacognición y qué exigencias le plantea al profesor y al estudiante de bachillerato en torno a la metacognición; en particular, se revisó:

- El logro de aprendizajes metacognitivos en matemáticas.
- Las herramientas de tipo pedagógicas que le ofrecen al docente.
- Las exigencias al docente de matemáticas.
- Los momentos que sugieren para favorecer la metacognición.

3.6.3. Análisis de la información recabada en la entrevista uno

El análisis de los datos recabados de la entrevista uno se hizo considerando las respuestas de los tres profesores en conjunto. El análisis fue directo sobre las grabaciones de las entrevistas, de modo que las respuestas se revisaron y se agruparon en tres categorías inductivas: conocimiento normativo (MEO y PE), conocimiento teórico sobre metacognición, y conocimiento procedimental o experiencia para favorecer las estrategias metacognitivas al enseñar matemáticas. Como puede verse en la Tabla 5 se diseñó una rejilla de análisis considerando las tres categorías antes mencionadas, y para cada una se definió un conjunto de subcategorías e indicadores.

Tabla 5.

Rejilla de análisis para los datos recabados en la entrevista uno

Categoría	Subcategoría	Indicador
Conocimiento normativo.	1. Concepto de metacognición.	a. Características. b. Finalidad u objetivo.
	2. Demandas o exigencias al docente.	a. Acciones o estrategias del docente en la clase.
	3. Herramientas o sugerencias didácticas.	a. Información sobre cómo lograr las demandas.
Conocimiento teórico.	1. Metacognición según su perspectiva.	a. Características. b. Condiciones requeridas. c. Similitudes y diferencias entre reflexión sobre el aprendizaje, autorregulación cognitiva y aprender a aprender.
	2. Metacognición en la clase de matemáticas.	a. Acciones del alumno que reflejan metacognición. b. Objetivo de la metacognición en bachillerato.
Conocimiento procedimental.	1. Planeación.	a. Orientación-establecer metas. b. Organización y análisis de la tarea-planeación estratégica.
	2. Monitoreo.	a. Autocontrol-elección de la estrategia, operaciones ejecutadas. b. Autoobservación- procedimiento realizado, resultados obtenidos.
	3. Evaluación.	a. Autoevaluación - aplicación de la estrategia, ejecución de las operaciones. b. Auto-reacciones- explicación y justificación, juicios de valor.

Nota: Elaboración propia.

De manera general, se apunta que la visualización de los datos en la Tabla 5 permitió a esta investigación encontrar similitudes y diferencias acerca del conocimiento normativo, teórico y procedimental, como lo son algunas características, finalidades o acciones asociadas a la metacognición que tienen Adriana, Bruno y Esteban.

3.6.4. Análisis de la información recabada en la entrevista dos

El objetivo de la entrevista dos es triangular la información recabada en la entrevista uno y en las observaciones de clases; por ello, este análisis estuvo centrado en identificar fragmentos que sustentaran las respuestas dadas en la entrevista uno (conocimiento normativo, teórico y procedimental), así como argumentos que justificaran o respaldaran aspectos de la práctica de cada profesor (véase Tabla 6).

Tabla 6.

Rejilla de análisis para los datos recabados en la entrevista dos

Fuente	Categoría	Indicador
Entrevista uno.	1. Metacognición según su perspectiva.	1.1. Acciones o estrategias del profesor que reflejan su perspectiva de metacognición. 1.2. Acciones o estrategias del alumno que reflejan su noción de aprendizaje autorregulado.
Sesiones de clase.	2. Metacognición en la clase de matemáticas en exposición de definiciones y explicaciones.	2.1. Cómo se hizo. 2.2. Por qué se hizo. 2.3. Juicio de valor.
	3. Metacognición en la clase de matemáticas en la resolución de problemas y ejecución.	3.1. Qué y cómo se aplicó la estrategia. 3.2. Por qué se aplicó la estrategia. 3.3. Valoración sobre la aplicación.

Nota: Elaboración propia.

Las respuestas de los tres participantes se transcribieron y se agruparon en función de indicadores que dan cuenta de cuáles son las acciones que ellos identifican de acuerdo con su perspectiva o conocimiento (entrevista uno) y las que realizaron en su práctica y que se vinculan a la promoción de estrategias metacognitivas.

3.7. Consideraciones éticas

Para este estudio se tomó como base el Código de Ética de la American Educational Research Association (AERA, 2011), el cual establece los principios y normas éticas que rigen el trabajo profesional de los investigadores en educación. Con el propósito de mantener el bienestar y la protección de la información de los participantes (los maestros, alumnos y la propia institución educativa), se tomaron en cuenta los siguientes aspectos éticos:

- En todo momento, se brindaron las condiciones idóneas para generar un clima de confianza de modo que los resultados de la investigación se apeguen, en lo posible, a la realidad.
- Se tomaron las precauciones razonables para proteger la confidencialidad de las autoridades que apoyaron para tener acceso a los profesores, la institución donde se llevó a cabo el pilotaje y la toma de datos definitiva, así como los cinco profesores-participantes y de la información que ellos proporcionaron.
- En una sesión informativa se platicó con los participantes en relación con este estudio, y se entregó un consentimiento informado voluntario que explicaba los cuidados éticos en el manejo de la información obtenida en todo momento.
- Se aseguró que el manejo de los datos e información fuera de forma confidencial sin manipular resultados, tanto en la selección como en la publicación de resultados.
- Se garantizó el anonimato de los informantes, por lo que las respuestas no son publicadas de forma individual ni se informan los nombres reales.
- A los profesores-participantes se les solicitó de manera atenta su colaboración continua sin que eso implicara ejercer presión o coerción. Durante las entrevistas se realizaron preguntas que contribuyeran a obtener información del interés de la investigación y se evitó profundizar en temas o aspectos ajenos al estudio.

3.8. Comentarios finales

El análisis de datos se hizo en el orden de las tres etapas antes mencionadas para recopilar la información necesaria, sin embargo, los resultados siguen otro orden. Para dar respuesta a las preguntas de investigación, los resultados están divididos en dos capítulos: 4 y 5. Con el objetivo de presentar un contexto sobre lo que saben los profesores de bachillerato, el Capítulo 4 muestra en primer lugar los resultados que se obtuvieron del análisis de los documentos oficiales (MEO y del PE) en torno a la metacognición y a las exigencias al profesor y a los estudiantes para favorecer este proceso cognitivo; en segundo lugar, los resultados obtenidos de la entrevista uno. Por su parte, el Capítulo 5 está centrado en los resultados que muestran, en primero lugar, cómo los profesores logran favorecer la metacognición en sus estudiantes al enseñar matemáticas (datos que vienen de las videograbaciones) y, en segundo lugar, cómo ellos justifican ese actuar (información obtenida de la entrevista dos).

Presentar los resultados de esta manera permite responder en orden, de exposición, las preguntas de investigación aquí planteadas: ¿Qué sabe el docente que enseña matemáticas en bachillerato sobre metacognición, de acuerdo con el Modelo Educativo Obligatorio?, ¿qué acciones del profesor de bachillerato, llevadas a cabo en la clase de matemáticas, promueven el uso o desarrollo de estrategias metacognitivas en los estudiantes para el aprendizaje autorregulado? y ¿qué estrategias metacognitivas promueve el profesor en los estudiantes de bachillerato al enseñar matemáticas?

CAPÍTULO 4.
NOCIÓN DEL PROFESOR SOBRE METACOGNICIÓN EN MATEMÁTICAS

Este Capítulo da cuenta de los resultados obtenidos de la revisión de la normativa institucional y de la entrevista uno. Su estructura corresponde a seis apartados, los primeros cinco están centrados en las nociones de los tres profesores de matemáticas sobre metacognición en bachillerato, en términos de autorregulación cognitiva, aprendizajes autónomos, aprender a aprender y *reflexión sobre el aprendizaje*. El orden de exposición responde al interés de explicar el contexto, sobre lo qué es la metacognición desde el MEO y del PE de la institución donde laboran los participantes, para después presentar información que cada docente tiene sobre la normativa oficial, y su conocimiento teórico a partir de su experiencia, en lo que respecta a la promoción de metacognición en las clases de matemáticas. El último apartado presenta, a manera de cierre, comentarios finales sobre las nociones de los tres profesores acerca de la metacognición.

4.1. Metacognición en el MEO y en el Plan de Estudios

El Modelo Educativo para la Educación Obligatoria (SEP, 2017a) y el Plan de Estudios (2018) de la institución educativa, donde se tomaron los datos, se derivan de la RIEMS, y ambos documentos plantean como fin último lograr una educación de calidad, donde se pongan los aprendizajes de los alumnos (nivel de primaria, secundaria y bachillerato) en el centro de todos los esfuerzos educativos (SEP, 2017a). Para tal logro, la visión del aprendizaje que plantea el MEO y el PE es desde la perspectiva constructivista, en términos de que el estudiante desarrolle de manera autónoma procesos de aprendizajes por medio de su participación activa, intencional, planificada y sistemática, además, que sea responsable de seleccionar, organizar y transformar la información que recibe (SEMS, 2017), por ejemplo, del profesor de matemáticas.

Asimismo, en ambos documentos se plantea la necesidad de desarrollar estrategias metacognitivas en los alumnos de EMS que los lleve a ser responsables de construir y lograr su propio conocimiento matemático; por ejemplo, el PE (2018, p. 83) apunta que “la enseñanza se centra en el aprendizaje del estudiante. Esto implica que el estudiante aprenda a aprender por lo que deben favorecerse las estrategias metacognitivas”.

Llama la atención que esta necesidad también está señalada en la Educación Básica. En los Programas de matemáticas, por ejemplo, de sexto grado de primaria (SEP, 2011a, p. 67) y tercero de secundaria (SEP, 2011b, p. 19), se le pide al profesor, como un objetivo a lograr, que los alumnos "reflexionen [para] encontrar diferentes formas de resolver los problemas y a formular argumentos que validen los resultados".

Lo anterior muestra que, en la Educación Básica, más que enfatizar el nivel de desarrollo cognitivo de los estudiantes (Osses y Jaramillo, 2008; Piaget, 1985), se tiene el compromiso de generar espacios en la clase de matemáticas en los que el alumno se dé cuenta y reflexione de cómo aprende y cómo regular ese aprendizaje; en otras palabras, que desarrolle estrategias metacognitivas que lo lleven a ser autónomo en su propio quehacer. En el MEO es muy clara esta idea, pues se puntualiza que para lograr *buenos* y *efectivos* aprendizajes es importante lo siguiente:

> En los ámbitos de la educación básica y de la media superior se relacionan entre sí múltiples elementos. Diversos factores se articulan en torno a los aprendizajes efectivos, además del desarrollo cognitivo de cada niña, niño o joven. Para que haya buenos aprendizajes [metacognición], debe haber un currículo actualizado y pertinente; condiciones para su implementación; prácticas de enseñanza adecuadas; directores con liderazgo y maestros capaces, comprometidos y actualizados… Cada aspecto o componente juega un papel que se articula e interrelaciona con los demás. (SEP, 2017a, pp.188-189)

Sin embargo, en la propuesta, al menos en el MEO (SEP, 2017a) y el PE, no se explicita de manera directa: a) cómo se vincula la puesta en práctica de estrategias metacognitivas con la autonomía y los aprendizajes *buenos y efectivos*, b) cómo el alumno debe ser consciente o reflexionar y regular su aprendizaje, y c) cuál es el rol y las acciones que el docente de matemáticas debe implementar o qué debe saber para tal logro. En relación con el inciso c, Gaeta (2014, p. 52) afirma lo siguiente:

> Los profesores deben ayudar a sus estudiantes a identificar y establecer metas de aprendizaje específicas y viables, guiándolos para que elijan estrategias de aprendizaje adecuadas a la situación, apoyándoles para que reflexionen sobre sus actuaciones, sus

aprendizajes y sus logros de manera precisa y continua, además de promover actitudes positivas hacia el aprendizaje, al reflexionar sobre los beneficios de la actividad de autorregulación y del mantener creencias motivacionales compatibles con el aprendizaje autónomo.

Resulta necesario, por lo tanto, dar cuenta de qué saben los profesores de matemáticas en bachillerato acerca de metacognición, tomando como referente el MEO y PE, pues ellos son los responsables de promoverla en clases; es decir, a motivar a sus alumnos para reflexionar sobre sus aprendizajes. Además, estos documentos oficiales son obligatorios de consulta por los docentes que imparten alguna asignatura en EMS.

A partir del análisis que se realizó del MEO, PE y de los programas de matemáticas de sexto de primaria y tercero de secundaria, se postula como el *deber ser*, que el alumno al controlar sus procesos cognitivos logre ser autónomo en su aprendizaje de las matemáticas. Este tipo de inferencia surge de la visión que el MEO (SEP, 2017a) y los programas de matemáticas de Educación básica (SEP, 2011a, 2011b) lo plantean como procesos similares (control cognitivo y autonomía para aprender, respectivamente). En otras palabras, se exige que el estudiante sea consciente de su proceso de aprendizaje en términos de controlar qué y cómo aprender, dentro y fuera del salón de clases, con el objetivo de "desarrollar procesos metacognitivos que le permitan desarrollarse de manera autónoma en diversas actividades" (SEMS, 2017, p. 50).

Aunque estos documentos normativos difieren en la forma en que perciben al docente y su rol para lograr la metacognición, coinciden en la importancia de este actor educativo. En los programas de matemáticas de Educación básica se plantea que la metodología didáctica del profesor "consiste en utilizar secuencias de situaciones problemáticas que despierten el interés de los alumnos y los inviten a reflexionar, a encontrar diferentes formas de resolver los problemas y a formular argumentos que validen los resultados" (SEP, 2011b, p. 67). Por su parte, en bachillerato, el maestro es el responsable de dar retroalimentación al alumno sobre su desempeño: "cuando el docente retroalimenta al estudiante con argumentos claros, objetivos y constructivos sobre su desempeño, la evaluación adquiere significado para éste, pues brinda elementos para la autorregulación y la mejora de sus aprendizajes" (SEP, 2017a, p. 89).

Lo anterior coincide con Chávez y Martínez-Rizo (2018), al considerar que una retroalimentación formativa depende del nivel de exigencia cognitiva[27] de los aprendizajes que se esperan alcanzar, y se logra cuando el docente tiene claro lo que quiere que sus alumnos aprendan y la manera en que lo harán. La retroalimentación tiene mayor impacto en el aprendizaje al estar centrada en los métodos o procedimientos que los estudiantes de bachillerato usan para aprender y solucionar problemas y en los argumentos que ellos usan para justificar sus procedimientos, pues en su conjunto proporcionan ayudas para lograr las conexiones y construir nuevo conocimiento matemático.

Desde la concepción que el MEO plantea acerca del profesor y sus responsabilidades (SEP, 2017a) se puede señalar que, para lograr que el estudiante de bachillerato sea responsable de su aprendizaje y desarrolle estrategias de aprendizaje (cognitivas o metacognitivas), el actuar del docente es relevante. En este sentido, el MEO define responsabilidades para el docente, por ejemplo, generar espacios donde los estudiantes hagan uso de estrategias metacognitivas de modo que se logre una enseñanza de calidad. En el apartado siguiente se describen con detalle.

4.2. Exigencias al docente desde la normativa para lograr la metacognición

Al tomar como referencia lo señalado en el MEO, se hace evidente que para lograr en el alumno la construcción y autorregulación de su propio aprendizaje, es necesario que el profesor de bachillerato sea “capaz de guiar y participar activamente en la comprensión de los contenidos de los estudiantes, sus motivaciones, intereses y formas de aprender” (SEP, 2017a, p. 86). Lo que significa que, a partir de la experiencia del maestro, de su formación y concepción de su rol y acciones, puede incentivar en los estudiantes el interés de potencializar la metacognición al aprender contenidos matemáticos.

Uno de los resultados de la revisión de la normativa es que, para cumplir la exigencia anterior, se le demanda al docente a) “planear actividades reales que permitan a los alumnos desplegar sus recursos (conocimientos, habilidades y actitudes) con el propósito de integrar

[27]“Una tarea puede ser de bajo nivel de exigencia, pero el maestro, con su intervención, puede hacer preguntas que dirijan a los estudiantes hacia reflexiones de niveles más complejos, y viceversa” (Chávez y Martínez-Rizo, 2018, p. 239).

procesos y contenidos" (SEMS, 2017, p. 19), b) promover en el aula un clima de motivación para conseguir que el alumno tenga disponibilidad y compromiso para aprender y no centrar su interés solamente en la aprobación de la asignatura" (SEMS, 2017, p. 20), y c) cumplir con la "principal función del docente [que] es contribuir con sus capacidades y experiencia en la construcción de ambientes que propicien el logro de los aprendizajes esperados por parte de los estudiantes" (SEP, 2017a, p. 127).

Las demandas que se discuten en los párrafos anteriores se reflejan de manera directa en el MEO (SEP, 2017a, pp. 91 y 198) y en el PE, en donde es claro que la responsabilidad de lograr y potencializar la metacognición en los estudiantes depende de las acciones del maestro en la clase de matemáticas:

- [Un] elemento clave de la educación a lo largo de la vida... [es lograr que el alumno] reflexión[e] sobre los modos en que ocurre el propio aprendizaje; y algunas de sus facultades, como la memoria o la atención, para su reajuste y mejora.
- El docente debe formar alumnos críticos, analíticos, innovadores y… reflexivos, [para lograr] aprendizajes autónomos.
- Como parte de los principios pedagógicos, "la escuela da cabida a la autorregulación cognitiva… para promover el desarrollo de conocimientos".
- La enseñanza se centra en el aprendizaje del estudiante. Esto implica que el estudiante aprenda a aprender.

De lo anterior se interpreta que el docente además de promover espacios donde el alumno reflexione y se conozca como aprendiz, también debe asegurar que esa reflexión lo lleve a un aprendizaje a largo plazo y a identificar las estrategias que necesita para que aprenda de manera autónoma, controlando sus esfuerzos, distribución de tiempo, motivación, haciendo ajustes a los planes que previamente diseña y a corregir errores.

De estas demandas, resulta necesario señalar que en las siguientes ideas se establecen las relaciones entre la metacognición y las concepciones que son señaladas por los documentos oficiales. Cuando el estudiante reflexiona en la clase de matemáticas se cuestiona sobre los conocimientos que necesita y cuáles son los que ya tiene, y así saber cómo y para qué aprende en matemáticas. También se refiere a conocerse como alumno, identificar cómo se tiene que organizar, qué técnicas le son más viables para aprender, con qué recursos cuenta para aprender, cuáles habilidades ha desarrollado para aprender por sí mismo en otras tareas o contenidos matemáticos.

Asimismo cuando un alumno de bachillerato es autónomo en sus aprendizajes refleja que es consciente y que a lo largo de su formación académica ha identificado, conoce y controla sus procesos cognitivos, así como las técnicas que le permiten aprender, memorizar y mantener la atención, como dificultades que debe resolver y también aspectos conductuales que lo motivan a continuar hasta lograr las metas de aprendizaje. En este sentido, el autoconocimiento que el alumno tiene puede ser potencializado por las actuaciones del docente, quien es el responsable de guiar su proceso formativo y se vuelve un ejemplo de cómo aprender y aplicar diferentes contenidos en la solución de problemas matemáticos.

Se requiere que el profesor de matemáticas, de EMS, tenga conocimientos sobre qué es y cómo potencializar en sus estudiantes la reflexión, la autorregulación y el aprender a aprender; de modo que lo implemente en el salón de clases. Tomando como marco el MEO y al tener como objetivo mejorar la calidad en la formación integral de los estudiantes, la RIEMS (SEMS, 2008) plantea que el profesor de este nivel debe estar certificado para cumplir con sus funciones y perfil docente, por lo que se plantean procesos de certificación como la ECODEMS. De acuerdo con la revisión de sus programas de capacitación y guías de estudio[28], no existen, al menos de manera directa, herramientas metodológicas, pedagógicas o teóricas que le permitan al docente cumplir estas exigencias. Tal vez, se menciona sin llegar a una revisión exhaustiva cuando se tratan los siguientes temas: a) modelos centrados en el aprendizaje, con un enfoque en competencias o b) diseño de un ambiente de aprendizaje. Sin embargo, no se puede garantizar que así sea, al menos no en la revisión del contenido del curso de certificación, en la literatura sugerida ni en la información proporcionada por los profesores participantes.

A manera de conjetura, lo que se puede señalar es que este tipo de actualización y capacitaciones desarrollan en el docente otro tipo de habilidades y conocimientos, sobre lo relacionado al logro de competencias y al perfil de egreso del estudiante de EMS, pero queda

[28] CENEVAL (2019).

de manera superficial o nula la propuesta de cómo lograr en los alumnos el desarrollo de estrategias metacognitivas, la reflexión y autorregulación cognitiva al enseñar matemáticas.

4.3. La mirada del profesor de matemáticas al MEO y al Plan de Estudios

Conocer lo que el docente de matemáticas sabe a partir de lo que señala la normativa resulta fundamental, pues lo que él conciba con respecto a su rol y quehacer determina su estilo y forma de enseñanza (Jiménez y Gutiérrez, 2017), y esto se refleja en su práctica docente. Hay coincidencias en las concepciones que tienen Bruno, Esteban y Adriana en torno a lo que la normativa dice sobre metacognición. Cada uno de los participantes centra su atención en aspectos puntuales. Enseguida se da evidencia de lo anterior.

Primero, se presenta la perspectiva que tiene Bruno con respecto a lo que la normativa plantea y que se relaciona a lograr en el estudiante la metacognición al aprender matemáticas. Bruno hace alusión a que los tres conceptos vinculados con la metacognición se centran en la aplicación del contenido temático a situaciones más cercanas a la realidad de los alumnos (véase Tabla 7).

Tabla 7.

Noción de Bruno sobre términos utilizados en la normativa y vinculados con metacognición

Concepto	Significado para Bruno
Reflexión sobre el aprendizaje.	… todo lo que se aprende tiene una aplicación en la vida… El MEO [dice] que si le vamos a enseñar el teorema de Pitágoras, que [el alumno] sepa en dónde se aplica.
Autorregulación cognitiva.	Lo cognitivo es el conocimiento, y regular, pues que regule ese conocimiento. Porque no todo lo que los muchachos ven en internet es cierto. Yo siempre les digo que no se queden con la primera fuente que ven, que traten de buscar otras fuentes… pues ahí ya están regulando si [la información] es verdad, factible o viable.
Aprender a aprender.	[Que el alumno] busque su conocimiento, que lo aprenda y que lo sepa dar a conocer… y [así] no se le va a olvidar.

Nota: Elaboración propia.

Desde la perspectiva de Bruno, cuando la normativa hace alusión a reflexionar en la clase de matemáticas se refiere a que el alumno, a partir de ejercicios contextualizados que planteen situaciones cercanas a la realidad del estudiante, se da cuenta que los contenidos que se revisan en la clase son aplicables en la vida cotidiana. Además, para Bruno, la reflexión se limita a la aplicación de los contenidos y no a un proceso donde el alumno pueda pensar sobre cómo y para qué aplicar y desarrollar sus estrategias de aprendizaje al aprender matemáticas. Con ello, Bruno hace referencia a que el estudiante reflexione o se dé cuenta dónde aplicar lo aprendido en la clase de matemáticas, de modo que la promoción de metacognición o el logro de aprendizajes autorregulados tendrá impacto en cómo el profesor plantea los contenidos y cómo dirige su actuar en la clase y al resolver tareas matemáticas.

Por otro lado, para el maestro Bruno, la forma en que la normativa señala cómo se logra la autorregulación cognitiva es cuando en el alumno se desarrolla la habilidad de seleccionar información viable para solucionar alguna tarea matemática y hace alusión a la disponibilidad y facilidad con que se puede tener acceso a la información, pero que es necesario que el estudiante identifique y se asegure que tal información es verdadera. El profesor Bruno no profundizó sobre la autorregulación cognitiva, pues recurrió al propio concepto para tratar de delimitar sus características y cómo ésta ocurre en sus alumnos de bachillerato. Si bien, al inicio de la explicación hizo alusión al control y regulación del conocimiento, después recurrió a un ejemplo que restringe la autorregulación a una estrategia de tipo cognitiva, como lo es la búsqueda de información.

En lo que refiere a la noción de aprender a aprender, de acuerdo con Bruno se puede vincular de manera más directa con la metacognición, pues involucra que el alumno, además de buscar información y conocimiento correcto (definición de autorregulación cognitiva de Bruno) también aprenda a "dar a conocer [la forma en que] está aprendiendo y cómo lo va a poder aplicar" y pueda utilizarlo en otros temas o al resolver otros ejercicios contextualizados (tareas matemáticas). Se infiere que para el docente, desde este concepto, la metacognición está dada en términos de que el estudiante de bachillerato asuma su responsabilidad para el aprendizaje, y como tal desarrolle la capacidad de preguntarse sobre lo que necesita para aprender y cuáles son sus metas de aprendizaje específicas.

De tal forma que, para Bruno, la forma en que la normativa concibe el interés de la metacognición, desde los términos propuestos, es en desarrollar en el alumno la habilidad para que, a partir del contenido temático abordado en la clase, reconozca y haga uso de la información que sabe y domina, y a partir de ello identifique que el contenido matemático también tiene aplicación en otras tareas matemáticas similares y en la vida cotidiana.

Por su parte, para Esteban el objetivo de la normativa es incentivar en el alumno la habilidad para que conozca las formas y lo que necesita para aprender y esto se vea reflejado en las nociones que tiene el profesor con respecto a los conceptos que se mencionan en la normativa y que se relacionan con la metacognición (véase Tabla 8).

Tabla 8.

Noción de Esteban sobre términos utilizados en la normativa y vinculados con metacognición

Concepto	Significado para Esteban
Reflexión sobre el aprendizaje.	Una de las competencias [de acuerdo con el MEO y el PE] es que el estudiante tenga auto conocimiento… el alumno debe conocer las formas en las cuales se le facilita aprender. Conocer y aprender técnicas de estudio, ver cuál es la que más le favorece y… desarrollar sus habilidades, para seguir incrementando sus conocimientos.
Autorregulación cognitiva.	El [alumno] tiene que darse cuenta qué es lo que necesita para generar nuevos conocimientos, trabajar y adquirir. Darse cuenta primero y luego trabajar para desarrollar esas habilidades y conocimientos que pueden ser generadores de otros.
Aprender a aprender.	El alumno tiene que aprender y conocer las formas en las que aprende. Las formas en que logra o se le facilita construir el conocimiento.

Nota: Elaboración propia.

A partir de la relación que Esteban identifica entre el MEO y PE, para él resulta necesario que la reflexión sobre el propio aprendizaje esté en función de desarrollar en el alumno la competencia de auto-conocerse. Es importante que el estudiante identifique si su aprendizaje se logra a partir de lo visual, auditivo o kinestésico y así el profesor haga uso de diferentes medios y asegure las condiciones para que cada alumno aprenda el contenido matemático y reflexione sobre su aprendizaje.

En su rol como docente, el reto a lograr es "cubrir todas las formas en que el muchacho aprende, … el aspecto auditivo, visual". Lo anterior, de acuerdo con el maestro, no resulta complicado, pues tal como apunta: "en matemáticas no batallamos porque también hay mucha parte de aplicación práctica, [otra opción es] el trabajo entre pares para lograr la regularización" y así, ofrecer al estudiante diferentes contextos en donde pueda aprender e identificar lo necesario para lograr tal aprendizaje. La reflexión sobre el propio aprendizaje está relacionada con la autorregulación cognitiva, pues para Esteban, cuando un alumno se da cuenta qué es lo que necesita (habilidades y conocimientos) para generar nuevos aprendizajes, es decir, después de reflexionar se puede regular el conocimiento para así asegurar el aprendizaje.

En lo que respecta el aprender a aprender, Esteban lo vincula con la reflexión y la perspectiva teórica del constructivismo, en donde a partir de diferentes técnicas de estudio y actividades en el aula, el alumno formula su propia estrategia con la que se le facilita el aprendizaje. El docente permite al estudiante aprender a aprender a través de "diseñar y aplicar técnicas o estrategias de enseñanza donde él pueda… dialogar, pensar, resolver, reflexionar acerca de lo sucedido [en un tema o tarea matemática] y de esa forma construya su aprendizaje". En palabras de Esteban, el objetivo a lograr es que el "alumno sea el centro y la parte más activa del conocimiento". A manera de síntesis se apunta que las nociones que señala Esteban radican en que la metacognición se logra a partir de que el estudiante se conoce como aprendiz (técnicas y estilos de aprendizaje) y no en cómo ejecuta y evalúa los procesos que desarrolla para solucionar una tarea.

Finalmente, en las concepciones que tiene la profesora Adriana sobre cómo la normativa plantea que deben ser los aprendizajes en matemáticas a nivel bachillerato, se resalta la trascendencia en que el estudiante asuma que su participación debe ser activa y consciente sobre la responsabilidad para lograr el aprendizaje (véase Tabla 9).

Tabla 9.

Noción de Adriana sobre términos utilizados en la normativa y vinculados con metacognición

Concepto	Significado para Adriana
Reflexión sobre el aprendizaje.	[Los alumnos] tienen que darse cuenta de cómo su participación activa los lleva a conocimientos nuevos… por ejemplo, en una actividad que los lleve a reflexionar…, ellos se van dando cuenta de cómo a veces no necesitan [al docente] para aprender, pueden ir deduciendo otras cosas.
Autorregulación cognitiva.	[Que el alumno sepa de] dónde vienen las cosas, para ayudarlo a que vaya teniendo una autorregulación… La autorregulación es cómo controlar tu propio aprendizaje y cómo vas a aprender.
Aprender a aprender.	Todas las academias nos están empujando a que los muchachos hagan más investigación, a ir más allá de la información que da el docente…, incluso en los programas, los proyectos integradores incluyen mucho lo que es aprender a aprender e investigar… y es parte obligatoria para el docente, enseñar [a los alumnos] a buscar y guiarlos para que tengan la información correcta.

Nota: Elaboración propia.

Adriana plantea que para el MEO y el PE la reflexión sobre el propio aprendizaje está dada en términos de que el alumno sea el centro en el proceso de enseñanza aprendizaje de bachillerato, de modo que sea él mismo quien deduzca, a partir de sus conocimientos previos, de dónde y cómo se relacionan los contenidos y aprendizajes matemáticos. Por otro lado, identifica que la autorregulación es referida por la normativa como la capacidad que el alumno desarrolla para darse cuenta de que él puede aprender y resolver una tarea matemática sin necesidad de que el maestro le facilite el procedimiento y resultado, y también a controlar su propio aprendizaje y darse cuenta cómo aprender.

Desde la configuración de Adriana, el aprender a aprender se relaciona con la reflexión y la regulación cognitiva, pues éstas se refieren a que el estudiante sea quien busque e investigue el conocimiento, identifique la información correcta y deje de "acostumbrarse a que el docente es el que da toda la información" con respecto a una tarea, que incluye presentar el problema, los datos, el o los procedimientos y el resultado. Lograr que el alumno sea consciente de su responsabilidad para aprender, en esa medida se cumple el aprendizaje.

Para la docente de bachillerato, el que el estudiante se reconozca como responsable de lo que aprende, se logra a partir de que el profesor lo "haga pensar de dónde vienen las cosas que se le están enseñando… para tratar que tenga un poco de curiosidad… y que empiece a usar la lógica" para resolver tareas matemáticas sin importar el nivel de complejidad.

Un punto en común entre Adriana y Esteban es que en su discurso sobre lo que plantea la normativa con respecto a los conceptos vinculados a la metacognición, es la correspondencia con el logro de las competencias que marca el MEO y PE. Lo anterior se refleja de forma directa, en lo que comenta Adriana, al señalar que el aprender a aprender permite que el alumno aprenda el contenido matemático a partir de proyectos integradores, que vienen estipulados en el programa de la materia que se desprende del PE y que marcan, de manera específica, para cada tema qué competencias específicas y disciplinares debe adquirir el alumno. Esto resulta importante, pues mientras la normativa estipula la necesidad de lograr aprendizajes metacognitivos y no desarrolla pautas sobre cómo lograrlo, sí permite que los docentes tengan muy presente el logro de las competencias, como una exigencia de la normativa.

Como se presentó en este apartado, las nociones que los tres docentes tienen acerca de algunos términos utilizados en la normativa, y que son afines a lo que la literatura delimita como metacognición, tienen diferentes matices. Para Bruno su concepción se centra en que el alumno identifique la aplicación de las matemáticas a su contexto cercanos; por su parte, desde los conocimientos de Esteban, la metacognición se vincula con el autoconocimiento; en cambio, la visión de Adriana se centra en la autonomía de los estudiantes de bachillerato para resolver problemas. Aunque hay diferencias entre los tres profesores, coinciden en que tales nociones deben estar aplicadas en el aula con el objetivo de llevar al estudiante a aprender las matemáticas, donde él genere su propio aprendizaje y sea un sujeto autónomo, lo cual le exige al profesor tener conocimiento. Estos matices y diferencias también se hacen presentes en el siguiente apartado, que esboza, desde las concepciones de los tres participantes, las sugerencias didácticas que la normativa brinda para cumplir las demandas que se les solicitan a los docentes de matemáticas.

4.3.1. Herramientas didácticas para lograr aprendizajes metacognitivos

Como parte del interés de conocer lo que los maestros conocen acerca de la normativa, en la entrevista uno se incluyeron preguntas con respecto a las herramientas o sugerencias de tipo didácticas que Adriana, Bruno y Esteban identifican que el MEO y el PE ofrecen a los profesores de bachillerato para lograr la autorregulación cognitiva, la reflexión y el aprender a aprender. En este sentido, los docentes respondieron tomando como referencia las actualizaciones, cursos de formación y las reuniones de trabajo colegiado que tienen en la institución donde laboran.

En el caso particular del profesor Bruno, sus respuestas fueron muy puntuales al señalar que el MEO y el PE brindan herramientas, pero sobre todo dota al maestro de la posibilidad de organizar los contenidos de acuerdo con diferentes objetivos, por ejemplo, dependiendo los conocimientos previos de sus estudiantes. Además, un aspecto que el docente resalta es que la normativa no limita el uso de herramientas de tipo didácticas y eso "es lo que le da a uno, como maestro, la flexibilidad de poder utilizar diferentes métodos, estrategias que uno requiera para llegar a enseñar todos los contenidos", y señala que en el caso del bachillerato donde labora existen "medios que son de cierta manera ilimitados, por ejemplo, está el internet, la pantalla y en mi caso que traigo mi computadora. Y eso ayuda para que se logren los aprendizajes y los muchachos tengan el conocimiento". Lo anterior sintetiza que para Bruno las herramientas didácticas se resumen a recursos en su mayoría, de tipo tecnológico y técnicos para lograr los aprendizajes, pero no hace referencia de manera directa a cómo el uso de esos recursos favorece, particularmente, la metacognición en matemáticas.

Por otro lado, los profesores Adriana y Esteban, a diferencia de Bruno, mencionaron aspectos generales relacionados con las sugerencias didácticas que la normativa les proporciona, Adriana señaló que cuando se estuvieron diseñando los nuevos planes y programas en el bachillerato donde labora se plantearon pautas “que le dan a uno ideas de cómo plantear los temas. Por ejemplo, en el programa, te va diciendo el cómo, te guían más o menos, qué tipo de actividades puedes hacer para guiar al alumno a que aprenda lo que necesita”. En otras palabras, la maestra restringe las herramientas para lograr la reflexión a sugerencias de secuencias didácticas para presentar los contenidos de *Geometría y Trigonometría*, sin que busquen aprendizajes metacognitivos.

Un aspecto en el que coinciden Esteban y Adriana es en señalar que entre las sugerencias didácticas que la normativa provee se encuentran los cursos de certificación para ser docentes de EMS. Para Esteban y Adriana, estos cursos les facilitan información sobre el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) e información de tipo pedagógica, por ejemplo, tipos de problemas para que el alumno resuelva en clase, además de sugerencias de tipo administrativas, como organizar en carpetas las diferentes experiencias y recursos utilizados durante el semestre y, que a cada docente les parecen significativas de su práctica para volverlas a aplicar en los siguientes ciclos escolares.

Tomando como referencia lo anterior resulta importante hacer énfasis en cómo para Esteban el ABP impacta en el desarrollo de la metacognición en los alumnos. Se infiere que desde la concepción que tiene Esteban el ABP permite la autorregulación cognitiva, pues “al lanzar una pregunta se puede desencadenar muchas dudas, [el maestro brinda la oportunidad al alumno] para que empiece a entender cómo utilizar e integrar diferentes temas” y así lograr que el estudiante revise qué o cuáles de los temas e información necesita para solucionar ese problema. Sin embargo, esta herramienta o sugerencia didáctica responde a un método de aprendizaje desde la visión constructiva del aprendizaje, en donde se busca que el alumno adquiera e integre los nuevos conocimientos, sin que esto genere una relación directa con la potencialización de la autorregulación cognitiva del alumno.

A partir del análisis de las entrevistas se puede concluir que si bien los tres docentes plantean definiciones o acercamientos conceptuales a lo que la normativa exige para lograr aprendizajes metacognitivos, éstas son muy elementales y pareciera que es otra labor del docente, primero comprender lo que la normativa define como aprender a aprender, autorregulación cognitiva, reflexión sobre el aprendizaje, y autonomía, para después diseñar estrategias de enseñanza que logren las demandas que se le exigen al docente.

Sin embargo, se deduce que los profesores de matemáticas tienen nociones más cercanas acerca de la metacognición como un proceso y control cognitivo que "implica el conocimiento y la consciencia de uno mismo sobre la actividad cognitiva o cualquier cosa relacionada con la actividad cognitiva" (Wulandari et al., 2018, p. 38). Conciben la metacognición como la "promesa pedagógica" (Ellis et al., 2014, p. 4016) que permite a los estudiantes, además de resolver problemas, participar de manera activa en cómo aprenden, de tal forma que reflexionen sobre qué y por qué aprenden.

4.4. Significado de metacognición en los tres profesores

En este apartado se presentan resultados que dan cuenta de cómo los profesores de bachillerato identifican ciertas características entre los conceptos de autorregulación cognitiva, aprender a aprender y reflexión sobre el propio aprendizaje, con los cuales, a partir de la literatura, se asocia a la metacognición (véase Tabla 10) y las características que los participantes identifican como básicas para promover aprendizajes metacognitivos al enseñar matemáticas.

Tabla 10.

Nociones de los tres profesores sobre metacognición

Profesor	Concepto	Significado
Esteban	Autorregulación cognitiva.	Conocer qué es lo que quieren aprender [los alumnos], para qué les va a servir y saber cómo aprenden.
	Reflexión.	Si reflexiono sobre los modos en que aprendo, estoy aprendiendo a aprender.
	Aprender a aprender.	Es lo mismo que reflexión.
Bruno	Autorregulación cognitiva.	[Que el alumno] llegue al conocimiento y que use sus propios métodos, técnicas [para aprender] y que sean justificables. Es ver si ese conocimiento es el único que existe para llegar a la solución. Es estar consciente de lo que está aprendiendo.
	Reflexión.	Si lo que se aprendió está bien aprendido.
	Aprender a aprender.	Saber o conocer lo que aprendió.
Adriana	Autorregulación cognitiva.	Ser y hacerme responsable de aprender.
	Reflexión.	Pensar si lo que estoy aprendiendo me sirve o no.
	Aprender a aprender.	Te prepara para tu vida, para resolver cualquier tipo de problemas. Es aprender a adquirir esos conocimientos que se necesitan.

Nota: Elaboración propia.

Para Esteban, al reflexionar se aprende a aprender y así conocer lo que le sirve a un alumno para lograr los aprendizajes, Bruno identifica que “uno lleva a la otra”, es decir, para que la autorregulación se logre es necesario que el estudiante reflexione y reconozca las opciones que tiene para resolver cierta tarea matemática, que se dé cuenta de los errores que comete, y que decida sobre cuál es la forma o método que le resulta más fácil o viable para resolver un problema. En cambio, Adriana menciona que existe reciprocidad, pero que no son lo mismo, señala que el aprender a aprender implica que el alumno aprenda lo que él necesita, por ejemplo, para un examen. La autorregulación está relacionada con la responsabilidad de cada estudiante para aprender, con "empujarme a mí mismo [como alumno] para lograr cierto aprendizaje". Por último, la reflexión es describir la funcionalidad de lo que se está aprendiendo, en otras palabras, si sirve o no para un determinado objetivo o tarea matemática, así como para identificar los errores que se cometieron.

A partir de lo anterior, se puede señalar que existen coincidencias entre las nociones de los tres participantes, ya sea a lo largo de su discurso o en los ejemplos que utilizan. En particular, la respuesta de Bruno se puede asociar a las tres estrategias metacognitivas, pues a partir de su definición se reconoce la planeación como la generalización del conocimiento matemático y la funcionalidad de los aprendizajes, el monitorear como las alternativas de solución con respecto a una tarea matemática, y la evaluación sobre los métodos o procedimientos que utiliza y que le permiten obtener la respuesta correcta.

Otro de los hallazgos es que los tres participantes centran mayormente su descripción en el papel activo del alumno, la aplicación de ese aprendizaje, y, sobre todo, en el caso de Bruno, la toma de consciencia sobre lo que está aprendiendo. De acuerdo con lo antes expuesto, las explicaciones o definiciones que los profesores dan sobre aprender a aprender, autorregulación y reflexión están relacionadas con lo que se menciona en la literatura sobre metacognición (Cueli et al., 2013; Gaeta, 2014; Márquez y Cuevas, 2017; Rigo et al., 2010; Vesga et al., 2015). En este sentido, se identifica que para Adriana, Bruno y Esteban, sin que se les haya cuestionado directamente sobre metacognición y cómo lograrla en los estudiantes de bachillerato, hacen referencia a ella a través de los conceptos que son identificados y señalados en la normativa.

Lo concerniente a las características que los docentes identifican como importantes a lograr para potencializar la metacognición se pueden destacar las siguientes: a) planeaciones diferenciadas para cada grupo, b) desarrollar actividades, tareas matemáticas o situaciones problemáticas que le generen curiosidad e interés al alumno para realizarlas en la clase, y c) adecuar el ritmo de trabajo a las características de cada grupo en donde el docente sea el guía en el proceso de aprendizaje.

Respondiendo al primer inciso, y de acuerdo con el discurso de Esteban, se puede identificar que el rol del docente en el proceso de aprendizaje metacognitivo es parte fundamental, pues como señala el profesor:

> Nosotros tenemos que ayudarles [a los alumnos] en ese autoconocimiento y decirle "tienes que trabajar en esta parte"… a lo mejor hacer planeación diferenciada, porque no con todos [los alumnos] se puede trabajar de la misma manera. También, tratar de ayudar o darles actividades para que el estudiante vaya poco a poco incrementando sus habilidades y conocimientos que en ese momento son adecuados para él.

En el discurso de Esteban se resalta que para él la metacognición es enseñable y que en los diseños de las planeaciones como guías de instrucción, los profesores pueden ofrecer información a los alumnos para que vayan dirigiendo el cómo y por qué usar determinadas estrategias, de acuerdo con sus habilidades y conocimientos previos, y así solucionar problemas matemáticos.

En lo que refiere al segundo inciso, se distingue que para Bruno, una de las acciones que el docente de matemáticas debe realizar es ser un guía y proveer a los alumnos de situaciones donde se den cuenta que pueden hacer uso de diferentes procesos y habilidades para reflexionar sobre la forma de aprender y solucionar problemas, en palabras del profesor: "de acuerdo con el MEO, el maestro es un guía que le dice al estudiante por donde se puede ir, y él se encarga de hacer el trabajo pesado, para que llegue a los conocimientos de manera autónoma". Para Bruno, "si un maestro no le presenta [al estudiante] una situación que le llame la atención, que le genere interés, no va aprender", pues estas situaciones les debe provocar curiosidad y darse cuenta de los datos que tienen, cuáles hacen falta y conocer cómo se puede resolver el problema.

Para Adriana, una forma de lograr el último inciso es cuando se incentiva en los estudiantes la curiosidad para solucionar una tarea matemática, y no se les dice lo que tienen que hacer, esto permite al docente "guiar al alumno para que vaya sacando el [proceso y] resultado" y así el maestro los va "ayudando, porque no les da las cosas directamente, sino que los empuja a que piensen cómo le tienen que hacer, dónde lo tienen que buscar y cómo lo relacionan".

Caso similar ocurre con Esteban. Él señala que la reflexión sobre el aprendizaje se logra cuando el estudiante, al resolver tareas matemáticas, identifica lo qué sabe y lo qué no, también cuando reconoce si necesita ayuda del docente o de los pares y en qué; por ejemplo, "hay veces que yo soy el que guía la clase, y otras veces les digo 'hagan, hagan y pregunten' [y en ese tipo de actividades] se dan cuenta de lo que pueden hacer ellos solos, o hacen preguntas sobre los pasos, y ya que lo tienen resuelto quieren participar y hasta se pelean [por explicar], y el resto del grupo se da cuenta de otras formas, de resolver la misma tarea". Para el profesor, el resolver un problema o tarea está ligado con realizar el procedimiento directamente:

> Yo les digo "háganlo y mañana lo vemos". O sea, ya no lo pienses, ahora trata de hacerlo, a lo mejor unos lo lograrán, otros no, pero ya estás con la intención de que se pongan a hacerlo y busquen la forma de cómo plantear esa situación… Al día siguiente llegas, checas y guías para ver cómo lo pensaron e hicieron, o sea, compartan y ya viene el trabajo entre pares, porque es el otro [alumno] que te está diciendo cómo lo pensó. Entonces el muchacho que esté activo en la clase, aunque esté dejando que los demás opinen y está atento, está de alguna u otra manera reflexionado en el cómo se debió hacer [se da cuenta de los errores y aciertos].

Para Esteban cuando un alumno tiene una tarea matemática que resolver, puede activar varios procesos metacognitivos, analiza las características de la tarea y delimita qué valor tiene para él realizarla, designando así el grado de atención y esfuerzo para finalizarla, y si en este momento el docente guía al estudiante se tendrá mayor impacto en el interés y valor asignado a la tarea.

Caso similar sucede con Bruno, quien se identifica y se reconoce como un guía del alumno en su proceso de aprendizaje, menciona que al ser docente de bachillerato es necesario saber intervenir adecuadamente con los alumnos, lo que implica, por ejemplo, en el tema de triángulos oblicuángulos, partir de sus conocimientos previos para después plantear preguntas acerca de situaciones hipotéticas o para recordar datos, por ejemplo, "no es un triángulo rectángulo pero, lo podemos partir y ahí uno empieza a guiar, y decir que lo hagan, [y les pregunta] '¿qué les harías falta?, ¿qué necesitan [saber]?, ¿qué les sobraría?', para que sepan llegar a ese conocimiento".

De estos datos se distingue que los tres profesores de bachillerato interpretan que para que la metacognición se dé en los alumnos, es fundamental que ellos sean los encargados de generar ambientes de aprendizaje de apoyo, pero que es el propio estudiante quien de manera activa construye y auto-dirige su aprendizaje. Para los docentes esto ocurre siempre que proponen problemas o actividades a resolver en clases, sin que identifiquen acciones o aspectos puntuales que logren la reflexión, autorregulación y aprender a aprender.

4.5. Metacognición y práctica docente: en palabras del profesor de matemáticas

Este apartado presenta las nociones que los tres participantes tienen con relación a cómo generar en sus estudiantes el interés por conocer cómo aprenden. Los tres profesores recurren a su experiencia docente en bachillerato y resaltan su propia visión como guías al enseñar *Geometría y Trigonometría* para provocar en los alumnos el interés para usar estrategias metacognitivas. En relación con este punto, Esteban resalta la importancia de generar confianza en la clase de matemáticas, pues esto permite que, al resolver una tarea, problema o comprender un concepto matemático, el estudiante pueda acercarse al docente de manera inmediata y le pregunte sobre los procedimientos implementados o los resultados obtenidos. Esteban también señala que de acuerdo con el tipo de duda o si existe un error él hace diferentes actividades con los alumnos, por ejemplo:

> … si detecto que es una pregunta que no implica conocimientos o habilidades anteriores, se responde y lanzas otra pregunta para ver si el joven captó la idea. Pero, si detectas que hay un problema o duda mayor en determinada situación, sí te convendría retomar ese tema en particular. Comúnmente son problemas y temas de la primaria o secundaria, o sea que no los entendieron desde ahí o no se acuerdan.

En la misma situación de dudas o errores Bruno señala que es fundamental que los estudiantes primero conozcan y recuerden qué saben de los conceptos, temas o problemas; es decir, de manera teórica conocer a qué se refiere, asegura que esto también les sirve a los alumnos para conocer la aplicación de los contenidos que se revisan en clases, los correctos procedimientos y, hasta, el uso adecuado del tiempo para resolver. Por ejemplo, para hacer un despeje recurrirán a los conocimientos previos. Al respecto, Bruno señala que les pide a sus estudiantes:

> Investigar conceptos, ya cuando lo vemos en un problema, les digo “saquen su glosario y vean”, aquí dice que esto se hace de tal forma. Les digo “deben saber el concepto para comprender, hacer bien los procesos y resolver el problema”.

El recordar a los alumnos lo que deben saber y lo que ya dominan los incita a desarrollar un plan para aplicar las definiciones en los procedimientos. Además, Bruno considera que él favorece la metacognición cuando les plantea a los alumnos diferentes opciones para que resuelvan el problema y aprendan. Al respecto, plantea lo siguiente:

> A los estudiantes se les queda el conocimiento si uno como maestro sabe intervenir y sabe hacer las preguntas adecuadas. Hay problemas que se prestan para llegar al resultado con el conocimiento que ellos ya tienen, pero uno les dice “también está otro tema con el que haces menos procedimientos para llegar al mismo resultado”, por ejemplo, para resolver triángulos oblicuángulos, además de división de triángulos está la ley de senos y la de cosenos, y sí, muchos alumnos dicen, “es que yo le entendí y ya comprendí el primero”. El punto es que ellos decidan cuál procedimiento comprenden y es mejor para ellos, aunque hay veces que se tardan más, por ejemplo, dividir en triángulos rectángulos que la ley de senos.

Además de generar espacios donde los alumnos sientan confianza para plantear, resolver dudas y la exposición de contenido teórico antes de los procedimientos para solucionar problemas, los participantes apuntan la relevancia de asignar y reconocer el papel central del estudiante para lograr los aprendizajes. Adriana, por ejemplo, señala que a partir de las reformas educativas su rol como profesora:

> Está en función de acostumbrar a [los alumnos a] que se hagan responsables, no darles todo hecho, y que ellos vayan construyendo su aprendizaje. Mostrar opciones para que el estudiante decida cuál es la más viable para solucionar problemas, pero no dejarlo solo, sino que a partir de lo que él ya sabe y de las orientaciones del docente se logre el aprendizaje.

Entre los resultados sobresale la vinculación que hace Esteban entre la autorregulación cognitiva y la evaluación. Para este profesor la autorregulación está inmersa en la auto y coevaluación que realizan los alumnos sobre su desempeño académico. Lo anterior se afirma a partir de la descripción que hace el profesor con respecto a la co y autoevaluación. Los estudiantes consensan entre pares sobre lo que está bien o no de un procedimiento o resultado, y en ese proceso también van autorregulando lo que saben y dónde cometieron errores. Esta idea de Esteban se puede vincular con la capacidad que tiene un estudiante para identificar que puede solucionar una tarea de otra manera, "nunca falta el alumno que dice yo llegué a ese resultado, pero con un proceso más corto, y les digo 'tú lo puedes hacer así, porque estoy viendo que ya lo analizaste y lo captaste'". Para el profesor, este tipo de intervención demuestra el interés de los alumnos para asumir su responsabilidad al aprender.

En el caso del maestro Bruno, con el objetivo de lograr que sea el alumno el actor central, en sus clases propone diversas formas de resolver o comprender una tarea matemática y si el alumno no obtiene el resultado correcto, el maestro interviene mostrando de manera indirecta opciones donde el estudiante haga uso de conocimientos previos a partir de una problemática que resulte interesante al grupo, y que, les permita aplicar los diversos conocimientos, de tal manera que al mostrar alternativas de solución sea él quien decida cuál tomar:

> [Cuando se resuelve un problema en clase, como maestro dejo] que los muchachos propongan; por ejemplo, yo les pregunto "¿cómo lo resolverían?" En caso que no lleguen a la respuesta en cierto tiempo, ya les digo: "está esto…" y ellos más o menos van viendo. [Los alumnos dicen:] "¡Ah, entonces hay que irnos por este camino!" Pero, desde un principio ellos tienen que proponer.

Como se puede notar en el fragmento anterior se resalta la idea de Bruno con respecto a incentivar en el alumno la autonomía para recurrir a conocimientos previos y motivar para que sea él quien realice las tareas matemáticas.

En el siguiente apartado se discuten las estrategias metacognitivas que los tres docentes identifican en su práctica. La estructura del apartado corresponde a cada una de las tres estrategias (planear, monitorear y evaluar) y la forma en la que los profesores las identifican.

4.5.1. Delimitar el plan de acción para una tarea matemática

Los resultados muestran que, de acuerdo con los tres profesores, la planeación juega un papel fundamental para determinar el procedimiento de solución de un problema; en particular, para Esteban la planeación se relaciona con la apropiación por parte de los estudiantes de los contenidos que se abordan en las clases, de tal manera que puedan *personalizar* la forma en que van a utilizar lo aprendido en matemáticas para resolver problemas. Por su parte, Adriana y Bruno identifican que se requiere que el alumno diseñe planes de acción que lo orienten a delimitar qué hacer para comprender un tema o resolver un problema.

Con respecto a la noción de Esteban, se identifica que para él la planeación se logra cuando un alumno integra, reflexiona y reconoce la aplicación de las matemáticas en otros temas o tareas, y esto sucede cuando se le presenta una situación de aplicación de conocimientos. En relación con esto, para Esteban: "lo que se busca es que el alumno vaya incrementando habilidades y conocimientos para que a la hora que tenga la necesidad de aplicarlos logre integrar todo, pues reflexiona y lo procesa de otra manera para poderlo aplicar, digamos que lo personaliza". Para Esteban esto se logra en sus clases cuando él explicita la manera en que están vinculados los temas. Al respecto, menciona lo siguiente:

> Como el PE está diseñado para que todas las materias y temas sean seriados… de un tema a otro yo los voy vinculando, y ellos [los estudiantes] van acumulando las habilidades, conocimientos y los aprendizajes y se dan cuenta cómo van ayudando a la solución de problemas, cada vez más complejos, donde se requiere un nivel mayor de conocimientos en matemática. Por ejemplo, para la resolución de triángulos rectángulos, necesito saber teorema de Pitágoras y funciones trigonométricas, de lo contrario no puedo resolver un problema de aplicación práctica.

En términos de Esteban, la planeación como estrategia de aprendizaje metacognitiva se promueve desde la organización y presentación de temas de contenido matemáticos. Esto sucede cuando el alumno reflexiona y desarrolla habilidades para saber cómo aplicar los conocimientos adquiridos en otras tareas y al resolver por sí solo problemas posteriores.

Con respecto a Adriana y Bruno, se apunta que para la profesora es importante que el alumno, según el grado de dificultad, sea quien proponga su plan (procedimiento) y que haga uso de conocimientos previos, así como identificar qué tiene que hacer y saber para resolver un problema dado o comprender un tema. Por su parte, para Bruno, la planeación se da cuando el docente de matemáticas acompaña al alumno en el proceso de solución, lo cual permite conocer si éste identifica lo que le sirve y lo que no, y una manera de darse cuenta es cuando el alumno:

> Explica su plan de solución, los conocimientos que utiliza para pensarlo, por ejemplo, me dice: "yo le voy hacer así, sacar raíz, tener un número aproximado, redondearlo, y *tanteándole"*. Aunque el método del *tanteo*, no es aceptable, se puede decir que lo está intentando, pero les digo, "no me vayan a inventar métodos, tienen que justificarlos".

Para Bruno, la planeación permite que el estudiante se vuelva autónomo, en términos de que él es quien define cómo resolver la tarea matemática. Desde la perspectiva de Bruno, en la clase se le da la responsabilidad al alumno para determinar los procedimientos de solución y resolver la tarea; sin embargo, esta autonomía aparece como producto de tener un premio (por ejemplo, dar al alumno puntos adicionales en la calificación). Al respecto, Bruno señala lo siguiente: "el maestro trata de hacer lo menos posible para que sea el alumno quien lo haga, y no le quede de otra más que hacerlo, [aunque sea por] tener un premio, que en este caso es la calificación".

El logro de la estrategia de planeación se refleja cuando el alumno "se va acordando de lo que necesita, de lo que sabe, de lo que se fue planteando para llegar a la solución" y para lograr lo anterior, Bruno resalta que el docente debe "empezar con un problema, una situación problemática donde el alumno se pregunte cómo se le hace y empiece a diseñar su plan". Otra de las actividades que Bruno identifica que un docente de bachillerato puede hacer para favorecer la planeación es:

> Realizar preguntas guías o dirigidas, o sea, que dentro de la pregunta vaya la respuesta, por ejemplo, si yo les pregunto "¿cómo se puede solucionar un triángulo rectángulo, si quiero sacar la medida de un lado?" y ellos ya responden, "hay dos [formas], está Pitágoras y razones trigonométricas". Y así… hacerlos partícipes dentro de la clase.

Bruno apunta que el hacer este tipo de preguntas puede ayudar al alumno a que se apropie de lo que le sirve, aplique y recuerde lo que conoce, es decir las definiciones de ciertos conceptos o temas; sin embargo, investigadores como Rigo y Gómez (2012) consideran que este tipo de preguntas limitan la reflexión y construcción de las respuestas por parte del alumno. Para ejemplificar lo anterior, Bruno señala:

> En [el teorema de] Pitágoras como se utilizan triángulos rectángulos que tienen dos catetos, y las medidas siempre van a ser menores a la hipotenusa, entonces hay alumnos que me dicen, "ya lo hice profe, y me salió tanto", y yo les decía "¿cómo un cateto, va a ser mayor que la hipotenusa?, ¿y ahí que se utiliza?"... "¡Ah, es cierto!", la lógica [responden los alumnos]. Si la definición de la hipotenusa me dice que es el lado más largo de un triángulo rectángulo y tú me estás presentando un cateto como mayor, entonces, ¿quién está cometiendo el error?

Lo que menciona Bruno se refiere a una forma de presentar y resolver problemas matemáticos, lo cual cobra relevancia para el alumno de bachillerato ya que lo lleva a implementar sus conocimientos previos. Desde esta perspectiva, hacer preguntas o plantear situaciones problemáticas promueve el uso de distintos recursos cognitivos, como: recordar, aplicar definiciones y procedimientos al resolver problemas matemáticos.

Ahora bien, desde la postura de Adriana, un aspecto importante a preponderar es que los profesores de matemáticas hacen reflexionar a los alumnos para que diseñen un plan, por medio de preguntas y pidiendo que lean las instrucciones e identifiquen la información que se solicita en la tarea, y consideren el tiempo o los recursos que tienen, por ejemplo:

> "¿Cómo lo resolviste?", "acuérdate cómo lo hicimos en clase", y pedir a los alumnos que reflexionen sobre lo que están haciendo y que se den cuenta que ellos mismos identifican opciones de solución propias, y dicen: "no me puedo ir por aquí, pero por acá sí". Y que también lean, porque nunca leen, empiezan a resolver el problema, no saben ni que tienen que sacar, y están sacando cosas que no se piden y eso los hace perder el tiempo.

Para el profesor Bruno, al igual que lo comentado por Adriana, en el fragmento anterior, es importante que sea el estudiante quien se dé cuenta de la estrategia o procedimiento que domina mejor para solucionar una tarea y ambos profesores señalan que la actividad del docente radica en mostrar los diferentes métodos que les sirvan a los alumnos para identificar y diseñar su plan de acción para otras tareas matemáticas, por ejemplo, ejercicios en el examen. Bruno, tomando como ejemplo el tema de solución de triángulos oblicuángulos, señala que uno de sus estudiantes le mencionó, al final del tema que "al principio lo hice dividiendo los triángulos pero, me cansé y luego lo hice como usted nos enseñó con la ley de senos y cosenos y se me hizo más fácil". Esto refleja el interés de Bruno de mostrar diferentes alternativas de solución, para él "lo importante es que al fin y al cabo, los estudiantes ya tenían ambos conocimientos y en el examen u otras tareas podrán utilizar el método más cómodo y viable para ellos".

Con respecto al saber cómo aprender y trazar un plan de acción, Bruno señala que es primordial que el alumno diseñe su plan considerando el objetivo de aprendizaje a lograr (un examen o tarea matemática en clase), y el tiempo que tiene para resolverlo, pues eso también le permite realizar una mejor aplicación del plan:

> … [los alumnos me dicen:] "profe, es que todos [procedimientos] los hice bien, pero da bien poquito tiempo [para terminar]". Les digo: "tienes una ventaja, que ya lo sabes hacer y en el examen tendrás el tiempo suficiente para hacerlo".

De acuerdo con lo anterior, se afirma que para Bruno la planeación también está en función de que el alumno se dé cuenta que la ejecución de ésta se puede mejorar a partir de la práctica y la revisión sobre cómo maneja sus recursos, como el tiempo. Ya que los estudiantes delimitan el plan de acción para una tarea matemática, es importante que justifiquen por qué utilizan determinados procedimientos o algoritmos y es cuando se identifica que los maestros de matemáticas pueden promover el monitoreo, de esto se da cuenta en el siguiente apartado.

4.5.2 Monitorear: revisar y argumentar los procedimientos que se realizan

Otro de los resultados que se resaltan es con relación al monitoreo y su promoción en las clases de matemáticas. Los tres profesores señalan que esta estrategia se centra en que los estudiantes justifiquen lo que hacen. En relación con esto, los participantes consideran que dan espacio en sus clases para que sus alumnos argumenten los procedimientos utilizados.

Para Esteban es importante que sus estudiantes conozcan lo que están haciendo y lo "razonen correctamente, con la finalidad de que se den cuenta si están logrando generar los conocimientos necesarios" para comprender un concepto o solucionar un problema. Uno de los momentos que permite a Esteban percatarse si sus alumnos están monitoreando su proceso de aprendizaje es a través de las respuestas que le dan, cuando él les plantea situaciones hipotéticas; por ejemplo, afirma que al enseñar el tema de triángulos rectángulos les pregunta: “¿qué pasaría si sumamos los catetos?” Para Esteban, tales cuestionamientos llevan al estudiante a argumentar, empleando los conocimientos y aplicándolos en la situación hipotética que les plantea.

Llama la atención que Esteban también señala el monitoreo como una “pequeña autoevaluación”, donde el estudiante tiene la posibilidad de darse cuenta si la manera o el plan de solución que diseñó es el correcto y pueda argumentar sobre los pasos que sigue para resolver un problema matemático. Al respecto, él menciona lo siguiente:

> La tarea del maestro es plantear situaciones para que el alumno reflexione y [decida] si está o no seguro de cómo está procesando la información, si lo está haciendo correctamente. Tú le dices o confirmas la respuesta, él se autoevalúa y dice “¡ah, ok [está bien]!, sí estaba pensándolo correctamente”. O le dices “¿qué pasaría si haces esto?”, y ya el muchacho saca la respuesta, sin que tú se la des.

De la misma manera que Esteban, para Bruno el que los alumnos propongan cómo resolver una tarea matemática es un ejemplo de monitoreo, pues después de que el maestro explica ciertos conceptos u otras formas de resolver el problema, ellos empiezan a aplicar y hacer uso de los métodos que les resultan más fáciles o menos complejos. Por su parte, la maestra Adriana identifica que sus estudiantes de bachillerato pueden monitorear su proceso de aprendizaje cuando les pide que revisen los procedimientos utilizados al realizar determinada tarea matemática. Para la maestra, los apuntes que el alumno toma en clase cumplen la función de que “en caso que no tenga bien fija [la información sobre el procedimiento], entonces tiene en qué apoyarse [los apuntes]”, de modo que se dan cuenta si el procedimiento que está realizando es el correcto, si está equivocado y qué datos de la tarea debe identificar para resolverla. Lo anterior se refiere a que el estudiante conoce lo que necesita para aprender, y que está consciente de las técnicas para recordar que le son efectivas, tal como considerar las anotaciones que hace en su cuaderno.

En palabras de Adriana, un alumno de bachillerato se puede cuestionar sobre “si está siguiendo el procedimiento de acuerdo con lo que dicen mis apuntes o lo estoy haciendo de otra manera, si es así [la maestra le puede preguntar] de dónde sacó ese procedimiento". En ese momento puede iniciar un proceso de reflexión en el estudiante para identificar lo que le sirve de lo que no y reconocer qué información tiene o qué procesos aprendió previamente y qué está usando.

4.5.3. Revisar los procedimientos utilizados al resolver la tarea

En cuanto a la estrategia metacognitiva de evaluación, a los docentes se les cuestionó diversos aspectos, entre ellos algunos momentos de las clases donde los alumnos evaluaron el procedimiento de solución ante una tarea matemática. Tal como fue señalado en ideas previas, para Esteban, al igual que la autorregulación cognitiva, la evaluación como estrategia metacognitiva está relacionada con los tipos de evaluación formativa. Él señala que como parte de los requisitos de la institución donde labora es necesario que por unidad temática se aplique una forma de evaluación y menciona que "en el semestre tiene que haber existido un momento de auto-evaluación, de co-evaluación y uno de hetero-evaluación".

Partiendo del objetivo de este apartado, se apunta que para el profesor la evaluación metacognitiva, como la valoración sobre la aplicación del plan y ejecución del proceso para solucionar una tarea o problema, se refiere y se cumple cuando el estudiante realiza la auto y co-evaluación, en donde Esteban hace referencia a la aplicación de listas de cotejo y rúbricas que permiten que el alumno conteste lo siguiente: "¿cuáles son los procesos que debió haber seguido para solucionar este problema?, ¿hizo esta parte, sí o no?, para que el estudiante se dé cuenta en qué parte está fallando". En la co-evaluación, el maestro Esteban les pide a sus alumnos que se revisen mutuamente y que cada uno haga lo siguiente:

> … marque los errores, le diga [a su compañero] dónde se equivocó y qué parte del proceso está mal, obviamente guiado por el maestro, que revise el proceso a ver si llevaron una serie de pasos, que identifique qué está pidiendo el problema, si es que utiliza un diagrama o figura para plantear la solución de una tarea o problema matemático, si identifica los datos que está ofreciendo el problema, el proceso, la solución y si tiene todas las partes del problema.

En términos del profesor Esteban, la evaluación se promueve cuando al final de la revisión de un contenido matemático él aplica las rúbricas o actividades que hagan referencia a evaluar los procesos que siguió el alumno para resolver problemas que se relacionan con la unidad temática.

Desde la perspectiva de Bruno, la evaluación –vista como estrategia metacognitiva– se logra a través de una actividad que él denomina "confrontación", la cual tiene la finalidad de discutir en plenaria los procedimientos de solución ante un problema dado y para que los alumnos identifiquen los posibles errores que cometieron y argumenten, de modo que los eviten en problemas futuros. La actividad también sirve para que los estudiantes propongan y reflexionen sobre otros tipos de procedimientos de solución, los cuales en ocasiones difieren con los que el profesor enseñó en clases y con el propósito de que los estudiantes se den cuenta que hay diferentes maneras de resolver un problema. Bruno señala lo siguiente con respecto al contexto e indicaciones para realizar esta actividad con sus alumnos:

> Yo no les explico nada, les doy tiempo… Después de ese tiempo, recibo las libretas y les pregunto: "¿quién quiere pasar a resolverlo y que diga cómo le hizo" Ahí mismo [el alumno] se va diciendo: "¡ah!, ya la regué [me equivoqué]… ya no exenté" y van viendo cuáles fueron sus errores, por qué los cometieron y por qué no los van a volver a cometer… Ahí es donde [el docente] utiliza la confrontación [porque me dicen]: "oiga maestro, pero yo hice este otro método y me salió el mismo resultado, ¿está bien?" Sí. Uno no les dice: "eso no lo vimos". El punto es que [el alumno] haga uso de todos los medios que tienen para poder llegar al resultado.

La intervención de Bruno muestra que él brinda oportunidades a sus estudiantes para que revisen sus procedimientos y respuestas, y de ser necesario hagan los ajustes pertinentes. En este sentido, el profesor cuestiona y evalúa el nivel de regulación cognitiva y comprensión de los procedimientos matemáticos en los alumnos, pero es fundamental que les enfatice la importancia de conocer y practicar las estrategias de aprendizaje que les son útiles, ya que eso les permite dominarlas e implementarlas en otros problemas similares y contextos matemáticos.

Además de lo anterior, Bruno comparte que en la actividad de confrontación o cuando se revisa algún resultado en la clase, los alumnos reflexionan sobre lo que aprendieron, ejemplo de ello es el siguiente fragmento donde sus estudiantes le mencionan que al resolver una tarea sobre raíz cuadrada obtuvieron un número negativo:

> Yo les comento que "no existen raíces negativas o la solución es imaginaria". Entonces les pregunto: "¿a ver qué hiciste para llegar a ese resultado?" [Según Bruno, los estudiantes le contestan:] "A ver profe, déjeme irme para atrás [del proceso] a ver qué fue [lo que hice] y [saber si] lo vuelvo hacer". Es ahí donde a veces el error es bueno, porque se dan cuenta que hay problemas que se resuelven con diferentes métodos y que es necesario regresarse y revisar.

De la forma en que Bruno plantea lo que sucede en la actividad de confrontación en sus clases, se apunta que el docente a partir de preguntas directas sobre el tipo de error, y el procedimiento que realizó, por ejemplo "¿qué hiciste para llegar a ese resultado?", el alumno reflexiona en términos de hacer un juicio de valor sobre la comprensión de la tarea, el plan de solución, la elección y aplicación del procedimiento de solución, de tal manera que se favorece la metacognición.

En el discurso de Adriana se identifica que, según su perspectiva, la evaluación se incentiva cuando les pide a sus alumnos recordar los temas que se han visto en clase y que pueden orientarlos a resolver problemas o comprender un contenido. La maestra reitera su interés en que no sea ella quien les diga a sus estudiantes el procedimiento, al contrario que sean los propios alumnos, a partir de preguntas que les plantea, que se den cuenta de lo que pueden utilizar. Adriana señala que una manera de hacerlo es considerar los conocimientos previos de los estudiantes; por ejemplo, ella les plantea: "¿sí se acuerdan cómo obtuvieron cierto resultado o cómo se resolvieron tareas matemáticas de ese tipo?", "abre tu libreta, checa tus apuntes, y vamos revisando".

Esto último refleja que la maestra está dispuesta a orientar o guiar y le dice al estudiante que ella va a estar presente en el proceso de revisión, de modo que le genera un afecto positivo (Panadero y Tapia, 2014), para el logro del aprendizaje reflexivo; además, a partir de responder las preguntas que la docente plantea, el estudiante se da cuenta que tiene la capacidad de solucionar la tarea. El rol que asume la maestra Adriana tiene relación con lo que señala la SEP (2017b), con respecto a que los docentes de EMS deben generar en los estudiantes la reflexión sobre lo que aprenden para así construir el conocimiento matemático y "propiciar el desarrollo de la creatividad y el pensamiento lógico y crítico entre los estudiantes" (SEP, 2017b, pp. 66-67). Esto se puede lograr incentivando a los alumnos a que hagan uso de sus recursos y conocimientos, al respecto, Adriana comparte que una de las actividades que realiza en sus clases tiene que ver con la revisión de sus procesos y de cómo los lleva a cabo para resolver la tarea matemática, señala lo siguiente:

> … me gusta que [los alumnos] solos hagan un algoritmo que sea muy detallado para solucionar un problema. Les digo: "a otro compañero le va a tocar revisar el procedimiento y decir si sirve tu algoritmo o no funciona".

Esta actividad les permite a los alumnos pensar en cómo comprendieron, hicieron o resolvieron tal tarea matemática y que describan a detalle sus procesos cognitivos, para que distingan los pasos que son necesarios de aquellos que no se requieren, así como identificar la información o datos imprescindibles para solucionar la tarea y la claridad que tienen en su plan y explicación propia.

4.6. Comentarios finales

De acuerdo con los resultados planteados en este Capítulo, Adriana, Bruno y Esteban tienen nociones sobre metacognición y la definen en términos de autorregulación, aprender a aprender y reflexión sobre el aprendizaje. Los resultados también muestran que para los tres profesores las estrategias son relevantes para el aprendizaje. Los profesores presentan dificultades para encontrar similitudes o diferencias entre los términos que la normativa apunta, por ejemplo, hacen referencia al propio concepto para describirlo y no a sus características o formas de identificarlo en los alumnos.

Los tres maestros de bachillerato han señalado la importancia acerca de su rol y contribución en el proceso de aprendizaje de los estudiantes para desarrollar su potencial, y con ello se reconocen como facilitadores que están comprometidos con la mejora de su práctica al enseñar matemáticas en EMS.

En lo que respecta a las nociones acerca de la autorregulación cognitiva, resulta preciso señalar que los tres profesores concuerdan en que el aprendizaje está centrado en el alumno, pues es la figura central y protagonista, por lo que se puede concluir que parten de una visión constructivista, que es señalada por la normativa (SEP, 2017a). Los participantes hacen referencia a las características de entornos donde el estudiante reflexione sobre su propio aprendizaje, pero no explicitan las estrategias de enseñanza que pueden acompañar y promover en el alumno la autorregulación cognitiva, el aprender a aprender y la reflexión sobre el aprendizaje; sino más bien, ellos refieren a guiar al alumno como una forma de ayudarlo a resolver las tareas; sin embargo, esto difiere con lo reportado por Chávez y Martínez-Rizo (2018). De acuerdo con estos autores, para generar o promover aprendizajes autorregulados y reflexivos, las guías deben ser orientadas como procesos de andamiaje y no como ayudas para que los alumnos lleguen a respuestas correctas de manera rápida.

Los profesores concluyen que les resulta difícil identificar si los alumnos reflexionan y si son conscientes de su autorregulación (por ejemplo, para Esteban es complicado darse cuenta pues no es un proceso visible), aunque consideran que favorecen el que el estudiante identifique su relevancia en la generación de aprendizajes, que se dé cuenta de su rol central. Asimismo, los resultados dan pie a concluir que los docentes han incorporado la necesidad y objetivo que plantea la normativa con respecto a las exigencias y el deber ser en el logro de aprendizajes en el bachillerato, y así fomentar la autorregulación en los estudiantes cuando enseñan matemáticas.

CAPÍTULO 5.
PRÁCTICA DOCENTE PARA FAVORECER ESTRATEGIAS METACOGNITIVAS EN MATEMÁTICAS

En este Capítulo se presentan los resultados obtenidos en las últimas dos etapas de la recopilación de datos (observación de aula y entrevista dos) para dar respuesta a las preguntas de esta investigación: ¿qué acciones del profesor de bachillerato, llevadas a cabo en la clase de matemáticas, promueven el uso o desarrollo de estrategias metacognitivas en los estudiantes para el aprendizaje autorregulado? y ¿qué estrategias metacognitivas promueve el profesor en los alumnos de bachillerato al enseñar matemáticas? Para ello, el Capítulo está dividido en cuatro apartados: a manera de contexto, el primero de ellos retoma aspectos sobre las tareas matemáticas que se presentaron en las clases observadas de Adriana, Esteban y Bruno; en el segundo se mencionan las prácticas y acciones que los docentes realizan en sus clases y que generan ambientes donde los alumnos logren aprendizajes metacognitivos en matemáticas; el tercero muestra los argumentos que los tres profesores exponen con relación a cómo promueven y potencializan estrategias de tipo metacognitivas. En el último apartado se puntualizan, a manera de comentarios, los resultados aquí presentados.

5.1. Tareas matemáticas en las que se incentiva la metacognición

Las clases observadas de Adriana, Bruno y Esteban están centradas en promover aprendizajes en sus alumnos de segundo semestre de bachillerato, en particular, sobre tres contenidos matemáticos según el Programa de la asignatura y el Plan de estudios de la institución donde se llevó a cabo la toma de datos: a) *Círculo trigonométrico y funciones trigonométricas para cualquier valor de ángulo*; b) *Ángulos positivos, negativos, cuadrantales, coterminales y simétricos;* y c) *Gráficas de funciones trigonométricas y clasificación de triángulos oblicuángulos*.

De acuerdo con el análisis de datos, en estas clases se identificaron tareas relacionadas con dos momentos: Exposición del contenido o teoría (EdelC) y Resolución de problemas (RdeP) (Rigo et al., 2009). En relación con el primer momento, las tareas estaban encaminadas a la definición y explicación de conceptos, construcción de gráficas y exposición de procedimientos; por ejemplo, el círculo unitario, o cálculo de ángulos y funciones trigonométricas. En cambio, en el segundo momento las tareas hacían referencia a la solución de problemas relacionados con ángulos, funciones trigonométricas y triángulos oblicuángulos.

Las tareas de ambos momentos se desarrollaron en plenaria o de manera individual, teniendo una mayor participación el profesor en tareas en torno a la EdelC y el estudiante en las RdeP. En conjunto, las tareas identificadas se complementan y su finalidad es lograr que los alumnos aprendan o construyan conocimiento relacionado con ángulos y funciones trigonométricas, así como poner en práctica lo que cada maestro les enseñó durante las clases observadas. La Tabla 11 muestra el total de tareas identificadas por docente y por contenido matemático.

Tabla 11.
Número de tareas identificadas en las clases observadas

Contenido matemático	Total de tareas por profesor		
	Adriana	Esteban	Bruno
a) Círculo trigonométrico y funciones trigonométricas para cualquier valor de ángulo.	13	17	19
b) Ángulos positivos, negativos, cuadrantales, coterminales y simétricos.	9	21	7
c) Gráficas de funciones trigonométricas y clasificación de triángulos oblicuángulos.	8	7	8
Total	30	45	34

Nota: Elaboración propia.

Aunque las tareas identificadas van encaminadas, ya sea de manera individual o en conjunto, a promover un aprendizaje de las matemáticas, sólo en algunas de ellas aparecen aspectos relacionados con la práctica de Adriana, Bruno y Esteban que favorecen el uso de estrategias metacognitivas en los estudiantes. De manera concreta, en la Tabla 12 se identifica el compendio de tareas matemáticas que generan espacios o ambientes donde los profesores promueven alguna o las tres estrategias metacognitivas: planear, monitorear y evaluar (Zimmerman y Moylan, 2009).

Tabla 12.

Total de tareas matemáticas donde se promueven estrategias metacognitivas

Tarea	Tipo de Tarea		Estrategia metacognitiva		
	EdelC	RdeP	Planear	Monitorear	Evaluar
Adriana:					
1. Determinar los valores de las funciones trigonométricas para cualquier valor de ángulo.		√	√		
2. Definir ángulos coterminales positivos y negativos en el plano cartesiano.	√		√	√	
3. Definir ángulos coterminales a partir de ángulos de referencia.	√		√		
4. Identificar ángulos coterminales.		√	√	√	√
5. Identificar ángulos simétricos.		√	√		
Esteban:					
1. Identificar ángulos coterminales.	√		√		
2. Definir el valor de las funciones trigonométricas para ángulos cuadrantales.	√		√		
3. Determinar las funciones trigonométricas en el círculo trigonométrico.	√		√	√	
Bruno:					
1. Calcular ángulos coterminales.		√	√	√	
2. Identificar las funciones trigonométricas en el círculo trigonométrico.		√	√	√	
3. Identificar ángulos cuadrantales.		√		√	√
4. Calcular los valores de los triángulos oblicuángulos al dividirlos en triángulos rectángulos.		√	√	√	√
5. Graficar seno, coseno y tangente.		√	√	√	

Nota: Elaboración propia.

De acuerdo con las tablas 11 y 12, se puede resaltar que, del total de tareas de Adriana, Bruno y Esteban, solo se identifican de tres a cinco que involucran la promoción de alguna de las tres estrategias metacognitivas en sus alumnos. Al tomar de referencia la Tabla 12, se apunta que en las clases de Esteban es donde se identifican menos tareas en comparación con sus dos colegas, además estas tareas son de tipo expositivas. Por su parte, en el caso de Adriana y Bruno se refleja que los procesos metacognitivos son mayormente favorecidos a partir de momentos donde los alumnos solucionan problemas.

Llama la atención que solo en dos tareas, y que sean de RdeP es donde se promueven las tres estrategias: planeación, monitoreo y evaluación (véase las tareas cuatro de Adriana y de Bruno, Tabla 12). En el resto de las tareas estas estrategias aparecen de manera separada o en bina. El tema de *Gráficas de funciones trigonométricas* es en el que se presenta solo una tarea que promueve la metacognición (dos estrategias: planear y monitoreo) y ocurre con el profesor Bruno. Otro aspecto a resaltar referente a las tareas matemáticas y que favorecen la metacognición es que éstas ocurren más en el contenido de *Ángulos positivos, negativos, cuadrantales, coterminales y simétricos*.

En los siguientes apartados se discuten las acciones del profesor y las estrategias metacognitivas que Esteban, Bruno y Adriana promovieron en el salón de clases. Para ello, y de acuerdo con el análisis de las clases observadas, se consideró lo que aconteció en las tareas de *Calcular los valores de los triángulos oblicuángulos al dividirlos en triángulos rectángulos* (Bruno), *Identificar ángulos coterminales* (Adriana) y *Determinar las funciones trigonométricas en el círculo trigonométrico* (Esteban). Las primeras dos tareas están centradas en la resolución de problemas, y la del profesor Esteban en exposición del contenido, se tomaron como un referente dada su relevancia para favorecer las tres estrategias y debido al grado de participación de cada profesor y de sus estudiantes. Conviene mencionar que en el caso de la tarea de Esteban, solo aparecen las estrategias planeación y el monitoreo.

5.2. Prácticas y acciones didácticas hacia la metacognición

En las prácticas de Adriana, Bruno y Esteban se identifican acciones puntuales que promueven la planeación, monitoreo y evaluación en sus clases de matemáticas. Las prácticas de los tres docentes reflejan, de diferente manera, el interés para que sus alumnos logren un aprendizaje metacognitivo durante el desarrollo de las tareas identificadas (véase Tabla 12).

En relación con planear, se busca que los estudiantes recuerden conocimientos previos para luego saber qué y cómo utilizarlos para comprender un concepto y determinar procedimientos de solución; por ejemplo, leer una definición o identificar los datos claves para diseñar un plan –procedimiento– de solución. En lo que refiere al monitoreo, se tiene el interés de que los alumnos, guiados por el docente, mantengan la atención en la tarea que están realizando para después revisar, explicar y argumentar la selección del procedimiento y pasos para comprender determinado contenido o resolver el problema. Por su parte, evaluar implica que los estudiantes después de definir o tener el resultado de un problema, revisen la forma de utilizar sus conocimientos previos, procedimientos de solución aplicados en otras tareas similares, y en algunas ocasiones, comprobar resultados a partir de otros contenidos.

A continuación, se muestran los resultados relacionados con estas tres estrategias que, además de los propósitos ya señalados, también están encaminadas a que el alumno sea consciente, reflexione sobre lo que ha aprendido en otros momentos de su formación académica (álgebra, aritmética básica), y reconozca qué y cómo lo puede utilizar en un problema matemático en *Geometría y Trigonometría.* Esto último es claro, en particular para Adriana, pues como señala en la entrevista dos, entre los objetivos que tiene su práctica es que los estudiantes recuerden lo que han visto y ya dominan:

> … todo está relacionado, desde que empezamos el semestre hay relación con el siguiente tema. Cuando terminamos hacemos exámenes finales y les digo a los estudiantes que “el examen de matemáticas es sumativo desde el kínder, primaria, porque si ustedes no saben contar, pues no saben sumar, si ustedes no saben sumar, no saben multiplicar, si ustedes no saben multiplicar…” Es importante decirles que se acuerden de las clases pasadas porque es ese mismo tema más este otro.

Se resalta que, desde las nociones básicas de los profesores sobre los conceptos relacionados con la metacognición, generan en sus alumnos el interés por planear, monitorear y evaluar, en particular con Adriana y Bruno, se logra a partir que el estudiante adquiera conocimientos reflexivos para que los pueda utilizar en otros contextos. Esto, además de verse reflejado en la entrevista uno, también se registra en sus prácticas, en donde se identifican acciones puntuales para lograr sus objetivos didácticos y a la generación de ambientes reflexivos.

5.2.1. Bruno en la tarea calcular las medidas de triángulos oblicuángulos

La tarea que se retoma de la clase de Bruno, y que describe cómo sucede la promoción de la metacognición, se refiere a *Calcular los valores de los triángulos oblicuángulos al dividirlos en triángulos rectángulos* (véase Tabla 12). En ella se refleja el interés del maestro para que sus alumnos apliquen otros campos de las matemáticas como el Álgebra para solucionar el problema que él plantea. Bruno espera que sus estudiantes se den cuenta de que la aplicación de la trigonometría está relacionada con triángulos rectángulos y oblicuángulos, y que esta aplicación involucra conocer tres elementos de los triángulos y que por lo menos uno de ellos se refiere a un lado. Los elementos son: un lado y los ángulos adyacentes, sus tres lados, dos lados y el ángulo opuesto a uno de ellos o dos lados y el ángulo comprendido entre ellos, como es el caso de esta tarea. Resulta importante señalar que esta tarea se presenta previa a la exposición del contenido *Ley de Senos* y *Ley de Cosenos*, y el docente hace referencia a ello y les señala a los alumnos que estos últimos son procedimientos más rápidos que la división de triángulos rectángulos.

En esta tarea, Bruno espera que los alumnos aprendan que el procedimiento para *Calcular los valores de los triángulos oblicuángulos* implica dividir el triángulo propuesto en dos triángulos rectángulos, trazando una recta perpendicular a la base de éste para después usar una función trigonométrica en cada triángulo rectángulo. En los siguientes apartados se hace referencia a la misma tarea y se retoman fragmentos consecutivos que describen lo ocurrido en la clase de Bruno, donde se recurre a la división en dos triángulos rectángulos.

5.2.1.1. Planeación: determinar el procedimiento de solución

La planeación juega un papel importante para que los estudiantes, ya sea por sí solos o con la ayuda del maestro, determinen cómo resolver un problema dado (López et al., 2018). En el caso de Bruno, como parte de su didáctica, la planeación es guiada por él, primero deja que los estudiantes propongan cómo resolver el problema, retoma algunas de sus aportaciones para luego dar el procedimiento de solución y junto con los alumnos determinan cómo implementarlo en el problema que se explica en clase. Se identifica que la planeación se reduce a recuperar y poner en práctica los conocimientos previos y dados en la clase de acuerdo con lo enseñado por Bruno, así como generar reflexión sobre los procedimientos propuestos.

Para *Calcular los valores de los triángulos oblicuángulos al dividirlos en triángulos rectángulos,* Bruno espera que los estudiantes recuerden y retomen conceptos o temas previamente revisados, como lo son ángulos rectos y triángulos rectángulos y los apliquen para solucionar triángulos oblicuángulos. Para ello, el profesor plantea lo siguiente:

> Primero analicen el triángulo… y fíjense que no está marcando un ángulo recto. Los datos que tengo son: un ángulo mide 30º, y dos medidas, *a* que es igual a 10 metros y *b* igual a 7 metros y me pide la medida *c* [véase Figura 4]. Recuerden que en todo triángulo que no es rectángulo los vértices los representamos con letras mayúsculas y los lados con letras minúsculas, pero tiene un orden, las letras minúsculas son los opuestos a los vértices. Ésta sería la letra *A* y esta *a* [se refiere, a manera de ejemplo, a las letras asignadas al lado y al ángulo, respectivamente de acuerdo con su ubicación en un triángulo rectángulo] ¿Qué hacemos?

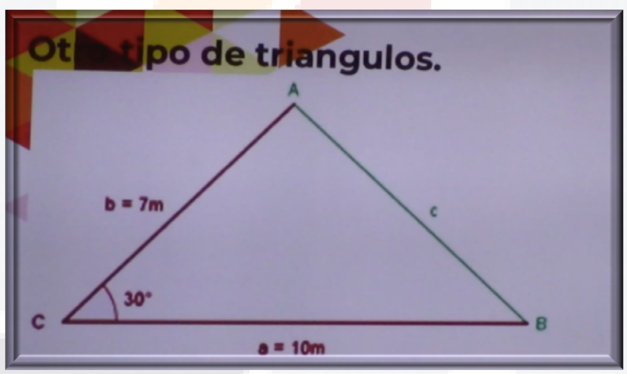

Figura 4. Representación gráfica utilizada por Bruno para la tarea matemática.

Como puede notarse en la Figura 4 se resalta en color verde el dato que se desconoce (segmento AB). Además, se identifica lo que Bruno les señala a sus alumnos con respecto a cómo identificar los lados del triángulo con relación a los vértices, con el interés de evitar errores, por sus alumnos, al reproducir la tarea en sus libretas o al hacer referencia a la figura. Después de que Bruno plantea el problema y hace hincapié en las características del triángulo de la Figura 4 les pregunta "¿qué hacemos?", como una acción para involucrar al grupo en la solución del problema con la guía de él:

Bruno: ¿Qué hacemos, cómo le hago para calcular… [es interrumpido por un alumno]?

A4 (Alumno): El lado c con la altura, solo se busca un cateto. Si dividimos a la mitad que es la altura encontramos un cateto.

Bruno: Espérenme, ya tengo gises de colores para representar. Me agrada la idea que dice su compañero, aquí dejar caer una altura [se refiere a ubicar la altura del ΔABC, véase Figura 4]. ¿Se acuerdan de la definición de altura cuando vimos las rectas y los triángulos?, ¿qué decía la definición de altura?

A2: Que era de la base del triángulo… al vértice más alto que tenga.

Bruno: ¡Ok!, ¿si escucharon? Una altura viene de una base de forma perpendicular al vértice opuesto [véase Figura 5]. Y si se fijan ya dividimos en dos triángulos rectángulos. Pero, hay una cuestión aquí… [Interrupción de A2].

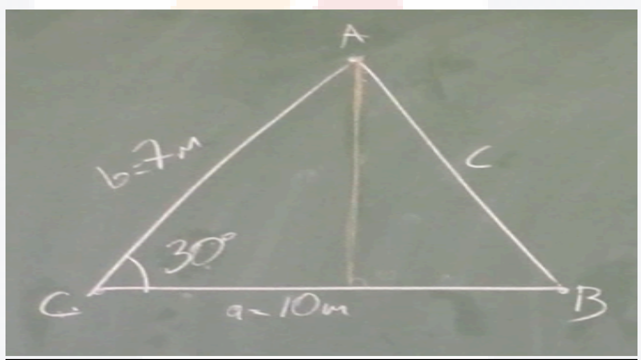

Figura 5. Representación para explicar la tarea a partir de trazar la altura en ΔABC.

Del fragmento y la Figura 5 se identifica que Bruno utiliza la gráfica en el pizarrón del triángulo proyectado en la pantalla (véase Figura 4) para iniciar a explicitar el diseño de un plan de solución (dividir en dos triángulos rectángulos), y así, los estudiantes se den cuenta de que la solución de la tarea involucra recurrir a conocimientos previos, como lo es la aplicación del concepto de altura, el Teorema de Pitágoras o las funciones trigonométricas. Para provocar la estrategia de planear Bruno evita decirles directamente a sus alumnos si cometen algún error, busca que ellos expliquen cómo fue su planeación del posible procedimiento de solución. Además, si los estudiantes no se dan cuenta del procedimiento —identificar que la medida de la base (10 cm) es la sumatoria de las bases de los dos triángulos rectángulos marcados— Bruno plantea preguntas que guíen la respuesta hacia lo que él espera, y enfatiza los datos que ya están dados en el problema e información que los alumnos ya conocen, esto se refleja en el siguiente fragmento (continuación del anterior):

A2: Tenemos que dividir la base entre dos.

Bruno: ¿Cómo estamos tan seguros?, ¿por qué entre dos?

A5: ¿Entre dos?

Bruno: Exactamente, ¿cómo estamos tan seguros que esto es la mitad de esto? [Se refiere a la base del triángulo oblicuángulo].

A2: Por la medida de la base [se refiere a los 10 centímetros].

Bruno: Por eso, pero ¿cómo estamos tan seguros?

A2: [Inaudible]… Por la medida de la base.

Bruno: ¿Cómo estamos tan seguros?

A2: Porque es la mitad de la base.

Bruno: Sí, entiendo tu lógica, yo me iría por la misma. Pero, ¡Ojo! aquí me dice la medida de este ángulo [30º], ¿cuánto tienen que medir los otros ángulos para que tengan la lógica que tú me dices? Éste [se refiere al ángulo derecho del ΔABC] debe medir 30º, pero no me lo están dando y éste [se refiere a ángulo superior del ΔABC] ya debería medir lo que me falta para llegar a 180º [inaudible] y 120º, está muy cerrado. Entonces, ¿estamos tan seguros que si yo lo divido va a medir cinco aquí y cinco acá [apunta la base del ΔABC]?

A3: Pues no, tienes que sacar lo de cada una [medida de la base de cada triángulo].

Bruno: Exactamente. No se la compliquen. Bueno, sí complíquensela. Yo sugiero que hagan dos triángulos [dibuja en el pizarrón dos triángulos y pone los datos que el problema plantea] [véase Figura 6].

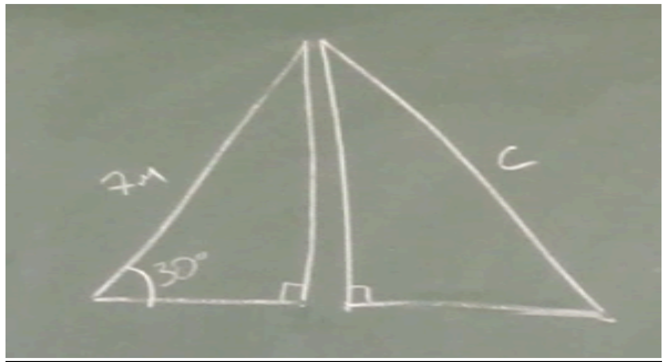

Figura 6. Representación gráfica del plan de solución para la tarea matemática.

El procedimiento que Bruno quiere que los estudiantes consideren para *Calcular los valores de los triángulos oblicuángulos al dividirlos en triángulos rectángulos* es que a partir de trazar la altura obtengan dos triángulos rectángulos, donde puedan aplicar las funciones trigonométricas así como el Teorema de Pitágoras. Lo anterior difiere a la propuesta del alumno sobre dividir la medida de la base (10 centímetros) entre dos, al parecer para A2 la base queda dividida en dos partes iguales al trazar la altura del ΔABC, tal vez eso se debe a que el triángulo pareciera que es un equilátero, por la forma en que Bruno lo trazó (véase figuras 4 y 5).

Como puede notarse en la Figura 6 se resalta cómo el docente, a partir de su guía, va marcando un plan de solución de manera indirecta, pues grafica por partes la solución de la tarea, es decir, dosifica y presenta por pasos el procedimiento a seguir para calcular los valores del triángulo oblicuángulo. En ese plan de solución va identificando los datos que se obtienen, en este caso los ángulos rectos de los dos triángulos ubicados a partir de dividir el ΔABC tomando como referente la altura.

Una característica que se identifica en las clases de Bruno, y que se refiere a incentivar la planeación, es que está dada en función de retomar las participaciones que sus estudiantes brindan para solucionar la tarea; por ejemplo, "sacar la altura" y "dividir la base entre dos". De las participaciones de los alumnos, Bruno inicia la explicación de cómo al tener dos triángulos rectángulos (cada uno con un ángulo de 90º) se puede obtener la medida faltante del ΔABC y que para eso, los estudiantes ya conocen cómo solucionar triángulos rectángulos.

5.2.1.2. Monitoreo: ¿por qué se utiliza ese procedimiento?

En la práctica de Bruno el monitoreo se implementa a partir de situaciones problemáticas[29], por ejemplo, "¿qué hacemos, cómo le hago para calcular los valores de los triángulos oblicuángulos? o ¿puedo sacar la medida de este lado (altura)?", las cuales tienen el interés que los estudiantes mantengan la atención y participen para solucionar la tarea matemática (Zimmerman y Moylan, 2009). El monitoreo aparece como una estrategia centrada en la explicación que el alumno brinda sobre su forma de resolver un problema, pero sobre todo el grado en que pueda convencer al docente de que su propuesta de procedimiento es la correcta, por ejemplo, cuando Bruno cuestiona a A2 reiteradamente "¿cómo estamos tan seguros?" implica que éste último argumente el diseño y uso del procedimiento, y que esa justificación esté acorde a lo que se espera y se ha abordado en las clases.

A2: Pero podríamos suponer que sí son exactos.

Bruno: Espéreme, ¿las matemáticas se prestan para las suposiciones?

A2: No, pero comparando, para comparar.

Bruno: Pero, ¿comparaciones en matemáticas?

A1: Las matemáticas son exactas.

Bruno: No suposiciones. ¡Ojo!, con esto ya me da un parámetro para poder sacar la altura. Tengo un ángulo [apunta ángulo de 30º] y tengo la hipotenusa, ¿puedo sacar la medida de este lado [se refiere a la altura]?, ¿cómo? [Véase Figura 7].

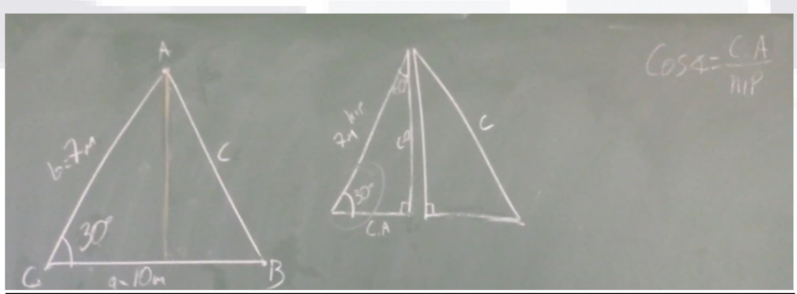

Figura 7. Representación gráfica del procedimiento de solución guiado por Bruno.

---

[29] En términos de Mato-Vázquez et al. (2017), las situaciones problemáticas son detonadoras de actividad cognitiva que el profesor plantea a los estudiantes, un ejemplo de ello son preguntas que llevan a reflexionar acerca del procedimiento o solución.

A3: Con coseno.

Bruno: ¿Por qué con coseno?

A2: Porque ya tenemos el opuesto.

Bruno: ¿El opuesto?, ¿el coseno?

A3: ¡Ah no!, adyacente. Para coseno es adyacente sobre hipotenusa.

Lo que Bruno busca, y se refleja en el fragmento anterior, es que el estudiante argumente su procedimiento, justificando por qué la base se tiene que dividir entre dos o por qué se divide en dos partes iguales. Una acción que se identifica en la práctica de Bruno es enfatizar información que guíe las respuestas de los alumnos hacia el producto o resultado correcto, y lo hace cuando se centra en explicar y desarrollar el procedimiento de solución a partir de los dos triángulos rectángulos formados, para luego obtener el valor del segmento C del ΔABC y les plantea al referirse al triángulo rectángulo de la izquierda: "Tengo un ángulo [señala el ángulo del triángulo] y tengo la hipotenusa, ¿puedo sacar la medida de este lado [se refiere a la altura]?, ¿cómo?"

Los estudiantes no prestaron atención al ángulo que Bruno da como referencia (30º) para calcular la medida de la altura, lo que hace que A3 continúe con su explicación tomando como referencia el ángulo superior (60º) del triángulo rectángulo izquierdo y proponga usar la función $cos\measuredangle 60 = \frac{c.a}{h}$ para calcular la medida del cateto adyacente, que es la altura. Sin embargo, Bruno quiere que los alumnos utilicen el ángulo de 30º para explicar cómo determinar la altura, de modo que escribe en el pizarrón $cos\measuredangle = \frac{c.a}{h}$ con el objetivo de que identifiquen los datos que necesitan y que el ángulo de 30º del cateto adyacente no representa la altura del ΔABC (véase Figura 7).

Se puede señalar que se logra generar en los estudiantes el interés para monitorear lo que están aprendiendo y qué necesitan para desarrollar un procedimiento y resolver el problema. Bruno también espera que los alumnos identifiquen cómo se pueden resolver los triángulos oblicuángulos utilizando procedimientos que ellos conocen y dominan y que han usado en otras tareas, por ejemplo, las funciones trigonométricas o el despeje de variables. Para ello, primero recurre a organizar cómo se va a solucionar la tarea, cuando les pregunta

"¿con qué ángulo van a trabajar?", es decir, a partir de qué ángulo se va a desarrollar el plan de solución, y les plantea lo siguiente:

Bruno: ¿Con qué ángulo? También tengan por seguro que puedo saber cuánto mide este otro ángulo [indica el ángulo superior del triángulo izquierdo]. ¿Cuánto mide?

A3: 60 grados.

Bruno: Tengo 90 de éste, 30 y éste 60, 90 + 90 es igual 180 [se refiere a que la suma de los ángulos interiores de un triángulo rectángulo es igual a 180°]. Ahora, ¿con qué ángulo quieren trabajar, 30º o 60º?

G (Grupo): 60º.

Bruno: Vamos a trabajar con el $\measuredangle$ de 30º, que es el que nos dieron. Si trabajo con este ángulo, este lado [se refiere a la altura] es el cateto ¿qué?

G: Opuesto.

Bruno: ¿Y éste es? [Se refiere a la base del triángulo].

G: Adyacente.

Bruno: Y la hipotenusa jamás va a cambiar.

A2: Es seno [se refiere a la función que se necesita para conocer la altura o el cateto opuesto].

Bruno: ¿Por qué seno?

A2: Porque tenemos el ángulo e hipotenusa

Bruno: Tenemos el ángulo, o sea, que me quedaría [escribe en el pizarrón $sen\measuredangle 30 = \frac{x}{7}$]. Donde 7 es la hipotenusa y a la altura le vamos a poner "x" porque no sé cuánto mide el cateto opuesto. Vamos a hacer un despeje. El 7 está dividiendo ¿cómo pasa?

A2: Multiplicando.

Bruno: $sen\measuredangle 30$ ¿cuánto es?

G: 0.5

Bruno: [Escribe en el pizarrón] $7(0.5) = x$, donde $x = 3.5$ [véase Figura 8] ¡Ojo!, todo esto es para buscar seno del ángulo y obtener la altura.

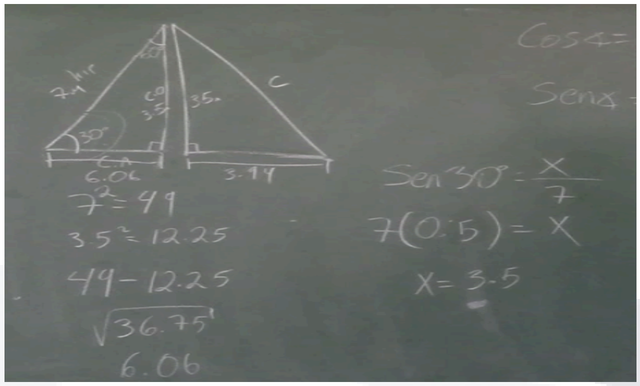

Figura 8. Representación gráfica del procedimiento de solución con la función seno.

A1: Con el Teorema de Pitágoras ya podemos sacar cuánto mide la base.

Bruno: ¡Ah, fíjense! lo que dice su compañero, con el Teorema de Pitágoras podemos sacar la base de este triángulo [se refiere al triángulo rectángulo de la izquierda].

En la Figura 8 se puede identificar el procedimiento que el maestro ha realizado (obtención del cateto opuesto que es la altura y la medida de la base del triángulo izquierdo). El monitoreo de lo que están aprendiendo los alumnos recae en verificar los procedimientos que se realizan para calcular la altura y, a partir de ello, comprobar que se pueden utilizar otros temas (Teorema de Pitágoras) y propuestas de solución (obtención de medida de los catetos de los triángulos rectángulos) que los estudiantes ya dominan, pues los han utilizado en otras tareas similares.

5.2.1.3. Evaluación: ¿el procedimiento y la solución fueron los correctos?

En el total de las tareas identificadas se permite registrar y dar cuenta de la intención de Bruno en generar ambientes para que sus alumnos evalúen su proceder, pero tienen la característica de asemejarse a procesos de evaluación sumativa, de comprobar y cuantificar, por ejemplo, la cantidad de ejercicios que resolvieron correctamente y las puntuaciones que tienen a partir de las participaciones en clase, lo cual difiere con la evaluación en términos metacognitivos (Zimmerman y Moylan, 2009).

A lo largo de lo sucedido en la tarea *Calcular los valores de los triángulos oblicuángulos al dividirlos en triángulos rectángulos*, la evaluación se fomenta desde la intervención de un estudiante, quien está motivado para resolverla. Este interés se refleja en la manera en que interrumpe la explicación de Bruno, pues el alumno (A2) propone que la tarea se resuelve al "dividir la base entre dos". Con el interés de lograr que sea el propio alumno quien se dé cuenta y *deje de insistir en la validez de su procedimiento* Bruno plantea en varias ocasiones la misma pregunta al estudiante "¿cómo estamos tan seguros?" y trata de explicarle que su propuesta no es viable.

Algo importante a resaltar es que Bruno no le dice directamente al alumno sobre el error, lo que hace es señalar premisas básicas como "las matemáticas son exactas". Esto refleja el interés que tiene el maestro para que sus estudiantes identifiquen errores en el procedimiento y solución de una tarea matemática, sobre todo que registren ya sea por escrito o mentalmente los procesos válidos de solución de tareas matemáticas (justificación en función del conocimiento matemático y no empírico). Después de lo anterior, Bruno utiliza el Teorema de Pitágoras para encontrar la medida de la base de los dos triángulos rectángulos y mostrar la medida del lado C del ΔABC. Para dar por concluida la tarea matemática señala lo siguiente:

Bruno: ¡Ojo!, vamos a ver si me sale 5 y que era 5 y 5… ¡Ah, verdad!, [el resultado es triángulo de la izquierda= base 6.06 cm y triángulo de la derecha= 3.94 cm] ¿se fija? [Dirige la mirada a A2] que aquí no cabe la suposición. Las matemáticas son exactas, [desarrolla todo el procedimiento en el pizarrón, con los datos que los alumnos le van dando y obtienen las medidas de ambos triángulos y la medida de "C"] [véase Figura 9]…

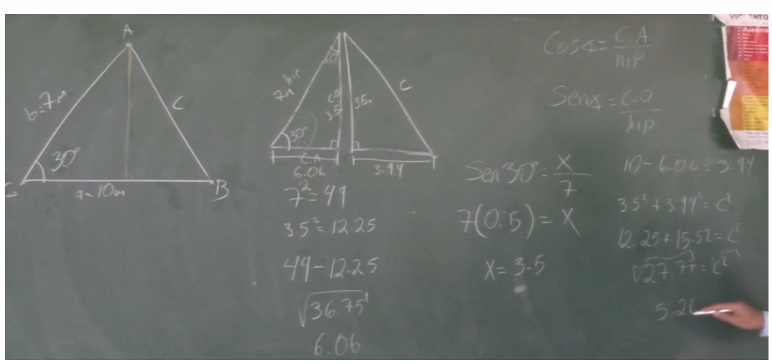

Figura 9. Procedimiento desarrollado por Bruno, así como el resultado de la tarea.

Bruno: ¿Se fijan lo que hicimos? Hay triángulos que no se pueden resolver directamente, pero para eso nos sirve ¿qué, muchachos?, ¿la…?

G: Altura.

Bruno: La división o la partición. Hasta aquí, ¿alguna duda?

G: No.

Del fragmento anterior se resalta el rol del profesor Bruno quien explica y argumenta el procedimiento de solución de la tarea matemática y los alumnos son los que escuchan y completan las ideas que presenta Bruno, por ejemplo "Hay triángulos que no se pueden resolver directamente, pero para eso nos sirve… la división [en triángulos rectángulos]", en donde un alumno participa y menciona "la altura", pero, es el maestro quien termina de explicar la idea, que es el procedimiento de solución para la tarea matemática. De acuerdo con lo anterior, se afirma que para que la evaluación se logre en las clases de Bruno es central que los alumnos se den cuenta de la importancia de argumentar, y que la justificación en matemáticas no acepta la intuición o el conocimiento empírico, así como diseñar, utilizar o aplicar los conocimientos previos y de asegurar que los procedimientos que aplican son los correctos y exactos.

Al final del fragmento Bruno señala la respuesta y verifica que el procedimiento que plantea A2 no es correcto, de esta manera no se promueve por completo que sea el alumno quien analice su actuación para solucionar la tarea propuesta, y que se incentive para reflexionar sobre cómo implementó su procedimiento (Panadero y Tapia, 2014). Sin embargo, se presentan situaciones donde se genera que sea el alumno quien revise el procedimiento realizado para solucionar la tarea. Por lo que, a partir de estos resultados se apunta que la evaluación está dada en función de obtener la respuesta y comprobar que el plan y los algoritmos son correctos, y de momentos que generan en los estudiantes espacios de reflexión sobre cómo y por qué los procedimientos solucionan la tarea, aunque el profesor es quien argumenta y valida lo propuesto en la tarea. De acuerdo con Chávez y Martínez-Rizo (2018, p. 237), en las clases se pueden plantear preguntas de alta exigencia cognitiva pero que al ser respondidas por el docente limitan la reflexión del estudiante sobre su propio proceso de aprendizaje, pues él es "quien piensa y responde por el estudiante".

5.2.2. Identificar ángulos coterminales, una tarea a resolver en la clase de Adriana

La tarea matemática que describe las acciones de Adriana para impulsar en sus estudiantes la metacognición es la de *Identificar ángulos coterminales.* Para esta tarea, Adriana, a lo largo de los fragmentos que aquí se presentan (en especial en el cierre de la tarea), explica que dos ángulos coterminales se pueden obtener a partir de tres procedimientos: a) restar los valores de un par de ángulos dados y verificar que el resultado sea múltiplo de 360°; b) del par de ángulos dados, tomar el valor del ángulo mayor e irle restando 360° hasta llegar a la medida del ángulo menor; c) del par de ángulos dados, tomar el valor del ángulo menor e irle sumando 360° hasta llegar a la medida del ángulo mayor. En esta tarea matemática la profesora se plantea el objetivo de que los estudiantes utilicen uno de los tres procedimientos antes mencionados y explicados en su clase.

Para que lo anterior suceda, primero, la maestra expone una breve definición sobre los ángulos coterminales: "se llaman ángulos coterminales los que están en posición estándar o normal y cuyos lados terminales coinciden; por ejemplo 60º y 420º; -90º y 270º". Adriana tiene el interés en que sus alumnos comprendan, lo que en términos algebraicos significa, si α y β son las medidas de dos ángulos coterminales entonces α - β es un múltiplo de 360°.

Cuando Adriana presenta y desarrolla la tarea junto con sus alumnos enfatiza que para identificar los ángulos coterminales es necesario entender tres aspectos. Primero, que el ángulo debe estar en posición normal con respecto a un sistema de coordenadas, es decir, cuando su vértice está en el origen y su lado inicial coincide con el eje positivo de las *x*. El segundo aspecto se refiere a que se pueden calcular un número infinito de ángulos coterminales con uno ángulo dado, mientras que la posición final sea la misma, aunque la medida del ángulo sea diferente (positiva o negativa). Tercero, que los ángulos coterminales son múltiplos de 360°. Se identifica que a partir de los tres aspectos mencionados y recordar los temas de ángulos positivos y negativos y la ley de signos, los estudiantes tienen la posibilidad de diseñar, ejecutar y evaluar un procedimiento, de acuerdo con su *lógica* que les permita *Identificar ángulos coterminales*.

En los apartados siguientes se muestran fragmentos consecutivos que dan cuenta de las interacciones entre los alumnos y la docente, que describen a detalle cómo ocurre la tarea matemática y las acciones que Adriana realiza para que sus estudiantes logren aprendizajes metacognitivos.

5.2.2.1. Planeación: ¿qué y cómo es un ángulo coterminal?

La profesora Adriana espera que los alumnos diseñen un plan de solución que les permita *Identificar ángulos coterminales*, y que en éste se incluyan características de los ángulos coterminales, por ejemplo, que son múltiplos de 360°. Adriana guía la planeación y parte de la explicación de un concepto y, sobre todo, de conocer cómo los alumnos comprenden esa definición y cómo la aplican para solucionar tareas matemáticas. Para ello, Adriana menciona:

> Les voy a dictar una definición pequeña de los ángulos coterminales, de cómo se trazan y cuáles son. Van a escribir por favor: "se llaman ángulos coterminales los que están en posición estándar o normal y cuyos lados terminales coinciden; por ejemplo 60º y 420º; -90º y 270º". Lean lo que les acabo de dictar y alguien que me diga gráficamente qué es un ángulo coterminal. [A1 pasa al frente y marca un par de ángulos coterminales] [Véase Figura 10].

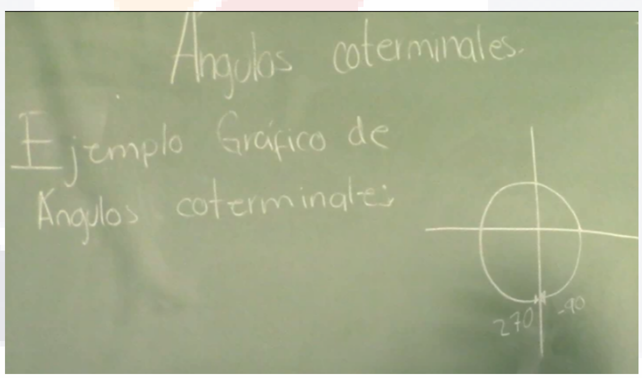

Figura 10. Ejemplo de ángulos coterminales, dado por A1.

Para la profesora es importante que sus alumnos hagan visible, como una forma de explicar su proceso cognitivo, la manera en que comprenden la definición que ella les dictó. Además, para pasar a un proceso metacognitivo es importante que los alumnos partan de usar la información que se les brinda como contexto para identificar y graficar los ángulos coterminales. Esto ocurre, pues como se puede notar en la Figura 10 el alumno grafica los dos ángulos coterminales, que coinciden con las medidas que Adriana señaló en la definición

(270º y -90º). Para asegurarse de la comprensión del concepto y continuar con la promoción de la planeación la profesora señala lo siguiente, en donde se puntualiza el interés de iniciar el diseño del plan, identificar cómo es un ángulo en posición normal:

> Adriana: Primero, ¿cuál o cómo dijimos que era un ángulo en posición estándar?
>
> G: Que inician en “X” [hacen referencia al eje X del plano cartesiano].
>
> Adriana: ¡Muy bien!, que inician en “X” positiva ¿Verdad? Ese es un ángulo en posición estándar o normal. En mis propias palabras, ¿qué es un ángulo coterminal]?, ¿quién me lo dice?
>
> A1: Que sus dos lados deben sumar un múltiplo de 360º.
>
> Adriana: Sí, pero no.
>
> A2: Yo entendí que son dos ángulos que terminan donde mismo.
>
> Adriana: Por supuesto que si estamos diciendo que los dos ángulos están en posición estándar tienen que iniciar y terminar donde mismo. No importa que la magnitud no sea la misma. Claro, siempre inician donde mismo, porque están en posición estándar. Tiene que iniciar en el eje de las “X” positivas.
>
> A3: Maestra, pero si inician y terminan donde mismo, ¿miden lo mismo?
>
> A4: Ahí dice -90 [hace referencia a la gráfica del pizarrón, véase Figura 10].
>
> Adriana: Éste dice -90. ¿Qué diferencia había entre ángulos positivos y negativos? Hacia dónde abren, ¿verdad? El ángulo positivo gira opuesto a las manecillas del reloj y el negativo en sentido de las manecillas del reloj. Tienen diferente magnitud pero inician y terminan en el mismo lado.

En el fragmento anterior se resalta la manera en que Adriana, como parte de la planeación, puntualiza a los alumnos la importancia de analizar la definición, lo que implica saber a qué se refiere y cuáles son las características de un ángulo en posición estándar. La maestra espera que los estudiantes recurran a la definición y la utilicen como base para comprender el tema. En este sentido, los estudiantes son los que determinan cómo aplicar la definición que ella explicó, esto es relevante ya que para solucionar la tarea matemática los alumnos deben conocer y reflexionar sobre lo qué es y cuáles son las características, así como aclarar dudas con respecto a la comprensión de la definición de ángulos coterminales.

Después de que Adriana mencionó que una de las características de los ángulos coterminales es que inician y terminan en el mismo lado, les propone a los estudiantes crear una fórmula:

> Adriana: Ahora, vamos a ver si podemos crear una fórmula para ir haciendo ángulos coterminales. Si a mí me dan un ángulo θ y quiero crear ángulos positivos, ¿qué es lo que hacemos?
>
> A3: Sumar.
>
> Adriana: Le sumamos, está bien, ya tengo uno [la profesora realiza una gráfica en el pizarrón], ¿y sí quiero otro positivo?
>
> A3: Otros 360.
>
> Adriana: Con cada vuelta que quiera incrementar tengo que sumarle 360. Pero, si lo quiero indicado como multiplicación, ¿cómo sería? El número de vueltas por 360, entonces sería $\theta + 2$, que es el número de vueltas que quiero dar por 360 [$\theta + 2(360°)$]. ¿Y sí ahora los quiero negativos? Tengo mi ángulo dado y entonces, ¿voy a ir al…?
>
> A2: Al revés.
>
> Adriana: Restando 360º [$\theta - 2\,(360°)$] [véase Figura 11] y ¿cuántos ángulos positivos y negativos puedo hacer?

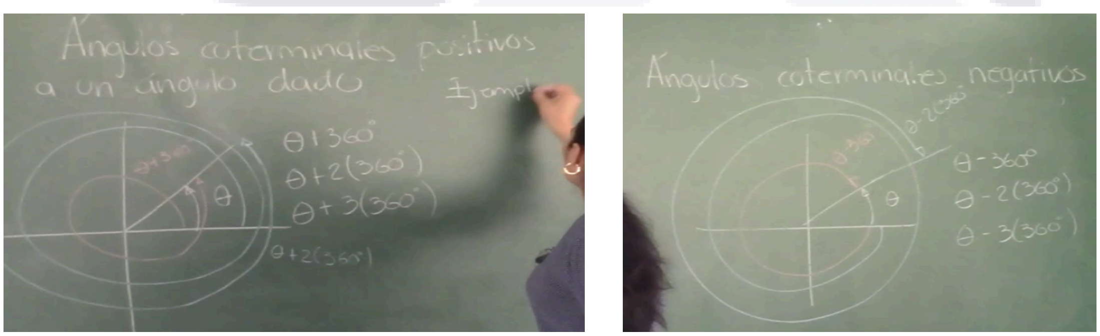

Figura 11. Demostración visual de los ángulos coterminales positivos y negativos.

G: Infinitos.

Adriana: Infinitos, todos los que yo quiera.

Sobresale que para promover la planeación, Adriana continúa organizando su explicación a partir de pasos y así *crear una fórmula para hacer ángulos coterminales positivos y negativos* (véase Figura 11). Esta acción radica en que los estudiantes se den cuenta de cómo se puede diseñar un plan de solución para una tarea matemática y para ello necesitan analizar las características, recurrir a conocimientos previos, reflexionar sobre qué y cómo se aplican los conocimientos que ya se dominan. Lo anterior refleja que para Adriana es relevante que sus alumnos mantengan la atención y recuerden las características de los ángulos para el diseño de la fórmula, que es el plan de solución.

Si bien, es claro que la estrategia de planear es guiada por la profesora, también se deja ver su interés en involucrar a todos los estudiantes (en algunos casos se logra y en otros no, debido a las intervenciones de la docente, quien guía la tarea, y de los estudiantes quienes dan opciones para solucionar la tarea matemática). Este interés se refleja cuando Adriana plantea la pregunta a todo el grupo "¿qué es lo que hacemos?" y así aprovechar las participaciones de sus alumnos para generalizar y mecanizar procesos (fórmula para crear ángulos positivos y negativos). Esta situación permite que los estudiantes recurran a conocimiento matemático que ya dominan y que es resultado o producto de tareas previas, en donde han procesado la información y generado acciones complejas (Sweller et al., 2011), como el recurrir a diferentes algoritmos para solucionar la tarea matemática. Sin embargo, lo anterior muestra que la intervención de Adriana es guiar a los estudiantes al grado de que ellos son los que hacen y validan lo que dice la profesora.

Otro de los aspectos a puntualizar de la práctica de Adriana es que traza un contexto de solución en donde dosifica la información o los temas que se exponen en la clase, pues, como apunta ella misma, "si es mucha información se pueden perder, entonces primero hay que fijar un tema y luego ya los otros" (entrevista dos). En este sentido, hay una carga cognitiva[30] que explicita y preocupa a la profesora, al considerar que es importante trabajar por contenido y no como exceso de información que debe tener el alumno lo que lo limite o impida a dedicar

[30] "Constructo multidimensional que representa la carga que la realización de una tarea en particular impone al sistema cognitivo del alumno" (Paas et al., 2003, p. 64).

"recursos valiosos para la formación de esquemas y almacenamiento de información a largo plazo" (Andrade-Lotero, 2012, p. 79). De tal manera que la profesora se asegura que los procesos cognitivos han quedado claros, esto forma parte de una base sólida para lograr la metacognición.

De los resultados antes expuestos se puede señalar que originar en el alumno el interés por planear su aprendizaje en las clases de la maestra Adriana, está dado como un proceso de reflexión del propio estudiante sobre su comprensión y aplicación de conceptos y definiciones, para después analizar los elementos que brinda la tarea y, recuperar entre sus conocimientos previos los que son necesarios para diseñar un plan de solución. Esto muestra que parte de un objetivo de la planeación es que los alumnos aprendan conocimientos teóricos. Además, que sea el estudiante quien identifique cómo ese plan de solución se puede aplicar en otras tareas similares, por ejemplo, al definir una fórmula para determinar ángulos coterminales ésta puede funcionar para ángulos positivos y negativos, pues al hacerlo con ese tipo de ángulos y tener respuestas correctas genera en el estudiante la certeza de que ya domina la fórmula, y tales procedimientos son válidos para utilizarlos en tareas similares (ángulos negativos) (véase Figura 11). Lo anterior permite al alumno aprender y tener un mayor número de estrategias a su disposición para planear la solución de una tarea y anticipar lo que puede ocurrir si desarrolla o usa un determinado conocimiento.

5.2.2.2. Monitoreo: dos ángulos son coterminales, ¿por qué?

El monitoreo se presenta en las clases de Adriana como resultado de sus intervenciones en donde motiva a los estudiantes para que argumenten sus procedimientos de comprensión ante un problema. Esto sucede cuando la maestra guía y enfatiza las respuestas que para ella son válidas o correctas. Aunque se genera un espacio para que los alumnos inicien la reflexión sobre lo que están haciendo, al final quien identifica y corrige posibles errores, y propone un procedimiento es Adriana, lo cual contradice la expectativa que se tiene del estudiante como protagonista de sus aprendizajes, y que sea consciente de lo que hizo y por qué lo llevó a cabo de tal manera.

Como muestra de la acción de Adriana para enfatizar información que guíe a sus alumnos hacia el procedimiento correcto se muestra el siguiente fragmento:

Adriana: ¿Cómo identificamos si dos ángulos son coterminales, si ya me dieron el valor de los dos ángulos?, ¿qué podemos hacer?

A1: Una resta, maestra.

Adriana: ¡Muy bien! La forma más fácil sería hacer la resta de los valores y checar si es un múltiplo de 360º. ¿Es lo que me estás diciendo, verdad A1?

A1: Sí.

A3: O dividir entre dos, ¿no?

A2: O hacer las operaciones contrarias, ¿no?

Adriana: Se puede hacer de dos formas. Hay una forma que es la más fácil y la más lógica, por así decirlo. Por ejemplo, si me dicen: determina si los siguientes ángulos son coterminales, 20º y 480º. Piensen un poquito y ¿qué se les ocurre qué puedo hacer si no se entiende el método de A1 [se refiere a restar los valores y verificar si es múltiplo de 360°]?

A3: Sumar 360º a los 20º.

Adriana: ¡Muy bien! Puedo irle sumando 360º a 20º y si coinciden con 480º pues sí es coterminal o ¿qué otra cosa puedo hacer?

A3: Sumarlos y dividirlos.

Adriana: O restarlo más bien ¿no? 480-20.

A3: Pero si los sumas y los divides entre 360, te da un número entero.

Adriana: Bueno, lo que pasa es que cuando tienes valores más grandes de ángulos puedes restarlo y dividirlo entre 360 y tiene que dar un múltiplo de 360. Te tiene que dar un valor entero ¿qué otra cosa se puede hacer?

A1: Restarle a 480 los 360.

Adriana: Bien, si agarro el ángulo más grande [se refiere al ángulo de 480º] puedo irle restando 360 hasta llegar a 20.

A2: O al más chico [se refiere al ángulo de menor medida, 20º] sumarle.

Adriana: Cualquiera de los dos procedimientos es válido, si agarro el más pequeño [20º] y le empiezo a sumar 360 y puedo llegar al otro [480º], son coterminales. O si agarro éste [se refiere al ángulo de 480º] y voy restándole 360º hasta llegar a 20º y si coinciden, son coterminales. [Escribe la instrucción de la tarea: "cómo identificar si 2 ángulos son coterminales" realiza una gráfica en el pizarrón de un ángulo de 20º y hace la resta de 480-360] [véase Figura 12]. No son coterminales. Así lo podemos comprobar. De cualquiera de estas maneras puedo comprobar.

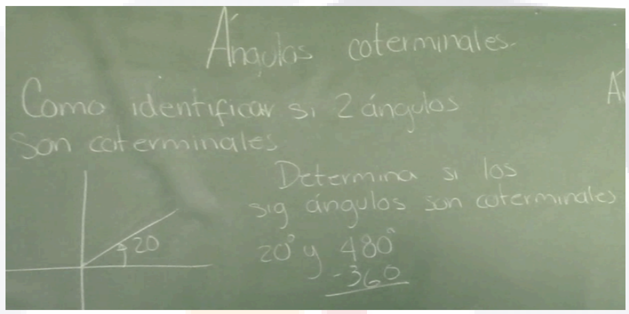

Figura 12. Algoritmo dado por la maestra para explicar si dos ángulos son coterminales.

Del fragmento anterior se apunta que para incitar en los alumnos el monitoreo, Adriana se asegura que la respuesta que dan los estudiantes a sus preguntas sean las correctas y recapitula para enfatizar sus intervenciones y así validar sus respuestas. El verificar y validar un procedimiento implica que el estudiante se dé cuenta de que la forma en que comprendió la tarea es correcta y que puede continuar con el procedimiento hasta llegar al resultado.

A manera de conjetura se apunta que cuando Adriana indica que "hay una forma, que es la más fácil y la más lógica" para identificar si dos ángulos son coterminales, provoca en el estudiante el interés de seleccionar y reconocer que los conocimientos que ya domina los puede utilizar para entender esa tarea, y que puede ser algo sencillo y no tan elaborado, como una resta, tal y como se representa en la Figura 12. Así como usar lo que ya se ha explicado, o usar procedimientos que ella expone, por ejemplo, restar los valores y comprobar que el resultado sea un número múltiplo de 360.

Durante las clases de matemáticas observadas, Adriana muestra interés en que sus alumnos participen y mencionen cómo comprenden el tema o las indicaciones de los problemas, cómo solucionaron las tareas y los pasos que siguieron. Después de que esto se logra, la maestra interviene y, a modo de resumen, sintetiza los pasos y procedimientos de sus estudiantes, de tal forma que el resto del grupo lo tenga presente y revise si lo hicieron así o lo comprendieron de manera distinta.

5.2.2.3. Evaluación: el procedimiento diseñado, ¿resuelve la tarea?

Adriana espera que después de planear (analizar las características de la tarea y de identificar qué procedimientos y elementos se requieren para solucionarla), monitorear (determinar los diferentes algoritmos que pueden utilizar y *pensar* sobre cómo aplicar esos procedimientos), los alumnos evalúen, es decir, que reflexionen y estén atentos sobre cuál y cómo es el procedimiento que utilizaron para resolver la tarea. En palabras de Preiss et al. (2018), Adriana busca que sean los estudiantes quienes hagan explícito su razonamiento y que compartan con el resto de sus compañeros los algoritmos y procedimientos que utilizaron.

Después de que Adriana propone y delimita tres diferentes alternativas para calcular y comprobar si dos ángulos dados son coterminales, impulsa a sus estudiantes a que evalúen sus aprendizajes a partir de un diseño y aplicación de un método o procedimiento para *Identificar ángulos coterminales*. El procedimiento que Adriana solicita a sus estudiantes los lleva a que reflexionen y seleccionen uno de los tres procedimientos ya expuestos y, que al desarrollarlo, se den cuenta de su funcionamiento y su efectividad para solucionar la tarea matemática. Lo anterior se describe en el siguiente fragmento:

> Adriana: Me van a escribir un método de acuerdo con lo que les diga su lógica de cómo puedo determinar si dos ángulos son coterminales, es un procedimiento pequeño, explicado con sus propias palabras, tienen diez minutos. Tienen que practicar esto de hacer procedimientos, porque habrá ocasiones que les diga hagan su procedimiento en la libreta y voy a pasar a una persona, a resolver el problema, que no sea dueña del cuaderno, para ver qué tan claros son sus procedimientos… ¿Ya terminaron? Para empezar a usarlo en un ejemplo. ¿Quién me ayuda con este: 675º y 1035º? Tenemos que explicar qué hicimos y cómo le hicimos

> A3: Yo, maestra [A3 pasa y escribe en el pizarrón: 675+360= 1035] [véase Figura 13]. Sí son coterminales.

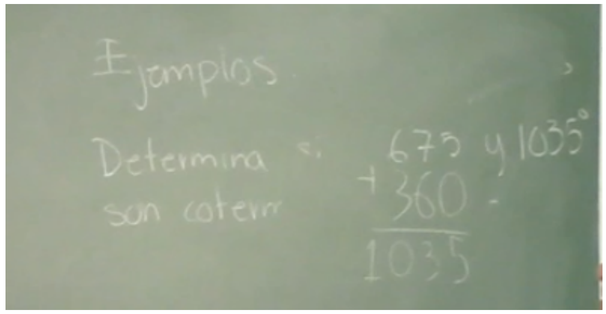

Figura 13. Proceso de A3 para determinar si 675º y 1035º son ángulos coterminales.

Adriana: Bien fácil lo que hizo A3. Simple y sencillamente le sumó 360. Sí son coterminales.

A2: Pero también pueden ser restas.

Adriana: Depende qué se les facilite más, si las sumas o las resta, ¿verdad? Ahora, vamos a determinar si 400º y 1480º son coterminales. ¿Quién de las muchachas me ayuda con su propio método? Para ver qué hizo, para checar si son coterminales o no.

A4: Yo paso [A4 pasa al pizarrón y desarrolla una resta y división [véase Figura 14].

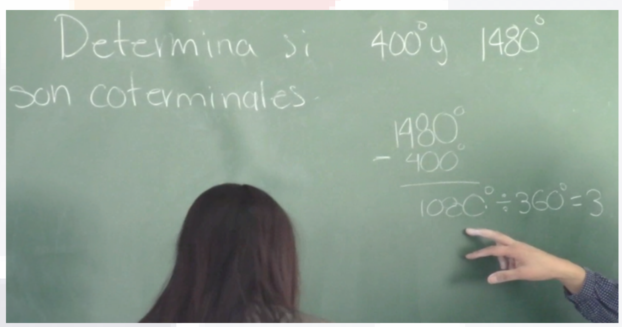

Figura 14. Proceso de A4 para determinar si 400º y 1480º son ángulos coterminales.

G: ¡Ah, muy bien!... ¡Sí puso atención!... ¡Felicidades!... ¡Sí le entendió!

Adriana: ¡Muy bien! Éste es su método. ¿Se fijan que hizo la resta de los ángulos y el resultado lo dividió entre 360? Si me da un número entero quiere decir que es múltiplo de 360 y quiere decir que sí son coterminales.

A2: Y quiere decir las vueltas que da.

Adriana: Exactamente, es el número de vueltas que da. Hasta aquí ¿dudas?

G: No.

En el fragmento antes descrito se resalta el discurso de Adriana que destaca la importancia de que el estudiante además de reflexionar sobre el procedimiento solicitado por la maestra, también se ajuste y controle sus recursos, como el tiempo que tiene para proponer el procedimiento (diez minutos), la necesidad de realizar y argumentar sus procesos cognitivos para explicar qué hizo, y que sea un procedimiento apegado a la *lógica del alumno* para que de manera concreta y clara solucione la tarea.

Así mismo, el fragmento describe que en la aplicación de los diferentes procedimientos propuestos por los alumnos, como dice Adriana en la entrevista dos, "descubren otras maneras de solucionar problemas y se emocionan porque se dan cuenta que no es la única alternativa [la que la maestra propone] para la solución correcta" de la tarea. Esto se vincula con la promoción de la evaluación, en particular, cuando la maestra valida como correctas las propuestas, los estudiantes se sienten seguros por la eficacia de sus procedimientos y realizan un auto juicio para valorar su actuación ante la tarea, es decir, si comprendió e implementó de manera correcta y adecuada su método.

También se resalta cuando los alumnos pasan al frente a desarrollar sus procedimientos, y a pesar que Adriana plantea que el objetivo es que expliquen qué y cómo le hicieron para desarrollar sus procedimientos, ambos solo escriben el algoritmo y no argumentan ni justifican por qué y cómo fue la selección de los pasos, esto sucede porque la maestra termina explicando el procedimiento sin cuestionar lo que hicieron los alumnos. Después de estas participaciones, la profesora valida sus respuestas y, como una forma de presentar lo *sencillo* que resulta el diseñar y desarrollar un procedimiento, explica los pasos que siguieron la y el alumno, generando así un espacio donde incentiva a todos a conocer y *seleccionar* el procedimiento que consideren más viable y fácil para ellos, evitando así futuras insatisfacciones al tener que resolver la tarea con un algoritmo que no dominan del todo.

Algo más que se apunta es que para lograr la evaluación es importante motivar e involucrar a los estudiantes, ya sea para participar directamente o *apoyarlos* cuando expliquen o presenten sus procesos cognitivos, por ejemplo, con frases como "Sí le entendió", "Felicidades", pues esto repercute en las creencias de los estudiantes sobre eficacia y capacidad para resolver la tarea (Zimmerman y Moylan, 2009).

Como muestra de la acción de revisar el plan y procedimientos que busca promover la evaluación, Adriana concluye la tarea de *Identificar los ángulos coterminales* con dos ejercicios y la revisión de uno de ellos. Con estos ejercicios la profesora espera que sus estudiantes hagan uso de la fórmula o procedimiento que cada uno de ellos ha identificado como más factible y resuelva los ejercicios dados en clases (véase Figura 15).

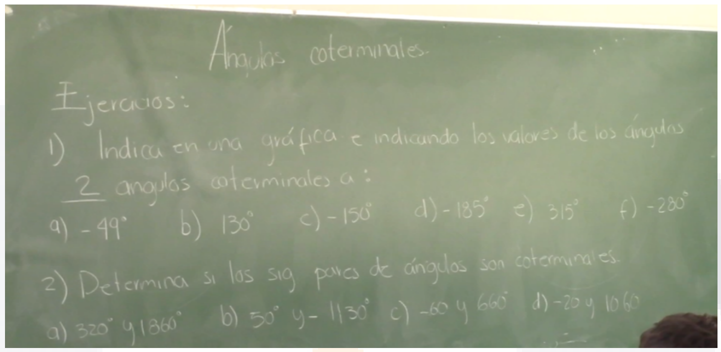

Figura 15. Ejercicios sobre el tema de ángulos coterminales.

A: Maestra, ¿podemos checar los ejercicios?

Adriana: Lo que vamos hacer es explicar el segundo ejercicio, porque en el primero cada quien seleccionó diferentes ángulos. En caso de que alguien tenga duda, pase directo conmigo y lo revisamos. Vamos a manejar el método más rápido, la resta y luego la división… ¿Cuáles fueron los valores del segundo inciso del número dos? [Véase Figura 15].

G: 50 y -1130.

Adriana: Hacemos la resta.

A2: ¿En cuál orden?

Adriana: El orden que quieran, es lo mismo [escribe en pizarrón (-1130) – (50)]. ¿Cuánto da?

G: 1180. Maestra, ¿cómo hizo la resta?

Adriana: Acuérdense que se puede en un orden o en otro. Me va a dar lo mismo, solamente con signo contrario. Pero aquí, ¿qué es lo importante?, ¿el signo o si son valores enteros?

G: El valor.

Adriana: Entonces, la respuesta sería -3.27 y dijimos que el signo no importa. Como el resultado no es un número entero, quiere decir que no es coterminal [véase Figura 16]. También puede ser 50 – (-1130) y me da lo mismo, 1180. [Desarrolla en el pizarrón el resto de los incisos con la participación de los alumnos]…

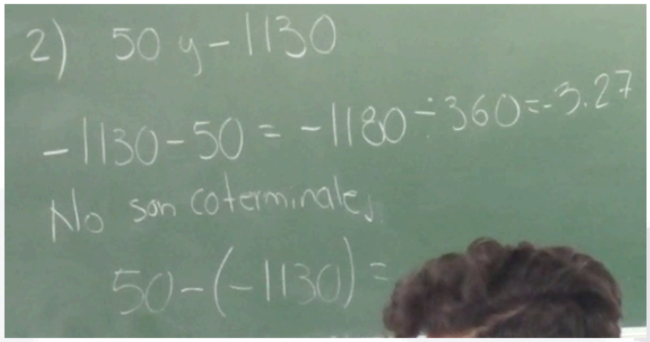

Figura 16. Algoritmo para explicar que dos ángulos no son coterminales.

Adriana: ¿Hay más dudas?

G: No.

De acuerdo con el fragmento anterior, para la profesora la evaluación también radica en que los estudiantes apliquen el procedimiento *diseñado* por ellos mismos, en otras tareas semejantes y con un grado mayor de dificultad (ángulos negativos). Lo que implica que la evaluación, como estrategia metacognitiva, es la revisión del procedimiento y evaluar todo el proceso ejecutado; aunque se genera el ambiente para ello, la revisión que se hace es de manera general y sobre aspectos que los estudiantes no han terminado de comprender, como lo es la ley de signos para sumas o restas con números negativos y positivos, pero no del proceso cognitivo para solucionar toda la tarea matemática.

Como cierre de este ambiente para promover la metacognición, en particular la evaluación, la revisión del procedimiento realizado y el objetivo del concluir la tarea está en función de que los alumnos manifiesten tener dudas o si ellos piden a la docente revisar los ejercicios. Si no ocurre ninguna de las dos anteriores, la tarea se concluye de manera directa y se da por hecho que el tema ha quedado comprendido por los estudiantes, lo cual difiere con lo señalado por Adriana en la entrevista dos, donde apunta que cuando los alumnos están resolviendo una tarea, ella les pregunta lo siguiente:

“¿Cómo le hiciste para que saliera tal resultado, por qué lo hiciste así?” Los hago reflexionar cuando cometen un error, los hago pensar y que relacionen temas y de cosas que ya saben, van observando que es lo mismo o que son de forma parecida o similar… Mi intención es que ellos mismos digan “lo traigo guardado y ya puedo aplicarlo”.

De acuerdo con su discurso, Adriana manifiesta tener el interés de lograr la metacognición al enseñar matemáticas. Sin embargo, se puede señalar que existen diferencias entre lo que los docentes manifiestan y lo que ocurre en la práctica, tal vez eso sucede por diferentes factores, por ejemplo, el tiempo que tienen asignado para revisar el total de los contenidos.

5.2.3. Determinar las funciones trigonométricas: una tarea en la clase de Esteban

De la práctica observada del profesor Esteban se identifica una tarea que forma parte del contenido *Círculo Trigonométrico,* y que da cuenta en mayor medida cómo promueve la metacognición, en particular, la planeación y el monitoreo. La tarea *Determinar las funciones trigonométricas en el círculo trigonométrico* es de tipo exposición de contenido y tiene el objetivo central de que los alumnos identifiquen las funciones directas (seno, coseno y tangente) en cada uno de los cuadrantes del círculo unitario, y que el valor de radio o hipotenusa, del triángulo rectángulo que se forma, al estar inscrita en el círculo unitario, siempre será absoluto y una unidad. Lo anterior se logra a partir de un triángulo rectángulo que se forma al marcar un ángulo α en el círculo unitario, donde el cateto opuesto (sobre el eje de las Y) es el seno de α, el cateto adyacente (sobre el eje de las X) es el coseno de α y la tangente es el valor del radio o hipotenusa, y que en cada uno de los cuadrantes del círculo unitario los parámetros de las razones de seno, coseno y tangente cambian su valor numérico con el aumento o disminución del ángulo α. En otras palabras:

- En el primer cuadrante, con el aumento del ángulo α, disminuye el coseno de α mientras que aumenta la tangente de α y el seno de α.
- En el segundo cuadrante, con el aumento del ángulo α, disminuyen el seno α, el coseno α y la tangente α.

- En el tercer cuadrante, con el aumento del ángulo α disminuye el seno α y el coseno α, la tangente α aumenta su valor.
- En el cuarto cuadrante, con el aumento del ángulo α, disminuye el seno α, mientras que aumenta el coseno α mientras que disminuye la tangente α.

Otro de los intereses de Esteban para plantear esta tarea es que sus alumnos conozcan de manera teórica cómo se obtienen los valores que señala la calculadora científica; retomar, como conocimientos previos, los temas de signos de las funciones trigonométricas, ángulos cuadrantales, ángulos de referencia y triángulos semejantes. Lo anterior para después explicar cómo se refleja esta tarea en el contenido de gráficas de las funciones trigonométricas y, finalmente, para explicar a sus alumnos que la ubicación del segmento de línea que representa la función tangente en el círculo unitario está señalada a partir de los signos de las funciones.

En esta tarea, el maestro brinda elementos teóricos para que los alumnos conozcan los objetivos y las funcionalidades del círculo unitario. Al parecer, Esteban espera que esos conocimientos sean aplicados por los estudiantes en dos momentos: el primero, se refiere a ejercicios que él incluirá en la evaluación de ese contenido (examen); el segundo, para cuando se exponga el tema de gráficas de funciones trigonométricas. Sin embargo, a partir de la intervención que realiza un estudiante se genera un ambiente que el maestro dispone para la promoción de la planeación y el monitoreo.

5.2.3.1. Planeación: ¿qué pasa con la función tangente en el III cuadrante?

Entre los aspectos a resaltar de la práctica docente de Esteban es que en el total de las tareas identificadas la dinámica de exposición respondió a una organización y dosificación particular de los tres contenidos, en ese sentido, el orden fue el siguiente: *Funciones trigonométricas para cualquier valor de ángulo, Ángulos positivos y negativos, cuadrantales, coterminales y simétricos, Círculo trigonométrico, Gráficas de funciones trigonométricas y Clasificación de triángulos oblicuángulos.*

La organización que hace Esteban de los tres temas, por un lado, refleja el dominio que tiene sobre el contenido matemático de tal manera que decide, según su experiencia y criterio, otro orden de presentación sin descuidar el cumplimiento de las exigencias del currículum. Por otro, también tiene el interés de presentar a sus estudiantes la oportunidad de, más allá de solucionar problemas, comprender cómo se hace la matemática para interpretar los conceptos o definiciones y procedimientos del objeto matemático.

Al revisar el contenido *Círculo Trigonométrico*, Esteban dosificó la exposición por cuadrante, en donde explicó cada una de las tres funciones directas (seno, coseno y tangente) y relacionándola con los temas de ángulos cuadrantales y de referencia. Esta secuencia didáctica tiene el objetivo que los estudiantes comprendan el tema a partir de explicaciones parciales, como lo es la representación gráfica de las tres funciones trigonométricas en cada uno de los cuadrantes del círculo unitario.

Para describir cómo ocurrió la promoción de la planeación en la tarea *Determinar las funciones trigonométricas en el círculo trigonométrico,* se describe de manera general lo que sucedió previamente en las explicaciones de los cuadrantes I y II del círculo trigonométrico. Para la exposición del tema Esteban recurrió a graficar en el pizarrón un círculo a escala, auxiliándose de un compás, transportador y escuadras, con el interés de involucrar a los estudiantes para que ellos verificaran con la calculadora (considerando el margen de error por la escala) los valores de los segmentos que dan lugar a las tres funciones directas a partir del ángulo α.

Después de graficar a escala de 30 centímetros el círculo unitario y de explicar cómo y dónde se identifican seno, coseno y tangente en el I cuadrante, seno y coseno en el II cuadrante (véase Figura 17) y de asignar literales a los puntos inscritos en el círculo trigonométrico y que representan los segmentos del triángulo rectángulo.

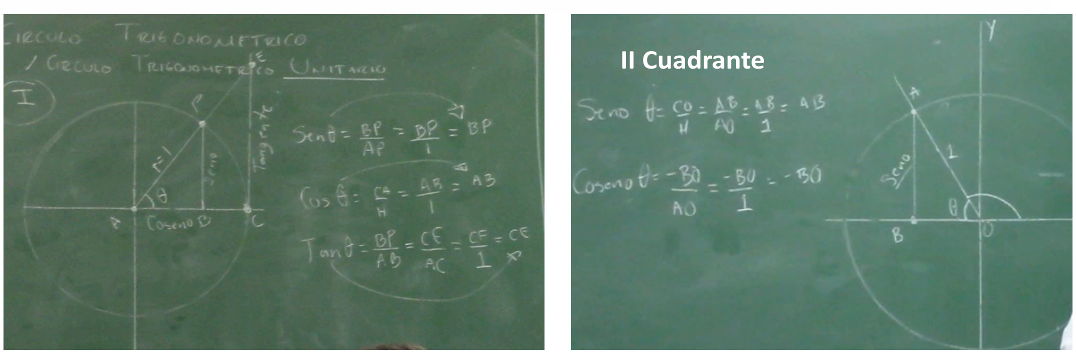

Figura 17. Representación gráfica de tres funciones trigonométricas (cuadrantes I y II).

El profesor inicia la explicación del segmento tangente en el II cuadrante, esto como evidencia de la acción de organizar y dosificar la información a los estudiantes, y directamente apunta lo siguiente:

Esteban: Para sacar tangente voy hacer algo diferente a lo que hice en el primer cuadrante. Voy a extender esta línea [se refiere a la hipotenusa] hacia el otro lado, donde toque la circunferencia. [Extiende la hipotenusa hasta el IV cuadrante y asigna letras CD al segmento que representa la tangente]. [Véase Figura 18].

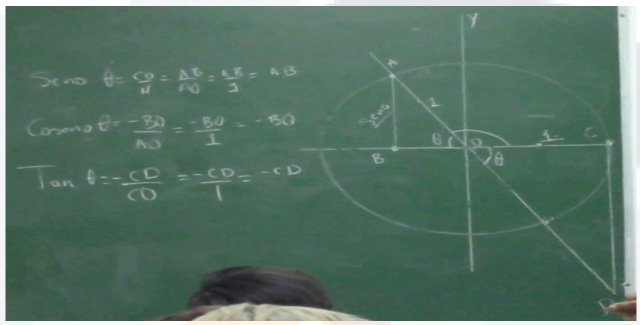

Figura 18. Representación gráfica de la función tangente en el II cuadrante.

A1: Profe, ¿Por qué se va a extender la línea [se refiere a la hipotenusa]?

Esteban: ¿Por qué se va a extender? Buena pregunta. Porque si la extiendo este sería el cateto adyacente [se refiere al segmento CO que está en el eje de las X positivas, véase Figura 18] y ahora sí ¿cuánto va a valer? [Indica con la mano "1"].

G: Uno.

Esteban: Ahora sí, ¿tangente a qué equivale? Vamos a cotejar los resultados que obtuvimos con los resultados en la calculadora. Recuerden que graficamos este círculo a 30 centímetros. El segmento de coseno [se refiere al segmento BO] mide 13.5. Esa cantidad la dividimos entre 30 centímetros, ¿cuánto nos da? Y ahora saquen coseno de 120º, ¿cuánto da?

G: El segmento mide 0.45 y coseno de 120 es -0.5.

Esteban: Ahora hagan lo mismo con seno, el segmento [se refiere al segmento AB] mide 24, lo dividimos entre 30 y luego sacamos el seno de 120º [el segmento mide 0.8 centímetros y el seno de 120º es 0.86], y el segmento de tangente [se refiere al segmento CD] es 48.5 [1.61 centímetros es el segmento y la tangente es -1.63]. Son los valores con los segmentos. Los valores son aproximados a los que arroja la calculadora [véase Figura 19].

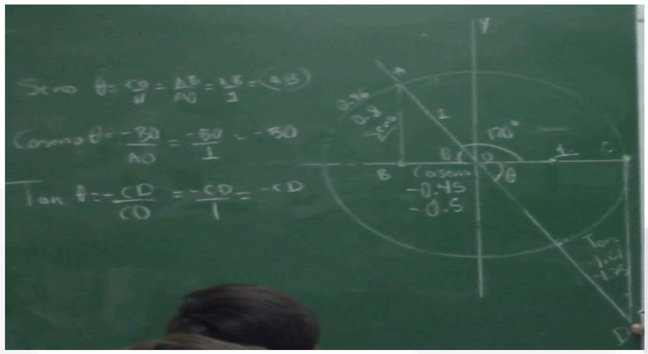

Figura 19. Representación gráfica de tres funciones trigonométricas (II cuadrante).

A2: Profe, pero ¿para qué trazamos otro triángulo, [se refiere al triángulo en el IV cuadrante] no se puede hacer donde mismo?

Esteban: La pregunta que hace A2, ¿por qué tengo que trazar hasta acá? Por cuestión de signos. Si no lo trazo hacia este lado [IV cuadrante] no me da los signos que me deben dar en las funciones de seno, coseno y tangente.

A3: Y en el tercer cuadrante, ¿sería lo mismo pero, al revés?

Esteban: Exacto, en el III cuadrante, como dice A3, lo trazo aquí [se refiere a trazar el ángulo θ en el III cuadrante] y tangente termina acá [se refiere al I cuadrante]. Y el IV es en el primero, justo como lo acaba de decir A3 [indica en el pizarrón los cuadrantes y la representación gráfica de las funciones]. Pero, les voy ayudar a hacerlo porque siento que todavía no está muy claro.

Como se puede revisar en el fragmento anterior, la planeación se promueve a partir de las intervenciones de tres alumnos quiénes cuestionan al profesor sobre los procedimientos que realiza para determinar la función tangente en el II cuadrante. El procedimiento que Esteban explica radica en que se puede ubicar el valor del cateto adyacente, que sería una unidad, y de esa manera se explican los signos de las tres funciones directas en el II cuadrante.

El argumento de Esteban, como puede notarse en fragmento, para justificar la ubicación del segmento que da lugar a la función tangente está centrado en el resultado (obtener el valor y signo de tangente en el II cuadrante) y en el hecho de que la función tangente (del II cuadrante) se puede graficar en el círculo unitario, pero en otro cuadrante. En términos de Chevallard (1999), es un argumento válido que justifica la aplicabilidad y validez de procedimiento, aunque es un argumento poco racional; y que parece no convencer a los estudiantes, pues preguntan lo mismo en dos ocasiones más. En este sentido, se coincide con Chevallard quien menciona que una manera de justificar un procedimiento es considerar su resultado.

Como se observa en las figuras 18 y 19, Esteban grafica en el pizarrón cada una de las funciones y explica los valores de los segmentos, para eso etiqueta los lados del triángulo rectángulo en función del sistema. En ese caso, los catetos quedan definidos en términos de los ejes cartesianos y la hipotenusa como el radio con un valor de una unidad. Por ejemplo, para definir $sen\theta = \frac{AB}{1}$ lo que es igual a AB, para definir $cos\theta = \frac{-BO}{1}$ lo que es igual a –BO, y finalmente $tan\theta = \frac{-CD}{1}$ lo que es igual a -CD.

De acuerdo con el discurso de Esteban, es importante y se espera que los alumnos identifiquen cada función en el sistema de coordenadas. En la propuesta de Esteban, el seno de θ y el coseno de θ en el sistema de coordenadas quedan igualados a los valores de los lados Y y X del triángulo rectángulo, respectivamente, mientras que la tangente es el cociente de $\frac{y}{x}$. Es esperable que con estas razones dadas desde el triángulo en el sistema de coordenadas cartesianas, el estudiante planee cómo resolver problemas en una evaluación o examen, por ejemplo, determinar las coordenadas de un punto (x, y) para un ángulo de 120º.

Aunque es clara la razón de cada función (seno, coseno y tangente) desde el sistema de coordenadas, el estudiante tiene que determinar cómo identificar la tangente en los cuadrantes II y III, pues Esteban nunca menciona que una línea tangente es la que solo toca en un punto a la circunferencia ni explica por qué se ubica en el mismo cuadrante para el caso del I y IV cuadrante (véase Figura 20).

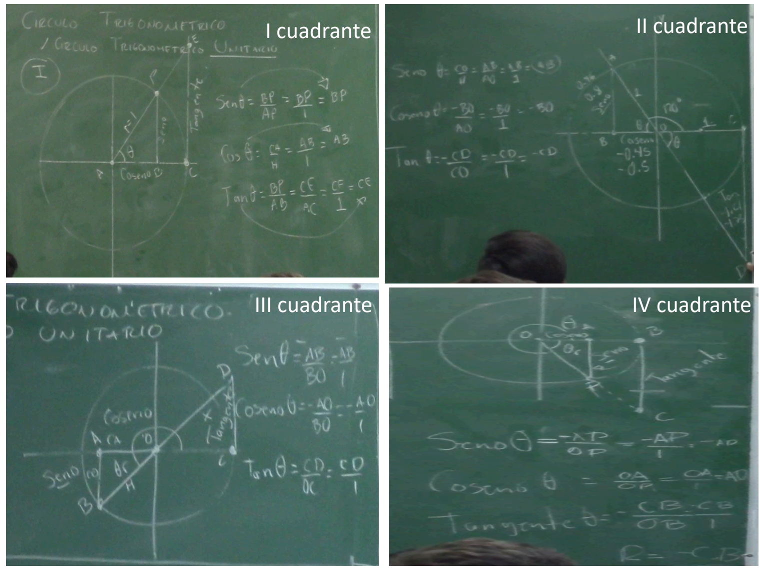

Figura 20. Representación gráfica de tres funciones trigonométricas en círculo unitario.

A partir de lo anterior se identifican los siguientes cuatro aspectos: el primero, la planeación ocurre a partir de las participaciones de dos estudiantes (A1 y A2) quienes cuestionan al profesor sobre la misma duda, la ubicación y el procedimiento que realiza para determinar tangente en el círculo trigonométrico. Como parte de los argumentos que Esteban brinda a los alumnos se resalta que tiene el interés de convencer y explicar a los estudiantes cómo en el círculo trigonométrico convergen otros conocimientos que ellos ya dominan, como lo es los signos de las funciones trigonométricas, los valores de éstas en los ángulos cuadrantales y las características de los triángulos semejantes y rectángulos, para ello les pide que comprueben con sus calculadoras los valores de los segmentos que representan las funciones directas y que consideren que la diferencia de las medidas será por la escala que se usó (30 centímetros).

Así mismo, con la intervención de A3 se logra el segundo aspecto, que los estudiantes se *adelanten* para identificar la función tangente en el resto de los cuadrantes, lo que tal vez refleja que el alumno considera las cuestiones procedimentales que señala Esteban, que haya reflexionado sobre cómo se puede resolver otro tipo de problemas y determinado un plan de acción para identificar la tangente en el III y IV cuadrante.

El tercer aspecto es que esto se logra, debido a la forma en que Esteban plantea y expone el contenido de círculo trigonométrico, quien a diferencia de Adriana y Bruno, dedica más tiempo a la exposición de este contenido y lo hace por cuadrantes, y aprovecha para indicar a sus estudiantes el tipo de ejercicios que vendrán en el examen.

En el último aspecto referente a promover la planeación, se apunta que el maestro valida las respuestas de los alumnos sobre la explicación de su proceso cognitivo que llevaron a cabo para comprender la tarea "¿por qué se va a extender? Buena pregunta", "exacto…, justo como lo acaba de decir A3". Y así motiva a los estudiantes a que expliquen cómo comprendieron y analizaron por sí mismos la tarea y el procedimiento que siguen las funciones trigonométricas en el círculo unitario. Además, Esteban genera un espacio para que sus alumnos se den cuenta de su capacidad para cumplir un determinado nivel de desempeño y resultado, y se sigan esforzando para recibir opiniones favorables sobre su aprovechamiento y participación.

5.2.3.2. Monitoreo: ¿cómo llegaste a esa conclusión?

En la clase de Esteban, el monitoreo al igual que la planeación surge en función de la participación de los estudiantes, en particular de la intervención de A3 quien anticipa la ubicación de la función tangente en el III cuadrante del círculo unitario. Dada esta situación, el profesor brinda la posibilidad al alumno de explicar y argumentar cómo realizó esa *deducción* para que el resto de sus compañeros puedan escucharlo. En este tipo de situaciones, la intervención del docente se resalta como guía, pues aunque no es quien plantea la pregunta inicial sobre la identificación de tangente en el resto de los cuadrantes, sí retoma la participación del estudiante y le cuestiona: "¿cómo llegaste a esa conclusión?"

El interés de Esteban al retomar la participación de A3 es conocer cómo comprendió la explicación hecha por el maestro del I cuadrante y que la conclusión a la que llega es el resultado de un proceso cognitivo y control de su aprendizaje, que le permite identificar y *adelantarse* a la exposición del profesor y que el estudiante retoma sus conocimientos previos, como los signos de las funciones en el tercer cuadrante, donde la tangente es positiva.

La acción que se identifica para lograr el monitoreo es enfatizar información y los datos presentados, con el objetivo de que el alumno conozca cómo el contenido explicado se va aplicar en el examen, que es el interés inmediato de los estudiantes: conocer qué deben estudiar o qué tipos de ejercicios se incluirán en el examen. Muestra de lo señalado ocurre en el siguiente fragmento:

Esteban: A2 me pregunta ¿por qué pasé tangente a este lado? [Señala la tangente en el IV cuadrante] y yo le dije que era para que fuera un triángulo semejante. ¿Se acuerdan que ya habíamos visto figuras semejantes? ¿Se acuerdan que vimos lo de los signos de las funciones? Por eso se traslada hacia abajo para que coincida con los signos de las funciones…

Esteban: Directamente qué harían ustedes en un ejercicio del examen, por ejemplo, determinar las coordenadas de un punto (x, y) para un ángulo que vale 120º. Ustedes grafican su círculo trigonométrico a escala, luego trazarían el ángulo de 120º, pero ese no es mi ángulo de referencia, ¿verdad? Mi ángulo de referencia es éste [se refiere al ángulo de 60º]. Ya habíamos hablado de ángulos de referencia y le llamábamos θr, ¿se acuerdan? También van a poner cómo se representan las funciones y así determinar las coordenadas x y y [se refiere a que la función coseno es la coordenada X y la función seno corresponde a la coordenada Y, teniendo como resultado (-0.5, 0.87)] [Véase Figura 21]. Y lo que yo voy hacer en su examen es comparar las medidas que ustedes pongan en su círculo a escala con los resultados de la calculadora, solo sería comprobación…

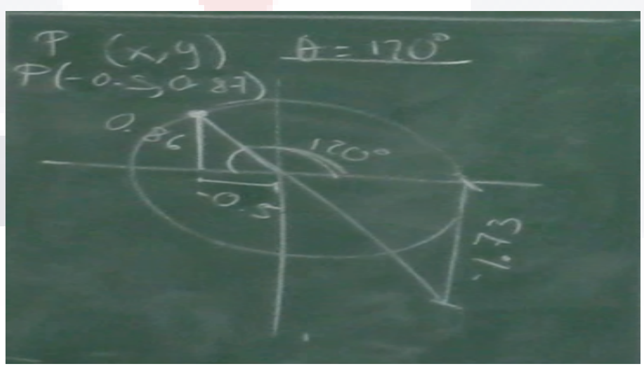

Figura 21. Ejemplo para explicar ejercicios a resolver en el examen.

Esteban: Ahora vamos a ver el III cuadrante [realiza una gráfica del círculo unitario para trabajar seno coseno y tangente, cómo se muestra en la Figura 22] Y por cuestión de signos, A3 me preguntó ¿a dónde se va tangente? ¿Cómo llegaste a esta deducción? A3 dijo: este se va a ir para el otro lado [indica la representación de tangente en el I cuadrante] A3 se refería a esto, a cómo se comportaría tangente. ¿Cómo llegaste a esa conclusión?

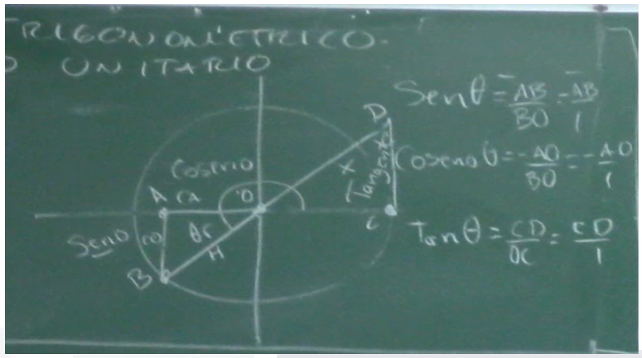

Figura 22. Representación gráfica de tres funciones trigonométricas (III cuadrante).

A3: Pues como estaban pegados en el 0º y en el 360º. Como van en el mismo cuadrante, bueno, mismo cuadrante no, terminan…

Esteban: [Interrumpe a A3] en el mismo lado, es exactamente en el mismo [inaudible]… Les había comentado que de ahí se sacaron los valores de las funciones trigonométricas. Les voy a mencionar algo importante, ¿se dan cuenta que en el II, III y IV cuadrante conforme el ángulo va aumentando, este cateto [se refiere a seno] va disminuyendo? Eso lo vamos a ver en el tema que sigue, gráficas de las funciones trigonométricas, y vamos a llegar a esta conclusión: que en el primer cuadrante si el ángulo aumenta, seno aumenta y coseno disminuye…

Esteban: [El maestro realiza la gráfica del círculo unitario e identifica el IV cuadrante] Ahora sí, lo van a explicar ustedes [se refiere al IV cuadrante] y así terminamos el círculo unitario. Básense en lo que dijo A3, tiene razón. La tangente en esta ocasión [se refiere al IV cuadrante] queda en el mismo lado, como en el cuadrante I. Ya ustedes por lógica saquen seno, coseno y tangente en el IV cuadrante, así como yo lo hice en los otros cuadrantes. Tienen diez minutos.

El fragmento precedente da cuenta de cómo ocurre el monitoreo, en donde se resalta que Esteban retoma y les menciona a sus estudiantes la importancia de dominar otros temas y conocimientos, como los ángulos de referencia y sus características, para poder aplicarlos en diferentes tareas relacionadas con la Geometría. Las tareas identificadas en las clases de Esteban tienen la particularidad de estar dirigidas hacia la evaluación del contenido, es decir, el examen con el que se concluye cada unidad temática y que la calificación que obtengan forma parte del promedio del semestre que cursan los estudiantes. De tal manera que se resalta el interés del profesor para que los alumnos mantengan la atención y distingan la importancia de comprender los contenidos.

La promoción de la metacognición, en particular el monitoreo, se puede identificar de manera más directa cuando Esteban le pregunta al estudiante "¿cómo llegaste a esa conclusión?" y se refiere a la participación del alumno que identifica dónde se grafica tangente en el resto de los cuadrantes del círculo trigonométrico. Se afirma lo anterior debido a que el docente retoma lo señalado del estudiante para explicar cómo y dónde se ubica la tangente en el III y IV cuadrante. Sin embargo, la respuesta que da el alumno refleja que no recuerda con exactitud su proceso de planeación para determinar las funciones en el resto de los cuadrantes y Esteban interviene mencionando que la justificación se dará enseguida.

Así mismo en el fragmento anterior se da cuenta de cómo el docente enfatiza información que considera importante para que sus estudiantes comprendan el contenido revisado, e identifiquen qué conocimientos previos están aplicando y para qué les va a servir lo aprendido; es decir, que la puedan utilizar para solucionar otras tareas matemáticas.

Como muestra de lo anterior, Esteban retoma los objetivos de la tarea, pues les menciona que con la explicación de la tarea *Determinar las funciones trigonométricas en el círculo trigonométrico* se identifican las funciones directas (seno, coseno y tangente) en el círculo unitario, se conoce de dónde se obtienen los valores que da la calculadora, además que se puede concluir que de acuerdo con el aumento del ángulo θ las funciones de coseno, seno y tangente de θ modifican sus valores. Antes de concluir la tarea de exposición de contenido, el docente presenta un contexto para comprender por qué y cómo se visualizarán las gráficas, de las tres funciones directas, en *GeoGebra*.

Después de describir la forma en que sucede la promoción de la metacognición en las clases observadas de los tres participantes y las acciones que se identifican en sus prácticas, en los siguientes apartados se da cuenta de cuál es la percepción y los argumentos que Bruno, Adriana y Esteban mencionan en la entrevista dos.

5.3. Argumentos de los profesores sobre promover la metacognición en sus clases

Resulta importante señalar que los participantes tienen en común el interés de generar espacios donde sus estudiantes respondan: el cómo definen un concepto o tema y cómo lo aplican para solucionar una tarea matemática, cuáles pasos o procedimientos siguieron para resolver un problema y si obtuvieron los resultados correctos. Para lograr lo anterior y de acuerdo con los argumentos que Adriana, Bruno y Esteban señalan en la entrevista dos, ellos inician la exposición de contenido o resolución de problemas con una situación problemática que les llame la atención a los alumnos, para que estén atentos y resuelvan las tareas. De manera particular, para Bruno, una *problemática* se refiere a generar en el estudiante lo siguiente:

> [Que se pregunte] "¿cómo se le hace?"… Es decir, que le llame la atención y le genere interés, que sepa de qué le va a servir y diga: "¡Ah, mira!, se está utilizando este [tema]". Y así los haces participes [a los alumnos]… Como maestro empiezo a ver y pregunto, por ejemplo "¿qué dice Pitágoras?" Primero se rescatan los conocimientos previos. Uno hay veces asume que los muchachos no saben, y no, ya traen un conocimiento previo y en caso que no, pues se empieza de cero [la explicación].

El que los tres docentes de bachillerato presenten *situaciones problemáticas* incide en el aprendizaje de los estudiantes pues a partir de la explicación de cada situación, Adriana, Bruno y Esteban orientan a sus alumnos para mantener el interés en la tarea y los *acompañan* en el manejo y control de la frustración tras intentar un procedimiento y no lograr el resultado. Esto genera que los estudiantes tengan posibilidades de mejorar la propia percepción sobre la eficacia de sus procesos cognitivos para aprender matemáticas, y reflejar cómo se promueve y lograr las exigencias de la normativa en las clases de matemáticas.

5.3.1. Cuestionar en clase de matemáticas para potencializar la metacognición

De acuerdo con los resultados de la entrevista dos, en este apartado se presentan las nociones que tienen los docentes sobre su actuar en las clases de matemáticas observadas, y que dan pie a profundizar lo sucedido en su práctica y la promoción de metacognición. Estas nociones muestran los argumentos que los tres profesores presentan con relación a las siguientes acciones: a) retomar participaciones de los estudiantes para diseñar plan y reflexionar en caso que se presente un error, b) enfatizar información para guiar las respuestas de los alumnos ante diferentes problemas, y b) revisar los planes (comprensión del concepto y plan de ejecución, es decir, traslado del contenido a la resolución de un problema), procedimientos y resultados obtenidos de una tarea matemática.

Los tres incisos anteriores están enmarcados dentro de la acción central de cuestionar a los estudiantes en las clases de matemáticas. Los resultados muestran que preguntar y solicitar a los alumnos, por ejemplo, que *expliquen cómo solucionar una tarea matemática, qué están haciendo para resolver la tarea, por qué realizan tal procedimiento, cómo el plan que han diseñado soluciona o no la tarea matemática* promueve en los estudiantes de bachillerato la reflexión sobre cómo aprenden, y la importancia de verbalizar su razonamiento y articular su pensamiento para comprender lo que aprenden (Fernández-Gago et al., 2018; Marchis, 2011; Schoenfeld, 1987).

Las preguntas de *¿por qué?* y *¿cómo?* que se identifican en las prácticas de los tres docentes permiten y motivan a los alumnos a seleccionar, diseñar, utilizar y evaluar las estrategias de aprendizaje que utilizan. Además, les permite reflexionar sobre cómo y por qué las usan y para qué aprenden matemáticas (Ellis et al., 2014), de tal manera que si los estudiantes por sí mismos no activan sus procesos de autorregulación cognitiva, éstos son orientados por el maestro para que desarrollen las tres estrategias metacognitivas (planear, monitorear y evaluar) que dan cuenta de cómo interpretan, sintetizan, analizan y evalúan el material y su proceder (Gagnière et al., 2012).

Lo anterior tiene relación directa con lo que apunta Páez (2015) al señalar que la reflexión de un sujeto se logra cuando comienza por sí mismo o con orientación de alguien más, como puede ser el profesor de matemáticas, se plantea y se responde las preguntas de *¿cómo?* y *¿por qué?* con el objetivo de aprender y de actuar en futuras acciones, por ejemplo, resolver otras tareas matemáticas similares o con un grado de complejidad mayor.

5.3.1.1. Retomar participaciones de los estudiantes para que diseñen un plan

En las tareas matemáticas que ocurren en las clases de los tres participantes se dedica tiempo para que sus alumnos respondan preguntas sobre los temas que se han presentado en sesiones pasadas, otros semestres o niveles anteriores, como lo es la secundaria. Esto sucede, pues como afirma Esteban, el profesor al tener experiencia en otros semestres y en algunas ocasiones otros niveles educativos, tiene un panorama amplio sobre los conocimientos ya revisados y dominados por los estudiantes. Esteban lo puntualiza de la siguiente manera:

> … cuando lanzo preguntas es porque creo que hay una base o aprendizajes previos que ya deben o tienen los alumnos. Me ha tocado dar clases desde primero de secundaria, entonces, cuando estoy con los de segundo semestre de bachillerato, ya sé los temas que ya saben o deberían conocer. Lanzo preguntas tratando de percibir si traen o no [la información], si está generalizado o no. Hay veces te contestan uno, dos o todos. Ahí te das cuenta y ya decides seguir o regresarte [a temas anteriores] aunque sea un repaso breve.

Tanto las preguntas como las intervenciones señaladas, se identifican en las tareas matemáticas que se describen en apartados anteriores, a partir de ese contexto se apunta que Adriana, Esteban y Bruno cuestionan a sus alumnos para *retomar participaciones de los estudiantes para diseñar plan* y reflexionar en caso que se presente un error con el objetivo de conocer los conocimientos previos que ya dominan o las dudas que pudieran tener sus alumnos. Con respecto a esta acción para Adriana es importante que los estudiantes, además de recurrir a conocimientos previos, lean los datos y las instrucciones de cada tarea matemática, pues en ocasiones "no saben ni que tienen que sacar [obtener resultados] y pierden tiempo sacando cosas que no les piden. Ese es uno de los principales problemas". Para la profesora el primer paso a la hora de diseñar un plan es leer las indicaciones para comprender un concepto o solucionar un problema matemático, Adriana añade lo siguiente:

> En los temas de fácil deducción, me gusta que deduzcan el procedimiento y se pregunten "¿de dónde sale esto"?, ya después escribimos los pasos, primero, segundo paso, etcétera. No siempre las deducciones son tan fáciles como para que ellos las entiendan, por eso yo selecciono cuáles sí y cuáles todavía no.

El fragmento anterior hace referencia a los diferentes procedimientos que los estudiantes mencionaron en la tarea de *Identificar ángulos coterminales* y que les permitió, como apunta Adriana, deducir y generalizar el conocimiento, para luego seleccionar un procedimiento que explicara paso a paso cómo *Identificar ángulos coterminales*.

Para Esteban realizar esta acción en dónde los alumnos contestan *¿cómo se puede resolver?* les permite a los estudiantes escuchar de sus compañeros más de una opción de solución, conocer la explicación sobre cómo entender la tarea e identificar los contenidos que se pueden utilizar para resolverla, con relación a este punto el profesor determina:

> Lo que quería lograr [en las clases] es que si con la explicación que estoy dando no se entiende, entonces que haya aprendizaje entre pares, como si me estuvieran explicando a mí. Por un lado me doy cuenta qué tanto avanzó y cómo explica, y por otro, motivar que el estudiante exprese a los compañeros cómo llegó a ese proceso y explique otra forma de razonar la situación, … a lo mejor a alguien le encaja esa forma de pensar que él tiene.

Lo señalado por Esteban evidencia que al *retomar participaciones de los estudiantes para diseñar plan y reflexionar en caso que se presente un error*, el profesor busca dos objetivos, uno relacionado a su didáctica, cómo mejorarla o evaluarla, y otro que se refiere al logro de los aprendizajes en los alumnos, pues le permite al maestro identificar a los estudiantes que tienen menos dificultades para comprender los temas y los que ya reconocen las formas en que se les facilita aprender y organizar los pasos que deben seguir para solucionar el problema o comprender el concepto.

Al igual que para Esteban, Bruno apunta que esta acción logra que los estudiantes se den cuenta de que al exponer sus procesos y resultados pueden tener resultados diferentes al resto de sus compañeros, y ahí resulta imprescindible el actuar de los docentes:

> … las clases sí se prestan para que los muchachos cometan errores y que se den cuenta de cuando tienen resultados distintos. Ahí es donde uno les dice, por ejemplo: "ambos [procedimientos] están bien, pero, tú hiciste más que tu compañero". O cuando se está resolviendo una tarea y los alumnos no definen algún procedimiento, yo les empezaba a decir que lo hicieran con lo que saben… y uno, como quien dice empieza a ordenar lo que ellos van diciendo. El objetivo con las preguntas es que los estudiantes reflexionen lo que están haciendo y diciendo.

Bruno agrega que la autorregulación cognitiva puede ser promovida por los profesores cuando, junto con los estudiantes solucionan tareas matemáticas que impliquen "hacerlos pensar y que se pregunten '¿cómo se le hace?' Así los empujas a que te expliquen cómo lo entienden y uno se da cuenta si lo están aprendiendo." Para Bruno, el saber cómo y dónde se pueden utilizar los temas revisados, es un factor que lleva al alumno a que se autorregule en su conocimiento, pues, como señala:

> Al plantear situaciones problemáticas hago que el estudiante vea qué sabe, y se acuerde de lo que se fue planteando para llegar a la solución. Yo puedo decirles qué es y cómo se soluciona, pero es mejor si les planteo un problema, donde respondan y empiecen a sacar sus conjeturas. Yo busco que él se dé cuenta, no decirle que está mal. Mi intención [en la clase] era que tuvieran varios conocimientos para que los puedan utilizar, yo les digo que utilicen el que quieran, yo les di el que se me hizo más cómodo y viable. Pero, también les digo que se arriesguen e intenten con otros procedimientos, que cometan errores y que aprendan de eso…

Resulta importante señalar que en las observaciones se registra que los alumnos, ante esta acción, respondieron con participaciones que en algunas ocasiones fueron validadas, reconocidas, pues eran correctas o estaban incluidas en el plan de solución de los docentes. En caso contrario, los profesores hacían ver de manera indirecta el error a sus estudiantes. Ambas participaciones de los alumnos, las *correctas e incorrectas* les permitieron a los maestros conocer lo que sus estudiantes ya dominan de contenido y procedimiento y así enfatizar datos necesarios para la solución de la tarea.

A manera de síntesis se destaca que a partir de los argumentos obtenidos de las entrevistas, se afirma que la acción de *retomar participaciones de los estudiantes para diseñar plan* y reflexionar en caso que se presente un error y conocer cómo se puede resolver la tarea matemática fue llevada a cabo por Adriana, Bruno y Esteban para tener información, y partir de sus exposiciones de contenido, sobre los conocimientos previos de los estudiantes, solicitar que analizaran la tarea con respecto a lo que pide y los datos que ofrece, para luego proponer procedimientos de solución que fueran validados por los docentes. Para los participantes esta acción les permite darse cuenta de cómo sus alumnos se autorregulan y se apropian del conocimiento pues brindan diferentes opciones de solución.

La siguiente acción de los tres docentes de bachillerato se puede vincular con la promoción del monitoreo, ya que durante la exposición de contenido o resolución de problemas los profesores guían las participaciones de los estudiantes hacia ciertos aspectos y así los alumnos los consideren durante la solución o comprensión en la tarea matemática.

5.3.1.2. Enfatizar información para guiar las respuestas de los alumnos

Cuando los estudiantes utilizan sus estrategias metacognitivas evidencian su reflexión, control y la acción sobre sus procesos cognitivos, esta situación se ve influenciada por las actuaciones del profesor. Para Adriana, Bruno y Esteban, el *enfatizar información* incide en el logro de aprendizajes autorregulados de los alumnos, pues los guían hacia los datos que necesitan para solucionar la tarea matemática y para que verifiquen si están llevando a cabo el procedimiento que planearon.

Los objetivos de los docentes en torno a *enfatizar información para guiar las respuestas de los alumnos* es impulsarlos para que se den cuenta de errores y puntualizar sus planes y procedimientos, como formas correctas y validas de solución. Los profesores buscan que los alumnos utilicen procedimientos o definiciones que fueron explicados y enfatizados por ellos, y los alientan a superar situaciones específicas, como es enfocar la atención o recurrir a datos proporcionados en la tarea, durante la solución de ésta (Preiss et al., 2018).

De manera puntual, Adriana tiene el interés de que los estudiantes registren los procedimientos y se den cuenta del énfasis que hace al explicar un contenido o resolver un problema. De acuerdo con la maestra, la reflexión y el registro puede ser mental o por escrito y consiste en anotar las indicaciones que dicta y los procedimientos que los alumnos hacen cuando comprenden un contenido o resuelven un problema. Ahora bien, para la docente:

> Los estudiantes no siempre se dan cuenta, hay veces que uno tiene que hacerlos reflexionar, yo les digo: "fíjate cómo lo resolviste, te fijas que se puede resolver de otra forma…" Hay veces que ellos mismos caen en cuenta de otros procedimientos y te preguntan "oiga maestra, ¿pero esto también es válido?", y uno les dice "claro, no nada más por la que yo dije se puede llegar al resultado".

Otro argumento que plantea Adriana con respecto a esta segunda acción y su actuar es cuando menciona:

> … las preguntas se tienen que ir direccionando al contenido, y los muchachos van a ir respondiendo también en función al contenido, … [por ejemplo,] en la clase de ángulos coterminales yo los iba direccionando, les dije "¿cómo le puedes hacer? piensa en esto, ¿qué pasa al hacer sumas y restas?, ¿te vas dando cuenta lo que estás haciendo?". Yo pienso que al direccionar las preguntas y las respuestas los vas haciendo pensar si es correcto o no lo que dijeron.

El objetivo de Adriana es que sus alumnos al escuchar y comprender las indicaciones, los datos que se enfatizan y las preguntas que ella plantea durante la tarea matemática, vayan reflexionando y así diseñen un plan y lo pongan en ejecución para resolver un problema.

Con el profesor Esteban, sus argumentos estuvieron centrados en la acción de cuestionar a los estudiantes en las tareas matemáticas, pues así se da cuenta de si el alumno se está autorregulando. Como contexto a la tarea *Determinar las funciones trigonométricas en el círculo trigonométrico* menciona lo siguiente:

> En esa sesión íbamos analizando cuadrante por cuadrante [en el plano cartesiano] y hubo un estudiante que se preguntó "¿qué pasaría en el segundo cuadrante?" Obviamente él se estaba autorregulando, pero también el que lo estaba escuchando… Yo creo que esa es la manera en la que se puede regular, a lo mejor no se lo había planteado, y empieza a ver esa serie de preguntas e información, como la explicación que yo estaba diciendo y empieza a pensar y a adelantarse.

Para Esteban, su práctica docente hace que los alumnos piensen en otras alternativas de solución, pues al plantear preguntas acerca de otros cuadrantes, o de dónde pueden aplicar sus conocimientos previos, los motiva a reflexionar sobre cómo solucionar la tarea dada. Además, para el maestro, enfatizar información y guiar a los estudiantes hacia los procedimientos correctos cumple con el interés de verificar si el compromiso de enseñanza se ha logrado; en palabras de Esteban implica lo siguiente:

> Por ejemplo, en la planeación de la clase lo primero que visualizo es el producto, qué quiero obtener, qué quiero que aprendan y hay una serie de actividades que me planteo para lograr ese producto. Pero lo vas modificando según se te van presentando las cosas, y eso tú lo vas percibiendo, tú vas viendo si funciona. Y lo haces con diferentes

actividades, por ejemplo, les lanzas más preguntas, lo que buscas es su autonomía y dar retroalimentación.

En la tarea *Determinar las funciones trigonométricas en el círculo trigonométrico,* Esteban señala directamente su intención didáctica y apunta:

> … desde el principio les puse el círculo y las funciones trigonométricas y se les dijo que habría variaciones, que estuvieran listos porque ellos me las iban a decir. Les estaba diciendo "miren la cosa va por aquí", y nunca falta el alumno que está listo, y aparte había motivación, porque les dije que iba a ver participaciones. A lo mejor la intención primaria de ellos es obtener puntos y, como siempre, uno tiene que estar ofreciendo, y ya a lo mejor por eso dicen "deja ver por dónde va este asunto". Yo creo que el muchacho desde el principio se está autorregulando porque está empezando a reflexionar y a ir más adelante de lo que yo voy. Se está volviendo autodidacta, porque ya empieza a sacar deducciones.

Se apunta que para Esteban la metacognición está dada en términos de lograr en el alumno el interés y la motivación para obtener deducciones. Estas significan que a partir de las explicaciones hechas por el docente el estudiante puede adelantarse sobre lo que va a pasar, los procedimientos que se van a plantear y los resultados que se obtendrán.

En lo referido a las tareas matemáticas desarrolladas en las clases de Bruno se apunta que, después de plantear preguntas, él repite las respuestas de los alumnos para enfatizarlas como parte del proceso de validación. Esta situación beneficia el proceso de generar metacognición, pues permite a los estudiantes asegurar que las respuestas y el procedimiento que usan es el correcto o no, motivarse para continuar con el diseño del plan, su posterior ejecución y guiar la tarea hacia la respuesta correcta.

Esto refleja el objetivo de Bruno de dosificar y destacar el contenido para que los alumnos recuperen esa información y la consideren para el diseño y monitoreo del plan de solución, pero sobre todo está centrada en que sea el propio estudiante quien proponga y argumente su procedimiento de solución, partiendo de los datos que el maestro provee y los conocimientos previos de sus compañeros del salón de clases. Al enfatizar información en las tareas matemáticas, Bruno se plantea:

> … les digo que vayan a la segura porque siempre dan elementos [en una tarea] que se pueden utilizar de diferentes maneras. Por ejemplo, yo les digo "fíjense bien, les están dando un ángulo, ¿de qué les puede ayudar si ya conocen el de 90º…?" Eso me da un panorama para poder utilizar las funciones trigonométricas, porque ya tengo más elementos que puedo utilizar y así ellos ven que [los temas] tienen una relación, y que al utilizar todas las funciones me tiene que dar un resultado igual.

De la misma manera que Adriana y Esteban, Bruno se ocupa de generar los espacios para que sus estudiantes, al solucionar un problema o comprender un contenido, estén atentos a los procedimientos de solución y que revisen su plan diseñado. De acuerdo con el discurso de Bruno, el que un alumno se autorregule al aprender implica:

> Ordenar lo que sabe, lo procese, desarrolle, aplique y transmita. Hay que hacerle ver que con los elementos que le están brindando [el problema], qué sería lo idóneo utilizar, qué método puede utilizar, qué elementos tiene, cuál es el más fácil. Es importante hacerle ver que si les están dando en un problema ciertos datos, es porque se van a utilizar. Lo importante es que vea lo qué es útil y sobre todo conocer y que transmita qué acomodo le daría a sus procesos y resultados.

Con relación a la tarea de *Calcular los valores de los triángulos oblicuángulos al dividirlos en triángulos rectángulos*, se anota que el interés de Bruno es que los alumnos, al plantear posibles procedimientos de solución, consigan lo siguiente:

> Justificar sus respuestas, o sea, decir "yo le hice así" y que siempre y cuando tenga una lógica lo que está diciendo, entonces dice uno, "¡ah, bueno!, le está sirviendo", a lo mejor no aterrizado pero ya tiene una noción, pero tiene que *echar verbo*.

De lo anterior se identifica que las circunstancias en que la acción de *enfatizar información para guiar las respuestas de los alumnos* hacía el procedimiento y respuesta correcta para resolver una tarea matemática, acontece después de que los docentes retoman de las participaciones de los alumnos los pasos para diseñar plan de solución. Cuando Adriana, Bruno y Esteban marcan ciertos datos o características de la tarea matemática o de los procedimientos es para que los estudiantes los tengan presentes y revisen si la forma en que expuso el docente es la misma que ellos comprenden, y para que construyan argumentos que les servirán como base para justificar sus procedimientos o el resultado de una tarea.

El siguiente apartado presenta la última acción que es llevada a cabo por los maestros participantes y que suscita el interés en sus alumnos de conocer, reflexionar y controlar la manera en que aprenden matemáticas.

5.3.1.3. Revisar procedimientos y resultados

En las tareas matemáticas, en particular las de resolución de problemas, donde se ubica la acción de cuestionar a los estudiantes para evaluar, verificar cómo y por qué los planes y los procedimientos que desarrollaron se pueden utilizar en otros contenidos o tareas, se identifica que los participantes recurren a esta actividad para conocer la forma en que sus alumnos han transferido y generalizado el conocimiento, además de verificar si ese resultado es correcto.

La acción de *revisar procedimientos y resultados* se presentó en mayor medida en las tareas identificadas en las clases de Bruno y Adriana. La profesora identifica que realizar preguntas es una de las acciones que se ejecutan en sus clases, en particular al cierre de la clase, para verificar que el tema esté claro o conocer si tienen dudas, tal idea se refleja en el siguiente fragmento:

> … siempre les estoy haciendo [preguntas]. Cuando me dicen: “esto no me sale”, les empiezo a preguntar “¿si haces esto?, ¿qué fue lo que hiciste?, o si multiplicas esto por esto, ¿qué te va a dar?” Cosas así que los van llevando a la reflexión.

Por su parte, en diferentes momentos y tareas, Bruno generó espacios donde los alumnos empezaron a revisar los resultados de las tareas matemáticas, pues para el docente es importante que los estudiantes “vayan a la segura” lo que para él significa evitar que:

> … los alumnos no se vayan con la primera respuesta obtenida, lo importante es que se pregunten si está correcto. Y ahí es donde me dicen, “a ver profe, deje lo compruebo, o deje hago otro y me tiene que salir lo mismo”. Por ejemplo en el tema de funciones… puedo usar cualquier función porque cada una maneja los lados del triángulo en diferente posición, y si utilizan las tres funciones van a llegar al mismo resultado.

Bruno señala que, en la tarea de *Calcular los valores de los triángulos oblicuángulos,* las preguntas que le hizo al alumno sobre su propuesta de solución tienen la finalidad que éste se diera cuenta del error, pero sobre todo "que no lo vuelva a cometer, o sea, si ya dividieron y comenten el error de tomar mitad y mitad, entonces quiere decir que no sé llegó al objetivo de la pregunta o que no se le tomó importancia. En ese caso el chiste [la finalidad] era que se fijaran que así como él decía no era posible".

Es imprescindible señalar que, en estos casos reportados, la acción de hacer preguntas tiene la intención de que los alumnos revisen los planes, procedimientos y resultados de la tarea. Esto se logra a partir de las intervenciones del docente de matemáticas, como actor central para validar las respuestas, los procedimientos y comprensión de los contenidos o definiciones.

A manera de cierre de este apartado, se puntualiza la trascendencia de conocer cómo los maestros participantes, a través de sus acciones, inciden o promueven aprendizajes autorregulados en sus estudiantes. De acuerdo con Schoenfeld (2014), entre las razones por las que los alumnos resuelven problemas matemáticos de manera exitosa es porque logran, con la intervención del profesor, recordar y hacer uso de conocimientos previos, acceden a estrategias de tipo heurísticas para avanzar en las tareas que son nuevas o desafiantes y, por último, se autorregulan cognitivamente lo cual asegura la resolución de manera correcta de las tareas propuestas.

5.4. Comentarios finales

A partir de las tareas matemáticas que se identificaron en las clases de Adriana, Bruno y Esteban y de los argumentos de los profesores sobre su actuar al enseñar matemáticas se presentó cómo se favorece la metacognición en los estudiantes. Tomando de referencia los resultados aquí expuestos se apunta que los participantes tienen interés en que sus alumnos sean quienes diseñen un plan de solución, aunque este proceso se vea interrumpido por las intervenciones de los maestros quienes ya tienen un procedimiento definido para solucionar las tareas.

Para este Capítulo, se seleccionó una tarea matemática por cada participante como ejemplo de lo que ocurre en sus clases de matemáticas, pero las tres acciones de los docentes suceden en la mayoría de las tareas identificadas, pues son parte del entorno didáctico que los profesores generan en sus aulas.

Otro resultado a señalar es la diferencia en cuestión de cómo los profesores conciben su actuar y la promoción de la metacognición con respecto a sus acciones y lo registrado en su práctica docente. En las entrevistas afirman que los alumnos son la parte activa y necesaria para lograr la reflexión y que el maestro guía este proceso, refieren que buscan que el conocimiento matemático sea una creación entre el docente y los estudiantes, en donde más que conceptos que se aprendan y memoricen sean estructuras conceptuales que se enriquecen y amplíen; sin embargo, en los registros de las clases observadas se difiere.

El rol que asumen los tres profesores es expositivo y central para la solución de las tareas matemáticas. Lo anterior concuerda con Jiménez y Gutiérrez (2017, p. 113), al apuntar que hay "contradicciones entre el decir y el hacer" y que éstas se hacen presentes por las concepciones tradicionales y de tipo pedagógico. Aunque los docentes tienen el interés y promueven ambientes donde el alumno reflexione como lo enfatizan en la entrevista, esto no se refleja en su práctica del salón de clases. Su práctica muestra que ellos principalmente dan los argumentos y los alumnos solo validan.

Con relación a la promoción de estrategias metacognitivas en sus clases, se apunta que además de lo expuesto, los docentes compartieron experiencias con sus estudiantes con respecto a sus propios estilos de aprendizaje, sus estrategias cognitivas para memorizar fórmulas o algoritmos, y si bien no hacen mención directa de sus procesos metacognitivos para aprender, sí subrayan la importancia de conocer y comprender las maneras en que ellos aprenden y cómo aplican los contenidos a la solución de problemas. Así mismo, se resalta que en las tareas matemáticas identificadas se centran en mayor medida en revisar el pensamiento analítico de los alumnos, relacionado principalmente con el diseño del plan de solución.

Un aspecto a identificar referente al monitoreo es que cuando los profesores cuestionan a sus alumnos sobre los procedimientos, el tiempo que brindan para argumentar es limitado, de tal forma que los estudiantes no alcanzan a responder o no tienen el objetivo de hacerlo, esto pudiera ser debido a su interés de seguir el rol directivo del o de la profesora. Finalmente un resultado que también llama la atención es que para los profesores, en particular para

Esteban, la evaluación, como estrategia metacognitiva, está dada en términos de lograr una evaluación sumativa, como un *check list,* donde se registra la cantidad de aciertos, puntuaciones obtenidas y participaciones. En palabras de Chávez y Martínez-Rizo (2018, p. 212), “se limita a la formulación del juicio sobre los niveles de aprendizaje alcanzados por los estudiantes”, sin una reflexión de cómo y por qué aprenden, o que identifiquen el posible error y evalúen su actuar para resolver ese tipo de tareas matemáticas.

CAPÍTULO 6.
DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Este Capítulo presenta una discusión de los datos y resultados obtenidos a partir de las dos entrevistas y las observaciones llevadas a cabo con los tres profesores de bachillerato y que se articulan con literatura especializada sobre práctica docente, estrategias metacognitivas y la propuesta del MEO (SEP, 2017a) para analizar lo que ocurre al interior de las clases de matemáticas. El Capítulo está conformado por cuatro apartados que discuten las acciones que realizan los tres docentes y las estrategias que se promovieron en sus clases de matemáticas en bachillerato.

6.1. Cuestionar a los alumnos: acción que genera espacios para la metacognición

A partir del análisis en conjunto de las clases observadas de los tres casos, se apunta que los participantes promueven la metacognición en sus clases al plantearles preguntas a los alumnos durante la exposición de un contenido o al resolver un problema. Está acción coincide con las reportadas por autores como Gagnière et al. (2012), Kistner et al. (2010), Rigo et al. (2010) y Sosa et al. (2016), quienes apuntan que las preguntas qué, por qué y cómo guían a los estudiantes hacia procesos de reflexión y argumentación sobre su actuar ante una tarea o problema matemático. Tales preguntas promueven la reflexión sobre el aprendizaje y ocurren por las interacciones de los docentes con sus estudiantes con el fin de generar aprendizaje matemático (Jiménez y Gutiérrez, 2017).

Sin embargo, se identifica que los momentos de interacción que permiten a los maestros plantear cuestionamientos con alta exigencia cognitiva[31] son menores, lo que conlleva a que el alumno responda mecánicamente a las tareas o preguntas del docente. Por otro lado, las preguntas de bajo desafío cognitivo[32] están orientadas prioritariamente a revisar el recuerdo de conceptos, definiciones y la aplicación de estos a situaciones sencillas, es decir, problemas

[31] Preguntas o tareas matemáticas que "permiten participar en la investigación y exploración activas o alientan a los estudiantes a usar procedimientos de maneras que están conectadas de manera significativa con conceptos o comprensión" (NCTM, 2014, p. 19).
[32] "[T]areas [o preguntas] que animan a los estudiantes a utilizar procedimientos, fórmulas o algoritmos de formas que no están vinculadas activamente al significado, o que consisten principalmente en la memorización o reproducción de hechos previamente memorizados" (NCTM, 2014, p. 19).

que se solucionan con procedimientos que los docentes plantean previamente en la exposición de contenido. Por lo que estas preguntas generan un menor compromiso de los estudiantes para iniciar procesos de construcción y aplicación del conocimiento, monitoreo y evaluación de sus aprendizajes.

El análisis de lo ocurrido en las aulas también resalta que los tres docentes se interesan en exponer y resolver, cada uno a su modo, las tareas matemáticas que proponen y que giran en torno a objetivos didácticos distintos. Mientras que para Adriana el interés es que a partir de las pautas que ella brinda, los alumnos propongan sus propios métodos o procedimientos de solución; para Bruno el interés radica en que sus estudiantes se den cuenta de cómo se solucionan los problemas utilizando más de un contenido y que las posibilidades de solución responden a un pensamiento matemático y no empírico. El objetivo de Esteban es que los alumnos solucionen de manera correcta los problemas y definiciones para que los puedan resolver en el examen, es decir sus clases y los ejemplos que marca están dirigidos hacia la aprobación de una evaluación.

Cuestionar a los estudiantes en las diferentes etapas de su proceso cognitivo refleja la importancia que los docentes dan a que los alumnos permanezcan interesados en aprender, conocer la respuesta o solución de las tareas, así como elaborar argumentos matemáticos y desarrollar sus propios procedimientos de solución (Preiss et al., 2018). Los tres profesores centran su interés en retomar y organizar las participaciones de sus estudiantes, como una acción clave para diseñar y aclarar los pasos o procedimientos que se deben seguir ante una tarea dada y poder explicar o argumentar qué procedimiento es el más viable.

El maestro Bruno se plantea el objetivo de comprobar cómo los posibles procedimientos tienen que responder a diseños centrados en aspectos matemáticos, esto como punto de partida para involucrar a sus alumnos en la solución de una tarea; además, Bruno tiene el interés de conocer cómo los estudiantes diseñan el plan, a partir de la comprensión de una definición. En cambio, la maestra Adriana está interesada en que los alumnos logren cierta autonomía para el diseño de planes de soluciones y refuercen su percepción de autoeficacia y el logro de resultados, esto sucede cuando sus estudiantes por sí mismos, guiados por ella, dan solución a la tarea. Por su parte, Esteban está preocupado, y con ese interés actúa, para que los estudiantes a través de su participación directa, supervisada por él, en la aplicación de fórmulas o procedimientos, puedan resolver los problemas y diseñen un plan de ejecución centrados en la reproducción de los pasos que el maestro les brindó, con la intención de que se autoevalúen en el logro de respuestas correctas.

En las clases que se observaron se identifica que los tres docentes también recurren a hacer preguntas a sus alumnos para inducir las participaciones hacia los procedimientos y resultados correctos. Por ejemplo, en las tres prácticas se coincide en que los profesores realizan preguntas a sus estudiantes como "¿estás seguro?" y "¿es lo que me estás diciendo?". En esta acción se resalta el papel preponderante y activo que asumen los tres docentes en sus clases para promocionar estrategias metacognitivas bajo su guía.

La última acción que se identificó en las prácticas de los tres participantes y de la cual se da cuenta, con mayor detalle, en el Capítulo 5, es cuando Adriana, Bruno y Esteban incentivan en sus alumnos el interés de revisar los planes que tienen que ver con la comprensión del concepto, los procedimientos y resultados obtenidos y que responden a preguntas: ¿por qué?, ¿cómo le hiciste? y ¿por qué se llegó a ese resultado?

Está acción se identifica en menor medida y tiene consecuencias didácticas importantes porque significa que el proceso de autorregulación de los alumnos, que responde a una naturaleza cíclica y que se retroalimenta de las estrategias de planear y monitorear (Zimmerman y Moylan, 2009), no se termina de realizar, pues no existe como tal un ejercicio de evaluación y juicio que permita modificar, corregir o definir que el plan que se diseñó y siguió fue el correcto y el más viable.

El que la promoción de la metacognición se logre y que se centre en la planeación también da cuenta del tipo de estrategias cognitivas que el profesor promueve y los alumnos logran. Como se ha señalado, es necesario pasar de lo cognitivo a lo metacognitivo (Flavell, 1985), por lo que se puede concluir que si la evaluación no se incentiva en los estudiantes es porque faltan estrategias didácticas y cognitivas relacionadas con revisar todo el procedimiento realizado y que hagan reflexionar a los alumnos sobre lo que hacen. Se identifica que los maestros plantean preguntas a los estudiantes en términos del contenido matemático y no del proceso de reflexión sobre su proceso cognitivo. Sin embargo, los profesores consideran que al hacer cualquier tipo de pregunta pueden generar en los alumnos estrategias metacognitivas, lo cual no sucede en las clases observadas.

6.2. Estrategia metacognitiva promovida en bachillerato: planear

De acuerdo con su experiencia en otros grupos y semestres anteriores, los tres profesores presentaron los contenidos observados como un proceso gradual de complejidad, para ello, modificaron el orden sugerido en el programa de la materia *Geometría y Trigonometría* y en cada uno de los contenidos que se video-grabó se promovieron por lo menos una de las tres estrategias metacognitivas. De éstas, la que se identificó en mayor medida es la planeación, esto concuerda con los resultados presentados por Vesga et al. (2015). En la investigación de estos autores se encontró que la planeación y el monitoreo son las estrategias que se impulsan en mayor frecuencia con estudiantes de bachillerato.

En las clases observadas se da cuenta que los docentes realizan diferentes acciones para centrar el interés en que los estudiantes sean quienes planeen. Para evidencia de lo anterior, se presenta que Bruno y Adriana recurrieron en mayor medida al método de aprendizaje basado en preguntas y problemas (SEP, 2017a) que parte de los intereses de los alumnos, y promueve la indagación para la aplicación de los contenidos a contextos inmediatos, además de los exámenes. Los profesores logran lo anterior mediante actividades que permitan que sus alumnos se apropien de los procedimientos y la investigación previa de los conceptos que se asocian a los temas a revisar.

Estas actividades (preguntas y problemas) permiten a los estudiantes de bachillerato construir y organizar sus conocimientos matemáticos, apreciar las diferentes alternativas de solución, presentar los resultados, así como la reflexión y el diálogo posterior sobre sus hallazgos para, así, dar lugar al aprendizaje metacognitivo.

Las situaciones problemáticas, como las identifica particularmente Bruno, son espacios que detonan la actividad cognitiva y la autorregulación en sus alumnos, pues activan sus conocimientos previos (conceptos y procedimientos) para vincularlos con los nuevos y darles herramientas que los ayuden a solucionar las tareas (Chevallard, 1999). Por ejemplo, sus conocimientos sobre el plano cartesiano para luego graficar las funciones trigonométricas inscritas en el círculo unitario.

La forma en que Adriana, Esteban y Bruno plantean la situación problema motiva a sus alumnos para que se interesen en resolverla y que les represente un reto de aprendizaje que se puede solucionar con la guía del profesor, y con el nivel de conocimiento que los propios estudiantes dominan. La responsabilidad de los maestros recae en cómo presentar y seleccionar las tareas adecuadas a la zona de dominio de conocimiento de sus alumnos; para esto, los participantes recurren a diversos medios y recursos, tales como imágenes que representan la tarea matemática a solucionar, ejemplos de búsqueda en internet (les precisan a los estudiantes cómo buscar información en línea, es decir, no las traen definidas con anterioridad) donde señalan las alternativas para encontrar la aplicación de los contenidos. Además, de plantear preguntas que retoman contenidos ya revisados, por ejemplo las definiciones de altura y Teorema de Pitágoras, para solucionar triángulos oblicuángulos.

En el caso de Bruno, se identifica que al recurrir a situaciones problemas se refleja el dominio que tiene sobre el saber matemático, logra re-contextualizar las tareas dadas en clase de acuerdo con los saberes previos, las estrategias y las condiciones cognitivas de sus alumnos, para luego decidir las acciones, como plantear preguntas, que van a orientar la interacción entre los conceptos previos y los nuevos (Múnera, 2011). De esta manera, los alumnos puedan reflexionar sobre su aprendizaje y la importancia de dominar conocimientos previos, lo que es posible si "se promueve, en el desarrollo de la situación, la búsqueda de diferentes estrategias, respuestas, relaciones, maneras de explicación y representación, y formulación de conjeturas" (Múnera, 2011, p. 183).

La situación problema exige reflexión y crítica en donde los alumnos, además de lograr la correcta aplicación del conocimiento aprendido, desarrollen la habilidad de significar al objeto matemático mediante sus usos y pasarlo de un concepto o nivel abstracto a la aplicación en problemas y en contextos conocidos (SEP, 2017a). En ese sentido, la práctica de los tres profesores está vinculada con lo que es marcado por el MEO (SEP, 2017a) para lograr aprendizajes autónomos y reflexivos.

Una característica que es afín a los tres docentes es que cuando sus alumnos plantean dudas ellos recurren a explicar reiteradamente los contenidos y los ejercicios o ejemplos que el estudiante manifiesta no entender. Esto se resalta en sus discursos, en particular, cuando mencionan que es importante mostrarles a los estudiantes diferentes procedimientos en torno a cómo se solucionan las tareas matemáticas y dejarlos que se den cuenta de lo que necesitan para aprender, y que en algunos casos solo es necesario que practiquen por su cuenta. Lo anterior muestra que la atención de los tres profesores está en que el alumno logre, a través de la práctica, identificar cómo resolver la tarea y qué procedimiento le permite llegar a la solución.

Las estrategias que se promueven en las clases de los tres participantes y que pertenecen al tercer nivel del modelo de Rigo et al. (2009), es decir, planear, monitorear y evaluar provienen de estrategias cognitivas que los alumnos por sí solos desarrollan o que también son fomentadas en las clases. En ese sentido, las estrategias metacognitivas logradas, dependen en gran medida de las estrategias cognitivas que los alumnos desarrollen a partir de su propio actuar o de la provocación del maestro de bachillerato.

6.3. Obstáculos para promover la metacognición en bachillerato

En este apartado se presentan cuatro situaciones que son mencionadas, como obstáculos, por Adriana, Bruno y Esteban, y que, desde su perspectiva, limitan el actuar del docente en la enseñanza de matemáticas y la promoción de metacognición.

El primero de ellos se refiere a que en algunos casos, de acuerdo con Esteban, es difícil iniciar un nuevo tema, pues para que los estudiantes comprendan, por ejemplo el círculo trigonométrico y su razón de ser, es necesario que recuerden e identifiquen conocimientos básicos (el plano cartesiano, la división de fracciones, figuras simétricas) o aspectos relacionados con el uso de instrumentos (como el transportador o escuadras) y que en la mayoría de las veces, de acuerdo con su experiencia, los alumnos no lo recuerdan o no lo han aprendido. Al respecto, Esteban menciona:

> Hay varios temas que sí me tuve que regresar porque no traían nada [información y conocimientos previos], por ejemplo, el plano cartesiano, y la verdad es que ese tema se me hace bien básico, y si no lo *traen* o dominan, también es parte de su responsabilidad, investigar cómo funciona. Pero sí se les menciona como para que tengan una idea, pero es difícil porque no todos los alumnos están *nivelados,* en cuestión de lo que deben saber.

De acuerdo con lo anterior, a los profesores les implica que, en algunos casos, dediquen más tiempo, en actividades que tienen el objetivo de recordar aprendizajes previos, de lo que asignan en las planeaciones que hacen, para continuar con un contenido nuevo, y que los alumnos puedan comprender los siguientes conceptos, como lo son las funciones trigonométricas o identificar las gráficas inscritas en el círculo trigonométrico. Lo señalado por Esteban cobra relevancia pues, para que un estudiante de bachillerato aprenda y comprenda matemáticas es necesario "construir activamente nuevos conocimientos a partir de la experiencia y los conocimientos previos" (NCTM, 2000, p. 2) para que desarrolle la capacidad de usarlos en resolver otros problemas o tareas similares.

Así mismo, se apunta que los tres participantes reconocen las actitudes que los alumnos de bachillerato presentan, como una segunda situación que limita la generación de ambientes metacognitivos. Señalan que uno de los retos que se tiene que cumplir es evitar que se *corte* la actividad de reflexión sobre el aprendizaje, en palabras de Esteban:

> Muchos [alumnos] entregan por entregar o algunos copian la tarea, pero con los que sí ganas [y continúan su proceso de reflexión] son con los que sí hacen los problemas. Como maestro sí logras darte cuenta al menos, los alumnos que son activos, qué tanto están avanzando en su autorregulación, pero con los otros es complicado.

En este mismo orden de ideas, para los tres participantes, en particular para Bruno, la etapa de vida en que los alumnos cursan el bachillerato es una tercera situación que dificulta la promoción de la autorregulación cognitiva. Para el docente, lo anterior implica que los estudiantes tengan otros intereses más inmediatos para cumplir, por ejemplo, "pasar la materia, porque quieren seguir estudiando", y para eso requieren obtener calificaciones aprobatorias aunque muchas veces no se interesen por cuestionarse o "saber dónde ni cómo lo van a aplicar y en este contexto, le resulta muy confuso al alumno autorregularse cognitivamente y eso los limita a encontrar un propósito de cada aprendizaje o tema".

Lo que apunta Bruno se respalda en las observaciones, pues en muy pocas ocasiones los alumnos plantearon dudas con respecto a la aplicación de los contenidos y cuando, el profesor Bruno les solicitó una actividad centrada en ello, fueron pocos los estudiantes que cumplieron, según comentó el propio docente en la entrevista dos. Esto se puede deber a que los docentes a través de sus acciones en clase no logran enfatizar la aplicación de los contenidos y, por lo mismo, para los alumnos resulta complicado este traslado de lenguajes o de contextos.

Finalmente, y de acuerdo con la perspectiva de Adriana, el cuarto de los obstáculos que limita la generación de espacios para que los alumnos reflexionen, sobre sus aprendizajes, es la formación de los profesores. Al respecto, Adriana comenta lo siguiente:

> La mayoría de los maestros que estamos en el bachillerato somos ingenieros y no tenemos pedagogía, hasta los que ya llevamos la maestría [en educación]. Tener [formación o estar capacitados en] pedagogía es muy importante para que vayamos acostumbrando a los alumnos a que se hagan responsables, … pero también para tratar de guiarlos para que se acostumbren a pensar sobre lo que aprenden.

Sin embargo, se reconoce que los profesores han adoptado distintas estrategias de actualización que les han permitido subsanar esta situación. En donde más allá de la formación profesional, los docentes de este bachillerato también se muestran colaborativos y dispuestos a participar en las distintas actividades que se realizan por ejemplo, en los proyectos desarrollados en el Departamento de Matemáticas y Física, al cual pertenecen, con el interés de buscar la formación integral de los estudiantes.

De acuerdo con lo anterior y para puntualizar la inquietud de los docentes sobre su papel como guía, pero también el de los alumnos, como sujetos activos para el logro del aprendizaje, se apunta que la duración de la clase de matemáticas en bachillerato, aproximadamente cincuenta minutos, es relevante en función de los objetivos del profesor y del estudiante. La evidencia señala que la duración de las clases de matemáticas no infiere en la generación de espacios y prácticas que promuevan la metacognición, pues en diferentes estudios se apunta que los maestros de matemáticas con frecuencia no avanzan hacia el razonamiento matemático complejo, o que promuevan en mayor medida las habilidades deductivas (Preiss et al., 2018). Sin embargo, cuando los docentes de matemáticas muestran interés y conocen cómo aprenden sus estudiantes, hacen un “mejor uso del tiempo de clase” (Joseph, 2010, p. 100) y así permitir enfocarse en los aprendizajes y estrategias metacognitivas.

Lo que se refiere al rol del estudiante, Velasco y Cardeñoso (2020) apuntan que el uso del tiempo en clase depende de factores como el tipo de motivación que posea y la confianza que tenga en sí mismo, y en su conjunto constituyen un elemento esencial para la autorregulación, pues así planifican y controlan el logro de las metas de aprendizaje, evitan distracciones y dedican más tiempo y esfuerzo a la tarea a cumplir, sin tener inferencia la duración de la clase.

6.4. Comentarios finales

Del análisis realizado y descrito en los capítulos 4 y 5 se desprenden algunas discusiones. Las clases observadas aportan evidencias que indican que los docentes promueven estrategias cognitivas que se potencializan en metacognitivas, mientras enseñan matemáticas en bachillerato. Esta promoción está relacionada con las intenciones didácticas de los profesores que están dirigidas a guiar al alumno hacia un único procedimiento que consideran como validado para solucionar problemas matemáticos.

En los casos de Adriana y Bruno se puede verificar que las estrategias de tipo metacognitivas están guiadas hacia el interés que los alumnos se den cuenta de la aplicación de varios contenidos o de sus conocimientos previos para solucionar problemas o tareas matemáticas. Esteban, por su parte, tiene el interés que los estudiantes aprendan matemáticas para cumplir con el interés inmediato de acreditar la materia y tener una visión general de los contenidos de la *Geometría y Trigonometría.*

En el caso de Adriana se identifica su objetivo a lograr para que sean los alumnos los que después de sus guías o definiciones conceptuales diseñen y propongan planes para solucionar o identificar, por ejemplo, ángulos coterminales. Y asuman de manera temporal el protagonismo que Adriana les concede, al menos para justificar el diseño, ejecución y resultado correcto de un procedimiento *diseñado* por ellos mismos, ante el resto de sus compañeros, pero que sin lugar a dudas representa las opciones que la maestra mostró a sus alumnos previamente.

Otro aspecto a señalar es que los datos de las entrevistas muestran que los profesores provocan en los alumnos el interés para planear, monitorear y evaluar sus aprendizajes en matemáticas, aunque no identifican las tres estrategias como tal. En los tres profesores se resalta su interés para que los estudiantes tengan aprendizajes reflexivos y autorregulados. Desde la discusión de los resultados se identifica que los tres participantes, en diferentes niveles, promueven la metacognición y que centran su interés solo en la planeación y en menor medida en el monitoreo y evaluación.

Aunque a los profesores no se le pregunta si buscan favorecer la metacognición en sus estudiantes o si en su planeación de clases consideran este proceso cognitivo, los resultados muestran que los tres profesores lo logran de manera implícita. De acuerdo con los datos de la entrevista uno, los docentes parecen sostener que la instrucción o promoción implícita es suficiente para que los alumnos obtengan información y desarrollen estrategias de aprendizaje de tipo metacognitivas. Esta suposición se puede basar en la concepción del docente con respecto a que los alumnos hacen inferencias para su propio aprendizaje y adoptan ese comportamiento en futuras tareas matemáticas (Kistner et al., 2010).

Se reconocen rasgos de sus prácticas docentes que pueden ser aprovechados para concluir el fomento de procesos metacognitivos en sus alumnos al aprender matemáticas. Además, se identifica que los profesores no difieren mucho en su estilo de enseñanza expositivo en donde "presentan el material de una forma organizada y significativa en que las ideas generales son seguidas por puntos específicos" (Schunk, 2012, p. 492). En lo que sí difieren es en su concepción de la reflexión sobre el aprendizaje, que está centrado solo en el diseño de un plan, la cual es la estrategia que aparece en mayor frecuencia, y la evaluación en menor medida.

Con relación a su práctica y la manera en que se apega a lo descrito por la normativa, se define que los docentes buscan de manera indirecta cumplir con las exigencias, tales como lograr en sus alumnos el desarrollo de procesos mentales que permitan la solución de problemas, y que para ello logren ejecutar "estrategias y recursos mentales [cognitivos] de los que se dispone para aprender" (SEP, 2017a, p. 208). También se reconoce que los profesores se enfocan más en potencializar estrategias cognitivas al aprender matemáticas, por ejemplo, técnicas de memorización para aprenderse las razones trigonométricas, o las estrategias cognitivas de elaboración y organización (Quintana-Terés, 2014), que buscan que los alumnos tengan la posibilidad de procesamientos más profundos de los materiales de estudio, sin que eso implique reflexionar sobre su forma de aprender.

CAPÍTULO 7.
CONCLUSIONES

La RIEMS en 2008 impulsó la implementación del Nuevo Modelo Educativo y Currículo de EMS (2017-2018) y con ello se plantearon nuevas competencias y exigencias a cumplir por los docentes, con el objetivo de formar estudiantes reflexivos y críticos capaces de autorregularse cognitivamente para la construcción del conocimiento, por ejemplo, en matemáticas. Estos antecedentes forman parte del contexto, en donde se presenta la importancia de describir el actuar del docente en sus clases de matemáticas, y la manera en que logran la promoción de la metacognición en sus alumnos. Sin embargo, y como se ha discutido a lo largo de este documento, el estipular en la normativa oficial el logro de aprendizajes metacognitivos y que éstos sean intereses y objetivos a cumplir en el Educación Media Superior, no describe ni da cuenta si ocurre y cómo sucede en las clases de matemáticas.

Para describir lo anterior esta investigación se llevó a cabo mediante tres estudios de caso y estuvo enfocada en explorar las prácticas de docentes de bachillerato, que promueven estrategias metacognitivas (planeación, monitoreo y evaluación) en los alumnos, e identificar cuáles de estas estrategias fomentan al enseñar matemáticas.

A partir del análisis de los datos recabados en las tres fases de este estudio, es decir, de las reflexiones derivadas de los Capítulos 4, y 5. En este último Capítulo se da cuenta de la relación entre la normativa y la práctica docente y su correspondencia con la política educativa, así mismo se presenta de manera detallada cómo se lograron los tres objetivos planteados en esta investigación, así como las limitantes que se tuvieron, la contribución que desde los alcances y las posibles líneas de investigación futuras que se desprenden de este estudio.

7.1. Evaluar y capacitar al profesor para favorecer la metacognición en matemáticas

Uno de los intereses que justifica el estudiar la práctica docente en EMS es el aporte de datos empíricos y teóricos sobre la situación actual de la enseñanza de las matemáticas en ese nivel educativo, así como contribuir al mejoramiento del quehacer docente. Partiendo de la idea anterior, el describir las acciones de los profesores que dan cuenta de cómo promover la metacognición permite: a) proponer elementos que sean incorporados a los programas de formación docente en matemáticas en EMS (Larios et al., 2012), como parte de la política educativa; y b) buscar que el docente, de manera consciente y con intención didáctica, conduzca a los alumnos como sujetos reflexivos de su proceso de aprendizaje. La revisión teórica y la información empírica, recolectada en esta investigación brinda elementos para contrastar lo que es señalado por la normativa (SEP, 2017a) con lo que acontece en la clase de matemáticas en bachillerato, pero también para contribuir a mejorar la enseñanza y, de manera directa, los aprendizajes de matemáticas de los estudiantes (Ávila, 2016).

Bruno, Adriana y Esteban tienen actitud y disposición para guiar a sus estudiantes hacia la autorregulación, sin embargo, no identifican las formas, herramientas y estrategias para cumplir de manera efectiva con esta exigencia. En este sentido, los resultados muestran la importancia de capacitar a las y los docentes de EMS sobre metacognición y aprendizajes autorregulados, por un lado, para cumplir con uno de los objetivos de la investigación educativa, incidir sobre la calidad de la práctica docente (Jiménez y Gutiérrez, 2017) y, por otro, de acuerdo con lo apuntado por Dignath-van Ewijk y van der Werf (2012), para que los docentes se sientan capaces de administrar una mayor autonomía a los estudiantes e integren a sus estrategias la promoción de metacognición al enseñar matemáticas.

El interés desde la normativa, por mejorar la calidad de la educación en EMS existe y se refleja en diversas acciones, por ejemplo, la RIEMS, sin embargo, a pesar de estas y otras medidas (certificaciones, capacitación constante y formación continua sobre la Reforma Educativa para docentes de EMS), los cambios en el quehacer de los profesores, y en su conocimiento normativo no se han hecho evidentes (Sosa y Ribeiro, 2014), de tal manera que sigue sin ser claro el objetivo de *aprender a aprender, reflexionar sobre el aprendizaje y autorregulación del conocimiento*. Como apunta Fourés (2011), en los cursos de formación continua los profesores de matemáticas en EMS reciben información teórica pero, en ocasiones, no se le capacita para integrar esa información a su experiencia y prácticas cotidianas. Esta vinculación les permitiría enfatizar la importancia sobre la reflexión de lo que se enseña-aprende, conocer los procesos de enseñanza-aprendizaje, que a su vez pueden utilizar para guiar a sus estudiantes para "alentar y cultivar una disposición favorable para la reflexión, condición intrínseca de la metacognición” (Fourés, 2011, p. 159).

7.2. Explorar la práctica docente en matemáticas y la promoción de metacognición

El explorar la práctica del docente implica conocer sus nociones, y lo que lleva a cabo en el aula, desde su perspectiva y lo registrado en las observaciones. En este apartado se presentan las reflexiones y resultados que se obtienen a partir de los datos de la entrevista uno y las observaciones. Se puntualiza que los tres participantes definen la metacognición en términos de *aprender a aprender, reflexión sobre el aprendizaje y autorregulación*. Esto se debe a que tales conceptos son los que plantea el MEO (SEP, 2017a) dentro de las exigencias para el profesor de bachillerato. De igual manera, para los docentes es claro lo que significa planear, monitorear y evaluar, pero tal significado difiere con lo reportado en la literatura en torno a las estrategias metacognitivas (véase, e.g., Zimmerman y Moylan, 2009).

Para Esteban, la planeación se refiere a adquirir y utilizar diferentes habilidades que le permitan al alumno aplicar el conocimiento de los diferentes temas en la solución de problemas, mientras que para Adriana y Bruno se centra en que sea el estudiante de bachillerato quien proponga y explique su plan de acción, para ello recurra a sus conocimientos previos, a dominio de los procedimientos, así como identificar qué tiene que hacer y saber para resolver problemas.

Con relación a la estrategia de monitoreo, los tres participantes la identifican como momentos donde el estudiante se da cuenta si está comprendiendo un tema o solucionando un problema, si está consciente de los métodos que les resultan menos complejos y las técnicas de estudio que le son útiles, y recurre a ellas, ya sea por iniciativa propia o por sugerencia del docente. Por su parte, la estrategia de evaluación como una actividad que ocurre en sus clases al finalizar las unidades temáticas o concluir la exposición de un contenido, pues se discute en plenaria los procedimientos de solución y se identifican errores.

Los tres participantes dan cuenta de cómo su práctica docente contribuye en el aprendizaje de sus estudiantes. Se reconocen como facilitadores comprometidos con la mejora de su quehacer al enseñar matemáticas en bachillerato. Sin embargo, los resultados muestran que Adriana, Bruno y Esteban no identifican herramientas o sugerencias de cómo lograr la metacognición en la clase de matemáticas. Se considera oportuno que la propia normativa (SEP, 2017a), como guía del quehacer docente en las aulas, además de puntualizar las exigencias al docente, brinde información teórica y señale el cómo y los resultados que se obtienen, como producto de generar en los estudiantes el interés de usar estrategias metacognitivas al aprender matemáticas.

Por lo anterior se apunta que aunque el PE del bachillerato (2018) y el MEO (SEP, 2017a) centren su interés en que sea el alumno quien aprenda por sí solo, que se dé cuenta y corrija los errores y construya su propio aprendizaje, los profesores requieren un mayor conocimiento sobre qué es metacognición y cómo promoverla en el salón de clases, de modo que lleven al estudiante a ser un sujeto reflexivo, autónomo y que autorregule su aprendizaje, de acuerdo con las exigencias y lo que espera la normativa MEO de los profesores (SEP, 2017a).

Lo que respecta a las descripciones, entre cómo los docentes conciben su práctica y lo registrado en las observaciones de clase se apunta lo siguiente: en las entrevistas, los participantes comentaron que proveen espacios y tiempo para que sean los alumnos quienes, por sí solos, comprendan algún concepto y lo apliquen en una tarea matemática y resuelvan los problemas. Sin embargo, esto no se refleja en la práctica, en donde se restringe el diseño de planes, el tiempo y la aplicación de procedimientos propuestos por los propios estudiantes.

Así mismo, los docentes señalaron en las entrevistas que en sus clases generan ambientes donde los alumnos argumentan sus procesos cognitivos ante una tarea matemática. Sin el interés de comparar las nociones de los profesores con respecto a su práctica y lo que se registra en las observaciones, se apunta que aunque los docentes solicitan a los estudiantes explicar sus procedimientos y respuestas, no se logra el grado de reflexión y metacognición identificada en la literatura especializada. Es decir, no se incentiva en los alumnos el explicar qué y cómo regulan sus procesos cognitivos, cómo toman registro de por qué sucede un error, para qué generalizan el conocimiento, cómo aplican procedimientos y cómo evalúan su actuar cognitivo ante determinada tarea (Muijs y Bokhove, 2020; Schoenfeld, 1985).

En relación con esto, se sugiere que el reto didáctico de los docentes de bachillerato es generar ambientes para construir e intercambiar argumentos sobre el procedimiento y la solución de una tarea matemática, en donde se involucre a todo el grupo, y no sólo a los estudiantes que dan la pauta para avanzar en la explicación o solución de una tarea. Esto último no es un referente para mostrar que el resto del grupo ha comprendido la tarea. Además, dar tiempo a los estudiantes para que reflexionen, organicen sus ideas, recurran a sus conocimientos previos o los nuevos, diseñen planes y los modifiquen, en donde se valore el procedimiento y las respuestas incorrectas, pues son espacios que permiten explorar cómo el alumno va aprendiendo y comprendiendo la información (Barriendos, 2020).

El describir la práctica docente que se centra en provocar la metacognición en matemáticas también se logra a partir de identificar las acciones de los docentes. La presente investigación identificó tres acciones, que tienen en común los participantes, y que fomentan en sus alumnos la autorregulación cognitiva. Tales acciones parten de cuestionar a los estudiantes sobre, cómo diseñar un plan y los procedimientos de solución ante un problema matemático, por qué deben, para solucionar correctamente el problema, utilizar las guías o procedimientos validados y enfatizados por los maestros y, finalmente, para qué revisar los planes, procedimientos y resultados que obtuvieron (proceso completo ante una tarea matemática), comparándolos con las respuestas correctas y validadas de los maestros.

El que los docentes realicen estás acciones durante las clases de matemáticas provoca que los alumnos mantengan la atención y participen. Respecto a esto, se menciona que en las observaciones, los profesores hicieron uso de diversas técnicas para fomentar y lograr la participación de los alumnos, ya sea por el interés y responsabilidad de acumular puntos para la calificación final, *ayudar* a los docentes a resolver un problema, o de comparar procedimientos con sus pares.

Sin embargo, estas participaciones tuvieron un nivel de exigencia cognitivo bajo, que se redujeron a cotejar datos y resultados (Villalta y Martinic, 2013). Las preguntas que plantean los profesores están centradas en que los alumnos seleccionen una respuesta y en caso de escoger la incorrecta, el maestro nuevamente pregunta, y el estudiante, responde con la opción que el profesor valida como correcta, dando prioridad a supervisar los procesos desarrollados por los alumnos, sin que eso implique un proceso de reflexión y control sobre los conocimientos cognitivos de los estudiantes.

En lo referente a los conocimientos que los docentes tienen sobre metacognición y que se ve reflejado en sus prácticas, se puede concluir que Adriana, Bruno y Esteban, al estar certificados como docentes de bachillerato y laborar en una institución perteneciente al SNB muestran mayor información y dominio sobre la normativa oficial. Al partir de que la capacitación y conocimiento de la normativa impacta en la práctica docente para la promoción de la metacognición en matemáticas, se permite suponer que los profesores que no están capacitados pueden estar limitados con respecto a la promoción directa e indirecta de la autorregulación en sus alumnos. Desde esta perspectiva, la exploración de las prácticas docentes en bachillerato, que aquí se describe, son resultados que proporcionan elementos para identificar específicamente las acciones, habilidades, procesos didácticos que permiten comprender el proceso educativo que promueve el uso de estrategias metacognitivas (Larios et al., 2012).

7.3. Estrategias metacognitivas que se promueven al enseñar matemáticas

Tomando como referencia los antecedentes, se apunta que los maestros pueden potencializar la metacognición de manera deliberada o no. De manera particular, para el caso de los tres profesores y de acuerdo con los resultados de las entrevistas, se identifica que Bruno, Adriana y Esteban no tenían el interés, al menos de manera explícita, sino que las estrategias metacognitivas que incitan en las clases, surgen por la *situación didáctica* que se presenta en el momento de explicar un concepto o de resolver un problema matemático.

A la luz de esto, las estrategias metacognitivas que se promueven en las clases de matemáticas de los participantes permiten, por un lado, describir la realidad de los tres profesores y la relación entre las nociones y conocimientos que los docentes señalan en las entrevistas y lo registrado en las observaciones. Por otro, que las estrategias promovidas podrían tener mayor impacto en los estudiantes, si los profesores las potencializaran intencionadamente y si se generaran espacios donde los alumnos aplicaran esas estrategias con otros problemas matemáticos, diferentes a los que los profesores ya tienen planeados, con una única respuesta o procedimiento.

Los resultados aquí expuestos dirigen la atención a que la promoción de estrategias metacognitivas es viable dentro de un contexto en particular, como lo son los contenidos de *Geometría y Trigonometría* y en la edad de los estudiantes de bachillerato. En algunos casos, los bachilleres ya tienen identificado cómo estudiar y, sobre todo, tienen la *experiencia* de que para lograr aprendizajes reflexivos es necesario recurrir a conocimientos previos. Además, durante la comprensión de un concepto o solución de problemas, los estudiantes tienen la necesidad de regresarse a revisar el plan de solución, a responder el qué y el cómo controlan o regulan sus procesos cognitivos, a argumentar el porqué de sus decisiones y evaluar, en conjunto, su actuar ante una tarea matemática (Zimmerman y Moylan, 2009).

El describir la práctica docente en contextos no intervenidos da cuenta del interés que Adriana, Bruno y Esteban tienen para presentar a sus alumnos explicaciones completas, de *fácil* comprensión y *aplicables a la realidad*. En otras palabras el identificar cómo los participantes promueven la planeación, monitoreo y evaluación, destaca la forma en que presentan los contenidos matemáticos, en donde transitan de un lenguaje común o coloquial a uno algebraico, de un contexto matemático a uno *operativo* del conocimiento o contenido.

Otro de los aspectos a resaltar en función de la práctica docente, y que se logra a partir de identificar cuáles estrategias se promueven en las clases de los tres profesores, es que ocurren momentos *ideales* para que los estudiantes continúen y se den cuenta por sí solos de sus procesos metacognitivos. Sin embargo, ocurren interrupciones por parte de los docentes que sesgan la promoción de la metacognición, el dejar inconclusas las tareas matemáticas o dividirlas, por cuestión de la duración de la clase, también es una situación que interrumpe la cognición y promoción de estrategias metacognitivas en los alumnos, cuando se tiene el objetivo. Por ejemplo, en el contenido de *Gráficas de Funciones Trigonométricas* el profesor Bruno expuso con mayor detalle (utilizó imágenes y gráficas en el pizarrón), cómo se forma y comporta la función seno, y para coseno y tangente solo explicó su comportamiento y representación con *GeoGebra*, sin dar mayor explicación o utilizar otros recursos.

7.3.1. Planeación

Se expone que la estrategia que se impulsa en mayor medida es la planeación y ésta ocurre en las tareas de resolución de problemas, y se identifica con mayor frecuencia en la práctica de Bruno, quien tiene menor experiencia docente, comparada con el resto de sus colegas, y que continuamente hace alusión a sus técnicas de aprendizaje utilizadas durante su rol de estudiante al cursar la maestría.

Una característica elemental de la práctica de los tres docentes radica en que para potencializar la planeación, dosifican los contenidos, y van explicando con mayor detalle cada uno de los pasos que son necesarios para solucionar la tarea y en caso que exista o que los estudiantes cometan un error, los maestros retoman su papel de guías para mostrar el procedimiento correcto. Con Bruno, Adriana y Esteban se identifica el objetivo de involucrar a sus alumnos para solucionar un problema o comprender un tema.

7.3.2. Monitoreo

La investigación deja ver que la práctica de los tres docentes se basa en exponer los contenidos, explicarlos una y otra vez y en su mayor parte resolver problemas matemáticos, lo cual muestra bases del modelo tradicional donde la figura central es el docente, quien es el responsable de solucionar los problemas. En menor medida se marcan errores a partir de la participación de los alumnos, esto permite interpretar que los profesores tienen interés, pero no se logra del todo, generar un ambiente de aprendizaje desde la idea del constructivismo, donde:

> La metodología es propositiva y de descubrimiento, activa por parte del estudiante; … permite que el alumno proponga, discuta y sintetice; el papel del docente es el de mediador, ofrece al estudiante ambientes de aprendizaje, variedad de situaciones, le comunica sus significados, muestra maneras de proceder y apoya la capacidad del alumno para desarrollar sus propias ideas… (Jiménez y Gutiérrez, 2017, p. 118)

Algo que se resalta en función de las tareas propuestas en las clases observadas es que buscan la mera ejercitación y repetición, esto se refleja cuando el docente realiza preguntas con la intención de asegurar el éxito de la respuesta o destacar errores cometidos por los estudiantes. Y que para el profesor estas situaciones se resuelvan al aclarar y repetir la explicación del concepto o indicación de la tarea (Jiménez y Gutiérrez, 2017).

La anterior situación genera en el estudiante una dependencia hacia el docente para resolver un problema, comprender un concepto y validar un procedimiento utilizado. Asimismo, concibe situaciones en donde la figura del profesor es identificada como el que explica, y el alumno el que escucha. Y a partir de ello se considera que se resuelven las dudas una vez explicado el contenido o procedimiento. Sin embargo, una limitante que se identifica es que no se permite que los estudiantes sean quienes expliquen por qué esa fue su respuesta, o por qué fue esa la opción de procedimiento y algoritmo para comprender y resolver el problema y que ellos mismos se den cuenta del error y conozcan su forma de pensar (Jiménez y Gutiérrez, 2017)

7.3.3. Evaluación

La evaluación es la estrategia metacognitiva que se registró en menor medida en las tareas matemáticas de los profesores participantes (Adriana y Bruno), y que además tiene una concepción que difiere de lo señalado en la literatura pues, su promoción se limita a la revisión de resultados. En el caso de Esteban, por ejemplo, tiene el interés de verificar si los alumnos aciertan a los problemas que él ha asignado en sesiones previas a examen y que les sirve de *repaso* a los estudiantes, pues permite al alumno tener un "contacto efectivo con ciertos tipos de problemas y con las técnicas correspondientes" (Chevallard et al., 1997, pp. 277-278). En ellas el maestro plantea problemas matemáticos y da opciones de solución, es decir, preguntas cerradas con tres o cuatros incisos u opciones que contienen la respuesta correcta.

Otro aspecto a resaltar es que la promoción de la evaluación, se limita a la participación de los alumnos, pues en las tareas observadas se registra que si bien los tres docentes realizan preguntas a sus grupos con respecto a si hay dudas, en la mayoría de las veces, los alumnos o no responden o contestan que no. Lo cual refleja que la evaluación por un lado está en función de que existan errores, y el maestro se dé cuenta; y que por otro, se restrinja a resolver dudas del producto final o el resultado, pero no de valorar ni reflexionar sobre el procedimiento completo.

En las tareas observadas de Adriana y Bruno también se identifica que están interesados en que el alumno se dé cuenta por sí mismo de los errores que cometió durante el procedimiento; sin embargo, estos espacios se dejan inconclusos pues no se retoman, a manera de revisión y evaluar la eficacia de los planes propuestos por los estudiantes para resolver la tarea y describir su rendimiento durante la solución de la tarea. De tal manera que aunque exista una intención del docente de no marcar directamente el error a sus alumnos, termina tomando el papel directivo para mencionar el error y dar la respuesta correcta.

7.4. Alcances

Los resultados aquí expuestos, permiten concluir que las aportaciones que este estudio brinda son los siguientes, con relación a la investigación educativa centrada en EMS, se explica cómo sucede el proceso de enseñanza aprendizaje, los recursos, métodos de enseñanza, secuencias didácticas y las acciones que se realizan en las clases de bachillerato y que tienen el interés de lograr aprendizajes autorregulados y de desarrollar competencias en los estudiantes que los hagan capaces de aprender a aprender.

Para la investigación en educación matemática, en particular se da cuenta cómo los docentes se plantean posibilidades y escenarios para exponer el contenido y resolver problemas matemáticos de *Geometría y Trigonometría.* Y que además, buscan que sus alumnos construyan bases para comprender y aprender matemáticas, de una manera más cercana y de acuerdo con sus conocimientos previos, y, que apliquen reflexivamente esos conocimientos en otras áreas de su formación académica (Geometría Analítica), y con ello atender la problemática de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas que ocurre en la EMS.

Esta investigación también contribuye a la literatura sobre metacognición en bachillerato, pues con los resultados que aquí se presentan, se da cuenta de la necesidad de que el docente de bachillerato conozca con mayor profundidad el MEO (SEP, 2017a), como normativa, que marca los objetivos a lograr en cuestión de la calidad de los aprendizajes esperados.

Finalmente, contribuye a la literatura sobre práctica docente en bachillerato, especialmente en matemáticas y que esté centrada en la didáctica del profesor, pues existen estudios y numerosas investigaciones en diferentes áreas, por ejemplo, sobre el uso de la tecnología en las clases de matemáticas y cómo ésta favorece los aprendizajes; tipos de conocimiento del contenido matemático y didáctico del contenido. Sin embargo, en menor medida sobre la necesidad de propuestas de intervención que impacten en el aprendizaje de matemáticas para que el profesor promueva aprendizajes metacognitivos en términos de mejorar la calidad de los aprendizajes en este nivel educativo.

7.5. Limitaciones del estudio

El describir cómo es la práctica docente en bachillerato y cómo se promueve la metacognición en la clase de matemáticas es el interés central de esta investigación. Las limitaciones por las que se transitaron fueron las siguientes: la literatura existente, al menos en el periodo de revisión, reflejaba la realidad educativa de los profesores de niveles básicos (educación primaria y educación secundaria) o en asignaturas ajenas a la matemática, por ejemplo, español y redacción o idiomas. En este sentido, se requieren mayores estudios que den cuenta de la práctica del profesor de matemáticas en Media Superior y de los estudiantes en torno a estrategias metacognitivas o el aprendizaje autorregulado.

En relación con la metodología y, en particular, la recolección de datos, se hace mención que aunque en todo momento se cuidó el carácter no participante de la observación, y que con cada docente se observaron dos sesiones de prueba (donde se incluyó la cámara y micrófono), no se descarta la posibilidad que, con la presencia de la investigadora y la cámara, se haya influido en la dinámica al interior de los grupos observados, ocurriendo así la *paradoja del observador* (Labov, 1972), que es común en las investigaciones que implican la observación en contextos naturales.

Además, durante las clases videograbadas, la profesora Adriana organizó a sus alumnos para trabajar en equipos de cuatro a cinco personas y en la grabación de esa sesión hay momentos en los que no se distingue lo que comentan los estudiantes con la maestra. La observadora tuvo dificultades para mover la cámara y poder video-grabar debido a las dimensiones reducidas del salón de clase, y pese a que la docente contaba con un micrófono, no se alcanzan a escuchar con claridad los diálogos. Para no perder registro de lo sucedido, al final de la sesión, la observadora le cuestionó a la docente sobre lo ocurrido en la actividad realizada en equipo, y la profesora comentó que la actividad se centró en aclarar dudas y resultados de un trabajo que previamente había encargado de tarea y que correspondía a un contenido no seleccionado para la observación. De acuerdo con ello, la situación no tuvo mayor impacto con los objetivos de la observación ni de la investigación.

Por último, otra situación que ocurrió fue que en el periodo de aplicación de la entrevista dos, a todos los participantes se les realizaron más preguntas de las que estaban diseñadas previamente en la Guía de entrevista, esto tuvo como consecuencia que la duración de la entrevista dos se extendiera. Sin embargo, y debido a la disposición de cada docente se logró obtener información con mayor profundidad sobre lo sucedido en las observaciones.

7.6. Líneas futuras de investigación

El análisis de los datos recabados y los resultados obtenidos en esta investigación sugieren futuras investigaciones que aborden cómo sucede la promoción de la metacognición por parte de los docentes de matemáticas pero con un enfoque directo, con una instrucción y modelado explícito (Muijs y Bokhove, 2020), mediante la creación de un entorno de aprendizaje propicio para la generación de preguntas antes, durante y después de la resolución de problemas. Lo que permita comprender la actividad didáctica que desarrollan los profesores de matemáticas y el interés primario o su fuente de origen (Páez y Guzmán, 2012) con el objetivo de mejorar la práctica en bachillerato al enseñar matemáticas.

Como fue expuesto en el Capítulo 3, este estudio sólo muestra una parte de la realidad que acontece en algunas aulas de bachillerato, por lo que se requieren investigaciones centradas en los bachilleratos generales que pertenezcan al SNB, así como instituciones en contextos vulnerables, por ejemplo, los Telebachilleratos Comunitarios (Páez, Eudave, Cañedo y Macías, 2020). En este sentido, se recomienda realizar investigaciones con una muestra a gran escala que, además de corroborar los datos aquí presentados, pueda identificar rasgos más generales de lo que ocurre en todo un subsistema, y desarrollar intervenciones que permitan a los profesores de bachillerato, de manera colegiada, reflexionar sobre su práctica docente y cómo sus acciones tienen impacto en los procesos cognitivos y metacognitivos de sus alumnos. El interés para compartir experiencias radica en lo que señala Oval y Olveira (2012), aunque los profesores de matemáticas del bachillerato tengan y logren objetivos de aprendizaje comunes, cada uno de los maestros los realiza de diferente manera.

Otra propuesta para futuras investigaciones centra su interés en conocer la relación entre las creencias y el conocimiento de los docentes acerca de sus propias estrategias metacognitivas y estudiar si predicen la promoción de la autorregulación cognitiva en sus alumnos durante la clase (Dignath-van Ewijk y van der Werf, 2012). Se parte de la afirmación que la práctica del maestro responde a un proceso complejo donde intervienen sus creencias, su formación disciplinar y pedagógica. Todo lo anterior permite identificar cómo el docente conceptualiza las matemáticas, cómo las emplea en clase y su posición frente a la práctica pedagógica que asume en el aula; en particular, se requieren estudios que muestren cómo el uso de la tecnología genera estrategias metacognitivas en la clase de matemáticas. Diversos estudios muestran que la tecnología hace que el estudiante aprenda de manera diferente en contraste con un contexto de lápiz y papel (Kieran et al., 2011).

REFERENCIAS

Abero, L., Berardi, L., Capocasale, A. García, S., y Rojas, R. (2015). *Investigación educativa. Abriendo puertas al conocimiento*. CLACSO. http://biblioteca.clacso.edu.ar/clacso/se/20150610045455/InvestigacionEducativa.pdf

Adler, J., Ball, D., Krainer, K., Lin F., y Novotna, J. (2005). Reflections on an emerging field: researching mathematics teacher education. *Educational Studies in Mathematics, 60,* 359-381.

Adler, P., y Adler, P. (1994). Observational techniques. En N. Denzin y Y. Lincoln (Eds.), *Handbook of Qualitative Research* (377-392). Sage Publications.

Aguirre, J., y Jaramillo, L. (2015). El papel de la descripción en la investigación cualitativa. *Cinta Moebio* (53), 175-189. https://doi.org/10.4067/S0717-554X2015000200006

Álvarez-Gayou, J. (2003). *Cómo hacer investigación cualitativa. Fundamentos y metodología*. Paidós Mexicana

American Educational Research Association (AERA). (2011). *Code of Ethics*. http://c.ymcdn.com/sites/www.weraonline.org/resource/resmgr/a_general/aera.pdf

Andrade-Lotero, L. (2012). Teoría de la carga cognitiva, diseño multimedia y aprendizaje: un estado del arte. *Magis. Revista Internacional de Investigación en Educación*, *5*(10), 75-92. https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=2810/281024896005

Arzaluz, S. (2005). La utilización del estudio de caso en el análisis local. *Región y sociedad. 17 (32), 107-144.* http://www.scielo.org.mx/pdf/regsoc/v17n32/v17n32a4.pdf

Asociación Nacional de Universidades e Instituciones de Educación Superior (ANUIES). (2019). *Programa de Certificación Docente del Nivel Medio Superior.* http://www.anuies.mx/programas-y-proyectos/programa-de-certificacion-docente-del-nivel-medio-superior-certidems

Ávila, A. (2016). La investigación en educación matemática en México: Una mirada a 40 años de trabajo. *Educación Matemática*, *28*(3), 31-59. https://doi.org/10.24844/EM2803.02

Balcikanli, C. (2011). Metacognitive Awareness Inventory for Teachers (MAIT). *Journal of Research in Educational Psychology 9*(3), 1309-1332. https://www.researchgate.net/publication/288164850_Metacognitive_awareness_inventory_for_teachers_MAIT

Barrera, M., y Cuevas, J. (2017). Uso de estrategias metacognitivas en la resolución de problemas aritméticos de estudiantes de primer ingreso de la licenciatura en enseñanza de las Matemáticas. *Trabajo presentado en el XIV Congreso Nacional de Investigación Educativa.* http://www.comie.org.mx/congreso/memoriaelectronica/v14/doc/2380.pdf

Barriendos, A. (2020, 13 de julio). *Las matemáticas en la escuela, dar tiempo para pensar.* Mujeres Unidas por la Educación. https://www.muxed.mx/post/lasmatem%C3%A1ticas-en-la-escuela-dar-tiempo-para-pensar

Basso, F., y Abrahão, M. (2018). Teaching activities that develop learning self-regulation. *Educação y Realidade, 43(2), 495-512*. https://dx.doi.org/10.1590/2175-623665212

Bautista, N. (2011). *Proceso de la investigación cualitativa. Epistemología, metodología y aplicaciones*. Manual Moderno.

Bruner, J. (1987). *Actual minds, possible worlds.* Harvard University Press.

Buitrago, E., y Giraldo, S. (2016). *Análisis de la práctica docente en matemáticas a partir de la implementación de una unidad didáctica en grado tercero*. [Tesis de licenciatura, Universidad Tecnológica de Pereira]. Repositorio UTP. http://repositorio.utp.edu.co/dspace/bitstream/handle/11059/6243/372.7B932.pdf?sequence=1

Buitrago, S., y García, L. (2011). Procesos de regulación metacognitiva en la resolución de problemas. En G. García (Ed.), *Memorias del 12 Encuentro Colombiano de Matemática Educativa* (pp. 548-559). Gaia. http://funes.uniandes.edu.co/2373/

Cázares, M., Páez, D. A., y Pérez, M. (2020). Discusión teórica sobre las prácticas docentes como mediadoras para potencializar estrategias metacognitivas en la solución de tareas matemáticas. *Educación Matemática*, *32*(1), 221-240. http://doi.org/10.24844/EM3201.10

Centro Nacional de Evaluación para la Educación Superior (CENEVAL). (2019). *Proceso de Evaluación de Competencias Docentes para la Educación Media Superior.* http://www.ceneval.edu.mx/documents/86842/0/Pieza+informativa+ECODEMS.pdf/dca27724-8e0f-4286-b463-568ef10e7614

Chávez, Y., y Martínez-Rizo, F. (2018). Evaluar para aprender: hacer más compleja la tarea a los alumnos. *Educación Matemática, 30(*3), 211-246. http://doi.org/10.24844/EM3003.09

Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques,* 19, 221-266.

Chevallard, Y., Bosch, M., y Gascón, J. (1997). *Estudiar matemáticas: el eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje*. ICE/HORSORI

Cohen, L., Manion, L., y Morrison, K. (2007). *Research methods in education*. Routledge.

Cueli, M., García, T., y González-Castro, P. (2013). Autorregulación y rendimiento académico en matemáticas. *Aula Abierta*, *41*(1), 39-48. https://core.ac.uk/download/pdf/71849458.pdf

Curotto, M. (2010). La metacognición en el aprendizaje de la matemática. *Revista Electrónica Iberoamericana de Educación en Ciencias y Tecnología*, *2(2)*, 11-28. http://www.exactas.unca.edu.ar/riecyt/VOL%202%20NUM%202/Archivos%20Digitales/DOC%201%20RIECyT%20V2%20N2%20Nov%202010.pdf

Desoete, A., y De Craene. (2019). Metacognition and mathematics education: an overview. *ZDM, 51*(4). https://doi.org/10.1007/s11858-019-01060-w

Díaz, A., Pérez, M., González-Pienda, J., y Núñez, J. (2017). Impacto de un entrenamiento en aprendizaje autorregulado estudiantes universitarios. *Perfiles Educativos, 39*(157), 87-104. http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttextypid=S0185-26982017000300087

Dignath C., y Büttner, G. (2008). Components of fostering self-regulated learning among students. A meta-analysis on intervention studies at primary and secondary school level. *Metacognition and Learning, 3*(3), 231-264. https://doi.org/ 10.1007/s11409-008-9029-x

Dignath-van Ewijk, C., y van der Werf, G. (2012). What teachers think about self-regulated learning: Investigating teacher beliefs and teacher behavior of enhancing students' self-regulation. *Education Research International*, 1-10. https://doi.org/10.1155/2012/741713

Donoso, E., Valdés, R., y Cisternas, P. (2020). Las interacciones pedagógicas en las clases de resolución de problemas matemáticos. *Páginas de Educación, 13*(1), 82-106. https://doi.org/10.22235/pe.v13i1.1920

Ellis, A., Denton, D., y Bond, J. (2014). An analysis of research on metacognitive teaching strategies. *Procedia-Social and Behavioral Sciences, 116*, 4015-4024. https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2014.01.883

Escofet, A., Folgueiras, P., Luna, E., y Palou, B. (2016). Elaboración y validación de un cuestionario para la valoración de proyectos de aprendizaje-servicio. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, *21*(70), 929-949. http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttextypid=S1405-66662016000300929ylng=esytlng=es

Fernández-Gago, J., Carrillo, J., y Conde, S. (2018). Un estudio de caso para analizar cómo ayudan los profesores en resolución de problemas matemáticos. *Educación matemática*, *30*(3), 247-276. https://doi.org/10.24844/EM3003.10

Flavell, J. (1976). Metacognitive aspects of problem solving. En L. Resnick (Ed.), *The nature of intelligence* (231-236). Lawrence Erlbaum Associates.

Flavell, J. (1979). Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive developmental inquiry. *American Psychologist*, *34*(10), 906–911. https://doi.org/10.1037/0003-066X.34.10.906

Flavell, J. (1985). *Cognitive development.* Prentice Hall. [Traducción al castellano: Pozo, M. y Pozo, J. (Eds. y Trads.). (1993). *El desarrollo cognitivo*. Aprendizaje Visor].

Fourés, C. (2011). Reflexión docente y metacognición. Una mirada sobre la formación de formadores. *Zona Próxima,* (14), 150-159. http://rcientificas.uninorte.edu.co/index.php/zona/article/viewFile/68/1316

Gaeta, M. (2014). Autorregulación del aprendizaje y su promoción en el contexto del aula. En Sociedad Latina de Comunicación Social (Ed.), *Cuestiones en psicología educacional. Perspectivas teóricas y metodológicas y estudios de campo* (pp. 33-58). https://dialnet.unirioja.es/servlet/www.cuadernosartesanos.org/2014/cde01.pdf

Gaete, R. (2015). La responsabilidad social universitaria desde la perspectiva de las partes interesadas: un estudio de caso. *Actualidades Investigativas en Educación, 15*(1), 1-29. https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=447/44733027012

Gagnière, L., Betrancourt, M., y Détienne, F. (2012). When metacognitive prompts help information search in collaborative setting. *Revue Européenne de Psychologie Appliquée/European Review of Applied Psychology*, *62*(2), 73-81. http://tecfa.unige.ch/perso/mireille/papers/ERAP_2012_prepublished.pdf

García, T., Cueli, M., Rodríguez, C., Krawec, J., y González-Castro, P. (2015). Conocimiento y habilidades metacognitivas en estudiantes con un enfoque profundo de aprendizaje. Evidencias en la resolución de problemas matemáticos. *Revista de Psicodidáctica, 20*(2), 209-226. https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=175/17541412001

GeoGebra (2018*). Acerca de GeoGebra*. https://www.geogebra.org/about?lang=es

Goetz J., y Lecompte M. (1988). *Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa*. Morata.

Gundermann-Kröll, H. (2013). El método de los estudios de caso. En M. Tarrés, (coord.) *Observar, escuchar y comprender sobre la tradición cualitativa en la investigación* (p. 231-264). El Colegio de México-FLACSO.

Gusmão, T., Cajaraville, J., Font, V., y Godino, J. (2014). El caso Víctor: dificultades metacognitivas en la resolución de problema. *Boletim de Educação Matemática, 28*(48). 255-275. http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v28n48a13

Gutiérrez, A. (2007). Geometría, demostración y ordenadores. En *Actas de las* XIII *Jornadas de Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas (*JAEM*).* Universidad de Granada. http://uv.es/Angel.Gutierrez/textos.html

Hurtado, R. (2013). Regulación metacognitiva y composición escrita: su relación con la calidad de educación en la educación básica primaria. *Revista Uni-pluri/versidad, 13*(2), 35-43. https://www.redib.org/recursos/Record/oai_articulo529057-regulacion-metacognitiva-composicion-escrita-relacion-calidad-educacion-educacion-basica-primaria

Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación [INEE] (2015). *Los docentes en México. Informe 2015.* INEE. publicaciones.inee.edu.mx/buscadorPub/P1/I/240/P1I240.pdf.

Iriarte, P. (2011). Desarrollo de la competencia resolución de problemas desde una didáctica con enfoque metacognitivo. *Zona Próxima,* (15), 2-21. http://rcientificas.uninorte.edu.co/index.php/zona/article/viewFile/1171/2355

Iriarte, P., y Sierra, P. (2011). *Estrategias metacognitivas en la resolución de problemas matemáticos.*https://books.google.com.mx/books?id=QhTzoKS3MikCyprintsec=frontcoveryhl=esysource=gbs_ge_summary_rycad=0#v=onepageyqyf=false

Jaramillo, L., y Simbaña, V. (2014). La metacognición y su aplicación en herramientas virtuales desde la práctica docente. *Sophia*, *Colección de Filosofía de la Educación, 16(*1), 299-313. http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=441846097014

Jiménez, A., y Gutiérrez, A. (2017). Realidades escolares en las clases de matemáticas. *Educación Matemática*, *29*(3), 109-129. https://dx.doi.org/10.24844/em2903.04

Joseph, N. (2010). Metacognition needed: Teaching middle and high school students to develop strategic learning skills. *Preventing School Failure: Alternative Education for Children and Youth*, *54*(2), 99-103. https://dibpxy.uaa.mx/login?url=http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=asn&AN=44867908&lang=es&site=eds-live&scope=site

Kambita, D., y Hamanenga, J. (2018). The Impact of Problem solving approach on students' performance in mathematical induction: a case of Mukuba University. *Journal of Education and Practice, 9*(5), 97-105. http://iiste.org/Journals/index.php/JEP/article/viewFile/41134/42296

Kaur, B., y Areepattamannil, S. (2012). Influences of metacognitive and self-regulated learning strategies for reading on mathematical literacy of adolescents in Australia and Singapore. En J. Dindyal, L. Cheng y S. Ng (Eds.), *Mathematics education: Expanding horizons: Proceedings of the 35th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia (pp.*385-392). MERGA.

Kieran, C., Tanguay, D., y Solares, A. (2011). Teachers participating in a research project on learning: the spontaneous shaping of researcher-designed resources within classroom teaching practice. En B. Ubuz (Ed.), *Proceedings of the 35th Conference of the International Group for the PME* (pp. 81-88). PME.

Kistner, S., Rakoczy, K., Otto, B., Dignath-van Ewijk, C., Büttner, G., y Klieme, E. (2010). Promotion of self-regulated learning in classrooms: Investigating frequency, quality, and consequences for student performance. *Metacognition and Learning, 5*(2), 157-171. https://link.springer.com/article/10.1007/s11409-010-9055-3

Klimenko, O., y Alvares, J. (2009). Aprender cómo aprendo: la enseñanza de estrategias metacognitivas. *Educación y Educadores, 12*(2), 11-28. http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=83412219002

Labov, W. (1972). Some principles of linguistic methodology. *Language in Society. 1,* 97-

120.https://pdfs.semanticscholar.org/ffd9/888f37a14c9a94e2e4d911633c4abbec1952.pdf?_ga=2.239540038.411256010.1600643117-1252789651.1599944427

Larios, V. Font, V. Giménez, J., y Díaz, A. (2012). Teaching practices research as a source to develop training programs for mathematics teachers. En B. Di Paola y J. Díez-Paloma (Eds.), *Proceedings of the Quaderni di Ricerca in Didattica (Mathematics)* (pp. 284-287). QRDM. http://math.unipa.it/~grim/CIEAEM%2063_Pproceedings_QRDM_Issue%2022,%20Suppl.1.pdf

Lester, F. (1985). Methodological considerations in research on mathematical problem-solving instruction. En E. Silver (Ed.), *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives* (pp. 41-69). LEA.

López, O. Sanabria, L., y Buitrago, N. (2018). Efecto diferencial de un andamiaje metacognitivo sobre la autorregulación y el logro de aprendizaje en un ambiente de aprendizaje combinado. *Tecné, Episteme y Didaxis*, (44), 33-50. http://www.scielo.org.co/pdf/ted/n44/0121-3814-ted-44-33.pdf

Marchis, I. (2011). How mathematics teachers develop their pupils' self-regulated learning skills. *Acta Didactica Napocensia*, 4, 9-14. https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1055885.pdf

Márquez, C., y Cuevas, R. (2017). Estrategias cognitivas y metacognitivas en estudiantes de educación secundaria con aptitudes sobresalientes. *Trabajo presentado en el XIV Congreso Nacional de Investigación Educativa*. http://www.comie.org.mx/congreso/memoriaelectronica/v14/doc/2452.pdf

Martínez-Ruíz, X. (2017). Pedagogías metacognitivas y la construcción de un foro dialógico. *Innovación Educativa*, *17*(74), 8-10. http://www.scielo.org.mx/pdf/ie/v17n74/1665-2673-ie-17-74-00008.pdf

Martínez-Ruiz, X., y Camarena, P. (Coord.) (2015). *La educación matemática en el siglo* XXI. Instituto Politécnico Nacional. https://www.ipn.mx/assets/files/innovacion/docs/libros/la-educacion-matematica/Educacion-matematica-en-Mexico-investigacion-y-practica-docente.pdf

Martínez, E., Díaz, N., y Rodríguez, D. (2011). El andamiaje asistido en procesos de comprensión lectora en universitarios. *Educación y Educadores*, *14*(3), 531-555.

http://educacionyeducadores.unisabana.edu.co/index.php/eye/article/viewFile/2044/2572

Mato-Vázquez, D., Espiñeira, E., y López-Chao, V. (2017). Impacto del uso de estrategias metacognitivas en la enseñanza de las matemáticas. *Perfiles Educativos*, *39*(158), 91-111. http://www.scielo.org.mx/pdf/peredu/v39n158/0185-2698-peredu-39-158-00091.pdf

McMillan, J., y Shumacher, S. (2005) *Investigación educativa*. Pearson- Adisson Wesley.

Medina, M., Castleberry, A., y Persky, A. (2017). Strategies for improving learner metacognition in health professional education. *American Journal of Pharmaceutical Education, 81*(4), 78. https://doi.org/10.5688/ajpe81478

Mevarech, Z., y Kramarski, B. (1997). IMPROVE: A multidimensional method for teaching mathematics in hetereogeneous classrooms. *American Education Research Journal, 34,* 365–394. https ://doi.org/10.3102/00028312034002365.

Mevarech, Z., y Kramarski, B. (2014). *Critical maths for innovative societies: The role of metacognitive pedagogies*. OECD.

Miles, M., Huberman, A., y Saldaña, J. (2014). *Qualitative data analysis: a methods sourcebook*. Sage Publications.

Mokos, E., y Kafoussi, S. (2012). Metacognitive functions during problem solving in pairs: A case study. En B. Di Paola y J. Díez-Paloma (Eds.)*, Proceedings of the Quaderni di Ricerca in Didattica (Mathematics)* (pp. 361-365). QRDM. http://math.unipa.it/~grim/7%20CIEAEM%2070_Pproceedings_QRDM_Issue%202,%20Suppl.3_WGB.pdf

Muijs, D., y Bokhove, C. (2020). *Metacognition and self- regulation: evidence review*. Education Endowment Foundation: https://educationendowmentfoundation.org.uk/evidence-summaries/evidence-reviews/ metacognition-and-self-regulation-review/

Múnera, J., (2011). Una estrategia didáctica para las matemáticas escolares desde el enfoque de situaciones problema. *Revista Educación y Pedagogía*, 23(59), 179. https://revistas.udea.edu.co/index.php/revistaeyp/article/view/8694

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and standards for school mathematics*, Reston. National Council of Teachers of Mathematics. https://www.nctm.org/uploadedFiles/Standards_and_Positions/PSSM_ExecutiveSummary.pdf

NCTM (2014). *Principles to actions: Ensuring mathematical success for all.* Reston. National Council of Teachers of Mathematics.

Noreña, A., Alcaraz-Moreno, N., Rojas, J., y Rebolledo-Malpica, D. (2012). Aplicabilidad de los criterios de rigor y éticos en la investigación cualitativa. *Aquichan, 12*(3), 263-274. http://www.scielo.org.co/pdf/aqui/v12n3/v12n3a06.pdf

Osses, S., y Jaramillo, S. (2008). Metacognición: un camino para aprender a aprender. *Estudios Pedagógicos, 34*(1), 187-197. https://doi.org/10.4067/S071807052008000100011

Oval, C. y Olveira, I. (2012). La planification des enseignants sur la résolution de problèmes: À quoi pensent-ils? En B. Di Paola y J. Díez-Paloma (Eds.)*, Proceedings of the Quaderni di Ricerca in Didattica (Mathematics)* (pp. 372-377). QRDM. http://math.unipa.it/~grim/CIEAEM%2063_Pproceedings_QRDM_Issue%2022,%20Suppl.1.pdf

Paas, F., Tuovinen, J., Tabbers, H., y Van Gerven, P. (2003). Cognitive Load Measurement as a Means to Advance Cognitive Load Theory. *Educational Psychologist, 38*(1), 63-71. https://www.researchgate.net/publication/252083119_Cognitive_Load_Measurement_as_a_Means_to_Advance_Cognitive_Load_Theory

Páez. D. A. (2015). *Análisis de la práctica del profesor de matemáticas en torno al concepto de pendiente: énfasis en la reflexión durante y después de la acción.* [Tesis doctoral no publicada]. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, Cinvestav-IPN.

Páez, D. A., Eudave, D., Cañedo, T., y Macías, A. (2020). Teachers' reflections on mathematics teaching practices in a vulnerable context. *Multi -Science Journal*, *3*(2), 12 -19. https://doi.org/10.33837/msj.v3i2.1204

Páez, D. A., y Guzmán, J. (2012). The mathematics teacher learning through his practice: the influence of his didactic and mathematical knowledge. En B. Di Paola y J. Díez-Paloma (Eds.)*, Proceedings of the Quaderni di Ricerca in Didattica (Mathematics)* (pp. 302-305). QRDM.http://math.unipa.it/~grim/CIEAEM%2063_Pproceedings_QRDM_Issue%2022,%20Suppl.1.pdf

Panadero, E., y Tapia, J. (2014). ¿Cómo autorregulan nuestros alumnos? Revisión del modelo cíclico de Zimmerman sobre autorregulación del aprendizaje. *Anales de Psicología, 30*(2), 450-462. https://doi.org/10.6018/analesps.30.2.167221

Parra, W., Angulo, F., Soto, C., y Soto, A. (2017). Patrones de enseñanza contingente en la interacción profesor-estudiante en una clase de química en educación superior. *Trabajo Presentado en el X Congreso Internacional sobre Investigación en Didácticas de las Ciencias.* https://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/336969/427779

Peeters, J., De Backer, F., Reina, V. R., Kindekens, A., Buffel, T., y Lombaerts, K. (2014). The role of teachers' self-regulatory capacities in the implementation of self-regulated learning practices. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, *116*, 1963-1970. https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2014.01.504

Piaget, J. (1985). *The Equilibration of Cognitive Structures: The Central Problem of Intellectual Development.* The University of Chicago Press.

Polya, G. (1979). *Cómo plantear y resolver problemas*. Trillas.

Preiss, D., Grau, V., Torres, D., y Calcagni, E. (2018). Metacognition, self- regulation, and autonomy support in the chilean mathematics classroom: An observational study. *New Directions for Child and Adolescent Development*, 162, 115-136. https://doi.org/ 10.1002/cad.20260

Quintana-Terés, M. (2014). *El aprendizaje autorregulado en estudiantes de educación superior*. [Tesis doctoral, Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Occidente, ITESO]. Repositorio Institucional del ITESO. http://hdl.handle.net/11117/1488

Radovic, D., y Preiss, D. (2010). Patrones de Discurso Observados en el Aula de Matemática de Segundo Ciclo Básico en Chile. *Revista Psykhe*, *19*(2), 65-79. https://doi.org/10.4067/S0718-22282010000200007

Ramírez, M. (2017). Aprendizaje autorregulado: diferencias por campus de conocimiento en estudiantes universitarios. *Trabajo presentado en el XIV Congreso Nacional de Investigación Educativa.* http://www.comie.org.mx/congreso/memoriaelectronica/v14/doc/2663.pdf

Rigo, M., Páez, D. A., y Gómez, B. (2009). Procesos meta-cognitivos en las clases de matemáticas de la escuela elemental. Propuesta de un marco interpretativo. En M. J.

González, M. T. González y J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática* XIII (pp. 435-444). SEIEM.

Rigo, M., Páez, D., y Gómez, B. (2010). Prácticas metacognitivas que el profesor de nivel básico promueve en sus clases ordinarias de matemáticas. Un marco interpretativo. *Enseñanza de las Ciencias: Revista de Investigación y Experiencias Didácticas, 28*(3), 405-416. http://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/viewFile/210808/353417

Rigo, M., y Gómez, B. (2012). The maieutical doggy: a workshop for teachers**.** En T. Tso (Ed.). *Proceedings of the 36th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 11-18). PME. https://www.uv.es/gomezb/54Themaieuticaldoggy.pdf

Rodríguez, C., Lorenzo, O., y Herrera, L. (2005). Teoría y práctica del análisis de datos cualitativos. Proceso general y criterios de calidad. *Revista Internacional de Ciencias Sociales y Humanidades, SOCIOTAM*, *15*(2), 133-154. https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=65415209

Rodríguez, G., Flores, J., y García, E. (1996). *Metodología de la investigación cualitativa*. Ediciones Ajibe, S.L

Sáiz, M., y Guijo, V. (2010). Competencias y estrategias metacognitivas en educación infantil: un camino hacia el desarrollo de procedimientos de resolución de problemas. *International Journal of Developmental and Educational Psychology*, *2*(1), 497-504. http://dehesa.unex.es/static/flexpaper/template.html?path=/bitstream/handle/10662/3125/0214-9877_2010_1_2_497.pdf?sequence=1&isAllowed=y#page=1

Santos, L. (2010). *La función cuadrática*. Trillas.

Schneider, W., y Artelt, C. (2010). Metacognition and mathematics education. *ZDM, 42*(2), 149-161. https://doi.org/10.1007/s11858-010-0240-2

Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical problem solving.* Academic Press.

Schoenfeld, A. (1987). What's all the fuss about metacognition? En A. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive science and mathematics education* (189-215). LEA.

Schoenfeld, A. (1989). La enseñanza del pensamiento matemático y la resolución de problemas. En L. Resnick y L. Klopfer (Comps.), *Currículum y cognición* (141-170). AIQUE.

Schoenfeld, A. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. En D. Grouws (Ed.), *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning* (334-370). McMillan.

Schoenfeld, A. (2007). Problem solving in the United States, 1970-2008: research and theory, practice and politics. ZDM - *The International Journal on Mathematics Education, Turkey*. 39. 537-551.

Schoenfeld, A. (2012). How we think. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, 7*(10). https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/10565/10002

Schoenfeld, A. (2014). What Makes for Powerful Classrooms, and How Can We Support Teachers in Creating Them? A Story of Research and Practice, Productively Intertwined. *Educational Researcher*, *43*(8), 404-412. https://doi.org/10.3102/0013189X14554450

Schoenfeld, A. (Ed). (2010). *How we think: A theory of goal-oriented decision making and its educational applications*. Routledge

Schunk, D. (2012). *Teorías del aprendizaje. Una perspectiva Educativa*. Pearson.

Secretaría de Educación Pública (SEP). (2011a). *Programa de estudios 2011. Guía para el maestro. Primaria Sexto Grado*. SEP. https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/15956/Programa_Sexto_grado-Matematicas.pdf

SEP (2011b). *Programa de estudios matemáticas. Guía para el maestro. Educación Básica Secundaria Matemáticas*. SEP. https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/18394/Programa._Secundaria_tercer_grado_Matematicas_guia_para_maestros.pdf

SEP (2017a). *Nuevo Modelo Educativo*. México: SEP. https://docs.google.com/gview?url=http://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/207252/Modelo_Educativo_OK.pdf

SEP (2017b). *Planes de Estudio de Referencia del Marco Curricular Común de la Educación Media Superior*. SEP. http://sems.gob.mx/curriculoems/planes-de-estudio-de-referencia

Shilo, A., y Kramarski, B. (2018). Mathematical-metacognitive discourse: How can it be developed among teachers and their students? Empirical evidence from a videotaped lesson and two case studies. *ZDM Mathematics Education, 51*(4). http://dx.doi.org/10.1007/s11858-018-01016-6

Sosa, L., Flores-Medrano, E., y Carrillo, J. (2016). Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas del profesor cuando ejemplifica y ayuda en clase de álgebra lineal. *Educación Matemática*, *28*(2), 151-174. http://www.revista-educacion-matematica.com/descargas/Vol28-2-6.pdf

Sosa, L., y Ribeiro, C. (2014). La formación del profesorado de matemáticas de nivel medio superior en México: una necesidad para la profesionalización docente*. Revista Iberoamericana de Producción Académica y Gestión Educativa*, *1*(1), 1-15. https://www.pag.org.mx/index.php/PAG/article/view/48/85

Stake, R. (1994). Case Studies. En N. Denzin y Y. Lincoln (Eds.), *Handbook of Qualitative Research* (pp. 236-247). Sage Publications.

Subsecretaría de Educación Media Superior (SEMS). (2008). *Acuerdo 447. Competencias docentes.* SEP. http://www.sems.gob.mx/work/models/sems/Resource/11435/1/images/5_4_acuerdo_447_competencias_docentes_ems.pdf

SEMS (2013). *El Perfil del Docente en la Educación Media Superior*. Coordinación Sectorial de Desarrollo Académico. http://cosdac.sems.gob.mx/portal/index.php/2013-07-03-15-41-10/category/6-quien-es-parte-de-la-reforma?download=94:triptico-perfil-del-docente

SEMS (2017). *Documento Base del Bachillerato General*. SEP. https://www.dgb.sep.gob.mx/informacionacademica/pdf/DOC_BASE_22_08_2017.pdf

SEMS (2020). *Líneas de política pública para la Educación Media Superior*. SEP. http://desarrolloprofesionaldocente.sems.gob.mx/convocatoria2_2020/LINEAS%20DE%20POLITICA%20PUBLICA.pdf

Sweller, J., Ayres, P., y Kalyuga, S. (2011). *Cognitive load theory*. Springer. ttps://link-springer-com.dibpxy.uaa.mx/book/10.1007%2F978-1-4419-8126-4

Torrano, F., Fuentes, J., y Soria, M. (2017). Aprendizaje autorregulado: estado de la cuestión y retos psicopedagógicos. *Perfiles Educativos*, *39(*156), 160-173. http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttextypid=S0185-26982017000200160

Valerio, G., y Rodríguez, M. (2017). Perfil del profesor universitario desde la perspectiva del estudiante. *Revista Innovación Educativa*, *17*(74), 109-124. http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-26732017000200109&lng=es&tlng=es.

van de Pol, J., Volman, M., y Beishuizen, J. (2010). Scaffolding in Teacher—Student Interaction: A Decade of Research. *Educational Psychology Review, 22*(3), 271-296. doi: 10.1007/s10648-010-9127-6

Vasilachis de Gialdino, I. (2007). *Estrategias de investigación cualitativa.* Gedisa.

Vázquez M. (2006). *Introducción a las técnicas cualitativas de investigación aplicadas en salud*. Universitat Autònoma de Barcelona.

Velasco, C., y Cardeñoso, O. (2020). Evaluación de la competencia de aprendizaje autorregulado en función del nivel educativo y el género de alumnado de carreras administrativas. *Perfiles Educativos. 42(*169*),* 8-20. https://doi.org/10.22201/iisue.24486167e.2020.169.58687

Vesga, G. Roa, C., y Pinilla, J. (2015). Desarrollo de habilidades metacognitivas a través de la solución de problemas matemáticos. En *XIV Conferencia Interamericana de Educación Matemática*. CIAEM-IACME. http://xiv.ciaem-redumate.org/index.php/xiv_ciaem/xiv_ciaem/paper/viewFile/685/646

Villalta, M., y Martinic, S. (2013). Interacción didáctica y procesos cognitivos. Una aproximación desde la práctica y discurso del docente. *Universitas Psychologica*, *12*(1), 221-233.

Vula, E., Avdyli, R., Berisha, V., Saqipi, B., y Elezi, S. (2017). The impact of metacognitive strategies and self-regulating processes of solving math word problems. *International Electronic Journal of Elementary Education*, *10*(1), 49-59. https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1156332.pdf

Vygotsky, L. (1978). *Mind in Society. The development in higher psychological processes*. Harvard University Press.

Vygotsky, L. (1989). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Editorial Crítica.

Wulandari, Sinaga, B., y Minarni, A. (2018). Analysis of students metacognition abilityin mathematical problem solving on problem based learning in SMA Negeri 1 Binjai. *Journal of Research y Method in Education, 8*(1), 32-40. https://doi.org/10.9790/7388-0801023240

Zimmerman, B. (2008). Goal Setting: A key proactive source of academic Self-regulation. En D. Schunk y B. Zimmerman (Eds.), *Motivation and Self –Regulated Learning:*

*Theory, Research, and Application*s (pp. 267-295). Taylor and Francis Group.

Zimmerman, B., y Moylan, A. (2009). Self-regulation: where metacognition and motivation intersect. En D. Hacker, J. Dunlosky, y A. Graesser (Eds.), *Handbook of Metacognition in Education* (pp. 299- 315). Routledge.

Anexo A. Guía de Entrevista uno

Buenos días/ tardes, maestra (o)
Antes de comenzar, solicito su autorización para grabar en audio esta entrevista.

Le reitero que esta entrevista tiene la finalidad de obtener información acerca de su experiencia como profesor de bachillerato y no tiene el interés de evaluar su práctica. Así mismo, agradezco sus aportaciones pues son de gran valor para conocer la realidad del profesor en la clase de matemáticas. Es importante mencionar que tanto su identidad como la información que proporcione serán tratadas de manera estrictamente confidencial y únicamente para fines de investigación. Considere esta entrevista como una plática, en donde puede expresarse abiertamente, siéntase con la libertad de complementar alguna respuesta o solicitar que se precise o aclare alguna pregunta.

La entrevista se conforma por tres apartados que retoman información del Modelo Educativo para la Educación Obligatoria de la Secretaría de Educación Pública y el Actual Plan de Estudios de la Institución donde labora, así como también su experiencia docente.

APARTADO I: Conocimiento normativo (documentos oficiales)
En el Modelo Educativo para la Educación Obligatoria, en el que se apoya el bachillerato donde labora, se mencionan los siguientes puntos:

- “[Un] elemento clave de la educación a lo largo de la vida [...] [es lograr que el alumno] reflexione sobre los modos en que ocurre el propio aprendizaje; y algunas de sus facultades, como la memoria o la atención, para su reajuste y mejora”.
- Como parte de los principios pedagógicos, “la escuela da cabida a la autorregulación cognitiva […] para promover el desarrollo de conocimientos”.

En relación con ello:

1. ¿A qué se refiere el modelo cuando dice que el estudiante debe reflexionar sobre el modo en que ocurre su aprendizaje y sobre sus dificultades, y cuál es la finalidad de ello?
2. ¿Qué características tiene ese tipo de reflexión y bajo qué condiciones espera el modelo que ésta se lleve a cabo en matemáticas?
3. ¿Qué acciones o estrategias del profesor de matemáticas espera el modelo para que la reflexión y la autorregulación cognitiva se den en los estudiantes?
4. De acuerdo con este modelo educativo, ¿cómo a partir de la autorregulación cognitiva se puede promover el desarrollo de conocimiento matemático en los estudiantes?
5. ¿Qué herramientas o sugerencias didácticas le proporciona este modelo al profesor de matemáticas para lograr esa reflexión y autorregulación cognitiva en sus estudiantes?

El Plan de Estudios de la Institución señala que “la enseñanza se centra en el aprendizaje del estudiante. Esto implica que el estudiante aprenda a aprender”. En relación con ello:

6. ¿A qué se refiere el plan de estudios cuando menciona que la enseñanza implica que el estudiante aprenda a aprender?
7. ¿Cuál es el objetivo de que el estudiante aprenda a aprender, por ejemplo, en matemáticas?

8. ¿Qué le demanda el plan de estudios al profesor de matemáticas para que tal aprendizaje se dé en el estudiante?
9. ¿Qué herramientas o sugerencias didácticas le proporciona el plan de estudios al profesor de matemáticas para lograr ese aprendizaje?

APARTADO II: Conocimiento conceptual (teórico)

1. Como se mencionó en el apartado anterior, el Modelo Educativo hace referencia al concepto de "autorregulación cognitiva". Para usted, ¿a qué se refiere este concepto?
2. ¿Qué características tiene la autorregulación cognitiva en el contexto de la enseñanza de las matemáticas?
3. ¿Qué acciones o estrategias del alumno reflejan que se está autorregulando? Argumentar su respuesta / pedir ejemplo
4. ¿Qué finalidad tiene el que los alumnos aprendan a aprender?

En el Modelo Educativo y el Plan de Estudios de la institución se mencionan estos conceptos que llaman la atención: a) reflexión sobre el propio aprendizaje, b) autorregulación cognitiva, c) el estudiante aprenda a aprender y también se encuentra en los documentos d) control del aprendizaje. Con respecto a ello:

5. ¿Considera que existe(n) alguna diferencia(s) o similitud(es) entre los anteriores conceptos?
   5.1. Si la respuesta es Sí. ¿Cuál(es) diferencia o similitud? Justifique su respuesta.
   5.2. Si la respuesta es No. ¿Por qué?
6. ¿Qué condiciones se requieren para lograr en el alumno aprender a aprender, autorregulación cognitiva, reflexión sobre el aprendizaje o estrategias de aprendizaje y control del aprendizaje?
7. ¿Al hablar de autorregulación cognitiva se puede hacer referencia a control del aprendizaje por parte del estudiante? Argumente su respuesta.

APARTADO III: Conocimiento procedimental (experiencia/práctica)

1. ¿Qué hace usted ante los errores, conceptuales o procedimentales, que comenten sus alumnos durante la clase de matemáticas? Argumente su respuesta: (última) situación que pueda servir de ejemplo ¿cómo fue?
2. En su clase, ¿se da espacio para que los alumnos argumenten, justifiquen o expliquen los procedimientos o las respuestas a las que llegan ante un problema o tarea dada?, ¿por qué? Argumente su respuesta.
   2.1Si la respuesta es Sí, ¿cómo ocurre?
3. ¿Al plantear alguna tarea o problema matemático se les dice a los estudiantes cómo resolverlo o ellos tienen que hacer su propia propuesta? Argumente su respuesta. ¿Cuál es la finalidad?
4. ¿Cómo hacer para que los estudiantes se den cuenta de que lo aprendido en clase se aplica en otros problemas o tareas matemáticas similares? es decir, que se den cuenta de la generalización del conocimiento matemático.
5. En su clase de matemáticas, ¿deja que los estudiantes propongan sus propios procedimientos o usted se los proporciona? Justifique su respuesta. ¿Cuál es el objetivo de ello?

6. ¿En sus clases hay momentos en los cuales se busca que el alumno revise (evalúe), ya sea de manera individual, en equipo o en plenaria, las aportaciones que él ofrece o los procedimientos y respuestas ante un problema dado?

6.1. Si la respuesta es Sí. ¿Qué finalidad tiene eso? Justifique su respuesta.

6.2. Si la respuesta es No. ¿Qué pasa o cómo se trabajan las posibles aportaciones que ofrece el alumno a la clase o los procedimientos o respuestas que él da ante un problema o tarea planteada?

7. ¿En su clase hay momentos en los cuales se busca que el alumno discuta con los demás ya sea las aportaciones que él ofrece o los procedimientos y respuestas ante un problema o tarea dado? Argumente su respuesta.

7.1. Si la respuesta es Sí. ¿Qué se busca de esa estrategia de trabajo? y ¿por qué trabajar de esa manera?

DESPEDIDA

Anexo B. Guía de entrevista dos para Bruno

Buenos días / tardes.
Antes de comenzar, solicito su autorización para grabar en audio esta entrevista, la cual tiene la finalidad de profundizar sobre lo acontecido en las sesiones observadas y en la entrevista pasada. Le reitero que su identidad y la información que proporcione serán tratadas de manera estrictamente confidencial y sólo para los fines de esta investigación. Considere esta entrevista como una plática en donde puede expresarse abiertamente, siéntase con la libertad de solicitar que se precise alguna pregunta o de complementar alguna respuesta.

Apartado I: Entrevista uno

En la entrevista pasada usted señaló aspectos importantes que me permití resaltar en este apartado, en relación con ello le haré algunas preguntas.

A. Usted comentó que autorregular el conocimiento implica que el alumno sepa identificar lo que le sirve y lo que no para resolver una tarea matemática o para aprobar un examen. Partiendo de lo anterior:

1. ¿Qué acciones del estudiante dan cuenta de que se está autorregulando o autorreguló su conocimiento en matemáticas y por qué tiene que identificar eso que usted plantea?
1.1. ¿Qué factores llevan a que el estudiante autorregule su conocimiento, por ejemplo, en las clases que usted imparte (es decir, a que identifique lo que le sirve y lo que no para resolver una tarea matemática)?

2. Recuerda si en algunas de las clases observadas ¿se presentó alguna situación en la que sus alumnos autorregularan su conocimiento en términos de los que usted señala?
2.1. Si la respuesta es Sí.

- Explique esa situación (es decir, qué los llevó a qué identificaran lo que le serviría o lo que no para resolver una tarea, qué identificaron) y por qué el o los estudiantes tuvieron que autorregular su conocimiento.
- ¿Cuál y cómo fue su participación en esa situación?

2.2. Si la respuesta es No.

- ¿Por qué no fue necesario que los estudiantes autorregularan su conocimiento en las clases observadas?
- ¿Qué condiciones se requieren en la clase y cuál sería su rol de profesor para que tal autorregulación se dé en los alumnos?

B. Usted mencionó algunas estrategias que puede llevar a cabo el maestro de matemáticas para que la reflexión y la autorregulación cognitiva se de en sus estudiantes, por ejemplo:

a) Ser "un guía" que le diga al alumno "otro camino" para llegar a un resultado en una tarea matemática, y que sea el alumno quien haga el "trabajo pesado".
b) "Meter al alumno en problemas" o plantearle un reto para que busque alternativas al solucionar una tarea matemática.

c) "Intervenir lo menos posible para que el alumno sea quien llegue al conocimiento de una manera autónoma" y "sabe[r] hacer las preguntas adecuadas".
d) Identificar y partir de los conocimientos previos de los alumnos.

De acuerdo con lo anterior:
3. ¿Cómo estas estrategias didácticas podrían llevar a qué el alumno reflexione o autorregulen su conocimiento matemático?

4. ¿Cómo y por qué el proporcionarle el alumno "otro tipo de caminos" o "meterlo en problemas" o que sea "autónomo" lo llevará a la autorregulación de su conocimiento?

5. ¿Cuál sería un ejemplo de tipo de preguntas que se le deben plantear a los alumnos para llevar a la autorregulación de su conocimiento y si éstas se pueden percibir en algunas de sus clases observadas?, ¿por qué si o por qué no?

6. De estas estrategias que mencionó ¿algunas sucedieron en las clases video grabadas?
6.1. Si la respuesta es Sí.
- Explique cómo se dio al menos una de esas estrategias y qué resultados se tuvieron.
  - ¿Cómo tal estrategia ayudo a que los estudiantes autorregularan su conocimiento?
  - ¿Tal o tales estrategias fueron planeadas para ser implementadas o surgieron en función de lo que sucedió en la clase? Argumente su respuesta.

6.2. Si la respuesta es No.
¿Por qué tal o tales estrategias no se dieron en las clases observadas?
¿Qué se requiere para que tal o tales estrategias hayan sido implementadas en las clases observadas? ¿A qué se debe que no ocurrieran?

C. En lo que refiere a las acciones del alumno que reflejan autorregulación o el aprender a aprender, usted mencionó que un ejemplo es cuando un alumno aplica, ordena, procesa y da a conocer el conocimiento.
7. ¿Cómo estas acciones permiten al maestro darse cuenta que el alumno se está autorregulando?

8. ¿En las clases observadas se dieron tales acciones de los estudiantes?
Si su respuesta es Sí.
- Explique por qué y cómo se dieron.
- Tales acciones fueron provocadas o fueron espontaneas
- ¿Qué participación tuvo o qué hizo usted ante tales acciones?

E. Usted comentó la forma en que realiza la actividad de "confrontación" (pone un problema a los alumnos para exentar), y señalo "que ahí mismo [el alumno] se va diciendo, ah ya la regué, … ya no exenté […] y van viendo cuáles fueron sus errores, por qué los cometieron. [Y que usted les dice] el volver a cometerlos, es porque no estuvieron atentos en lo que hicieron bien o mal […]. Además, que en algunas ocasiones los alumnos le dicen: pero yo hice este otro método y me salió el mismo resultado, ¿está bien? Sí. […] El punto es que [el alumno] haga uso de todos los medios que tienen para poder llegar al resultado".

9. ¿Qué finalidad tiene que el alumno confronte en matemáticas? ¿Tiene alguna relación con la autorregulación del conocimiento?, ¿cuál y cómo?

10. ¿En las clases observadas se llevó a cabo la actividad de confrontación?
10.1. Si la respuesta es Sí.

- ¿Podría describir cómo ocurrió y cómo el alumno se dio cuenta si cometió o no algún error?
- ¿Cuál fue su participación, como docente, en esta situación?

Apartado II: Observaciones

En las sesiones video grabadas se registraron aspectos relevantes que me permití editar para resaltar algunos segmentos. Primero le mostraré cuatro fragmentos de los videos y enseguida le haré algunas preguntas sobre éstos.

A. Cuando usted explica la tabla de funciones trigonométricas dice que otro grupo le preguntó por qué la tabla llegaba hasta 90º.Con relación a esto:
1. ¿Cuál fue su interés u objetivo de plantearle a los alumnos lo que el otro grupo le preguntó? ¿Se logró el objetivo? ¿Cómo se dio cuenta que se cumplió o no?
1.1. Si la respuesta es No.

- ¿Por qué no se logró? ¿Qué esperaba que los alumnos hicieran para que se lograra el objetivo?

B. En la explicación de un ejercicio donde se usa la tabla de funciones trigonométricas, usted les comenta a los alumnos algo sobre "ir a la segura" y corroborar el valor de la función coseno que se ha identificado en la tabla.
2. ¿Cuál es el interés o finalidad de hacer ese comentario a los alumnos? Argumente si lo logró o no.
3. ¿Considera que es necesario que los alumnos corroboren y se aseguren del resultado? ¿Por qué sí o por qué no?

C. En otro de los fragmentos del video, usted presenta el tema de los ángulos cuadrantales y dos alumnos le explican cómo identificaron que 630 era múltiplo de 90. Además, tomando de referencia lo que explica un alumno, usted les pregunta si 9 es múltiplo de 90. De acuerdo con ello:
4. ¿Cuál era su interés de preguntarle al primer alumno (el que suma los dígitos) "cómo identificó si era múltiplo o por qué no darle la respuesta de manera directa?
4.1. ¿Se logró ese objetivo?, ¿cómo se logró o cómo se dio cuenta?

Si la respuesta es No: ¿por qué cree que no se logró?, ¿qué acciones dan cuenta de ello?
5. ¿Cuál es el interés de preguntarles a los alumnos si 9 es múltiplo de 90?
5.1. **¿**Se logró ese objetivo? cómo se da cuenta?
Si la respuesta es No. ¿Qué hizo falta hacer o decir para que se lograra?

D. En otra parte del video explica el tema de triángulos oblicuángulos, después que un alumno le dice que pueden dividir la base entre dos, usted le pregunta "¿cómo estamos tan seguros?” [Que se divida entre dos] y continua su explicación retomando la medida de un ángulo de la figura con la que se está trabajando. Con relación a lo anterior

6. ¿Cuál es el interés de preguntar a los alumnos “cómo estamos tan seguros” que la base se divida entre dos?

7. ¿Para qué es necesario retomar los datos que ya se conocen del problema, como lo es la medida de un ángulo?

DESPEDIDA

Anexo C. Guía de entrevista dos para Adriana

Buenos días / tardes.
Antes de comenzar, solicito su autorización para grabar en audio esta entrevista, la cual tiene la finalidad de profundizar sobre lo acontecido en las sesiones observadas y en la entrevista pasada. Le reitero que su identidad y la información que proporcione serán tratadas de manera estrictamente confidencial y sólo para los fines de esta investigación.

Considere esta entrevista como una plática en donde puede expresarse abiertamente, siéntase con la libertad de solicitar que se precise alguna pregunta o de complementar alguna respuesta.

Apartado I: Entrevista uno

En la entrevista pasada usted señaló aspectos importantes que me permití resaltar en este apartado, en relación con ello le haré algunas preguntas.

A. Usted comentó que, en la reflexión sobre el propio aprendizaje, [los alumnos] tienen que darse cuenta de cómo su participación activa los lleva a conocimientos nuevos […] por ejemplo, en una actividad que los lleve a reflexionar […], ellos se van dando cuenta de cómo a veces no necesitan [al docente] para aprender, [ellos] pueden ir deduciendo otras cosas".
1. ¿Qué acciones del alumno dan cuenta de que está reflexión ocurre en el estudiante y por qué tiene que darse cuenta de lo que usted plantea?, ¿cuál es la finalidad de que el alumno sea consciente…?

2. Recuerda si en algunas de las clases videograbadas ¿se presentó alguna situación en la que sus alumnos reflexionaran sobre su aprendizaje en términos de los que usted señala?
2.1. Si la respuesta es Sí.
- Explique esa situación, ¿cuál y cómo fue su participación en esa situación?

2.2. Si la respuesta es No.
- ¿Por qué no ocurrió alguna situación o por qué no ocurrió la reflexión?
- ¿Qué condiciones se requieren en la clase y cuál sería su rol para que tal reflexión sobre el aprendizaje se dé en sus alumnos?

B. Usted mencionó algunas estrategias que puede llevar a cabo el docente de matemáticas para que el alumno sea responsable de su aprendizaje, reflexione, aprenda a aprender y se autorregule cognitivamente, por ejemplo:

a) Guiar a los alumnos para que [estén] acostumbrados a aprender y pensar, y sepan cómo deben aprender, "que hagan el trabajo ellos […] para que [sean quienes] busquen, deduzcan y batallen".
b) "[Hacer] pensar de dónde vienen las cosas que se le están enseñando [...] para tratar que tenga un poco de curiosidad […] y que empiece a usar la lógica
c) "Enseñarles qué es lo que realmente está bien [información], qué está mal, qué les sirve, qué no les sirve" para resolver una tarea o problema.

d) Enseñar “cómo usar la lógica […] para que los lleve a encontrar más conocimiento y resolver otro tipo de problemas”, pues la lógica “nos va diciendo por dónde tenemos que buscar, para poder aprender lo que se necesita aprender”
e) Preguntar a los alumnos sobre cómo le hicieron para resolver un problema, y “no [darles] las cosas directamente, sino que [uno] los empuja a que piensen cómo le tienen que hacer, donde lo tienen que buscar y cómo lo relacionan”.

De acuerdo con lo anterior:
3. ¿Cómo estas estrategias didácticas podrían llevar a qué el alumno reflexione, aprenda a aprender o autorregule su conocimiento matemático?

4. ¿Cómo y por qué el “hacerlo pensar y batallar, hacerlo que tenga curiosidad y usar la lógica” va a llevar al alumno a la autorregulación de su conocimiento? ¿Me podría dar un ejemplo?

5. ¿Cuál sería un ejemplo de tipo de preguntas o de acciones que permitan “empujar al alumno a que piense” y así autorregular su conocimiento y si éstas se pueden percibir en algunas de sus clases observadas?, ¿por qué si o por qué no?

6. De estas estrategias que mencionó ¿algunas sucedieron en las clases video grabadas?
6.1. Si la respuesta es Sí.

- Explique cómo sucedió al menos una de esas estrategias y qué resultados se tuvieron.
- ¿Cómo tal estrategia ayudó a que los estudiantes autorregularan su conocimiento?
- ¿Tal o tales estrategias fueron planeadas para ser implementadas o surgieron en función de lo que sucedió en la clase? Argumente su respuesta.

6.2. Si la respuesta es No.

- ¿Por qué tal o tales estrategias no se dieron en las clases observadas?
- ¿Qué se requiere para que tal o tales estrategias hayan sido implementadas en las clases observadas? ¿a qué se debe que no se dieron?

C. Usted mencionó que cuando los alumnos cometen algún error les pide que “reflexionen”, que traten de recordar “cómo sacó esto”, y les pregunta “qué significa esto, para llegar al concepto y que no se me vaya a olvidar […]” también les sugiere que “si tienen apuntes, […] abran su libreta, porque si se los doy yo directamente […] no aprenden a revisar lo que ya tienen previamente y menos ven […]”, además les dice: “checa tus apuntes […] y vamos revisando”
7. ¿Cuál es la finalidad de hacer esto con los estudiantes? ¿Se ha logrado esa finalidad y cómo se da cuenta?

8. Recuerda si en algunas de las clases que se video grabaron ¿se presentó alguna situación en la que usted les pedía “reflexionar, sacar sus apuntes, recordar cómo sacar tal resultado”?
8.1 Si su respuesta es Sí.

- Explique ¿por qué y cómo ocurrió?
- ¿Tales acciones fueron provocadas o espontáneas?
- ¿Qué participación tuvo o qué hizo usted ante tales acciones?

Apartado II: Observaciones

En las sesiones video grabadas se registraron aspectos relevantes que me permití editar para resaltar algunos segmentos. Primero le mostraré cinco fragmentos de los videos y enseguida le haré algunas preguntas sobre éstos.

A. En el video se puede ver cuando usted, al presentar el tema del círculo trigonométrico les pregunta a los alumnos ¿cómo una calculadora puede determinar el valor de una función trigonométrica en un ángulo mayor a 90º? y ¿cómo le hago para trazar un triángulo rectángulo en el segundo cuadrante? Con relación a ello:

1. ¿Cuál es el interés de preguntar lo de la calculadora y "cómo trazar un triángulo rectángulo en el segundo cuadrante"?, ¿se logró el objetivo?, ¿cómo y por qué?

1.1. Si la respuesta es No.

- ¿Por qué no se logró? ¿Qué esperaba que los alumnos hicieran para que se lograra el objetivo?

B. En otro de los fragmentos, se observa que un alumno le pregunta sobre si deben sacar los ángulos, y usted le comenta que es necesario revisar y leer lo que pide el problema. Además, el mismo alumno le pregunta por qué todavía no pueden obtener la medida de los ángulos.

2. ¿Cuál es el interés y objetivo de hacer este tipo de observaciones (revisar lo que pide el problema) a los alumnos?, ¿se cumplió el objetivo?

3. ¿Por qué consideró que era necesario que los alumnos vieran otros temas o que tuvieran otros conocimientos para después obtener la medida de los ángulos?

C. En la clase donde se revisa el tema de los ángulos coterminales usted pregunta cómo identificar si un par de ángulos dados, son o no coterminales. Y menciona a los alumnos que se puede hacer de varias formas. Además, les dice que "piensen un poquito" les pregunta "qué se les ocurre, qué [se] pued[e] hacer" Con relación a ello.

4. ¿Cuál es el objetivo de mencionarles a los alumnos que hay varias formas y que puede haber una más fácil o más lógica? Argumente si se logró o no y cómo se dio cuenta.

5. Considera que ese tipo de intervenciones (donde los alumnos mencionan diferentes opciones para identificar ángulos coterminales) tienen relación con el aprender a aprender o la autorregulación del conocimiento ¿por qué si o no y cómo?

D. En el mismo tema de los ángulos coterminales, usted les pidió a los alumnos que cada uno hiciera una propuesta de cómo determinar ángulos coterminales. Enseguida de darles tiempo a los alumnos, usted les menciona sobre la importancia que tiene para los alumnos desarrollar y practicar este tipo de procedimientos.

6. ¿Cuál es el interés o finalidad que los alumnos realicen ese procedimiento? Argumente si se logró o no y cómo se dio cuenta.

E. En otra parte del video usted explica cómo se van repitiendo en las gráficas las funciones trigonométricas, les pregunta a los alumnos en cuáles cuadrantes, la función seno es negativo y les pide que recuerden, de acuerdo con lo anterior:

7. ¿Cuál es el interés de hacer este tipo de recomendaciones a los alumnos (recordar)?

7.1. ¿Cuál es la finalidad o para que le pude servir al alumno recordar lo que vio en temas pasados, por ejemplo, los signos en las funciones trigonométricas.

DESPEDIDA

Anexo D. Guía de entrevista dos para Esteban

Buenos días/ tardes.
Antes de comenzar, solicito su autorización para grabar en audio esta entrevista, la cual tiene la finalidad de profundizar sobre lo acontecido en las sesiones observadas y en la entrevista pasada. Le reitero que su identidad y la información que proporcione serán tratadas de manera estrictamente confidencial y sólo para los fines de esta investigación.

Considere esta entrevista como una plática en donde puede expresarse abiertamente, siéntase con la libertad de solicitar que se precise alguna pregunta o de complementar alguna respuesta.

Apartado I: Entrevista uno

En la entrevista pasada usted señaló aspectos importantes que me permití resaltar en este apartado, en relación con ello le haré algunas preguntas.

A. Usted mencionó algunas estrategias o acciones que puede llevar a cabo el maestro de matemáticas para que la reflexión sobre el propio aprendizaje y la autorregulación cognitiva se de en sus estudiantes, por ejemplo:
a) Lograr que el [alumno] […] sea [una] persona activa, que esté […] pensando, reflexionando. Además, que [el maestro puede] plantear situaciones, […] diseñar actividades para que el [alumno] sea el centro del proceso de aprendizaje y ayudarlo en ese autoconocimiento,
b) Decirle [al alumno] tienes que trabajar en esta parte, te está fallando aquí, tienes que hacer esta actividad […] [lo estás] haciendo correctamente. Tú le dices o confirmas la respuesta, él se autoevalúa y dice "¡ah, ok [está bien]!, si estaba pensándolo correctamente", o le dices "¿qué pasaría si haces esto?", y ya el muchacho saca la respuesta, sin que tú se la des.
c) Lanzar una pregunta [que] puede desencadenar muchas dudas […] o plantear un problema para resolverlo.
d) No restringir al [alumno] a la estrategia que […] [el maestro] cree que es la mejor, sino que él tiene que formular su propia estrategia, la que mejor le funcione para resolver un problema".
e) Revisar las estrategias que funcionan y las que no, [hacer uso de] la diversidad de actividades y estilos de enseñanza.
De acuerdo con lo anterior:
1. ¿Cómo estas estrategias didácticas o acciones podrían llevar a qué el alumno reflexione y autorregule su conocimiento matemático? Me puede dar un ejemplo. Argumente su respuesta.

2. ¿Recuerda si en alguna de las clases observadas se presentó alguna de estas estrategias y que lograran la autorregulación en el alumno?
<u>**2.1**. Si la respuesta es Sí.</u>
- Explique ¿cómo se dio y qué resultados obtuvo?
- ¿Cómo tal estrategia ayudó a que los estudiantes autorregularan su conocimiento?

- ¿Tal o tales estrategias fueron planeadas para ser implementadas o surgieron en función de lo que sucedió en la clase? ¿usted intervino, de qué forma? Argumente su respuesta.
- ¿Cuáles de estas u otras estrategias le funcionan para promover la autorregulación en sus estudiantes, algunas de ellas sucedieron en las clases videograbadas, cómo sucedió?

<u>**2.2**. Si la respuesta es No.</u>
- ¿Por qué tal o tales estrategias no se dieron en las clases observadas?
- ¿Qué se requiere para que tal o tales estrategias hayan sido implementadas en las clases observadas? ¿A qué se debe que no ocurrieran?

3. ¿En algunas de las clases que se video grabaron recuerda si se presentó una situación donde usted le dijera a los alumnos "qué pasaría si haces esto"… y cómo lo anterior refleja la autorregulación del alumno?
<u>**3.1**. Si la respuesta es Sí.</u>
- Explique ¿cómo se dio y qué resultados obtuvo con relación a la autorregulación del conocimiento?

<u>**3.2**. Si la respuesta es No.</u>
- ¿Qué se requiere para que tal o tales estrategias hayan sido implementadas en las clases observadas? ¿A qué se debe que no ocurrieran?

4. En las sesiones que se observaron se puede identificar alguna(s) situación donde el alumno formulara su propia estrategia, es decir aquella que le funcionara para resolver un problema ¿cómo fue y cuál fue la participación del maestro?, ¿cómo esta actividad le ayudó al alumno a autorregularse cognitivamente?

5. En las clases observadas sucedió que usted "lanzara preguntas que desencadenaran muchas dudas" para resolver un problema. ¿Cómo el lanzar preguntas ayuda o incita al alumno a aprender a aprender?

B. Usted comentó que para que el alumno reflexione sobre su propio aprendizaje, él debe conocer las formas en las cuales se le facilita aprender. Conocer y aprender técnicas de estudio, ver cuál es la que más le favorece y […] desarrollar sus habilidades, para seguir incrementando sus conocimientos […] y ubicar cuáles [son] sus áreas de oportunidad, sus deficiencias, […] y no quedarse solo con lo que el maestro dice, es decir, buscar otras opciones.
6. Recuerda si en algunas de las clases observadas ¿se presentó alguna situación en la que sus alumnos reflexionaran sobre el propio aprendizaje en términos de los que usted señaló?
<u>**6.1.** Si la respuesta es Sí.</u>
- Explique esa situación (es decir, qué llevó a los estudiantes a conocer las formas, técnicas en las cuales se le facilita aprender…)
- ¿Cuál y cómo fue su participación en esa situación?
- ¿Cómo se dio cuenta que tal reflexión estaba ocurriendo en sus alumnos?

6.2. <u>Si la respuesta es No.</u>

- ¿Qué condiciones o características se requieren en la clase y cuál sería su rol para que tal autorregulación se dé en los alumnos?

C. Usted señaló que en la autoevaluación "hay listas de cotejo para que el [alumno] [responda] cuáles son los procesos que debió haber seguido para solucionar este problema, y que se les pregunta: ¿hiciste esta parte, sí o no? […]. Además, comentó que el diagnóstico es una "forma de autoevaluación […] en donde el alumno se revisa, […] y se da cuenta en qué partes está fallando". En cambio, la coevaluación implica que "otro [alumno] le diga, estás bien o estás mal, por qué y también consensen ahí. Por último, señaló que "mediante la coevaluación, se logra la autoevaluación y la autorregulación, […] [porque] un alumno le revis[a] al otro, le mar[ca] errores, le di[ce] dónde se equivocó, le di[ce] qué parte del proceso está mal, obviamente guiado por el maestro"
7. ¿Qué finalidad tiene que el alumno coteje e identifique los procesos que siguió o si hizo alguna actividad o parte en específico, que se revise, y se dé cuenta en qué está fallando?, ¿se logra el objetivo?, ¿cómo se da cuenta que la autoevaluación y autorregulación sucede en sus alumnos?

Apartado II: Observaciones

En las sesiones video grabadas se registraron aspectos relevantes que me permití editar para resaltar algunos segmentos. Primero le mostraré cuatros fragmentos de los videos y enseguida le haré algunas preguntas sobre éstos.

A. Al exponer el tema de "funciones trigonométricas para cualquier valor de ángulo", en el primer cuadrante, una alumna señala que todas las funciones serán positivas, a partir de esa intervención usted comenta sobre la curiosidad y la deducción.
1. ¿Cómo le hace usted para generar esa curiosidad en los alumnos?, ¿cuál es su papel?, ¿la curiosidad se puede relacionar con la autorregulación cognitiva, de qué forma, por qué si o por qué no?

B. En el video se puede ver que usted les pregunta a los estudiantes cómo sacar el ángulo coterminal de 1465º y les dice: "intente, al menos, que empezaran a razonar el problema".
2. ¿Logró que los estudiantes empezarán a razonar?, ¿cómo se dio cuenta?, ¿qué acciones del alumno dan cuenta que se logró el razonamiento del problema? Argumentar respuesta con relación a las acciones de usted, como docente.

C. En otro de los fragmentos usted explica acerca de la función tangente y hace alusión a lo que un alumno comentó en otra clase. Usted le pregunta al alumno "¿cómo llegaste a esa deducción?". De acuerdo con ello:
3. ¿Cuál es el objetivo de cuestionar al alumno sobre el "cómo llegó a esa deducción"? Argumente si ¿se logró el objetivo o no y por qué?, ¿considera que la deducción está relacionada a la autorregulación del conocimiento, cómo y por qué?
4. ¿Considera que es necesario que los alumnos deduzcan por sí mismos, ¿por qué sí o por qué no?, ¿para qué?
5. ¿Cómo fue su participación, como docente, en esta situación, es decir para que los alumnos deduzcan?, ¿fue planeada o espontánea?

D. En la sesión de repaso, usted comentó a los alumnos sobre irse calificando, es decir, ir revisando las respuestas que tengan correctas y las incorrectas.
6. ¿Considera que se logró que los alumnos fueran "calificándose"? ¿Por qué o para qué es necesario que los alumnos vayan haciendo anotaciones, correcciones y revisando su trabajo?, ¿cómo se da cuenta que los alumnos modificaron o corrigieron algún procedimiento o resultado?
7. ¿Qué otra acción realizó para que el alumno evaluara su desempeño y proceso?

DESPEDIDA