



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA  
DE AGUASCALIENTES

CENTRO DE CIENCIAS BÁSICAS

SIMULACIÓN COMPUTACIONAL DE LA PROPAGACIÓN ACÚSTICA Y SU INTERACCIÓN CON UNA PARED  
ARTERIAL

TESIS QUE PRESENTA

ALDO MISAEL DURÓN CAMPOS

PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS CON OPCIÓN A LA COMPUTACION

TUTORES

Dra. Ivonne Bazán Trujillo

Dr. Rogelio Salinas Gutiérrez

ASESOR

Dr. Javier Francisco Álvarez Rodríguez

Aguascalientes, Ags, 30 de Mayo del 2020





UNIVERSIDAD AUTÓNOMA  
DE AGUASCALIENTES

## Autorización para la publicación de Tesis electrónicas

Fecha 10 / Junio / 2020

### 1) Datos personales

Nombre	Aldo Misael Durón Campos		
Dirección	Jefes Insurgentes 522, Morelos 1	C.P.	20298
Ciudad	Aguascalientes	Estado	Aguascalientes
Teléfono	449 554 3038	E-Mail	<u>misaelcamp@gmail.com</u>
Grado Académico actual	Licenciatura		
CURP(18 car.)	D U C A 9 5 1 0 2 4 H A S R M L 0 7		
RFC(13 car.)	D U C A 9 5 1 0 2 4 K H 2		
ORCID(16 car.)	[ ] [ ] [ ] [ ] - [ ] [ ] [ ] [ ] - [ ] [ ] [ ] [ ] - [ ] [ ] [ ] [ ]		

Si Usted cuenta con un registro ORCID, le pedimos atentamente lo proporcione.

### 2) Datos escolares

Centro	Centro de Ciencias Básicas		
Departamento	N/A		
Título al que opta	Maestro en Ciencias con opción a Computación		
Nivel:	Especialidad	Maestría	Doctorado
	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

### 3) Tesis

Título de la Tesis	Simulación Computacional de la Propagación Acústica y su Interacción con una Pared Arterial
Temas/materias	Ultrasonido, Pared Arterial, Simulación, Teoría de Placas y Método de Elementos Finitos
Nombre del Tutor	Dra. Ivonne Bazán Trujillo y Dr. Rogelio Salinas Gutiérrez

### Restricciones de Publicación

Por medio de este conducto se autoriza al Departamento de Información Bibliográfica de la Universidad Autónoma de Aguascalientes la publicación electrónica de esta tesis

Sí se autoriza  No se autoriza  Se autoriza después de \_\_\_\_\_ años

### 4) Especificaciones para entrega de tesis en formato electrónico

De acuerdo a la Normatividad: DO-SEE-IT-05 Manual para la elaboración del Trabajo recepcional en los programas de posgrado: Tesis o trabajo práctico.

Integrar en un sólo archivo el trabajo completo en formato PDF.

El texto en formato digital deberá ser idéntico al de la versión impresa incluyendo la paginación.

Los anexos que contengan archivos electrónicos como multimedia, software, programas autoejecutables o aplicaciones deberán ser agregados en el disco.

Se entregará en un disco óptico no reescribible (CD+/-R o DVD+/-R), deberá de ser cerrado, no estar protegido, etiquetado o rotulado y deberá contar con una caja con portada coincidente con los datos de la portada del trabajo. Excepto cuando, por alguna contingencia, la Dirección General de Investigación y Posgrado, autorice a enviar solo el archivo electrónico.

Método de entrega CD-ROM  DVD  Archivo electrónico

  
Aldo Misael Durón Campos

Nombre y firma del Tesisista

**NOMBRE:** ALDO MISAEL DURÓN CAMPOS **ID** 176732  
**PROGRAMA:** MAESTRIA EN CIENCIAS CON OPCIÓN A LA COMPUTACIÓN, **LGAC (del**  
MATEMÁTICAS APLICADAS **posgrado):** INGENIERÍA DE SOFTWARE

**TIPO DE TRABAJO:** ( X ) Tesis ( ) Trabajo práctico

**TÍTULO:** SIMULACIÓN COMPUTACIONAL DE LA PROPAGACIÓN ACÚSTICA Y SU INTERACCIÓN CON UNA PARED ARTERIAL

**IMPACTO SOCIAL (señalar el impacto logrado):** IMPLEMENTACIÓN DE UNA HERRAMIENTA COMPUTACIONAL PARA SIMULAR EL COMPORTAMIENTO DEL ULTRASONIDO AL PROPAGARSE EN AGUA Y AL INTERACTUAR CON LA PARED DE UNA ARTERIA BAJO INSPECCIÓN PARA FINES DE INVESTIGACIÓN ORIENTADA AL DIAGNÓSTICO DE ENFERMEDADES CARDIOVASCULARES

**INDICAR SI/NO SEGÚN CORRESPONDA:**

*Elementos para la revisión académica del trabajo de tesis o trabajo práctico:*

- SI El trabajo es congruente con las LGAC del programa de posgrado  
SI La problemática fue abordada desde un enfoque multidisciplinario  
SI Existe coherencia, continuidad y orden lógico del tema central con cada apartado  
SI Los resultados del trabajo dan respuesta a las preguntas de investigación o a la problemática que aborda  
SI Los resultados presentados en el trabajo son de gran relevancia científica, tecnológica o profesional según el área  
SI El trabajo demuestra más de una aportación original al conocimiento de su área  
SI Las aportaciones responden a los problemas prioritarios del país  
NO APLICA Generó transferencia del conocimiento o tecnológica  
SI Cumpe con la ética para la investigación (reporte de la herramienta antiplagio)

*El egresado cumple con lo siguiente:*

- SI Cumple con lo señalado por el Reglamento General de Docencia  
SI Cumple con los requisitos señalados en el plan de estudios (créditos curriculares, optativos, actividades complementarias, estancia, predoctoral, etc)  
SI Cuenta con los votos aprobatorios del comité tutorial, en caso de los posgrados profesionales si tiene solo tutor podrá liberar solo el tutor  
NO APLICA Cuenta con la carta de satisfacción del Usuario  
SI Coincide con el título y objetivo registrado  
SI Tiene congruencia con cuerpos académicos  
SI Tiene el CVU del Conacyt actualizado  
NO APLICA Tiene el artículo aceptado o publicado y cumple con los requisitos institucionales (en caso que proceda)

**En caso de Tesis por artículos científicos publicados**

- NO APLICA Aceptación o Publicación de los artículos según el nivel del programa  
NO APLICA El estudiante es el primer autor  
NO APLICA El autor de correspondencia es el Tutor del Núcleo Académico Básico  
NO APLICA En los artículos se ven reflejados los objetivos de la tesis, ya que son producto de este trabajo de investigación.  
NO APLICA Los artículos integran los capítulos de la tesis y se presentan en el idioma en que fueron publicados  
NO APLICA La aceptación o publicación de los artículos en revistas indexadas de alto impacto

Con base a estos criterios, se autoriza se continúen con los trámites de titulación y programación del examen de grado

Si X

No

**FIRMAS**

**Elaboró:**

\* NOMBRE Y FIRMA DEL CONSEJERO SEGÚN LA LGAC DE ADSCRIPCIÓN:

DR. FRANCISCO JAVIER ÁLVAREZ RODRÍGUEZ

NOMBRE Y FIRMA DEL SECRETARIO TÉCNICO:

DR. HERMILO SÁNCHEZ CRUZ

\* En caso de conflicto de intereses, firmará un revisor miembro del NAB de la LGAC correspondiente distinto al tutor o miembro del comité tutorial, asignado por el Decano

**Revisó:**

NOMBRE Y FIRMA DEL SECRETARIO DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO:

DRA. HAYDÉE MARTÍNEZ RUBA CABA

**Autorizó:**

NOMBRE Y FIRMA DEL DECANO:

M. EN C. JORGE MARTÍN ALFÉREZ CHÁVEZ

**Nota: procede el trámite para el Depto. de Apoyo al Posgrado**

En cumplimiento con el Art. 105C del Reglamento General de Docencia que a la letra señala entre las funciones del Consejo Académico: .... Cuidar la eficiencia terminal del programa de posgrado y el Art. 105F las funciones del Secretario Técnico, llevar el seguimiento de los alumnos.

**M. EN C. JORGE MARTÍN ALFÉREZ CHÁVEZ**  
**DECANO DEL CENTRO DE CIENCIAS BÁSICAS**  
**P R E S E N T E**

Por medio del presente como COTUTORA designada del estudiante **ALDO MISAEL DURÓN CAMPOS** con ID 176732 quien realizó la tesis titulada: **SIMULACIÓN COMPUTACIONAL DE LA PROPAGACIÓN ACÚSTICA Y SU INTERACCIÓN CON UNA PARED ARTERIAL**, un trabajo propio, innovador, relevante e inédito y con fundamento en el Artículo 175, Apartado II del Reglamento General de Docencia doy mi consentimiento de que la versión final del documento ha sido revisada y las correcciones se han incorporado apropiadamente, por lo que me permito emitir el **VOTO APROBATORIO**, para que él pueda proceder a imprimirla así como continuar con el procedimiento administrativo para la obtención del grado.

Pongo lo anterior a su digna consideración y sin otro particular por el momento, me permito enviarle un cordial saludo.

**ATENTAMENTE**  
**"Se Lumen Proferre"**  
**Aguascalientes, Ags., a 20 de mayo de 2020.**



**Dra. Ivonne Bazán Trujillo**  
**Cotutora de tesis**

c.c.p.- Interesado  
c.c.p.- Secretaría Técnica del Programa de Posgrado



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA  
DE AGUASCALIENTES

CARTA DE VOTO APROBATORIO  
INDIVIDUAL

**M. EN C. JORGE MARTÍN ALFÉREZ CHÁVEZ**  
**DECANO DEL CENTRO DE CIENCIAS BÁSICAS**  
**P R E S E N T E**

Por medio del presente como COTUTOR designado del estudiante **ALDO MISAEL DURÓN CAMPOS** con ID 176732 quien realizó la tesis titulada: **SIMULACIÓN COMPUTACIONAL DE LA PROPAGACIÓN ACÚSTICA Y SU INTERACCIÓN CON UNA PARED ARTERIAL**, un trabajo propio, innovador, relevante e inédito y con fundamento en el Artículo 175, Apartado II del Reglamento General de Docencia doy mi consentimiento de que la versión final del documento ha sido revisada y las correcciones se han incorporado apropiadamente, por lo que me permito emitir el **VOTO APROBATORIO**, para que él pueda proceder a imprimirla así como continuar con el procedimiento administrativo para la obtención del grado.

Pongo lo anterior a su digna consideración y sin otro particular por el momento, me permito enviarle un cordial saludo.

**ATENTAMENTE**  
**"Se Lumen Proferre"**

**Aguascalientes, Ags., a 20 de mayo de 2020.**

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'Rogelio Salinas Gutiérrez'.

**Dr. Rogelio Salinas Gutiérrez**  
**Cotutor de tesis**

c.c.p.- Interesado  
c.c.p.- Secretaría Técnica del Programa de Posgrado



CARTA DE VOTO APROBATORIO  
INDIVIDUAL

**M. EN C. JORGE MARTÍN ALFÉREZ CHÁVEZ**  
**DECANO DEL CENTRO DE CIENCIAS BÁSICAS**  
**P R E S E N T E**

Por medio del presente como ASESOR designado del estudiante **ALDO MISAEL DURÓN CAMPOS** con ID 176732 quien realizó la tesis titulada: **SIMULACIÓN COMPUTACIONAL DE LA PROPAGACIÓN ACÚSTICA Y SU INTERACCIÓN CON UNA PARED ARTERIAL**, un trabajo propio, innovador, relevante e inédito y con fundamento en el Artículo 175, Apartado II del Reglamento General de Docencia doy mi consentimiento de que la versión final del documento ha sido revisada y las correcciones se han incorporado apropiadamente, por lo que me permito emitir el **VOTO APROBATORIO**, para que él pueda proceder a imprimirla así como continuar con el procedimiento administrativo para la obtención del grado.

Pongo lo anterior a su digna consideración y sin otro particular por el momento, me permito enviarle un cordial saludo.

**ATENTAMENTE**  
**"Se Lumen Proferre"**  
**Aguascalientes, Ags., a 20 de mayo de 2020.**



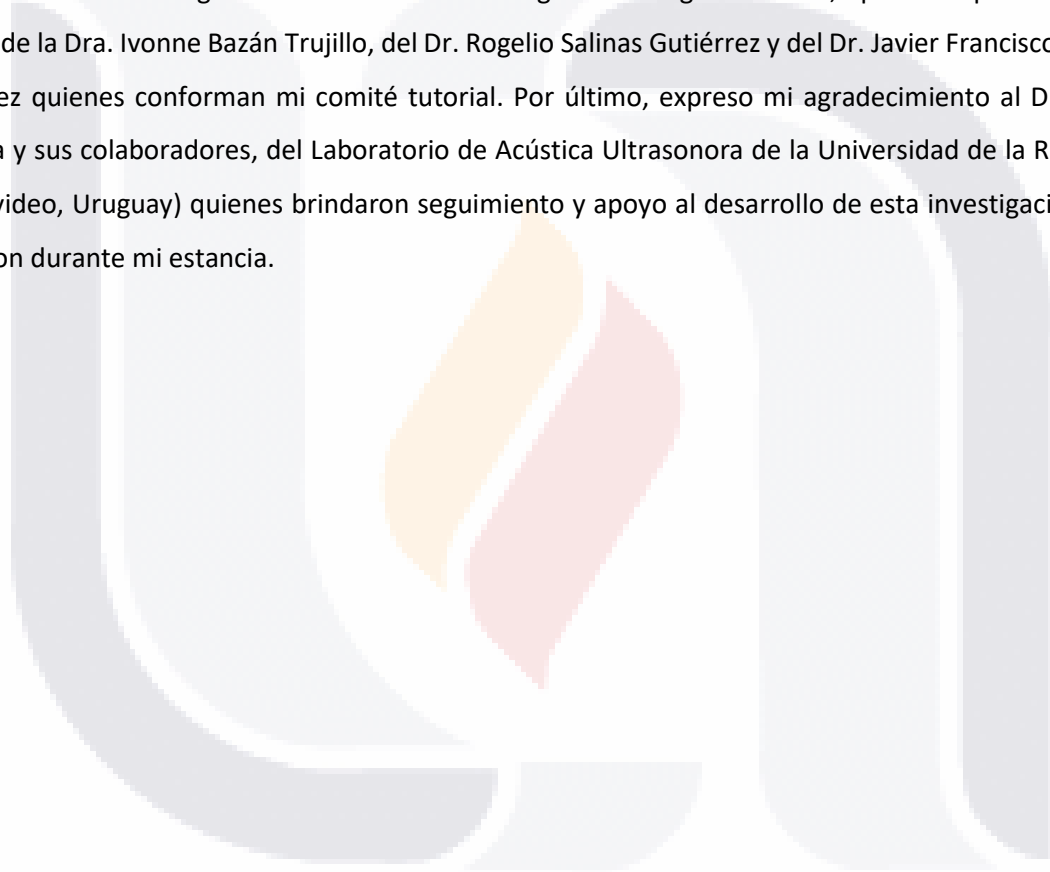
**Dr. Francisco Javier Álvarez Rodríguez**  
**Asesor de tesis**

c.c.p.- Interesado  
c.c.p.- Secretaría Técnica del Programa de Posgrado

## Agradecimientos

Extiendo mi agradecimiento al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por brindarme la oportunidad de ser seleccionado como uno de los acreedores a su plan de becas para la investigación ya que, sin su apoyo, los recursos invertidos en esta investigación hubieran limitado el alcance al que se podría aspirar.

Además, a la Universidad Autónoma de Aguascalientes quien me acogió en sus inmediaciones y me brindo sus instalaciones a lo largo de la vida de esta investigación. De igual manera, aprecio la participación y entrega de la Dra. Ivonne Bazán Trujillo, del Dr. Rogelio Salinas Gutiérrez y del Dr. Javier Francisco Álvarez Rodríguez quienes conforman mi comité tutorial. Por último, expreso mi agradecimiento al Dr. Carlos Negreira y sus colaboradores, del Laboratorio de Acústica Ultrasonora de la Universidad de la Republica (Montevideo, Uruguay) quienes brindaron seguimiento y apoyo al desarrollo de esta investigación y me recibieron durante mi estancia.





## Dedicatoria

A mi abuelo, quien nos ha dado el valor y el coraje de cumplir nuestras metas. A Laura quien siempre apoyo mis ideas y me inspiro a culminar este proyecto y a mi madre quien me forjo en el hombre que soy y nunca ha dejado de estar desde el inicio. A ellos dedico esta investigación.



# Índice

Agradecimientos	2
Dedicatoria	3
Índice	1
Índice de Tablas	5
Índice de Figuras	6
Resumen	10
Abstract	11
Introducción	12
Justificación	14
Preguntas de Investigación	16
Pregunta de investigación general	16
Preguntas de investigación específicas.	16
Objetivo	17
Capítulo 1.    Marco Teórico	18
1.1.    Sistema circulatorio	18
1.1.1.    Arterias	18
1.1.2.    Carótida	19
1.2.    Ultrasonido	20
1.2.1.    Parámetros de una onda	21
1.2.2.    Ecuación de onda	22
1.3.    Presión de radiación acústica	23
1.3.1.    Intensidad Acústica	24
1.3.2.    Reflexión e impedancia acústica	25
1.4.    Teoría de corazas y placas	25
1.4.1.    Análisis de la Shell	26
1.4.2.    Sistema curvilíneo de coordenadas	27
1.4.3.    Geometría de la coraza	27
1.4.4.    Ecuaciones de Mindlin y Reissner	28
1.5.    Método de elementos finitos	32
1.5.1.    Matriz de rigidez	34

1.5.2.	Condiciones de Frontera	34
1.5.2.1.	Condición de Dirichlet	35
1.5.2.2.	Condición de Neumann	35
1.5.2.3.	Condición de Robin	35
1.6.	Incidencia de una onda sobre la superficie.	36
Capítulo 2.	Metodología	38
2.1.	Problema físico asociado a una coraza	39
2.2.	Generación de Geometría	40
2.3.	Materiales y otros parámetros de los dominios	42
2.3.1.	Condiciones de frontera	44
2.3.1.1.	Perfectly Matched Layers	44
2.3.1.2.	Fuente de radiación	45
2.4.	Definición de Mallado	46
2.4.1.	Bloque	47
2.4.2.	Cilindro	48
2.4.3.	Mallado de las PMLs	49
2.5.	Definición de los principios físicos involucrados	49
2.6.	Realización del estudio	51
2.6.1.	Caso 1: Cara radiadora emitiendo un pulso de presión	54
2.6.1.1.	Sin PML	54
2.6.1.1.1.	Análisis de Convergencia	55
2.6.1.1.1.1.	Norma Máxima	56
2.6.1.1.1.2.	Norma Euclidiana Promedio	56
2.6.1.2.	Con PML	56
2.6.2.	Caso 2: Cara radiadora emitiendo una función senoidal	57
2.6.3.	Caso 3: Cara radiadora emitiendo una función senoidal atenuándose	58
2.6.3.1.	10% de Apertura	60
2.6.3.2.	50% de Apertura	62
2.7.	Análisis de Resultados	63
2.8.	Medidas Experimentales	63
2.8.1.	Caracterización del transductor	63
2.8.1.1.	Espectro de Frecuencias	63
2.8.1.2.	Campo acústico en el eje axial del Transductor	64

2.8.1.3.	Resolución Lateral	66
2.8.2.	Experimento con el Modelo Físico de Arteria	66
Capítulo 3.	Resultados	68
3.1.	Caso 1: Cara radiadora emitiendo un pulso de presión	68
3.1.1.	Sin PML	68
3.1.1.1.	Análisis de Convergencia	69
3.1.2.	Con PML	71
3.2.	Caso 2: Cara radiadora emitiendo una función senoidal continua	72
3.3.	Caso 3: Cara radiadora emitiendo una función senoidal atenuada	73
3.3.1.	600 kHz	74
3.3.2.	800 kHz	75
3.3.3.	1 MHz	77
3.3.3.1.	Apertura de Cara Radiadora	79
3.3.3.1.1.	50 % de Apertura	79
3.3.3.1.2.	10 % de Apertura	81
3.3.4.	Experimentación Física	84
3.3.4.1.	Espectro de Frecuencia	84
3.3.4.2.	Barrido del campo acústico en el eje axial del transductor y resolución lateral	84
3.3.4.3.	Resultados de la experimentación con el Modelo Físico de Arteria	86
3.3.5.	Comparación de los resultados obtenidos mediante el modelo simulado y el modelo experimental	86
Capítulo 4.	Discusiones	88
4.1.	Análisis de convergencia	88
4.2.	Caso 2: Cara radiadora emitiendo una función senoidal	88
4.3.	Caso 3: Cara radiadora emitiendo una función senoidal atenuándose	89
4.3.1.	600 kHz	89
4.3.2.	800 kHz	89
4.3.3.	1 MHz	90
Conclusiones		92
Trabajo a futuro		95
Bibliografía		96
Anexos		1
1.1.	Mecánica de Desplazamiento	1

1.2.	Equilibrio y Esfuerzo	1
1.3.	Elasticidad Lineal	4
1.3.1.	Movimientos y Deformaciones	4
1.3.2.	Deformaciones en función de los desplazamientos	7
1.4.	Ley de Hooke	7
1.4.1.	Módulo de Young	8
1.4.2.	Coefficiente de Poisson	8
1.4.3.	Ley de Hooke Generalizada	9
1.5.	Relación esfuerzo-deformación cortante	10
1.6.	Resultados Transductores	11
1.6.1.	Transductor 7.5MHz	11
1.6.2.	Transductor 20 MHz	11
1.7.	Resultados Modelo Físico de Arteria	12
1.7.1.	Transductor de 10 MHz	12
1.7.2.	Transductor de 15 MHz	13

## Índice de Tablas

Tabla 1.1. Tipos de Condiciones de frontera acorde a la aplicación de fenómenos físicos. ....	35
Tabla 2.1. Parámetros del cilindro del estudio “Pulso de onda” .....	40
Tabla 2.2. Parámetros del bloque de agua del estudio “Pulso” .....	42
Tabla 2.3. Parámetros del material “Agua” .....	43
Tabla 2.4. Parámetros del material “Silicón” .....	43
Tabla 2.5. Casos realizados y los parámetros asociados de cada uno .....	53
Tabla 3.1. Punto origen .....	69
Tabla 3.2. Punto medio .....	70
Tabla 3.3. Punto superficie .....	70
Tabla 3.4. Comparativa entre los resultados obtenidos del modelo físico y virtual radiado con una frecuencia de 1 MHz .....	87
Tabla 4.1. Resultados Teóricos y esperados obtenidos del tipo de radiación “Onda senoidal” .....	88
Tabla 4.2. Resultados Teóricos y esperados obtenidos del tipo de radiación “Pulso ultrasónico a 600kHz”. .....	89
Tabla 4.3. Resultados Teóricos y esperados obtenidos del tipo de radiación “Pulso ultrasónico 800kHz”. .....	90
Tabla 4.4. Resultados Teóricos y esperados obtenidos del tipo de radiación “Pulso ultrasónico 1 MHz”. ..	90

## Índice de Figuras

Figura.1. Esquema que ilustra los principales componentes para una inspeccion fisica de una muestra.	15
Figura 1.1. Segmentos que conforman a los ductos sanguíneos. [5] .....	19
Figura 1.2. Onda senoidal que ilustra los componentes fundamentales de una onda. ....	21
Figura 1.3. Midsurface ilustrada en una coraza.....	27
Figura 2.1. Diagrama de Flujo para análisis de shells .....	38
Figura 2.2. Estructurade la coraza cilíndrinca inmersa en el bloque de agua. ....	41
Figura 2.3. Selección de superficies que serán afectadas por un esfuerzo, bajo la característica “Shell” .	42
Figura 2.4. Porción de la estructura asignada con material “silicón” .....	43
Figura 2.5. Porcion de la estructura asignada con el material “agua”.....	44
Figura 2.6. Ilustración de la distribución de PML en un modelo computacional. ....	45
Figura 2.7. Esquema ilustrativo de una simulacion que muestra la superficie donde se origina la onda. .	45
Figura 2.8. Elemento tetraédrico .....	46
Figura 2.9. Elementos con discretización de tipo “Quadratic”; a) Saerendipity b) Lagranian.....	47
Figura 2.10. Estructura discretizada del bloque de agua.....	48
Figura 2.11. Estructura del modelo de arteria discretizado. ....	48
Figura 2.12. Porcion discretizada de la estructura correspondiente a las PML.....	49
Figura 2.13. Forma de onda definida sobre la superficie radiadora.....	50
Figura 2.14. Casos de Estudio realizados. ....	52
Figura 2.15. Selección de superficie de origen del pulso.....	54
Figura 2.16. Discretizacion de simulación “Caso 1”, sin PML. ....	55
Figura 2.17. Estructura del bloque que ilustra la distribución de los puntos de evaluación.....	56
Figura 2.18. Discretizacion de simulación “Caso 1”, con PML. ....	57
Figura 2.19. Discretizacion de simulación “Caso 1”, con PML. ....	58
Figura 2.20. Forma de onda de la ec. 2.4.....	60
Figura 2.21. Estructura discretizada para las simulaciones del caso 3. ....	60
Figura 2.22. Workplane colocado en la superficie anterior.....	61
Figura 2.23. Porcion de superficie asignada como fuente de radiacion.....	61
Figura 2.24. Estructura discretizada que muestra la porcion de superficie correspondiente a la fuente (10% de apertura). ....	62
Figura 2.25. Estructura discretizada que muestra la porcion de superficie correspondiente a la fuente (50% de apertura). ....	62

Figura 2.26. Equipo utilizado en el que se muestra un recipiente lleno de agua, además un disco de cara plana que cumple la función de superficie reflectora, colocado a una distancia de 5 cm de la cara del transductor de 1MHz..... 64

Figura 2.27. Montaje de transductor de potencia (Izquierda) e hidrófono (Derecha), separados por 5 cm. .... 65

Figura 2.28. Posición final del hidrófono al concluir el trayecto programado, a una distancia de 15 cm.. 65

Figura 2.29. Equipo montado donde se ilustra el osciloscopio, el generador de señales y el contenedor donde se encuentran sumergidos el transductor y el hidrófono. .... 66

Figura 2.30. Esquema general de las dimensiones de la porción lateral del modelo..... 67

Figura 2.31. Vista axial del montaje de los componentes del experimento..... 67

Figura 3.1. Estructura con la distribución de presiones en un instante determinado..... 68

Figura 3.2. Relación entre la presión acústica respecto al tiempo en diferentes puntos de la simulación “Pulso”; a) señal de un punto en la cara radiadora; b) señal de un punto ubicado en el medio; c) señal en un punto en la superficie de la coraza..... 69

Figura 3.3. Estructura del estudio “Caso 1”, a) Sin PML, b) con PML ..... 71

Figura 3.4. Niveles de presión del estudio “Caso 1”, a) sin PML, b) con PML..... 72

Figura 3.5. Distribución de presiones en la simulación de “Onda Continua” ..... 72

Figura 3.6. Relación entre la presión acústica respecto al tiempo en diferentes puntos de la simulación “Onda Continua”; a) señal de presión en un punto sobre la cara radiadora; b) señal de presión en un punto ubicado en el medio; c) señal presión en un punto sobre la superficie de la coraza. .... 73

Figura 3.7. Visualización de la propagación de la onda de 600 kHz mediante “isosuperficies” a 10 niveles de evaluación, en diferentes instantes de la simulación. a) Inicio de la propagación de la onda senoidal pulsada desde la cara radiadora. b) Propagación de la onda en el instante  $t=3\mu s$ , donde ya alcanzo la pared anterior del cilindro. c) Propagación de la onda en el cuerpo de la arteria. d) reflexión de la pared anterior del cilindro. .... 74

Figura 3.8. Relación entre la presión acústica respecto al tiempo en diferentes puntos de la simulación a una frecuencia de 600 kHz..... 75

Figura 3.9. Visualización de la propagación de la onda de 800 kHz mediante “isosuperficies” a 10 niveles de evaluación, en diferentes instantes de la simulación. a) Inicio de la propagación de la onda senoidal pulsada desde la cara radiadora. b) Propagación de la onda en el instante  $t=3\mu s$ , donde ya alcanzo la pared anterior del cilindro. c) Propagación de la onda a través del cuerpo de la estructura



cilíndrica. d) Propagación de la onda en el instante  $t=7\mu s$ , donde la onda ha recorrido el diámetro de la estructura. .... 76

Figura 3.10. Relación entre la presión acústica respecto al tiempo en diferentes puntos de la simulación a una frecuencia de 800 kHz. .... 77

Figura 3.11. Visualización de la propagación de la onda de 1 MHz mediante “isosuperficies” a un nivel de evaluación, en diferentes instantes de la simulación. a) Inicio de la propagacion. b) Incidencia de la onda con la superficie anterior de la estructura. c) Reflexion ocasionada por la cara anterior de la estructura. d) Propagación de la onda en el instante  $t=7\mu s$ , donde la onda ha sido transmitida por el cilindro. .... 78

Figura 3.12. Relación entre la presión acústica respecto al tiempo en diferentes puntos de la simulación a una frecuencia de 1 MHz. .... 79

Figura 3.13. Visualización de la propagación de la onda con apertura de cara a un 50% mediante “isosuperficies” a un nivel de evaluación, en diferentes instantes de la simulación. Vista lateral (“a”, “c”, “e” y “g”); Vista superior (“b”, “d”, “f” y “h”). .... 81

Figura 3.14. Relación entre la Presión Acústica respecto al tiempo para una superficie de radiacion del 50%..... 81

Figura 3.15. Visualización de la propagación de la onda mediante “isosuperficies” a un nivel de evaluación, en diferentes instantes de la simulación. Vista lateral (“a”, “c”, “e” y “g”); Vista vertical (“b”, “d”, “f” y “h”)...... 83

Figura 3.16. Relación entre la Presión Acústica respecto al tiempo para una superficie de radiacion del 10%..... 83

Figura 3.17. Espectro correspondiente al eco proveniente de la superficie reflectante con un transductor de 1MHz. .... 84

Figura 3.18. Gráfica del campo cercano y lejano que ilustra el punto focal de un transductor de potencia a 1 MHz y su comparativa con su respuesta ideal. .... 85

Figura 3.19. Gráfica de intensidad en decibeles (dB) obtenida de una barrido transversal..... 85

Figura 3.20. Ecos obtenidos tras estudio “Pulso – eco” con un transductor de 1MHz ..... 86

Figura 1. Diagrama de las cargas que puede experimentar un sólido..... 1

Figura 2. Tipos de fuerzas a las que puede someterse una estructura. .... 2

Figura 3. Plano de esfuerzos. .... 3

Figura 4. Deformación de un cuerpo. .... 4

Figura 5. Coordenadas de desplazamiento..... 5

Figura 6. Elongación ..... 6

Figura 7. Deformación transversal..... 6

Figura 8. Deformaciones unitarias. a) deformaciones longitudinales; b) deformaciones angulares ..... 7

Figura 9. Deformación que sufre un sólido ante una fuerza de tensión en el “eje x” ..... 9

Figura 10. Diagrama de deformación por esfuerzo cortante. [47] ..... 10

Figura 11. Espectro correspondiente al eco proveniente de la superficie reflectante con un transductor de 7.5MHz. .... 11

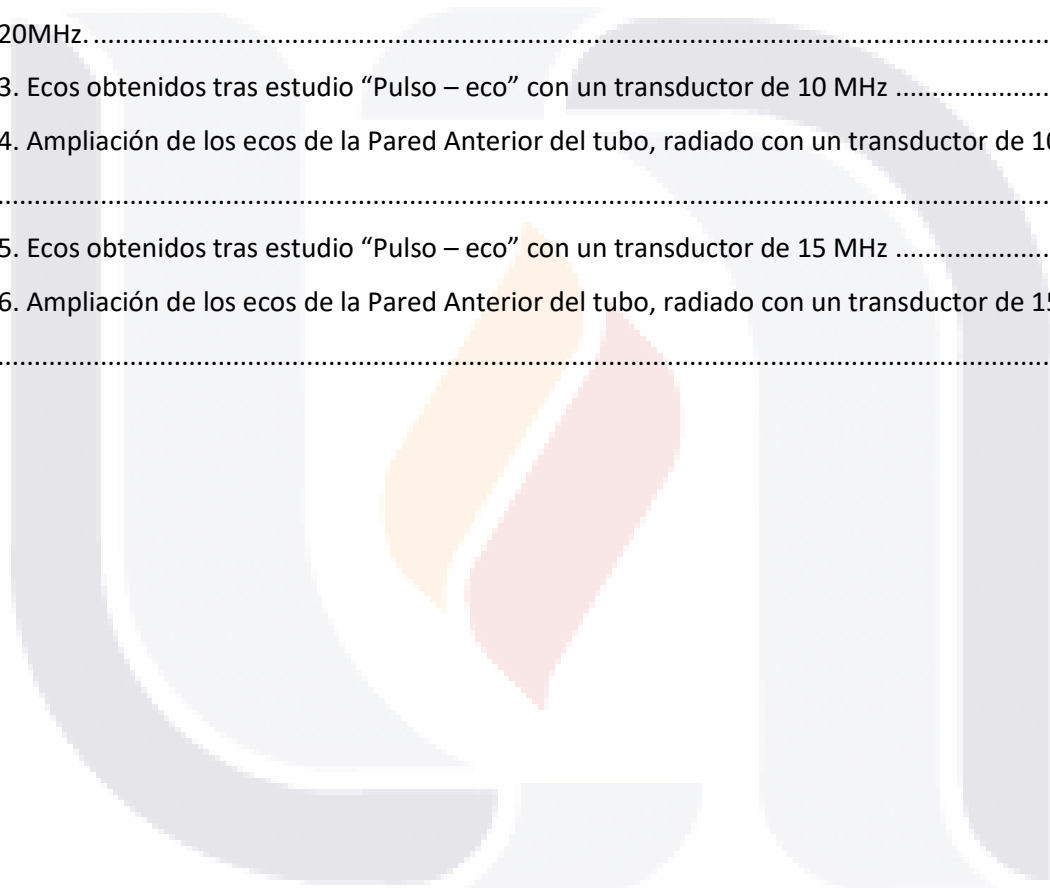
Figura 12. Espectro correspondiente al eco proveniente de la superficie reflectante con un transductor de 20MHz. .... 12

Figura 13. Ecos obtenidos tras estudio “Pulso – eco” con un transductor de 10 MHz ..... 13

Figura 14. Ampliación de los ecos de la Pared Anterior del tubo, radiado con un transductor de 10 MHz ..... 13

Figura 15. Ecos obtenidos tras estudio “Pulso – eco” con un transductor de 15 MHz ..... 14

Figura 16. Ampliación de los ecos de la Pared Anterior del tubo, radiado con un transductor de 15 MHz ..... 14



## Resumen

Esta tesis abarca el desarrollo de un modelo computacional, basado en elemento finito, de la inspección acústica de una pared arterial inmersa en agua, enfocándose en el análisis de la propagación ultrasónica y su interacción con la pared de una arteria carótida inmersa en agua. Está regido por la teoría de placas de Mindlin y Reissner, el cual pretende describir el comportamiento de la pared arterial ante un estímulo mecánico, al colisionar una onda de alta frecuencia con una estructura con condiciones de frontera que la clasifiquen como coraza. Esta coraza busca emular las propiedades mecánicas, así como las estructurales de una pared de arteria carótida, de esta manera servirá como prueba previa a su implementación experimental con muestras reales en un laboratorio.

Además de la simulación, se expresa el modelo matemático que engloba la Teoría de Placas de Primer Orden, que deriva de su contraparte en inglés (First Shear Deformation Theory) enfocándolo hacia un plano de análisis cilíndrico que este asociado a la anatomía de la arteria, confluyendo en una matriz de rigidez para relacionar las deformaciones en las paredes de la coraza con los esfuerzos ocasionados por la onda transitoria.

Los resultados son obtenidos en términos de presión (Pa) y se ilustran en la superficie de las estructuras mediante colores acorde al valor de presión correspondiente en esa área, de esta manera, se analizan puntos ubicados en coordenadas dentro de la estructura, estableciendo una gráfica de presión en base al tiempo asociados a los puntos colocados.

Palabras clave: Teoría de placas, modelo computacional, carótida, onda mecánica, emular.

## Abstract

This thesis stands for the development of a computational model, based on Finite Element Method and acoustic inspection of an arterial wall merged in water, focusing in the analysis of the acoustic propagation and its interaction with a carotid artery wall merged in water. Based in the Mindlin – Reissner plate theory, in which it describes the behavior of the deformations of the arterial wall caused by a mechanical stimulus, when a high frequency wave collides with the structure in which there are boundary conditions that qualify it as a shell. This shell emulates the mechanical as well as the structural properties of a carotid artery wall. This way it's going to serve as a previous test, before its experimental implementation with real samples in a lab.

Besides the simulation, the mathematical model is presented. It encompasses the First Shear Deformation Theory (FSDT), focusing it to a cylindrical plane of analysis that is associated to the artery anatomy. Turning into a stiffness matrix which relates the deformations of the shell walls with the efforts caused by the transitory wave.

The results are obtained by the software as Pressure (Pa) terms and are illustrated in the surface of the structures with colors according to its corresponding pressure value in that area. Thereby some points inside the structure are presented in a plot that relates pressure levels through time.

Key words: Plate theory, computational model, carotid artery, mechanical wave, emulate.

## Introducción

La necesidad de ofrecer un diagnóstico temprano para la prevención de enfermedades en los seres humanos es uno de los principales intereses del ámbito médico, compitiendo incluso en prioridad con la recuperación y tratamiento de padecimientos. Este objetivo se logra a partir de la detección de alteraciones en los parámetros normales caracterizados del cuerpo humano.

El estudio del cuerpo humano ha inspirado en la creación de herramientas y equipos con la finalidad de evaluar la condición de un individuo, como fruto de la integración de conocimientos de ingeniería, parámetros anatómicos particulares y fenómenos físicos, de tal forma que le brinden al médico la información necesaria para evaluar la condición del paciente.

Dentro del conjunto de herramientas para inspección del cuerpo humano destaca el ultrasonido, que a partir de parámetros acústicos asociados a los medios por donde se propaga, permite detectar variaciones en el estado de las estructuras anatómicas en su trayecto, debido a que estos cambios se ven reflejados en la manera que se propaga la onda acústica.

Esta es una práctica común de inspección debido a que este estudio presenta ventajas respecto a otras tecnologías como la Resonancia Magnética y la Tomografía Computarizada, por mencionar algunos, ya que las repercusiones que tiene sobre el cuerpo son mínimas y estas desaparecen al finalizar el estudio y cesar la radiación (radiaciones no-invasivas y no-ionizantes).

Aunado a lo anterior, se ha demostrado que el trabajo de investigación que involucra pruebas con el cuerpo humano es un tema delicado para la investigación. Como medida de respuesta se desarrollan estructuras denominadas “modelos” que suplen la inspección de estructuras anatómicas que involucren pacientes u órganos reales y se comporten de manera similar a su contraparte original.

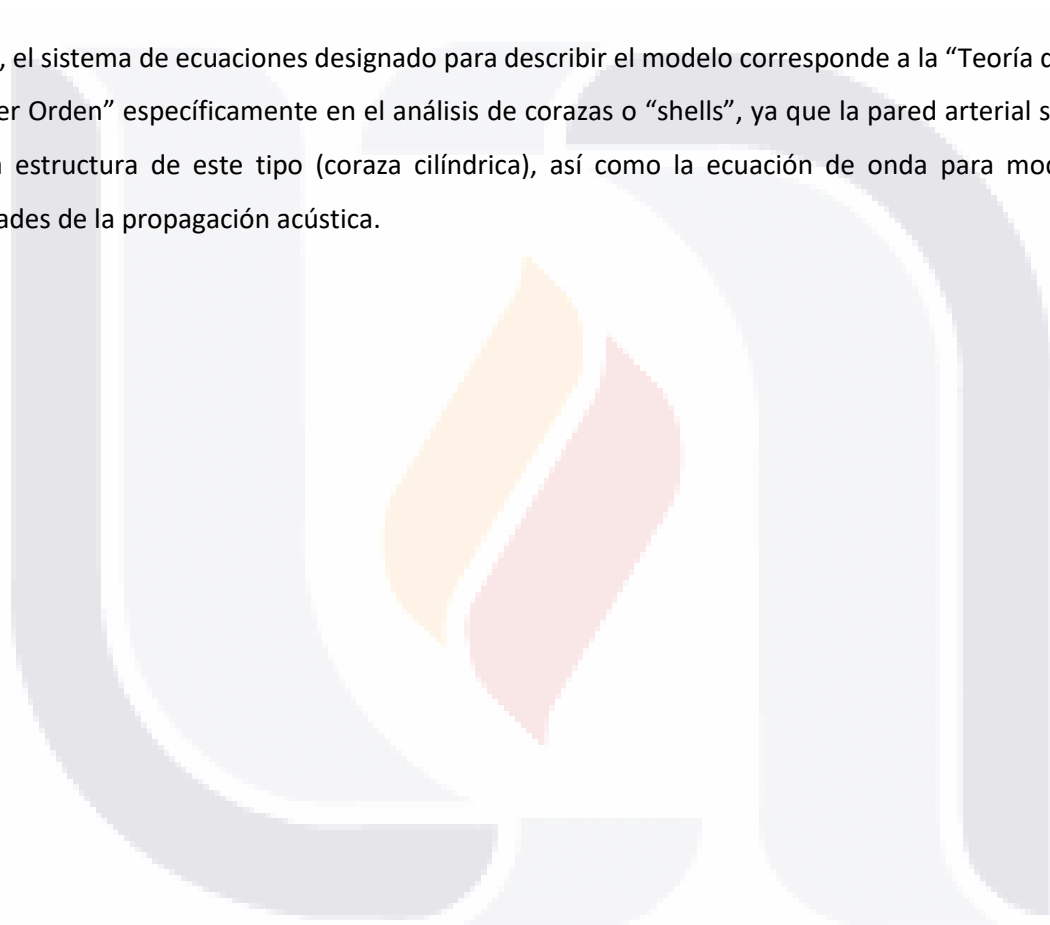
La ciencia por su parte ha buscado la descripción física de estas características mediante modelos matemáticos, donde se evalúen correctamente los parámetros de interés y se realice experimentación que permita a los responsables de investigaciones comprender la respuesta del cuerpo a partir de los resultados obtenidos de los modelos.

De esta manera, en este trabajo se sientan las bases de un modelo computacional de arteria carótida que supla la inspección y manipulación de tejido orgánico arterial, remplazándolo por una representación

virtual, que ofrezca una aproximación al comportamiento de una arteria inmersa en agua que es radiada por ultrasonido.

El modelo computacional se desarrolló basado en el Método de los Elementos finitos, que es una herramienta computacional útil en el análisis del comportamiento de sistemas físicos regidos por un sistema de ecuaciones. El sistema analizado se descompone en subsistemas geométricos llamados “elementos”, permitiendo comprender su funcionamiento a partir de la reconstrucción de estos componentes.

A su vez, el sistema de ecuaciones designado para describir el modelo corresponde a la “Teoría de placas de Primer Orden” específicamente en el análisis de corazas o “shells”, ya que la pared arterial se simula con una estructura de este tipo (coraza cilíndrica), así como la ecuación de onda para modelar las propiedades de la propagación acústica.



## Justificación

Dado el impacto que tienen las enfermedades cardiovasculares en nuestro país (alrededor de 7 millones de casos y 50 mil muertes al año), siendo la hipertensión o la arterioesclerosis de las mayores preocupaciones hoy en día, gracias a información obtenida del Instituto Mexicano del Seguro Social, ya que incluso, es posible aseverar que son enfermedades que en sus etapas iniciales son casi asintomáticas. Por lo que la detección temprana de esta clase de enfermedad puede salvar la vida de muchas personas.

[1]

Se tiene registro que las enfermedades relacionadas a las arterias tienden a desencadenar infartos cerebrales, más específicamente, al menos un 30% de esta enfermedad culmina en uno de ellos, por lo que el estudio de las estructuras arteriales son un punto de interés en el desarrollo de tecnologías. Las variaciones en la estructura y propiedades de las arterias suelen ser un claro indicador de alguna cardiopatía. En estas situaciones, una inspección no invasiva suele ser apropiada, por esta razón, el ultrasonido, la resonancia y la tomografía destacan dentro de estos mecanismos, sin embargo, en esta investigación se ha optado por la implementación de un análisis acústico debido a las siguientes ventajas del ultrasonido en aplicaciones de diagnóstico médico: [2]

- Bajo costo.
- Seguro (radiaciones no-ionizantes).
- Accesible.
- Reproducible.
- Poco espacio.
- No-invasivo

El trabajo de investigación que involucra la inspección en seres vivos requiere de etapas previas a la prueba en estos. Estas etapas consisten en la aplicación y evaluación de las herramientas experimentales usando modelos tanto experimentales como computacionales que simulen las propiedades de interés, para posteriormente abordar el trabajo con seres vivos.

El estudio ultrasónico sobre estructuras requiere de la integración de herramientas y componentes con distintas funciones para llevarse a cabo, las cuales a continuación se encuentran enlistadas las más

relevantes en estudios acústicos, así como un esquema de autoría propia que representa el ensamble general de estas herramientas (Figura 1).

- Contenedor
- Sustancia
- Muestra
- Transductor
- Osciloscopio
- CPU

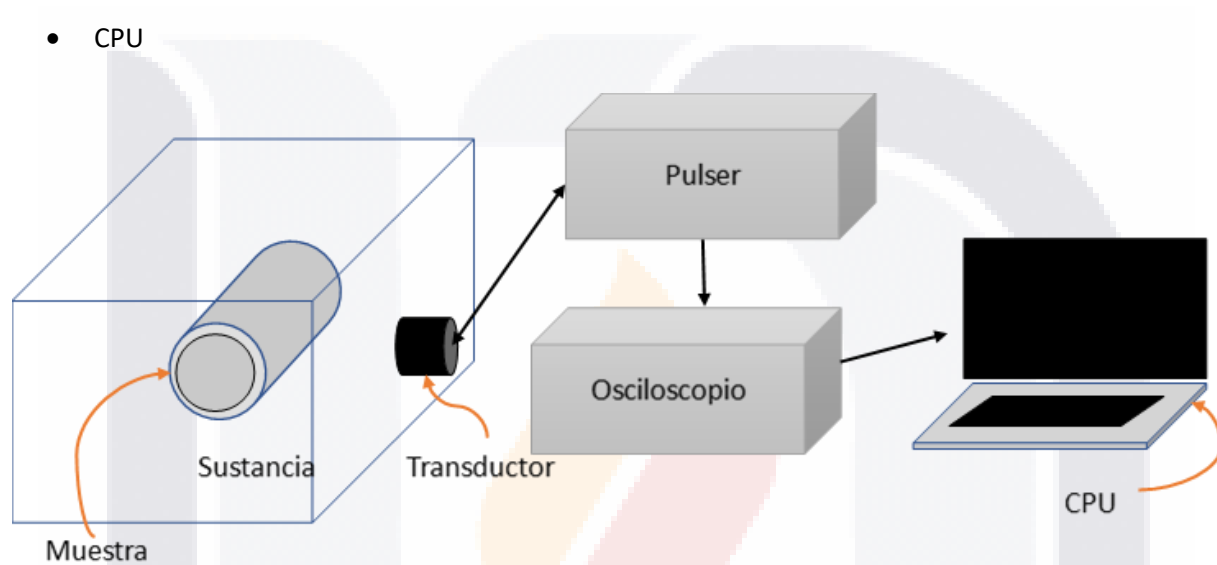


Figura.1. Esquema que ilustra los principales componentes para una inspección física de una muestra.

Las ventajas que ofrece la modelación computacional son. [3]

- Analizar sistemas en ambientes o circunstancias dónde la experimentación real se encuentra asediada por el costo que supone en cuestión de recursos humanos, económicos y temporales.
- Tiempo indefinido de experimentación, dado que un modelo computacional no se encuentra limitado por cuestiones ajenas a las necesidades temporales determinadas por el investigador.
- Adición de parámetros y características de simulación simultaneas.
- Comprensión a profundidad del investigador acerca del sistema.
- Las computadoras pueden ejecutar millones de operaciones aritméticas por segundo.
- El equipo computacional como una maquina certera para realizar tareas específicas.
- Repetición de algoritmos computacionales.
- Riguroso control sobre variables asociadas a las pruebas



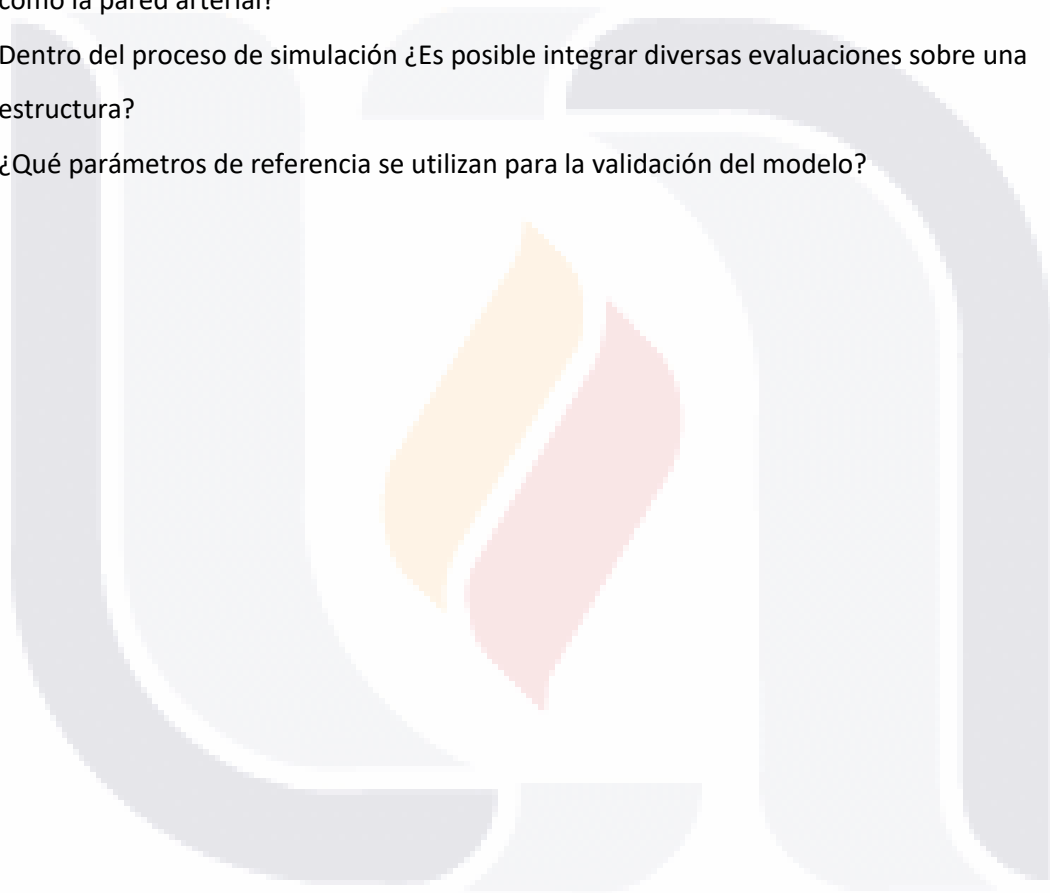
## Preguntas de Investigación

### Pregunta de investigación general

- ¿Cuáles son los beneficios que presenta la representación de un modelo virtual basado en el Método de elementos Finitos respecto a un modelo físico?

### Preguntas de investigación específicas.

- ¿Es la teoría de placas un modelo adecuado para la representación de una estructura anatómica como la pared arterial?
- Dentro del proceso de simulación ¿Es posible integrar diversas evaluaciones sobre una estructura?
- ¿Qué parámetros de referencia se utilizan para la validación del modelo?



## Objetivo

### **Objetivo general:**

Realizar una simulación computacional de la interacción de una onda ultrasónica con una pared arterial mediante una herramienta basada en elementos finitos

### **Objetivos específicos:**

- Seleccionar un modelo matemático ad hoc establecido previamente en la literatura para simular el comportamiento de la pared arterial al interactuar con una onda acústica.
- Realizar la simulación computacional del comportamiento de la presión acústica y desplazamientos al interactuar una onda ultrasónica con la pared arterial, mediante una herramienta basada en elementos finitos.
- Evaluar el desempeño de la simulación.

# TESIS TESIS TESIS TESIS TESIS

## Capítulo 1. Marco Teórico

Este capítulo está compuesto por los antecedentes teóricos relevantes para el desarrollo del tema de investigación. En primer lugar, se describen algunos antecedentes útiles sobre el sistema circulatorio y sobre la radiación acústica. Posteriormente se exponen los principios básicos de la teoría de placas y finalmente se proporciona una introducción al método de elemento finito.

### 1.1. Sistema circulatorio

A través del cuerpo humano circulan una serie de canales y ductos encargados de irrigar a la sangre y conducirla a través de cada segmento de este, hasta regresar a su lugar de origen, formando así un circuito cardiovascular, conocido comúnmente como “*Sistema Circulatorio*”. Este sistema cumple con funciones específicas, utilizando dichas estructuras para llegar a cada parte del organismo: [4]

- Transporte
- Regulación hormonal y térmica
- Protección

Dos componentes conforman el sistema circulatorio, por una parte, el sistema linfático, y el segundo componente corresponde al sistema cardiovascular, compuesto por el corazón y los vasos sanguíneos.

#### 1.1.1. Arterias

La red capilar que es distribuida a lo largo del cuerpo está compuesta por dos agentes principales, las arterias y las venas, cuyas diferencias principales se remiten a la dirección general del flujo sanguíneo y al grosor sus paredes, siendo las arterias de mayor tamaño. Esta propiedad se debe a la necesidad de las arterias para soportar la expansión y contracción constante del corazón al latir.

Este movimiento genera el impulso con la fuerza necesaria para expulsar la sangre del ventrículo izquierdo del corazón. La segunda diferencia entre los vasos sanguíneos y las arterias es que mientras que el flujo sanguíneo de las venas es en dirección al corazón, el flujo contenido en las arterias es en dirección contraria (desde el corazón).

Anatómicamente tanto las venas como las arterias se encuentran compuestas por 3 capas de recubrimientos formalmente llamadas “*Túnicas*” (*Figura 1.1*), clasificadas a partir del nivel de profundidad de cada una.

*Túnica externa:*

Aporta protección y soporte a los vasos, ya que, al ser el recubrimiento más externo, procura mantener aislado a las demás cubiertas; está compuesto principalmente de tejido conjuntivo.

*Túnica media:*

Se encuentra compuesta principalmente de músculo liso cuyo diámetro es regulado por el sistema nervioso simpático, dotando a las arterías de mayor elasticidad.

*Túnica interna:*

Compuesta a su vez por tres capas: epitelio, membrana basal y fibras elásticas.

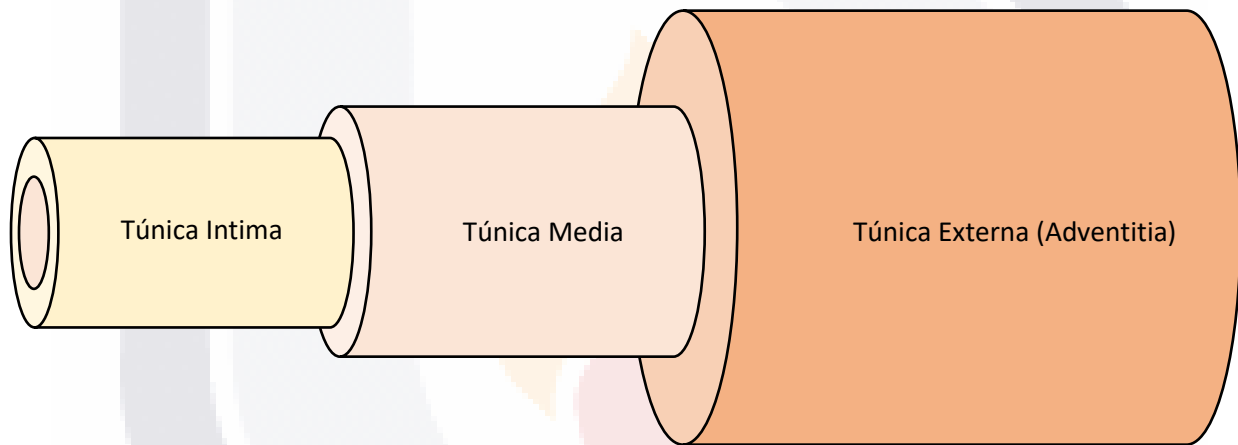


Figura 1.1. Segmentos que conforman a los ductos sanguíneos. [5]

Las arterias de gran calibre son también conocidas como “arterias elásticas” por su capacidad de acoplarse a los estímulos de contracción y relajación del ventrículo izquierdo del corazón. Por su parte, tanto las “arterias musculares” como las “arteriolas”, se encuentran compuestas por una capa más extensa de músculo liso, ocasionada por su poca o nula contracción. [4] [6]

**1.1.2. Carótida**

Surge a partir del cayado aórtico en su camino hacia la parte inferior del cuerpo tras su origen en la aurícula izquierda del corazón. Existen dos tercias simétricas de la carótida, cada par irrigando diferentes secciones del área superior a los hombros, con una principal división tras su primera sección, la cual corresponde a la arteria carótida común (o primitiva) izquierda (cada una con su contraparte derecha),

posteriormente, conecta con la carótida interna, la cual conduce los ductos que llegan al cerebro, mientras que el segmento externo de la carótida es la encargada de los músculos de la cara y el cuello.

#### Propiedades

Según la literatura [7], la arteria carótida tiene un diámetro externo de entre 3 y 4 mm, compartiendo los mismos componentes que el resto de las estructuras tubulares y dentro de su composición, su túnica externa mide aproximadamente  $1.26 \pm 0.6$  mm [8]. Tiene una impedancia acústica de  $1.6694 \times 10^{-5}$  Rayls [9]. Por otro lado, al realizar una exploración ultrasonica de las paredes arteriales de la carotida, es complicado obtener la medida exclusivamente de la tunica intima, ya que se obtiene un eco que va desde la parte posterior de la externa hasta la posterior de la intima, y en este se encuentra contenida la información de la tunica media, de esta manera es que para muchos estudios, consideran la el espesor intima – media (IMT) como una sola medida [10] y goza de una media entre 0.4 – 1.0 mm [11].

### 1.2. Ultrasonido

Uno de los componentes fundamentales planteados para la simulación fue la implementación del ultrasonido como medio de inspección, de esta manera, a continuación, se expresa el fenómeno junto con la ecuación de onda que describe matemáticamente la propagación del estímulo mecánico a través de un medio.

El movimiento mecánico cuya frecuencia se encuentre por encima del espectro audible (20 kHz) es considerada como ultrasonido además no puede propagarse en el vacío debido a que las partículas requieren de un medio de soporte. Este fenómeno corresponde a una onda longitudinal, la cual hace variar la posición de las partículas con las que interactúa en su trayecto provocando un desplazamiento local en la partícula. El tamaño de la amplitud de la onda registrada corresponderá a estos desplazamientos ocasionados por los incrementos y decrementos de presión durante el movimiento. [12] [13]

Para lograr su propagación, las ondas deben generarse a través de vibraciones provenientes de una fuente y posteriormente de las partículas que componen el medio que están atravesando, de esta manera, el contacto entre una partícula activada con las adyacentes transmite la energía que lleva, obligándolas a vibrar.

La generación de estas ondas se realiza a través de un dispositivo llamado “transductor” y un componente interno es el encargado de generar la vibración en el rango de frecuencias consideradas de ultrasonido a partir de un estímulo eléctrico. [13] [14] [15]

### 1.2.1. Parámetros de una onda

El ultrasonido comparte los componentes del resto de las ondas: [16]

- Amplitud ( $A$ )  
Es el valor máximo de desplazamiento en un instante de tiempo.
- Longitud de onda ( $\lambda$ )  
Es la medida en términos de distancia que existe entre 2 crestas dentro de la señal.
- Periodo ( $\tau$ )  
Es el tiempo que tarda un ciclo en completarse, se dice que una señal es periódica si existe un patrón en los ciclos que componen la señal.
- Velocidad de propagación  
Depende de la densidad del medio y su compresibilidad. Es la rapidez de transmisión del movimiento oscilatorio de un punto a otro, tiene un valor constante a lo largo de la distribución del material de exploración.

La inspección ultrasónica en estructuras se utiliza para analizar su composición mientras que en la medicina representa una gran herramienta para el estudio del estado de estructuras anatómicas y para el diagnóstico de anomalías. [17]

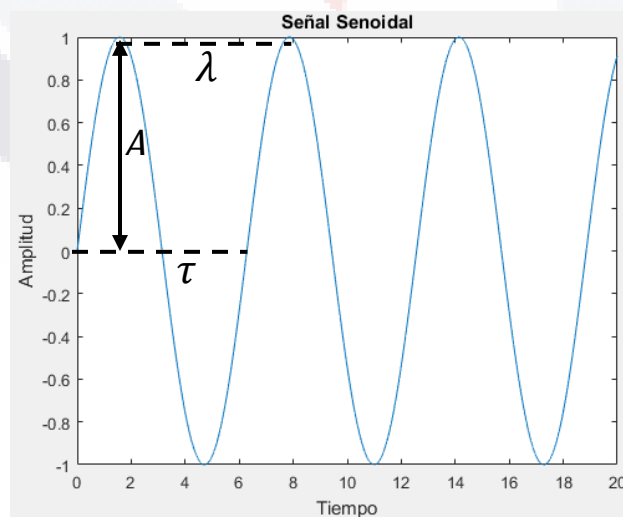


Figura 1.2. Onda senoidal que ilustra los componentes fundamentales de una onda.

### 1.2.2. Ecuación de onda

Según [14], las ondas que viajan, propagándose a una velocidad en un ambiente ideal, matemáticamente describen el desplazamiento de las partículas en cualquier instante de tiempo  $t$ . Esto se expresa de la siguiente manera:

$$y = f(x - ct) + g(x + ct) \quad \text{ec. 1.1}$$

Donde

- $f$  - corresponde a un desplazamiento de una partícula en la dirección positiva.
- $g$  - corresponde a un desplazamiento en la dirección negativa.

La posición de la partícula esta denotada por la literal  $x$ , mientras que el tiempo con la variable  $t$  y  $c$  indicando la velocidad de la propagación para que exista una relación entre ellos, es necesaria una ecuación que ligue las derivadas parciales respecto al espacio y al tiempo.

Realizando un cambio de variable para el argumento de  $f$  y  $g$

$$(x - ct) = b; y(x, t) = f(b) \quad \text{ec. 1.2}$$

Es decir, “ $y$ ” depende de “ $x$ ” y “ $t$ ” en la combinación definida por “ $b$ ”

Derivando respecto a “ $x$ ”.

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{df}{db} \frac{\partial b}{\partial x} = f'(b) \quad \text{ec. 1.3}$$

Derivando respecto a “ $t$ ”

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{df}{db} \frac{\partial b}{\partial t} = -cf'(b) \quad \text{ec. 1.4}$$

Igualando  $f'(s)$  en ambas derivadas

$$\frac{\partial y}{\partial x} = -\frac{1}{c} \frac{\partial y}{\partial t} \quad \text{ec. 1.5}$$

La ecuación anterior satisface soluciones a la dirección positiva, sin embargo, debe cumplir para ambos sentidos, de esta manera, se vuelve a derivar.

Derivando respecto a la posición

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x}(f'(b)) = \frac{d}{db}(f'(b)) \frac{\partial b}{\partial x} = f''(b) \tag{ec. 1.6}$$

Derivando nuevamente respecto al tiempo

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial t}(-cf'(b)) = -c \frac{d}{db}(f'(b)) \frac{\partial b}{\partial t} = c^2 f''(b) \tag{ec. 1.7}$$

Igualando en  $f''(b)$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \tag{ec. 1.8}$$

Para la propagación en un eje se demuestran las siguientes configuraciones

- Ecuación de onda en una dimensión

$$c^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \tag{ec. 1.9}$$

- Ecuación de onda en 3 dimensiones

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = c^2 \left( \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 y}{\partial z^2} \right)$$

Reescribiendo la ecuación anterior

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = c^2 \nabla^2 y \tag{ec. 1.10}$$

### 1.3. Presión de radiación acústica

Es la presión que se ejerce en una porción de superficie de un medio elástico que se encuentre en el camino de la propagación de una onda acústica que viaja a través de dicho medio. Es considerada unidireccional. [18] [19]



La presión acústica se interpreta como la percepción de la amplitud de las variaciones de presión de una onda en un punto del medio mientras esta se propaga, es decir las diferencias entre la presión local (variable en el tiempo), respecto al umbral de la presión que existía antes del paso de la onda y se mide en pascales. El sonido más débil que puede detectar el oído humano corresponde a una amplitud de  $20\mu Pa$ . [20] [21] [22]

Por su parte el nivel de presión sonora es una medida logarítmica que se mide en decibelios (dB) y cumple la función de normalizar las unidades de la presión del sonido, De esta manera, según [23], la presión es proporcional a la raíz cuadrada de la intensidad y corresponde a la relación entre dos presiones sonoras. [24]

$$NP = 20 \log\left(\frac{p}{p_0}\right) \quad \text{ec. 1.11}$$

donde

- $p$  – presión acústica del sonido
- $p_0$  – presión umbral del sonido ( $20\mu Pa$ )

### 1.3.1. Intensidad Acústica

La intensidad acústica es la fuerza (vatios) ejercida sobre una porción de superficie ( $m^2$ ), es decir, la cantidad de energía que viaja por unidad de área expresada de la siguiente manera: [21]

$$I = \frac{\text{vatios}}{m^2} \quad \text{ec. 1.12}$$

De esta manera, el nivel de intensidad acústica es la representación en unidades logarítmicas en la relación entre una intensidad  $I$  y el valor de referencia ( $I_0$ ) que corresponde a  $1 \frac{pW}{m^2} = 1 \cdot 10^{-12} \frac{W}{m^2}$

$$NI = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \quad \text{ec. 1.13}$$

donde

- $I$  – Intensidad acústica del sonido

- $I_0$  – Umbral de la intensidad del sonido.

### 1.3.2. Reflexión e impedancia acústica

La reflexión es un fenómeno físico que puede apreciarse cuando la onda propagada incide sobre una interfaz que marca la división entre dos medios, la cual será reflejada en sentido opuesto al que incurre, este fenómeno es provocado por la resistencia a la propagación de la onda en la interfaz. Este fenómeno se debe a la diferencia de “impedancias acústicas” (medidas en Rayls) que componen la interfaz, anatómicamente puede apreciarse en el cambio entre las capas de los tubos sanguíneos. [25] [26]

La siguiente sección de este capítulo, contienen la descripción de los conceptos fundamentales que conforman la teoría de corazas y placas que sustentan esta investigación.

### 1.4. Teoría de corazas y placas

Según Sánchez [27]; el análisis de estructuras laminadas, definidas como el apilamiento de láminas de materiales compuestos, abarca dos campos de análisis, bidimensional (Equivalent Single Layer Theory ESLT) y tridimensional (Layerwise Theory, LWT). Por su parte, la demanda de recursos computacionales, en el análisis 3D al considerar parámetros de tensión adicionales puede suplirse con el análisis de las ESLT, ya que acorde a las palabras de Reddy [28], los resultados son aproximados a los esperados. A continuación, se expresan las principales teorías que componen a la ESLT

- Teoría de Lámina Equivalente, ESLT (Equivalent Single Layer Theory, 2-D)
  - Teoría Clásica de Placas Laminadas, CLPT
  - Teoría de Primero Orden de Mindlin, FSDT
  - Teoría de Orden Superior, HSDT

El análisis de segmentos laminares mediante las teorías de placas laminadas considera cada capa como un estado plano de tensiones con unión perfecta entre láminas, dónde a partir de la integración de las propiedades materiales de cada una, es posible obtener sus parámetros individuales a lo largo de su espesor. Dónde, acorde a una clasificación propuesta por Reddy [28], el espesor es determinado mediante la estimación de la relación longitud frente a espesor ( $a/h$ ):

- I. Láminas delgadas:  $a/h \geq 50$
- II. Laminados medios:  $20 \leq a/h < 50$
- III. Laminados de espesor grande:  $a/h < 20$

Una coraza es una estructura tridimensional con una dimensión más delgada que las demás (el espesor). En la naturaleza existen ejemplos plausibles de estructuras de coraza que a pesar de ser delgadas y livianas se distribuyen por una larga área y mantienen cargas aplicadas de una manera efectiva. En la ingeniería, estas propiedades son replicadas en los diseños por las mismas características que en la naturaleza. [29]

Este caso se ve reflejado en las cubiertas de los barcos, aviones, automóviles que se encargan de soportar cargas por una amplia área. Por lo general se busca que sean lo más ligeras posibles y que esta cualidad no interfiera con su diseño. Sin embargo, el análisis de estas estructuras presenta un problema debido a que la capacidad de carga a gran escala depende enteramente de la curvatura de la coraza, en otras palabras, para un par de estructuras con el mismo material y el espesor, con curvatura diferente, sus capacidades de carga varían por completo. [29] [27]

El análisis de este tipo de cualidades en las corazas se ha implementado para estimar su comportamiento variado, de esta manera, el método de análisis estructural que describe con mayor precisión y que ha tomado relevancia en los últimos años corresponde a los Métodos de elementos Finitos según Bathe 1996. [30]

Existen dos tipos de espacio 3D para las corazas [29]

- Espacio físico; conocido como Espacio Euclidiano ( $\mathcal{E}$ ), en el cual se encuentra definida la geometría y la cinemática que rige a todos los componentes presentes en el espacio que se deseen considerar dentro del mapa. (cuerpos 3D, laminas y corazas).
- Espacio matemático denotado por  $\mathbb{R}^3$ , definida como un conjunto de tríos de números reales en configuraciones del tipo  $(\xi^1, \xi^2, \xi^3)$  donde  $\xi^1, \xi^2, \xi^3$  son reales.

#### 1.4.1. Análisis de la Shell

Se establece el origen (O) del campo  $\mathcal{E}$  y se define de manera tal, que puedan establecerse puntos (coordenadas) y vectores. De esta manera, se establecen 3 vectores independientes  $\vec{l}_1, \vec{l}_2$  e  $\vec{l}_3$  y se adhieren al origen O, se pueden acoplar ambos espacios 1 a 1 de  $\mathbb{R}^3$  a  $\mathcal{E}$  resultando un arreglo de la siguiente forma: [29]

$$(\xi^1, \xi^2, \xi^3) \mapsto \xi^1 \vec{l}_1 + \xi^2 \vec{l}_2 + \xi^3 \vec{l}_3 \quad \text{ec. 1.14}$$

Ahora, es evidente que el conjunto  $\xi^1, \xi^2, \xi^3$ , son los componentes del vector " $\xi^1 \vec{l}_1, \xi^2 \vec{l}_2, \xi^3 \vec{l}_3$ ", en la base  $\vec{l}_1, \vec{l}_2$  y  $\vec{l}_3$ . Si consideramos entonces a un punto dentro de ese vector, es decir  $M$  tal que

$$\overrightarrow{OM} = \xi^1 \vec{l}_1 + \xi^2 \vec{l}_2 + \xi^3 \vec{l}_3 \tag{ec. 1.15}$$

Entonces  $\xi^1 \vec{l}_1, \xi^2 \vec{l}_2$  y  $\xi^3 \vec{l}_3$  se identifican como las coordenadas de M en el sistema de coordenadas definido por O y  $(\vec{l}_1, \vec{l}_2, \vec{l}_3)$ .

### 1.4.2. Sistema curvilíneo de coordenadas

La representación de las corazas comúnmente se encuentra expresado en un sistema curvilíneo de coordenadas debido a que expresa en mejor medida las cantidades y ponderaciones de su estructura. Tal sistema coordinado se encuentra definido dentro de los siguientes puntos:

- Un subconjunto acotado abierto de  $\mathbb{R}^3$ , denotado por  $\Omega$ , llamado *dominio de referencia*.
- Un mapeo inyectivo suave  $\Phi$  desde  $\bar{\Omega}$  (el conjunto de cierre de  $\Omega$ ) hasta  $\mathcal{E}$ . Llamamos a este mapeo “*chart*”.

Cualquier punto M en  $\bar{\Phi}(\bar{\Omega})$ , es definido únicamente por sus coordenadas en el sistema de coordenadas curvilíneas, es decir, los tres números reales  $(\xi^1, \xi^2, \xi^3)$  tal que

$$\overrightarrow{OM} = \bar{\Phi}(\xi^1, \xi^2, \xi^3) \tag{ec. 1.16}$$

### 1.4.3. Geometría de la coraza

Un elemento de coraza es considerado como un medio solido cuya estructura está definida a partir de la “*midsurface*” (la porción correspondiente a la mitad de las superficies de la shell) y se encuentra contenida en el espacio físico  $\mathcal{E}$ . En general, el *midsurface* puede interpretarse como una colección de *charts* bidimensionales a lo largo de la estructura, tal como mapeos de inyección suaves de dominios de  $\mathbb{R}^2$  a  $\mathcal{E}$ .

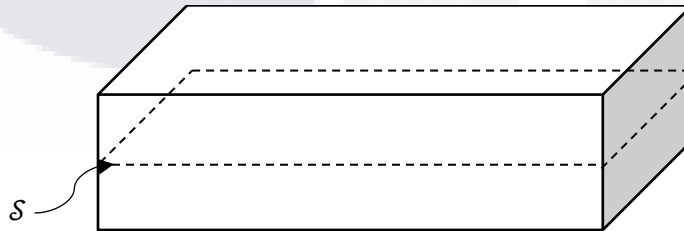


Figura 1.3. Midsurface ilustrada en una coraza

Consideramos una coraza con una midsurface ( $\mathcal{S}$ ), definida por un chart en 2D ( $\vec{\phi}$ ), el cual es un mapeo inyectivo del cierre de un subconjunto abierto de  $\mathbb{R}^2$  denotado por  $\omega$  hacia  $\mathcal{E}$ , por lo tanto  $\mathcal{S} = \vec{\phi}(\bar{\omega})$ . Se puede asumir que  $\vec{\phi}$  es tal que, para cada nodo de la superficie media, los vectores  $\vec{a}$  son linealmente independientes y forman una base del plano tangente a la superficie media en este punto.

El medio 3D correspondiente a la shell es definido por el chart 3D dado por:

$$\vec{\Phi}(\xi^1, \xi^2, \xi^3) = \vec{\phi}(\xi^1, \xi^2) + \xi^3 \vec{a}_3(\xi^1, \xi^2) \quad \text{ec. 1.17}$$

#### 1.4.4. Ecuaciones de Mindlin y Reissner

Según la literatura, la Teoría de placas de primer orden (FSDT) es una extensión de la teoría clásica, es entonces que, bajo este supuesto se desarrolla la matriz de rigidez que define el comportamiento de las estructuras de placas. La diferencia principal entre estos supuestos es que la FSDT, considera los esfuerzos cortantes, mientras que la teoría clásica, no.

A su vez, la teoría se separa en dos supuestos: Reissner se deriva del principio variacional de la energía de tensión complementaria asumiendo la distribución de tensión de flexión lineal y una distribución de tensión de cizallamiento; mientras que Mindlin, formuló su teoría al asumir inicialmente una variación lineal de los desplazamientos a lo largo del espesor de la placa mientras mantiene una inextensibilidad transversal del espesor de la placa. [31]

A partir del trabajo de Sánchez [27], se expresan los campos de desplazamiento que rigen a ese tipo de placa.

$$u(x, y, z, t) = u_0(x, y, t) + z\phi_x(x, y, t)$$

$$v(x, y, z, t) = v_0(x, y, t) + z\phi_y(x, y, t)$$

$$w(x, y, z, t) = w_0(x, y, t)$$

ec. 1.18

Donde

- $u_0, v_0, w_0, \phi_x$  y  $\phi_y$  – Desplazamientos generalizados
- $u_0, v_0$  y  $w_0$  – Desplazamientos de un punto cualquiera de la superficie de referencia.

Y

ec. 1.19

$$\phi_x = \frac{\partial u}{\partial z}, \phi_y = \frac{\partial v}{\partial z}$$

Donde son Rotaciones respecto a los ejes  $x$  y  $y$ .

Asumiendo que el material de interés trabaja en un régimen lineal elástico, se desprecia la parte no lineal de las deformaciones, quedando de esta manera el campo de deformaciones

$$\epsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial x} + z \frac{\partial \phi_x}{\partial x}$$

$$\epsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial v_0}{\partial y} + z \frac{\partial \phi_y}{\partial y}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} + z \left( \frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \right)$$

ec. 1.20

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = \phi_x + \frac{\partial w_0}{\partial x}$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = \phi_y + \frac{\partial w_0}{\partial y}$$

Donde

- $\epsilon_{xx}$  y  $\epsilon_{yy}$  – deformaciones normales al plano
- $\gamma_{xy}$ ,  $\gamma_{xz}$  y  $\gamma_{yz}$  – deformación cortante en el plano  $xy$ ,  $xz$  y  $yz$  respectivamente

Representando vectorialmente

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx}^{(0)} \\ \epsilon_{yy}^{(0)} \\ \gamma_{yz}^{(0)} \\ \gamma_{xz}^{(0)} \\ \gamma_{xy}^{(0)} \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx}^{(1)} \\ \epsilon_{yy}^{(1)} \\ \gamma_{yz}^{(1)} \\ \gamma_{xz}^{(1)} \\ \gamma_{xy}^{(1)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \phi_y + \frac{\partial w_0}{\partial y} \\ \phi_x + \frac{\partial w_0}{\partial x} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \\ 0 \\ 0 \\ \frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \end{Bmatrix}$$

ec. 1.21

Donde

El primer vector contiene las deformaciones de membrana (deformaciones independientes a z) y el segundo las curvaturas (deformaciones asociadas a la flexión de la superficie media). [31]

A partir de la ecuación de trabajo virtual (ec. 1.22), en conjunto con el campo de desplazamiento definido en la ec. 1.18, se obtienen las ecuaciones de equilibrio (ec. 1.28) donde estas relacionan los esfuerzos y momentos ( $N_{ij}$ ,  $M_{ij}$  respectivamente) con las deformaciones ( $\epsilon_{ij}$  y  $\gamma_{ij}$ ); con  $i, j = x, y$ .

$$0 = \int_0^T (\delta U + \delta V - \delta K) dt \tag{ec. 1.22}$$

Donde

- $U$  – Energía de deformación.
- $V$  – Fuerza producida por energías externas
- $K$  – Energía cinética

$$\delta u_0: \frac{\partial N_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} = I_0 \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} + I_1 \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial t^2}$$

$$\delta v_0: \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_{yy}}{\partial y} = I_0 \frac{\partial^2 v_0}{\partial t^2} + I_1 \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial t^2}$$

$$\delta w_0: \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + q = I_0 \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2}$$

$$\delta \phi_x: \frac{\partial M_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} - Q_x = I_1 \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} + I_2 \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial t^2}$$

$$\delta \phi_y: \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial M_{yy}}{\partial y} - Q_y = I_1 \frac{\partial^2 v_0}{\partial t^2} + I_2 \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial t^2}$$

ec. 1.23

Donde

$$\begin{pmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{pmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{pmatrix} dz$$

$$\begin{pmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{pmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} z \begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{pmatrix} dz$$

ec. 1.24

$$\begin{Bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{Bmatrix} = K \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix} dz$$

$$\begin{Bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \rho_0 \begin{Bmatrix} 1 \\ z \\ z^2 \end{Bmatrix} dz$$

- $N_{xx}, N_{yy}, N_{xy}$  – Esfuerzos
- $M_{xx}, M_{yy}, M_{xy}$  – Momentos
- $Q_x, Q_y$  – Esfuerzos cortantes
  - $K$  – Coeficiente de cizallamiento igual a  $5/6$ .
- $I_0, I_1, I_2$  – Momentos de inercia

Relacionando los esfuerzos con los desplazamientos generalizados, se obtiene

$$\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \\ \frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \\ \frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \end{Bmatrix}$$

ec. 1.25

$$\begin{Bmatrix} Q_y \\ Q_x \end{Bmatrix} = K \begin{bmatrix} A_{44} & A_{45} \\ A_{45} & A_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_y + \frac{\partial w_0}{\partial y} \\ \phi_x + \frac{\partial w_0}{\partial x} \end{Bmatrix}$$

Donde

- $A$  - La Matriz de rigidez extensional
- $B$  – Matriz de rigidez de acoplamiento
- $D$  – Matriz de rigidez de flexión

Estos parámetros se encuentran matemáticamente descritos de la siguiente manera:



$$(A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}) = \int_{-h/2}^{h/2} Q_{ij}(1, z, z^2) dz \tag{ec. 1.26}$$

Donde

$$Q_{11} = \frac{E}{1 - \nu^2}$$

$$Q_{12} = \frac{E\nu}{1 - \nu^2}$$

$$Q_{22} = \frac{E}{1 - \nu^2}$$

$$Q_{66} = \frac{E}{2(1 + \nu^2)}$$

ec. 1.27

Representando la ec. 1.25 de manera matricial

$$\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \\ M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \\ \frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \end{Bmatrix}$$

ec. 1.28

$$\begin{Bmatrix} Q_y \\ Q_x \end{Bmatrix} = K \begin{bmatrix} A_{44} & A_{45} \\ A_{45} & A_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_y + \frac{\partial w_0}{\partial y} \\ \phi_x + \frac{\partial w_0}{\partial x} \end{Bmatrix}$$

### 1.5. Método de elementos finitos

Resolver problemas físicos comunes en la vida diaria, que puedan entrar en la clasificación de naturaleza mecánica, térmica, flujo, entre otros, que describan su comportamiento matemáticamente mediante una

serie de ecuaciones diferenciales, pueden ser resueltos mediante la descomposición del problema en elementos más sencillos, llamados “subsistemas”, para posteriormente reconstruirlos, a partir de estos componentes primarios, es la base del “Método de Elementos Finitos (MEF)”. [35] [36] [37] [38]

Este proceso de descomposición en subsistemas, se le conoce como “discretización”, que es la transición de una estructura real a una reconstrucción aproximada mediante los elementos en los que fue separada. Estos elementos, son estructuras geométricas y cuentan con un número finito de ellas, que varía dependiendo del tamaño designado, los cuales, se encuentran conectados entre sí por puntos, llamados “nodos”, mientras que al producto resultante de la reconstrucción se le denomina “malla”. [32] [33] [34]

La discretización tiene el objetivo de simplificar la resolución del modelo matemático que lo rige a partir de soluciones en cada uno de los elementos que lo componen. Por esta razón, la definición del tipo de elementos a implementar en la simulación es uno de los pasos iniciales, debido a que de él dependerá la complejidad del estudio.

Cada nodo cuenta con un conjunto de “funciones de forma” y cada una cuenta con un conjunto de grados de libertad. El orden de los elementos se refiere al tipo de “función de forma” que se utiliza como solución al sistema, es decir las deformaciones resultantes. [35]

Citando a [36], las funciones de forma cuentan con tres principales propósitos:

- Obtener resultados en cualquier punto del elemento por interpolación de los valores nodales.
- Permitir transformaciones geométricas que permitan adaptar el mallado a la forma del cuerpo analizándolo de una manera más exacta.
- Realizar la integración de ecuaciones mediante a sustitución de las funciones.

Los tipos de elemento que existen dentro del MEF se encuentran inicialmente clasificados en elementos 2D y 3D, mientras que existe una subclasificación dependiendo del orden al que pertenecen los elementos implementados y determinan los puntos de análisis de la geometría, a mayor orden, mayores puntos de análisis para aproximarse a su contraparte real, sin embargo, los recursos computacionales, incrementan.

Las geometrías más utilizadas en el MEF son las triangulares y cuadráticas, aplican tanto para un análisis 2D como uno 3D, ya que estos últimos, son derivaciones de los bidimensionales, tal es el caso de elementos triangulares, cuya implementación en tres dimensiones se convierte en elementos tetraédricos o piramidales, mientras que la transición de los elementos cuadráticos, se visualizan como cubos, hexaedros o prismas rectangulares, dependiendo su aplicación. [37]

### 1.5.1. Matriz de rigidez

Definida de la siguiente manera: “Para un elemento, una matriz de rigidez  $\hat{k}$  es una matriz tal que  $\hat{f} = \hat{k}\hat{d}$ , donde  $\hat{k}$  relaciona las coordenadas locales ( $\hat{x}$ ,  $\hat{y}$ ,  $\hat{z}$ ), los desplazamientos nodales  $\hat{d}$  (grados de libertad) a las fuerzas  $\hat{f}$  de un solo elemento.” [38]

$$\begin{Bmatrix} F_{1x} \\ F_{1y} \\ \dots \\ F_{nz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \dots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & \dots & k_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_{n1} & k_{n2} & \dots & k_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{d}_{1x} \\ \hat{d}_{1y} \\ \dots \\ \hat{d}_{nz} \end{Bmatrix} \quad \text{ec. 1.29}$$

donde

- $F_{ij}$  - corresponde a la fuerza aplicada al nodo  $i$ , en el eje  $j$ .
- $k_{ij}$  - son los coeficientes conocidos como “*stiffnes influence coefficients*”
- $d_{ij}$  - son los desplazamientos del nodo  $i$  en el eje  $j$ .

En donde su construcción se encuentra dada por 4 pasos principales:

1. Selección del tipo de elemento
2. Obtención de su función de desplazamiento
3. Definir las relaciones deformación/desplazamiento y esfuerzo/deformación
4. Derivar la matriz de rigidez y sus ecuaciones

### 1.5.2. Condiciones de Frontera

También conocidas como “condiciones de contorno”, son las características de fenómenos físicos asignadas a un modelo y expresadas matemáticamente a partir de ecuaciones diferenciales, que describen las propiedades de una superficie o una porción de la estructura las cuales rigen su comportamiento para llevar a cabo la experimentación planteada inicialmente. [39]

Existen varios tipos de condiciones de frontera, cada una con sus respectivas aplicaciones en un modelo, la *Tabla 1.1*, indica la implementación de las utilizadas en el Software: [40]

Tabla 1.1. Tipos de Condiciones de frontera acorde a la aplicación de fenómenos físicos.			
Aplicación	Dirichlet	Neumann	Robin
Mecánica de sólidos	Desplazamiento	Estrés	Torque
Transferencia de calor	Temperatura	Flujo de calor	Convección
Acústica	Presión Acústica	Aceleración Normal	Impedancia
Corriente eléctrica	Potencial fijo	Corriente Fija	Impedancia

### 1.5.2.1. Condición de Dirichlet

Son condiciones de fronteras que permiten la definición del tipo de estudio al definir la naturaleza de las variables, correspondiendo a la mecánica de sólidos, se asigna a un estudio de deformaciones por desplazamiento. [39] [40]

### 1.5.2.2. Condición de Neumann

Este tipo de condiciones se aplican en situaciones necesarias para describir una condición de “flujo” de gradiente asociado a la naturaleza de las variables del estudio, que, al ser un estudio mecánico, se refiere al estrés ejercido sobre una superficie. [39] [40]

### 1.5.2.3. Condición de Robin

La condición de Robin surge mediante la interacción de ambas condiciones de frontera, al describir la relación entre las variables del estudio con su respectivo gradiente.

Algunos de los ejemplos de la implementación de las condiciones de frontera sobre las estructuras, son los siguientes:

- Coraza; al definir una estructura con esta condición, se establecen las ecuaciones que registrarán sus deformaciones.
- Perfectly Matched Layer (PML); Esta condición de frontera permite eliminar las reflexiones internas ocasionadas por las superficies de la estructura con esta característica, al decaer exponencialmente en la dirección de incidencia de la onda, al asegurar un coeficiente de reflexión aproximado a 0. [41]

- Ecuación de Onda; La superficie con esta característica, implica el origen de la propagación de la onda establecida.

### 1.6. Incidencia de una onda sobre la superficie.

La incidencia de fuerzas sobre la superficie de una estructura puede considerarse como carga, debido a la interacción de estas, acústicamente, la presión generada por la radiación puede describirse matemáticamente de la siguiente manera: [42]

La presión, parte de la intensidad sonora

*ec. 1.30*

donde

- $I$  – Intensidad Sonora ( $W/m^2$ )
- $W$  – Potencia Sonora
- $S$  – Superficie en ( $m^2$ )

Que, al tratarse de una superficie cilíndrica, se ajusta el área de la superficie

*ec. 1.31*

donde

- $I$  – Intensidad Sonora ( $W/m^2$ ).
- $W$  – Potencia Sonora
- $r$  – radio del cilindro ( $m$ )
- $d$  – Longitud del cilindro ( $m$ )

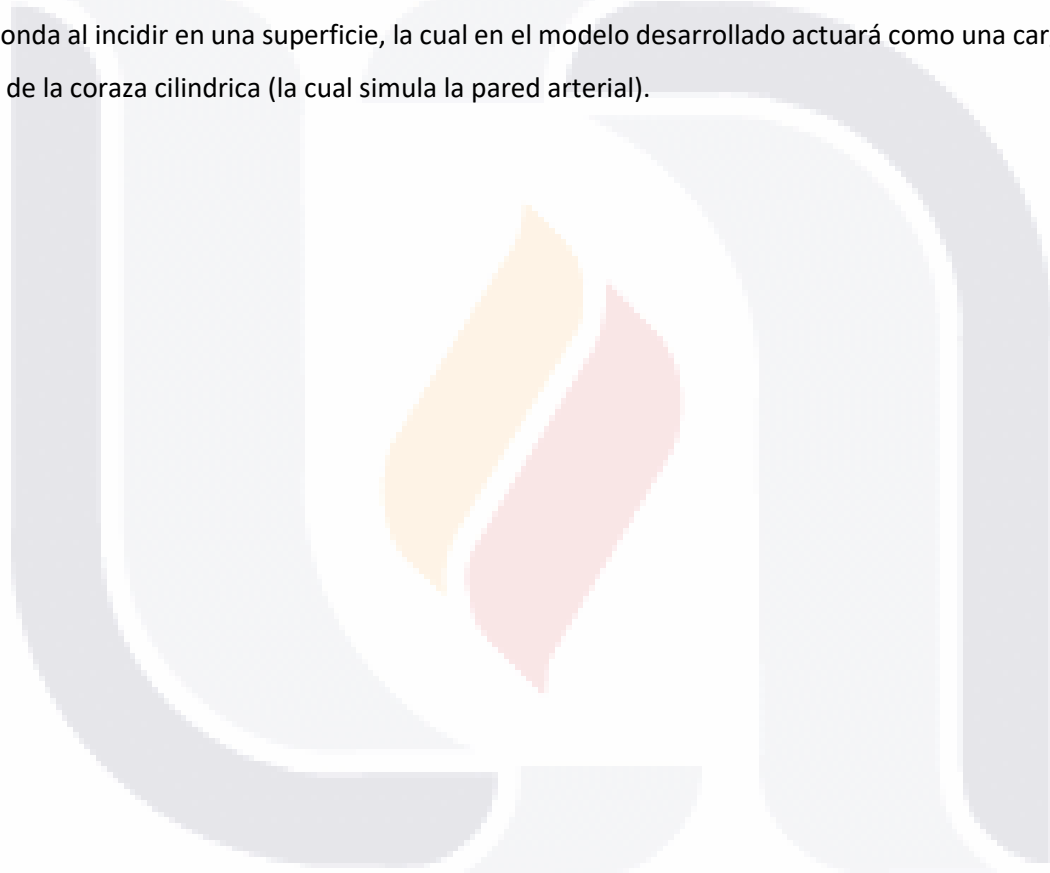
La presión sonora, puede obtenerse de la siguiente manera:

$$P = \sqrt{I * \rho * c} = \sqrt{I * Z_c} \tag{ec. 1.32}$$

donde

- $I$  – Intensidad Sonora ( $W/m^2$ ).
- $P$  – presión Sonora ( $Pa$ )
- $\rho$  – Densidad del medio ( $kg/m^3$ )
- $c$  – Velocidad de propagación del sonido ( $m/seg$ )
- $Z_c$  - Impedancia característica del medio ( $kg/m^2 * seg$ )

El desglose de las ecuaciones ec. 1.30, ec. 1.31 y ec. 1.32, expresan la naturaleza de la presión generada por una onda al incidir en una superficie, la cual en el modelo desarrollado actuará como una carga sobre la pared de la coraza cilíndrica (la cual simula la pared arterial).



## Capítulo 2. Metodología

A lo largo del desarrollo del modelo computacional objeto de esta tesis, se integraron los conceptos físicos y matemáticos planteados y desglosados en el Capítulo 1, relacionados a la propagación de ondas acústicas y al comportamiento de las estructuras conocidas como corazas al interactuar con una fuerza o presión externa, en este caso una variación de presión acústica. A continuación, se describe la construcción del modelo basado en la metodología expuesta por Jürgen [1] y cuyas fases se ilustran en la Figura 2.1.

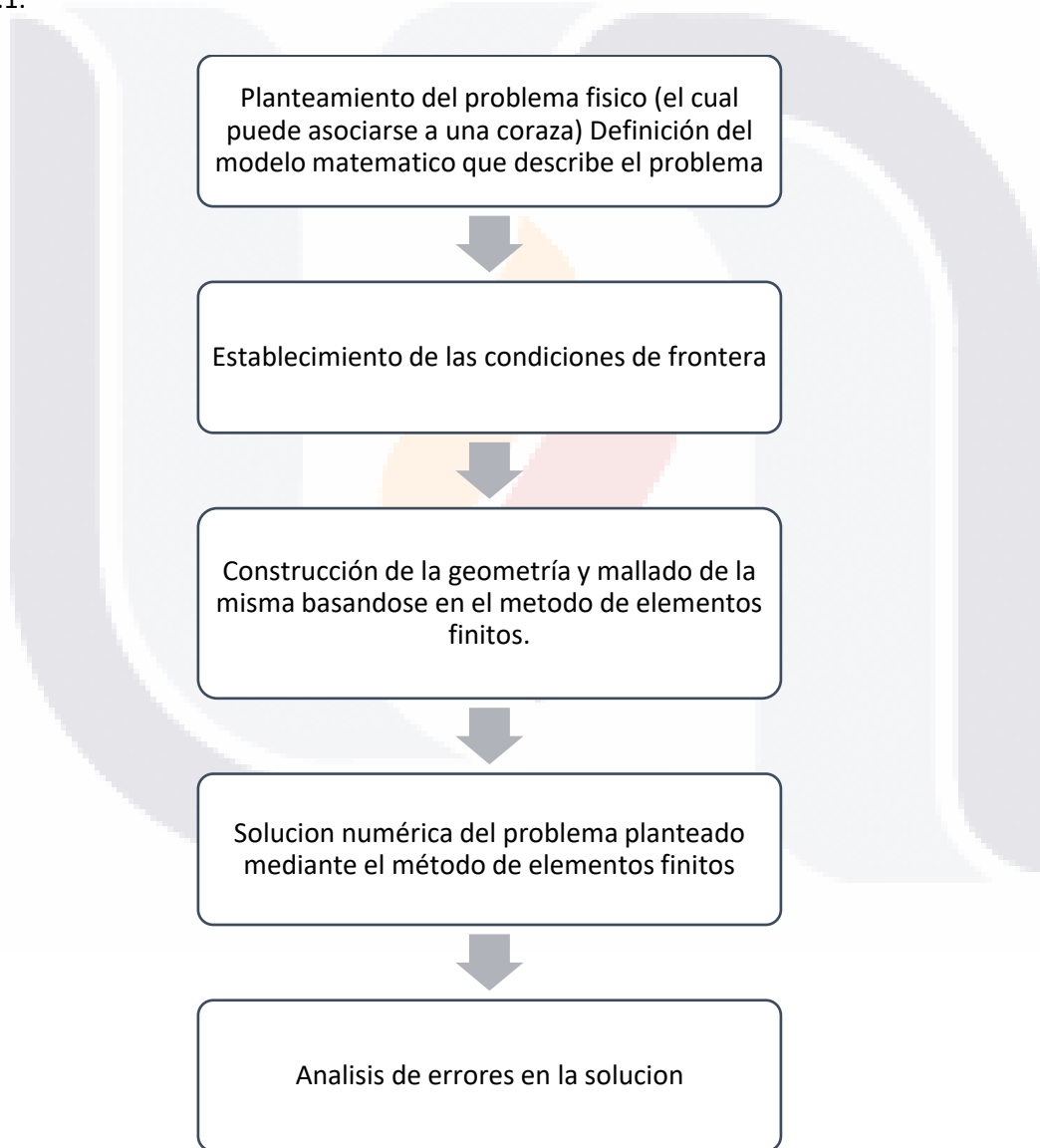


Figura 2.1. Diagrama de Flujo para análisis de shells

El problema planteado consiste en el análisis del comportamiento de la propagación ultrasónica y su interacción con la pared de una arteria carótida inmersa en agua. Para fines de la simulación de vibraciones acústicas, dicha pared puede ser representada mediante una coraza cilíndrica según lo expuesto por [43]. En ese trabajo se describe la simulación de un vaso arterial, cuyas paredes se representaron mediante una coraza cilíndrica, y su interacción con la radiación acústica.

Para llevar a cabo el estudio planteado en esta tesis se utilizó el Método de Elementos Finitos, por ser una herramienta de análisis que permite obtener soluciones muy aproximadas a los problemas mecánicos en un caso real. Se estableció utilizar el software COMSOL, debido a su amplio repertorio de aplicaciones que satisfacen el análisis de estructuras de tipo coraza. Entre las versiones recientes del software, COMSOL 5.3 fue la adquirida gracias a la interfaz que ofrecía al usuario para la construcción y asignación de propiedades al estudio, destacando la implementación de los módulos de Acústica y Mecánica, que contenían las condiciones de frontera y ecuaciones fundamentales para el estudio.

Adicionalmente a las ventajas descritas, COMSOL permite la interacción entre módulos para aplicaciones específicas. En el caso de este trabajo conviven dos fenómenos mecánicos a simular: el primero la propagación de una onda ultrasónica a través de un medio, y el segundo el efecto que genera la onda ultrasónica sobre la superficie de la arteria (simulada mediante una coraza cilíndrica); estas propiedades se encuentran contenidas en el módulo de acústica y en el módulo de mecánica respectivamente.

## 2.1. Problema físico asociado a una coraza

Para estimar los cambios de presión acústica producidos al incidir una onda ultrasónica con la pared arterial de una carótida, se realizó una amplia investigación sobre modelos previamente utilizados en la literatura y que permitieran realizar un análisis de presiones considerando estructuras en tres dimensiones. Se encontró que, [43] había realizado el análisis modal de un vaso arterial, cuyas paredes fueron modeladas con la teoría de deformación de primer orden. El modelado se basó en el Método de Elementos Finitos y en el Método de Elementos de Frontera (FEM/BEM por sus siglas en inglés).

Se consideró que el problema físico que aquí se aborda puede ser modelado mediante la teoría de deformación de primer orden, es decir, que la pared de la arteria carótida se ajusta a los siguientes supuestos:

- Ser un medio sólido para el cual una de sus dimensiones, en este caso el grosor, es mucho menor que las otras dos dimensiones.



- Ser considerada como la unión de láminas unidas perfectamente entre sí.
- El desplazamiento de las láminas corresponde únicamente al desplazamiento continuo a través de ellas.
- Segmentos normales a la superficie media de la arteria son considerados inextensibles.

Una vez definido el modelo que se utilizaría para representar la pared de la arteria carótida, se definió el conjunto de geometrías y dominios que conformarían el esquema de la arteria inmersa en agua.

## 2.2. Generación de Geometría

Destacando la geometría cilíndrica de la arteria y que, a su vez, la estructura de sus paredes cumple la característica de ser más pequeñas que el resto de las porciones que la componen, podemos clasificar esta sección anatómica como una coraza, sobre la cual parte la construcción y análisis del modelo computacional.

Tomando como referencia las dimensiones anatómicas de la arteria, la *Tabla 2.1* ilustra los parámetros implementados en la construcción de la geometría de la pared arterial, donde se considera únicamente una capa (o lámina) para representar las porciones de las capas de la arteria, respetando la circunferencia del espacio intermedio por donde la sangre fluye (luz de la arteria). La *Figura 2.2*, muestra la representación gráfica del modelo construido donde se aprecia la superficie media como una línea delgada entre las paredes externa e interna del cilindro.

Tabla 2.1. Parámetros del cilindro del estudio "Pulso de onda"		
Nombre	Valor	Unidad
Radio de la Luz	2	[mm]
Espesor	1.355	[mm]
Longitud	20	[mm]

Esta estructura puede ser considerada como de bajo espesor, medio o espesor grande según la clasificación de Reddy [28], lo cual se determina mediante la estimación de la relación longitud (a) frente a espesor (h),  $a/h$ :

- Laminas delgadas:  $a/h \geq 50$
- Laminados medios:  $20 \leq a/h \leq 50$
- Laminados de espesor grande:  $a/h \leq 20$

Para este trabajo, la pared arterial es considerada como un laminado de espesor grande.

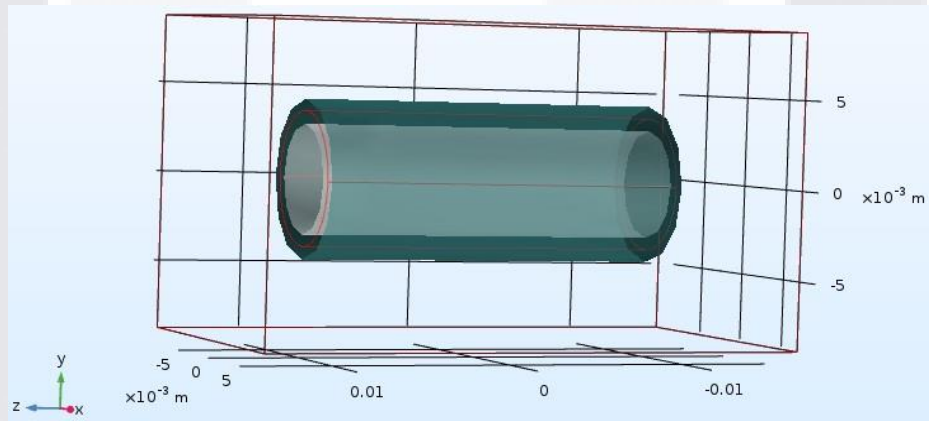


Figura 2.2. Estructura de la coraza cilíndrica inmersa en el bloque de agua.

La asignación de la propiedad “shell”, establece en la estructura, la porción de superficie que será regida por el modelo matemático para estimar la deformación tras el esfuerzo al que será sometido, de esta manera, los resultados arrojados corresponderán a las interacciones de la superficie con el paso de la onda.

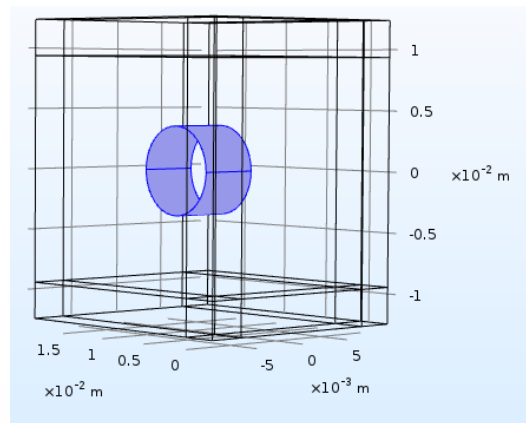


Figura 2.3. Selección de superficies que serán afectadas por un esfuerzo, bajo la característica “Shell”.

Por su parte, el bloque de agua (prisma) ilustrado en la Figura 2.3, se definió tomando como base las dimensiones del cilindro. En algunas configuraciones, se incrementó 5 mm cada uno de los extremos de la estructura, mientras que, para modelos iniciales, se tomó a consideración, que tanto la altura como el ancho del prisma correspondería a 4 veces el radio externo del cilindro. Como ejemplo, en la Tabla 2.2 se listan las dimensiones del prisma para el estudio realizado y nombrado como “Pulso”.

Tabla 2.2. Parámetros del bloque de agua del estudio “Pulso”

Nombre	Valor	Unidad
Longitud	3	[cm]
Ancho	1.74	[cm]
Altura	1.74	[cm]

### 2.3. Materiales y otros parámetros de los dominios

Este trabajo simula un estudio acústico en el que una muestra de tejido arterial se encuentra inmersa en un medio dentro de un recipiente. En trabajos experimentales con phantoms (simuladores de tejido) reales se utiliza el silicón para la construcción de modelos físicos de arteria [43]. Tomando como referencia esas investigaciones, el silicón fue el material asociado al volumen de la estructura cilíndrica (Figura 2.4). Al no estar definido previamente en el software este material, sus propiedades (Tabla 2.4) fueron implementadas de manera manual, mientras que, para el dominio del prisma, se definió la estructura

sólida asociada a las propiedades del agua (*Figura 2.5*) utilizando la información predefinida, la cual se lista en la *Tabla 2.3*.

Tabla 2.3. Parámetros del material "Agua"		
Nombre	Valor	Unidad
Densidad del Agua	1	[kg/m <sup>3</sup> ]
Velocidad acústica	1481	[m/s <sup>2</sup> ]

Tabla 2.4. Parámetros del material "Silicón"		
Nombre	Valor	Unidad
Densidad del Silicón	2.3	[Mg/m <sup>3</sup> ]
Módulo de Young (Silicón)	0.05	[GPa]
Coefficiente de Poisson (Silicón)	0.49	-

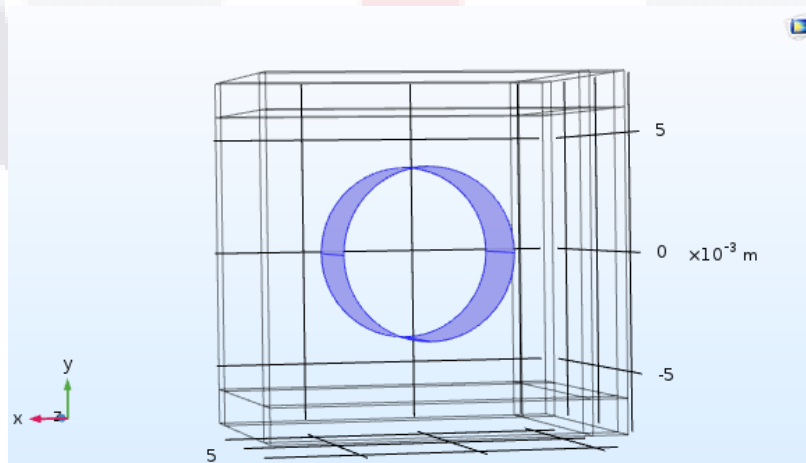


Figura 2.4. Porción de la estructura asignada con material "silicón".

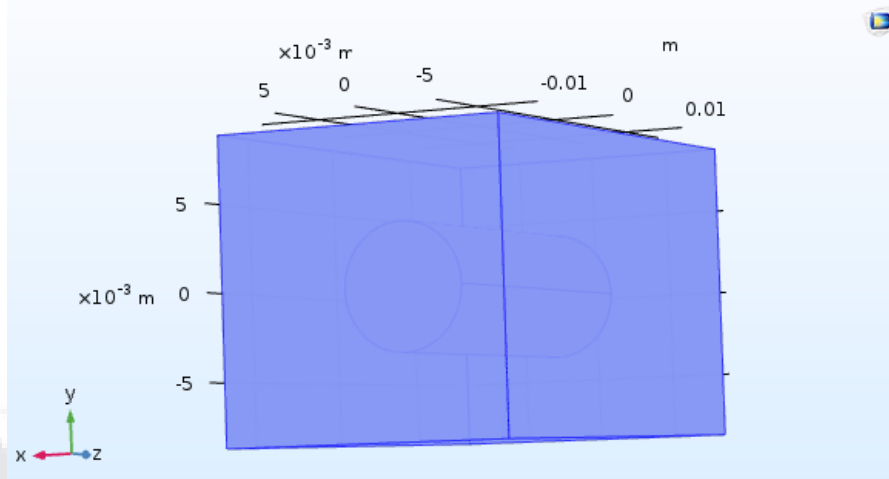


Figura 2.5. Porción de la estructura asignada con el material “agua”.

### 2.3.1. Condiciones de frontera

El análisis de un modelo basado en Elementos Finitos, precisa de características adicionales asociadas a las superficies que forman una frontera de la geometría o bien establecen una condición, estática o dinámica, que influye en el sistema. En este caso, fueron añadidos diferentes condiciones, enlistadas a continuación:

#### 2.3.1.1. Perfectly Matched Layers

Las Perfectly Matched Layers son dominios que forman la geometría de una capa colocados de manera que colinden con las superficies de un cuerpo, las cuales evitan que se generen reflexiones de la onda sobre dichas superficies que lleguen a alterar los resultados. Estas capas se utilizan frecuentemente en estudios donde se trabaja con propagación de ondas, para evitar interferencias debido a reflexiones de la onda no deseadas. Deben ser colocadas en colindancia con las superficies exteriores de la estructura, en caso de que el estudio contemple un origen de radiación en una de estas superficies, será la única porción que no contenga esta condición de frontera. En la *Figura 2.6* se ilustra un corte transversal del prisma que simula el bloque de agua rodeado por una capa de dominios PML.



Figura 2.6. Ilustración de la distribución de PML en un modelo computacional.

### 2.3.1.2. Fuente de radiación

Corresponde a la definición del origen de la onda acústica que será propagada a lo largo de la estructura. Esta condición es asignada a la porción de la estructura que cumplirá esta función, y puede ser adaptada de acuerdo con los requerimientos del usuario; puede implementarse desde la cara completa de la estructura hasta una porción más pequeña que represente la cara de un transductor. La selección de este origen debe considerar ser la superficie externa de la estructura. En la *Figura 2.7* se observa la superficie del prisma asociada a la condición de fuente de radiación utilizada en la mayoría de los casos considerados en esta tesis.

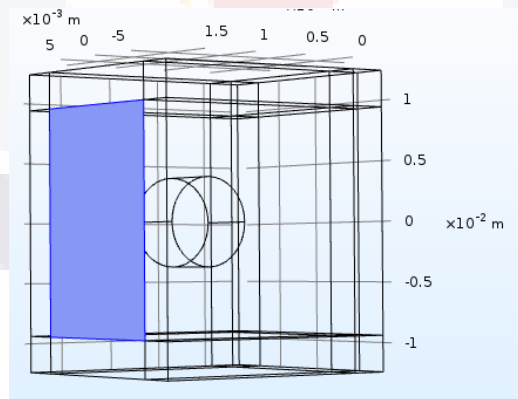


Figura 2.7. Esquema ilustrativo de una simulación que muestra la superficie donde se origina la onda.

## 2.4. Definición de Mallado

Este modelo se compone principalmente de 3 estructuras integradas, el bloque de agua, el cilindro definido como una coraza y por ultimo las capas asociadas a los PML's, implementadas en las diferentes versiones de las simulaciones. En cuanto a la discretización de estos dominios en un número finito de elementos, cada "dominio" debe estar mallado de manera correcta, de modo que los nodos entre dominios coincidan entre sí.

Existen diferentes tipos de discretización, distinguidos por la cantidad de nodos involucrados en cada subsistema. Estas variaciones en la discretización trabajan tanto para los elementos bidimensionales, así como los tridimensionales. A continuación, se describen algunos tipos de discretización comúnmente utilizados para el MEF.

Los elementos de primer orden son el tipo más sencillo de subsistemas, remiten su análisis, así como la distribución de los nodos a los vértices que corresponden a la geometría del subsistema, y se conoce comúnmente como Lineal. Es útil ya que la demanda de recursos computacionales requeridos para su simulación es muy poca. [35]

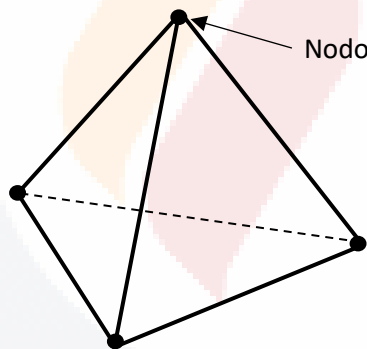


Figura 2.8. Elemento tetraédrico

El segundo nivel de discretización (Quadratic) consiste en la adición de nodos sobre el subsistema, tomando como referencia la distribución de la discretización anterior, se añade un nodo en cada arista y conforme se incrementa el nivel de discretización, se añade un nodo extra por cada incremento en el nivel. No obstante, a partir del segundo nivel de discretización, existe una subclasificación que consiste en considerar o no un nodo en el centro de las caras de los elementos. Ambos comparten la misma distribución de nodos, con la diferencia de que el "Lagrangiano" contempla un nodo en el centro de la superficie de la cara, mientras que los "Serendipity" lo omiten.

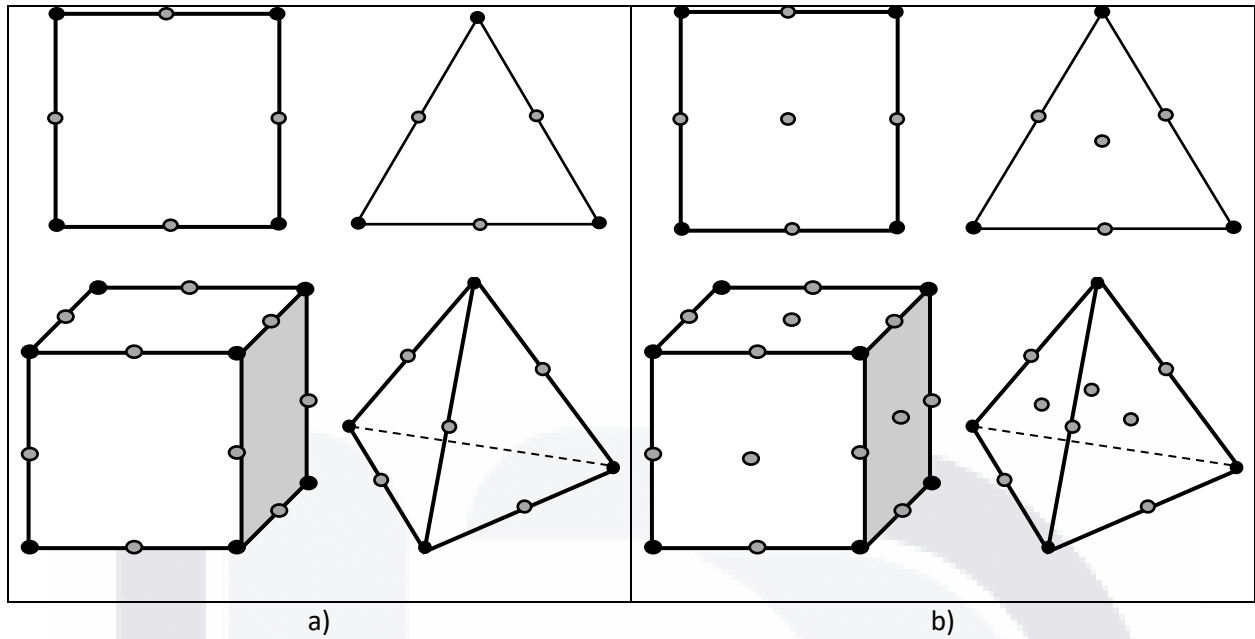


Figura 2.9. Elementos con discretización de tipo “Quadratic”; a) Saerendipity b) Lagranian

### 2.4.1. Bloque

En este caso se utilizó una discretización de tipo lineal. Al ser una estructura tridimensional, se utilizaron elementos que cumplieran con esta condición, implementando así, elementos tetraédricos definiendo un tamaño máximo y un tamaño mínimo de los elementos.

El tamaño máximo y mínimo se estableció en base a la recomendación [44], donde se establece que debe de existir un mínimo de seis elementos por longitud de onda ( $\lambda$ ) para obtener un error de entre el 10 y 15% en los parámetros de interés a ser estimados.

En la *Figura 2.10*, se observa la discretización del elemento “Bloque de agua” en los elementos descritos en esta sección.



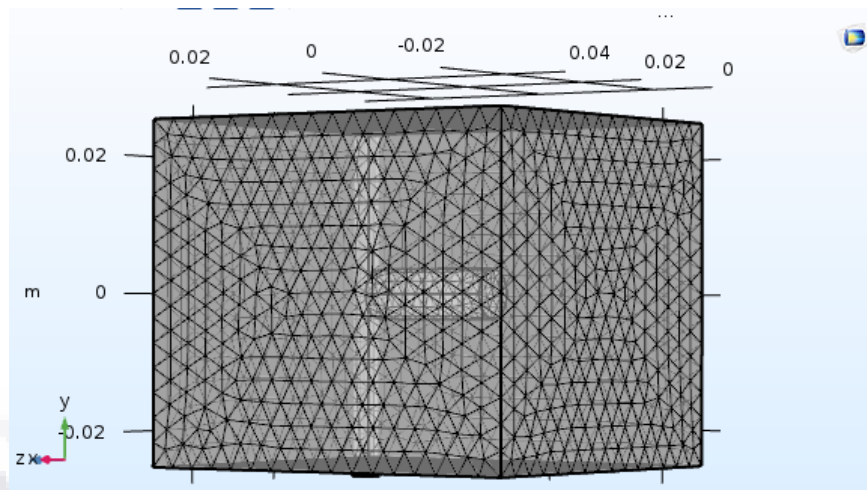


Figura 2.10. Estructura discretizada del bloque de agua.

### 2.4.2. Cilindro

El cilindro forma parte de la estructura en sí, apreciándose como un complemento del bloque, su discretización se realiza en conjunto con el bloque, de manera que, al ensamblar los subsistemas, el software le contemple dentro de la estructura, evitando una mala colindancia entre los elementos que pudiera alterar los resultados. En la *Figura 2.11* se muestra la discretización del elemento “coraza cilíndrica” (que representa la pared de la arteria carótida).

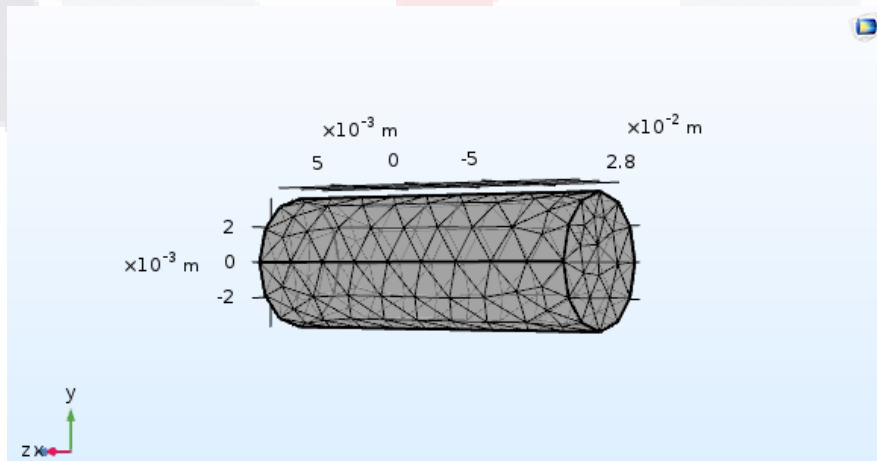


Figura 2.11. Estructura del modelo de arteria discretizado.

### 2.4.3. Mallado de las PMLs

Esta sección, colocada fuera del área de estudio, corresponde a la inclusión de una estructura exterior que cubre por completo al modelo de interés; y que, tras su discretización, debe mostrarse como un conjunto de rectángulos que encajan perfectamente sobre los nodos colindantes del modelo de interés.

El tipo de discretización utilizado en su mallado es conocido como “swept mesh”, que consiste en una extensión directa de los elementos a los que se encuentra conectado, es decir es una extensión de los elementos que componen al prisma (Bloque de agua), la cantidad de elementos que componen esta sección depende de la porción de la estructura asignada a las PML y su relación entre el tamaño máximo y mínimo establecido como en los casos anteriores. En la *Figura 2.12* se observa la discretización realizada para esta sección.

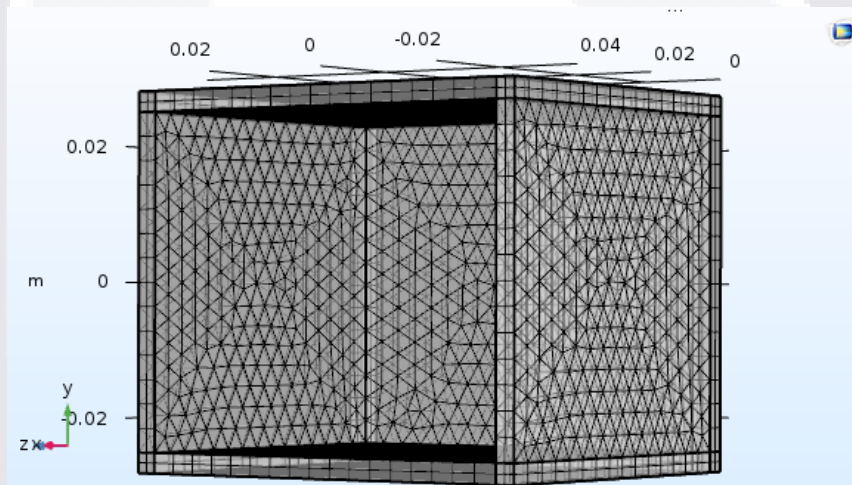


Figura 2.12. Porción discretizada de la estructura correspondiente a las PML.

### 2.5. Definición de los principios físicos involucrados

Una vez definida la geometría y los dominios, y realizada la discretización de todos los elementos del sistema, es necesario definir los módulos de análisis que serán aplicables para la solución del modelo mediante el FEM. Estos módulos contienen el conjunto de ecuaciones que describen el comportamiento del sistema. Para nuestro caso se aplicaron tres módulos que forman parte del estudio conocido como “Acoustic-Shell Interaction” (interacción acústica-coraza) y que se describen a continuación:

- 1) Pressure Acoustics, Transient module: En esta interfaz se considera como ecuación gobernante la ecuación 10, descrita en la sección 1.2.1 “Parámetros de una onda” corazas que expresa el

fenómeno de propagación acústica. Mediante esta interfaz, es posible seleccionar el tipo de radiación (es decir, asociar una función que describa el comportamiento de la radiación acústica a lo largo del tiempo de simulación), así como la cara de la estructura encargada de la emisión de la onda. Permite establecer el valor de parámetros como la temperatura, la densidad y la velocidad de propagación, sin embargo, por defecto obtiene los valores del material establecido.

Como ejemplo de una función que define el tipo de radiación acústica, en la *Figura 2.13*, se muestra una onda senoidal que fue utilizada para uno de los estudios, la cual se asoció a la superficie anterior del prisma, la onda fue definida a partir de la ec. 2.1

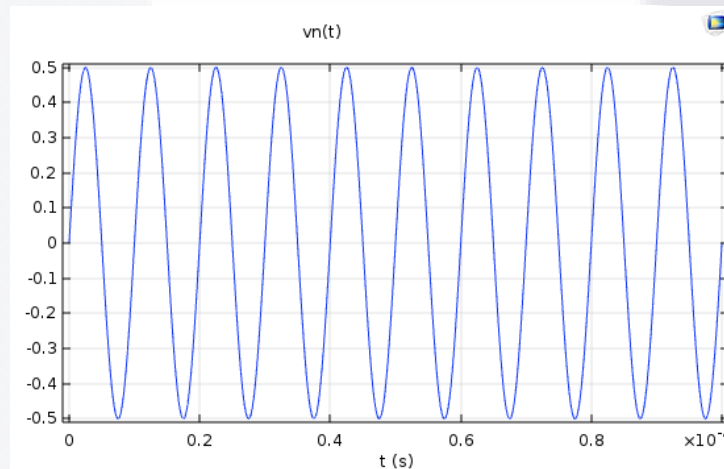


Figura 2.13. Forma de onda definida sobre la superficie radiadora.

$$P(t) = A * \sin(2 * \pi * f * t)$$

ec. 2.1

donde

- $A$  – Amplitud de la onda acústica (Pa)
- $f$  – Frecuencia (Hz) de la onda acústica
- $t$  – Tiempo (seg)
- $P$  – Presión (Pa)

- 2) Shell module: Se rige mediante las ecuaciones de la teoría de Placas de Primer Orden (Teoría de Mindlin) descrita en la sección 1.4 “Teoría de corazas y placas. Además, permite definir: 1) las condiciones de frontera para la “coraza” en las caras de la estructura que se consideraran y 2) el espesor de la estructura. Por último, COMSOL ofrece la posibilidad de eliminar las restricciones de ciertas aristas dentro de la estructura, con la finalidad de observar mejor el comportamiento de esta.
- 3) Acoustic-structure boundary module: Esta interfaz fue usada para acoplar la presión acústica de la onda propagándose en el fluido (agua) con la estructura cilíndrica (coraza).

## 2.6. Realización del estudio

Se llevaron a cabo diversas simulaciones con parámetros y condiciones de prueba diferentes, cuyo propósito se basó en los objetivos planteados, además de que el comportamiento de cada estudio retroalimentó las versiones más actuales, optimizando el reacondicionamiento e implementación de nuevas características entre ellos.

En la *Figura 2.14* se muestra un cuadro sinóptico resumiendo los casos de estudio implementados a lo largo del desarrollo de este trabajo

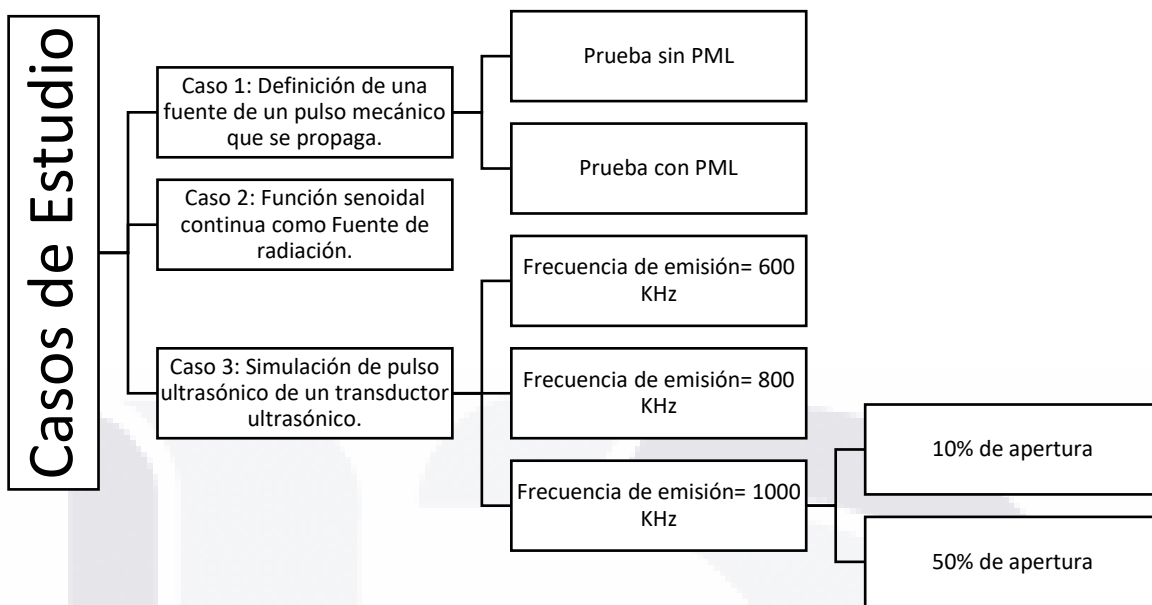


Figura 2.14. Casos de Estudio realizados.

En la *Tabla 2.5* se listan los parámetros utilizados en cada caso:

Tabla 2.5. Casos realizados y los parámetros asociados de cada uno.

	Caso 1		Caso 2	Caso 3		
Parámetro	Sin PML	Con PML	Senoidal Continua	Pulso 600	Pulso 800	Pulso 1000
Tipo de fuente	Estimulo inicial 1 Pa	Estimulo inicial 1 Pa	$A * \sin(2 * \pi * f * t)$	$A * \sin(\omega_0 * t) * e^{(-2*f_0*t)}$		
Frecuencia de emisión	-	-	100 kHz	600 KHz	800 KHz	1000 KHz
Tamaño máximo del elemento	$\lambda/6$	$\lambda/6$	$\lambda/6$	$\lambda/4$	$\lambda/4$	$\lambda/4$
Tamaño mínimo del elemento	$\lambda/8$	$\lambda/8$	$\lambda/8$	$\lambda/6$	$\lambda/6$	$\lambda/6$
Tiempo de simulación	70 [ $\mu$ s]	70 [ $\mu$ s]	50 [ $\mu$ s]	7 [ $\mu$ s]	7 [ $\mu$ s]	7 [ $\mu$ s]
Longitud del Bloque	2 [cm]	3.6 [cm]	6.6 [cm]	1.9 [cm]	1.9 [cm]	1.9 [cm]
Ancho del Bloque	1.74 [cm]	2.04 [cm]	5.3 [cm]	2.1 [cm]	2.1 [cm]	2.1 [cm]
Altura del Bloque	1.74 [cm]	2.34 [cm]	5.6 [cm]	2.4 [cm]	2.4 [cm]	2.4 [cm]
Radio de la Luz	2 [mm]	2 [mm]	2 [mm]	2 [mm]	2 [mm]	2 [mm]
Espesor de la Coraza	1.355 [mm]	1.355 [mm]	1.355 [mm]	1.355 [mm]	1.355 [mm]	1.355 [mm]

Longitud de la Coraza	20 [mm]	20 [mm]	20 [mm]	5 [mm]	5 [mm]	5 [mm]
-----------------------	---------	---------	---------	--------	--------	--------

A continuación, se describen con mayor detalle cada uno de los estudios realizados para la simulación de la propagación de una onda ultrasónica y su interacción con una estructura como la pared de una arteria carótida.

### 2.6.1. Caso 1: Cara radiadora emitiendo un pulso de presión

Una de las primeras versiones funcionales de estas simulaciones fue el diseño de un modelo cuya fuente de radiación correspondía a un pulso único de presión inicial de 1 Pa, definido sobre la pared anterior de la estructura cuadrangular (*Figura 2.15*).

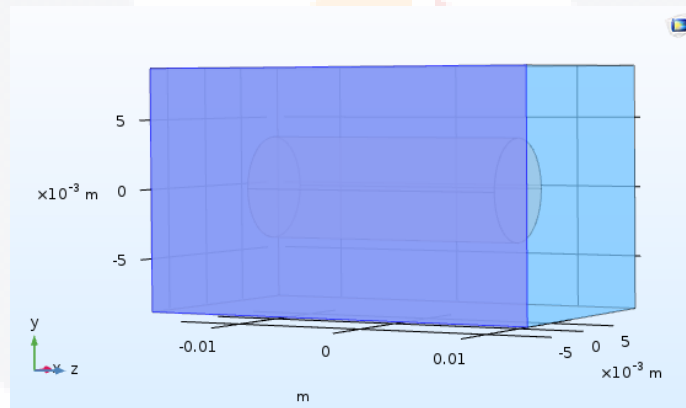


Figura 2.15. Selección de superficie de origen del pulso.

#### 2.6.1.1. Sin PML

Esta simulación, fue construida bajo los parámetros del cilindro y del bloque de agua listados en *Tabla 2.5*, adjudicando las condiciones de frontera ilustradas en la *Figura 2.15* para el origen del pulso y la *Figura 2.3* para las deformaciones descritas a partir de la shell, con una discretización de elementos tetraédricos, de un tamaño máximo de  $\lambda/8$  y mínimo de  $\lambda/6$ , como se muestra en la *Figura 2.16*.

En este caso no se implementaron las capas de PML's, por lo que solo consta de dos dominios: el prisma que simula el bloque de agua y la coraza cilíndrica que simula la pared de la arteria.

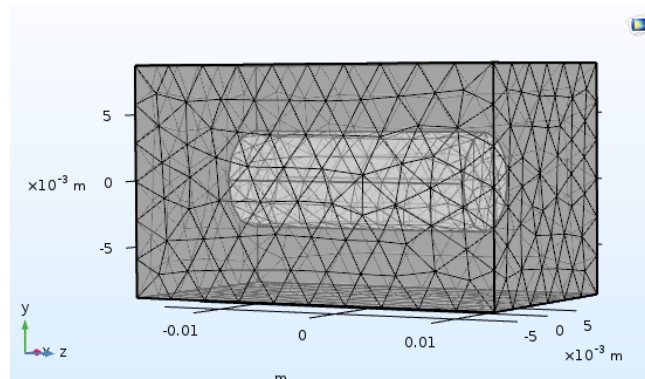


Figura 2.16. Discretización de simulación “Caso 1”, sin PML.

Se realizó un análisis de convergencia para evaluar la relación entre la precisión de los resultados obtenidos y el tamaño mínimo de elemento. Se establecieron dos criterios para evaluar el error en la precisión: la norma máxima y la norma euclidiana promedio. A continuación, se describe el análisis de convergencia realizado únicamente en este caso.

#### 2.6.1.1.1. Análisis de Convergencia

La discretización del sistema original y su reconstrucción a partir de los pequeños subsistemas en los que fue descompuesta para lograr la malla se encuentra definido por el tamaño de los elementos, de esta manera, se tomó como referencia lo planteado por Marbug, quien sugiere una relación de 6 elementos por longitud de onda.

Realizamos un análisis de convergencia para el estudio 2.6.1.1, bajo diferentes dimensiones de elementos, con relaciones de 2 elementos por longitud de onda hasta 10 elementos, incrementando en pares, estableciendo esta última relación, como referencia, debido a que al tratarse de un estudio de Elementos Finitos, mientras más elementos sean utilizados para representar el sistema, más próxima será su respuesta a su contraparte real.

Este análisis fue realizado colocando tres puntos a lo largo del volumen de la estructura como se ilustra en la *Figura 2.17* (superficie radiadora, superficie de la coraza y en la porción media entre los anteriores), a partir del vector de datos de cada punto al concluir la simulación.

Los indicadores evaluados fueron: el tiempo de simulación, la cantidad de elementos, la norma máxima y la norma euclidiana. Tras los resultados se logró establecer una relación entre la cantidad de elementos,



el desempeño del equipo mientras resolvía el estudio y el tiempo de simulación, para definir el tamaño máximo de los elementos para una correcta discretización.

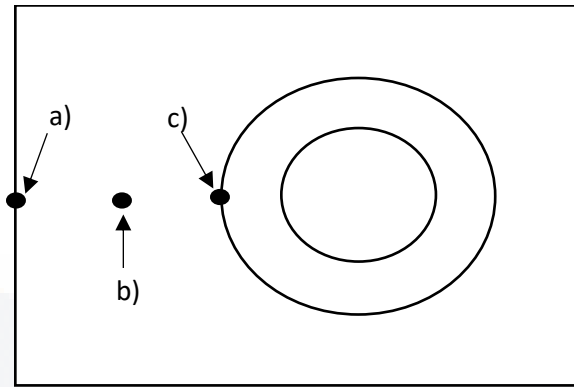


Figura 2.17. Estructura del bloque que ilustra la distribución de los puntos de evaluación.

#### 2.6.1.1.1. Norma Máxima

Calculada como la diferencia del valor máximo absoluto del conjunto de datos de cada punto de evaluación, realizada para cada relación de longitud de onda respecto a la referencia:

$$Norm\ Max = \max|x_{ref}| - \max|x_i| \tag{ec. 2.2}$$

#### 2.6.1.1.2. Norma Euclidiana Promedio

Realizada como el promedio de la raíz cuadrada de la suma de cada elemento del vector elevada al cuadrado.

$$Norm\ Euclidiana = Prom\left(\sqrt{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}\right) \tag{ec. 2.3}$$

#### 2.6.1.2. Con PML

Tomando como referencia la estructura construida en la sección Sin PML 2.6.1.1, se realizaron ciertas modificaciones con la finalidad de mejorar el desempeño del resultado obtenido, insertando como elemento adicional las capas PML, las cuales recubrieron el prisma. De esta manera, los nuevos parámetros de la estructura se expresan en la *Tabla 2.5*, en donde se incrementan 3[mm] sobre las

dimensiones en las que será implementada la PML, mientras que la porción de “Ancho” únicamente contempla la parte posterior de la estructura, debido a que la sección anterior, se encuentra reservada para la condición de frontera de “fuente de radiación”.

Respetando la selección de superficies del estudio, la *Figura 2.7*, ilustra la elección correcta de asignación del origen del pulso de onda, contemplando la adición de las PML a la estructura general, dejando libre la parte anterior de la estructura, mientras que igual que en su versión anterior, las caras con la condición de frontera “shells”, se ilustra en la *Figura 2.3*.

En este caso las dimensiones de los elementos se conservan del mismo valor que el caso anterior, sin embargo, para la discretización de las láminas añadidas, se implementó el método de discretización “swept mesh”. Al ser una extensión de los subsistemas de la estructura de interés, compartió las dimensiones máximas y mínimas de los elementos que componen la estructura descrita en la *Tabla 2.5*, dando como resultado la *Figura 2.18*.

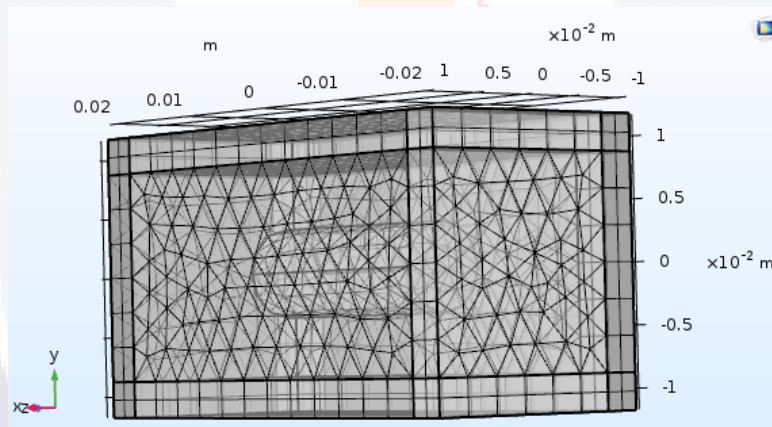


Figura 2.18. Discretización de simulación “Caso 1”, con PML.

### 2.6.2. Caso 2: Cara radiadora emitiendo una función senoidal

Con la finalidad de apreciar mejor la longitud de onda de la radiación acústica a lo largo de la estructura, se modificaron las dimensiones del bloque de agua, conservando los parámetros planteados desde un inicio para el cilindro. Las modificaciones se expresan en la *Tabla 2.5* para este caso. En este caso se conservó la implementación de las PML.

Al tratarse de un estudio con una fuente de radiación continua, como se describe en la *Tabla 2.5* para este caso, la ec. 2.1 fue asignada a la superficie anterior (*Figura 2.7*) mediante el parámetro “Normal Velocity”

de COMSOL, con una frecuencia de 100 kHz., Como se describió anteriormente, el software permite definir una función declarada por el usuario, cuyo comportamiento corresponde a una radiación normal dentro del volumen de la estructura.

La discretización compartió las dimensiones del Caso 1, con un tamaño máximo de  $\lambda/8$  y mínimo de  $\lambda/6$ , como se muestra en la Figura 2.19, siguiendo con el planteamiento inicial del uso de las PML, usando los mismos parámetros implementados en la construcción de la estructura.

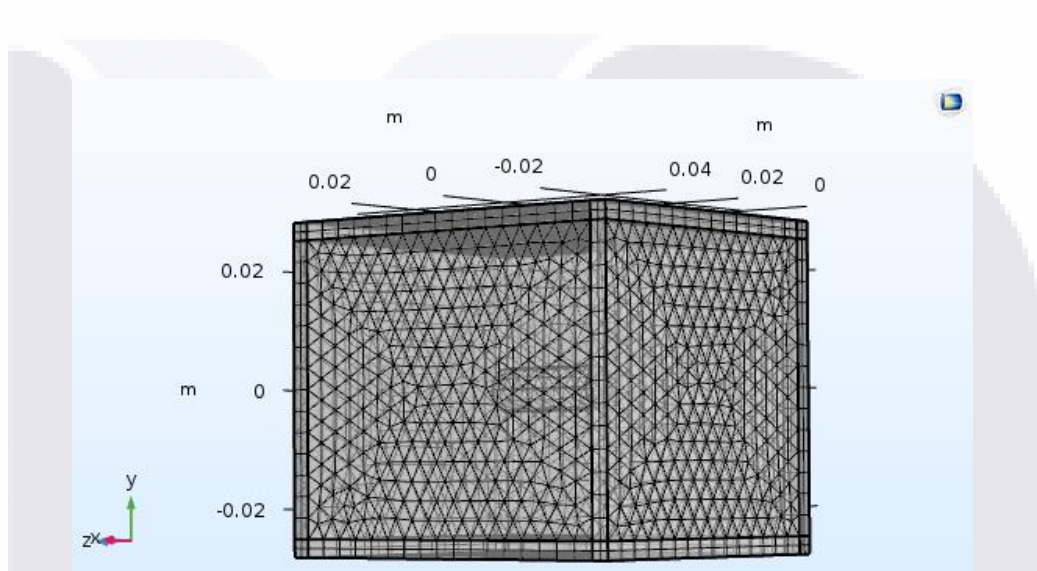


Figura 2.19. Discretización de simulación “Caso 1”, con PML.

El vector de evaluación del estudio fue definido en base al periodo de la onda de la ec. 2.1, desde su inicio hasta 5 veces el periodo, dando un tiempo total de evaluación de  $5 \times 10^{-5}$  seg.

### 2.6.3. Caso 3: Cara radiadora emitiendo una función senoidal atenuándose

Este estudio consistió en la radiación a frecuencias de 600 kHz, 800 kHz y 1MHz. Para observar mejor la forma de onda y estandarizar la posición del cilindro dentro del bloque, los parámetros de ambas estructuras fueron cambiados. Anteriormente, el cilindro se encontraba colocado en la parte posterior del bloque, sin embargo, las dimensiones laterales y de altura del bloque fueron modificadas de tal forma que el radio externo del cilindro (tras su evaluación en shell), se encontrara colocado a 5 mm de la superficie.

Además, con la finalidad de concentrar el estudio en evaluar la forma de onda generada posterior a su emisión con distinta frecuencia, se recortó, la longitud tanto del cilindro como del bloque en el que se encontraba inmerso. Esto es debido a que el tamaño de los elementos dependía de la longitud de onda, al elevar la frecuencia de prueba, un tamaño amplio de estructura implicaría una cantidad elevada de elementos y una mayor demanda de recursos computacionales.

El tipo de radiación que se realizó fue modificado a partir de la ec. 2.1 siendo modificada para aproximarse a un pulso ultrasónico emitido por los transductores de inspección en modo A, que existen en el laboratorio de ultrasonido de la Universidad Autónoma de Aguascalientes, Campus Sur, añadiendo el producto por una exponencial negativa ilustrada en la ec. 2.4

$$A * \sin(2 * \pi * f * t) * e^{(-2*f*t)} \tag{ec. 2.4}$$

donde

- $A$  – Amplitud
- $f$  – Frecuencia (Hz)
- $t$  – Tiempo (seg)

En la Figura 2.20 se puede observar la forma de la onda ultrasónica emitida utilizada en este caso.

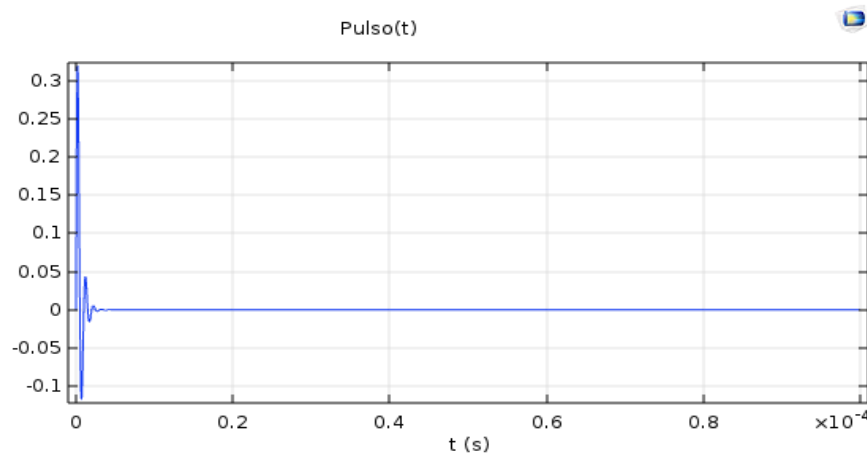


Figura 2.20. Forma de onda de la ec. 2.4.

La Figura 2.7 ilustra la asignación del origen de la onda en la nueva estructura utilizando los nuevos parámetros, debido al alto consumo de recursos por parte del equipo, provocados por el incremento de la frecuencia de prueba, las dimensiones máximas y mínimas de los subsistemas se vio reducida a  $\lambda/6$  y  $\lambda/4$  respectivamente resultando en la estructura ilustrada en la Figura 2.21.

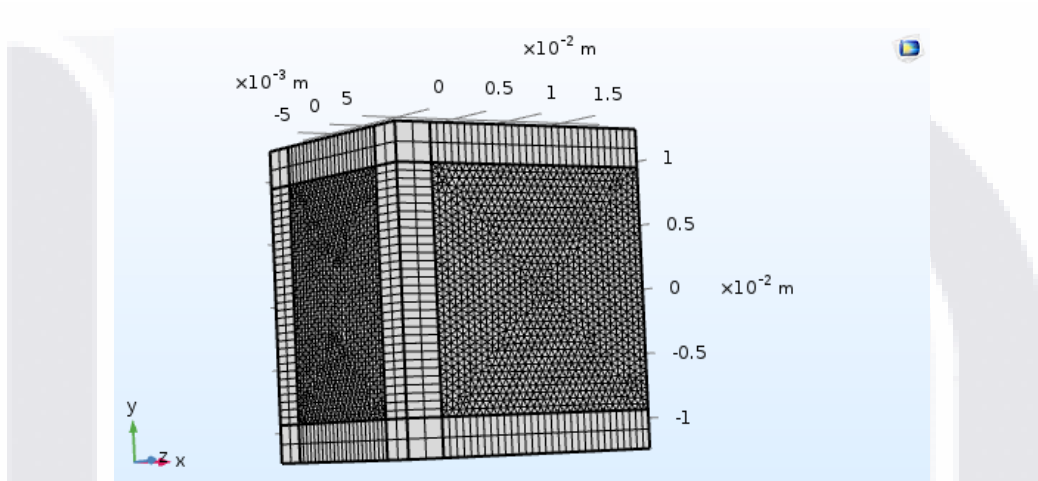


Figura 2.21. Estructura discretizada para las simulaciones del caso 3.

Se estableció un tiempo de prueba estimado de  $7 \mu s$ , que sirvió para observar el desplazamiento de la onda y fue suficiente para que el frente de onda se pudiera apreciar de manera correcta, además de permitir la reflexión de la superficie de la estructura.

Adicionalmente, se realizó un análisis para conocer el tamaño de la apertura radiadora en el patrón del campo acústico solo para la frecuencia de 1000 KHz. Esto se realizó mediante la activación como fuente radiadora de solo un porcentaje del total de la superficie anterior; los porcentajes evaluados fueron 10% y 50%.

### 2.6.3.1. 10% de Apertura

El proceso de construcción que se implementó para construir el modelo, así como la determinación de los materiales por cada “dominio”, fue la misma para estos casos, inclusive la frecuencia de radiación, así como la función del Caso 3 (Sección 2.6.3), con la diferencia de seccionar virtualmente la superficie de la

estructura, mediante la herramienta “workplane” incluida en el software, el cual se asoció a la superficie anterior de la estructura (Figura 2.22).

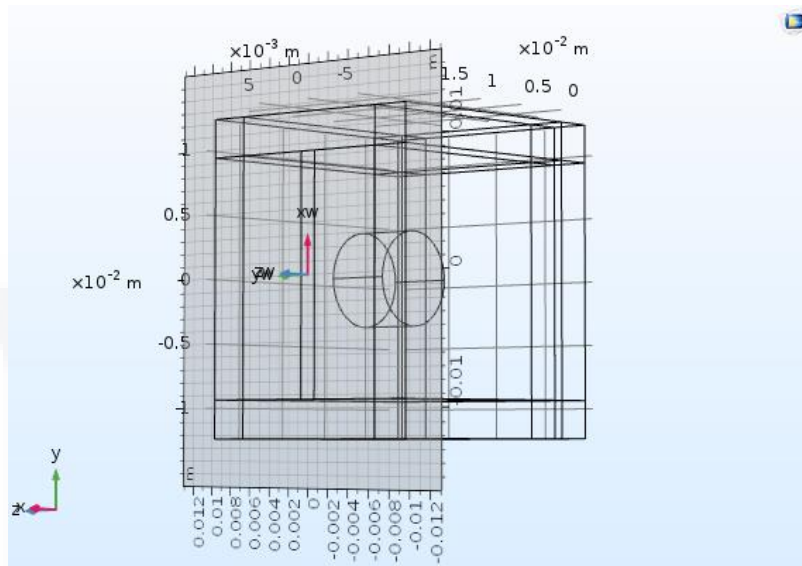


Figura 2.22. Workplane colocado en la superficie anterior.

Otro de los cambios significativos, fue establecer la fuente de radiación de la onda programada a la porción de superficie correspondiente, como se muestra en la Figura 2.23

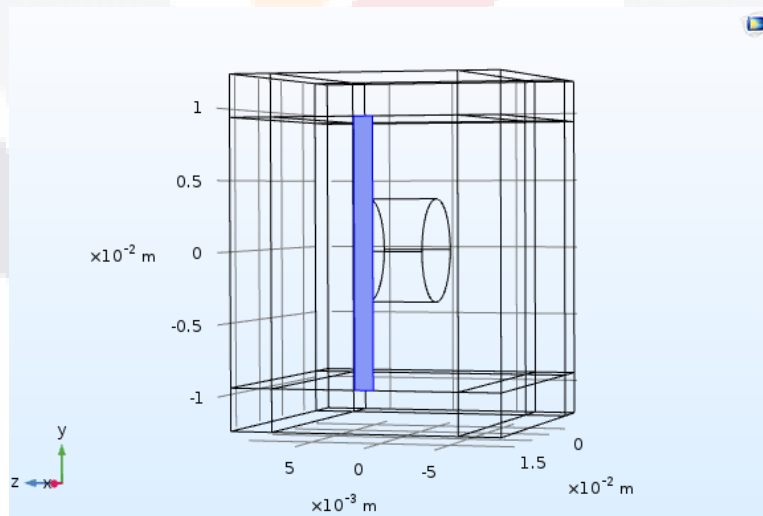


Figura 2.23. Porcion de superficie asignada como fuente de radiacion.

Por su parte, al realizar la discretización de la estructura de manera automática, el software respeto las aristas establecidas sobre el modelo, dando como resultado, la Figura 2.24

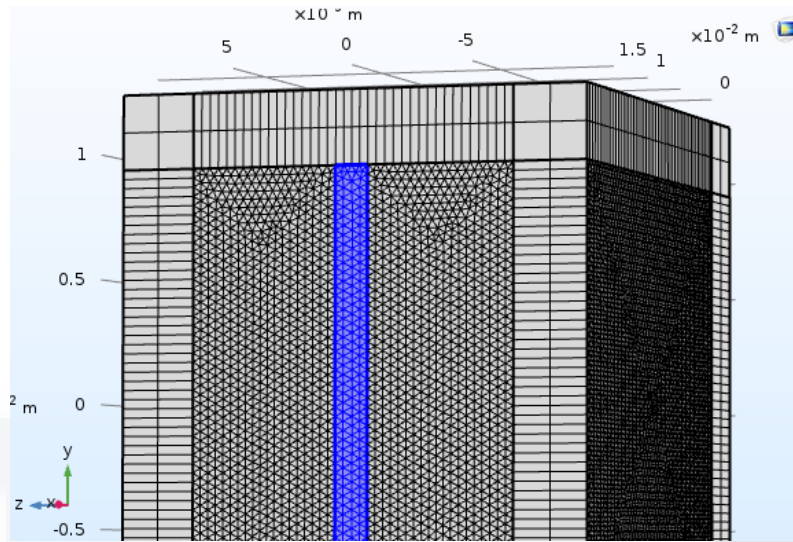


Figura 2.24. Estructura discretizada que muestra la porcion de superficie correspondiente a la fuente (10% de apertura).

### 2.6.3.2. 50% de Apertura

El proceso descrito en la sección 2.6.3.1, fue el mismo que se realizó para la creación de esta porción de superficie, con la única diferencia de variar el tamaño total de la fuente de radiación por un 50%, lo que modifico únicamente la distribución de los elementos al discretizar el modelo como lo ilustra la Figura 2.25.

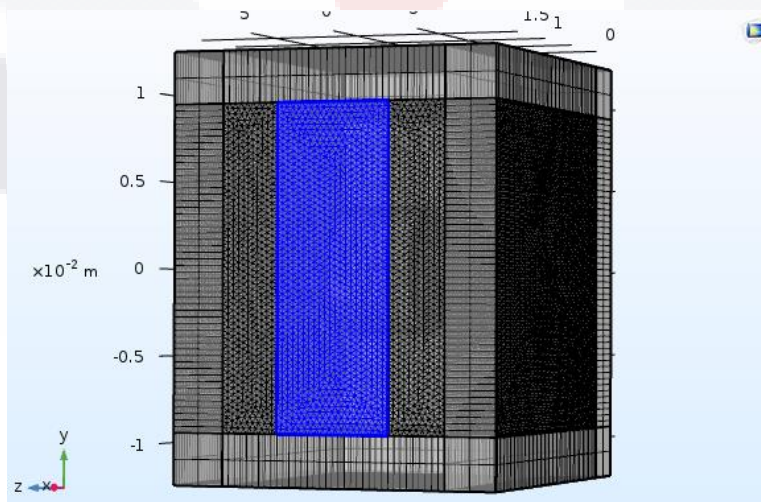


Figura 2.25. Estructura discretizada que muestra la porcion de superficie correspondiente a la fuente (50% de apertura).

## 2.7. Análisis de Resultados

El desempeño de la simulación fue estimado a partir de la diferencia entre los valores teóricos estimados y los obtenidos de la longitud de onda y el periodo, mientras que la longitud de onda de la simulación fue medida a partir del resultado grafico de la simulación y la propagación de la onda, al medir la distancia entre las crestas de la onda obtenida, mientras que el periodo, fue obtenido en las gráficas de tiempo, al cumplirse el primer ciclo.

## 2.8. Medidas Experimentales

Esta sección de metodología corresponde a la descripción de la implementación práctica de los principios teóricos en los que se basan las simulaciones hasta ahora expuestas, sobre los cuales gira la exploración acústica, culminando en la integración de estos al realizar una ecografía a un modelo sencillo de arteria. Como primera etapa, se realizó la caracterización del transductor ultrasónico utilizado en las pruebas experimentales. Posteriormente se adquirieron señales ultrasónicas experimentalmente en un esquema similar al expuesto en el caso simulado descrito en la sección 2.6.3. El trabajo descrito en esta sección se desarrolló durante una estancia de investigación en el Laboratorio de Acústica Ultra sonora de la Facultad de Ciencias de la Universidad de la República en Montevideo, Uruguay.

### 2.8.1. Caracterización del transductor

#### 2.8.1.1. Espectro de Frecuencias

Cada transductor implementado en la experimentación acústica se encuentra asociado a una frecuencia específica llamada frecuencia central. Se realizó un estudio pulso eco implementando transductores con diferentes frecuencias centrales, utilizando una placa circular como superficie reflectante y colocando el transductor a una distancia de 5 cm, siguiendo el modelo esquematizado en la Figura 2.26.



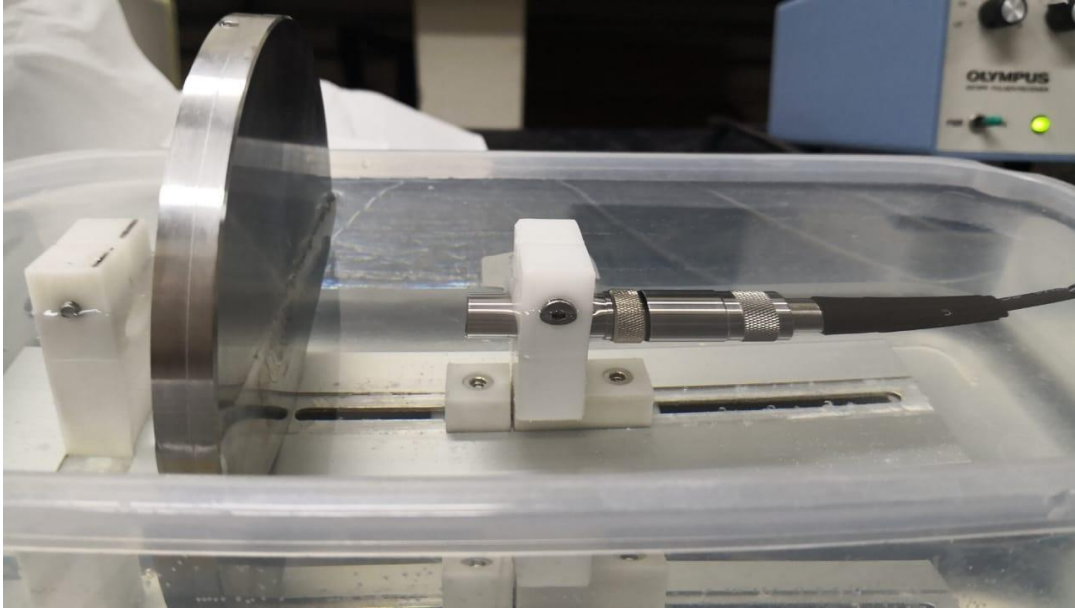


Figura 2.26. Equipo utilizado en el que se muestra un recipiente lleno de agua, además un disco de cara plana que cumple la función de superficie reflectora, colocado a una distancia de 5 cm de la cara del transductor de 1MHZ.

Posteriormente, se obtuvo el vector de datos que componen al registro de las amplitudes del eco reflejado por la placa circular mediante un Osciloscopio Tektronix TDS 2024B, y una interfaz osciloscopio-ordenador regulada por el software MATLAB 2025. Se almacenó el conjunto de datos correspondientes al eco y se procesaron aplicando la FFT para conocer sus componentes en frecuencia, es decir comprobar que el transductor ultrasónico emite en su frecuencia central y conocer el rango de frecuencias conocido como ancho de banda.

### 2.8.1.2. Campo acústico en el eje axial del Transductor

Consiste en la recepción de la onda transmitida por el transductor mediante un sensor ultrasónico conocido como hidrófono. El hidrófono debe ser colocado inicialmente a cierta distancia del transductor, y ambos deben estar sumergidos en agua dentro de un contenedor. Mientras se distancian entre ellos, se registra la amplitud de señal acústica en diferentes puntos a lo largo del eje axial del transductor formando un patrón de amplitudes peculiar que indica los puntos de máxima y mínima oscilación de presión acústica.

Ambas herramientas (hidrófono y transductor) fueron sujetas por un soporte de acrílico, la radiación fue efectuada por un transductor de potencia de 1MHz, para una mayor amplitud, el cual permaneció estático, mientras que la punta del hidrófono fue colocada inicialmente a 5cm de la cara del transductor

y se encontraba sujeto a un motor que distanciaba el hidrófono axialmente en pasos de 4mm (Figura 2.27 y Figura 2.28).

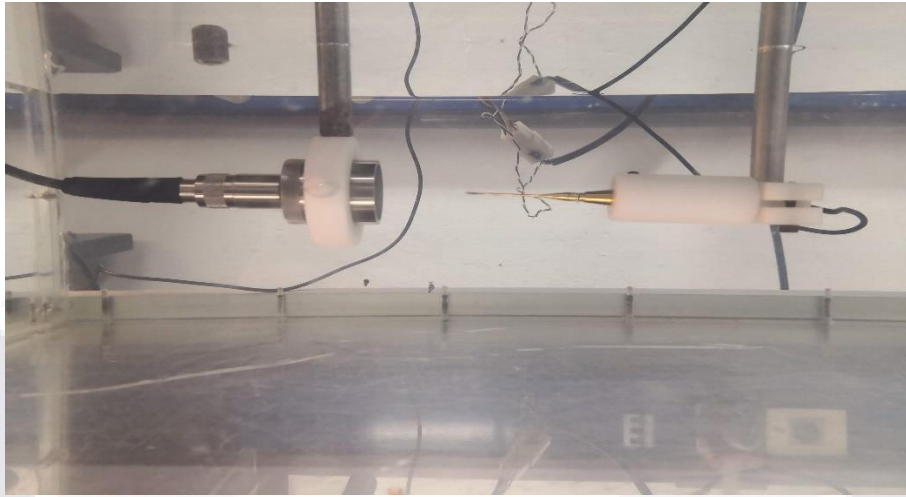


Figura 2.27. Montaje de transductor de potencia (Izquierda) e hidrófono (Derecha), separados por 5 cm.

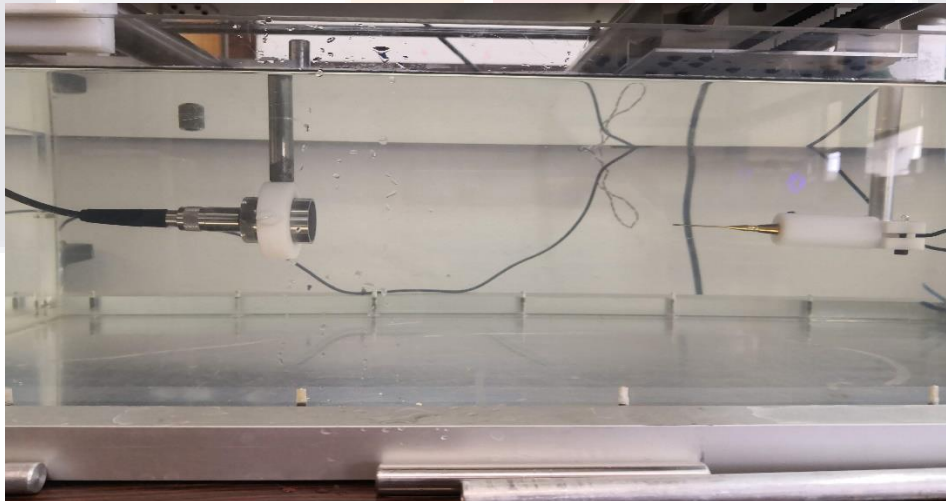


Figura 2.28. Posición final del hidrófono al concluir el trayecto programado, a una distancia de 15 cm

La excitación del transductor se realizó con un generador de señales (Figura 2.29). La forma de onda radiada fue senoidal facilitando identificar la onda en el osciloscopio que muestra lo que el hidrófono registra.

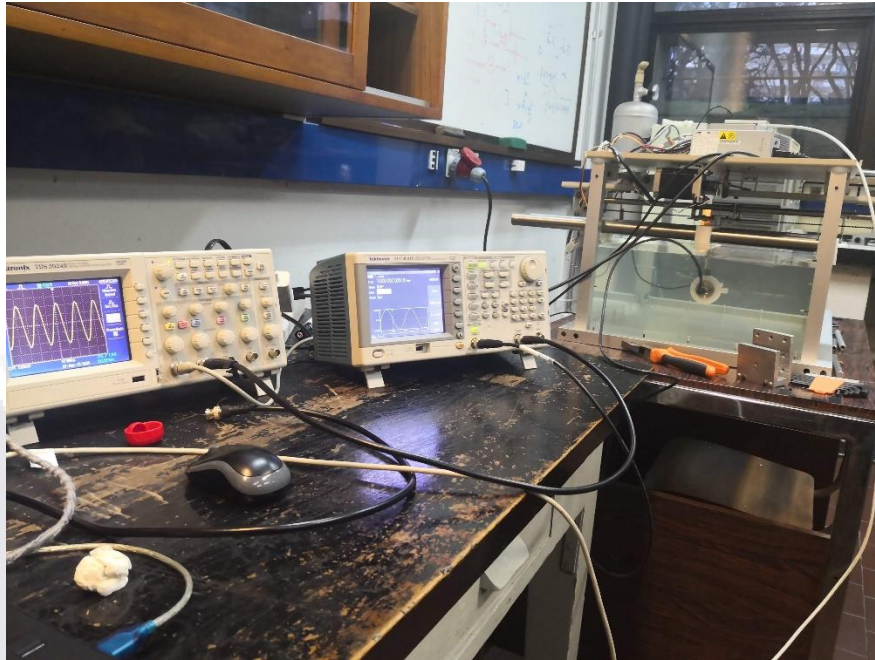


Figura 2.29. Equipo montado donde se ilustra el osciloscopio, el generador de señales y el contenedor donde se encuentran sumergidos el transductor y el hidrófono.

### 2.8.1.3. Resolución Lateral

Con la finalidad de observar la resolución de un transductor, se realizó un barrido transversal en pasos de 5mm utilizando el mismo hidrófono, separado a la misma distancia de 5cm, con una trayectoria total de 20cm, donde la cara del transductor sería el centro de dicha distancia.

### 2.8.2. Experimento con el Modelo Físico de Arteria

La contraparte de los modelos computacionales desarrollados en esta tesis, específicamente el caso expuesto en la sección 2.6.4, fue la construcción física, la cual es implementada para la validación del modelo computacional tras comparar los resultados obtenidos de una experimentación bajo los mismos parámetros. De esta manera, se describe el proceso de análisis acústico de un tubo que simula una arteria.

La descripción de la inspección ultrasónica realizada a un tubo de silicón con distintas frecuencias para distinguir los ecos de las paredes y radiado a diferentes distancias se describe a continuación. La muestra consistió en un tubo de silicón que asemejaba a un modelo sencillo de arteria, cuyo espesor de las paredes era de 1mm, mientras su diámetro fue de 1.1cm (Figura 2.31). El transductor fue colocado a su

correspondiente distancia focal respecto a la pared anterior del modelo, este estudio fue realizado inmerso en una pila de agua

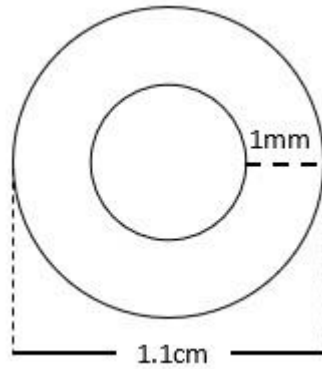


Figura 2.30. Esquema general de las dimensiones de la porción lateral del modelo

La muestra fue sujeta en sus extremos por un par de pinzas ancladas al brazo de un soporte universal, mientras que el transductor fue sujeto por un cilindro de metal, que podía desplazarse axialmente de manera manual. El experimento se realizó inmerso en un bloque de agua (Figura 2.32). El tipo de excitación del transductor fue tal que se logrará transmitir una onda sinusoidal pulsada como en el caso de la simulación.

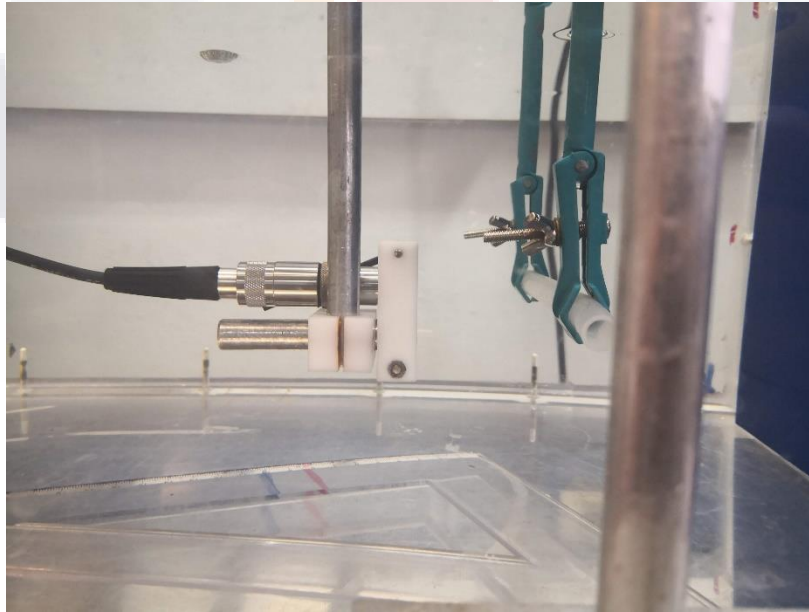


Figura 2.31. Vista axial del montaje de los componentes del experimento

### Capítulo 3. Resultados

En el siguiente capítulo se exponen los resultados obtenidos en nuestra investigación. Estos resultados muestran únicamente las versiones finales de cada simulación, ya que estas versiones fueron el resultado de una evolución en el tipo de evaluaciones a las que fueron sometidas, además de ciertos cambios en la estructura, realizados para mejorar el desempeño.

#### 3.1. Caso 1: Cara radiadora emitiendo un pulso de presión

##### 3.1.1. Sin PML

Esta simulación se realizó mediante un estímulo con una presión inicial de 1 Pa sobre la superficie anterior del bloque de agua y el estudio evaluó su influencia sobre el resto de la estructura conforme al tiempo. La Figura 3.1, ilustra un instante en la propagación del pulso mecánico a través de la estructura, donde la mayor concentración de presión se encuentra en la parte anterior del prisma. Esta estructura no contó con la condición de frontera PML por lo que en la simulación temporal se pudieron distinguir múltiples reflexiones en las paredes del prisma.

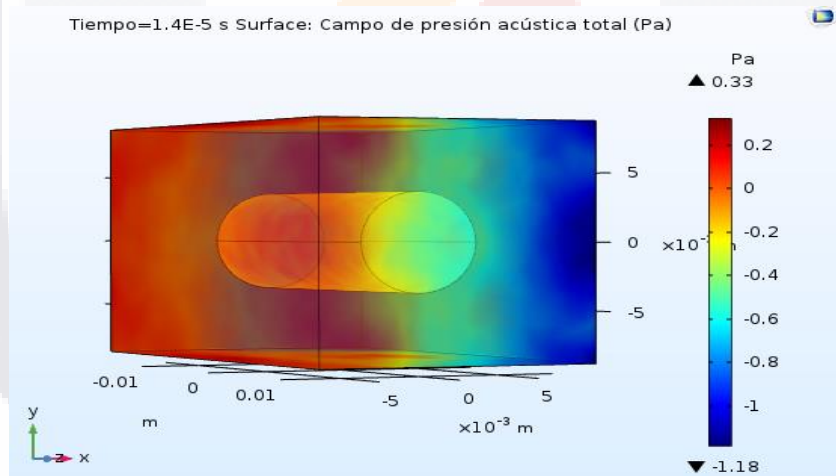


Figura 3.1. Estructura con la distribución de presiones en un instante determinado

La Figura 3.2, muestra la gráfica de presión versus tiempo evaluadas en diferentes coordenadas de interés del modelo. Representan las variaciones en la presión a lo largo del tiempo de evaluación.

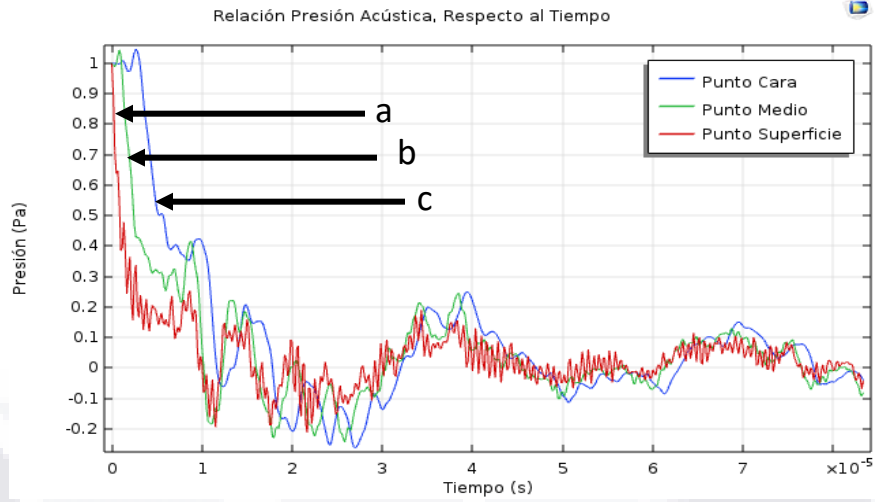


Figura 3.2. Relación entre la presión acústica respecto al tiempo en diferentes puntos de la simulación “Pulso”; a) señal de un punto en la cara radiadora; b) señal de un punto ubicado en el medio; c) señal en un punto en la superficie de la coraza.

### 3.1.1.1. Análisis de Convergencia

A partir del modelo sin PML, descrito en la sección 2.6.1.1, correspondiente al Caso 1, se evaluó la respuesta de presión en las coordenadas seleccionadas ilustradas en la *Figura 2.17* de las que posteriormente se extrajeron los vectores de datos de cada coordenada. La *Tabla 3.1*, *Tabla 3.2* y la *Tabla 3.3*, ilustran los datos obtenidos para las coordenadas: a) punto origen, b) punto medio y c) punto superficie de la coraza. La información resumida en las tablas corresponde al cálculo de los criterios “Norma Máxima” y “Norma Euclidiana Promedio” explicados en las secciones 2.6.1.1.1.1 y 2.6.1.1.1.2. Además, se incluyó información respecto a la cantidad de elementos que se generan en cada simulación y el tiempo de solución, ambos criterios son relevantes para conocer la eficiencia de la simulación. Se evaluaron 4 casos: tamaño del elemento  $\lambda/8$ ,  $\lambda/6$ ,  $\lambda/4$  y  $\lambda/2$  (donde  $\lambda$  es la longitud de onda de la emisión ultrasónica simulada). Todos ellos fueron comparados contra el tamaño del elemento  $\lambda/10$ , el que al ser el más pequeño se asume que es el de menor error.

	$\lambda/10$	$\lambda/8$	$\lambda/6$	$\lambda/4$	$\lambda/2$
Euclidiano	-	0.019041304	0.030974107	0.036420728	0.034546582
Norma Máxima	-	0.075215681	0.10007945	0.12055422	0.11415243

Cantidad de elementos	8785	5155	3096	2483	2683
Tiempo de solución	5 min 1 seg	2 min 58 seg	1 min 54s	1 min 48 seg	2 min 7 seg

Tabla 3.2. Punto medio

	$\lambda/10$	$\lambda/8$	$\lambda/6$	$\lambda/4$	$\lambda/2$
Euclidiano	-	0.025781561	0.038219564	0.045475752	0.04315314
Norma Máxima	-	0.086000103	0.1372502	0.14642877	0.15246188
Cantidad de elementos	8785	5155	3096	2483	2683
Tiempo de solución	5 min 1 seg	2 min 58 seg	1 min 54s	1 min 48 seg	2 min 7 seg

Tabla 3.3. Punto superficie

	$\lambda/10$	$\lambda/8$	$\lambda/6$	$\lambda/4$	$\lambda/2$
Euclidiano	-	0.034325944	0.038248664	0.041654223	0.038192759
Norma Máxima	-	0.05732628	0.10833451	0.18289057	0.13040911
Cantidad de elementos	8785	5155	3096	2483	2683

Tiempo de solución	5 min 1 seg	2 min 58 seg	1 min 54s	1 min 48 seg	2 min 7 seg
--------------------	-------------	--------------	-----------	--------------	-------------

### 3.1.2. Con PML

Un cambio significativo fue la implementación de la condición de frontera PML, en donde visualmente se logró observar una mejor propagación del pulso sin reflexiones en las paredes del prisma. La Figura 3.3, ilustra una comparación del producto final del caso sin PML con el del caso con PML, para el mismo instante de tiempo. Se muestra la silueta de las placas de PML colocadas sobre la estructura (Figura 3.3).

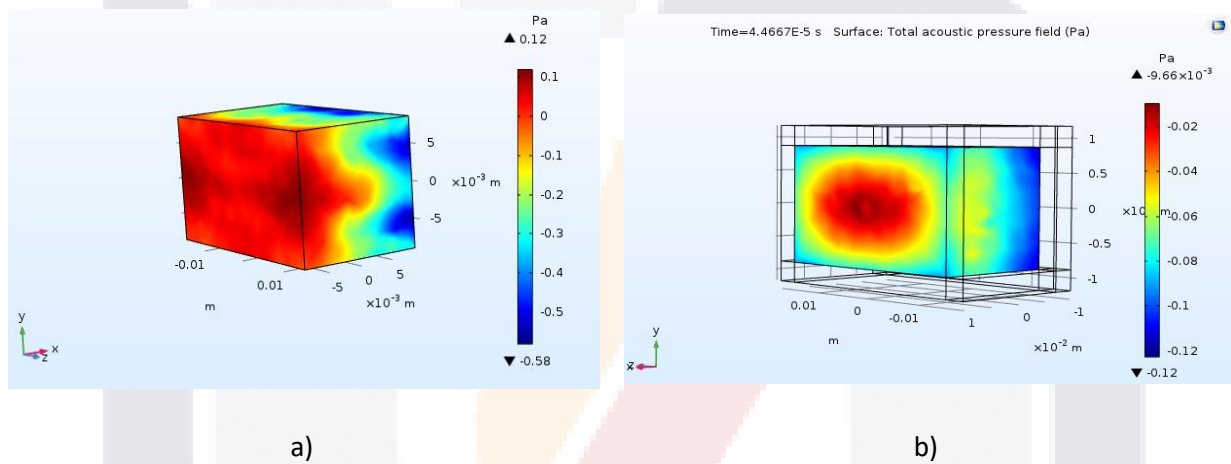


Figura 3.3. Estructura del estudio “Caso 1”, a) Sin PML, b) con PML

Por su parte, la Figura 3.4, representa la gráfica de presión contra tiempo para las tres coordenadas definidas anteriormente, igualmente se muestra una comparación entre los casos con PML y sin PML. Se distingue un cambio súbito en la respuesta de la propagación del pulso, tras la implementación correcta de las PML en las superficies de la estructura.



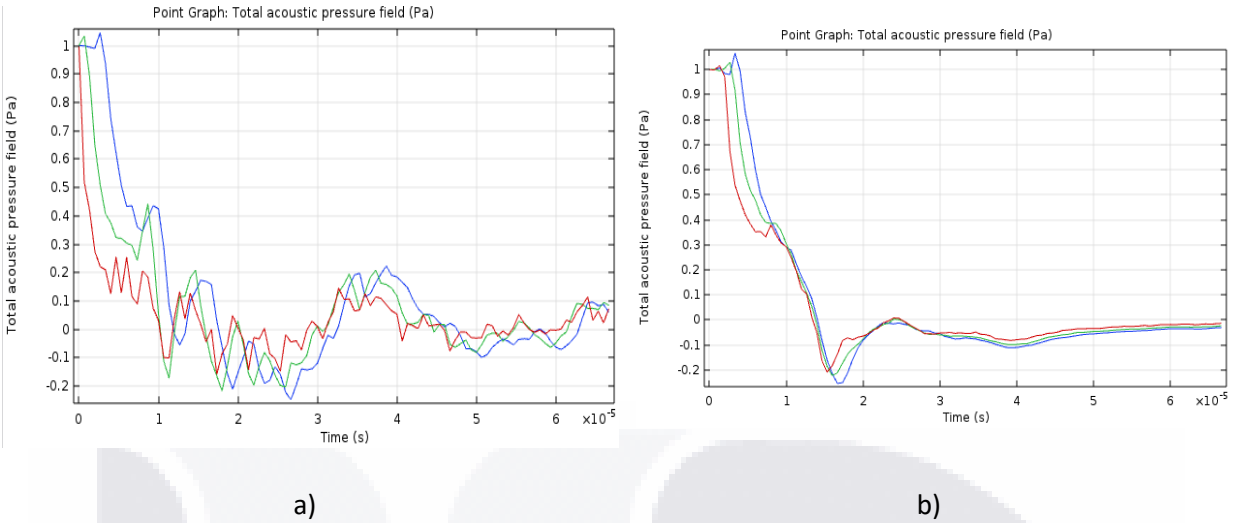


Figura 3.4. Niveles de presión del estudio “Caso 1”, a) sin PML, b) con PML

### 3.2. Caso 2: Cara radiadora emitiendo una función senoidal continua

Se cambio el tipo de radiación definido en la cara anterior, en vez de un pulso de 1 Pa, ahora la radiación consistió en una fuente continua senoidal, que se propagó hacia la parte interna del volumen de la estructura. La *Figura 3.5*, ilustra la onda, en un instante dado, viajando a lo largo del prisma; donde se puede apreciar un total de 4 porciones con altos niveles de presión (en rojo), correspondientes a las crestas de la onda senoidal (y equivalentes a una presión aproximada de 0.6 Mpa).

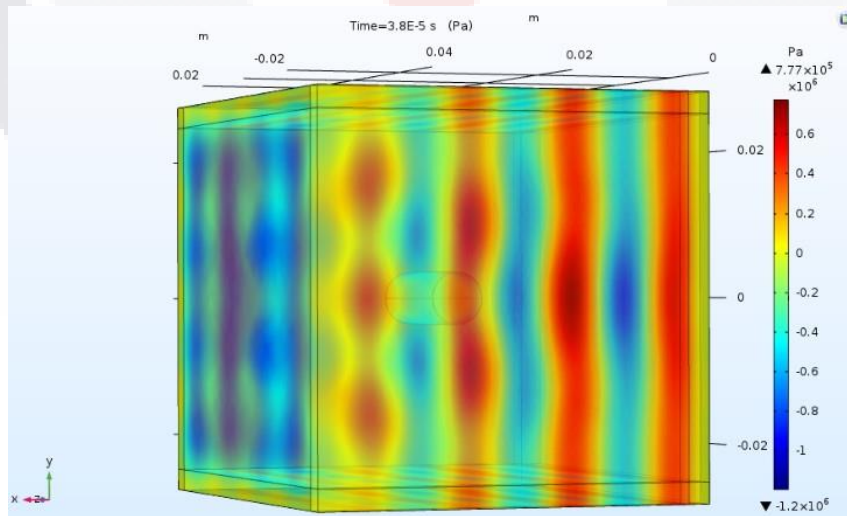


Figura 3.5. Distribucion de presiones en la simulacion de “Onda Continua”

Al igual que las simulaciones anteriores, fueron colocados tres puntos (coordenadas) de evaluación dentro de la estructura. La gráfica de presión acústica contra el tiempo para esos tres puntos se muestra en la Figura 3.6 donde se puede apreciar una reducción de amplitudes tras ciertos periodos de tiempo, asociados al paso de la onda con las interfases de la estructura. Así mismo, se aprecia el comienzo de la oscilación de presión en el instante cero únicamente en la cara radiadora, como es de esperarse. La oscilación viaja y comienza a perturbar la coordenada del medio (línea verde de la gráfica señalizada con la letra b) aproximadamente a los 5  $\mu$ s y finalmente llega a la superficie de la coraza aproximadamente a los 1.1  $\mu$ s (línea roja marcada con la letra c).

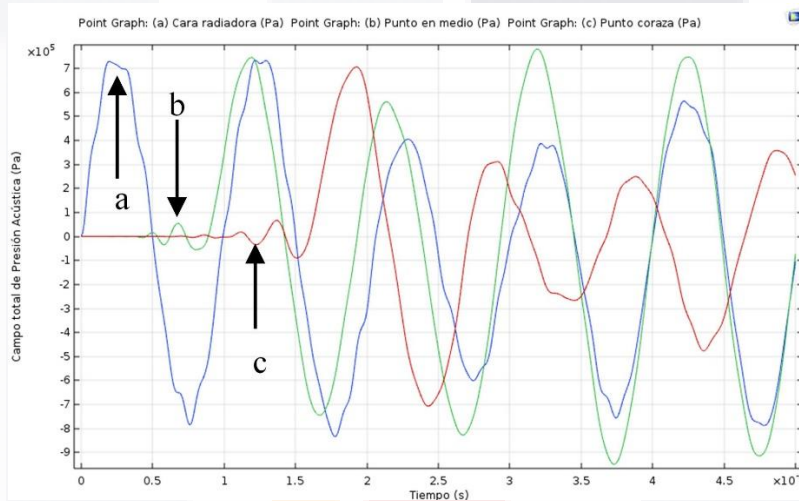


Figura 3.6. Relación entre la presión acústica respecto al tiempo en diferentes puntos de la simulación “Onda Continua”; a) señal de presión en un punto sobre la cara radiadora; b) señal de presión en un punto ubicado en el medio; c) señal presión en un punto sobre la superficie de la coraza.

### 3.3. Caso 3: Cara radiadora emitiendo una función senoidal atenuada

De acuerdo con lo descrito en el Capítulo de Metodología, esta simulación aproxima la forma de onda pulsada generada por los transductores ultrasónicos utilizados en ensayos no destructivos. De esta manera, se realizaron evaluaciones con tres diferentes frecuencias de la onda: 600, 800 y 1000 kHz. Estos resultados se ilustran a partir de “isosuperficies”, que consisten en la visualización de los resultados en diferentes porciones llamados “niveles de evaluación (ilustrados en la barra de acotaciones de los resultados)”; este tipo de vista facilita la observación de los valores de presión asociados a la propagación de las ondas.

### 3.3.1. 600 kHz

La Figura 3.7, muestra la propagación del pulso ultrasónico en diferentes instantes de tiempo, a través de la estructura (prisma) que representa el bloque de agua con la coraza cilíndrica (segmento de arteria) inmerso, donde se aprecia un frente de onda plano que culmina en la reflexión tras colisionar con la estructura cilíndrica.

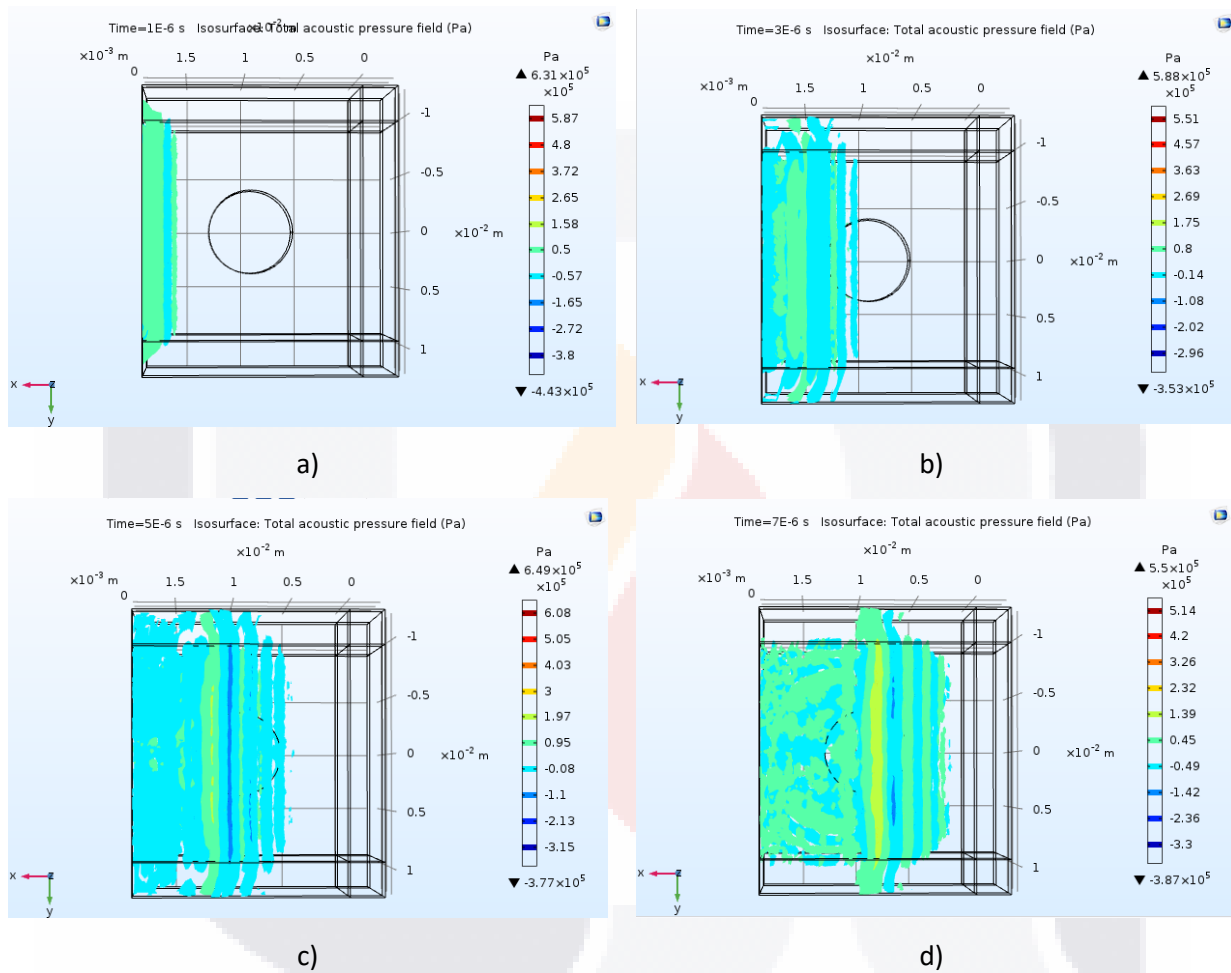


Figura 3.7. Visualización de la propagación de la onda de 600 kHz mediante “isosuperficies” a 10 niveles de evaluación, en diferentes instantes de la simulación. a) Inicio de la propagación de la onda senoidal pulsada desde la cara radiadora. b) Propagación de la onda en el instante  $t=3\mu\text{s}$ , donde ya alcanzó la pared anterior del cilindro. c) Propagación de la onda en el cuerpo de la arteria. d) reflexión de la pared anterior del cilindro.

La Figura 3.8 muestra las gráficas de presión contra el tiempo de los puntos de interés planteados anteriormente.

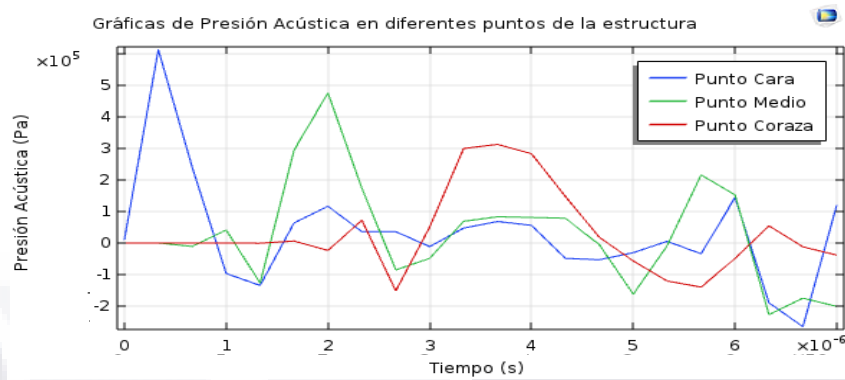


Figura 3.8. Relación entre la presión acústica respecto al tiempo en diferentes puntos de la simulación a una frecuencia de 600 kHz.

### 3.3.2. 800 kHz

A continuación, la Figura 3.9 muestra el mismo pulso, con un incremento de frecuencia, a 10 niveles de evaluación de isosuperficies, en una vista axial a la dirección del pulso donde se aprecia el paso de este a través de la estructura.

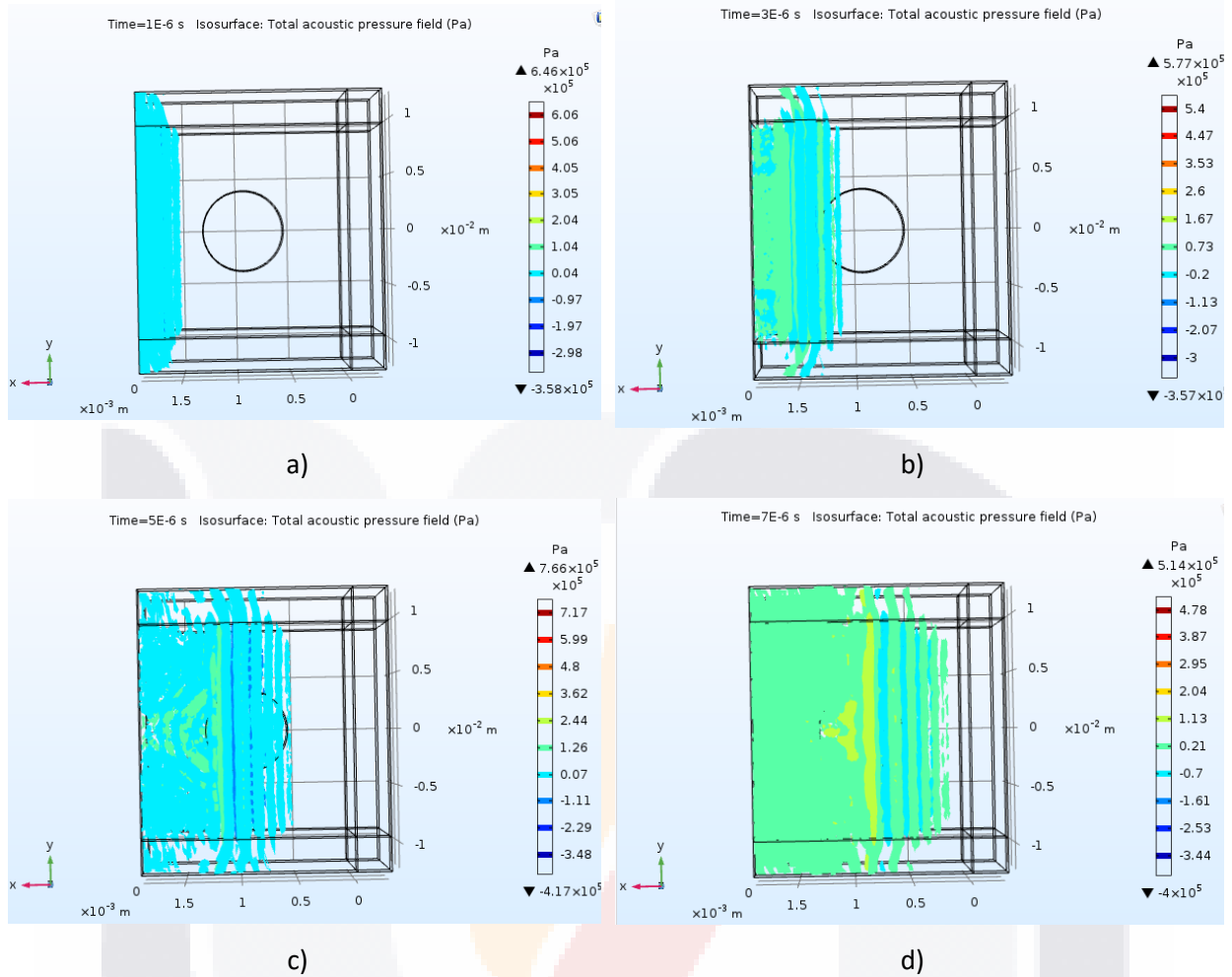


Figura 3.9. Visualización de la propagación de la onda de 800 kHz mediante “isosuperficies” a 10 niveles de evaluación, en diferentes instantes de la simulación. a) Inicio de la propagación de la onda senoidal pulsada desde la cara radiadora. b) Propagación de la onda en el instante  $t=3\mu\text{s}$ , donde ya alcanzó la pared anterior del cilindro. c) Propagación de la onda a través del cuerpo de la estructura cilíndrica. d) Propagación de la onda en el instante  $t=7\mu\text{s}$ , donde la onda ha recorrido el diámetro de la estructura.

Similar a los casos anteriores, la Figura 3.10 muestra el nivel de presión en Pascales a lo largo de un periodo de  $7\mu\text{s}$  en las tres coordenadas de evaluación de la estructura con una frecuencia de 800 kHz.

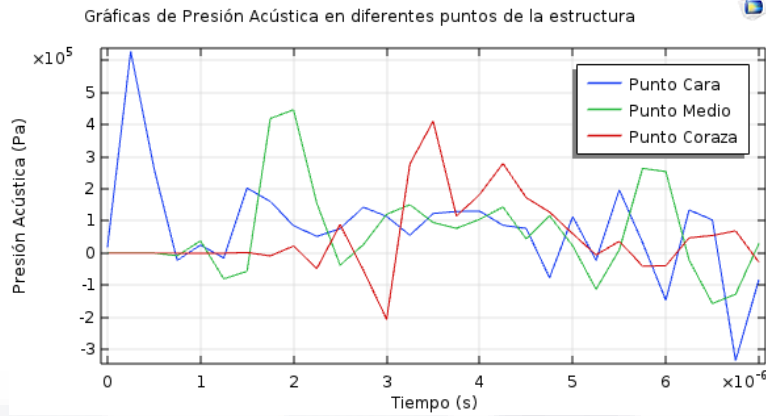


Figura 3.10. Relación entre la presión acústica respecto al tiempo en diferentes puntos de la simulación a una frecuencia de 800 kHz.

### 3.3.3. 1 MHz

Aunado al incremento de la frecuencia, este caso de estudio se centra en una frecuencia de radiación de 1 MHz. Con la finalidad de apreciar mejor el comportamiento de la onda y su incidencia con la estructura a esta frecuencia, el nivel de evaluación de las superficies se redujo a 1. La Figura 3.11 ilustra estos episodios, observando claramente en los instantes  $t=5\mu\text{s}$  y  $t=6\mu\text{s}$ , el frente de onda concavo ocasionado por la reflexión en la superficie del cilindro.

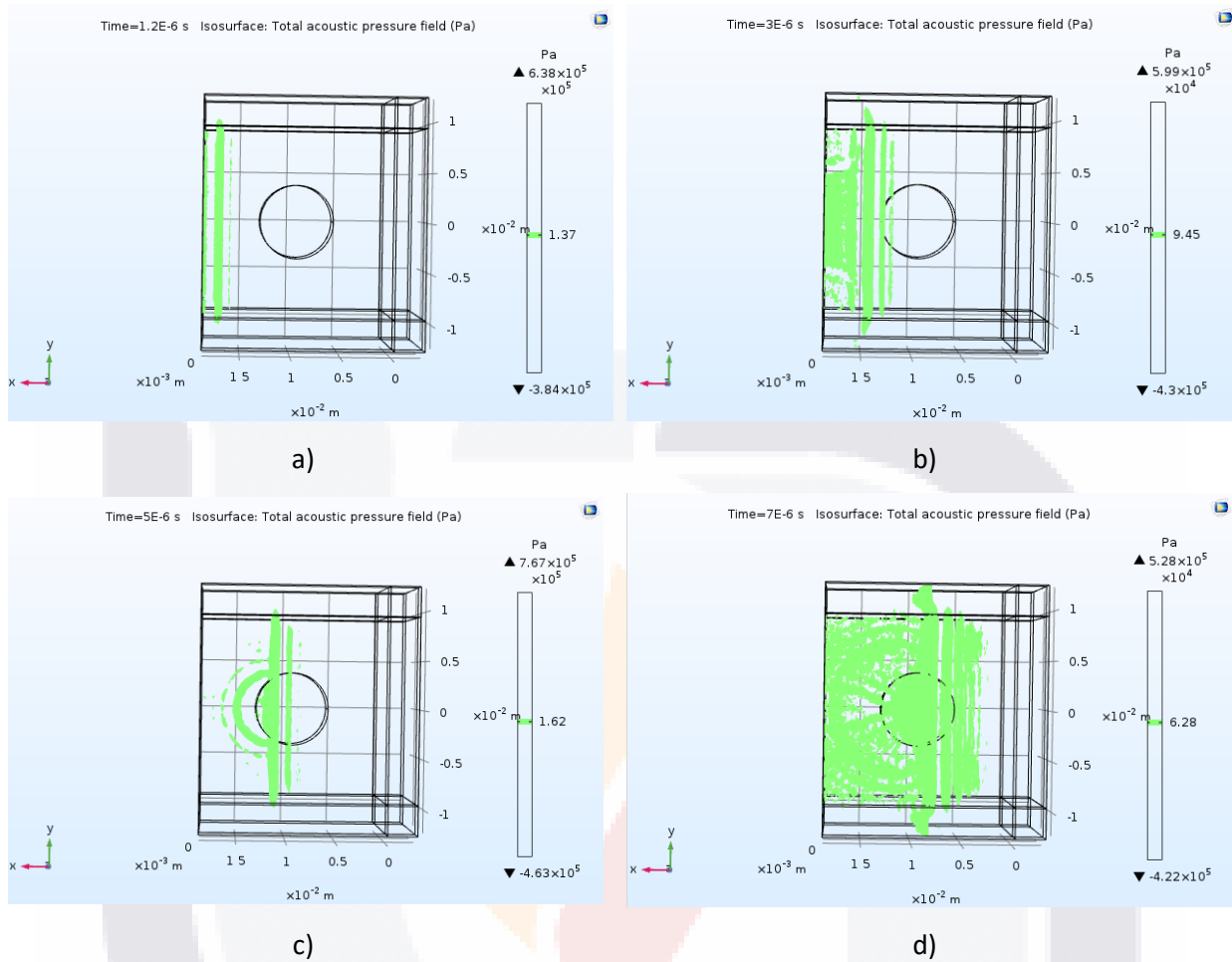


Figura 3.11. Visualización de la propagación de la onda de 1 MHz mediante “isosuperficies” a un nivel de evaluación, en diferentes instantes de la simulación. a) Inicio de la propagacion. b) Incidencia de la onda con la superficie anterior de la estructura. c) Reflexion ocasionada por la cara anterior de la estructura. d) Propagación de la onda en el instante  $t=7\mu\text{s}$ , donde la onda ha sido transmitida por el cilindro.

Es posible apreciar un mayor nivel de detalle en las gráficas de presión, gracias al incremento de la frecuencia (y por lo tanto una reducción en el número de tamaño del elemento), de esta manera, la Figura 3.12 muestra los valores de Presión acústica a lo largo del tiempo en las coordenadas de interés determinadas anteriormente.

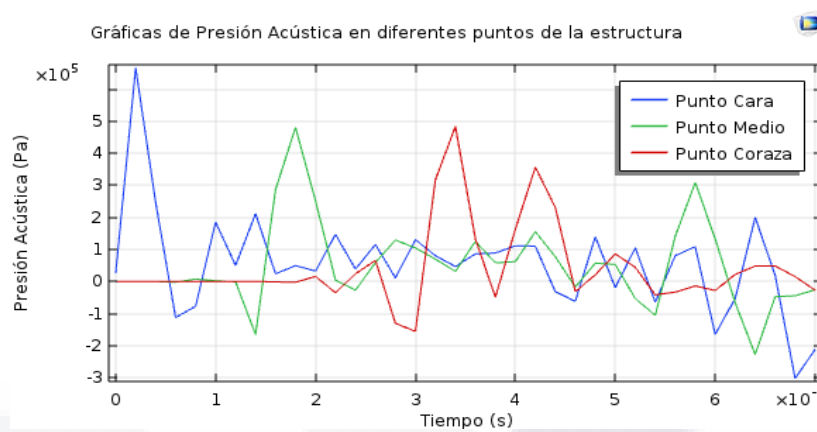


Figura 3.12. Relación entre la presión acústica respecto al tiempo en diferentes puntos de la simulación a una frecuencia de 1 MHz.

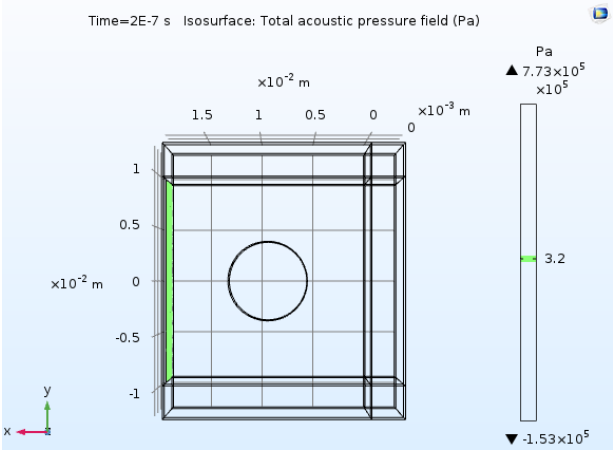
### 3.3.3.1. Apertura de Cara Radiadora

Los esquemas presentados a continuación ilustran la misma estructura radiada a 1 MHz, sin embargo, se diferencian del resto porque su objetivo consistió en evaluar el frente de onda emitido a partir solo de una porción de la superficie de radiación, con el objetivo de simular el campo emitido con diferentes tamaños de transductores ultrasónicos. Tomando como referencia que la superficie completa lateral del prisma usada hasta ahora es el 100%, las porciones que se tomaron para este ejercicio fueron el 50% y el 10% de dicha superficie completa de radiación. A esta porción de la superficie se le llamó apertura de radiación y se configuró de tal modo que la línea central de la apertura coincidiera con la línea central de la superficie de referencia.

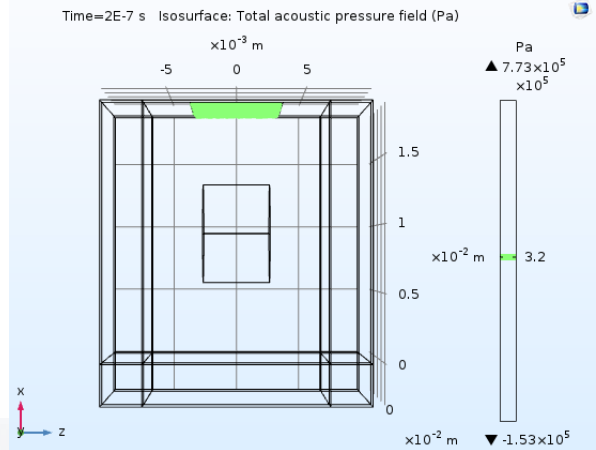
#### 3.3.3.1.1. 50 % de Apertura

La Figura 3.13, muestra la propagación axial del pulso a lo largo de la estructura, con un nivel de evaluación de 1, además de ilustrar una vista superior del comportamiento del frente de onda, donde se puede apreciar que este pasa de un frente de onda plano a uno curvo.

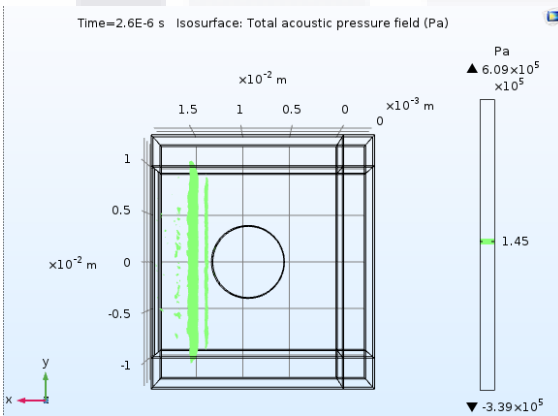




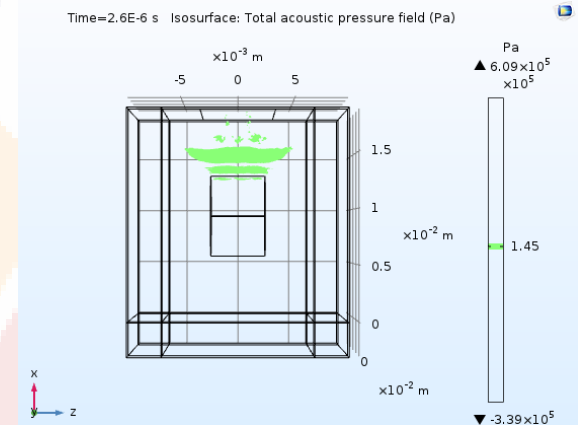
a)



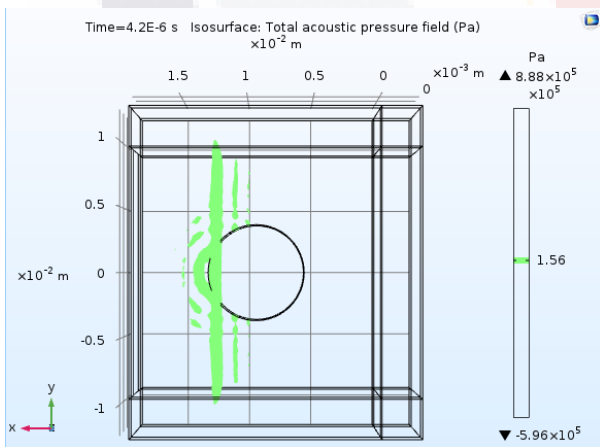
b)



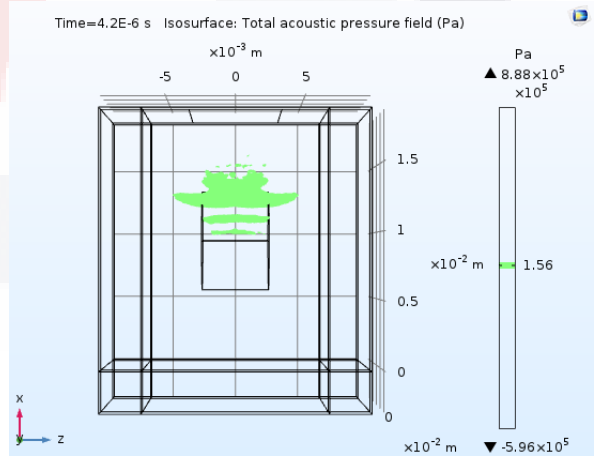
c)



d)



e)



f)

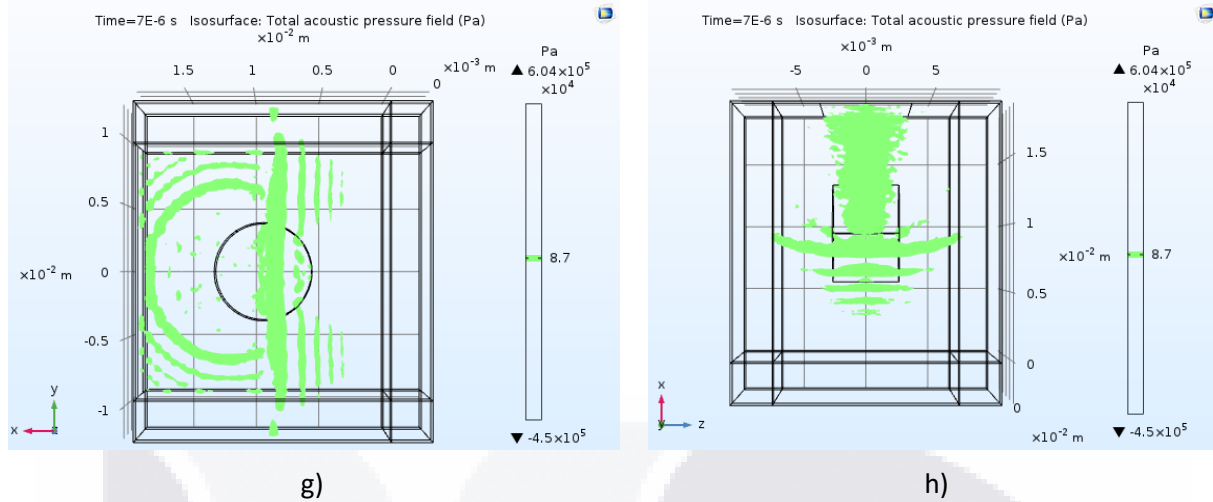


Figura 3.13. Visualización de la propagación de la onda con apertura de cara a un 50% mediante “isosuperficies” a un nivel de evaluación, en diferentes instantes de la simulación. Vista lateral (“a”, “c”, “e” y “g”); Vista superior (“b”, “d”, “f” y “h”).

Los valores de niveles de presión a lo largo del tiempo en los puntos colocados dentro de la estructura se ilustran en la Figura 3.14.

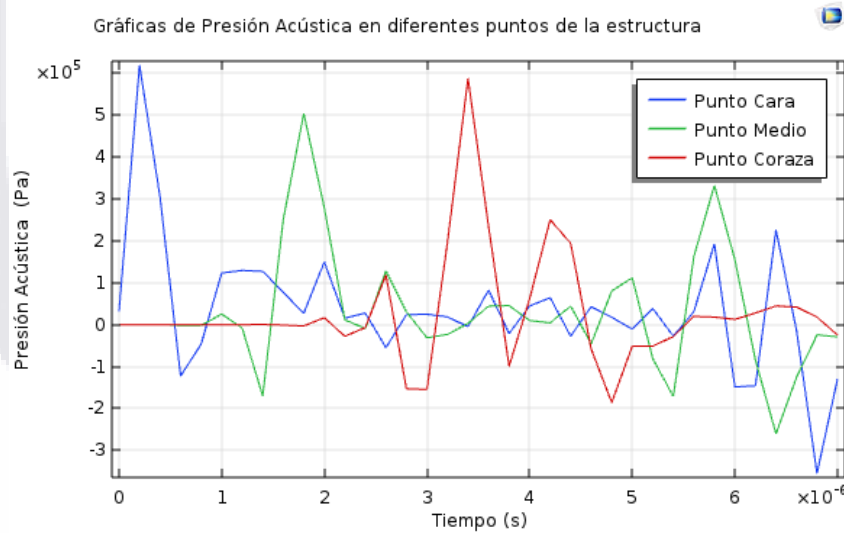
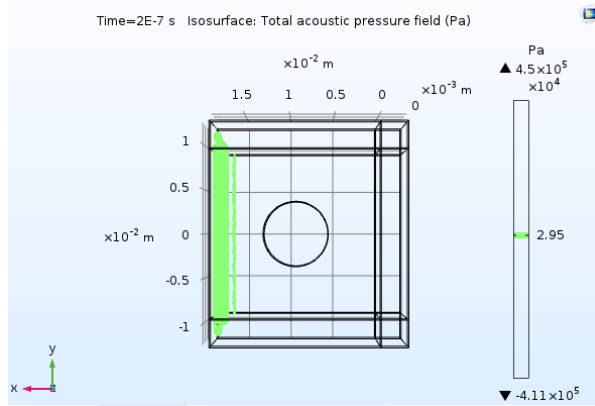


Figura 3.14. Relación entre la Presión Acústica respecto al tiempo para una superficie de radiación del 50%.

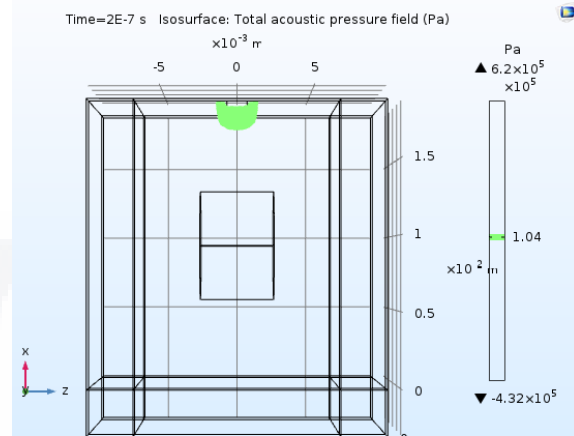
### 3.3.3.1.2. 10 % de Apertura

El trayecto de la onda definida mediante una radiación emitida por la décima parte de la superficie total, se expresa en la Figura 3.15, donde los resultados corresponden a la transmisión de la onda con vista

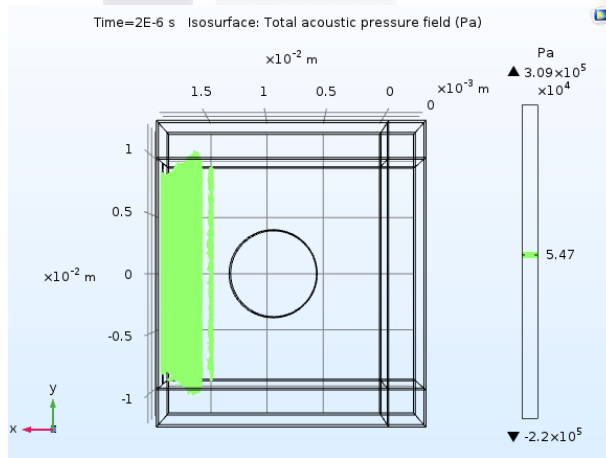
lateral y superior para observar la conducta de la onda. Dentro de la vista superior, es claro el frente de onda cilíndrico que se genera por el diámetro tan pequeño de la fuente, el cual altera incluso la vista lateral, resguardando el resto de la onda (Figura 3.15, inciso d).



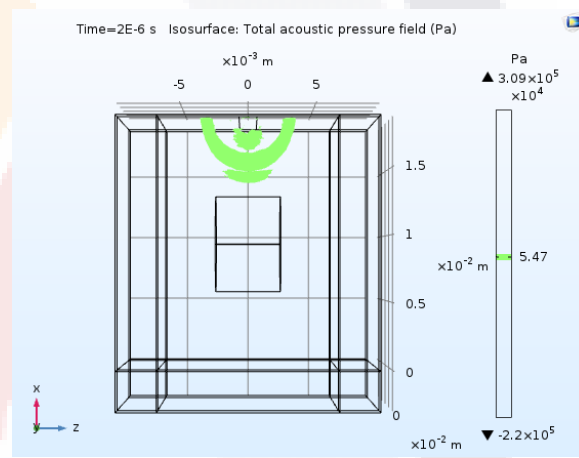
a)



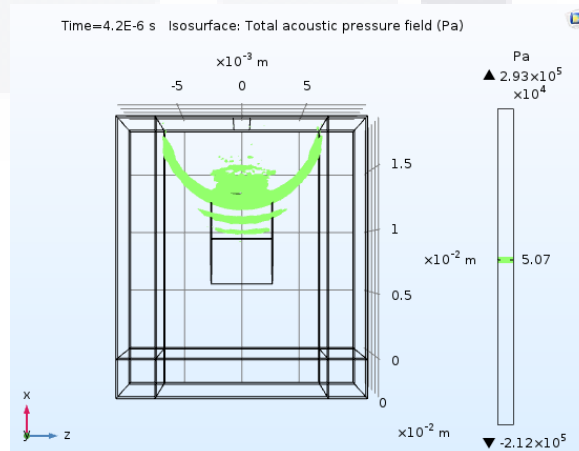
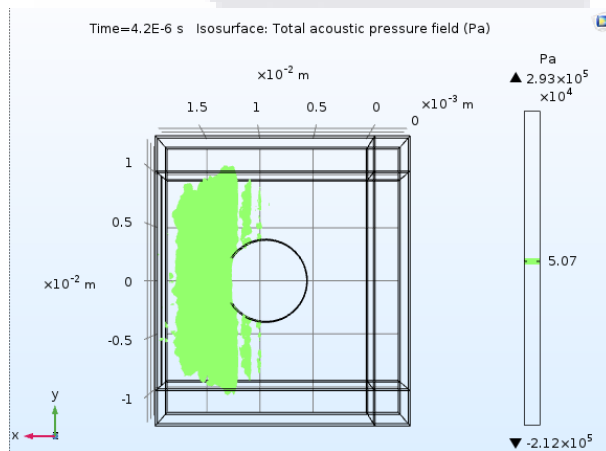
b)



c)



d)



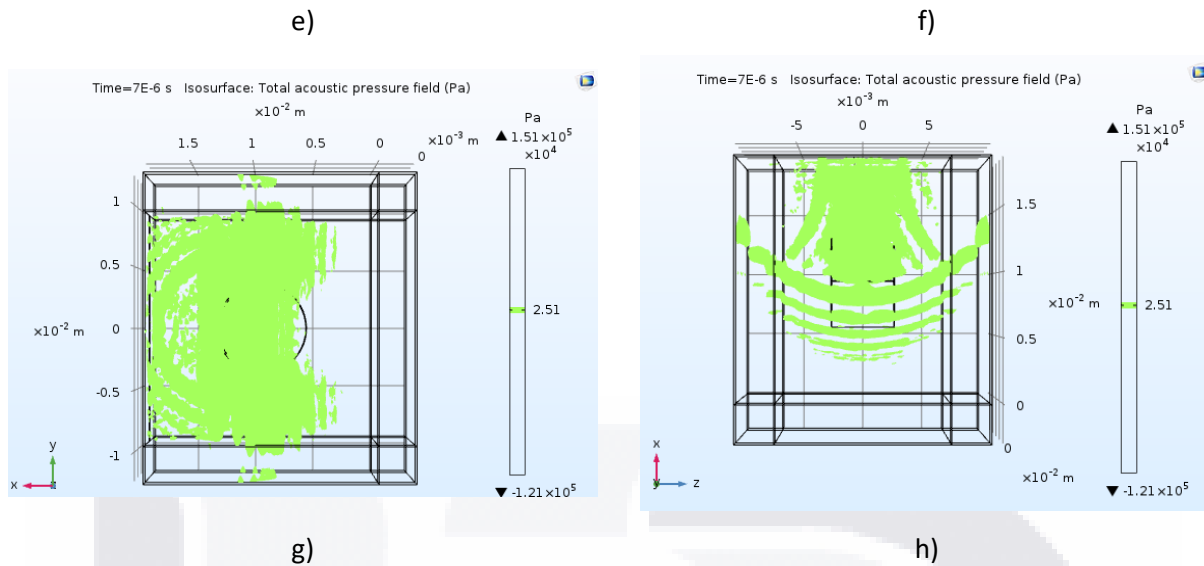


Figura 3.15. Visualización de la propagación de la onda mediante “isosuperficies” a un nivel de evaluación, en diferentes instantes de la simulación. Vista lateral (“a”, “c”, “e” y “g”); Vista vertical (“b”, “d”, “f” y “h”).

Continuando con las evaluaciones de presión con respecto al tiempo en los tres puntos definidos dentro del volumen, la Figura 3.16, muestra estas gráficas.

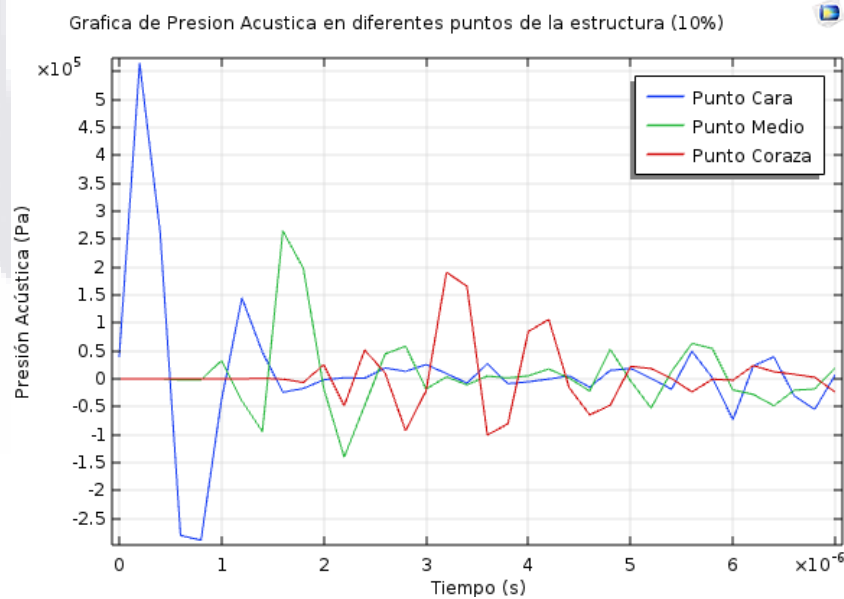


Figura 3.16. Relación entre la Presión Acústica respecto al tiempo para unaserficie de radiacion del 10%.

### 3.3.4. Experimentación Física

Los resultados obtenidos durante el periodo de la estancia de investigación realizada en la Universidad de la Republica de Montevideo, Uruguay se expresan a continuación.

#### 3.3.4.1. Espectro de Frecuencia

Se adquirieron un conjunto de datos de los ecos ultrasónicos producidos por transductores con diferentes frecuencias (1MHz, 7.5 MHz y 20 MHz) según el procedimiento descrito en la sección 2.8.1.1. Sin embargo, en esta sección se muestran los datos correspondientes únicamente al transductor de 1 MHz, con la finalidad de comparar su respuesta con la obtenida mediante el modelo simulado. La “Señal Original” mostrada en la Figura 3.17, corresponde a la porción de datos que componen al Eco registrado, descartando el resto de la señal obtenida. La frecuencia de muestreo con la que se obtuvieron las señales y que se tomó como referencia para el cálculo del espectro es de 5.0376 MHz. Los resultados de esta prueba para los otros dos transductores se encuentran descrita en el Anexo 1.6

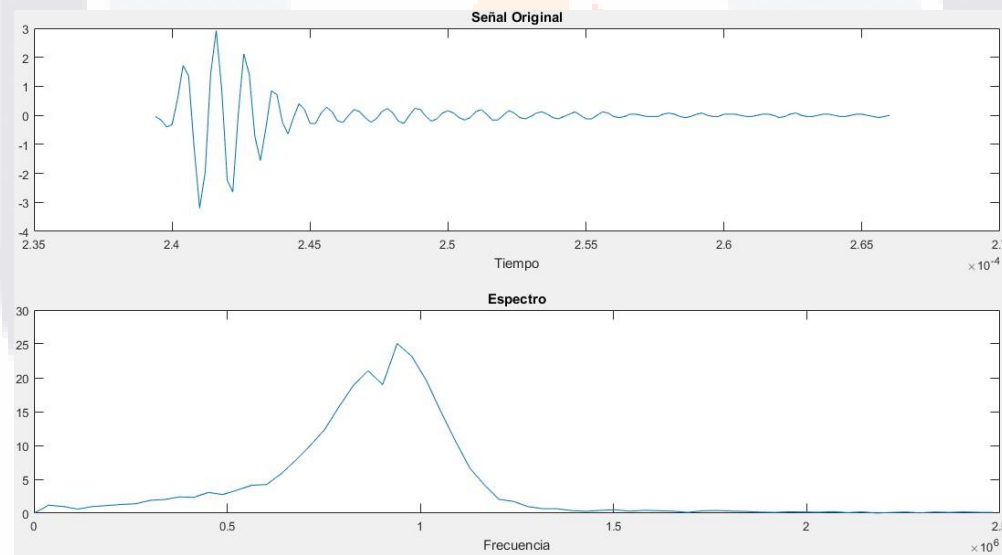


Figura 3.17. Espectro correspondiente al eco proveniente de la superficie reflectante con un transductor de 1MHz.

#### 3.3.4.2. Barrido del campo acústico en el eje axial del transductor y resolución lateral

La envolvente de amplitudes registradas por el transductor de potencia implementado según lo descrito en la sección 2.8.1.2 se muestra a continuación en la Figura 3.18, donde la respuesta “real”, se encuentra superpuesta sobre el resultado “ideal” del punto focal del transductor.

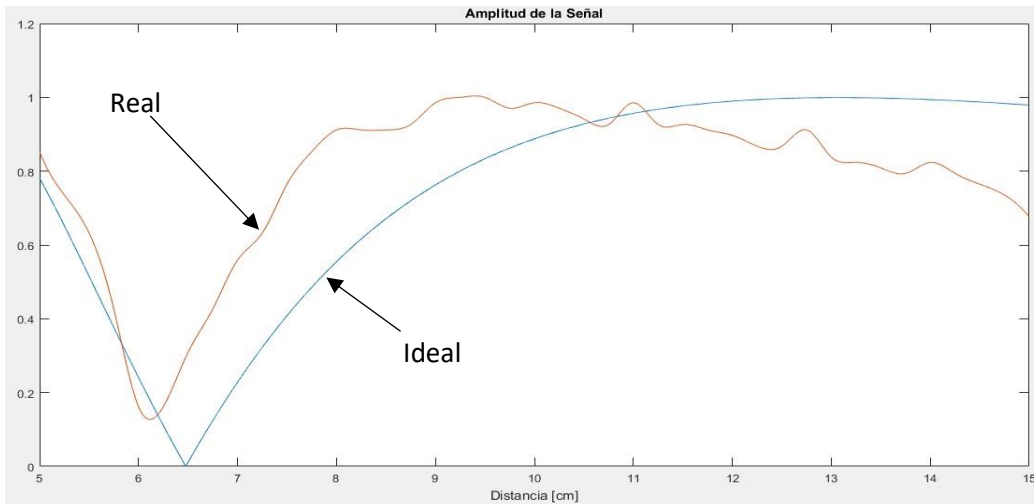


Figura 3.18. Gráfica del campo cercano y lejano que ilustra el punto focal de un transductor de potencia a 1 MHz y su comparativa con su respuesta ideal.

La Figura 3.19 muestra los resultados de un barrido lateral para la estimación de la resolución transversal del transductor de potencia, donde su mejor resolución lateral se encuentra a 0.57 cm respecto a la cara del transductor.

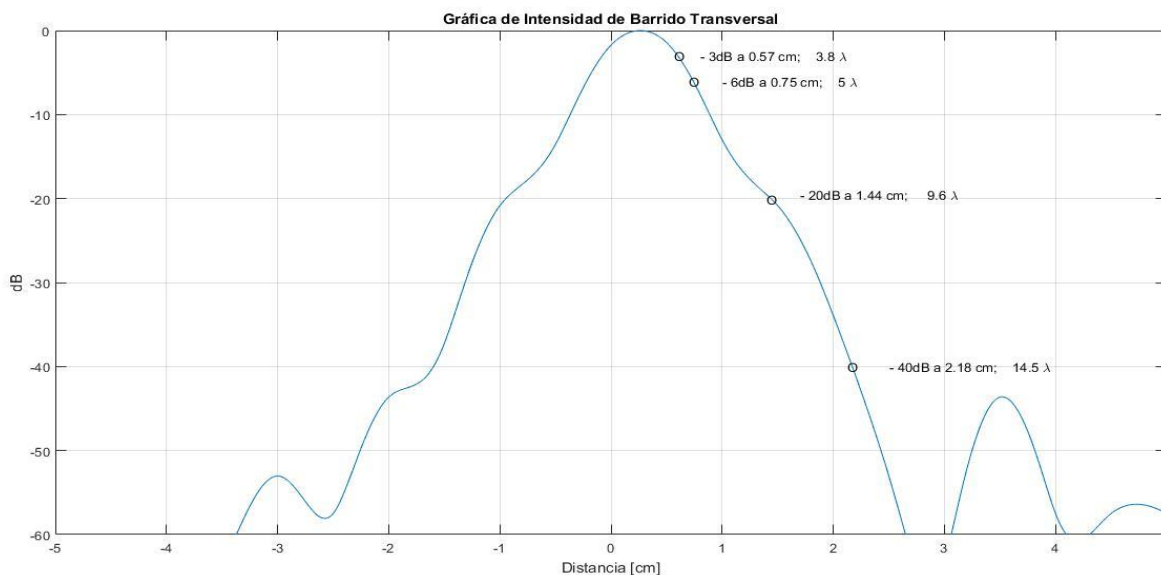


Figura 3.19. Gráfica de intensidad en decibeles (dB) obtenida de una barrido transversal.

### 3.3.4.3. Resultados de la experimentación con el Modelo Físico de Arteria

Los resultados de los ecos registrados provenientes de las paredes de un tubo de silicón, radiado con el transductor de 1 MHz a su correspondiente “distancia focal” se muestra a continuación.

La Figura 3.20, muestra el par de ecos obtenidos a partir de la inspección del tubo de silicón al ser inspeccionado mediante un transductor de 1MHz, cuya distancia focal es a de 2.8 [cm] y su longitud de onda ( $\lambda$ ) corresponde a 1.5 [mm]. El primer eco es debido a la pared anterior y el segundo a la pared posterior.

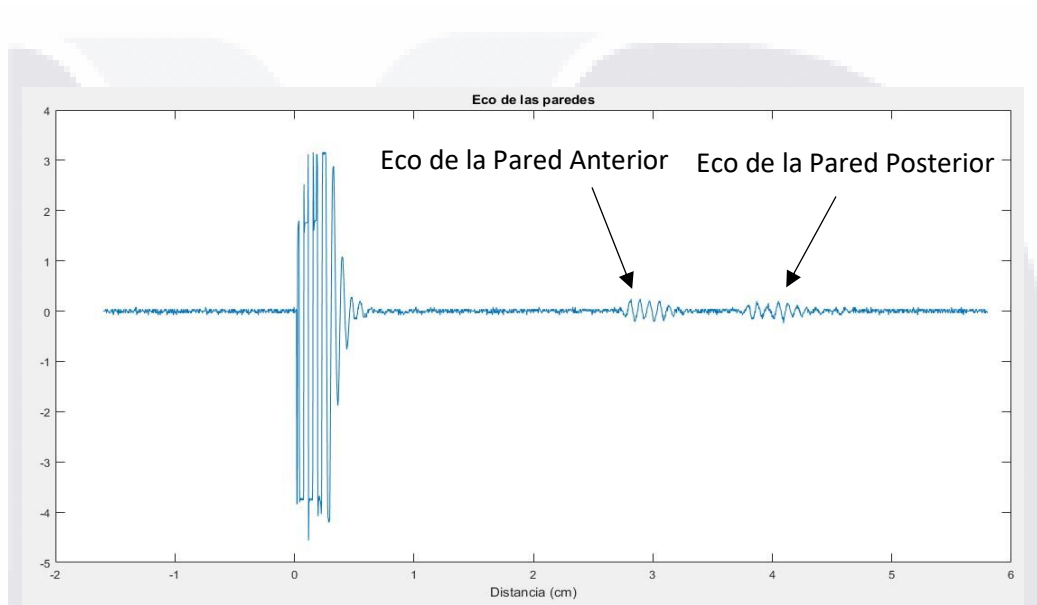


Figura 3.20. Ecos obtenidos tras estudio “Pulso – eco” con un transductor de 1MHz

Al igual que para la prueba del espectro de frecuencia, los resultados de la inspección del tubo de silicón con dos transductores distintos (a frecuencias de 10 MHz y 15 MHz) se muestra en la sección del Anexo 1.7.

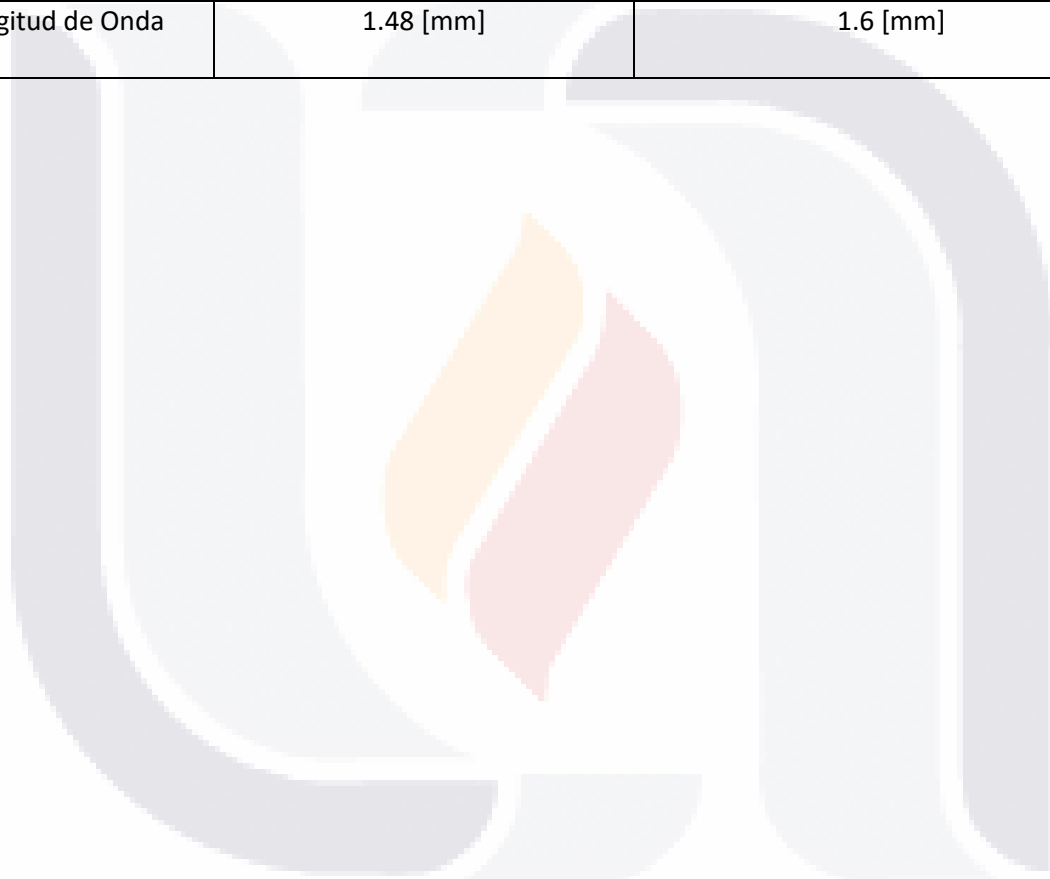
### 3.3.5. Comparación de los resultados obtenidos mediante el modelo simulado y el modelo experimental

A continuación, en la Tabla 3.4, se muestran los valores de longitud de onda, periodo y amplitud de los ecos obtenidos mediante ambos modelos (simulado y experimental). Por su parte, las unidades que asociadas a los valores de amplitud para cada caso varían, como resultado de la naturaleza de la

herramienta de medición implementada, de esta manera se expresa la simulación en términos de presión y voltaje para el modelo físico.

Tabla 3.4. Comparativa entre los resultados obtenidos del modelo físico y virtual radiado con una frecuencia de 1 MHz

	Modelo Físico	Modelo Virtual
Amplitud	.2 [Volts]	.35 [GPa]
Periodo	1 [ $\mu$ s]	0.9 [ $\mu$ s]
Longitud de Onda	1.48 [mm]	1.6 [mm]





## Capítulo 4. Discusiones

El siguiente capítulo presenta la validación del desempeño de la simulación a partir de la comparativa entre los resultados arrojados por el software tras la construcción de los modelos y su resultado teórico esperado correspondiente a propiedades ultrasónicas de la onda. La sección 2.7 describe el procedimiento de análisis de los resultados.

### 4.1. Análisis de convergencia

El análisis de las tablas de resultados asociadas a cada punto de evaluación (*Tabla 3.1, Tabla 3.2 y Tabla 3.3*), tuvieron el mismo comportamiento creciente en el tiempo de evaluación y la cantidad de elementos, debido a que al disminuir el tamaño de los elementos, se necesita un mayor número de ellos para reconstruir los dominios a los que se encuentran asociados; de esta manera, la demanda de recursos computacionales incrementa a consecuencia de que es necesario resolver los modelos matemáticos para una mayor cantidad de nodos entre elementos y por lo tanto el tiempo de evaluación aumenta.

De acuerdo con lo descrito con Marbug expresado en la sección 2.4.1, el tamaño de elemento adecuado corresponde a  $\lambda/6$  puesto que provee un balance óptimo entre el tiempo de evaluación y el error de la solución. Sin embargo, a partir de los resultados ilustrados en las tablas mencionadas (sección 3.1.1.1), la diferencia de tiempo de evaluación entre este valor sugerido y el siguiente valor más óptimo  $\lambda/8$  (por ser más pequeño y por lo tanto proveer mayor resolución en la solución), es de aproximadamente 1 minuto, además de que, como es de esperarse, con este último valor, se logra reducir el valor de ambas normas (es decir el valor del error), inclinándonos a seleccionar como valor preferencial este valor de  $\lambda/8$  para el tamaño de los elementos en las simulaciones.

### 4.2. Caso 2: Cara radiadora emitiendo una función senoidal

Los resultados arrojados tras la simulación, así como los teóricos calculados para el modelo de radiación de tipo senoidal a una frecuencia de 100 kHz, se muestran a continuación en la Tabla 4.1.

Tabla 4.1. Resultados Teóricos y esperados obtenidos del tipo de radiación "Onda senoidal".		
	Valores	
	Teórico	Estimado

$\lambda_0 [mm]$	14.81	14.30
$\tau_0 [\mu_{seg}]$	10	10

Al finalizar la solución del modelo, se observó una diferencia de 0.5 mm entre el valor estimado y el teórico de la longitud de onda ( $\lambda$ ) que se traduce en un error relativo del 3%, mientras que el periodo ( $\tau$ ) correspondió al teórico esperado.

### 4.3. Caso 3: Cara radiadora emitiendo una función senoidal atenuándose

#### 4.3.1. 600 kHz

A continuación, en la Tabla 4.2, se muestran los resultados arrojados por el software tras la simulación, para el modelo de radiación de “pulso ultrasónico” a una frecuencia de 600 kHz.

Tabla 4.2. Resultados Teóricos y esperados obtenidos del tipo de radiación “Pulso ultrasónico a 600kHz”.		
	Valores	
	Teórico	Estimado
$\lambda_0 [mm]$	2.46	2.3
$\tau_0 [\mu_{seg}]$	1.6	1.59

La diferencia registrada entre los valores de las simulaciones y los teóricos calculados tienen una diferencia de longitud de onda ( $\lambda$ ) de 0.16, lo que se traduce como un error relativo del 6%, mientras que, para el periodo ( $\tau$ ), se observó una diferencia de 0.01, equivaliendo a un error relativo del 0.6%. Esta diferencia en el error puede explicarse debido al incremento en la frecuencia, que impidió continuar con la relación seleccionada de  $\lambda/8$ , a causa de la alta demanda de recursos computacionales ocasionando que no se concluyera con éxito. Por lo que el tamaño del elemento debió fijarse como mínimo en  $\lambda/6$ .

#### 4.3.2. 800 kHz

La Tabla 4.3, muestra los resultados teóricos, así como los estimados de los modelos, correspondiente a una simulación de “pulso ultrasónico” a una frecuencia de 800 kHz.

Tabla 4.3. Resultados Teóricos y esperados obtenidos del tipo de radiación "Pulso ultrasónico 800kHz".		
	Valores	
	Teórico	Estimado
$\lambda_0[mm]$	1.85	1.9
$\tau_0[\mu_{seg}]$	1.25	1.3

El error relativo registrado para esta simulación corresponde a un 0.3%, a partir de la diferencia de longitud de onda ( $\lambda$ ) de 0.05 entre el valor estimado respecto al teórico, mientras que el error relativo del periodo ( $\tau$ ), equivale a 4%, conservando la misma diferencia entre los valores. En este caso el tamaño mínimo del elemento se conservó en  $\lambda/6$ .

#### 4.3.3. 1 MHz

A continuación, la Tabla 4.4, ilustra los valores teóricos calculados y estimados de la onda implementada para una simulación de "pulso ultrasónico" a una frecuencia de 1 MHz.

Tabla 4.4. Resultados Teóricos y esperados obtenidos del tipo de radiación "Pulso ultrasónico 1 MHz".		
	Valores	
	Teórico	Estimado
$\lambda_0[mm]$	1.481	1.6
$\tau_0[\mu_{seg}]$	1	0.9

Se registro un incremento en el error relativo de esta simulación, el valor obtenido fue de 8% para la longitud de onda ( $\lambda$ ), con una diferencia de 0.119, mientras que para el periodo se registró un error del 10%, con una diferencia entre los valores de 0.1. Este caso coincide con lo descrito para la simulación de

la sección 4.3.1, el incremento del tamaño mínimo de los elementos a un valor mínimo de  $\lambda/6$  equivale a un aumento en el error de los valores estimados mediante la simulación.



## Conclusiones

El entendimiento de los sistemas naturales que nos rodean ha alimentado nuestra curiosidad como individuos pensantes, de tal manera que la búsqueda para comprenderlos ha sido construida a lo largo de los años, a partir de la experimentación en situaciones similares que brinden una idea de su funcionamiento, así como de su propósito.

Bajo este objetivo, el desarrollo de modelos se ha acoplado a las nuevas tecnologías, partiendo de modelos sencillos que cumplen el propósito de entender fenómenos naturales, los cuales se fueron focalizando hacia sistemas más complejos como los anatómicos, derivando en modelos físicos construidos a partir de materiales que asemejaran características específicas del original, dado que no existe un modelo que represente fielmente todas sus características.

La evolución, así como la integración tecnológica en el diseño de modelos, confluyó en la creación de representaciones virtuales, las cuales fueron el núcleo de esta investigación, en la cual se desarrolla un modelo virtual de la inspección ultrasónica de una pared de arteria carótida. Tras su desarrollo se obtuvieron las siguientes conclusiones.

### **Conclusión objetivo específico 1**

La decisión del tipo de modelo a implementar deriva de su propósito en la investigación, es decir, en las características a representar en el ejemplar. En este sentido, al tomar en cuenta el enfoque de esta investigación en el análisis del comportamiento de la propagación ultrasónica y su interacción con la pared de una arteria carótida inmersa en agua, los materiales y la estructura considerados en su construcción cumplieron las demandas del sistema original. De esta manera, a pesar de ser la arteria una estructura altamente compleja, se representó mediante un modelo basado en una coraza cilíndrica previamente validada en la literatura, resultando más sencillo explorarla de manera virtual y permitiendo la sustitución del espacio requerido para su exploración física, además de poder asignar propiedades a porciones específicas de la estructura, sin restricciones por los materiales de los que estaría compuesto un ejemplar físico.

## **Conclusión objetivo específico 2**

Es necesario conocer las características del equipo en donde se planea desarrollar el modelo y que estas cumplan o se aproximen a las requeridas por el software elegido, ya que al trabajar con modelos complejos la demanda de recursos incrementa notablemente. Además, durante el proceso de construcción, es indispensable considerar la influencia del tipo de elemento implementado, así como el tamaño de estos debido a que afecta el subproceso de discretización, al asignar una mayor cantidad de nodos que el equipo tendrá que evaluar, sin embargo, esto permite una respuesta más apegada a la del sistema original.

Por su parte los resultados obtenidos en esta investigación permitieron observar una similitud entre los valores teóricos y los estimados tras la solución del modelo. La simulación que presentó una mayor similitud entre estos datos fue al implementar la fuente como una onda senoidal, ya que, al ser continua, la radiación fue constante y mostraba con mayor claridad los resultados gráficos como los numéricos plasmados en las gráficas, con un error que rondaba el 5%.

## **Conclusión objetivo específico 3**

Por otro lado, el análisis comparativo entre el modelo experimental físico y el ejemplar virtual fue una de las evaluaciones más significativas debido a que a diferencia de los casos anteriores, se tenía un respaldo sobre lo cual equiparar y validar el desempeño de la simulación en una experimentación bajo las mismas circunstancias, con un error del 10%, el cual es aceptable dado que surgió a consecuencia de las restricciones por los recursos computacionales que demandaba trabajar con altas frecuencias, optando por reducir el tipo de discretización y evaluar una cantidad menor de nodos.

Sin embargo, acústicamente, las ondas propagadas mostraron un comportamiento esperado de reflexiones y atenuaciones a causa de la impedancia en la pared anterior de la arteria, donde visualmente se logró apreciar estos fenómenos en los modelos 3D, resaltando la representación de presiones en una vista gráfica que ilustra cuantitativamente este comportamiento de las ondas, permitiendo tener dos tipos de visualización para una misma evaluación. Se destaca esta característica de los modelos virtuales sobre los físicos, puesto que es imposible apreciar visualmente la propagación de las ondas.

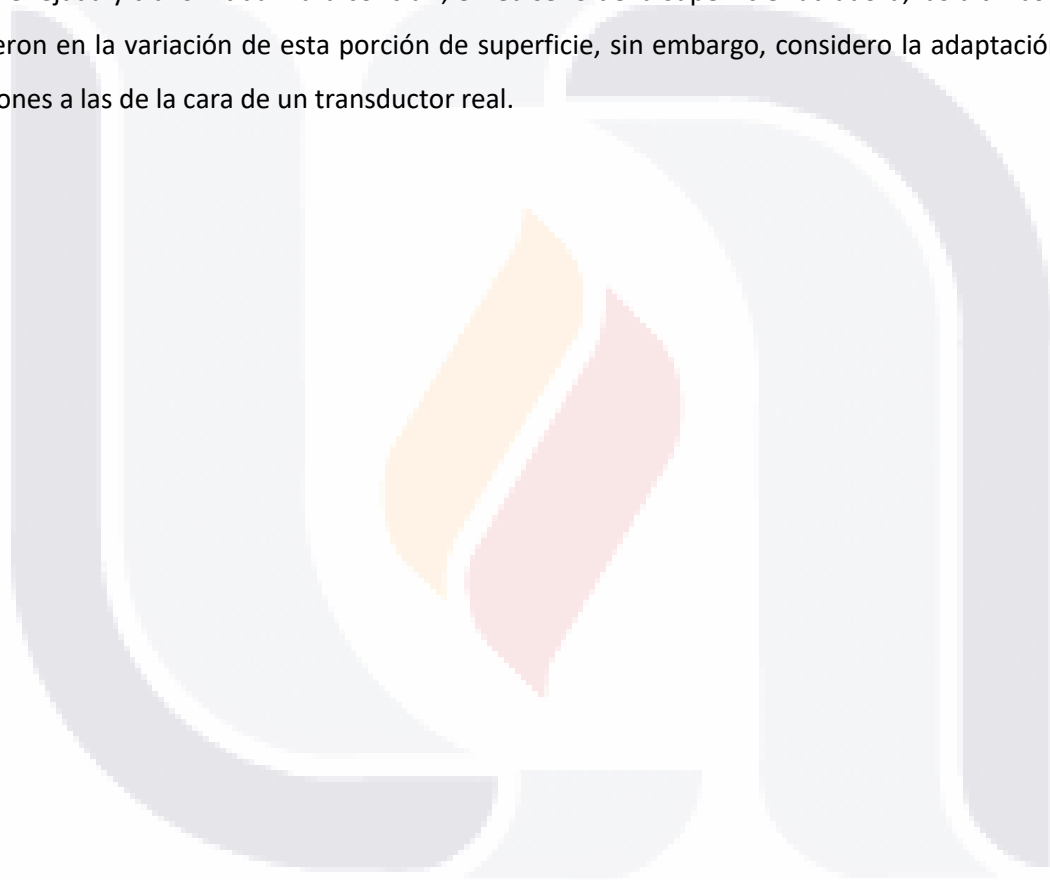
Cabe mencionar que los modelos virtuales son una gran herramienta en el ámbito de investigación y logra suplir varias carencias que presentan los modelos físicos, no obstante, se encuentran restringidos por la relación entre la demanda de recursos computacionales y las características del equipo. De esta manera,

esta investigación sentó las bases de una primera aproximación en la representación arterial al integrar las diversas teorías fundamentales para el análisis de corazas.



## Trabajo a futuro

Uno de los principales intereses de este trabajo fue sentar las bases de la representación tridimensional de una arteria, dando lugar a una serie de mejoras que podrían considerarse en un trabajo a futuro, iniciando con la adición de las capas restantes de la arteria para observar el comportamiento de la arteria. La estandarización de las unidades, debido a que resultados reales son mostrados en la pantalla de un osciloscopio en unidades de voltaje, mientras que este producto las muestra en términos de presión. Un mayor tiempo de evaluación permitiría registrar mejor el comportamiento de la onda incidente y su sección reflejada y transmitida. Para concluir, el rediseño de la superficie radiadora, las últimas pruebas consistieron en la variación de esta porción de superficie, sin embargo, considero la adaptación de sus dimensiones a las de la cara de un transductor real.





## Bibliografía

- [1] IMSS, «La Hipertensión Arterial de la población en México, una de las más altas del Mundo,» 15 Julio 2017. [En línea]. Available: <http://www.imss.gob.mx/prensa/archivo/201707/203>. [Último acceso: 6 Octubre 2018].
- [2] IMSS, «Enfermedad Vascular Cerebral (EVC), entre las primeras causas de muerte,» Gobierno de México, 29 Octubre 2019. [En línea]. Available: <http://www.imss.gob.mx/prensa/archivo/201910/455>. [Último acceso: Noviembre 2019].
- [3] Rangayya y R. M, Biomedical Signal Analysis, New Jersey: IEEE Press, 2015.
- [4] S. Fox, Fisiología Humana, México: Mc Graw Hill, 2011.
- [5] E. Marieb, Anatomía y Fisiología Humana, Madrid: Pearson, 2008.
- [6] K. Barret, S. Braman, S. Boitano y H. Brooks, Fisiología Médica, China: Mc Graw Hill, 2013.
- [7] J. K-J. Li, Dynamics of the vascular system, New Jersey: World Scientific Publishing , 2004.
- [8] I. B. Casella, C. Presti, R. M. Porta, C. R. Sabbag, M. A. Bosch y Y. Yamazaki, «A practical protocol to measure common carotid artery intima-media thickness,» *Clinics*, vol. 64, pp. 515 - 520, 2008.
- [9] J. Geleskie y K. Shung, «Further studies on acoustic impedance of major bovine,» *Bioengineering Program*, vol. 71, nº 2, 1982.
- [10] T. Kume, T. Akasaka, T. Kawamoto, N. Watanabe, E. Toyota, Y. Neishi, R. Sukmawan, Y. Sadahira y K. Yoshida, «Assessment of Coronary Intima – Media Thickness by Optical Coherence Tomography; Comparison With Intravascular Ultrasound,» *Circularion Journal*, vol. 69, pp. 905 - 907, 2005.
- [11] D. Jegelevičius y A. Lukoševičius, «Ultrasonic measurements of human carotid artery wall intima-media thickness,» *APPLICATIONS IN BIOLOGY AND MEDICINE*, vol. 43, nº 2, pp. 43 - 47, 2002.
- [12] A. Trush y T. Hartshorne, Ecografía Vascular. Cómo, por qué y cuándo, Barcelona: Elsevier, 2010.

- TESIS TESIS TESIS TESIS TESIS
- [13] L. G. Duque Ramírez y H. Rubio Vanegas, *Semiología médica integral*, Medellín: Universidad de Antioquia, 2006.
- [14] J. Blitz, *Fundamentos de los Ultrasonidos*, Madrid: ALHAMBRA, 1969.
- [15] J. M. Segura Cabral, *Ecografía abdominal*, Madrid: Capitel Editores, 1990.
- [16] F. J. Cabrero Fraile, *Imagen Radiologica Principios Fisicos e Instrumentacion*, Barcelona: Masson, 2007.
- [17] A. E. Vives Iglesias, «Ultrasonido diagnóstico. Uso y relación con las competencias profesionales,» *Revista Cubana de Medicina General Integral*, vol. 23, nº 3, 2007.
- [18] H. Piéron, *Vocabulario Akal de Psicología*, Madrid: Ediciones AKAL, 1993.
- [19] A. W. D. Office, «Acoustic radiation pressure,» Acoustic Society of America, [En línea]. Available: <https://asastandards.org/Terms/acoustic-radiation-pressure/>. [Último acceso: 30 Enero 2020].
- [20] E. Lévy, *Diccionario Akal de Física*, Madrid: Ediciones AKAL, 1992.
- [21] L. Mas Manchón, «La intensidad en la noticia hablada en televisión,» *Estudios de Fonética Experimental*, vol. 20, pp. 71-112, 2011.
- [22] D. Benítez y D. Ruiz, *Técnico Superior de Sonido - Primer Curso*, Málaga: SacroVibz Publishing, 2018.
- [23] C. Suárez Nieto, L. M. Gil - Garcedo, J. E. Medina, J. Trinidad Pinedo y P. Ortega del Álamo, *Tratado de Otorrinolaringología y Cirugía de Cabeza y Cuello*, Buenos Aires: Editorial Medica Panamericana, 2007.
- [24] A. García, *La contaminación acústica*, Valencia: Universitat de Valencia, 1988.
- [25] R. Rogers, «Deep Ocean Sediment–Hydrate Relationships,» de *Offshore Gas Hydrates: Origins, Development, and Production*, Waltham, Elsevier, 2015, pp. 21-63.
- [26] F. Weston Sears, A. Lewis Ford y R. Freedman, *FÍSICA UNIVERSITARIA CON FÍSICA MODERNA*, México: Pearson, Educación, 2005.

- TESIS TESIS TESIS TESIS TESIS
- [27] D. I. Sánchez Cepillo, DISEÑO ÓPTIMO DE LAMINADOS EN MATERIALES COMPUESTOS. APLICACIÓN DEL MEF Y EL MÉTODO DE LAS SUPERFICIES DE RESPUESTA, Sevilla: Universidad de Sevilla, 2011.
- [28] J. N. Reddy, «On Refined Computational Models of Composite Laminates,» *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 27, pp. 361-382, 1989.
- [29] K. Jürgen Bathe, The Finite Element Analysis of Shells – Fundamentals, Nueva York: Springer, 2003.
- [30] K.-J. Bathe, Finite element procedures, New Jersey: Prentice Hall, 1996.
- [31] C. M. Wanga, G. T. Lima, J. N. Reddy y K. H. Leec, «Relationships between bending solutions of Reissner and Mindlin plate theories,» *Engineering Structures*, vol. 23, nº 17, pp. 838-849, 2001.
- [32] J. M. Fornóns, El Método de los elementos finitos en la ingeniería de estructuras, Barcelona: Marcombo, 1982.
- [33] M. A. Bilbao, J. S. Celaya y I. C. Martínez, Guía práctica de elementos finitos en estática, Madrid: Paraninfo, 2017.
- [34] E. Frias Valero, «Aportaciones al estudio de las máquinas eléctricas de flujo axial mediante la aplicación del método de los elementos finitos,» Diciembre Noviembre 2004. [En línea]. Available: <https://www.tdx.cat/bitstream/handle/10803/6294/06Efv06de23.pdf;sequence=6>. [Último acceso: 5 Septiembre 2018].
- [35] C. Multiphysics, «Keeping Track of Element Order in Multiphysics Models,» COMSOL , 22 Febrero 2016. [En línea]. Available: <https://www.comsol.com/blogs/keeping-track-of-element-order-in-multiphysics-models>. [Último acceso: 8 Octubre 2019].
- [36] E. Frias Valero, «Aportaciones al estudio de las máquinas eléctricas de flujo axial mediante la aplicación del método de los elementos finitos (Tesis Doctoral).,» Barcelona, 2004.
- [37] C. Multiphysics, «The Finite Element Method (FEM),» COMSOL, 21 Febrero 2017. [En línea]. Available: <https://www.comsol.com/multiphysics/finite-element-method>. [Último acceso: 9 Octubre 2019].
- [38] D. L., A First Course in the Finite Element Method, Toronto: THOMSON, 2007.

- [39] G. Stephenson, *Introducción a las ecuaciones en derivadas parciales*, Barcelona: Reverté, 1982.
- [40] H. Sönerlind, «How to Make Boundary Conditions Conditional in Your Simulation,» COMSOL, 27 Junio 2016. [En línea]. Available: <https://www.comsol.com/blogs/how-to-make-boundary-conditions-conditional-in-your-simulation/>. [Último acceso: 31 Enero 2020].
- [41] J. Tromp y D. Komatitsch, «A perfectly matched layer absorbing boundary condition for the second-order seismic wave equation,» *Geophysical Journal International*, vol. 154, nº 1, pp. 146-153, 2003.
- [42] R. Estelléz Díaz, *Acústica Física (Segunda Parte)*, Montevideo: Universidad de la Republica, 2007.
- [43] X. Zhang, M. Fatemi y J. F. Greenleaf, «Vibro-acoustography for modal analysis of arterial vessels,» *Proceedings IEEE International Symposium on Biomedical Imaging*, pp. 513-516, 2002.
- [44] S. Marburg, «Discretization Requirements: How many Elements per Wavelength are Necessary?,» de *Computational Acoustics of Noise Propagation in Fluids - Finite and Boundary Element Methods*, Springer, 2002, pp. 309-332.
- [45] R. Hibbeler, *Mecanica de Materiales*, México: Pearson, 2011.
- [46] R. Fitzgerald, *MECANICA DE MATERIALES*, México: Alfaomega, 2012.
- [47] M. Cervera y E. Blanco, *Resistencia de Materiales*, Barcelona: CIMNE, 2015.
- [48] L. R. Barone, *Anatomía y Fisiología Humana*, Argentina: Grupo Clasa, 2004.
- [49] J. Guilherme, «Elementos Finitos - ¿Qué es? ¿Cuándo utilizar? ¿Cuáles son los beneficios?,» ENSUS Advanced Engineering, 28 Enero 2016. [En línea]. Available: <http://ensus.com.br/elementos-finitos-quais-os-beneficios/>. [Último acceso: 5 Septiembre 2018].
- [50] J. Vasquéz, *Análisis y Diseño de Piezas con Catia*, Barcelona: Marcombo, 2012.
- [51] O. Zienkiewicz, *El método de los elementos finitos*, Barcelona: Reverté, 1981.
- [52] G. E. Wnek y G. L. Bowlin, *Encyclopedia of Biomaterials and Biomedical Engineering*, Nueva York: CRC Press, 2008.

- [53] T. Chandrupatla y A. Belegundu, INTRODUCCION AL ESTUDIO DEL ELEMENTO FINITO EN INGENIERIA, Pearson Educación, 1999.
- [54] A. Moreno y J. Antonio, «ANÁLISIS DEL EFECTO DE LA TENSIÓN FUERA DEL PLANO EN LA CONFORMABILIDAD DE CHAPA METÁLICA,» 2001. [En línea]. Available: <http://bibing.us.es/proyectos/abreproy/60222/fichero/02+-+Capitulo+2.+El+metodo+de+elementos+finitos.pdf>. [Último acceso: 5 Septiembre 2018].



## Anexos

### 1.1. Mecánica de Desplazamiento

Hay 3 tipos de carga a los que puede estar sometido una estructura:

- Fuerza de cuerpo ( $f$ )  
Fuerza distribuida que actúa sobre todo el volumen del cuerpo.
- Fuerza de tracción ( $T$ )  
Carga distribuida que actúa sobre la superficie del cuerpo.
- Carga puntual ( $p$ )  
Fuerza que actúa sobre un punto.

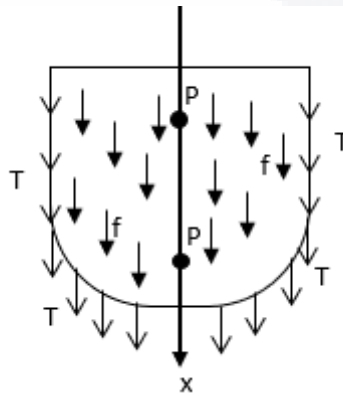


Figura 1. Diagrama de las cargas que puede experimentar un sólido.

### 1.2. Equilibrio y Esfuerzo

Dentro de la mecánica, rama de la física encargada del estudio de los efectos internos del esfuerzo y la deformación en un cuerpo sólido que está sometido a una carga externa, se encuentra el análisis de un cuerpo de acuerdo con el estado en el que se encuentre, es decir si se encuentra en equilibrio o si es que existen esfuerzos ejercidos sobre él. [45] [46]

Las fuerzas que interactúan sobre un cuerpo son las cargas que inciden sobre este. El equilibrio de un cuerpo requiere de un *balance de fuerzas* para impedir que el cuerpo se traslade a lo largo de una trayectoria recta o curva y un *balance de momentos* que impide que el cuerpo se desplace rotacionalmente, es decir, que el cuerpo gire. [45] [46]

$$\sum F = 0$$

ec. 1

$$\sum M_0 = 0$$

El equilibrio forma parte de la estática, quien, según la mecánica de materiales, determina las cargas resultantes que actúan dentro de un cuerpo, de esta manera se genera un estado de inmovilidad. Existe una clasificación según la forma en la que las cargas  $F_R$  y  $M_{R0}$  actúan sobre la superficie:

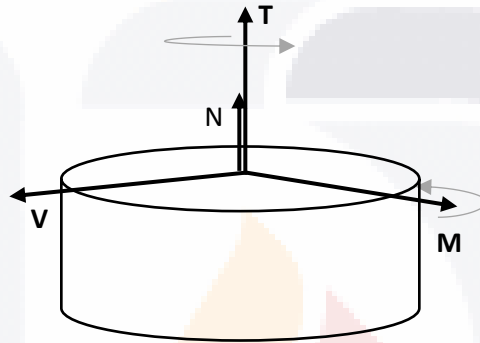


Figura 2. Tipos de fuerzas a las que puede someterse una estructura.

- **Fuerza normal N:** Fuerza que actúa perpendicularmente al área.
- **Esfuerzo cortante V:** Generado cuando las cargas externas tienden a ocasionar que los dos segmentos del cuerpo se deslicen uno sobre otro. Actúa en el plano del área de interés.
- **Momento de torsión o torque T:** Efecto resultante de cargas externas que tienden a torcer un segmento del cuerpo con respecto al otro alrededor de un eje perpendicular al área.
- **Momento flexionante M:** Causado por cargas externas que ocasionan la flexión respecto a un eje sobre el plano del área.

Por su parte el esfuerzo es el que describe la fuerza aplicada en un punto, se encuentra asociada a la resistencia de un material que compone a una estructura y existen dos tipos de esfuerzos de acuerdo con la incidencia sobre el objeto

- Esfuerzo normal ( $\sigma$ )

La intensidad de la fuerza que actúa en forma normal al área se define como esfuerzo normal ( $\sigma$ ).

$$\sigma_z = \frac{F_z}{A}$$

ec. 2

donde

- $F$  Fuerza típica finita.
- $A$  Área asociada.

Si la fuerza o el esfuerzo normal jala a  $A$ , estamos hablando de una “tensión”, mientras que, si se empuja, se le llama “Esfuerzo de compresión”.

- Esfuerzo cortante ( $\tau$ )

Se le llama así a la intensidad de fuerza que actúa tangente a  $A$

$$\tau_{zx} = \frac{F_x}{A}$$

$$\tau_{zy} = \frac{F_y}{A}$$

ec. 3

El esfuerzo se especifica en unidades básicas de Newtons por metro cuadrado  $N/m^2$  y equivale a una unidad denominada “pascal”  $1Pa = 1 N/m^2$ .

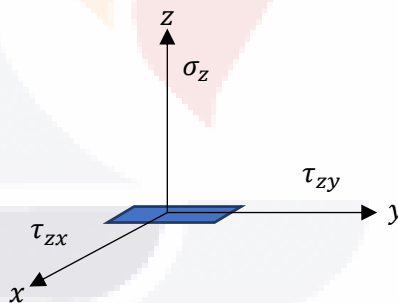


Figura 3. Plano de esfuerzos.



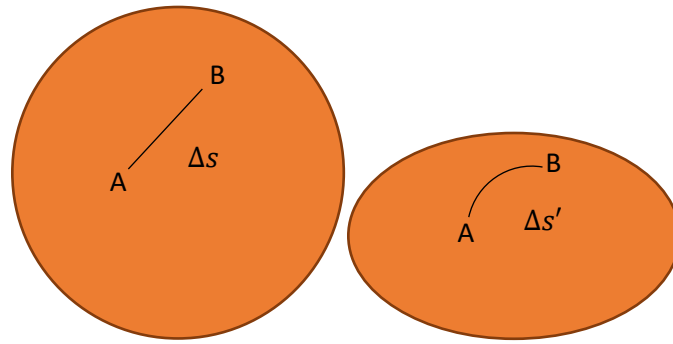


Figura 4. Deformación de un cuerpo.

### 1.3. Elasticidad Lineal

Un sólido elástico es un sistema de puntos materiales que tiene las siguientes propiedades: [47]

- **Deformable:** al aplicar una carga sobre el cuerpo, este cambia su forma.
- **Continuo:** La distribución de la masa que lo compone es continua.
- **Elástico:** Al retirar la carga, las deformaciones desaparecen.
- **Lineal:** La deformación es proporcional a la carga aplicada.
- **Isótropo:** Las propiedades no cambian respecto a la dirección de incidencia.
- **Homogéneo:** Las propiedades del material, no cambian a lo largo de su distribución.

#### 1.3.1. Movimientos y Deformaciones

Una función continua a partir de un punto en un mapa  $(x_1, x_2, x_3)$  describe los desplazamientos que recorre. [47]

$$m = u(x_1) + v(x_2) + w(x_3)$$

ec. 4

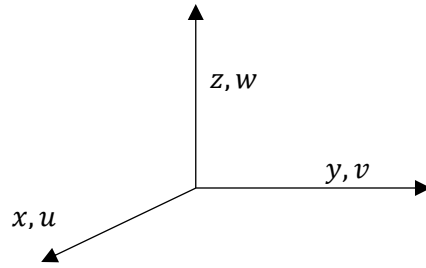


Figura 5. Coordenadas de desplazamiento

De esta manera, el movimiento absoluto de un punto no está determinado por una tensión o un esfuerzo, por el contrario, la separación o acercamiento de las partículas son quienes determinan una deformación ( $\epsilon$ ).

- Deformación unitaria [45]

Esta deformación conocida también como “Longitudinal”, corresponde a un cambio lineal de un cuerpo, al ser elongada o comprimida, ocasionada por esfuerzos o cargas axiales, viéndose reflejado en la longitud de la estructura.

$$\epsilon_{AB} = \frac{\delta}{L} = \frac{A'B' - AB}{AB} \quad ec. 5$$

Donde

- $\delta$  – Alargamiento
- $L$  – Longitud original
- $AB$  – Puntos iniciales
- $A'B'$  - Puntos finales

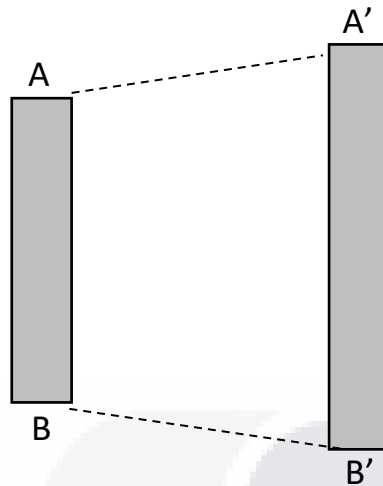


Figura 6. Elongación

- Deformación transversal [45]

La semi-variación de un ángulo (medida) que forman dos segmentos infinitamente pequeños al producirse la deformación del sólido según ambas direcciones, si la deformación genera un cierre en el ángulo entre los segmentos, se considera positiva.

$$\gamma_{AB,AC} = \theta_1 + \theta_2$$

ec. 6

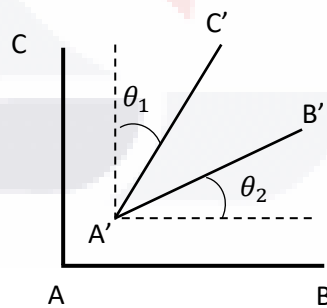


Figura 7. Deformación transversal.

### 1.3.2. Deformaciones en función de los desplazamientos

Para una situación tridimensional, en el que aparecen componentes de desplazamiento  $u, v, w$ , se describe el desplazamiento de un punto en base a 6 deformaciones unitarias independientes compuestas a su vez por 3 longitudinales y 3 angulares. [47]

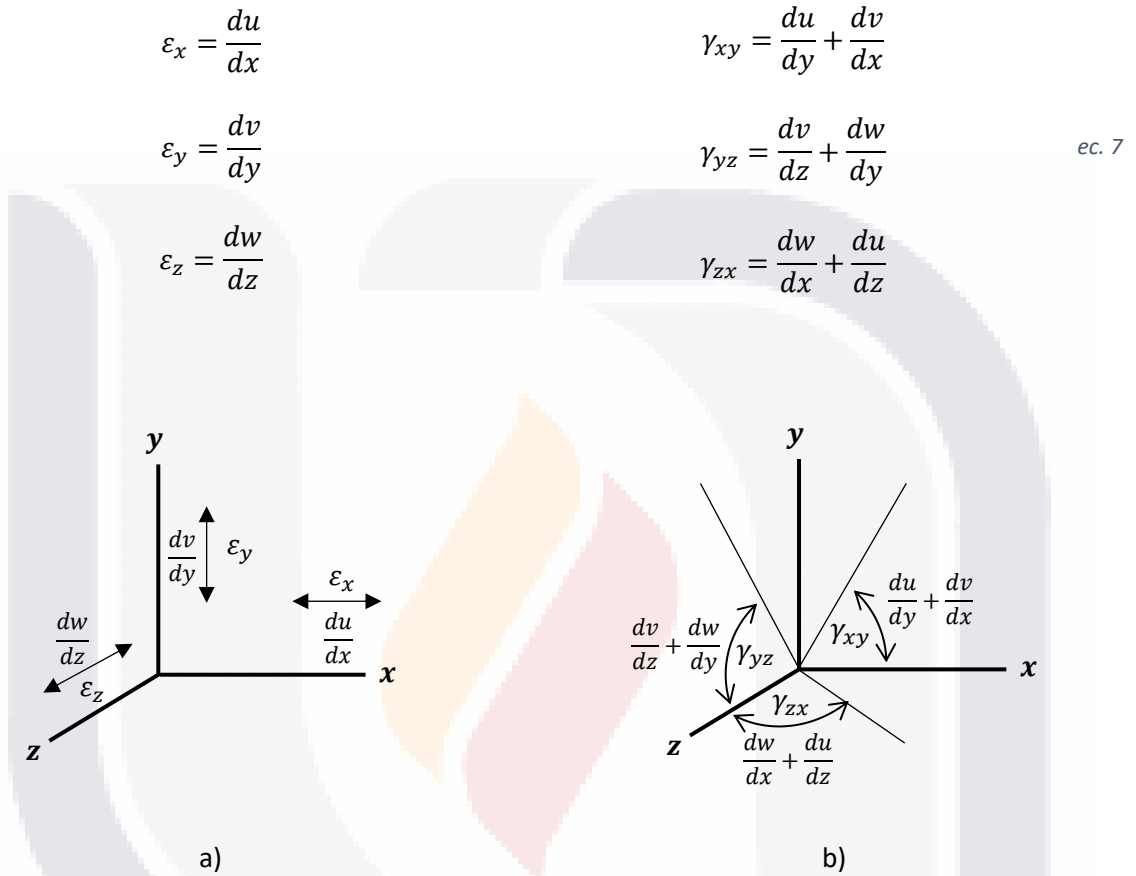


Figura 8. Deformaciones unitarias. a) deformaciones longitudinales; b) deformaciones angulares

### 1.4. Ley de Hooke

Constituye la base de la “Resistencia de Materiales”. Establece que, si la tensión normal se mantiene por debajo de un cierto valor “ $p$ ”, llamado “Tensión de proporcionalidad”, entonces las deformaciones específicas y las tensiones son directamente proporcionales. Es decir que el alargamiento unitario que un material elástico puede experimentar depende de la fuerza aplicada sobre el mismo. [45]

Dado un eje, la ley de Hooke relaciona la deformación sobre ese eje ( $\epsilon_x$ ), de un sólido sometido a un esfuerzo axial con la tensión normal generada por el esfuerzo ( $\sigma_x$ ) a partir de su Modulo de Young ( $E$ ).

$$\sigma_x = E \varepsilon_x$$

ec. 8

Donde

- $\sigma_x$  – Esfuerzo normal al eje  $x$
- $\varepsilon_x$  – Deformación del eje  $x$
- $E$  – Modulo de Young

### 1.4.1. Módulo de Young

Conocido también como “Modulo de Elasticidad Lineal”, y es la razón de proporcionalidad entre el esfuerzo y la deformación unitaria, se utiliza para predecir el comportamiento de un objeto, ya sea que este se alargue o se comprima. Se encuentra dado en función de su rigidez, es decir, mientras más rígido sea un material, mayor será su valor E. [45] [46]

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

ec. 9

### 1.4.2. Coeficiente de Poisson

Una carga axial que actúe sobre un elemento, independientemente del tipo al que pertenezca, será deformado tanto en el sentido en el que se ejecuta la carga (deformación primaria), como en los ejes perpendiculares (deformación secundaria o inducida), entendiéndose que una tracción longitudinal con alargamiento implica una contracción transversal y viceversa. De esta manera, se entiende que el coeficiente de Poisson es la relación de la deformación perpendicular respecto a la axial. [45] [46]

$$h = -\frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_a}$$

ec. 10

Donde

- $\varepsilon_p$  – Contracción lateral
- $\varepsilon_a$  – Alargamiento axial

Donde su signo negativo representa la reacción generada a partir de su desplazamiento, es decir, si tiene una elongación longitudinal, sufrirá una contracción lateral. En caso de que un material no se deforme, su razón de Poisson será 0. Se tiene caracterizado que tiene un valor máximo de 0.5, sin embargo, no puede ser negativa, por lo que se acota de la siguiente manera:  $0 \leq \nu \leq 0.5$ . [45]

### 1.4.3. Ley de Hooke Generalizada

Con la premisa de considerar a los cuerpos como “mecánicamente isótropos”, relaciona la tensión sobre un cuerpo con las deformaciones que sufre en un solo punto. De esta manera predice las deformaciones a partir de esta relación, además de despreciar la geometría del cuerpo en cuestión ya que los parámetros constantes, son las características del material. [47]

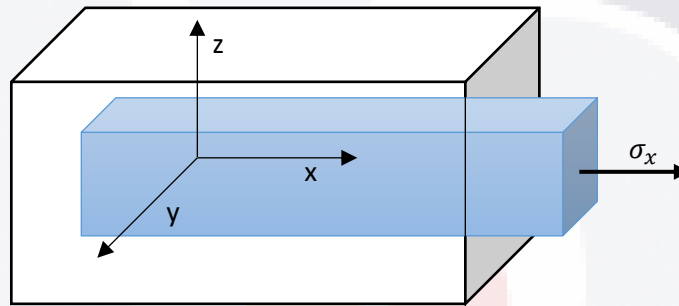


Figura 9. Deformación que sufre un sólido ante una fuerza de tensión en el “eje x”.

En la figura podemos observar que el cuerpo se deforma al recibir un esfuerzo en el eje x, de manera que conforme se elongue axialmente, los ejes perpendiculares, se verán reducidos, obteniendo las ecuaciones que describen este comportamiento

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\sigma_x}{E} \\ \varepsilon_y(\sigma_x) &= -h \frac{\sigma_x}{E} \\ \varepsilon_z(\sigma_x) &= -h \frac{\sigma_x}{E} \end{aligned} \tag{ec. 11}$$

De esta manera, es posible aseverar que las ecuaciones anteriores son elegibles para una deformación en cualquier eje y a partir de la suma de las contribuciones para un esfuerzo en un eje. La Ley de Hooke Generalizada se expresa matemáticamente de la siguiente manera:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - h(\sigma_y + \sigma_z)] \tag{ec. 12}$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - h(\sigma_x + \sigma_z)]$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - h(\sigma_y + \sigma_x)]$$

### 1.5. Relación esfuerzo-deformación cortante

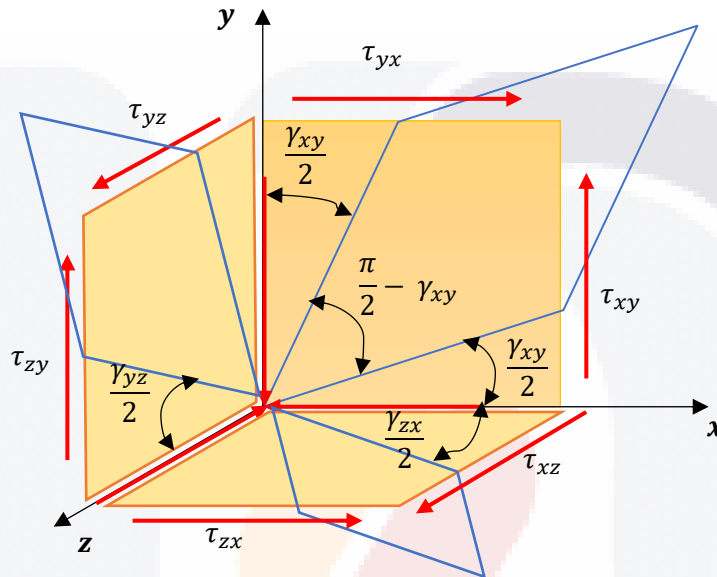


Figura 10. Diagrama de deformación por esfuerzo cortante. [47]

La respuesta de cada uno de los pares de tensiones tangenciales (cortantes) ( $\tau_{xy}$  y  $\tau_{yx}$ ,  $\tau_{yz}$  y  $\tau_{zy}$ ,  $\tau_{xz}$  y  $\tau_{zx}$ ) es una característica de un material mecánicamente isótropo, donde cada uno de ellos, se dirigen hacia o desde las esquinas diagonalmente opuestas del elemento. Dicha respuesta, desemboca en una deformación angular ( $\gamma_{xy}$ ,  $\gamma_{yz}$ ,  $\gamma_{zx}$  respectivamente), esta deformación pertenece a la Ley de Hooke Generalizada, que, de acuerdo a esta ley, las distorsiones serán proporcionales a la tensión tangencial actuante.

$$\tau = G\gamma$$

ec. 13

donde

G es la constante física del material (Modulo de elasticidad transversal o módulo de rigidez cortante) y está dado por la siguiente ecuación.

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

## 1.6. Resultados Transductores

### 1.6.1. Transductor 7.5MHz

Frecuencia de Muestreo: 25.045 MHz

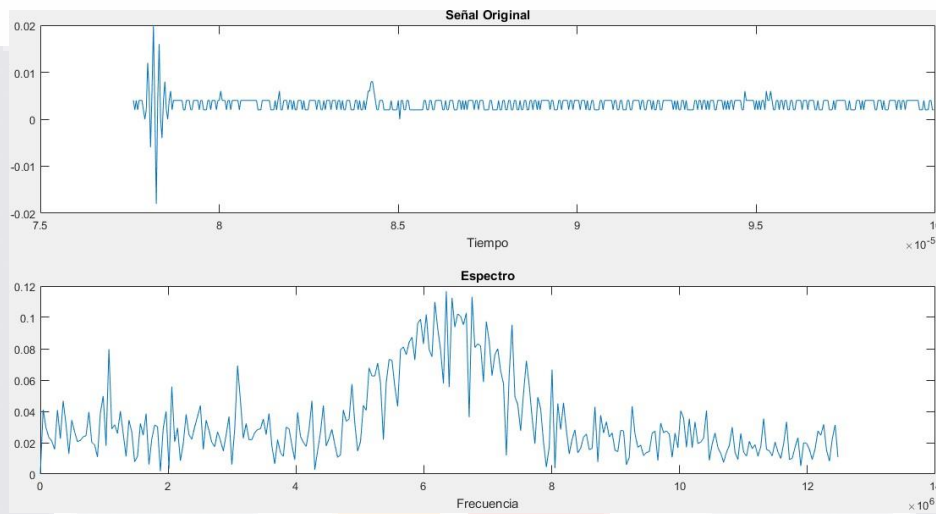


Figura 11. Espectro correspondiente al eco proveniente de la superficie reflectante con un transductor de 7.5MHz.

### 1.6.2. Transductor 20 MHz

Frecuencia de Muestreo: 50 MHz



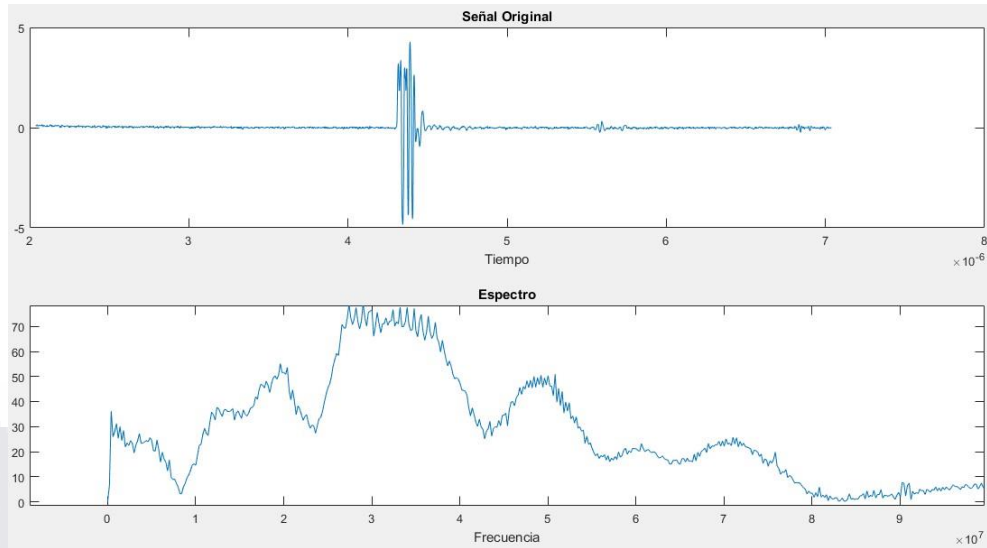


Figura 12. Espectro correspondiente al eco proveniente de la superficie reflectante con un transductor de 20MHz.

La Figura 3.17, Figura 11 y la Figura 12 muestran los espectros obtenidos a partir del procesamiento con la Transformada rápida de Fourier de transductores a una frecuencia de 1MHz, 7.5 MHz y 20 MHz respectivamente, con la finalidad de corroborar la frecuencia de emisión de cada uno, ilustrada en la porción inferior de la figura, acompañados de la frecuencia de muestreo empleadas en cada uno de los procesamientos.

## 1.7. Resultados Modelo Físico de Arteria

### 1.7.1. Transductor de 10 MHz

La respuesta de un transductor cuya distancia focal es  $a$  de 6 [cm] y su longitud de onda ( $\lambda$ ) corresponde a 0.15 [mm], se ilustra en la Figura 13, mientras que la Figura 14, muestra una ampliación de los ecos obtenidos de la pared anterior del modelo físico de la arteria.

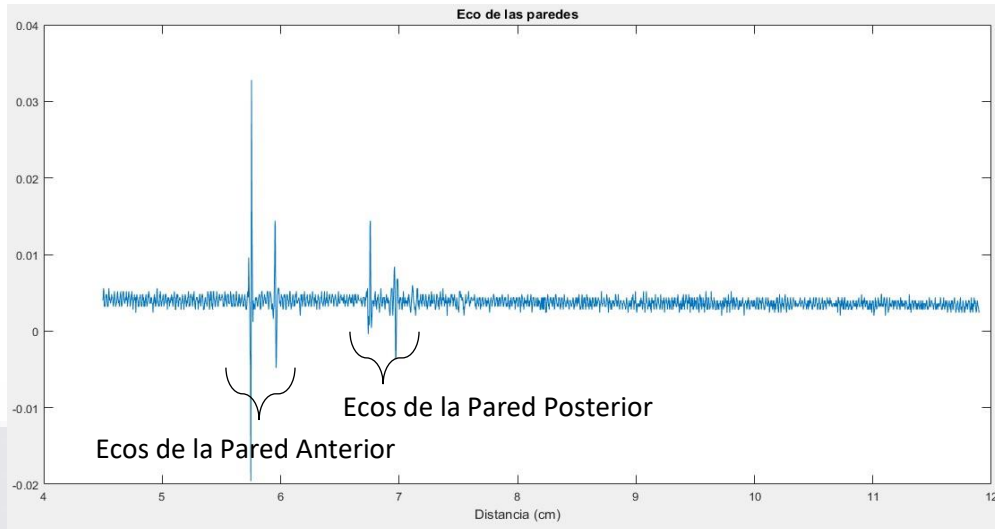


Figura 13. Ecos obtenidos tras estudio “Pulso – eco” con un transductor de 10 MHz

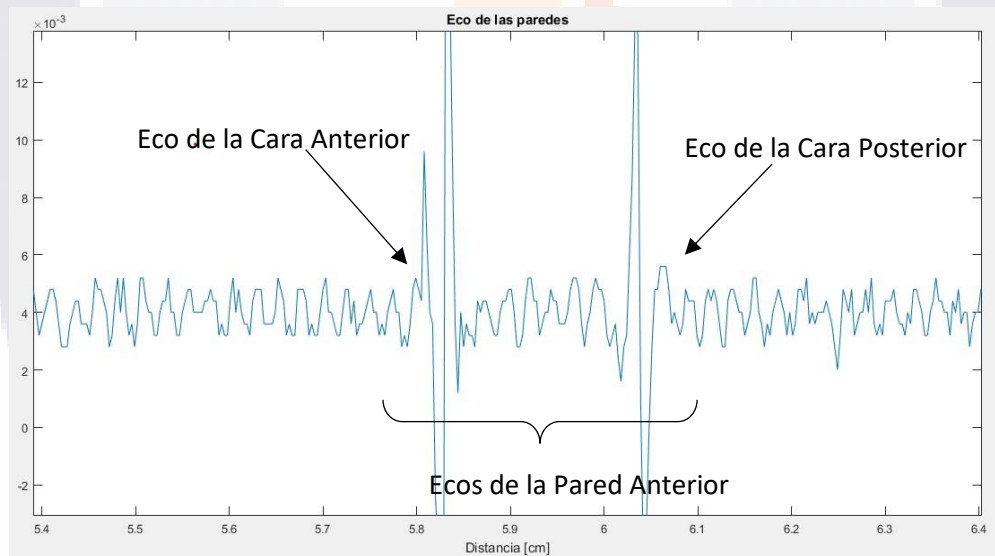


Figura 14. Ampliación de los ecos de la Pared Anterior del tubo, radiado con un transductor de 10 MHz

### 1.7.2. Transductor de 15 MHz

El transductor cuya distancia focal es  $a$  de 9 [cm] y su longitud de onda ( $\lambda$ ) corresponde a 0.1 [mm], su respuesta acústica se ilustra en la Figura 15, la cual indica la pared correspondiente a cada par de ecos, mientras que la Figura 16, muestra un acercamiento en los ecos de la pared anterior del modelo.

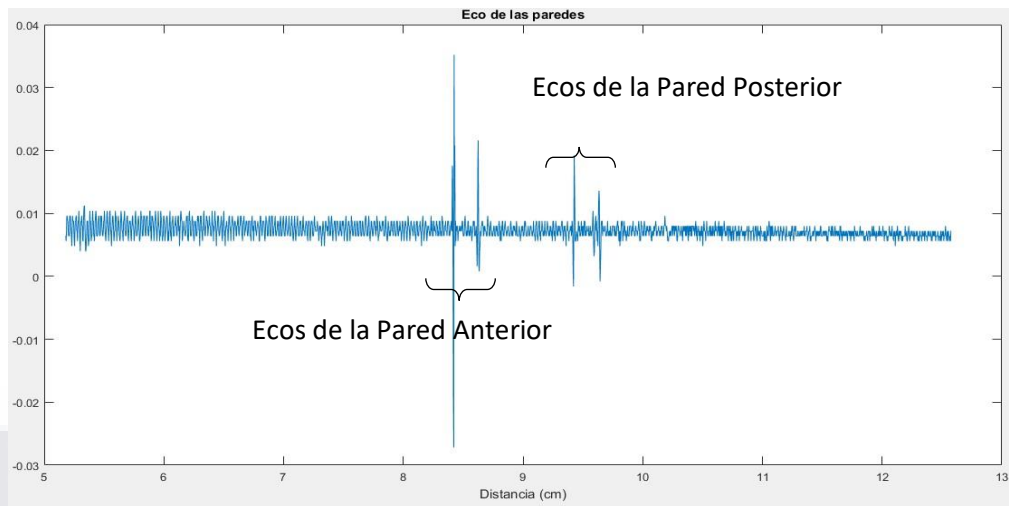


Figura 15. Ecos obtenidos tras estudio "Pulso - eco" con un transductor de 15 MHz

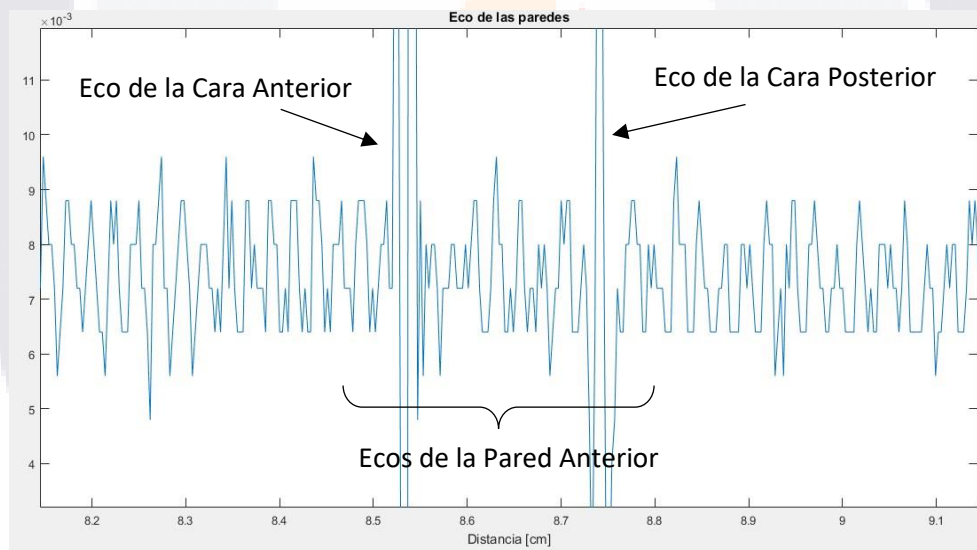


Figura 16. Ampliación de los ecos de la Pared Anterior del tubo, radiado con un transductor de 15 MHz