



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA
DE AGUASCALIENTES

CENTRO DE CIENCIAS SOCIALES Y HUMANIDADES
DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN

REFLEXIÓN DEL FORMADOR DE PROFESORES ACERCA DE SU CONOCIMIENTO
PEDAGÓGICO INMERSO AL ENSEÑAR LA ADICIÓN

Tesis que presenta

Ana Rosa Arceo Luna

para obtener el grado de Maestra en Investigación Educativa

Director de tesis:

Dr. David Alfonso Páez

Comité tutorial:

Dr. Daniel Eudave Muñoz

Dra. María Eugenia Ramírez Esperón

Aguascalientes, Ags. 3 de septiembre de 2019

Fecha de dictaminación dd/mm/aa:

09 de septiembre de 2019

NOMBRE: Ana Rosa Arceo Luna ID 144014

PROGRAMA: Maestría en Investigación Educativa LGAC (del posgrado): Competencias Intelectuales y Académicas Básicas en Educación Media Superior y Superior

TIPO DE TRABAJO: (X) Tesis () Trabajo práctico

TÍTULO: Reflexión del formador de profesores acerca de su conocimiento pedagógico inmerso al enseñar la adición

OBJETIVO: Explorar la reflexión que el formador de profesores hace acerca de su Conocimiento Pedagógico inmerso en la enseñanza de la adición.

IMPACTO SOCIAL (señalar el impacto logrado): El estudio dio continuidad a la línea de interés que en los últimos años se ha presentado como una tendencia en la formación de profesores particularmente en el nivel superior y en la formación de profesores, es necesario hacer estudios sobre docencia reflexiva dedicados a disciplinas específicas, como las matemáticas. Además, es una contribución a la formación de profesores dando cuenta de la relevancia que tiene la reflexión sobre el conocimiento del formador de matemáticas, y se aporta evidencia empírica de los criterios que orientan la práctica docente para valorar los beneficios de la reflexión guiada por el investigador, la cual se considera un recurso en la adquisición de herramientas pedagógicas para la enseñanza.

INDICAR SI/NO SEGÚN CORRESPONDA:

- Cumple con los créditos académicos
- Cuenta con los votos aprobatorios del comité tutorial
- Cumple con los requisitos señalados en el plan de estudios
- El trabajo es congruente con las LGAC del programa de posgrado
- Coincide con el título registrado
- Coincide con el objetivo registrado
- Tiene congruencia con cuerpos académicos
- Tiene el CVU del Conacyt actualizado
- Cumple con lo señalado por el Reglamento General de Docencia

En caso de Tesis por artículos científicos publicados

- Aceptación o Publicación del(los) artículo(s) según el nivel del programa
- El estudiante es el primer autor
- El autor de correspondencia es el Tutor del Núcleo Académico Básico
- En los artículos se ven reflejados los objetivos de la tesis, ya que son producto de este trabajo de investigación.
- Los artículos integran los capítulos de la tesis y se presentan en el idioma en que fueron publicados
- La aceptación o publicación del (los) artículo(s) en revistas indexadas de alto impacto

Con base a estos criterios, se autoriza se continúen con los trámites de titulación y programación del examen de grado

Sí No

FIRMAS

Elaboraron:

NOMBRE Y FIRMA DEL CONSEJERO SEGÚN LA LGAC DE ADSCRIPCIÓN:

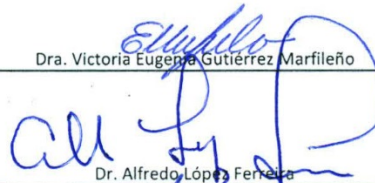

Dr. Daniel Eudave Muñoz

NOMBRE Y FIRMA DEL SECRETARIO TÉCNICO:


Dra. Victoria Eugenia Gutiérrez Marfileño

Revisó:

NOMBRE Y FIRMA DEL SECRETARIO DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO:


Dr. Alfredo López Ferrera

Autorizó:

NOMBRE Y FIRMA DEL DECANO:


Mtra. María Zapopan Tejeda Caldera

Nota: procede el trámite para el Depto. de Apoyo al Posgrado

*En cumplimiento con el Art. 105C del Reglamento General de Docencia que a la letra señala entre las funciones del Consejo Académico: ... Cuidar la eficiencia terminal del programa de posgrado y el Art. 105F las funciones del Secretario Técnico, llevar el seguimiento de los alumnos.



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA
DE AGUASCALIENTES

CARTA DE VOTO APROBATORIO
COMITÉ TUTORAL

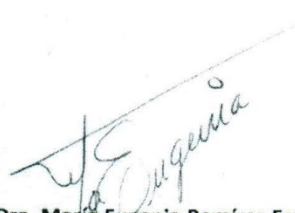
Mtra. María Zapopan Tejeda Caldera
DECANA DEL CENTRO DE CIENCIAS SOCIALES Y HUMANIDADES
P R E S E N T E

Por medio del presente como **Miembros del Comité Tutorial** designado del estudiante **ANA ROSA ARCEO LUNA** con ID 144014 quien realizó la tesis titulada: **REFLEXIÓN DEL FORMADOR DE PROFESORES ACERCA DE SU CONOCIMIENTO PEDAGÓGICO INMERSO AL ENSEÑAR LA ADICIÓN**, un trabajo propio, innovador, relevante e inédito y con fundamento en el Artículo 175, Apartado II del Reglamento General de Docencia damos nuestro consentimiento de que la versión final del documento ha sido revisada y las correcciones se han incorporado apropiadamente, por lo que nos permitimos emitir el **VOTO APROBATORIO**, para que ella pueda proceder a imprimirla así como continuar con el procedimiento administrativo para la obtención del grado.

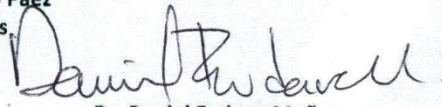
Ponemos lo anterior a su digna consideración y sin otro particular por el momento, le enviamos un cordial saludo.

ATENTAMENTE
"Se Lumen Proferre"

Aguascalientes, Ags., a 3 de septiembre de 2019


Dra. María Eugenia Ramírez Esperón
Integrante del Comité tutorial


Dr. David Alfonso Páez
Tutor de tesis


Dr. Daniel Eudave Muñoz
Integrante del Comité tutorial

c.c.p.- Interesado
c.c.p.- Secretaría Técnica del Programa de Posgrado

Elaborado por: Depto. Apoyo al Posgrado.
Revisado por: Depto. Control Escolar/Depto. Gestión de Calidad.
Aprobado por: Depto. Control Escolar/ Depto. Apoyo al Posgrado.

Código: DO-SEE-FO-16
Actualización: 00
Emisión: 17/05/19

AGRADECIMIENTOS

Al Dr. David Páez por su acompañamiento en el desarrollo de este trabajo, por sus atinados comentarios, su paciencia al atender mis dudas, su dedicación y compromiso en el proceso de investigación y en mi formación profesional. Gracias por apoyarme y motivarme siempre para hacer propuestas y participar en eventos académicos. En particular, gracias por compartirme y despertar en mí el gusto y compromiso en el campo de la matemática educativa.

A la Dra. María Eugenia y el Dr. Daniel por su tiempo dedicado a leer y mejorar el trabajo, por brindarme siempre una crítica constructiva y una perspectiva innovadora. Al Dr. Luis Manuel por mostrarse cercano y contribuir con una mirada desde la realidad de los profesores.

Al Dr. Vicenç por la oportunidad de convivir en la Universitat de Barcelona, su disposición para compartir su sabiduría y experticia, por ampliar mi visión de la investigación, por su tiempo para discutir y analizar el documento y encontrar “en el defecto virtud”.

A Elsa por su constante apoyo en este trayecto. A quienes, a veces sin saberlo, a través de su experiencia compartida y ejemplo sembraron en mí la semilla de la lucidez, brindaron su escucha atenta y oportunos consejos, gracias por ser a veces maestros y en muchas ocasiones amigos; los doctores Cecilia Macías, Salvador Camacho, Matías Romo, Gustavo Muñoz, Armando Solares, P. Javier Cruz y Alejandro Delgado.

A mis compañeros de clase: Miguel, Angélica, Adriana, Pepe, Paulina, Sara, Sandra, Oliveria, Sol, Vero y Jonathan, gracias por su apoyo, su amistad y sentido del humor que hizo más ligero el trabajo, por compartir sus conocimientos y por aceptar caminar juntos.

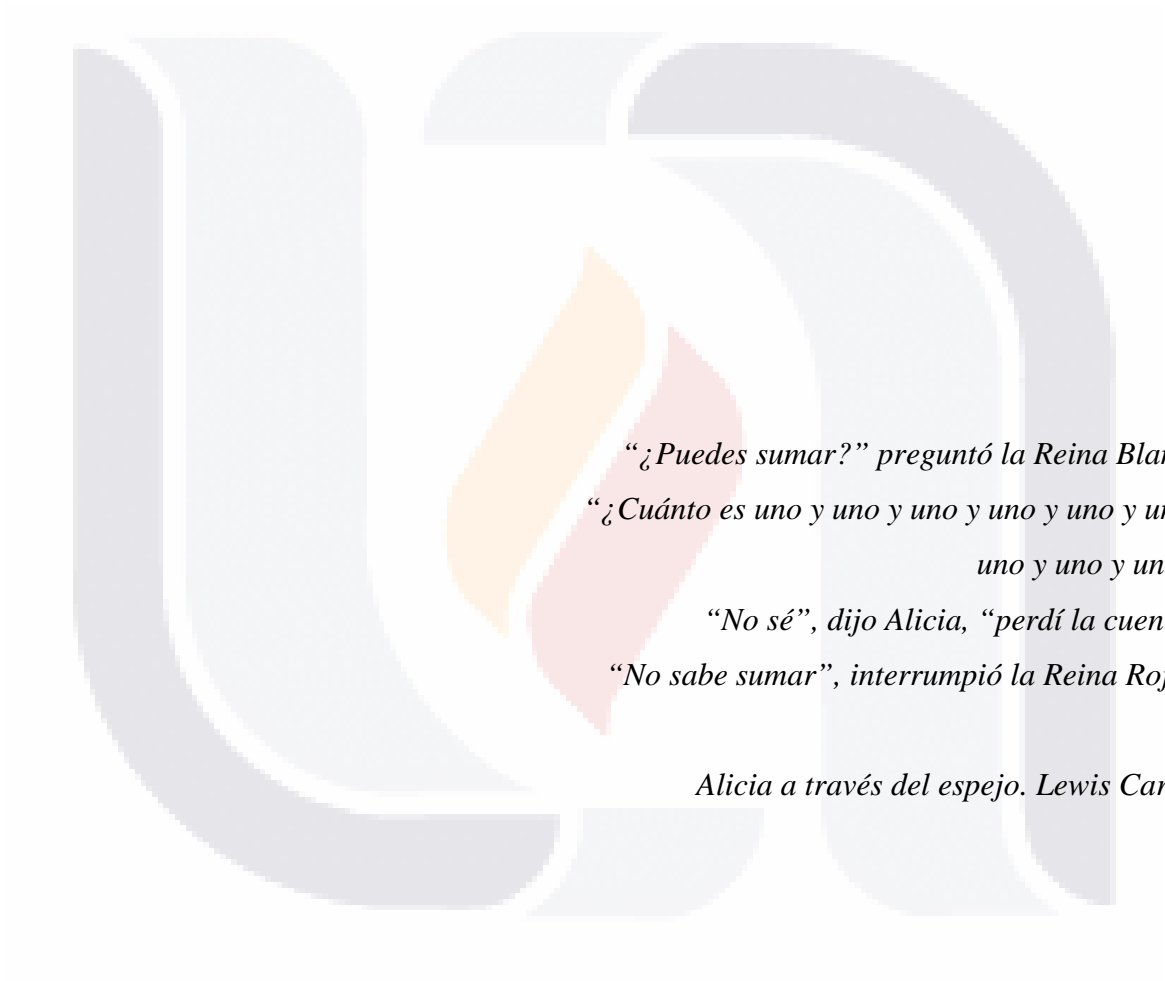
A las escuelas normales que a través de Manuel, Juan, Héctor, Luis y Carlos abrieron las puertas de sus aulas y con generosidad dieron su tiempo para hacer posible esta investigación. En especial la Escuela Normal de Aguascalientes, en donde siempre encontré un espacio para alimentar la pasión por la educación y aprender con mis estudiantes.

A mis padres y hermanos; Pedro, Salvador, Socorro, Luis y sus familias, por acompañarme, por darme el espacio necesario para avanzar y por tener siempre una palabra de afecto. A mis amigos que siempre tuvieron una palabra de ánimo.

A Dios por ser constante encuentro y presencia.

A la Sociedad Mexicana que a través del Consejo Mexicano de Ciencia y Tecnología continúa formando investigadores para el desarrollo del país.

A Ana María y Salvador, mis padres.



*“¿Puedes sumar?” preguntó la Reina Blanca,
“¿Cuánto es uno y uno y uno y uno y uno y uno y
uno y uno y uno?”*

“No sé”, dijo Alicia, “perdí la cuenta”.

“No sabe sumar”, interrumpió la Reina Roja...

Alicia a través del espejo. Lewis Carroll

ÍNDICE GENERAL

	Pág.
Índice de Tablas	5
Índice de Figuras	6
Resumen	7
Abstract	8
Introducción	9
Capítulo 1. Planteamiento del problema	11
1.1 Antecedentes	11
1.1.1 El formador que enseña matemáticas en la escuela normal.....	12
1.1.2 Práctica reflexiva: mejorar las tareas de enseñanza de las matemáticas	15
1.1.3 Enseñar matemáticas a los futuros profesores de educación primaria	17
1.1.4 Enseñar el algoritmo de la adición: un reto para el profesor de educación básica	19
1.1.4.1 Errores en la resolución de problemas aditivos	21
1.1.4.2 La adición en el currículum escolar	22
1.2 Problema de investigación	25
1.3 Preguntas de investigación	26
1.4 Objetivos	27
1.5 Justificación	27
Capítulo 2. Marco teórico	29
2.1 Antecedentes acerca del Conocimiento para enseñar matemáticas	29
2.2 Conocimiento Pedagógico del profesor para enseñar matemáticas	30
2.2.1 Conocimiento del Contenido y de los Estudiantes	32
2.2.2 Conocimiento del Contenido y la Enseñanza	33
2.2.3 Conocimiento del Contenido y el Currículum	34
2.2.4 Conocimiento del formador	35
2.3 Reflexión sobre la acción del formador	37
2.4 Estructura aditiva	39

2.4.1	La adquisición de la adición en el niño	40
2.4.2	Enseñar la adición en educación básica	42
Capítulo 3. Diseño Metodológico		44
3.1	Tipo de estudio	44
3.2	Sujetos de estudio	45
3.3	Técnicas e instrumentos de obtención de información	47
3.3.1	Observación no participante	47
3.3.2	Entrevista a profundidad	48
3.4	Recopilación de datos a través del ciclo de reflexión en el formador	49
3.4.1	Fase uno: Acción, práctica docente	50
3.4.2	Fase dos: Revisar la acción	50
3.4.3	Fase tres: Toma de conciencia sobre el conocimiento inmerso en la práctica	51
3.4.4	Fase cuatro: Métodos de acción alternativos	52
3.5	Tratado de los datos	53
3.5.1	Análisis de las clases observadas	53
3.5.2	Análisis de las entrevistas	54
Capítulo 4. Resultados y discusión		55
4.1	El caso de Manuel	55
4.1.1	Características de la práctica de Manuel al enseñar la adición	55
4.1.1.1	Transición de los conocimientos previos al algoritmo convencional	56
4.1.1.2	Consideraciones sobre el proceso para enseñar la suma	59
4.1.1.3	Tareas y conceptos para enseñar la didáctica de la suma a las futuras profesoras	63
4.1.2	Concepciones acerca del conocimiento inmerso en la práctica de Manuel	67
4.1.3	La reflexión del Manuel	72
4.2	El caso de Héctor	74
4.2.1	Características de los conocimientos inmersos en la práctica de Héctor al enseñar la adición	75
4.2.1.1	Sugerencias didácticas para enseñar la adición	75

4.2.1.2	Conceptos y situaciones para practicar la suma con los futuros profesores	79
4.2.1.3	Discusiones sobre la práctica docente como una herramienta reflexiva .	82
4.2.2	Concepciones acerca del conocimiento inmerso en la práctica	85
4.2.3	La reflexión de Héctor	88
4.3	El caso de Juan	92
4.3.1	Características de los conocimientos inmersos en la práctica de Juan al enseñar la adición	93
4.3.1.1	Comentarios del formador sobre el trabajo docente	93
4.3.1.2	Recomendaciones para la enseñanza de las matemáticas	96
4.3.2	Concepciones acerca del conocimiento inmerso en la práctica	99
4.3.3	La reflexión de Juan	104
4.4	El caso de Luis	106
4.4.1	Características de los conocimientos inmersos en la práctica al enseñar la adición	106
4.4.2	Concepciones acerca del conocimiento inmerso en la práctica	110
4.4.3	La reflexión de Luis	115
4.5	Convergencias entre los casos	117
Capítulo 5.	Conclusiones	122
5.1	Características del Conocimiento Pedagógico de los Formadores	122
5.2	Concepciones de los Formadores acerca de su Conocimiento Pedagógico	124
5.3	Reflexión de los Formadores	126
5.4	Limitantes de esta investigación	127
5.5	Implicaciones de la presente investigación	128
Referencias	131
Apéndice A.	Protocolo de entrevista para Manuel	138
Apéndice B.	Protocolo de entrevista para Héctor	143
Apéndice C.	Protocolo de entrevista para Juan	148
Apéndice D.	Protocolo de entrevista para Luis	152

Apéndice E. Organización de preguntas de protocolos de entrevista de acuerdo
con el subdominio del Conocimiento Pedagógico 155

Apéndice F. Categorías e indicadores del dominio Conocimiento Pedagógico para
el análisis de la práctica del formador 157

Apéndice G. Matriz para el análisis de las observaciones 159



ÍNDICE DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1.1. Aprendizajes esperados en primaria en torno a la adición y sustracción	23
Tabla 3.1. Características generales de los participantes	46
Tabla 3.2. Número de sesiones de clase observadas de cada formador	50
Tabla 3.3. Componentes de la Guía para el diseño de la entrevista con formadores de profesores	51
Tabla 3.4. Categorías para analizar el conocimiento pedagógico inmerso en la práctica del formador	53
Tabla E1. Organización de preguntas de acuerdo con los dominios e indicadores del Conocimiento Pedagógico	155
Tabla F1. Categorías, subcategorías e indicadores para analizar el Conocimiento Pedagógico en la práctica del formador.	157
Tabla G1. Matriz para el análisis de las observaciones	159

ÍNDICE DE FIGURAS

	Pág.
Figura 2.1. Dominios del <i>Mathematical Knowledge for Teaching</i>	32
Figura 2.2. Relación entre el conocimiento del formador y el conocimiento del futuro profesor	35
Figura 3.1. Adaptación propia del Ciclo de reflexión del formador	49
Figura 4.1. Ejemplo de descomposición de la suma de dos cantidades	57
Figura 4.2. Propuesta de pre-algoritmo para la transición entre el Tablero y el algoritmo convencional de la adición	58
Figura 4.3. Explicación de Manuel para el algoritmo convencional de la suma	58
Figura 4.4. Secuencia en la que el formador muestra cómo los niños llegan a confundir la suma	61
Figura 4.5. Propuesta de actividades para enseñar la adición	64
Figura 4.6. Suma resuelta por una estudiante en el pizarrón haciendo uso de tarjetas con números	65
Figura 4.7. Actividad que Héctor propone a sus estudiantes para ejercitar el cálculo mental en la suma.....	81
Figura 4.8. Representación de dos respuestas de las estudiantes en la que muestran la resolución del problema a través de la seriación	99
Figura 4.9. Proyección de la suma con la que Luis inicia la clase	106
Figura 4.10. Explicación de Luis acerca de la resolución de una operación de suma mediante “la viborita”	113
Figura A1. Actividades que Manuel propone a las estudiantes para la enseñanza de la adición	138
Figura B1. Demostración de Héctor para explicar los elementos de la suma de acuerdo con el orden de las unidades	144
Figura B2. Proyección mediante la cual Héctor explica el sistema de numeración decimal mediante el dibujo de bloques o cajitas	145
Figura B3. Demostración de Héctor para explicar la propiedad conmutativa.....	146
Figura C1. Ejemplo de tabla de suma en la que se muestra la relación entre el número (cardinal) de estudiantes y el número de saludos que pueden darse.....	151

RESUMEN

En el contexto de la educación matemática se ha observado que el formador de profesores es uno de los actores menos estudiado, aun cuando se requieren investigaciones que den cuenta de su práctica y de su conocimiento para la enseñanza del algoritmo de la adición. En el presente documento se plantea una investigación cuyo objetivo principal es explorar la reflexión que el formador hace sobre su Conocimiento Pedagógico inmerso en la práctica que lleva a cabo al enseñar la adición a los futuros profesores de educación primaria. Se recurrió al *estudio de caso múltiple* en el que participan cuatro formadores de profesores. Para la recopilación de datos se siguió el ciclo reflexivo de Korthagen (2010), primero se hicieron videograbaciones de las sesiones de clase donde los formadores trataron el tema de la suma de acuerdo con su planeación didáctica y el programa de la materia, después fueron entrevistados con la finalidad que de reflexionaran sobre su práctica docente. Los datos recopilados fueron analizados tomando como referente teórico el modelo *Mathematical Knowledge for Teaching* y el concepto de *Reflexión-en-acción*. Entre los resultados se tiene que los participantes enfatizan la relevancia de considerar al niño de primaria al exponer el tema de la adición a los futuros profesores, la intención de mostrar la didáctica para enseñar el contenido y el uso de un currículum proveniente de su experiencia previa como docentes. La reflexión les permitió a los cuatro formadores sugerir mejoras en su práctica futura al enseñar la adición, particularmente sobre la participación de los estudiantes, los recursos y el empleo del tiempo. En conclusión, se puede decir que el programa de materia es percibido más como una sugerencia que como una guía para la formación de profesores, por lo que cada participante llevó a cabo una práctica relacionada con su capacitación previa y da cuenta de una falta de conocimientos teóricos sobre la adición como objeto matemático. A partir de ello, los formadores concentran su reflexión en el conocimiento del Contenido y la Enseñanza, en particular sobre aspectos generales de la didáctica y gestión de la clase, dando un menor énfasis a discutir el algoritmo de la adición que es percibido como una habilidad más que como un objeto de estudio.

ABSTRACT

In the context of mathematics education, it has been observed that the teacher educator is one of the least studied actors, even when are required investigations that give account of his practice and his knowledge for the teaching the addition algorithm. This document presents an investigation whose main objective is to explore the reflection that the teacher educator makes about his Pedagogical Knowledge immersed in his practice when teaching the addition to future primary school teachers. For this, the *multiple case study* was used in which four teacher educators participate. For the data collection, was followed the Korthagen (2010), reflective cycle, first the class sessions were videotaped where the teacher educator teach the sum according to their didactic planning and the subject program, they were interviewed in order to reflect on their teaching practice. The collected data were analyzed taking as a theoretical reference the *Mathematical Knowledge for Teaching* model and the concept of *Reflection-in-action*. Among the results, participants have to emphasize the importance of considering the elementary child when exposing the topic of the addition to future teachers, the intention of showing the didactics to teach the content and the use of a curriculum from their experience previous as teachers. The reflection allowed the four participants to suggest improvements in their future practice by teaching the addition, particularly about student participation, resources and the use of time. In conclusion, the subject program is perceived more as a suggestion than as a guide for teacher educator, so each participant carried out a practice related to their previous training and realizes a lack of theoretical knowledge about addition as a mathematical object. The teacher educator concentrate their reflection on the Knowledge of the Content and Teaching, in particular on general aspects of the didactic and management of the class, giving less emphasis to discuss the algorithm of the addition that is perceived as a skill more than an object of study.

INTRODUCCIÓN

En el ámbito de la educación matemática, se ha observado que los conocimientos que los profesores emplean en las tareas de enseñanza así como la reflexión que generan sobre su práctica, es aún un tema que falta mucho por explorar, en particular en los formadores de docentes. Estos actores tienen la función de mostrar los contenidos disciplinares y la didáctica a los futuros profesores, por lo que se les demanda un Conocimiento Pedagógico conformado por una amplia comprensión de la matemática y sus representaciones, así como fundamentos didácticos sobre cómo mostrar los objetos matemáticos al niño de primaria. Estos conocimientos son retomados por el formador cuando hace objeto de discusión su propia práctica, en particular al observarse a sí mismo y cuestionarse sobre los errores, omisiones o imprecisiones dados en sus clases.

Explorar la reflexión que los formadores hacen al discutir su Conocimiento Pedagógico permite tener un acercamiento a la práctica de estos actores y la enseñanza de las matemáticas que llevan a cabo en la formación de futuros profesores, en particular en el tema de la adición que resulta un tópico relevante para el desarrollo de contenidos matemáticos más complejos. De modo que se amplía el conocimiento de la práctica de estos actores en relación con el contenido matemático, los estudiantes, tanto normalistas como de primaria, la enseñanza y el currículum, y se tiene un acercamiento a la reflexión sobre la acción como una herramienta para el desarrollo profesional de los docentes que enseñan matemáticas. Además es posible reconocer algunos principios que orientan la práctica de los formadores.

En esta línea de interés, se presenta la tesis desarrollada en el marco del plan de estudios de la Maestría en Investigación Educativa, de la Universidad Autónoma de Aguascalientes. El documento está conformado por cinco capítulos. En el primero se muestra el planteamiento del problema, donde se esbozan los antecedentes acerca de la situación actual de los profesores que enseñan matemáticas en las escuelas normales, así como estudios relacionados con la práctica reflexiva del docente y la enseñanza de la adición. En este apartado también se definen los objetivos, preguntas de investigación y justificación del estudio. Aquí se enuncia el tema de esta investigación que propone como objetivo principal: explorar la reflexión que el formador de profesores construye acerca de su conocimiento pedagógico inmerso en la enseñanza de la adición.

El segundo capítulo corresponde al Marco teórico donde se presenta la literatura revisada que da sustento al estudio y que sirvió para ordenar y analizar los datos recabados a fin de lograr los objetivos propuestos y dar respuesta a las preguntas de investigación. Se retoma el modelo *Mathematical Knowledge for Teaching*, en particular, se describen los elementos que conforman el Conocimiento Pedagógico del profesor; además, se retoman las ideas centrales del concepto de *reflexión-en-acción*, así como aspectos relacionados con el algoritmo de la adición y su enseñanza.

En el tercer capítulo se esboza el tipo metodología que se siguió. Se describen las principales técnicas que se emplearon para la obtención de información (observación no participante y entrevista a profundidad) y se enuncia el proceso que se llevó a cabo para la toma de datos, además se explica cómo se realizó el tratamiento de éstos.

En el cuarto capítulo se evidencian los principales resultados y discusiones de acuerdo con las características del Conocimiento Pedagógico que se infiere en la práctica de los formadores, las concepciones que los participantes poseen acerca de dicho conocimiento y las reflexiones que estos actores educativos realizaron en la entrevista en la que dan cuenta de algunos principios que orientaron su práctica.

El quinto capítulo está destinado a las conclusiones de esta investigación, las cuales se presentan en torno al logro de los objetivos, las limitantes e implicaciones tanto en el estudio de la práctica de los formadores, así como en futuras líneas de investigación.

Capítulo 1.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El presente capítulo está dividido en cuatro apartados. En el primero se plantean los antecedentes acerca del formador de profesores¹ para la educación primaria y el Conocimiento Pedagógico que se puede inferir en su práctica cuando enseña matemáticas, en particular, el tema de la adición. En el segundo se enuncia la problemática de investigación, donde a partir de la literatura revisada se da cuenta de la importancia de estudiar a los formadores de profesores que enseñan matemáticas, sus prácticas y reflexión en torno al el conocimiento que emplean para mostrar la enseñanza de la adición a los profesores en formación. En el tercer y cuarto apartado, respectivamente, se exponen las preguntas que guían esta investigación y los objetivos que se persiguen. Finalmente, en el quinto es dada la justificación que sustenta la relevancia de este trabajo.

1.1 ANTECEDENTES

En México, como menciona Ávila (2016), la investigación sobre problemas relacionados con la educación matemática tiene poco más de cuatro décadas y en un inicio estuvo centrada en estudiar los contenidos matemáticos y las dificultades a las que se enfrentaban los estudiantes (e.g., uso y significado de las fracciones, errores en el tránsito de la aritmética al álgebra, entre otros), de modo que se tenía un número reducido de trabajos sobre la práctica docente y la enseñanza en matemáticas. Al respecto, Sfard (2005) considera que a partir del siglo XXI existe un gran interés por estudiar al profesor, ya que diversos investigadores (Ball, Thames, & Phelps, 2008; Jaworski, 2008; entre otros) han dado cuenta que las dificultades en el aprendizaje, en ocasiones, son producto de una *mala* enseñanza.

Actualmente, existe interés por debatir y continuar estudiando los procesos de enseñanza en cualquier nivel educativo, pues se reconoce que el conocimiento didáctico y matemático de los profesores es clave para la mejora del aprendizaje de los estudiantes (Da Ponte & Chapman, 2016), por ello la práctica del formador y la formación inicial de los profesores, por ejemplo, de educación primaria se han posicionado como una preocupación a nivel nacional e

¹ En el presente documento se denomina formador al profesor encargado de la enseñanza de los futuros maestros de educación básica (preescolar, primaria y secundaria); en especial, aquí se discute el formador que se dedica a las matemáticas y cómo enseñarlas en primaria.

TESIS TESIS TESIS TESIS TESIS

internacional (Llinares, 2013). En educación matemática, las aportaciones en relación con esta preocupación señalan que un campo aún por explorar son los principios que orientan la práctica docente, los cuales incluyen el conocimiento matemático y didáctico, así como las creencias de los profesores (Ávila, Block, & Carvajal, 2013). Una manera de indagar los procesos de enseñanza de las matemáticas es a través de propuestas de intervención donde estos actores educativos, incluyendo al formador de profesores, tengan la oportunidad de analizar –reflexionar–, por ejemplo, tal conocimiento (Jaworski, 2008; Schön, 1987/2016), con el propósito de que sea objeto de discusión para contribuir a la mejora de su práctica docente (Da Ponte & Chapman, 2016; Parada & Pluvinage, 2014; Schön, 1987/2016).

1.1.1 El formador que enseña matemáticas en la escuela normal

Desde finales del siglo XIX, en la época porfiriana, las escuelas normales han sido las principales instituciones encargadas de la formación de los profesores de educación primaria. La relevancia de estas instituciones las identifica como un tema central en las políticas educativas y en lo que respecta a las cuestiones de gobierno en México, al punto que son consideradas como un asunto de Estado (Ducoing & Fortuol, 2014). Tal es la condición del magisterio como una “profesión de Estado”, que los planes y programas para la formación de profesores de educación básica son dados desde la federación, y a través de estos programas, así como de las gestiones gubernamentales se manifiesta la intención de cuidar la formación inicial de los maestros como actores relevantes en el desarrollo educativo y social del país.

En el ámbito educativo se han desarrollado múltiples investigaciones en relación con los estudiantes de escuelas normales, principalmente, se ha indagado sobre el aprendizaje, conocimiento, competencias, currículum y práctica de enseñanza en matemáticas (Arévalo, 2015). Sin embargo, de acuerdo con diversos investigadores, el formador que enseña en estas escuelas es un tema poco tratado (Ducoing & Fortuol, 2013; Seckel & Font, en prensa) aun cuando se reconoce que éste juega un papel relevante en la formación de los futuros profesores de educación primaria, ya que tiene la responsabilidad de ayudarles a construir el conocimiento profesional necesario para la enseñanza de las matemáticas (e.g., Aguayo, 2004; Rojas & Deulofeu, 2015).

México cuenta con un gran número de profesores que laboran en escuelas de formación docente para educación básica. Al respecto, el Instituto Nacional para la Evaluación de la

EDUCACIÓN (Medrano, Ángeles, & Morales, 2017), también conocido por sus siglas como INEE, realizó un estudio que da cuenta del número de formadores que laboran en escuelas normales, su nivel de estudios y adscripción institucional. El INEE reportó que en México hay 15,602 formadores a nivel nacional, de los cuales 336 están distribuidos en las cinco escuelas normales del estado de Aguascalientes². Respecto a la formación profesional, 1.7% de los formadores no cuenta con título de licenciatura y cerca de 40% ha realizado estudios de posgrado.

En relación con la formación inicial de estos actores educativos, Lozano (2016) analizó 32 trayectorias formativas de docentes pertenecientes a escuelas normales de la Ciudad de México, y encontró que la mayoría de ellos laboran en la institución donde egresaron; además, reportó que un número menor de profesores vienen de universidades y su ingreso como formadores se dio por designación de alguna autoridad; sólo un tercio de los participantes ingresó por concurso de oposición. De modo que en su ingreso al sistema de normales, no se asegura que los formadores cuenten con los conocimientos disciplinares y pedagógicos necesarios para enseñar a los futuros profesores de primaria. Lozano reconoce que el formador requiere experticia docente, la cual define como un conocimiento de la disciplina que incluya el cómo enseñar, cómo los alumnos aprenden y una competencia organizativa de la materia y su práctica de enseñanza. Esto coincide con lo que menciona Ball et al. (2008) acerca del conocimiento disciplinar y pedagógico que debe tener aquel profesor que enseña matemáticas; para Ball, Lubienski y Mewborn (2001):

No es algo que tendría un matemático como virtud por haber estudiado matemáticas avanzadas. Tampoco sería parte de un conocimiento de un docente de estudios sociales de secundaria como virtud por tener experiencia en la enseñanza. Más bien, es un conocimiento especial para la enseñanza de las matemáticas. (p. 448)

Como señala Jaworski (2008), el formador que enseña matemáticas tiene como tarea principal ayudar a los profesores en su formación inicial a desarrollar y mejorar la enseñanza de las matemáticas en educación básica (véase también da Ponte & Chapman, 2016). Ello significa que los formadores de profesores deben tener conocimientos y habilidades para el ejercicio de su tarea docente, así como llevar a cabo una constante reflexión para indagar sobre

² Las instituciones encargadas de la educación normal en Aguascalientes son: Centro Regional Normal de Aguascalientes (CRENA), Ilustre y Benemérita Escuela Normal de Aguascalientes (ENA), Escuela Normal de Rincón de Romos “Dr. Rafael Francisco Aguilera Lomeli” (ENRM), Escuela Normal Rural “Justo Sierra Méndez, y la Escuela Normal Superior Federal de Aguascalientes “Profr. José Santos Valdés” (ENSFA).

su práctica con la intención de mejorarla (Rojas & Deulofeu, 2015). Lo anterior muestra que a estos actores se les demanda un amplio dominio de conocimientos de la didáctica del contenido que incluya actividades de aprendizaje, aspectos referentes al currículum, a la evaluación de los aprendizajes, además del contexto social, características personales, conocimientos previos y procesos de aprendizaje de los estudiantes en el contexto de las matemáticas (Ball et al., 2008; Jaworski, 2008); en otras palabras, los formadores requieren un tipo particular de conocimiento, diferente del solicitado a cualquiera que se dedica a la enseñanza de las matemáticas (Beswick & Goos, 2018).

Al respecto, Zopf (2010) afirma que el formador, por el carácter de su tarea, en comparación con el profesor de educación básica, debe poseer un mayor conocimiento de la disciplina y tener claro el propósito de enseñar la didáctica de las matemáticas. Sin embargo, se ha encontrado que los formadores de profesores tienen dificultad para enseñar tal didáctica; Aguayo (2004) menciona que “[ésta] aparece como una especie de consejos para la práctica, como técnicas sugeridas por el formador que se justifican por el uso que él hace de ellas” (p. 54).

Los aportes de diversos investigadores (e.g., Ducoing & Fortuol, 2013; Lozano, 2016; Rojas & Deulofeu, 2015) muestran que hay vastas expectativas sobre el perfil deseable del formador que enseña contenidos matemáticos y didácticos a los futuros profesores de educación primaria. No obstante, como apuntan Ducoing y Fortuol (2013), se sabe poco acerca de quiénes son los formadores en matemáticas, sus metodologías de enseñanza, conocimiento y profesionalización (véase también Medrano et al., 2017). Asimismo, Ulloa y Solar (2017, p. 334) señalan que “un problema general de investigación es, por tanto, el estudio de las prácticas de enseñanza de los formadores de profesores, en particular de la articulación, por ejemplo, entre el discurso del formador y sus prácticas de formación”, pues se reconoce que éste es un actor educativo importante para generar un cambio de ideas (creencias) en los estudiantes respecto al conocimiento matemático que deben tener y que deben enseñar en las aulas de educación primaria.

Aunque en los últimos años existe una preocupación por el Conocimiento Pedagógico del formador de profesores (Beswick & Goos, 2018; Da Ponte & Chapman, 2016; Ducoing & Fortuol, 2013; Rojas & Deulofeu, 2015), se cuenta con pocos estudios encaminados a ello, a pesar de que se ha identificado que tal conocimiento implícito en la acción del profesor afecta

los procesos de aprendizaje de las matemáticas (Ball et al., 2008; Jaworski, 2008). De acuerdo con la literatura consultada, es necesario un conocimiento pedagógico sustentado en la reflexión sobre la práctica que optimice procesos de selección, modificación y gestión de tareas matemáticas con la intención de articular el conocimiento matemático de los futuros profesores (Ulloa & Solar, 2017).

Investigadores como Lozano (2016), Llinares (2013), Ulloa y Solar (2017), Beswick y Goos (2018) y Seckel y Font (en prensa), entre otros, concuerdan en que se requieren propuestas que involucren la reflexión del formador sobre las dificultades que se le presentan en su práctica. Ello podría contribuir a enriquecer la formación de este profesor y mejorar su quehacer de enseñanza, donde se hagan explícitos los procesos de aprendizaje que llevan a cabo sus estudiantes sobre los contenidos matemáticos y su didáctica, así como generar un espacio para valorar el contexto en que se desarrollan las tareas de enseñanza, como es el caso de la aritmética.

1.1.2 Práctica reflexiva: mejorar las tareas de enseñanza de las matemáticas

La reflexión como cualidad deseable en los profesores, ha sido un tema abordado desde hace más de tres décadas por la comunidad de investigadores en educación y por organismos internacionales (Ducoing & Fortuol, 2013; Flores, 2007). En el contexto de la educación matemática se ha retomado el enfoque de Schön (1987/2016) para llevar a cabo diversas investigaciones centradas en estudiar y promover la reflexión en la práctica docente a través de la noción de *reflexión-en-acción* (véase, e.g., Flores, 2007; Parada & Puvlinage, 2014; Ramos, Flores, & da Ponte, 2017; Seckel & Font, en prensa).

Los estudios relacionados con la reflexión se han enfocado, principalmente, a cuatro líneas de investigación: a) discusión conceptual y características de la reflexión en el profesor (Russell, 2012), b) niveles y procesos de reflexión en el profesor (Piñeiro & Flores, 2018; Solar & Rojas, 2015), c) reflexión en colegiado como una herramienta para aportar diversas discusiones sobre la práctica (Ramos et al., 2017), e d) implicaciones de la reflexión en la práctica del profesor, donde se pretende identificar principios que han orientado la práctica y cambios derivados en la enseñanza a partir de la reflexión intencionada (Alsina, 2010; Páez, 2015; Parada & Puvlinage, 2014; Seckel & Font, en prensa).

En relación con el inciso *d*, diversos investigadores (v.g., Beswick & Goos, 2018; Flores, 2007; Páez, 2015; Ulloa & Solar, 2017) coinciden en que la reflexión sobre la propia práctica docente constituye un recurso para que el profesor tome conciencia de sus acciones efectuadas dentro y fuera del aula, y favorezca su desarrollo profesional; ya que mediante la reflexión se logra vincular las técnicas y la experiencia, así como la teoría y la práctica para tomar decisiones justificadas acerca de la enseñanza de las matemáticas (Alsina, 2010; Flores, 2007; Parada & Pluvillage, 2014; Piñeiro & Flores, 2018). La reflexión es un aspecto relevante a desarrollar desde la formación inicial, donde el futuro profesor tiene que ejercitarse en la resolución de situaciones conflictivas para afrontar las tareas que la enseñanza demanda, para lo cual la actitud reflexiva permite contemplar tales situaciones y abordarlas desde la perspectiva profesional (Flores, 2007).

La estrategia para implementar la reflexión se hace visible de distintas formas que coinciden en la *acción de mirar atrás* para revisar y mejorar la práctica docente (Piñeiro & Flores, 2018), tal revisión consiste en distanciarse de la propia acción, ya sea para detectar los problemas que han surgido, para apreciar el posicionamiento que se adopta o ambas (Ramos et al., 2017). Al respecto, algunas investigaciones (e.g., Páez, 2015; Parada & Pluvillage, 2014) utilizan el análisis de videos de clases para promover en el profesor la reflexión sobre la enseñanza de las matemáticas que él u otros colegas llevan a cabo en el salón de clases. En particular, los trabajos de Parada y Pluvillage (2014) consideran el video como un recurso fundamental para generar reflexión en el profesor, donde él retoma situaciones que se presentaron en el aula y que difieren de lo planeado para el desarrollo de la clase. Climent, Romero-Cortés, Carrillo, Muñoz-Catalán y Contreras (2013) señalan que la revisión de videos es un recurso adecuado para generar en el profesor una discusión más detallada de las tareas de enseñanza.

Hay estudios que muestran que el análisis de videos de clase permite a los docentes tomar conciencia de su propia práctica (Alsina, 2010), valorar sus concepciones acerca de la matemática (Sosa, Borjón, & Robles, 2014), de las estructuras conceptuales puestas en juego en la enseñanza, y el papel de las formas de representación que usa para su tarea docente (Ramos et al., 2017; Seckel & Font, en prensa) y en consecuencia, replantear su conocimiento inmerso y relacionado con la enseñanza para mejorar su práctica futura (Flores, 2007).

Aunque la reflexión acerca de la práctica docente es una cualidad deseable en los profesores de todos los niveles (Ducoing, & Fortuol, 2013), en particular, al formador se le

demanda realizar una reflexión sobre la enseñanza de las matemáticas que lleva a cabo en el salón de clases, previendo la práctica que sus estudiantes harán como futuros profesores (Piñeiro & Flores, 2018). Siguiendo a Ducoing y Fortoul (2013), se reconoce la necesidad de generar estudios empíricos sobre la relación entre la reflexión y la práctica docente en el contexto de la enseñanza de las matemáticas, de modo que se aporte información de cómo la reflexión contribuye a la mejora de la práctica del profesor, y así “avanzar en el conocimiento de la formación docente de manera más amplia” (Beswick & Goos, 2018, p. 423), de modo que desde la política educativa se tengan pautas para mejorar la calidad de la enseñanza y del aprendizaje en las escuelas de formación de profesores y los propios formadores adquieran “herramientas que permitan comprender, apreciar y aprovechar la complejidad de su práctica para la investigación continua” (Da Ponte & Chapman, 2016, p. 293).

1.1.3 Enseñar matemáticas a los futuros profesores de educación primaria

Los profesores en servicio, de educación primaria, tienen la función de diseñar y facilitar tareas didácticas con el fin de que los alumnos actúen empleando su potencial, conforme a los aprendizajes esperados en el Plan y Programas de estudio (Arévalo, 2015). Con este propósito, desde su formación inicial, el estudiante para maestro tiene que desarrollar habilidades que le permitan enseñar el contenido matemático de acuerdo con el currículo escolar y la didáctica del contenido. Como menciona Llinares (2013), el futuro profesor de primaria requiere aprender nuevamente las matemáticas que ya conoce, pues además de resolver problemas cotidianos necesita identificar las relaciones entre significados y modos de representación de dichos problemas.

El Plan de estudios de educación primaria (SEP, 2017) le exige al profesor en servicio, a través de los objetivos curriculares, desarrollar en el estudiante un pensamiento matemático. Esto implica que la formación del futuro profesor debe abarcar dos áreas de conocimiento: aprender matemáticas y aprender a enseñarlas –i.e., didáctica de las matemáticas– (Rojas & Deulofeu, 2015). De acuerdo con lo precedente, el Plan de estudios 2018 de la Licenciatura en Educación Primaria (SEP, 2018) ofrece a los profesores en formación cuatro cursos que se articulan con el trayecto de Pensamiento matemático en la estructura curricular de educación básica: a) *Aritmética. Números Naturales*; b) *Aritmética. Números decimales y fracciones*; c) *Álgebra*; d) *Geometría* y, un quinto curso denominado, e) *Probabilidad y estadística* que

TESIS TESIS TESIS TESIS TESIS

pretende promover en el normalista la apropiación y uso de conceptos de probabilidad y estadística para el análisis de datos y toma de decisiones en su ámbito de desempeño.

Estos cursos enfatizan el interés por desarrollar en el futuro profesor la comprensión de las estructuras semánticas y sintácticas de los planteamientos matemáticos, ya que su intención es “favorecer el estudio de conceptos y procedimientos matemáticos, así como la adquisición y aplicación del lenguaje aritmético, algebraico y geométrico para la resolución de problemas, apoyando el desarrollo de competencias didácticas específicas en esta disciplina” (SEP, 2018, p. 17).

A partir de esta propuesta en el Plan de estudios, se espera que los cinco cursos sean suficientes para el ejercicio profesional que se demanda a los profesores que enseñan matemáticas en educación primaria; sin embargo, distintos investigadores (e.g., García, 2012; Valles, Martínez, & Ruiz, 2017) han dado cuenta que los futuros maestros con frecuencia no logran los aprendizajes necesarios, muestra de ello son los resultados obtenidos en el examen de ingreso al Servicio Profesional Docente. Para el concurso de ingreso 2018, casi 30% de los sustentantes egresados de escuelas normales en la ciudad de Aguascalientes obtuvieron un resultado “no idóneo”, donde el área con los puntajes más bajos es en matemáticas (Coordinación Nacional del Servicio Profesional Docente, CSPD, 2018).

Los resultados anteriores se relacionan con los hallazgos de Valles et al. (2017), quienes exploran las debilidades formativas que tienen los estudiantes de los últimos semestres de una escuela normal en el área de matemáticas con respecto al Plan de estudios 2012. En cuanto al dominio, tanto teórico y práctico de la estructura de la suma, los autores reportan que 77% de los estudiantes se localizan en nivel insuficiente, 22% en el nivel básico, 1% en el nivel de desarrollo competente y 0% en el nivel destacado. Por su parte, los estudiantes en esta investigación expresan que una de las dificultades para alcanzar un desarrollo competente es proveniente de su experiencia en la escuela normal, en donde las tareas para aprender la adición y su didáctica distan de ser contextualizadas y vinculadas con su futura práctica en la enseñanza de las matemáticas.

A propósito de las dificultades de los estudiantes para profesores, Arévalo (2015) identifica la acción del formador como un problema constante en el aprendizaje docente de los futuros profesores. Arévalo señala que con frecuencia el alumno normalista es limitado en el

“hacer matemáticas”, por lo que tiene dificultad para comprenderlas o descubrirlas por sí mismo. En otras palabras, las actividades que se trabajan en el salón de clases de las escuelas normales, en ocasiones, están alejadas de la realidad del alumno para profesor, se hace poco uso de situaciones problemáticas, se promueve un aprendizaje mecanizado que privilegia la memorización y existe una escasa retroalimentación por parte del formador. Arévalo concluye que este tipo de intervención del formador muestra que el proceso de enseñanza y aprendizaje se concentra en la actividad del docente-formador, más que en la participación del alumno para profesor.

Lo anterior demanda poner mayor interés en la formación de futuros profesores, por ello, esta investigación centra la atención en el formador como objeto de estudio en el contexto de la enseñanza de contenidos matemáticos que se consideran básicos –como la adición– para la construcción de otros de mayor complejidad.

1.1.4 Enseñar el algoritmo de la adición: un reto para el profesor de educación básica

La aritmética es un contenido matemático base para la construcción de conceptos más complejos, así como para el pensamiento algebraico (SEP, 2017). Montes et al. (2015) mencionan que es importante hacer hincapié en todos los elementos de la enseñanza aritmética, por ejemplo, el valor posicional del número, ya que sin una comprensión conceptual y significativa del número y del sistema decimal se dificulta el correcto desarrollo de contenidos matemáticos por parte del futuro profesor.

Pérez y Vera (2012) afirman que las concepciones matemáticas del profesor de primaria, así como su didáctica sobre la suma y resta, en conjunto con los contenidos matemáticos, determinan la acción docente, ya que ésta se fundamenta en los conocimientos formales e informales con que cuenta el profesor. Lo anterior muestra la necesidad de inferir, de la práctica docente, el Conocimiento Pedagógico del formador en torno a la enseñanza de la adición con la finalidad de tener una aproximación de éste y hacerlo objeto de reflexión.

En relación con el algoritmo de la suma (o adición), García (2012) reporta que los diversos estudios acerca de la construcción de este algoritmo coinciden en que los niños suelen presentar dificultades en la solución de problemas de tipo aditivo al no tener una comprensión del algoritmo y utilizar inadecuadamente sus reglas. A fin de explorar estas dificultades, García realizó un estudio con alumnos de primer y segundo año de primaria en México y,

entre sus hallazgos, identificó que los problemas en la resolución de planteamientos donde se usa la adición se dan por una falta de conocimientos previos del sistema de numeración y el valor posicional. Este estudio coincide con Kamii (1985a), quien reportó la confusión que tienen los estudiantes de educación primaria en el algoritmo escrito al organizar las unidades, decenas y centenas.

García (2012) considera que para aprender la adición, inicialmente los niños hacen uso de representaciones directas como el conteo (comúnmente de los dedos de la mano), los esquemas gráficos o la manipulación de objetos concretos, puesto que primero aprenden a *dar* y *quitar* y posteriormente emplean expresiones numéricas. En la transición de la representación directa de los objetos al cálculo mental, los niños suelen mostrar mayores dificultades, por ejemplo al realizar una operación de suma con más de tres cifras o incluir números decimales. Por su parte, Bermejo (1990) reporta que los niños suelen tener dificultades en la resolución de problemas, específicamente, cuando son de tipo verbal sin un apoyo gráfico o material que permita al alumno contar las unidades y agruparlas físicamente.

Otra de las dificultades se refiere a los planteamientos que el docente hace, como producto de tener presente que la comprensión de la adición es influida por las situaciones y tipos de problemas según la experiencia del niño (García, 2012). Con frecuencia los profesores plantean situaciones relacionadas con temas de compra-venta, de modo que proponen principalmente problemas de *cambio* y *combinación* (por ejemplo, “Juan tenía tres gatos. Después Tomás le dio cinco gatos más, ahora Juan tiene ocho gatos, tres y ocho se refieren a medidas estáticas y el cinco se refiere a un cambio o transformación”, p. 42), más que problemas de *comparación*³(por ejemplo, planteamientos como “Beto tiene 9 paletas. Jorge tiene 4 paletas. ¿Cuántas paletas más que Jorge tiene Beto?” p. 29), lo que representa que la adición formal no siempre se dé a los estudiantes con la diversidad en que el algoritmo se muestra en su contexto cotidiano. Lo anterior muestra que la contextualización es relevante para comprender el concepto de adición y, como expresa Itzcovich (2008), darle sentido al algoritmo a través del uso de estrategias de cálculo que le permitan al estudiante resolver problemas aditivos y poder explicar lo que se hace.

³ Para García (2012), los problemas de comparación implican una relación estática entre conjuntos, en la que la incógnita radica en identificar la diferencia entre la cantidad de un conjunto y otro.

Resulta relevante la forma en que se enseña el algoritmo de la adición en educación primaria, tal como lo investigan Bernal et al. (2006). Estos autores encontraron que los niños de segundo grado de educación primaria suelen repetir los esquemas que los profesores les habían enseñado para resolver problemas aditivos, incluyendo los errores que ellos cometían

1.1.4.1 Errores en la resolución de problemas aditivos

Los planteamientos de problemas aditivos suelen presentar dificultades de diversa índole, que pueden surgir a razón de tres factores principales: la estructura semántica del problema, el lugar ocupado por la incógnita o la formulación verbal del problema (Bermejo, 1990; Vergnaud, 1991/2013).

En la resolución de problemas verbales de adición, Bermejo (2004) reconoce que uno de los errores que cometen los estudiantes es repetir una de las cantidades propuestas en el problema. Este error se debe a la falta de comprensión de la representación *parte-todo* y se manifiesta principalmente en los problemas de comparación e igualación. Otro de los errores se presenta cuando el niño en lugar de intentar comprender el problema se concentra en identificar las palabras clave para determinar el tipo de operación que debe efectuar. Además, los problemas verbales también derivan en inexactitudes de transformación cuando se modifica el lugar de la incógnita al resolver la operación. Finalmente, el niño puede inventar la respuesta ante el cansancio o el desconocimiento de cómo resolver el problema.

Bermejo (2004) y Kamii (1985b) mencionan otros errores frecuentes que se presentan en el uso del algoritmo de adición, más que en los problemas de tipo verbal. Estos errores radican en la escritura del algoritmo, particularmente en el valor posicional. La regla del algoritmo de la adición en doble columna implica sumar primero las unidades y luego las decenas, centenas, etc., sin embargo el tratamiento de las cantidades se lleva a cabo como si fueran unidades, por lo que con frecuencia se tiende a memorizar reglas más que a comprender los significados del valor posicional. Por su parte, Bermejo (2004) y Vergnaud (1991/2013) enuncian errores en la modificación u omisión de pasos del procedimiento o algoritmo, por ejemplo el no sumar los productos parciales u operar valores como el cero en forma de multiplicación. Además de los errores de cálculo al operar con cantidades, el problema principal en la regla de la adición reside en la relación entre el número escrito y la cantidad que representa.

TESIS TESIS TESIS TESIS TESIS

A pesar de los múltiples errores que pueden presentarse en la adquisición y comprensión del algoritmo de la adición, “es conveniente que se les anime [a los estudiantes] a realizar sus propios agrupamientos mentales” (Kamii, 1985a, p. 84). Asimismo, ante la complejidad que implica la adecuada comprensión de la adición a partir de una práctica docente que favorezca el aprendizaje de este algoritmo, se retoma la interrogante sobre el conocimiento que el formador implementa en sus tareas de enseñanza para mostrar a los estudiantes normalistas el tratamiento de la suma para educación primaria. Si bien una didáctica propia de la disciplina favorece los aprendizajes, resulta importante valorar el conocimiento que posee el formador sobre la adición y de cómo ésta se debe enseñar en el salón de clases, o bien el Conocimiento Pedagógico caracterizado por Ball et al. (2008), en las dimensiones del Conocimiento del Contenido y la Enseñanza, así como del Currículum.

1.1.4.2 La adición en el currículum escolar

En el sistema de educación básica a partir de agosto de 2018 se puso en marcha la renovación del *Plan y programas de estudio para la educación básica* (SEP, 2017). La adecuación de estos planes se refleja en el documento de *Aprendizajes clave*, en el que se especifica la propuesta curricular de la educación básica: preescolar, primaria y secundaria, de tal forma que en el nivel primaria se enuncian distintas características que deben lograrse, así como la formación integral de los estudiantes a lo largo de su trayectoria en la educación básica.

En el campo de pensamiento matemático se espera que al final de la educación primaria el niño: “comprend[a] conceptos y procedimientos para resolver problemas matemáticos diversos y para aplicarlos en otros contextos... Tenga una actitud favorable hacia las matemáticas” (SEP, 2017, p. 70). En otras palabras, se pretende que los estudiantes desarrollen habilidades de razonamiento con naturaleza lógica, analítica y cuantitativa, así como formas no convencionales que permitan resolver problemáticas de la vida cotidiana, además de manifestar actitudes y valores favorables hacia las matemáticas (Cfr. SEP, 2017, pp. 298-305), por lo que la principal estrategia para lograr dichos fines es la resolución de problemas.

Los contenidos de este campo formativo se organizan en tres ejes temáticos y doce temas, de modo que la adición y sustracción se ubican en el eje *Número, álgebra y variación* (SEP, 2017). Es de destacar que el tratamiento de la adición y la sustracción es un contenido observable en los distintos grados de educación primaria (véase Tabla 1.1).

Tabla 1.1

Aprendizajes esperados en primaria en torno a la adición y sustracción

Grado escolar	Aprendizaje esperado
Primero y Segundo	<p>Resuelve problemas de suma y resta con números naturales hasta 1000.</p> <p>Usa el algoritmo convencional para sumar.</p> <p>Calcula mentalmente sumas y restas de números de dos cifras, dobles de números de dos cifras y mitades de números pares menores que 100.</p>
Tercero y Cuarto	<p>Resuelve problemas de suma y resta con números naturales hasta de cinco cifras.</p> <p>Calcula mentalmente sumas y restas de números múltiplos de 100 hasta de cuatro cifras.</p> <p>Resuelve problemas de suma y resta de fracciones con el mismo denominador (hasta doceavos).</p>
Quinto y Sexto	<p>Resuelve problemas de suma y resta con números naturales, decimales y fracciones con denominadores, uno múltiplo del otro.</p> <p>Usa el algoritmo convencional para sumar y restar decimales.</p> <p>Calcula mentalmente sumas y restas de decimales.</p>

NOTA: Adaptado de Eje Número, *álgebra y variación* (SEP, 2017, pp. 310-311).

Estudios como el de García (2012) señalan que desde la perspectiva de los docentes, la adición es relevante en especial en los primeros grados de educación primaria. En el plan de estudios 2018 (SEP, 2017) se identifica como un tópico que debe retomarse en todos los grados, aunque con distinta complejidad al añadir números naturales, decimales y fracciones. Además, la propuesta curricular para el tratamiento de la adición en primaria retoma las nociones de número adquiridas en el nivel preescolar, se relaciona con temas de mayor demanda cognitiva (multiplicación y división), y es fundamental para el tratamiento del álgebra en la educación secundaria (SEP, 2017).

A propósito del desarrollo de la comprensión de la adición en el contexto de la aritmética, el plan de estudios 2018 para la formación de maestros de educación primaria propone el curso *Aritmética. Números Naturales* (Dirección general de Educación Superior para Profesionales de la Educación, DGESE, 2018), cuyo propósito es:

Que los estudiantes desarrollen competencias que les permitan diseñar y aplicar estrategias didácticas eficientes para que los alumnos de educación primaria se apropien de las nociones, conceptos y procedimientos que favorezcan la asignación de significados para los contenidos aritméticos que se estudian en la escuela primaria; los valoren, y usen con propiedad y fluidez en la resolución de problemas. (SEP, 2018, p. 19)

Para lo cual, la materia se organiza en cinco unidades⁴ que tratan temas de aritmética y su enseñanza con números naturales. Es en la tercera unidad en la que se ubica el tema de la adición, ya que se dedica al estudio de las *estrategias de enseñanza y aprendizaje para el desarrollo del sentido numérico en la resolución de problemas de suma*, con la finalidad de que el normalista comprenda el concepto y algoritmo de la adición para lograr transmitirlo en educación primaria de acuerdo con los objetivos de aprendizaje planteados por la SEP (2017).

En esta unidad se destaca la importancia de que el futuro profesor se habilite en el desarrollo del pensamiento matemático a través de la resolución de problemas y la consolidación de habilidades de conteo. Por tanto, para el tratamiento de la adición el programa sugiere desarrollar los contenidos de: a) La suma y resta como objeto de enseñanza y aprendizaje en la escuela primaria, b) Significados de la suma y resta a través de la resolución de problemas, c) Sentido numérico: a partir de la resolución de problemas, reconocer y generar representaciones equivalentes de un número a través de descomposición y composición, d) Propiedades de la suma y análisis de la resta como operación inversa de la suma, y e) Estimación y cálculo mental al resolver problemas aditivos (DGESPE, 2018, p. 21).

Para el desarrollo de los contenidos señalados, el programa indica que el futuro docente tiene que resolver problemas donde utilice las propiedades de la suma, así como diseñar problemas aditivos con distintas estructuras enmarcados en un conocimiento didáctico que reconozca el proceso de aprendizaje y los obstáculos a los que suelen enfrentarse los niños de primaria (DGESPE, 2018). Por tanto, la propuesta curricular para el tratamiento de la suma,

⁴ En el programa *Aritmética Números Naturales* comprende los siguientes tópicos: 1) La aritmética, su enseñanza y aprendizaje en el Plan de estudio de educación primaria, 2) Estrategias de enseñanza y aprendizaje para el desarrollo del concepto de número y el sistema numérico decimal, 3) Estrategias de enseñanza y aprendizaje para el desarrollo del sentido numérico al resolver problemas de suma y resta con números naturales, 4) Estrategias de enseñanza y aprendizaje para el desarrollo del sentido numérico al resolver problemas de multiplicación y división con números naturales.

destaca la relevancia de que el futuro profesor conozca y reflexione acerca de los significados de la matemática, sugiriendo una revisión profunda del algoritmo de la adición.

Se observa una relación entre las propuestas didácticas de la formación del futuro profesor y la enseñanza en el nivel primaria donde las estructuras aditivas, sus significados y la forma en que se enseña resultan relevantes. Por lo anterior, la tarea del formador demanda la integración de las orientaciones de ambos planes de estudio (educación primaria y escuelas normales), ya que es necesario que conozca y lleve a cabo las prácticas pedagógicas que requiere la formación de profesores en el ámbito matemático, donde éstos puedan comprender las estructuras semánticas y sintácticas de la adición, así como calcular y justificar resultados de operaciones que impliquen el uso de este algoritmo (DGESPE, 2018). También debe, a su vez, habilitar a los estudiantes para profesor en la enseñanza de las matemáticas con el fin de que planteen problemas relacionados con el objeto matemático y reconozcan el proceso de adquisición de la adición, de modo que sean capaces de representarlo y enseñarlo a sus futuros alumnos.

1.2 PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

Los antecedentes expuestos muestran la relevancia de desarrollar en los estudiantes y en los futuros profesores de educación primaria los esquemas para trabajar el algoritmo de la adición, como un contenido necesario para la construcción de otros más complejos. Los niños de educación básica, por su parte, suelen presentar dificultades y errores en la transición del conteo de objetos al cálculo mental, los cuales se relacionan con el tipo de planteamientos que los profesores hacen para la resolución de problemas de tipo aditivo (García 2012). Asimismo, las investigaciones en educación matemática muestran que los estudiantes, en ocasiones, tienden a reproducir los errores que los profesores cometen al enseñar el algoritmo de la adición (Pérez & Vera, 2012), lo cual dirige la atención a la formación que estos docentes han recibido en las escuelas normales; principalmente, poner mayor interés al formador, pues parte de las dificultades y errores vienen de las escuelas para profesores (Arévalo, 2015).

Para los futuros docentes aprender la adición y su enseñanza, implica reaprender las matemáticas para desarrollarlas desde su quehacer docente en educación primaria (Llinares, 2013), por lo que la tarea de los formadores se hace más compleja. Este actor educativo tiene la responsabilidad de enseñar al futuro profesor de primaria las matemáticas y su didáctica –i.e., la manera de cómo enseñarlo a los niños– más que reducir su práctica a sugerencias

TESIS TESIS TESIS TESIS TESIS

sobre las tareas de enseñanza (Aguayo, 2004). Ello implica que al formador se le demanda un amplio conocimiento disciplinar y didáctico que se refleje en su práctica docente (Ball et al., 2008; Beswick & Goos, 2018; Ulloa & Solar, 2017), así como habilidades para transmitir ese conocimiento a sus estudiantes en el marco de su plan y programas de estudio, por lo que requiere también un conocimiento de los objetivos de aprendizaje de educación básica para orientar a los futuros profesores en la práctica que deberán desempeñar en el aula de educación primaria. Esta exigencia a la práctica del formador permite considerar la reflexión como una herramienta para discutir su conocimiento inmerso en su práctica (Flores, 2007).

De acuerdo con lo antes expuesto, la presente investigación plantea analizar el Conocimiento Pedagógico, en términos del MKT (Ball et al., 2008), del formador en la enseñanza de la adición, y hacer uso de la reflexión como un aspecto relevante para generar un espacio donde este actor educativo, con el apoyo de investigador, haga objeto de discusión el conocimiento que se infiere de su práctica docente. La finalidad es tener una aproximación a ese conocimiento a través de la observación y la reflexión del propio profesor para comprenderlo a mayor profundidad y, así, coadyuvar a la mejora de su práctica y la formación de profesores que enseñan matemáticas (Beswick & Goos, 2018).

1.3 PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

En la presente investigación se está de acuerdo con Sosa et al. (2014) al considerar que la reflexión del formador sobre su práctica puede ser una propuesta para ampliar su Conocimiento Pedagógico usado en la enseñanza de la adición. Para ello, se plantean las siguientes preguntas de investigación:

- ¿Cómo a través de la reflexión el formador de escuelas normales hace objeto de discusión su Conocimiento Pedagógico inmerso en su práctica y relacionado con la enseñanza de la adición?
- ¿Cuáles son las características del Conocimiento Pedagógico que el formador de escuelas normales tiene acerca de la adición y su enseñanza?

- ¿Qué concepciones posee el formador sobre su Conocimiento Pedagógico para enseñar el algoritmo de la adición?⁵

1.4 OBJETIVOS

Para dar respuesta a las preguntas de investigación, antes mencionadas, se definen los siguientes objetivos:

- Explorar la reflexión que el formador hace sobre su Conocimiento Pedagógico inmerso en la enseñanza de la adición.
- Identificar las características del Conocimiento Pedagógico del formador relacionado con el algoritmo de la adición.
- Describir las concepciones que el formador de escuelas normales tiene acerca de su Conocimiento Pedagógico relacionado con el algoritmo de la adición.

1.5 JUSTIFICACIÓN

El interés por indagar el Conocimiento Pedagógico de los formadores se debe a que es un tema que ha adquirido relevancia en los últimos años, ya que este actor desempeña un papel importante en la sociedad como responsable de la enseñanza de las matemáticas en los futuros profesores de educación primaria. Por lo anterior, se espera que posea un Conocimiento Pedagógico del contenido matemático necesario (para la adición) y adecuado a las exigencias de los programas de estudio y el contexto donde se desempeñarán los futuros profesores.

En esta investigación se pone atención a la reflexión sobre la acción que surge a partir de generar en el formador incertidumbre de su quehacer, de modo que lo lleve a cuestionar y construir nuevo Conocimiento Pedagógico (Jaworski, 2008; Schön, 1987/2016) inmerso en la enseñanza de la adición, con el fin de contribuir a la práctica de enseñanza de las matemáticas en general (Beswick & Goos, 2018; Godino & Batanero, 2009).

En relación con el algoritmo de la adición, se reconoce que los niños de educación primaria presentan dificultades en la transición de una fase manipulativa de los objetos al uso

⁵ Para da Ponte (1994, p. 201), las concepciones surgen de la experiencia previa y constituyen un conjunto de esquemas de organización subyacentes que condicionan las formas de ordenar el pensamiento y abordar las tareas de enseñanza. En este sentido, tales concepciones se pueden entender como creencias y enmarcan las acciones específicas en las que el conocimiento se encuentra inmerso.

del algoritmo convencional (García, 2012), las cuales con frecuencia se relacionan con la enseñanza; por ejemplo, el tipo de problemas aditivos que plantea el docente. En este sentido, la investigación aquí propuesta pretende ampliar los estudios dedicados a la práctica docente que podría traducirse en una mejora futura en los aprendizajes relacionados al tema la adición.

Además, el presente estudio busca dar continuidad a la línea de interés que en los últimos años se ha presentado como una *tendencia en la formación de profesores*, pues como se señala en los estados del conocimiento del Consejo Mexicano de Investigación Educativa (COMIE), particularmente en el nivel superior y en la formación de profesores, es necesario hacer estudios sobre docencia reflexiva dedicados a disciplinas específicas (Ducoing & Fortoul, 2013), como las matemáticas. Por ello, también se pretende contribuir a la formación de profesores dando cuenta de la relevancia que tiene la reflexión sobre el conocimiento del formador de matemáticas (Russell, 2012), así como aportar evidencia empírica de los criterios que orientan la práctica docente (Ávila et al., 2013; Seckel & Font, en prensa), y en consecuencia valorar los beneficios de la reflexión guiada por el investigador, la cual se considera un recurso en la adquisición de herramientas pedagógicas para la enseñanza (Russell, 2012).

Capítulo 2. MARCO TEÓRICO

En este capítulo se trazan los aspectos teóricos que sustentan la presente investigación, y cuyo fin es analizar la reflexión que hace el formador acerca de su conocimiento inmerso en la enseñanza de la adición que lleva a cabo en la escuela normal. El marco teórico abarca tres componentes: a) el Conocimiento Pedagógico del profesor desde el modelo *Mathematical Knowledge for Teaching* (MKT), b) la propuesta de práctica reflexiva, en particular, se retoma el concepto de *Reflexión sobre la acción*; finalmente, c) una aproximación al algoritmo de la adición y su enseñanza.

2.1 ANTECEDENTES ACERCA DEL CONOCIMIENTO PARA ENSEÑAR MATEMÁTICAS

El conocimiento del profesor es un tema que ha despertado el interés por la comunidad de investigadores en educación, al grado de hacer distintos estudios. Sus orígenes datan de los trabajos de Shulman (1987), quien ante la dificultad de observar y evaluar las prácticas docentes de las diversas disciplinas, discute el *conocimiento base* como el conjunto de habilidades didácticas y conocimientos acerca del contenido que requiere cualquier docente para llevar a cabo las tareas de enseñanza⁶. Este autor menciona que el concepto de conocimiento base sirve para sistematizar la labor del profesor y darle un carácter profesional, lo cual permite establecer parámetros que orienten la formación de profesores e informen sobre qué se hace en la práctica docente.

Shulman (1987) organiza el conocimiento base del profesor en siete categorías: Conocimiento del contenido, Conocimiento didáctico general, Conocimiento del currículo, Conocimiento didáctico del contenido⁷, Conocimiento de los alumnos y de sus características, Conocimiento de los contextos educativos, y Conocimiento de los objetivos, las finalidades y los valores educativos y de sus fundamentos filosóficos e históricos.

⁶ Ball et al. (2008) definen la enseñanza como “todo lo que los maestros deben hacer para apoyar el aprendizaje de los estudiantes” (p. 395).

⁷ El autor señala *Conocimiento pedagógico* en el escrito original, pero las traducciones y acepciones en el campo de la matemática educativa lo plantean como *Conocimiento didáctico*, el cual se retoma en el presente estudio.

De las categorías señaladas el énfasis se observa en el *Conocimiento didáctico del contenido*, pues en éste describe el cúmulo de conocimientos propios para la enseñanza, ya que conforma una mezcla entre la disciplina y la didáctica. Shulman (1986) lo define como:

Las formas más útiles de representación de esas ideas [temas de un área particular, como es la matemática], las más poderosas analogías, ilustraciones, ejemplos, explicaciones y demostraciones –en una palabra, las formas más útiles de representar y formular el tema que lo hace comprensible a otros [...] también incluye una comprensión de qué hace que el aprendizaje de ciertos temas sea fácil o difícil: las concepciones y preconcepciones de los estudiantes de diferentes edades y los antecedentes de lo aprendido. (p. 9)

El Conocimiento didáctico del contenido, por lo tanto, permite al profesor comprender cuál es la mejor forma de representar y organizar los contenidos de acuerdo con los intereses y capacidades de los estudiantes, de tal forma que se convierta en una *amalgama* entre asignatura y pedagogía para integrar el objeto disciplinar con la forma en que éste se enseña y se aprende. Shulman (1987) menciona que este tipo de conocimiento constituye una característica de cualquier maestro, y que lo diferencia de la comprensión que tendría un especialista en un área del saber particular como las matemáticas.

La propuesta de Shulman resalta la importancia de analizar el conocimiento que requiere cualquier docente para las tareas de enseñanza, y aunque esta propuesta generaliza los conocimientos didácticos del profesor, reconoce la importancia de vincularlos con el contenido de la asignatura, pues lo considera especial y clave para las tareas de enseñanza. Los aportes de este autor han incitado numerosos estudios enfocados en diversas áreas del saber, por ejemplo Ball et al. (2008, 2001), quienes consideran relevante investigar cómo se manifiesta este conocimiento en la enseñanza de las matemáticas.

2.2 CONOCIMIENTO PEDAGÓGICO DEL PROFESOR PARA ENSEÑAR MATEMÁTICAS

Para Ball, Hill y Bass (2005), cualquier profesional formado en el campo de las matemáticas tiene la capacidad de resolver algoritmos, sin embargo para que lleve a cabo tareas de enseñanza es necesario, además, tener la habilidad de resolver e identificar respuestas equivocadas en los estudiantes, analizar la fuente del error y explicar el uso de las representaciones. Por lo tanto, de acuerdo con estos autores, el docente que enseña

matemáticas tiene que poseer un cúmulo de conocimientos para escudriñar profesionalmente, interpretar, corregir y extender ese conocimiento en los estudiantes.

Ball y colaboradores (2008) describen que el trabajo de la enseñanza, en el contexto de las matemáticas, implica significativas demandas en el conocimiento disciplinar, entendido como el dominio de la comprensión, disposición y habilidad para interactuar con el objeto matemático, por lo que los profesores necesitan un conocimiento de la materia que a su vez se vale de herramientas pedagógicas para la instrucción de los estudiantes.

A partir de la categorías de Shulman (1987), Ball et al. (2008) identifican en la enseñanza de las matemáticas la presencia de un dominio disciplinar y uno pedagógico. Reconocen que anteriormente se ha planteado el conocimiento que la enseñanza conlleva como un listado de características deseables, por lo que a razón de la práctica de los profesores, definen dominios de conocimiento presentes en la enseñanza de las matemáticas y retoman las categorías del conocimiento definidas por Shulman (1987) a través del modelo MKT.

Este modelo organiza el conocimiento que se demanda para enseñar matemáticas en dos dominios: a) *Conocimiento del Contenido* que se refiere a la comprensión del objeto matemático a enseñar, siguiendo a Shulman (1986, p. 9), “el profesor necesita no sólo conocer o comprender qué, sino además saber por qué esto es así, sobre qué supuestos pueden ser ciertas estas justificaciones y bajo qué circunstancias nuestras creencias en estas justificaciones pueden ser débiles y aún denegadas”; b) *Conocimiento Pedagógico del Contenido* que ofrece una manera de construir un *punte* entre el mundo académico de la disciplina y la actividad de enseñanza. La relación entre ambos dominios es una composición que “implica una idea o procedimiento matemático particular y la familiaridad con los principios pedagógicos para enseñar ese contenido” (Ball et al., 2008, p. 402) y constituyen un insumo para analizar la práctica del profesor que enseña matemáticas (véase Figura 2.1).

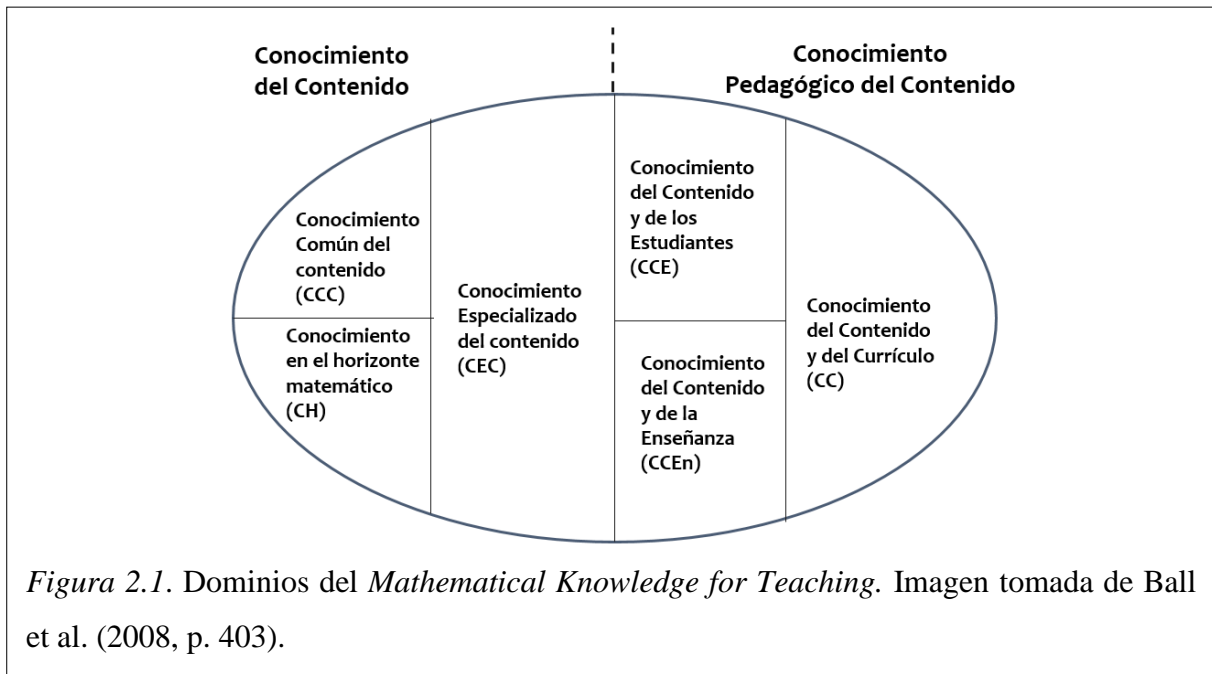


Figura 2.1. Dominios del *Mathematical Knowledge for Teaching*. Imagen tomada de Ball et al. (2008, p. 403).

El dominio del *Conocimiento del Contenido* se conforma de tres subdominios: *Conocimiento Común del Contenido*, se refiere al conocimiento y habilidad matemática que posee cualquier individuo, aun cuando no se dedique a actividades de enseñanza; *Conocimiento Especializado del Contenido*, que es característico de la enseñanza pues profundiza en una matemática única, su construcción y razonamiento para identificar el origen de los errores que cometen los alumnos y razonar si sus propuestas funcionan; *Conocimiento en el Horizonte Matemático*, el cual se asocia a identificar cómo se relacionan los temas matemáticos entre sí y con otras asignaturas, así como la duración de estos tópicos en el currículo.

El dominio sobre el *Conocimiento Pedagógico del Contenido* también se compone de tres subdominios: *Conocimiento del Contenido y de los Estudiantes*, *Conocimiento del Contenido y de la Enseñanza*, y *Conocimiento del Contenido y el Currículum*. Este dominio constituye el objeto de observación de la presente investigación, por lo que los subdominios que lo conforman se describen a mayor profundidad.

2.2.1 Conocimiento del Contenido y de los Estudiantes

El subdominio Conocimiento del Contenido y de los Estudiantes “combina el saber sobre estudiantes y el saber sobre las matemáticas” (Ball et al., 2008, p. 401). Implica la habilidad del profesor para anticipar las respuestas y escenarios de los estudiantes al acercarse al objeto

matemático, así como los posibles errores que pudieran tener en la comprensión de tal objeto; en otras palabras, es predecir lo que al estudiante le parecerá interesante, motivante, fácil, difícil, aburrido o agobiante (Hill, Ball, & Schilling, 2008; Sosa, 2012).

Este conocimiento pone en juego las habilidades del profesor acerca de la interacción entre la comprensión matemática específica y la familiaridad con el pensamiento matemático que manifiestan los estudiantes en su lenguaje cotidiano, por lo que le permite identificar conceptos previos, dificultades o concepciones erróneas que ellos acarrearán acerca de un contenido matemático particular (Sosa, 2012). Además, opera al momento en que el docente toma decisiones respecto de la selección de las tareas, representaciones y demanda cognitiva en función de los alumnos, tal como predecir los errores a cometer en problemas de tipo aditivo. Este subdominio demanda poseer habilidades para explicar a los aprendices cómo mejorar en la resolución del problema, además de contar con ejemplos que les sean más útiles para comprender el concepto.

En suma, el Conocimiento del Contenido y de los Estudiantes favorece el anticipar las necesidades, dificultades, confusiones y equivocaciones que los alumnos presentan, así como evitar la construcción de “ideas o imágenes inadecuadas de los contenidos que estén manejando” (Sosa, 2012, p. 1158). A partir de lo precedente, se reconoce que el profesor necesita una significativa familiaridad con el contenido matemático, de tal forma que conozca la relación entre el objeto a enseñar y las respuestas que los estudiantes pudieran presentar a razón de cómo se han manifestado en otras ocasiones.

2.2.2 Conocimiento del Contenido y la Enseñanza

Se habla de Conocimiento del Contenido y la Enseñanza como el subdominio que relaciona el conocimiento matemático y el cómo enseñarlo. Se concentra en los aspectos de instrucción relacionados con un tema o contenido matemático particular (Ball et al., 2008; Sosa, 2012).

Este conocimiento permite al profesor tomar decisiones acerca de la secuencia de actividades donde selecciona los ejemplos o representaciones que utilizará a lo largo de la clase para profundizar el contenido matemático que enseña, así como decidir cuándo hará aclaraciones a los estudiantes, enfatizará algún punto matemático o planteará una tarea para promover el aprendizaje (Ball et al., 2008). Además, le permite al docente evaluar las ventajas

TESIS TESIS TESIS TESIS TESIS

y desventajas del uso de representaciones para determinados contenidos (Ulloa & Solar, 2017), esto significa que el profesor valora los beneficios de utilizar determinados ejemplos para la explicación del contenido matemático sobre otros, con la intención de identificar cuáles le funcionan mejor para la enseñanza.

Ante la diversidad de métodos de enseñanza, el Conocimiento del Contenido y la Enseñanza se trata, entonces, de la habilidad del profesor para seleccionar los medios de instrucción que resultan más pertinentes en relación con el contenido matemático que se enseña (Ball et al., 2008).

2.2.3 Conocimiento del Contenido y el Currículum

El subdominio Conocimiento del Contenido y el Currículum hace referencia a los objetivos, contenidos, fines, orientaciones curriculares, materiales y recursos disponibles para la enseñanza que permiten al profesor guiar su práctica y seleccionar las tareas adecuadas para el aprendizaje de sus estudiantes (Ball et al., 2008). Este conocimiento se relaciona con los programas de estudio y las intenciones de formación, para ello, Ball et al. (2008) retoman la siguiente idea de Shulman (1987):

[Está] representado por el conjunto de programas diseñados para la enseñanza de temas específicos y temas a un nivel determinado, la variedad de materiales educativos disponibles en relación con los programas, y el conjunto de características que sirven tanto como las indicaciones y contraindicaciones para el uso del plan de estudios particulares o los materiales del programa en determinadas circunstancias. (p.10)

Este tipo de conocimiento implica insertar las expectativas del plan de estudios en la práctica del profesor, en otras palabras, consiste en la concreción del currículum base al desarrollo de secuencias didácticas en el aula, por lo que se espera que el docente analice el marco curricular matemático y su relación entre actividades y representaciones (Ball et al., 2008; Ulloa & Solar, 2017). En relación con lo precedente, el profesor que labora en escuelas normales requiere de un sólido y amplio conocimiento teórico matemático relacionado con la didáctica de cómo debe enseñarse a los futuros profesores de primaria (Zopf, 2010), así como los planteamientos curriculares que relacionan los contenidos y las intenciones didácticas.

2.2.4 Conocimiento del formador

El formador es visto como el docente que enseña matemáticas y didáctica a los futuros profesores, de modo que tiene la función de desarrollar en sus estudiantes el conocimiento necesario para tal enseñanza, orientándolos en la transición de la perspectiva de un estudiante a la de un docente de educación primaria. Su tarea principal es fomentar las disposiciones, habilidades y hábitos relacionados con el estudio continuo de la enseñanza (Zopf, 2010).

Asimismo, el formador adquiere relevancia al considerar, como señala Jaworski (2008), que sus conocimientos tanto disciplinares como pedagógicos tienen una profunda relación con el conocimiento que desarrollará en los futuros profesores. Al respecto, Jaworski menciona que los futuros profesores construyen su conocimiento para la enseñanza en función de su experiencia como estudiantes y de los aportes de sus formadores.

Por lo anterior, los estudiantes para profesores deben aprender no sólo los contenidos propios de la matemática, sino también la forma en que ésta debe enseñarse a los niños de educación básica. De esta manera los formadores ayudan a los futuros docentes a desarrollar estrategias para promover el aprendizaje de las matemáticas en los niños, tales como diseñar lecciones, asignar tareas y proyectos, así como evaluar el aprendizaje (Zopf, 2010). Es por ello que en el periodo de formación inicial, los futuros docentes construyen su conocimiento integrando, tanto los saberes teóricos y de investigación adquiridos en su vida estudiantil, como los conocimientos del formador acerca de los estudiantes y las demandas del sistema para la enseñanza de las matemáticas (véase Figura 2.2).

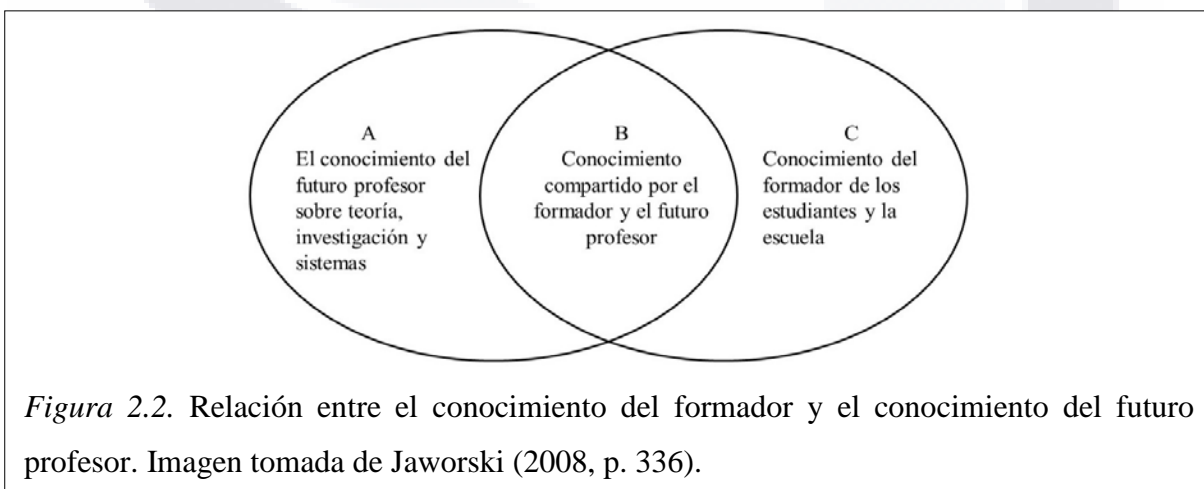


Figura 2.2. Relación entre el conocimiento del formador y el conocimiento del futuro profesor. Imagen tomada de Jaworski (2008, p. 336).

TESIS TESIS TESIS TESIS TESIS

El formador requiere de un conocimiento similar al planteado por Ball et al. (2008), pero particular en comparación con el de los maestros de educación primaria, que se caracterice por una mayor comprensión de las matemáticas, que asocie el *conocimiento de y sobre las matemáticas* a fin de poder representarlas a los futuros profesores y mostrarles la didáctica para enseñarlas (Zopf, 2010). Además, la tarea del formador requiere propósitos de enseñanza distintos a los del maestro de educación primaria, ya que los contenidos se representan a los estudiantes para profesor no sólo para la resolución de algoritmos, sino para enseñar cómo resolverlos, distinguiéndose en consecuencia por la forma en que se utiliza el contenido; es decir, “los formadores comienzan con el conocimiento matemático comprimido de los docentes e intentan descomprimirlo para el trabajo de enseñar a los niños” (Zopf, 2010, p. 185).

Es por ello que el conocimiento del formador va más allá del que se requiere para enseñar matemáticas a los niños. Este conocimiento considera la enseñanza de los futuros profesores y el cómo habilitarlos para llevar a cabo la docencia, por lo que incluso, se considera que el formador requiere un amplio conocimiento epistemológico del contenido matemático (Jankvist, Mosvold, & Clark, 2016).

Para explicar el conocimiento del formador, Zopf (2010) menciona que además de los conocimientos del MKT, el formador posee tres características distintivas que sobresalen en el dominio del conocimiento del contenido: tarea docente especial que consiste en desarrollar conocimiento matemático para los fines de la enseñanza; aprendices especiales como son los futuros maestros, y un enfoque especial que consiste en aplicar el contenido matemático en las formas de enseñanza. Estas características implican demandas de conocimiento matemático que alistan una teoría matemática fundamentada y especializada para la enseñanza y darle forma para satisfacer las necesidades distintivas de este trabajo especial.

Zopf (2010) sugiere que, además, el formador ha de poseer un "conocimiento sobre estructuras matemáticas tales como definiciones, propiedades, teoremas y lemas y cómo se usan para hacer matemáticas; conocimiento sobre descripciones, explicaciones, justificaciones y pruebas y cómo se usan para el trabajo matemático" (p. 200), lo que lo hace distinto a cualquier profesor de educación básica (Jankvist et al., 2016).

Respecto al Conocimiento Pedagógico para la enseñanza de los futuros profesores, el formador también requiere un amplio dominio del MKT que esté fuertemente relacionado con

la profundidad del conocimiento disciplinario necesario para enseñar a los estudiantes normalistas (Zopf, 2010).

2.3 REFLEXIÓN SOBRE LA ACCIÓN DE FORMADOR

Los primeros acercamientos al concepto de reflexión desde el ámbito del profesional son aportados por Dewey (1989), quien habla del *pensamiento reflexivo* y lo define como “el examen activo [actividad cognitiva], persistente y cuidadoso de toda creencia o supuesta forma de conocimiento a la luz de los fundamentos que la sostienen y las conclusiones a las que tiende” (p. 6). Para que una persona efectúe el pensamiento reflexivo, el autor señala dos fases: primera, el estado de duda, el cual origina una controversia que produce una indagación deliberativa; segunda, un acto de búsqueda, que consiste en identificar algún material para esclarecer dicha duda y tomar una decisión concreta.

Schön (1987/2016) retoma las ideas de Dewey (1989) y vincula el pensamiento reflexivo con la práctica *profesional*, entendida como la acción en situaciones de diversa índole que son propias del profesional y se llevan a cabo de manera cotidiana; por ejemplo, una rutina en la práctica de enseñanza de las matemáticas. Schön introduce el concepto de *reflexión-en-acción* refiriéndose al proceso que el profesional realiza para reorganizar lo que está haciendo mientras lo está haciendo, es decir, analiza la acción y su posible reestructuración a partir de una situación en la cual el sujeto no posee una respuesta de manera rutinaria. Esta reflexión está centrada en los resultados de la acción, la acción misma y el conocimiento inmerso en dichas acciones.

Desde esta perspectiva, las acciones conllevan un *conocimiento tácito* que es definido por Schön (1987/2016) como el “tipo de conocimiento que revelamos en nuestras acciones inteligentes ya sean observables al exterior, o se trate de operaciones privadas” (p. 35)⁸, es decir, situaciones en las que el conocimiento está inmerso en la acción, y aunque este conocimiento es revelado a través de la ejecución hábil y espontánea, con frecuencia el profesional es incapaz de explicitarlo verbalmente. Por lo que “mediante la observación y reflexión sobre... [las] acciones [es posible] realizar una descripción del conocimiento tácito⁹

⁸ En el presente estudio también se coincide Schön acerca de que el conocimiento sólo se puede inferir o hablar de él a través de las acciones del profesor.

⁹ Da Ponte (1994) apunta que este conocimiento involucra las concepciones sobre la práctica que solo a través de la reflexión se hacen explícitas. Es decir, mediante este proceso afloran las creencias o construcciones del

que está implícito en ellas” (p. 35). Así, la *reflexión-en-acción* es un examen cuidadoso con el que se pretende tomar conciencia y analizar el conocimiento tácito en la acción, de modo que lo explícita, lo *critica*, reestructura y lo implementa en una acción futura.

Para llevar a cabo este proceso de reflexión, Schön (1987/2016) describe dos momentos que detallan las fases enunciadas por Dewey (1989): primero, el profesional se enfrenta a una situación ante la cual tiene respuestas rutinarias y espontáneas donde revela su conocimiento tácito que produce resultados esperados y conocidos; segundo, se enfrenta a alguna situación en la que las respuestas construidas con anterioridad no son suficientes para atenderla, por lo que le produce una “sorpresa, un resultado inesperado, agradable o desagradable, que no corresponde a las categorías de nuestro conocimiento en la acción¹⁰” (Schön, 1987/2016, p. 38).

Esta situación de incertidumbre difiere de las estructuras de conocimiento conocidas por el profesional y es la sorpresa la que lo conduce a realizar una reflexión acerca de su acción, dirigiendo el pensamiento consciente sobre el cuestionamiento del fenómeno que ha causado sorpresa y sobre sí mismo. A través de la *reflexión-en-acción* se valora, desde una perspectiva crítica, “el pensamiento que nos trajo a esta situación de apuro o a esta oportunidad; y durante el proceso podemos reestructurar estrategias de acción, la comprensión de los fenómenos o las maneras de formular nuestros problemas” (Schön, 1987/2016, p. 38), dando lugar a una experimentación *in situ*.

La reflexión-en-acción puede llevarse a cabo en dos momentos: durante y después de la acción. La reflexión durante la acción sucede “en medio de la acción sin llegar a interrumpirla” (Schön, 1987/2016, p. 37), está presente en el momento que el profesor ejecuta su acción y demanda decisiones inmediatas; implica además la capacidad de responder a las situaciones esperadas de la clase al interactuar los estudiantes con el profesor (Parada & Pluvillage, 2014). Por su parte, la reflexión después de la acción consiste en retomar el pensamiento acerca de lo que se ha hecho en el pasado con la intención de descubrir cómo el conocimiento utilizado en la acción puede contribuir a un resultado inesperado; asimismo, evalúa lo que ha sucedido en la interacción entre el conocimiento matemático escolar y el estudiante, lo cual se lleva a cabo luego que el hecho ya se ha producido, por lo que la

profesor sobre el objeto matemático y su enseñanza, dando cuenta de una concepción que orienta su quehacer en el aula.

¹⁰ Para Schön (1987/2016, p. 36), la sorpresa se da cuando “algo falla a la hora de satisfacer nuestras expectativas”.

reflexión se realiza fuera de y sobre la acción presente (Parada & Pluinage, 2014; Schön, 1987/2016)¹¹.

De este modo el término *reflexión-en-acción* se refiere a una descripción verbal de los acontecimientos de tal manera que al realizarse, ya sea durante o después de la acción, el formador de escuelas normales puede analizar y argumentar su Conocimiento Pedagógico inmerso en su práctica docente, siendo así que las implicaciones de esta reflexión pueden modelar la acción futura.

La presente investigación está centrada en la *reflexión-en-acción* del formador que enseña matemáticas, en particular, la que se da después de la acción llevada a cabo en el aula. De acuerdo con la literatura consultada, la reflexión puede surgir en el formador a partir de discutir con otros un hecho que le genere incertidumbre para valorar el Conocimiento Pedagógico inmerso en su acción, de modo que lo explícita, *crítica* y reestructura para plantear posibles aplicaciones en su acción futura (Schön, 1987/2016). Por lo que para este estudio interesan, en especial, los argumentos (o discusiones) que el formador de docentes construye ante eventos de su práctica que le pudieran generar incertidumbre sobre su Conocimiento Pedagógico inmerso al enseñar el algoritmo de la adición.

2.4 ESTRUCTURA ADITIVA

El concepto de adición o suma puede definirse, según Bermejo (2004), desde dos percepciones: la primera unitaria, en la que se parte de un conjunto¹² de base que es modificado añadiendo o quitando otro conjunto (en el caso de la sustracción), obteniendo como resultado un tercer conjunto, y la segunda binaria que parte de la existencia de dos conjuntos disjuntos determinados, los cuales se unen para obtener un tercer conjunto. La adición, en general, se puede representar como: $a + b = c$, tal que $a, b, c \in \mathbb{R}$. Por lo tanto, la adición es reunir, añadir, aumentar, juntar, incrementar o una operación aritmética definida sobre el conjunto de los números reales (Godino, Font, & Wilhelmi, 2006).

La adición tiene las siguientes propiedades: conmutación, asociación, elemento neutro e inversa (Godino et al., 2006; Vergnaud, 1991/2013). A continuación se definen estas propiedades:

¹¹ El presente estudio, según su metodología y objetivos, retoma el segundo momento: reflexión sobre la acción.

¹² Los conjuntos son definidos en *matemáticas* como “colecciones de objetos” (Morris, 1999).

- La propiedad *conmutativa* ($a + b = b + a$) se hace referencia a la concepción binaria del concepto y alude que el resultado de la composición de dos transformaciones¹³ es el mismo independientemente del orden de los sumandos.
- La propiedad *asociativa* explica que el resultado de la composición de tres transformaciones es el mismo: “si se compone primero las dos primeras y luego el resultado encontrado en la tercera, o si se componen primero las dos últimas y luego el resultado encontrado con la primera” (Vergnaud, 1991/2013, p. 186). Esta propiedad se puede expresar con la siguiente ecuación: $(a + b) + c = a + (b + c)$.
- El *elemento neutro* se da en una transformación en la que el cero (0) no modifica las situaciones existentes, tal que $a + 0 = 0 + a = a$ (Vergnaud, 1991/2013, p. 186).
- La propiedad *inversa* explica que se puede anular toda transformación de un grupo a través de una nueva transformación, en otras palabras, la suma de un número y su inverso aditivo es siempre cero (Vergnaud, 1991/2013, p. 186), $a - a = 0$.

Las últimas tres propiedades, asociativa, elemento neutro e inversa, caracterizan la estructura algebraica llamada *grupo*, es decir que la composición de dos elementos cualesquiera del conjunto da un elemento del mismo conjunto. Por lo que desde esta perspectiva, las nociones de grupo son el punto de partida para comprender el algoritmo de la adición, ya que éste incluye además de elementos de los mismos conjuntos, otros que integran números naturales y con signo.

2.4.1 La adquisición de la adición en el niño

Para la adquisición de la adición de números enteros, como señala Vergnaud (1991/2013), intervienen cuatro planos: a) de los objetos, que consiste en agrupar objetos de un mismo tipo para formar una colección; b) de los conjuntos, representado por la agrupación de una o más colecciones de objetos; c) de los cardinales, representando la medida de las colecciones de objetos; d) de las representaciones escritas de esos números. La comprensión del plano de los objetos permite la construcción de los demás planos que demandan mayor complejidad, y es en las representaciones escritas donde se lleva a cabo el algoritmo de la adición, ya que ahí se

¹³ Vergnaud (1991/2013) refiere a las transformaciones como cualquier número positivo o negativo que al sumarse modifica el estado inicial de la cantidad.

TESIS TESIS TESIS TESIS TESIS

sitúa la regla que permite encontrar a partir de dos números escritos en orden posicional y de base diez, el número correspondiente a su suma.

En la transición de los cuatro planos mencionados para llegar a la adquisición del algoritmo de la adición, Vergnaud (1991/2013) señala la puesta en juego de la función de agrupación, de medida y de escritura. La primera consiste en asociar el conjunto de objetos al conjunto de los conjuntos, la segunda relaciona el conjunto de los conjuntos con el conjunto de los cardinales, y la tercera función incorpora el conjunto de los cardinales al conjunto de los números escritos. Por lo que la transición de estas funciones implica la resolución inicialmente mediante el conteo de objetos, pasando de la observación y manipulación de tales objetos a la construcción de sumas que implican la relación entre números escritos (Castro, Rico, & Castro; 1995; Bermejo, 1990, 2004; Kamii, 1985a).

En relación con lo precedente, Castro et al. (1995) y Bermejo (2004) reconocen distintas estrategias para resolver situaciones aditivas, y que se dan de manera evolutiva por la influencia de las situaciones cotidianas de los niños y por el tipo de problemas que plantea el docente. Los autores las clasifican en tres: la primera, *elaboración de un modelo con dedos u objetos* que consiste en reunir colecciones y realizar un conteo sin hacer la unión física de lo que se cuenta, usualmente se representan los dos sumandos con los dedos; la segunda, *secuencias de recuento* en donde el niño cuenta los objetos que se supone debe reunir –aunque no se realice físicamente la unión–, a partir del cardinal que representa el primer sumando se lleva a cabo el conteo del segundo sumando; la tercera, *datos numéricos recordados*, donde se emplean combinaciones numéricas que han sido memorizadas previamente. A esta última estrategia Bermejo (2004) añade los *hechos numéricos derivados*, que suponen procesos reconstructivos similares a la composición y descomposición de los números.

En este sentido, el proceso de adquisición de la adición requiere de un acompañamiento que guíe al niño en la transición del plano de los objetos al uso del algoritmo escrito, por lo que la enseñanza adquiere relevancia como un proceso de acompañamiento que ayude a que el estudiante de primaria comprenda, a partir de las estrategias que utiliza inicialmente, los procesos aditivos para lograr resolver problemas de tipo aritmético.

2.4.2 Enseñar la adición en educación básica

Para la enseñanza de la adición, García (2012) señala que es necesario partir de los conocimientos previos respecto al concepto de número, del conteo y del sistema decimal, y se espera que el docente inicialmente incluya estos conocimientos en su práctica para ayudar a los estudiantes a transitar de los esquemas gráficos¹⁴ a las operaciones mentales.

Morris (1999) señala que una de los grandes dificultades en la enseñanza de las matemáticas es su aislamiento, pues las funciones y representaciones aritméticas escritas como tal no tienen significado por lo que se vuelven “inútiles y faltas de atractivo si se quedan aisladas” (p. 93), por ello es necesario insertarlas en un contexto social e histórico del aprendizaje, lo que permite darle significado. En este sentido, Bermejo (2004) sugiere que para el desarrollo de la capacidad de sumar es conveniente iniciar el aprendizaje desde operaciones unitarias y más tarde plantear situaciones binarias a partir de problemas verbales que sitúen experiencias cotidianas, donde se lleva a cabo la resolución de situaciones que involucren la adición pero sin hacer uso directo del algoritmo. Para Bermejo, los problemas verbales favorecen el significado y el uso de la operación mental dando paso al uso escrito del algoritmo.

Bermejo (2004) menciona que los planteamientos verbales mantienen mayor significado para el aprendiz y señala que la estructura de éstos “contienen dos partes: informativa y la pregunta, así como tres cantidades; de las que dos se ofrecen en la parte informativa y la tercera se hace referencia a la pregunta” (p. 56). Según la posición semántica de la incógnita, y como mencionan Castro et al. (1995), los problemas pueden clasificarse en cuatro tipos:

- Cambio: la cantidad inicial cambia como consecuencia de la acción de unir, ganar, juntar, etc. En estos problemas intervienen tres cantidades (inicial, de cambio y final), las cuales pueden convertirse en la cantidad desconocida (e.g. Juan tenía 5 canicas y ganó 3, ¿cuántas tiene ahora?)
- Combinación: también denominados *parte-todo*, valoran una cantidad o colección que se encuentra compuesta por otras dos (e.g. Juan tiene 5 canicas rojas y 4 verdes, ¿cuántas canicas tiene en total?)

¹⁴ En los esquemas gráficos el niño realiza procesos de conteo de objetos para llegar a juntar cantidades, más que hacer uso del algoritmo convencional de la suma.

- TESIS TESIS TESIS TESIS TESIS
- Comparación: trata de evaluar la cantidad compuesta por otras dos, ambas cantidades permanecen invariables en la resolución del problema (e.g. el sujeto *A* tiene 5 lápices y el sujeto *B* tiene 3 lápices, ¿cuántos lápices tiene el sujeto *A* más que el sujeto *B*?)
 - Igualación: en este tipo de planteamientos se da una acción que pretende igualar dos cantidades propuestas al modificar una de ellas, estableciendo relaciones dinámicas; por ejemplo, el sujeto *A* tiene 7 canicas y el sujeto *B* tiene cuatro canicas, ¿cuántas canicas necesita el sujeto *B* para tener la misma cantidad que el sujeto *A*?

Para llegar a la resolución de problemas aditivos, García (2012) sugiere que el docente debe plantear distintos tipos de situaciones problemáticas: de comparación, cambio, combinación e igualación. Aunque el ejemplo típico se refiere a problemas de “la tiendita”, en los que se simula la compra y venta de productos de abarrotes, es necesario hacer uso de problemas aditivos contextualizados y variados a fin de colocar a los niños frente a situaciones donde tenga que acudir a algoritmos naturales.

En el proceso de adquisición del algoritmo escrito, Verganud (1991/2013) menciona que el utilizar materiales diversos dota de sentido a las operaciones aditivas y ejemplifica la transición de una representación a otra. Entre los materiales, se sugieren los ejes graduados, cuadrículas o tablas de sumar, así como regletas *cuisenaire*, entre otros. Estos recursos hacen uso del proceso de conteo que los niños ya conocen, para luego transitar al algoritmo de la suma, por lo que se suele emplear inicialmente agrupaciones con distintas bases hasta hacer uso de la base diez (Castro et al., 1995).

Capítulo 3.

DISEÑO METODOLÓGICO

En este capítulo se describe la metodología que se ha empleado para la obtención y análisis de información del presente estudio. El orden de los apartados es el siguiente: tipo de estudio, sujetos participantes, técnicas e instrumentos mediante los cuales se obtuvo información empírica, proceso para la recopilación de datos y, tratado de estos.

3.1 TIPO DE ESTUDIO

De acuerdo con las preguntas y los objetivos de esta investigación, se pretendió analizar el Conocimiento Pedagógico del formador a través de su práctica y desde un contexto *natural*¹⁵, donde el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (e.g., el algoritmo de la adición) y de su didáctica ocurre de manera cotidiana, como lo es en el aula de las escuelas normales. Lo anterior lleva a un *enfoque cualitativo*, ya que interesa captar situaciones cotidianas del salón de clases y comprenderlas en su particularidad y complejidad con los significados que conllevan (Vasilachis, 2006), para ello se utilizaron distintas técnicas que, de acuerdo con este enfoque, son esenciales con la finalidad de obtener múltiples perspectivas que permitan estudiar la complejidad del fenómeno e interpretar la realidad con mayor profundidad (Cohen, Manion, & Morrison, 2007; Vasilachis, 2006).

El Conocimiento Pedagógico, desde la perspectiva del MKT (Ball et al., 2008), de cada formador inmerso en la enseñanza de las matemáticas se reconoce como un hecho particular y único, por lo que este constituye un *caso* que de acuerdo con Cohen et al. (2007), son ejemplos específicos que con frecuencia están diseñados para ilustrar un “principio más general” (p. 181), y con ellos investigar situaciones que no siempre son susceptibles de análisis cuantitativo. Además, con base en el *estudio de casos* se busca analizar, a mayor profundidad, “las interacciones, dinámicas y el desarrollo de eventos, relaciones humanas y otros factores en un ejemplo único” (p. 181), de modo que el Conocimiento Pedagógico que se infiere en la práctica de cada formador al enseñar la adición, es un ejemplo de la realidad y por ello merece ser estudiado para dar cuenta de su comportamiento (Vasilachis, 2006).

¹⁵ En este documento se hace referencia a *contexto o ambiente natural* a la acción *in situ*, es decir, en el hecho donde las interacciones son realizadas de forma rutinaria (Vasilachis, 2006).

Con base en lo procedente, y dada la complejidad del objeto de estudio, esta investigación se enmarca en el método denominado *estudio de caso* (Stake, 1998; Vasilachis, 2006), donde la realidad es percibida como un sistema complejo que se encuentra integrada y está sujeta a un análisis que comprenda su dinamismo e interacciones con el contexto en que el caso se encuentra inmerso (Cohen et al., 2007). Tal método resalta la particularidad del objeto de estudio [el caso] y busca interpretarlo como una situación específica a la vez que puede ser contrastado con otros similares a fin de identificar significados y representaciones semejantes.

En esta investigación, se habla de *estudio de caso múltiple* dado el número de casos que aquí se reportan y las características de cada participante, cuyas prácticas representan unicidad que puede ser objeto de comparación (Vasilachis, 2006). Este método permite extender los resultados empíricos hacia fenómenos similares, como es la valoración del Conocimiento Pedagógico, en términos del MKT, como un modelo que permita reflexionar acerca de la práctica de enseñanza de las matemáticas de quienes forman a los futuros profesores de educación primaria.

De acuerdo con lo anterior, se cumple con las características para llevar a cabo un estudio de caso que desde el enfoque cualitativo representa un sistema integrado de la reflexión que realiza el formador acerca de su Conocimiento Pedagógico, y permite hacer comparaciones entre los participantes, conformando un caso múltiple. Por lo que debido a los objetivos planteados en este trabajo y atendiendo al interés mismo del estudio, los participantes son relevantes en su particularidad y en la información que permiten comparar entre ellos.

3.2 SUJETOS DE ESTUDIO

En esta investigación participaron cinco formadores de profesores de educación básica que, en el momento de la toma de datos, impartían la asignatura *Aritmética. Números Naturales* en el primer semestre de la licenciatura en educación primaria (DGESPE, 2018; SEP, 2018). Se tomó en cuenta esta asignatura debido a que el programa incluye tópicos referentes a la adición. Para la selección de los sujetos se consideró como criterio fundamental ser docente activo que impartiera la materia antes señalada en alguna escuela normal del estado de Aguascalientes.

Para gestionar la obtención de información y responder a las preguntas de investigación que plantea este estudio, se acudió a las cuatro escuelas normales del estado de Aguascalientes, tanto rurales como urbanas de carácter público que ofrecen la licenciatura en educación primaria, de modo que se tuvo acceso a cinco formadores, cuyas características se describen en la Tabla 3.1. Es importante mencionar que, como parte de las consideraciones éticas, a los participantes se les ha identificado con sobrenombres, para conservar su anonimato¹⁶.

Tabla 3.1
Características generales de los participantes

Formador	Formación inicial	Años de experiencia		
		Formador docente	Impartiendo <i>Aritmética...</i> [*]	Otros niveles educativos
Manuel	Lic. en Educación primaria	12	9	19
Héctor	Ing. en Sistemas Computacionales	7	0	2
Juan	Lic. en Educación primaria	19	12	20
Luis	Lic. en Informática	6	0	16
Carlos	Ing. en Instrumentación y Control	1	0	4

* El nombre de la asignatura es *Aritmética. Números Naturales (DGESPE, 2018)*. Sin embargo, se considera como años de experiencia impartiendo aritmética el número de ocasiones que los formadores han enseñado en la escuela normal una asignatura que incluya el tópico de la adición.

Como puede observarse en la Tabla 3.1, los participantes cuentan con distintos años de experiencia trabajando en escuelas normales y muestran diversos perfiles en su formación inicial. Además han impartido clases en otros niveles educativos. Tres de los participantes tienen experiencia como profesores de educación básica: Manuel, Juan y Luis han impartido clases en escuelas primarias. Mientras que, actualmente, Manuel no imparte clases en el nivel de educación básica, Juan labora como profesor de un grupo de quinto grado de primaria y Luis es docente de computación de los seis grados en una escuela primaria.

Respecto a su formación para enseñar la asignatura *Aritmética. Números Naturales*, únicamente Héctor recibió una capacitación directa al asistir a un curso impartido por la

¹⁶ El presente estudio se orienta por los principios éticos de la investigación educacional (Cfr. Cohen et al., 2007), por lo que el trato con los participantes se desarrolló en un marco de respeto, cuidando la confidencialidad de los datos otorgados por las normales y los formadores y asegurando el uso de la información proporcionada para los fines solícitos en el presente estudio.

DGESPE previo al inicio del ciclo escolar 2018-2019. Este profesor comentó que dicho curso tenía la intención de habilitar a los formadores en la aplicación del plan de estudios para la licenciatura en Educación Primaria 2018 (SEP, 2018). El resto de los profesores señalaron que sólo les compartieron el material digital de dicha capacitación para la asignatura.

3.3 TÉCNICAS E INSTRUMENTOS PARA LA OBTENCIÓN DE INFORMACIÓN

Las técnicas que se utilizaron para obtener información empírica, en torno al Conocimiento Pedagógico inmerso en la práctica del formador, fueron dos: observación no participante y entrevista a profundidad. A continuación se describe cada una de ellas.

3.3.1 Observación no participante

De acuerdo con los objetivos de este trabajo, se planteó identificar un *ambiente real* donde el formador a través de su práctica pone en juego su Conocimiento Pedagógico al enseñar la adición y la didáctica de este contenido matemático. Es así que se acudió a la técnica de observación que “conduce a una mejor comprensión del caso” (Stake, 1998, p. 60), ya que da al investigador la oportunidad de obtener la información en el momento en que las situaciones ocurren de forma habitual, por lo que la observación ofrece un contexto amplio y sitúa el proceso sistemático y propositivo para obtener impresiones de lo que sucede en el *mundo natural* en un momento dado, como lo que ocurre en el salón de clases (Cohen et al., 2007).

La observación estuvo centrada en la práctica de los formadores al enseñar a sus estudiantes el tema de *Adición* (DGESPE, 2018), en particular, en las explicaciones, ejemplos e interacciones que daban cuenta del Conocimiento Pedagógico que este actor educativo tiene y utiliza para enseñar tal contenido matemático y su didáctica (Ball et al., 2008). De acuerdo con esta intención, el investigador asumió el rol de Observador no participante, es decir, se posicionó como un sujeto externo a las interacciones que se dan en el salón de clases y se limitó a ver y tomar notas de lo que ocurría en ese momento, para evitar manipular la situación o los sujetos que participan (Cohen et al., 2007). Se pretendió afectar en lo mínimo el contexto donde a los futuros profesores de educación primaria se les enseña la adición.

Para este estudio se utilizaron video-grabaciones a fin de registrar la información que viene del salón de clases, de modo que durante el análisis se pudo tener acceso a la práctica del profesor cuantas veces fue necesario (Cohen et al., 2007). Además, conviene mencionar

que la revisión posterior de la práctica del formador en el aula, a través de la observación de los videos, constituyó un insumo para la discusión sobre las características del conocimiento inmerso en la enseñanza de las matemáticas.

3.3.2 Entrevista a profundidad

En la presente investigación se considera la entrevista como una “técnica invaluable para el conocimiento de los hechos sociales, para el análisis de los procesos de integración cultural, y para el estudio de los sucesos presentes en la formación de identidades” (Vela, 2013, p. 67). Dado que el interés de esta investigación es comprender, desde la perspectiva del formador, la reflexión acerca de su Conocimiento Pedagógico al enseñar la suma, la entrevista es una técnica pertinente con el fin de obtener mayores datos empíricos y llevar a cabo tal reflexión con los sujetos participantes.

Para los fines de esta investigación la entrevista aquí propuesta fue *a profundidad*, la cual se caracteriza por involucrar un:

Esfuerzo de inmersión del entrevistado frente a, o en colaboración con, el entrevistador que asiste activamente en este ejercicio de posición cuasi teatral. Tres procesos que se retroalimentan y determinan la acertada aplicación de la entrevista: el proceso social de interacción, el proceso técnico de recolección de información y el proceso de registro de la misma. (Vela, 2013, p. 73)

De acuerdo con esta técnica, el investigador –en el rol de entrevistador– guía la entrevista en un proceso de interacción con el formador con el propósito de lograr la reflexión, procurando recolectar y posteriormente registrar la información que interesa, de modo que se lleven a cabo los procesos y propósitos de la entrevista a profundidad.

Para la entrevista utilizada en esta investigación, no se tiene un protocolo estandarizado, ya que el objetivo es retomar aspectos puntales de la práctica de cada formador para promover la reflexión en términos de Schön (1987/2016); así, las videograbaciones de clase constituyen la principal fuente para la entrevista a profundidad (Climent et al., 2013).

3.4 RECOPIACIÓN DE DATOS: CICLO DE REFLEXIÓN EN EL FORMADOR

La toma de datos respecto a la reflexión en el formador se llevó a cabo siguiendo el ciclo de reflexión que propone Korthagen (2010), el cual parte de la acción del docente y el análisis de la misma para la toma de decisiones hasta la implementación de nuevas acciones (véase Figura 3.1). El ciclo de reflexión involucra cinco fases, sin embargo en la presente investigación sólo se retomaron las cuatro primeras¹⁷.

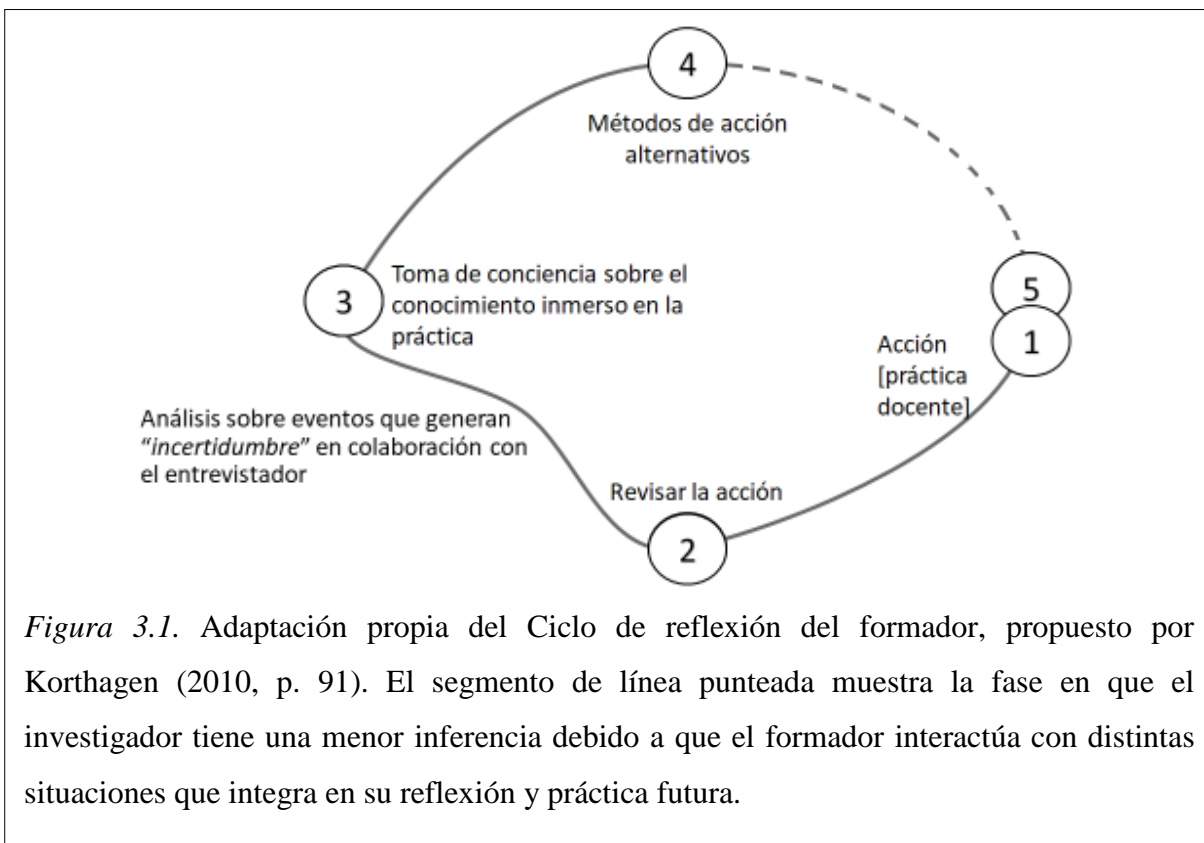


Figura 3.1. Adaptación propia del Ciclo de reflexión del formador, propuesto por Korthagen (2010, p. 91). El segmento de línea punteada muestra la fase en que el investigador tiene una menor inferencia debido a que el formador interactúa con distintas situaciones que integra en su reflexión y práctica futura.

El objetivo principal de la investigación aquí propuesta es indagar cómo el formador lleva a cabo la reflexión de su conocimiento inmerso en su práctica docente, más que dar cuenta de los posibles cambios que surgen después y como producto de dicha reflexión. Por ello, es importante mencionar que la recopilación de datos se ajusta a las cuatro primeras fases del ciclo. A continuación se describe cómo se desarrolló cada una de ellas.

¹⁷ La fase cinco corresponde al pensamiento y reestructuración que el entrevistado realiza y expresa en una nueva acción docente, donde incluye otras características intrínsecas y extrínsecas como producto de la reflexión (Korthagen, 2010).

3.4.1 Fase uno: Acción, práctica docente

La fase uno hace referencia a la acción del formador donde se enseña la adición en un ambiente *natural*. En relación con esta fase, se hizo la observación en el aula en los tiempos programados por los cinco formadores para abordar el contenido de la suma y su enseñanza; para ello, se tomó en cuenta el plan de estudios (SEP, 2018) y la planeación didáctica de cada docente, de modo que las observaciones se llevaron a cabo durante los meses de octubre y noviembre de 2018. Aunque el número de sesiones observadas es variado en cada formador, cada una de estas tuvo una duración de dos horas aproximadamente (véase Tabla 3.2). Algunos de los grupos en que se llevaron a cabo las observaciones eran mixtos y otros estaban conformados sólo por mujeres y estaban conformados, en promedio, por 30 estudiantes.

Tabla 3.2

Número de sesiones de clase observadas en cada formador

Formador	Sesiones observadas	Características del grupo	
		No. de alumnos	Sexo
Manuel	4	32	Mujeres
Héctor	3	30	Mixto
Juan	2	38	Mujeres
Luis	1	28	Mujeres
Carlos	1	34	Mixto

En estas sesiones el investigador llevo a cabo la observación no participante acompañado de una grabadora de audio y una cámara de video, ya que, de acuerdo con Climent et al. (2013), los videos de sesiones de aula son un recurso ideal para que el formador discuta a detalle las tareas de enseñanza y el conocimiento inmerso en ella. Esto autores mencionan que la videograbación de clases “tiene la ventaja de mostrar al [... formador] en su contexto natural de aula, con las características naturales de sus manifestaciones” (p. 20).

3.4.2 Fase dos: Revisar la acción

La fase dos está relacionada con el diseño de la entrevista. Para ello se retomó la *Guía* que propone Parada y Pluvinage (2014), la cual promueve la reflexión a través del diálogo entre el entrevistador y el entrevistado. La Guía para el diseño de la entrevista involucra tres

componentes relacionados entre sí (evento seleccionado, preguntas y aspectos de reflexión) para que el formador analice aspectos de su práctica docente (véase Tabla 3.3).

Tabla 3.3

Componentes de la Guía para el diseño de la entrevista con formadores de profesores

Componente	Descripción
<i>Evento seleccionado</i>	Descripción del momento, con su respectiva transcripción. Ubicación temporal en video con el fin de ubicarlo en el mismo, con minutos y segundos. Para el desarrollo de la actividad se sugiere hacer un videoclip del momento seleccionado.
<i>Pregunta de reflexión</i>	La pregunta debe orientar la reflexión que se espera de ese momento, evitando emitir juicios de valor, pues lo que se espera es que el maestro exprese sobre lo que observa de su propio desempeño en el aula.
<i>Aspecto de reflexión</i>	Identificación del tema sobre el cual se pretende promover la reflexión del maestro.

Nota: Adaptada de Parada y Pluvillage (2014, p. 9).

De acuerdo con la Guía precedente, el investigador seleccionó de las videograbaciones eventos significativos que muestran errores, omisiones o imprecisiones en la didáctica o en el contenido de la adición, de modo que lo observado permita generar cuestionamientos al formador para discutir su práctica y proponer cambios en ella; es decir, generarle incertidumbre y transformar su acción profesional (Schön, 1987/2016). Los eventos seleccionados fueron editados y facilitaron elaborar el protocolo de entrevista para cada participante (véase apéndices A, B, C y D).

3.4.3 Fase tres: Toma de conciencia sobre el conocimiento inmerso en la práctica

La fase tres está centrada en la reflexión a través del protocolo de entrevista, particularmente se busca atender al tercer objetivo de este trabajo acerca de las concepciones que el formador tiene sobre su Conocimiento Pedagógico.

De acuerdo con la revisión de las clases observadas, se entrevistó a cuatro formadores¹⁸. Cada entrevista tuvo una duración próxima a 90 min, en la que el investigador planteó a los profesores cerca de 20 preguntas, según el protocolo diseñado para cada uno, organizadas en tres bloques:

- Primer bloque. Incluyó preguntas generales acerca de la práctica del formador, por lo que estos cuestionamientos fueron similares en los cuatro casos.
- Segundo bloque. Consistió en observar un fragmento de video editado para la entrevista de las clases donde enseñaron la adición. A partir de la observación, el investigador planteó las preguntas previstas a los participantes con la intención de provocar una incertidumbre que los llevara a la reflexión (Schön, 1987/2016). Estas preguntas además de tener relación con la práctica observada, se diseñaron de acuerdo con los subdominios del Conocimiento Pedagógico (véase Apéndice E).
- Tercer bloque. Se incluyeron preguntas acerca de los cambios que podrían darse en la práctica futura, a partir de la entrevista y desde la perspectiva del formador. En este sentido, a través de la entrevista se esperaba que el formador discutiera con el entrevistador y tomara conciencia de su Conocimiento Pedagógico inmerso en la enseñanza de la adición (Korthagen, 2010).

Cada entrevista fue video-grabada para su revisión y transcripción posterior, considerando las expresiones y posibles demostraciones que los formadores hicieran ante los cuestionamientos.

3.4.4 Fase cuatro: Métodos de acción alternativos

La fase cuatro corresponde a la toma de decisiones que el formador pudiera generar para mejorar su práctica. Para ello, en el protocolo de entrevista se concluyó con una pregunta acerca de los cambios que el formador podría llevar a cabo en su práctica futura, esperando que comentara sus posibles decisiones, de modo que se discutiera y reconstruyera su conocimiento tácito para la acción futura (Schön, 1987/2016).

¹⁸ Carlos no fue considerado en las entrevistas, debido a que la sesión de clase observada se concentró en las presentaciones de los estudiantes, por lo que sus intervenciones fueron menos representativas que las de Manuel, Héctor, Juan y Luis, para la reflexión en términos de Schön (1987/2016).

Atendiendo a los objetivos de esta investigación, únicamente se reportan los argumentos verbalizados respecto a las decisiones o métodos de acción que el formador señaló que puede incluir en su práctica futura, sin pretender abarcar los razonamientos, decisiones intrínsecas ni la práctica posterior a la reflexión.

3.5 TRATADO DE LOS DATOS

Para el análisis de la información recabada, y de acuerdo con el marco teórico de esta investigación, se diseñaron categorías a partir de los subdominios del Conocimiento Pedagógico propuestos por Ball et al. (2008) así como las subcategorías e indicadores sugeridos por Sosa (2012) y Climent et al. (2013) (véase Tabla 3.4 y Apéndice F).

Tabla 3.4

Categorías para analizar el Conocimiento Pedagógico inmerso en la práctica del formador

Categoría	Subcategoría
1. Conocimiento del contenido y el Estudiante	1.1 Estudiante de primaria.
	1.2 Estudiante normalista.
2. Conocimiento del contenido y la enseñanza	2.1 Didáctica del profesor de primaria.
	2.2 Uso de ejemplos.
	2.3 Preguntas.
	2.4 Respuesta de los estudiantes.
3. Conocimiento del contenido y el currículum	3.1 Currículum oficial.
	3.2 Currículum real.

La definición de las categorías, como puede notarse en la Figura 2.1, permitió realizar el análisis de las transcripciones de eventos correspondientes a las grabaciones de vídeo de las sesiones de clase y de las entrevistas.

3.5.1 Análisis de las clases observadas

Para el análisis de las observaciones, inicialmente se realizó la revisión de las clases video-grabadas, de las que se obtuvieron fragmentos que daban cuenta de las categorías,

subcategorías e indicadores de la práctica de los formadores en lo se podía inferir el Conocimiento Pedagógico para enseñar la adición y su didáctica (Ball et al., 2008).

Los fragmentos observados fueron transcritos y, de acuerdo con las categorías de análisis, vaciados en una tabla de doble entrada que, como apuntan Miles y Huberman (1994), ofrecen una síntesis a fin de que el investigador haga una lectura horizontal y vertical. En este sentido, la organización de los fragmentos en dichas tablas (ver Apéndice G) permitió establecer los conocimientos inmersos en la práctica de cada formador a fin de caracterizarlos y generar un insumo para la entrevista.

3.5.2 Análisis de las entrevistas

Para el análisis de las entrevistas se realizó la transcripción de los videos de las mismas. Posteriormente, en una lectura descriptiva e interpretativa, se extrajeron tres tipos de fragmentos en los que el formador:

- Discutía –de forma implícita– alguno de los subdominios del Conocimiento Pedagógico y daba cuenta de sus concepciones sobre el mismo.
- Mostraba principios que orientan su práctica docente, por ejemplo su función como formador.
- Explicaba en su discurso los errores, imprecisiones u omisiones de la adición y su didáctica según los episodios que observó de su práctica, de tal forma que mencionara aspectos de su práctica que le evocaron incertidumbre en términos de Schön (1987/2016) y diera cuenta de su reflexión en torno al Conocimiento Pedagógico inmerso en su enseñanza de la adición en la escuela normal.

Los fragmentos extraídos se analizaron de acuerdo con los subdominios (categorías y subcategorías) e indicadores que se observan en la Tabla 3.4 y Apéndice F.

Capítulo 4

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En este capítulo, de acuerdo con las preguntas de investigación del presente estudio, se analizan las clases observadas de cuatro formadores de educación primaria cuando enseñaron el tema de la suma, así como la entrevista *posteriori* realizada a los participantes. Para cada caso, primero se infiere, de las clases observadas, las características del conocimiento del formador, tomando como referente el MKT (Ball et al., 2008), después se retoma la entrevista en la que los participantes, a partir de observar episodios de su práctica en donde cometieron omisiones, imprecisiones o errores, dieron cuenta de sus concepciones y reflexiones. Para concluir este capítulo y con la intención de evidenciar el estudio de caso múltiple, se presenta un análisis comparativo entre los cuatro casos.

4.1 EL CASO DE MANUEL

El formador Manuel dedicó cuatro sesiones de clase para ilustrar el tema de la adición a los estudiantes normalistas. Inicialmente mencionó orientaciones y actividades para la enseñanza de la adición en la escuela primaria, las cuales pertenecen al libro *Lo que cuentan las cuentas de sumar y restar* (Fuenlabrada, Block & Carvajal, 1995). Algunas de las actividades fueron desarrolladas en el aula con apoyo de un tablero, como se verá más adelante.

A partir de las clases observadas, se llevó a cabo una entrevista que condujo a Manuel a cuestionarse sobre cómo empleó su conocimiento en la práctica, en particular sobre la interacción con sus estudiantes y las actividades que desarrolló para enseñar la didáctica de la adición. Manuel también llegó a reflexionar sobre su función como formador de docentes que él denomina: *mediador*.

4.1.1 Características de la práctica de Manuel al enseñar la adición

Las observaciones realizadas en el aula permitieron inferir el Conocimiento Pedagógico que Manuel empleó cuando enseñó la adición, en el que destaca los subdominios del Conocimiento del Estudiante de primaria en el aprendizaje de la suma, así como el Conocimiento de la Didáctica del profesor de primaria. Tales subdominios se pueden observar

en tres características de la práctica de Manuel: a) tomar en cuenta conocimientos previos del niño para favorecer el aprendizaje del algoritmo convencional de la adición, b) mencionar consideraciones sobre el proceso para enseñar la didáctica de la suma, c) diseñar actividades y definir conceptos para enseñar a las futuras profesoras la suma.

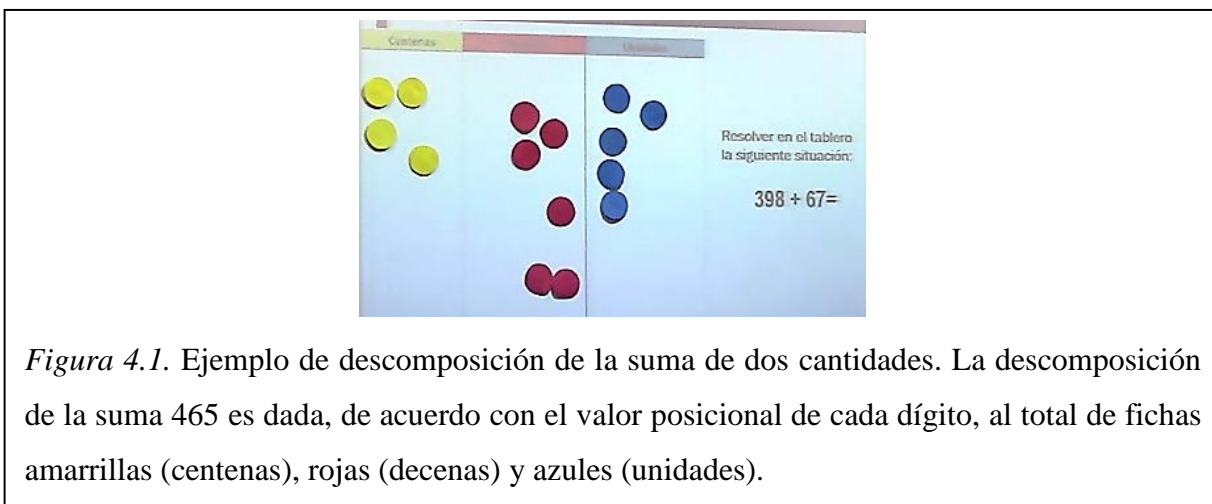
4.1.1.1 Transición de los conocimientos previos al algoritmo convencional

En relación con el subdominio del Conocimiento del Estudiante Manuel hizo mención de tres conocimientos previos que el niño debe tener para aprender la adición: el conteo, la composición y descomposición del número. Para Manuel, “antes de plantear situaciones convencionales [de suma], primero hay que poner al niño a que haga conteo de situaciones en las que hay que agregar o quitar, de ahí se trabaja la composición y la descomposición”.

Manuel reconoce que el conteo, la descomposición y composición (agregar, separar y juntar) son un antecedente para que el niño resuelva situaciones aditivas con el algoritmo convencional (Cfr. Bermejo, 2004). Se trata de una idea que es concordante con las sugerencias del libro que el formador utiliza en sus clases, el cual menciona que para resolver situaciones aditivas los niños inicialmente emplean el conteo con sus dedos, dibujos, trozos de papel, etc. (Cfr. Fuenlabrada et al., 1995, p. 18). Además, el libro sugiere al docente en servicio llevar a cabo actividades de tipo lúdico en las que el niño aprenda el algoritmo convencional a través de agregar, separar, juntar o igualar colecciones, haciendo uso de objetos manipulables y del conteo.

Asimismo, Manuel está de acuerdo con “partir de conocimientos previos y luego el algoritmo convencional”, por lo que para introducir y mostrar la didáctica del algoritmo de la adición en la escuela normal, propone iniciar a mostrar el contenido a partir de un conjunto de actividades centradas en dar cuenta de cómo los niños de primero y segundo grados de primaria aprenden la suma a partir de tales conocimientos. Una actividad empleada con el propósito de mostrar la composición y la descomposición es “El Tablero”, que consiste en asignar el valor de unidades, decenas y centenas a fichas de colores que posteriormente se colocan en una tabla con tres columnas. Manuel emplea “El Tablero” como una actividad que

parte de los conocimientos previos y los organiza en un pre-algoritmo¹⁹ de la adición (Figura 4.1)



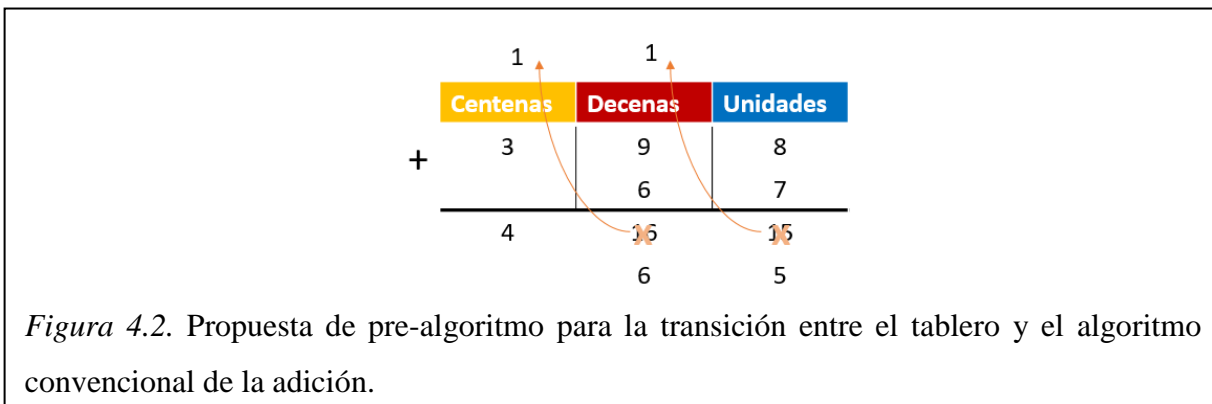
En dicha actividad, los estudiantes colocan en las columnas la cantidad inicial (398 en la Figura 4.1) representada con fichas de colores, de modo que descomponen el número en unidades, decenas y centenas. Posteriormente, añaden la representación del 67 (seis fichas de decenas y siete de unidades) y generan composiciones, por ejemplo de diez unidades en una decena. Para colocar el resultado, los niños llevan a cabo un conteo de las fichas. Esta representación muestra cómo el formador sugiere a los futuros docentes partir de los conocimientos previos de los niños en una actividad que utiliza material manipulativo y espera que sirva para conducirlo a una representación simbólica de la adición:

Vamos a pasar del tablero a lo gráfico, a lo convencional. Cómo el niño va a transitar y cómo le vamos a ayudar nosotros como maestros a transitar, que deje el tablero y empiece a usar ya su cuaderno, ya el lápiz, el pizarrón para hacer un procedimiento más gráfico del algoritmo convencional de la adición.

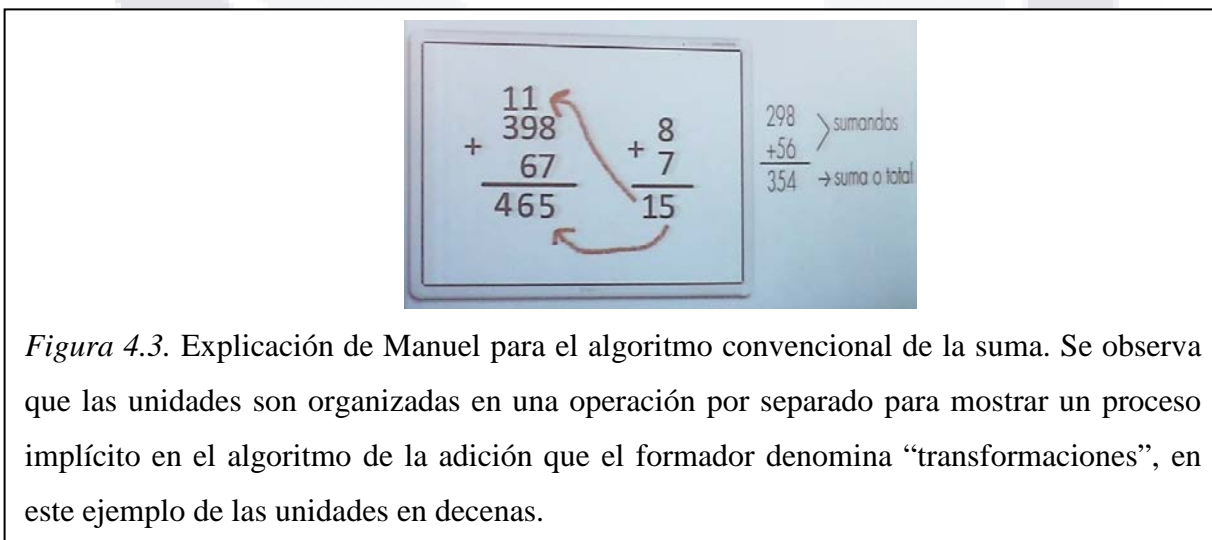
Es notorio que Manuel asume que el niño pasa por un proceso para aprender la adición, y esto coincide con lo que Bruner (como se citó en Font, 2003) llama representaciones cognitivas. Según Bruner, para poner de manifiesto las estructuras subyacentes de las matemáticas, el alumno pasa por tres fases: a) Fase de manipulación, b) Fase de representación y c) Fase simbólica. Esto también concuerda con lo que plantea Vergnaud (1991/2013), ya que

¹⁹ En este documento se hace alusión a los *pre-algoritmos* como los procedimientos que al carecer de todos los pasos implícitos y explícitos, preceden a la enseñanza del algoritmo convencional de la adición.

para aprender el algoritmo convencional de la adición el niño debe transitar por el plano de los objetos a través de la fase manipulativa, el plano de los conjuntos y el plano de los cardinales. “El Tablero” propuesto por Manuel enfatiza la fase manipulativa, el plano de los objetos. De acuerdo con Vergnaud (1991/2013), se esperaría que a continuación el formador presentara un pre-algoritmo en el que las fichas sean sustituidas por números, de modo que añadiera el plano de los cardinales, por ejemplo podría emplear una representación como la de la Figura 4.2:



En la Figura 4.2, las fichas (ver Figura 4.1) son sustituidas por números para realizar la transición que comenta Manuel y mostrar el plano de los cardinales a fin de acercarse a la representación escrita del algoritmo convencional. No obstante, en las clases observadas de Manuel, luego de utilizar “El Tablero” y para explicar el algoritmo convencional, proyectó una suma en forma vertical y explicó una representación más simbólica que se ubica en el plano de los números escritos, como se observa en la Figura 4.3:



Las representaciones empleadas por el formador no llegan a transitar todos los planos de los que se ha hablado (*pre-algoritmos*) en concordancia con lo que propone Verganud (1986/2013), ya que de una fase manipulativa (plano de los objetos) sucede a una fase simbólica (plano de las representaciones escritas de los números). Esta última representación (Figura 4.3) es la explicación que Manuel sugiere dar a sus estudiantes, y aunque pretende mostrar el algoritmo convencional, continúa mostrando un *pre-algoritmo* al exponer los procesos implícitos en el algoritmo de la adición (por ejemplo, el separar la suma de las unidades $8+7$ de la cantidad $398+67$), sin llegar a explicar un algoritmo convencional en el que los procedimientos se encuentran tácitos. En este sentido, se pudo observar que Manuel reconoce que debe hacerse una transición de los conocimientos previos de componer, descomponer y contar, al algoritmo de la suma, aunque en el procedimiento que intenta mostrar no incluye todos los momentos por los que sucede el pensamiento del niño para aprender dicho contenido.

El conteo, la composición y descomposición, así como los *pre-algoritmos* que Manuel sugirió, dan cuenta de un Conocimiento Pedagógico que se caracteriza por considerar los procesos de pensamiento del niño de los primeros grados de la escuela primaria en las actividades de enseñanza, en concordancia con lo que apunta García (2012). Además, de forma implícita Manuel utiliza un conocimiento del Contenido y la Enseñanza, en el que su didáctica de la clase intenta seguir un proceso de lo manipulativo al algoritmo convencional.

4.1.1.2 Consideraciones sobre el proceso para enseñar la suma

En las clases observadas, Manuel sugirió cómo iniciar la enseñanza de la suma considerando los procesos del niño y la institucionalización que el profesor debe hacer respecto al algoritmo convencional, además explicó errores que los estudiantes de primaria llegan a cometer al resolver situaciones aditivas y las correcciones que se espera realice el docente, en particular con relación al valor posicional y el discriminar datos en la resolución de un problema.

Al mostrar la didáctica de la suma, el formador considera que es relevante tener en cuenta el proceso de aprendizaje del niño, por lo que recomienda vincular los conocimientos previos (conteo, composición, descomposición, además de numerales y sus representaciones gráficas) con el algoritmo escrito de la adición, ya que para Manuel la enseñanza del algoritmo de la suma debe hacerse “cuando el niño sabe identificar números, cuando ya puede representar

gráficamente los numerales, entonces hay que meter los signos [de suma y resta] a partir de situaciones de los niños”.

Para el formador, introducir la enseñanza del algoritmo convencional de la suma a partir de los conocimientos previos del niño, favorece una participación activa del estudiante en su propio proceso de aprendizaje. Esto coincide con lo que dice Bermejo (2004), García (2012) y Kamii, (1985b), en torno a la relevancia de dejar al niño *hacer matemáticas*. En este sentido, Manuel dice a sus estudiantes que la función del profesor es “darle libertad al niño para que represente las colecciones [de objetos...] ya al final el maestro lo representa [el algoritmo convencional] de manera horizontal y vertical, pero no le dice al niño que lo resuelva así, el niño lo resuelve como puede”. De modo que reconoce al profesor como el encargado de mostrar el algoritmo convencional a partir de actividades en las que el niño debe agregar y juntar colecciones. Para mostrar el algoritmo convencional Manuel sugiere que luego de que el niño domina tales actividades, el docente debe explicar las nociones acerca del signo “más” [+] y los elementos que conforman la suma –sumandos, resultado y signo- dijo que “deben ser enseñados por el profesor, pues el niño no los descubre solo”.

De acuerdo con las afirmaciones precedentes, se puede inferir que Manuel posee un conocimiento del Contenido y la Enseñanza en el que considera que el docente es el encargado de acercar al estudiante de primaria a la matemática formal, mientras que respecto al niño, alude a las ideas de Bermejo (2004) sobre su capacidad para razonar de acuerdo con un modo de pensamiento propio de su edad en donde resuelve problemas aditivos sin hacer uso del algoritmo convencional.

A propósito de las consideraciones de los procesos del niño, Manuel reconoce que cuando los alumnos de primaria se acercan por primera vez al contenido de la suma y la resta, cometen errores en el valor posicional, en la selección de los datos necesarios para la resolución de problemas y al utilizar una suma en lugar de una resta. Sobre el valor posicional, el formador señala que: “los niños no mantienen un orden en el sentido de las unidades, decenas y centenas”. Esto coincide con lo que menciona Kamii (1985a), como un error típico que los profesores deben considerar cuando enseñan la adición.

Manuel dijo a sus estudiantes que los niños llegan a cometer el error de confundir la suma con la resta y para mostrarlo simuló el procedimiento que siguen los alumnos de primaria al resolver la resta $315-139$ y erróneamente realizar una suma ($315 + 139$):



Figura 4.4. Secuencia en la que el formador muestra cómo los niños llegan a confundir la suma con la resta, por ejemplo al resolver la operación $315-139$.

Manuel: *Vamos a empezar como lo harían quizá los niños. 315 [coloca las fichas en el pizarrón, véase Figura 4.4, A] como el niño ya sabe que las amarillas valen cien, las rojas diez y las azules uno, aquí no hay un orden siempre y cuando representen la cantidad. Y le vamos a agregar 139 [coloca las fichas en el pizarrón que representan 139, una amarilla, tres rojas y nueve azules, véase Figura 4.4.B]. Pero nos damos cuenta que aquí ya se pasó de 10 [señala las fichas azules] son catorce y acuérdense que no se vale, cuando juntemos 10 tenemos que transformar. Por lo tanto vamos a agarrar 10 [quita 10 fichas azules y coloca una roja, ver Figura 4.4, C]...*

Manuel: *Tenía que restar ¿por qué no me dicen?*

Estudiante: *El niño hace el procedimiento como cree necesario, pero uno como docente tiene que corregir...*

Manuel: *Cuando el niño comete un error, porque el niño suele confundir, deben decirle al niño “ah, está bien tu procedimiento” pero debiste restar. Ustedes debieron hacerlo notar, la idea se rescata cuando se cometen ciertas confusiones.*

El fragmento precedente que muestra cómo los niños llegan a confundir las operaciones de suma y resta al resolver una situación matemática, coincide con los errores comunes en el aprendizaje de la adición, según García (2012). Sin embargo, en el episodio el formador utiliza

la demostración de la confusión entre la suma y resta para enfatizar la acción del profesor ante los errores del niño. De acuerdo con lo que comenta Manuel, el profesor debe reconocer al niño que ha seguido un proceso adecuado (*está bien tu procedimiento*) si se tratara de una suma, aunque el niño debió realizar una resta. La recomendación enfatiza el cuidado de un aspecto motivacional del niño al comentar inicialmente que el procedimiento es el correcto, sin embargo, omite discutir por qué los niños llegan a confundir la suma con la resta y cómo orientarle para que reconozca el origen del error, esto es relevante ya que el formador sugiere partir de la corrección de errores para continuar el tema de enseñanza. Manuel da cuenta de un Conocimiento del Contenido y la Enseñanza ante un posible suceso de su práctica futura.

Otro error común de los niños, mostrado por Manuel, es el discriminar datos clave para resolver un problema aditivo. El formador presentó en una proyección el problema: “En la tienda de don José hay bolsas con 10 dulces cada una. Juan compró tres bolsas de dulces y su hermano compró seis bolsas ¿cuántas bolsas de dulces compraron en total?” posteriormente, el formador apuntó que el niño debe reconocer los datos necesarios y cuestionó a los normalistas “¿Qué datos de aquí no son relevantes?”

Manuel: Vean la pregunta final: ¿cuántas bolsas compraron los niños? A nosotros no nos importa saber cuántos dulces le caben a cada bolsa. ¿Qué podría hacer el niño como un error?

Estudiantes: Sumarlos todos [Responden a coro refiriéndose a las bolsas y los dulces].

Manuel: Pudo haber sumado $10+3+6$ y obtener 19, cuando en realidad es 9. ¿Se fijan los errores! ¿Pero esos errores del niño de dónde salieron?

Estudiantes: [Responden a coro] *Del problema.*

Manuel: Si yo planteo un problema, posiblemente estoy induciendo a un error. Hay que tener cuidado para reconocer qué cosas son útiles y qué cosas no.

De acuerdo con Bermejo (2004), la incógnita del problema precedente se encuentra en el lugar correcto y por su tipo, es de *combinación* (Castro et al., 1995), que como apunta García (2012), es un problema típico con el que los profesores enseñan la adición en la escuela primaria, por lo que los niños suelen presentar menores errores en comparación con los problemas de *igualación* (Castro et al, 1995). Manuel refiere que los niños pueden equivocarse

al sumar cantidades sin tomar en cuenta las unidades de medida (dulces y bolsas), no obstante, enfatiza que el error lo ha cometido el profesor al plantear el problema. Tal error es una contradicción sobre la relevancia de llevar a cabo actividades que ayuden a los niños a transitar a problemas más complejos (Cfr. Verganud, 1985/2013), ya que el formador está quitando el grado de complejidad a los problemas aditivos al proponer a sus estudiantes que utilicen problemas que no confundan o que sean fáciles para el niño, en los que los datos son evidentes. Si bien, Manuel esboza la relevancia de ayudar al niño a evitar errores, es necesario que complemente tales recomendaciones para las futuras docentes.

Manuel está dando cuenta de su Conocimiento del Estudiante al identificar los procesos cognitivos y posibles errores a los que se enfrentan los niños en el aprendizaje de la suma. Los errores del niño que el formador señala, responden a situaciones operativas en las que se emplea la adición, más que situaciones conceptuales, además centra su atención en discutir el quehacer del docente, más que el pensamiento de los niños. En este sentido, cuando el formador sugiere a las futuras profesoras qué comentarios hacer ante el error del alumno (e.g., utilizar algoritmos incorrectos) y cómo evitar confusiones en los estudiantes de primaria al plantear problemas aditivos, da cuenta de un Conocimiento del Contenido y la Enseñanza, particularmente de la didáctica del profesor de primaria. Estos conocimientos permitieron a Manuel hacer propuestas didácticas centradas en el aprendizaje del niño y cómo el maestro de primaria debe enseñarle la adición.

4.1.1.3 Tareas y conceptos para enseñar la didáctica de la suma a las futuras profesoras

Para el tratamiento de la didáctica de la adición en la escuela primaria, el formador simuló con sus estudiantes situaciones en las que ellas tomaron el rol de niños y participaron en las actividades que se espera el profesor de primaria implemente para enseñar este contenido. Para ello, el formador explicitó que tales actividades no son propias del nivel cognitivo de las normalistas y dijo: “ustedes son expertas en este procedimiento por eso veo que lo resuelven de una manera más rápida, pero pensemos en los niños, en el tratamiento que tienen que hacer de estarse apropiando de un procedimiento que ellos desconocían”, de modo que Manuel justifica que las tareas empleadas más que mostrar la adición como objeto matemático, sirven para enseñar la didáctica de dicho contenido.

Algunas de las actividades eran sólo propuestas (ver Figura 4.5), ya que el formador no las desarrolló en clase sino que las presentó como una recomendación para trabajar en la escuela primaria. Estas actividades fueron de tipo lúdico, ya que para Manuel esto hace que el aprendizaje de la adición sea más “fácil y divertido, al niño le interesan más este tipo de actividades y hacemos algo distinto”:



Figura 4.5. Propuesta de actividades para enseñar la adición. Juegos de mesa que Manuel denomina: las Fichas, Serpientes y Escaleras, El Caminito y el Dominó.

Las actividades propuestas intentan mostrar el trayecto por el que el profesor de primaria debe conducir al niño en el aprendizaje de la adición, desde la manipulación de objetos al algoritmo escrito de la suma. Los juegos que propuso Manuel, en general, implican situaciones en las que hay que agregar y quitar a partir de “seguir contando”, por lo que asume una concepción unitaria de la suma (Bermejo, 2004). Esta concepción se hizo presente tanto en los juegos que propone que lleven a cabo (aunque no los ejemplifica dentro de su clase con las normalistas), como en las tareas que ejemplificó con sus estudiantes.

Algunas de las tareas que fueron desarrolladas en la clase son el uso de “*El Tablero*” y el *planteamiento de problemas aditivos*. En estas tareas Manuel modeló el quehacer del profesor de primaria y mencionó sugerencias a las estudiantes normalistas respecto a la relevancia de hacer uso de material manipulativo (e.g. fichas y tarjetas), estar atentos a los errores que los niños llegan a cometer en la organización de las cantidades e introducir paulatinamente el signo más [+]. A continuación se muestra un problema dado por Manuel en clase, en el que a partir de modelar un problema matemático en el que solicitó a las normalistas que hicieran uso de “*El Tablero*” para resolverlo, hizo sugerencias en torno al material manipulativo y su importancia para evitar errores en el valor posicional:

Jaime transporta pollos en su camión. El lunes llevó 359 a Cañada, el martes llevó otros 298 pollos y el miércoles llevó 306. Jaime necesita saber cuántos pollos ha transportado a Cañada. Ayúdale a Jaime a calcular cuántos pollos ha llevado a Cañada.

El problema precedente es de combinación (Castro et al., 1995), reiterando un problema típico para la enseñanza de la adición en la escuela primaria que intenta relacionar aspectos del contexto donde se ubica la institución. Para resolverlo, Manuel pidió a las estudiantes que utilizaran el “procedimiento usual”, refiriéndose al algoritmo convencional. Consecutivamente una estudiante pasó al pizarrón y resolvió el problema, como se muestra en la Figura 4.6.

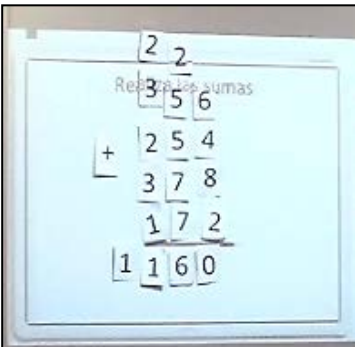


Figura 4.6. Suma resuelta por una estudiante en el pizarrón haciendo uso de tarjetas con números que fungen como material manipulativo.

Manuel aprovecha el procedimiento de resolución para insistir en la importancia de utilizar material manipulativo y señalar que los niños pueden cometer errores en la organización de las cantidades y en consecuencia en el valor posicional, por lo que dijo:

Algo que ayuda al utilizar tarjetas es el colocar una sobre las otras [colocar las cantidades en forma vertical en el orden de las unidades, decenas y centenas], un error que comenten los niños es al escribir las cantidades. Usualmente las mueven, no mantienen un orden en el sentido de las unidades, decenas y centenas.

Para el formador, el profesor debe plantear un problema a partir de situaciones del contexto de los niños, luego los estudiantes deben resolverlo con apoyo de material manipulativo, de modo que Manuel concluye señalando que “éste es el procedimiento que los niños deben seguir para apropiarse del algoritmo”, vinculando las actividades realizadas con el tablero y las fichas con números. Se infiere que el problema aditivo mostrado en la Figura 4.6

tiene tres intenciones: a) modelar cómo deben plantearse los problemas aditivos incluyendo aspectos del contexto, b) hacer propuestas para la resolución con material manipulable, como las tarjetas, c) prever los posibles errores que puede presentar el niño respecto al orden de los números según el sistema decimal.

En la resolución de problemas aditivos, otra de las sugerencias que Manuel hace a las futuras profesoras es la introducción de conceptos y símbolos de tipo matemático, dando cuenta de convenciones en torno a la definición de términos relacionados con la adición. Por ejemplo, proyectó en el pizarrón una descripción relacionada con los signos de “más [+] y de menos [-]” para hacer referencia a la suma y a la resta. Al definir los signos en la proyección del pizarrón, Manuel mostró que la suma es “agregar elementos a una colección o juntar elementos de dos o más colecciones”, por lo que puede decirse que asume un concepto tanto unitario como binario de la acción de sumar (Bermejo, 2004), así como a la agrupación de conjuntos (Morris, 1999). Esta definición es retomada del libro *Lo que cuentan las cuentas de sumar y restar* (Fuenlabrada et al., 1995) y ofrece una percepción tanto unitaria como binaria que Manuel proyectó define el signo más como la representación de la acción aditiva, más que del algoritmo, no obstante, muestra contradicciones con su discurso verbal en el que el formador asume una concepción unitaria de la adición, ya que comenta a las normalistas que la suma siempre es “agregar”.

En la práctica, Manuel menciona otros conceptos relacionados con el algoritmo de la suma, de los cuales no presentó una definición explícita, tales como la “composición”, “descomposición” y de forma enfática las “transformaciones”, de estas últimas comentó que en la suma cada colección de diez se transforma en decena o centena según su valor posicional: “diez unidades se transforman en una decena y diez decenas, en una centena”. En relación con ello, Manuel considera que en la suma se debe usar la expresión “se transforman” (e.g., las unidades a decena) en lugar de “van” o “sobran”. De acuerdo con la fuente que el formador hizo explícita en su clase, las transformaciones se refieren a hacer *cambios* (Fuenlabrada et al., 1995). Es evidente que en la clase de Manuel, el término de transformación es utilizado con la intención de dar un sentido matemático al algoritmo de la adición, como se observa a continuación:

Estudiante: Aquí [señalando los números del pizarrón, Figura 4.7, en orden vertical] es 6, más 4 son 10, más 8 son 18, más 2 me da 20, entonces aquí [coloca el 0 en el lugar del resultado] está el 0 y el 2 que sobra va arriba...

Manuel: Y el resultado ¿Cuánto es?

Estudiante: 1160.

Manuel: Que es lo que se juntó. Ella utiliza un término cuando hizo esta transformación, dice “va el 0, y el 2 que me sobra” ¿el 2 sobra?

Estudiantes: [Responden a coro] No, se transforma.

Manuel: Se transforma, en realidad son 20 unidades, no es que sobre, se convierte, se transforma y 20 unidades se transforman en 2 decenas. Hay que tener cuidado con estos términos cuando los trabajamos con los niños para no confundirlos. Ese procedimiento lo vamos entendiendo diferente, ya no es que sobra, hay una transformación de unidades a decenas y decenas a centenas.

En el fragmento precedente Manuel enfatiza que deben usar “transformaciones” en lugar de “sobra”, al parecer pretende mostrar cómo se integran los conceptos matemáticos en los procesos que siguen los niños de educación primaria, empleando la matemática revisada en la clase de formación para profesoras. Puede observarse que el formador pretende que las futuras profesoras comprendan lo que implica el algoritmo de la suma para integrarlos en su práctica futura, aprendiendo nuevamente lo que ya conocen.

Las tareas y conceptos que Manuel utilizó en sus clases son concordantes con la propuesta de distintos autores para enseñar la suma a los niños (Castro et al., 1995; Font, 2003; García, 2012; Vergnaud, 1991/2013). Se puede inferir que el conocimiento de Manuel en torno a la enseñanza se vincula con los procesos de aprendizaje del niño que sirven para mostrar la didáctica mediante recomendaciones para la práctica de las futuras profesoras.

4.1.2 Concepciones acerca del conocimiento inmerso en la práctica de Manuel

Se realizó una entrevista a Manuel (ver Apéndice A) en la que a partir de los cuestionamientos planteados por el investigador, el formador manifestó cómo percibía y encontraba inmersos en

su quehacer del aula aspectos relacionados con el Conocimiento del estudiante, la enseñanza y el currículum, sobre los cuales destaca dos concepciones: su papel como docente que siendo un modelo y guía debe enseñar estrategias para mostrar el contenido de la adición en la escuela normal; el papel del estudiante, principalmente de primaria, que debe ser considerado en el proceso de enseñanza de la suma como un sujeto participativo y central en el salón de clases.

Respecto al papel del docente, Manuel deja clara la visión que tiene sobre su quehacer de enseñar la adición y su didáctica en la asignatura (*Aritmética. Números Naturales*) y en la escuela normal:

Yo creo que nuestra principal intención es que [la estudiante normalista] conozca las distintas estrategias que las lleven a enseñar el conocimiento matemático en escuela primaria. La idea es que no se trabaje la estrategia en aislado, sino que implícitamente se trabaje contenido. Entonces estás trabajando el contenido a la vez que desarrollas la estrategia de enseñanza, pero de aprendizaje también del niño, es decir, saber cómo aprende el niño y cómo se apropia de los diferentes conceptos matemáticos que se están desarrollando a lo largo de la educación primaria y que se trabajan en varios cursos en la normal. Creo que ahora es la intención, más el aspecto de aprendizaje y enseñanza de los contenidos matemáticos.

En su respuesta, el formador considera que las futuras docentes deben desarrollar un conocimiento que involucre aspectos de la didáctica y procesos del niño de acuerdo con el contenido matemático. En este sentido, Manuel es congruente con lo observado en sus clases ya que insiste en que es relevante considerar el aprendizaje del niño en la enseñanza de la adición, por lo que las tareas que realiza en la escuela normal se desarrollan en torno a la futura enseñanza que llevarán a cabo en la escuela primaria. Además, se puede inferir que Manuel se concentra en desarrollar en las futuras profesoras una didáctica de la adición al referirse a la enseñanza de estrategias, más que de la matemática.

Tal concepción de Manuel acerca de su quehacer en la escuela normal se declara con mayor precisión cuando opta por auto-asignarse el modelo de profesor *mediador* en contraposición al modelo de profesor magistral, como se observa en la respuesta que da al preguntarle ¿cuál considera que es su función como formador?:

Lograr ser el mediador y ser el modelo. Un mediador y no un catedrático porque yo entiendo al catedrático como el que se pone enfrente expone de una manera muy soberbia, podemos decirlo así, o muy dominante en el contenido, pero prácticamente no genera una interacción más allá de lo que implica la parte del contenido. La idea es que la alumna también se vaya apropiando de un modelo de trabajo. No es llegar a explicar totalmente el tema sino es también ponerlas a ellas en situación de alumnas de primaria, lógico con un nivel más acelerado porque tenemos más contenido que desarrollar.

En esta respuesta, se puede inferir que para Manuel un aspecto clave que diferencia al profesor mediador del catedrático es el tipo de interacción que se genera en el aula. Por esta razón, considera que el papel del estudiante es relevante a fin de desarrollar una adecuada gestión de la clase. El formador pretende que su modelo de gestión del aula sea un ejemplo a seguir para sus estudiantes, lo cual es congruente con su práctica cuando dijo que “hay cosas que el niño no descubre solo”, y así, aunque el alumno de primaria tiene un rol activo, éste es mediado por el profesor. Las interacciones de Manuel y la denominación de su papel como mediador, permiten inferir un Conocimiento del Contenido y la Enseñanza, en el que el profesor determina qué tareas se requieren para mostrar la adición a sus alumnos.

El estudiante adquiere un papel central en la práctica de Manuel, como lo expresa cuando se le planteó una pregunta abierta con la intención de ver qué aspecto era el más importante para el formador al observarse por primera ocasión en un fragmento del video:

Entrevistadora: [La entrevistadora le muestra episodio del video de su clase] *Maestro, con estos fragmentos ¿tiene alguna impresión de su práctica, algo que le llame la atención a usted?*

Manuel: *Sí, me llama la atención esta parte cuando tú te ves y dices “a ver retomando lo que uno hace”, a lo mejor lo que uno puede mejorar en cuanto a mi desempeño: debo darle más espacio a la estudiante, sí participan, pero aprovechar un poco más su participación para la retroalimentación, pero sin dejar sueltos los conceptos que ellas expresan. Cuando digo suelto, me refiero a aceptarlo todo porque al final de cuentas no estamos en una expresión libre, sino estamos focalizados en cómo se enseñan los problemas aditivos en la educación primaria.*

TESIS TESIS TESIS TESIS TESIS

De manera coherente con su respuesta a la pregunta anterior (en la que se consideraba un profesor mediador) su centro de atención al verse es, sobre todo, el aspecto interaccional con los estudiantes y considera que se podría mejorar. Para él se debería dar más espacio a la participación del alumno, de modo que en esa interacción se reconozcan y resuelvan los conflictos de significado de los futuros profesores.

En relación con los significados y la gestión de la clase como parte de un Conocimiento del Contenido y la Enseñanza, la entrevistadora cuestionó a Manuel por qué diseñó e implementó determinadas actividades que conllevaban el uso de ciertos recursos (fichas, dominó, menús de restaurant, ver Figura 4.6) y el formador argumentó:

Tratamos de utilizar actividades y recursos que son potentes en el sentido de que puedan generar en los alumnos el desarrollo de su pensamiento matemático... Este tipo de actividades permite que el niño ponga en juego su pensamiento, comunicarse, interactuar, un diálogo, no hay una postura pasiva en el niño, lleva de una manera constante a la reflexión en la interacción con los materiales y las actividades. Algunas son muy de juego, pero al final trae de fondo que pongan en desarrollo habilidades como el cálculo, estimación, comparación, entonces todo este tipo de actividades permite que el niño desarrolle el pensamiento, y desde luego, anterior al niño, la idea es desarrollárselas a las estudiantes desde la propia normal a través de este tipo de actividades y que ellas, cuando tengan la oportunidad de trabajar con los niños de primaria en su primer práctica en tercer semestre, desarrollen estas mismas relaciones que se gestan en torno al contenido, a la habilidad matemática y la interacción con los alumnos.

En el fragmento anterior, Manuel presenta una discusión sobre las tareas de primaria que ha simulado con sus estudiantes, donde se puede inferir qué criterios quiere que ellas tengan en cuenta cuando diseñen e implementen tareas con sus futuros alumnos. Por una parte sugiere que las tareas deben contemplar la realización de procesos relevantes en la actividad matemática y adecuados al nivel cognitivo de los estudiantes, por lo que da cuenta de una concepción del Conocimiento del Contenido y la Enseñanza en la que las tareas deben elegirse en función de los procesos cognitivos de los estudiantes con la pretensión de que el niño no

adopte una actitud pasiva, únicamente como receptor de los conocimientos, y asuma una parte de la responsabilidad del proceso de estudio.

De acuerdo con lo precedente, el formador habla de las características de las actividades que ha implementado en el aula, y sugiere que en su uso el docente requiere de un Conocimiento del Estudiante que involucre los procesos de construcción que el niño sigue para llegar al algoritmo convencional de la suma, incluso los conocimientos previos de los alumnos, por lo que la entrevistadora hizo la siguiente pregunta:

Entrevistadora: Al inicio usted comenta que el signo más [+] es la representación gráfica de la suma, pero posteriormente nos dice que esta representación se enseña después de plantear distintas situaciones, ¿por qué el profesor de primaria tendría que hacerlo de esta manera?

Manuel: El signo del más [+] y de menos [-] no entra desde un comienzo, es decir cuando el niño juega a la oca, con el dominó o al caminito, donde a partir de agregar o quitar, está asociando el signo de más y de menos sin saberlo. En todas estas actividades aún no se introduce el signo porque no es recomendable desde la parte de la didáctica, hay que darle más oportunidad al niño de que desarrolle este tipo de situaciones [aditivas]. Posteriormente hay que introducirlos, porque la idea es llevarlos al algoritmo [convencional de la suma]. No podemos hacer una introducción directa del signo [+].

En la evidencia precedente Manuel espera que las futuras docentes tengan en cuenta el proceso de aprendizaje de los niños. El profesor busca plantear el tema de la suma de acuerdo con la idea de la zona de desarrollo próximo (Cfr. Font, 2003), es decir, propone partir de situaciones conocidas por los alumnos (Cfr. Bermejo, 2004; Font, 2003), que ellos pueden resolver con sus conocimientos previos (oca, dominó, etc.) para llevarlos primero a la simbolización de la suma y, posteriormente, al algoritmo de la adición, dando cuenta de cómo sitúa su Conocimiento del Contenido y del Estudiante de primaria.

Una de las regularidades que se observa en la gestión que Manuel hizo de sus clases, es la formulación de preguntas a sus alumnas como una estrategia para que las futuras profesoras participen en el aula, por ello, en la entrevista se le cuestiona al respecto:

Entrevistadora: En la segunda sesión usted comienza planteándoles unos cuestionamientos a las estudiantes, ¿cuál es la intención?

Manuel: Cuando planteo al final es para generalizar y cuando es al inicio es para reflexionar y orientar el rumbo de la clase.

Hay que resaltar que Manuel considera importante fomentar la reflexión en las futuras docentes en torno a su práctica y enseñanza de la adición. En este sentido, se puede inferir la concepción de que la estudiante normalista debe participar activamente y reflexionar sobre lo que se trabaja en la clase y cómo lo emplearía en la escuela primaria, por lo que las preguntas se relacionan con un Conocimiento del Estudiante normalista y un modelado sobre la didáctica.

De acuerdo con las respuestas dadas por el formador en la entrevista, se puede inferir que una percepción que posee sobre su conocimiento inmerso en la práctica es la relevancia de la centralidad del estudiante en la enseñanza de la suma, por lo que Manuel pretende ser un *mediador y modelo* sobre las estrategias para mostrar la adición, las cuales se desarrollan en torno a cómo el niño aprende, su nivel cognitivo y con cierto atractivo, por ejemplo, al emplear juegos. Llama la atención que el contenido permanece vinculado a las estrategias, ya que Manuel considera que también debe enseñar la adición a las normalistas, por ello propone y lleva a cabo juegos en el aula que se caracterizan por ser *potentes* en el contexto de las matemáticas. En este tenor, la concepción que se infiere en la discusión de Manuel sobre la práctica que realiza en la escuela normal y los conocimientos inmersos en ella, da cuenta de una idea clara de su función como formador de profesores y es concordante con las intenciones del programa de la materia (DGESPE, 2018) en el que se debe enseñar la adición y su didáctica.

4.1.3 La reflexión de Manuel

A continuación se presentan los resultados que dan cuenta de cómo a través de la entrevista guiada por el investigador, en la que intencionalmente se pretendió generar incertidumbre sobre eventos de su práctica (Schön, 1987/2016), el formador discutió e hizo objeto de reflexión su Conocimiento Pedagógico al observar episodios de la enseñanza de la adición que llevó a cabo con las futuras docentes.

Un elemento que ha permitido cuestionar el Conocimiento Pedagógico inmerso en la acción de Manuel, es la acepción del concepto de adición que el formador utiliza para enseñar este contenido en la escuela normal. Debido a que durante sus clases, Manuel no llega a distinguir claramente entre símbolo, definición y algoritmo, el tema es retomado en la entrevista. Respecto al signo, el formador afirma y justifica que el + (más) constituye una abstracción que permite identificar el procedimiento a realizar. Este procedimiento, lo define como agregar “a una cantidad inicial que es el origen y se transforma” y asume que puede emplearse siempre que se realizan situaciones aditivas. En la entrevista interesaba profundizar en el significado de suma que tiene en cuenta el formador, y en particular cómo contemplaba el cardinal cuando se agregan conjuntos. Para ello, la entrevistadora formuló la siguiente pregunta con una ambigüedad calculada:

Entrevistadora: Si yo tengo, por ejemplo, una colección de manzanas y otra de naranjas y me piden que las sume, lo que tengo que hacer es ¿agregarlas?

Manuel: Hacer un agregado en las cantidades y no en el significado. No estamos haciendo una comparación del atributo de lo que es manzanas y naranjas sino del atributo de su numeral, de lo que representan la cantidad de objetos para tener más cantidad de objetos y no bajo una combinación de las dos.

De acuerdo con la literatura, hay dos significados posibles para la suma: como cardinal de la unión de dos conjuntos disjuntos y, desde una perspectiva ordinal, como el resultado de seguir contando a partir de un número dado. A propósito del primer significado, Bermejo (2004) define dos percepciones: la primera unitaria, en la que se parte de un conjunto de base que es modificado añadiendo, obteniendo como resultado un tercer conjunto, y la segunda binaria que parte de la existencia de dos conjuntos disjuntos determinados, los cuales se unen para obtener un tercer conjunto. A lo largo de la entrevista, así como en la práctica observada, se infiere que Manuel tiene presente solo uno de los significados de la adición (agregar), ya que no hace referencia de la suma como el seguir contando. En ese sentido, durante la entrevista, el formador no hace una discusión completa de los diversos significados de la adición, por lo que llega a cuestionarse sobre cómo ha empleado dicho argumento, dando

TESIS TESIS TESIS TESIS TESIS

cuenta de una reflexión en torno a este conocimiento y el significado que le ha otorgado en su clase.

En la discusión dada a través de la entrevista, el formador llega a argumentar y justificar concepciones sobre su Conocimiento Pedagógico inmersas en su práctica, por ejemplo su papel de mediador modelo, como producto de una incertidumbre en términos de Schön (1987/2016). Sin embargo, la reflexión producida en Manuel no lo lleva a poner en cuestión dichas concepciones que él reitera a lo largo de los distintos cuestionamientos, sino a valorar cómo ha empleado el Conocimiento Pedagógico que orienta su práctica (por ejemplo, su percepción respecto al papel activo del estudiante y el uso que él ha dado a las intervenciones de las alumnas en el aula), así como el concepto que asume de adición.

Como parte de la reflexión que hizo Manuel se identifican tres principios generales que han orientado su quehacer y que son enmarcados en su función como *mediador*: a) se debe privilegiar el aprendizaje en el quehacer docente sobre la planeación didáctica y los planteamientos curriculares; b) hay que desarrollar actividades que motiven a los estudiantes; c) la enseñanza de la adición debe incluir conocimientos previos, como el conteo, la composición y la descomposición en una fase manipulativa que antecede a la representación escrita del algoritmo, y ser significativa para los estudiantes.

Este nivel de reflexión supone que, en el caso de Manuel, debido a su formación y experiencia previa, la incertidumbre no lo lleva a cuestionar sus concepciones sobre su función docente ni a identificar errores de su práctica observada cuando enseñó la adición, ya que por su experiencia él ha participado de consensos colectivos que lo llevan a considerar su práctica como pertinente, por lo que el conocimiento que llega a generar sobre la enseñanza de la adición se relaciona con omisiones e impresiones dadas en clase.

4.2 EL CASO DE HÉCTOR

Héctor dedicó tres clases para enseñar la adición y su didáctica a los estudiantes normalistas. La secuencia del contenido la inició leyendo, en conjunto con sus alumnos, los propósitos, competencias y contenidos del programa *Aritmética. Números Naturales* (DGESPE, 2018), posteriormente proyectó ejercicios relacionados con la suma retomados de la *Guía para el aprendizaje y enseñanza de la aritmética* (Cedillo, Isoda, Chalini, Cruz, Ramírez, & Vega,

2013), y a partir de ellos explicó cómo enseñar este tema en la escuela primaria. En las actividades de clase, como una herramienta para valorar los aprendizajes desarrollados, el formador promovió discusiones en el aula acerca de la función del docente como actor educativo. A razón de las observaciones, el investigador realizó una entrevista centrada en cuestionar al formador (llevarlo a la reflexión) principalmente sobre la participación que hicieron los estudiantes y las explicaciones que él dio en las clases.

A continuación se presentan los resultados y discusiones, primero en torno a las características del Conocimiento Pedagógico de Héctor de acuerdo con lo observado en las clases, segundo respecto a las percepciones de dicho conocimiento manifiestas en la entrevista y finalmente, aspectos que el formador discute con mayor énfasis y lo conducen a cuestionar su enseñanza de la suma para llegar a una reflexión (Schön, 1987/2016).

4.2.1 Características de los conocimientos de Héctor al enseñar la adición

A propósito de las clases observadas y las discusiones que Héctor hizo con sus estudiantes sobre la práctica docente en la enseñanza de la suma, se infiere que el formador posee un Conocimiento Pedagógico que destaca tres temas: sugerencias didácticas para enseñar la adición, conceptos y situaciones para practicar la suma con los futuros profesores, y discusiones sobre la práctica docente como una herramienta reflexiva para los normalistas.

4.2.1.1 Sugerencias didácticas para enseñar la adición

Para mostrar cómo enseñar la adición en la escuela primaria, Héctor hizo sugerencias en tres momentos: al comentar el proceso cognitivo de los niños, en la simulación del planteamiento de situaciones aditivas y al valorar la práctica que podrían realizar en un futuro sus estudiantes. Al hablar del proceso cognitivo de los niños, desde una perspectiva genérica y no propiamente de las matemáticas, el formador sugirió el transcurso que debe seguir el docente de primaria en la actividad de enseñanza de la adición:

Entonces recobramos conocimientos previos, lo contextualizamos, le pedimos al chico [niño] que lo verbalice y por último le estamos diciendo al chico que a partir de esas historias signifique, y puede ser permanente, debería ser permanente.

En el fragmento precedente Héctor sugiere a sus alumnos que los conocimientos previos son relevantes y representan el punto de partida en la enseñanza de la adición. El formador menciona entre los conocimientos previos la *composición y descomposición de colecciones*, ya que son una “noción previa al algoritmo de la suma” y constituyen la base para aprender el algoritmo convencional, pues en el aprendizaje de la adición el niño inicialmente “compone y descompone [agrupaciones de] objetos homogéneos... para identificar las cantidades que pueden conformar una agrupación”. Las nociones previas de composición y descomposición para identificar cantidades, coinciden con dos de los planos mencionados por Vergnaud (1991/2013); el de los objetos de un mismo tipo que se agrupan para formar una colección, y el plano de los cardinales como la medida de las agrupaciones de objetos.

Además de considerar los conocimientos previos como parte del proceso cognitivo de los niños para aprender la suma, el formador apunta que es importante partir de una *contextualización*:

Yo no puedo partir de decirle al chico [niño] ayúdame a resolver cuánto es ocho menos diecisiete o más siete. Vamos a tener que partir de lo contextual, de lo práctico a lo simbólico, al lenguaje no verbal. Que él empiece a entender la relación.

En su discurso, Héctor se refiere a lo contextual como los objetos manipulables y los señala como “lo práctico”, donde el niño agrupa objetos y hace uso de conteo para resolver situaciones aditivas (Cfr. Bermejo, 2004), sin embargo, no es claro a qué se refiere con el lenguaje no verbal. En el punto de partida para la enseñanza de la suma el formador se está refiriendo al plano de los objetos que apunta Vergnaud (1991/2013) al sugerir a sus estudiantes que partan de “lo práctico”, por lo que se puede inferir que el tránsito de lo práctico a lo simbólico del que habla Héctor, da cuenta de un Conocimiento del Estudiante de primaria y la Enseñanza, ya que reconoce los procesos de pensamiento del niño y los considera como un insumo para determinar las tareas con las que se puede enseñar la adición.

En relación con el proceso cognitivo de los niños y para mostrar a los normalistas cómo plantear situaciones aditivas partiendo de conocimientos previos (situaciones en las que se componen y descomponen colecciones), el formador pidió a sus estudiantes que esbozaran una actividad como lo harían en el aula de primaria:

Héctor: [Se dirige a un estudiante] *Si usted fuera docente ¿cómo pondría la actividad [hace referencia a una situación aditiva] con el material que hay aquí [en el salón de clases]?*

Estudiante 1: *Con bancas, les digo pasen cuatro niños y pregunto ¿cuántos hay de cada lado? [Cuatro estudiantes con su silla se colocan frente al resto del grupo del lado izquierdo y el profesor se coloca en una silla del lado derecho].*

Estudiante 1: *Del lado izquierdo ¿cuántos compañeros hay?*

Estudiantes: [Responden en coro] *Cuatro*

Estudiante 1: *Del lado derecho ¿cuántos estudiantes hay?*

Estudiantes: [Responden en coro] *Uno*

Estudiante 1: *Que alguien me diga ¿cuántos son en total?, juntando a los cuatro y al alumno*

Estudiantes: [Responden en coro] *Cinco.*

Estudiante 1: *Vamos a contarlos [señala a los compañeros] 1, 2, 3, 4 y 5 en total.*

Héctor: *Usted puede aquí rescatar conocimientos previos sobre la resta, por ejemplo si saco a cuatro ¿Qué pasa? O dígales, tú regresa a tu lugar.*

Estudiante 1: *Si en total eran cinco, y ya se fueron dos ¿cuántos hay?*

En el fragmento precedente el Estudiante 1, con ayuda de Héctor, ejemplificó cómo plantear una situación en donde se simula una tarea de composición y descomposición y el mismo formador contribuye a complejizar el planteamiento, primero al incluirse en el grupo de estudiantes –mostrando la composición–, y posteriormente al sugerir utilizar el mismo planteamiento para introducir la resta –descomposición–. En la actividad emplean dos significados de la adición: agregar y seguir contando (Cfr. Bermejo, 2004). Esta simulación da cuenta de un Conocimiento sobre la Enseñanza de la didáctica del profesor de primaria, en la que el formador ejemplifica cómo plantear una situación aditiva a los niños utilizando el proceso que ha sugerido de partir de los conocimientos previos y la contextualización.

En este sentido, Héctor sugirió que las tareas que implementa el docente al enseñar la adición en educación básica deben relacionarse con las habilidades y conocimientos previos de

los estudiantes, como se observó cuando valoró en conjunto con los normalistas la práctica de una profesora dada en un video. En la proyección mostró que la docente le pide a un niño de primaria que cuente, en un dibujo del pizarrón, las monedas que se encuentran dentro de una bolsa y pregunta “¿cuánto dinero hay en mi bolsa?”, luego de la proyección Héctor dijo:

¿Se dieron cuenta que llevó a cabo operaciones mentales? y que de repente la maestra le dice “bueno ¿cómo lo obtuviste, cómo lo sacaste?”, pero lo llevó no solo a la verbalización sino que señaló las monedas, agrupó y lo hizo con los dedos, pero antes de que la maestra le explicara, él ya había hecho ese cálculo. Ese fue un error de la maestra; con tal de buscar la respuesta correcta, los confundimos.

En la evidencia precedente se observa que Héctor espera que la profesora solicite, en la resolución de la actividad, primero la verbalización, que puede interpretarse como el mencionar el resultado obtenido de contar las monedas contenidas en la bolsa, y segundo una explicación sobre cómo se ha calculado. Además, el formador espera que dicha explicación sea concordante con el proceso de aprendizaje del niño, por lo que considera que la maestra del video no tiene en cuenta el nivel cognitivo de su estudiante, ya que le pide que realice agrupación y conteo –considerados como habilidades previas al empleo de la suma y de menor complejidad– cuando el niño había resuelto la situación a través del cálculo mental. Esta valoración que el formador hizo permite inferir un conocimiento sobre la didáctica que espera lleven a cabo los profesores de primaria cuando enseñen la adición, por lo que Héctor insiste en considerar los procesos que los niños realizan así como los conocimientos previos.

Las sugerencias que Héctor da a sus estudiantes sobre cómo enseñar la adición, se relacionan con el planteamiento de situaciones aditivas en las que se consideran los procesos de pensamiento del niño de primaria y el cómo se acerca el contenido, de modo que se infiere un Conocimiento del Contenido y el Estudiante de primaria en el que reconoce los procesos de pensamiento del alumno (Sosa, 2012). De acuerdo con las sugerencias dadas en las clases, se puede inferir un conocimiento del Contenido y la Enseñanza, en particular de la didáctica del profesor de primaria, centrada en el diseño de tareas a partir del tránsito que los niños siguen en el aprendizaje de la suma.

4.2.1.2 Conceptos y situaciones para practicar la suma con los futuros profesores

Durante las clases Héctor seleccionó conceptos asociados con la adición para enseñar su didáctica y los empleó de forma recurrente, entre los cuales utilizó el de cardinalidad, colección y descomposición, numeral y correspondencia. De estos dos últimos no da su significado explícito.

Para definir la cardinalidad, el formador dijo a sus estudiantes “¿Cómo se le denomina a la cantidad de un objeto o de objetos? Cardinalidad o también conjunto, o podría decirse que hasta colección, y hablábamos de ellos a la par y las sutiles diferencias que había”. De acuerdo con su intervención, Héctor se refiere al cardinal numérico que “indica el número de objetos que hay en un conjunto dado” (Bermejo, 2004, p. 29), y muestra ambigüedad en su discurso al sugerir que la cardinalidad es el conjunto de objetos, asemejándose a la definición de conjunto como la agrupación de los objetos. Además señala que tiene relación con otros conceptos que tienen sutiles diferencias, aunque no llega a explicitar tales divergencias.

Otro de los conceptos que Héctor definió es el de colección como “una clasificación... pero son cosas iguales, algo homogéneo, de la misma clase”, por lo que asume las ideas de Vergnaud (1991/2013) y las asocia a la descomposición señalando que “de las colecciones, el niño va a generar nuevas colecciones a partir de la descomposición de esa misma colección para formar otras colecciones u otros números”. Estos conceptos son retomados de la *Guía para el aprendizaje y enseñanza de la aritmética* (Cedillo et al., 2013), pero no se ofrece una definición específica.

Al inicio de su discurso, el formador seguía de forma implícita la propuesta de Vergnaud (1991/2013) cuando hablaba de la composición y descomposición, sin embargo, al referirse a los conjuntos y colecciones (Cfr. Morris, 1999) emplea términos en los que comente imprecisiones; por ejemplo al hablar de descomposición y de cómo se generan nuevas colecciones o números, no especifica si se refiere a la descomposición de una colección o de un número.

Un concepto que Héctor define con mayor precisión es el de “algoritmo” del que proyectó el significado retomado de la Real Academia Española, según dijo, y comentó “el algoritmo nos va a servir para entender que es una serie de pasos y que a nosotros nos va a servir para una situación, específicamente el algoritmo convencional de la suma”. Al hablar del *algoritmo*

convencional de la suma (que es el título empleado en sus proyecciones) no se observa de forma explícita la relación con el concepto dado, ya que Héctor, sin una explicación de los pasos que deben seguir, da a sus alumnos la indicación de que resuelvan operaciones haciendo uso de la base 10.

Además, el formador utilizó los términos de *numeral* y *correspondencia* para referirse a los conocimientos que el niño debe tener previo a la enseñanza de la adición. Respecto a estos conceptos, no ofreció un significado particular, sino que los mencionó dentro de su discurso al explicar imágenes que retomó de la Guía (Cedillo et al., 2013). De acuerdo con las observaciones, Héctor utilizó varios términos como sinónimos, por ejemplo, colecciones y cardinales; además, expresó pocos vínculos entre los términos antes mencionados, al hablar de algoritmo y explicar el algoritmo convencional de la suma.

Respecto a las tareas que Héctor seleccionó para enseñar la suma y su didáctica, al parecer, dio por hecho que sus estudiantes conocen el contenido, por lo que, sin una explicación previa acerca de cómo resolver una suma, solicitó lo siguiente: “pase Marisol para que nos diga cómo lo aprendió en la escuela primaria, acuérdesse que usted va a utilizar el método de llevando²⁰ que ha usado toda la vida”. La explicación precedente se da después de que “recuerdan lo que se dijo del sistema de numeración decimal”, por lo que Héctor no establece un vínculo explícito entre los conjuntos, cardinales, colecciones y otros términos que ha definido previamente con el algoritmo convencional de la suma. Cabe mencionar que el proceso que ofrece para enseñar este contenido no da cuenta de la transición entre los objetos manipulables (con los que se conforman las colecciones), los *pre-algoritmos* y el algoritmo convencional (Cfr. Bermejo, 2004; Vergnaud, 1991/2013).

En el proceso seguido por Héctor para introducir el algoritmo convencional de la adición, se infiere un Conocimiento de los Estudiantes normalistas en el que el formador asume que la adición es un tema que sus alumnos dominan y han usado “toda la vida”. En este sentido Héctor propuso tareas en las que se practican sumas a través del cálculo mental como una actividad con mayor grado de complejidad. Un ejemplo de ello es la actividad que desarrolló en la que los estudiantes mencionan un sumando y Héctor escribe otro debajo de éste, de modo que al final tiene cinco sumandos, como se observa en la Figura 4.7.

²⁰ El formador se refiere al “método de llevando” como el procedimiento para resolver operaciones escritas de suma, con base 10 (Cfr. Vergnaud, p. 144).

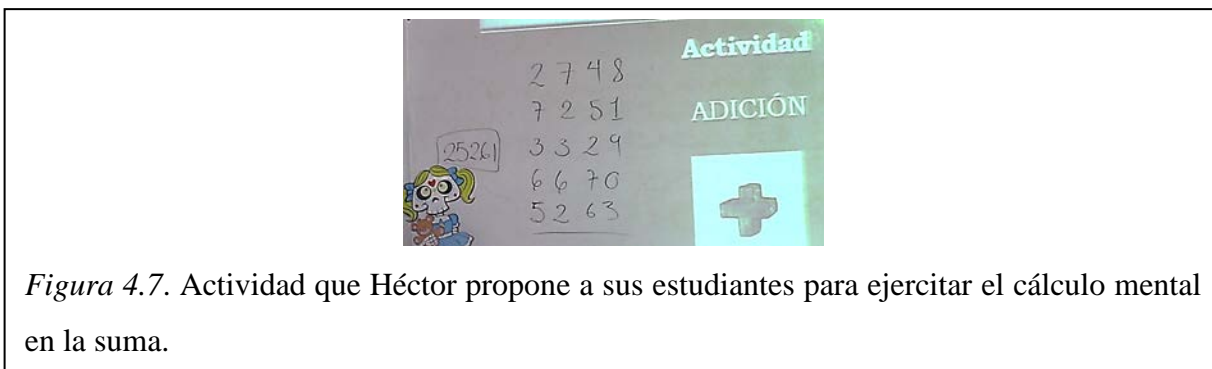


Figura 4.7. Actividad que Héctor propone a sus estudiantes para ejercitar el cálculo mental en la suma.

Luego de escribir las cantidades en el pizarrón, el formador dice a los estudiantes: “rápidamente ¿cuánto es?, utilicen el cálculo mental, y quien sienta que se va a desmayar utilice la calculadora”. Enseguida él escribe el resultado y lo cubre. Al parecer esperaba que los normalistas desarrollaran con facilidad el cálculo sin apoyo de la calculadora o la forma escrita de la adición. No obstante, los estudiantes dieron respuestas equivocadas, por lo que el formador pregunta “¿Quién me puede decir cómo hice yo este cálculo tan rápido?, si es que lo hice...”, pero ninguno de los futuros docentes responde. Finalmente, el formador dice “de tarea busquen cómo le hice”. Héctor omite discutir los fines de actividad y da por hecho que los estudiantes han comprendido cómo obtuvo el resultado. Cabe mencionar que la actividad no fue retomada en las clases observadas.

Héctor supuso que la tarea precedente era adecuada al nivel cognitivo de los futuros profesores, sin embargo sería preciso que discutiera en la sesión por qué los normalistas no descubrieron cómo obtuvo el resultado “rápidamente”, en el que, como pudo observarse (ver Figura 4.7), colocó cantidades que sumado cada dígito con la cantidad anterior diera como resultado nueve. En esta actividad se infiere un conocimiento relacionado al Contenido y el Currículo, ya que más que el algoritmo escrito, el formador pretende ejercitar el cálculo mental, mostrando congruencia con la metodología que propone el programa *Aritmética. Números Naturales* (DGESPE, 2018).

Se observó que Héctor pretende seguir las sugerencias para el curso, tanto en el tipo de actividades como en el uso de conceptos que retoma de la Guía (Cedillo et al., 2013), sin embargo, el uso de los términos y actividades no llegan a ejemplificar lo que sucede en la escuela primaria. Esto puede relacionarse con la formación previa de Héctor, que cuenta con una capacitación inicial como ingeniero y ha participado en un curso para impartir la materia

de *Aritmética. Números Naturales* (DGESPE, 2018). En síntesis puede decirse que Héctor en su desarrollo profesional como formador ha adquirido algunos conocimientos teóricos sobre la enseñanza de la adición, los cuales manifiesta al emplear conceptos relacionados con este algoritmo, y suponer el tipo de actividades que pueden implementar los futuros profesores, sin embargo no cuenta con experticia en educación básica, por lo que se limita a seguir las orientaciones de la guía para el aprendizaje y enseñanza de la aritmética y generar discusiones con sus estudiantes sobre la posible práctica futura.

4.2.1.3 Discusiones sobre la práctica docente como una herramienta reflexiva

En las clases observadas, con frecuencia Héctor planteó discusiones relacionadas con la didáctica de la adición que servían para reflexionar con los estudiantes el quehacer del profesor de primaria sobre tres temas: la centralidad de la actividad docente en el desarrollo del pensamiento matemático del niño, la relevancia de que las tareas para enseñar la adición sean diversas y contextualizadas, y la opinión de los normalistas sobre los contenidos.

Sobre la función del profesor, Héctor espera que la enseñanza que lleven a cabo los futuros docentes promueva una participación activa del niño a través de actividades que favorezcan el pensamiento matemático más que la memorización, por lo que a partir de la participación de uno de los estudiantes que menciona “el tradicionalismo” el formador dijo:

[El tradicionalismo con el que] hemos batallado toda la vida, el derrumbar esos estereotipos de los algoritmos convencionales de una educación tradicionalista, memorística y que el docente sea el centro del universo y todo lo que dice se hace y las únicas formas en las que yo puedo resolver los problemas es eso. No puedo partir del supuesto de que existe el pensamiento matemático; lo que se pretende es desarrollar el pensamiento matemático, no que el alumno aprenda a resolver ecuaciones.

En la evidencia precedente Héctor diferencia la educación tradicionalista de la que espera que sus estudiantes lleven a cabo por la participación del niño en el aula. Lo anterior se relaciona con las ideas de Castro et al. (1995), en particular, la relevancia de dejar al niño “hacer matemáticas”. En este sentido, el formador muestra una concepción sobre la enseñanza que espera que lleven a cabo, en donde el estudiante es el actor principal y la función del docente es promover el desarrollo del pensamiento matemático para resolver distintas

TESIS TESIS TESIS TESIS TESIS

situaciones, incluso con algoritmos no convencionales. En esta línea de destacar la centralidad del estudiante, Héctor menciona que las tareas para mostrar la adición deben ser diversas y *contextualizadas* a fin de lograr los objetivos de aprendizaje, como lo mencionó cuando analizó en su clase el video de otra profesora al enseñar la suma y dijo:

Héctor: ¿Y habrá diversidad de actividades que el maestro [i.e., maestra] pudo haber implementado y a lo mejor no quiso? y a lo mejor sí quiso pero no se dio cuenta del objetivo.

Estudiante: Es lo que comentábamos, el maestro puede cambiar su actividad si ve que no funciona, pero siempre y cuando vea si el grupo lo está entendiendo. Si lo está aprendiendo pero él no lo está manejando, pues tiene que cambiar su estrategia, o sea si el niño comprende por qué lo está haciendo lo va a querer aprender.

Héctor: Entonces ya hablábamos que el maestro debe diversificar sus actividades pero también es muy importante, como lo decía usted, Mario, que si ve que no está funcionando, que si ve que esto no se puede contextualizar, las estrategias debe modificarlas también.

En el fragmento precedente Héctor da cuenta de dos aspectos para valorar si una actividad funciona. El primero es sobre el diversificar actividades de acuerdo con el objetivo, en este caso la enseñanza de la adición. Por lo que se puede inferir un Conocimiento del Contenido y el Currículum en el que el docente reconoce la intención de los programas de estudio y a partir de ello selecciona las actividades. El segundo aspecto que menciona el formador, es la contextualización. Previamente, Héctor refirió las *actividades contextualizadas* como aquellas en las que el niño manipulaba objetos, sin embargo, en el discurso precedente la contextualización surge al parafrasear la intervención del estudiante y alude a cambiar de actividad cuando el niño, o el grupo no comprende el contenido.

De acuerdo con lo precedente, se puede inferir que Héctor habla de contextualización refiriéndose a hacer adecuaciones de acuerdo con los procesos de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes, por ejemplo, emplear material manipulable con los niños para iniciar la enseñanza de la adición y adecuar las estrategias con los objetivos de programa. El formador

retoma la discusión acerca de la contextualización como la pretensión de que la tarea tenga una aplicación próxima, ello se nota cuando explica el *método de llevando*:

El método de lleva[n]do... a muchos no les parece porque infiere que hagas un pensamiento más concreto. No lo contextualizas muchas veces, lo que pretendemos es contextualizar a partir de estos métodos y no utilizar siempre métodos convencionales de llevando. Porque llevando, no se entendería al momento de contextualizar, porque en la vida diaria no se aplica como tal.

En este sentido, el formador coincide con Itzcovich (2008) al considerar que las tareas con que se enseña la adición deben relacionarse con una situación cotidiana. En la evidencia precedente, Héctor espera que el estudiante normalista genere reflexiones y asuma una postura crítica de su práctica frente al contenido de la adición, en específico sobre el *método de llevando*. Estas pretensiones se relacionan con un Conocimiento del Contenido y la Enseñanza que centra las tareas en una participación activa de los estudiantes.

Como parte de una promoción de la participación de los estudiantes normalistas, al finalizar las clases observadas Héctor proyectó una serie de preguntas de la *Guía para el aprendizaje y enseñanza de la aritmética* (Cedillo et al., 2013) que sus alumnos debían responder fuera de clase y comentarlas en la siguiente sesión; por ejemplo, planteo lo siguiente: “¿qué ventajas ofrecen para el aprendizaje de las matemáticas en el primer grado de la escuela primaria las actividades en las cuales los alumnos deben descomponer y componer colecciones de objetos?”. La pregunta surge de una relación con los contenidos que ofrece la Guía y suponen que los normalistas generen argumentos relacionados con el uso de objetos manipulables en la enseñanza de la adición (Bermejo, 2004). Cabe mencionar que las respuestas no llegan a comentarse en la siguiente clase como se había anunciado.

Otro tipo de preguntas planteadas al finalizar las clases son para concluir lo visto en la sesión, por ejemplo cuando el formador dice “¿quién me puede dar una conclusión de todo lo que vimos hoy de la suma?... [o] una opinión positiva de lo que vimos hoy”. Las intervenciones de los estudiantes se asumen de forma abierta, por lo que se relacionan más con una opinión sobre la práctica docente que una evaluación sobre los contenidos vistos en la sesión. Sin embargo las respuestas se mantienen en un nivel discursivo en el que el formador no llega a vincularlas con el objeto matemático, la adición ni con su didáctica. En síntesis, las

discusiones y reflexiones que el formador promueve con los normalistas pretenden ser sugerencias sobre lo que se espera de la práctica futura, sin embargo no surgen de un conocimiento de la enseñanza de las matemáticas, sino de la actividad docente en general de acuerdo con las expectativas de los modelos educativos en función (SEP, 2018).

De acuerdo con las clases observadas, se puede inferir que el Conocimiento Pedagógico de Héctor al enseñar la suma respecto al estudiante, se caracteriza por identificar el tránsito que el niño debe seguir para aprender el algoritmo de la adición, mientras que obvia el contenido en los estudiantes normalistas y les propone actividades más complejas, que requieren un dominio previo de situaciones aditivas. Respecto al Conocimiento de la Enseñanza, Héctor se concentró en hacer sugerencias didácticas de cómo el profesor debe acompañar al niño desde la composición y descomposición de objetos a través de tareas diversas y contextualizadas. Cabe mencionar, que los conceptos son retomados de la guía (Cedillo et al., 2013) que Héctor utilizó para llevar la secuencia de contenidos, supliendo el programa de la materia, aun cuando al inicio del tópico de la adición intenta seguir el currículo oficial de la escuela normal (DGESPE, 2018) al procurar leer con sus estudiantes los propósitos de la unidad.

4.2.2 Concepciones acerca del conocimiento inmerso en la práctica

A partir de las clases observadas, se llevó a cabo una entrevista para indagar las concepciones que Héctor tiene al observar episodios de su práctica sobre los subdominios del Conocimiento Pedagógico. El formador concibe que a partir de su discurso y actividades en el aula, el estudiante normalista reflexiona e infiere los conocimientos respecto a la adición y su didáctica. En este sentido, Héctor menciona que su quehacer se centra en motivar a los estudiantes normalistas, mostrarles la didáctica de la adición, conducirlos a la reflexión y cuestionar los programas educativos, de modo que en su quehacer futuro, los normalistas eviten reproducir los programas y empleen diversidad de métodos para enseñar la suma.

Una primera concepción que Héctor muestra, es la expectativa de que en sus clases los futuros profesores hagan inferencias sobre las exposiciones que él hace como formador y los planteamientos de los programas de estudio, como se muestra en la siguiente evidencia:

Espero que los chicos [se refiere a los estudiantes normalistas]... hagan las inferencias sobre cómo lo llevaríamos a cabo, cómo lo aplicaríamos [el material]. Aquí es una muestra de cómo lo enseñarían [el algoritmo de la adición...] ya cómo ellos lo aplicarían, cómo lo contextualizan, de ahí la pregunta al final de ¿cómo ellos lo aplicarían en el aula? Los planes y programas de estudio no nos lo dicen cómo el alumno [futuro profesor] debe aplicar realmente, el maestro normalista... más allá de que sólo aprendan, infieran y reflexionen sobre la práctica de uno como docente y la práctica de ellos cuando lleguen a trabajar con el grupo.

Héctor espera que los estudiantes hagan suposiciones sobre cómo llevar a la práctica los contenidos aprendidos en la escuela normal. Esto mantiene relación con las observaciones de la clase en las que, por una parte, el formador hizo sugerencias relacionadas con la didáctica y, por otra, se observaron pocas simulaciones o actividades que los futuros profesores podrían realizar en la escuela primaria. El formador considera que son sus estudiantes quienes deben reconocer e interpretar acciones para su quehacer docente a partir de la práctica que él lleva a cabo.

Las inferencias que el formador espera que los normalistas hagan se refieren a dos tipos de conocimiento: primero, sobre aspectos de la enseñanza de la adición en relación con el aprendizaje del estudiante; segundo, sobre un conocimiento en torno al currículum, que Héctor reconoce como algo cambiante en la práctica del futuro docente, privilegiando el currículum real que responde a las necesidades del contexto, sobre el oficial. Esta concepción muestra que para Héctor el normalista, como estudiante, es relevante para elegir las tareas:

Depende mucho el grupo, normalmente hay grupos un poco más pasivos y unos más activos, las actividades en la planeación van en consideración del grupo... me gusta llevarlos a cabo esa confrontación primero cognitiva de plantearles problemas que no los habían concebido nunca y a partir de ellos irnos a actividades, por ejemplo el del dado, el de las sillas y que necesiten moverse ellos y experimentar, y necesito esa parte para captar un poco más la atención y todo el grupo esté enfocado hacia la actividad, más que estar realmente en una clase magistral donde el docente habla y habla, ellos que participen también.

La evidencia anterior muestra que en la selección de una actividad el estudiante juega un papel central. El formador considera las características del grupo y pretende que las actividades sean atractivas y adecuadas al nivel cognitivo de los estudiantes, de tal forma que el estudiante normalista asuma un rol activo y participativo en el “hacer matemáticas” (Arévalo, 2015). Esta consideración es congruente con lo observado durante su práctica de Héctor, ya que las tareas estuvieron orientadas a enseñar los contenidos al estudiante normalista más que ejemplificar cómo mostrarlos al niño de primaria, por lo que se puede inferir que este profesor concibe que en su práctica debe dar prioridad a un conocimiento sobre el estudiante normalista que el de primaria.

La centralidad en los procesos del estudiante, supone una concepción de la enseñanza de la adición en la que el alumno y su motivación son relevantes, tal como señala Héctor al referirse a su papel como formador que imparte la asignatura *Aritmética. Números Naturales*:

La primera [función como formador], y eso se lo digo a los chicos, es quitarle ese miedo a lo que son las matemáticas y que le encuentre utilidad a las matemáticas creo que es la función del docente: estar preparado en matemáticas, conocer lo que piden los planes y programas de estudio; sin embargo, él tiene que contextualizar y decir qué le funciona y qué no le funciona.

De acuerdo con la afirmación anterior, Héctor considera que aun cuando en sus clases ha expresado que la adición es un tópico sencillo para los normalistas, él debe mostrar a los futuros profesores que es un contenido útil para su práctica docente. Además considera que su práctica se enmarca en una preparación respecto al conocimiento de los programas de estudio. A propósito del currículum, durante la entrevista el formador mencionó con frecuencia los planes y programas de estudio, los cuales, como se mostró en fragmentos precedentes, es relevante que el profesor los conozca:

El docente técnico que replica los planes y programas de estudio, para mí no es válido, uno tiene que discernir qué tan importante es cierta información y como lo puede abordar y estar actualizado con lo que se maneja en educación básica.

En la evidencia precedente, el formador sugiere que el profesor debe ser capaz de asumir una postura crítica para determinar “qué le funciona”, dando cuenta de un rechazo del profesor como reproductor de los programas. Esta afirmación muestra contradicciones con las clases

observadas, ya que a pesar de que Héctor rechaza explícitamente al docente técnico, él sigue la secuencia que retoma de la *Guía para el aprendizaje y enseñanza de la aritmética* (Cedillo et al., 2013). Además, en sus clases no hizo alusión al plan de estudios de educación básica, del cual ha dicho que se debe *estar actualizado*. Este seguimiento de la Guía como el programa, se observó también en las clases de Carlos, quien en su secuencia didáctica pidió a los estudiantes que expusieran los contenidos de este material, incluso comentó que mostraría el programa de la materia al utilizar la Guía. En su discurso Héctor tiene una postura clara frente a los programas y la práctica docente en la que el profesor debe ser un crítico y ajustar los contenidos en función de su aula, sin embargo, en sus clases se observa un seguimiento poco crítico del programa, similar al que realizó Carlos.

4.2.3 La reflexión de Héctor

A través de la entrevista se buscó que Héctor hiciera una discusión sobre eventos de su práctica, en particular en torno a las omisiones y los errores en la explicación del *método de llevando*, con la intención de generar incertidumbre sobre los conocimientos inmersos en su práctica y conducirlo a la reflexión (Schön, 1987/2016). En la entrevista, la discusión que hizo Héctor lo condujo a reflexionar tres aspectos de su Conocimiento Pedagógico: sus estudiantes no hacen las inferencias que él espera, en sus explicaciones hizo pocas conexiones entre los conceptos que esperaba explicar asociados con la adición y se dio cuenta que al exponer la resolución de suma con cantidades de tres dígitos hizo una referencia equivocada sobre el valor posicional.

Al observar un episodio de sus clases, Héctor se cuestionó la participación de los normalistas y cómo estos no hacen las inferencias que espera a partir de su exposición:

Me faltó un poco más de dinamismo con los chicos, estaba un poquito más a percibir cómo se llevaba a cabo el procedimiento. Esperaría que estuvieran ellos [normalistas] analizando y haciendo inferencias a partir de lo que yo pretendía mostrar y que esos puentes cognitivos ellos a la par fueran entendiéndolo a la explicación, algunas veces creo que no se llega a comprender del todo sobre la práctica. Algunas veces pretendo detallar o tratar de socializar a la par que se está dando la información para que no parezca tan confuso de darla toda y al final resolver dudas, pero sí creo que me faltó eso: adecuar un poquito más, manejar los principios del conteo, de las agrupaciones y colecciones que ya se habían visto

previamente y solventar esas dudas del “método de llevado” para que así los chicos vayan infiriendo cómo se empieza con los principios de un algoritmo convencional del “método de llevado” y de allí ya partir al método convencional.

En la evidencia precedente, el primer aspecto que a Héctor le genera incertidumbre es la poca participación de los estudiantes. Por lo que su reflexión se relaciona con su conocimiento del Contenido y la Enseñanza, ya que considera que el estudiante es el centro de toda la actividad docente a través de las participaciones y observa que no se ha presentado de esta forma, y comenta que “le faltó un poquito de dinamismo”. Además, como se identificó en las concepciones que Héctor posee sobre el estudiante, señala que “esperaría que estuvieran analizando”, lo que lo lleva a cuestionarse dicha concepción, de modo que en su reflexión se da cuenta que los estudiantes no llegan a “inferir” como él espera y en consecuencia no poseen las comprensiones que él había previsto.

El formador también se cuestiona acerca de conceptos que no estuvieron “conectados” o relacionados en su discurso. Héctor da cuenta de las imprecisiones en su discurso del aula y lo señala como una carencia cuando intentó mostrar la transición de los principios relacionados con la adición y su algoritmo convencional. La reflexión que hace el formador es sobre su Conocimiento del Contenido en relación con el Estudiante y la Enseñanza, si bien, no considera que sus conocimientos sean equivocados, observa que en la clase no se llegan a comprender cómo él los concebía.

Un segundo aspecto que lleva a Héctor a cuestionar su enseñanza de la adición, es al discutir el ejemplo utilizado para explicar el algoritmo convencional de la suma, y reconoce omisiones en su explicación, cuando a partir del episodio observado de su clase se le preguntó “¿Qué pasaría cuando las decenas llegan a ser diez y se pasan a la columna de las centenas, entonces cambia la base?”:

No, sigue aplicándose la base, el método de numeración. Creo que en la sesión sí faltó ahondar un poquito en ello de decirles que no solamente aplica cuando se cumple la condición de unidades, decenas, centenas. El llevando aplica a partir de que se cumple una condición de las decenas y “se lleva”, de las centenas y se cumple. A partir de ello es que se cumple, y bueno, me faltó ahondar un poquito más. Cuando vimos el video lo

entendía, lo identifiqué. Y creo que también me falta ahondar un poquito más en el tema y explicar el “método de llevando” a partir de lo que usted menciona.

En la respuesta anterior, Héctor se cuestiona acerca de cómo ha explicado el “método de llevando”. En este sentido coincide con García (2012) al señalar que era necesario incluir en su explicación el sistema de numeración decimal como parte de un conocimiento necesario para enseñar la adición y para mostrar que las condiciones que él menciona no se dan únicamente en el caso de las unidades. En el fragmento anterior, la incertidumbre se da sobre el Conocimiento de la Enseñanza y conduce a Héctor a reflexionar que lo discutido en la entrevista debió incluirlo en su clase cuando enseñaba la adición y su didáctica.

A propósito del Conocimiento del Contenido y su Enseñanza, Héctor es cuestionado sobre el “método de llevando” que mostró en clase, en donde hizo alusión al valor posicional. En las clases observadas comentó que la cantidad 235 tenía 30 decenas. Para valorar si él se había percatado de que esto era un error, se le plantearon preguntas sobre el valor posicional de ciertos dígitos, y como el formador daba respuestas argumentativas sobre los procesos del niño y el acomodo de los números, la entrevistadora le cuestionó de forma directa:

Entrevistadora: Regresando a la cifra 235 [que también empleó en la clase], ¿podemos decir que tenemos cinco unidades, tres decenas y dos centenas?

Héctor: Ok.

Entrevistadora: Se lo pregunto porque pareciera que algunos de los estudiantes dicen “tenemos 30 decenas”.

Héctor: Yo también escuché por allí que me equivoqué, creo que hice el comentario de 30 decenas, creo que lo cambié, el comentario que hice en esta parte es que cambié la dinámica de preguntarles. Lo estábamos manejando ahí, no recuerdo muy bien qué hice allí pero si me acuerdo que hice un comentario y les cambié la dinámica como lo estábamos manejando y creo que también por allí hubo una mal interpretación que fue obviamente error mío. Lo voy a tener en cuenta.

Es evidente que Héctor conoce el valor posicional, sin embargo al explicarlo en el aula ha generado una confusión que identifica mediante la entrevista. Si bien, no manifiesta la intención de utilizar un método distinto al que denomina “llevando” se da cuenta que hizo una

explicación equivocada, en particular, al valor que adquieren las cantidades según su posición. En este sentido, puede decirse que el formador reflexiona sobre los métodos que ha empleado y en su afirmación final sugiere que debe considerarlo en un futuro, transitando implícitamente por la fase 4 del ciclo de reflexión propuesto por Korthagen (2010), en el que el profesional propone acciones para su práctica futura.

Entre las alternativas para la enseñanza de la adición a los futuros profesores, Héctor comentó que le hubiera gustado emplear otro tipo de recursos, hacer conexiones con los contenidos revisados previamente en la materia y promover más la participación:

Me gustaría más haber utilizado objetos que ellos [normalistas] pudieran haber manipulado, que ellos hubieran creado, que ellos hubieran concebido y que ellos a la par hubieran ido reflexionando y ok, lo estoy aplicando de esta manera ¿cómo podría funcionar?... Me gustaría un poquito más haberlo retomado en esta clase, ya lo habíamos retomado en otras clases, el contextualizar el ciclo, el nivel cognitivo el cual persigue, y a lo mejor las estrategias, el cambiar el dinamismo de cómo serían las preguntas, a lo mejor no tanto abiertas, sino un poquito más dirigidas y que pasaran al pizarrón a resolver dudas, el que los chicos también compartieran, que hicieran dudas a quien está resolviendo los problemas, que hicieran toda una serie de reflexiones a partir de allí y que se cambiara la práctica el docente.

Aunque anteriormente ha comentado su interés por generar reflexión en los estudiantes, asume que no han hecho las inferencias que él espera, incluso comenta preguntas que le habría gustado que sus alumnos se hicieran al acercarse al contenido. Además, reitera el papel activo del estudiante por lo que sugiere que debieron pasar al pizarrón. Llama la atención que concluye mencionando un “cambio en la práctica docente”, que podría relacionarse con su posición de crítico ante los programas de estudio que, según señala, él debe adaptar en su aula. En síntesis, a través de la entrevista el formador propuso ajustes a su Conocimiento Pedagógico para una enseñanza futura de la adición; respecto al estudiante valora las participaciones de los normalistas y las “inferencias” que él esperaba que hicieran, sobre la enseñanza manifiesta que le habría gustado ser más dinámico y sobre el currículum, comenta que debió hacer conexiones con los contenidos revisados en sesiones anteriores.

La reflexión hecha por el formador, lo lleva a cuestionar su práctica y generar conocimiento en torno a ella, además en su discurso aflora dos principios que guiaron su quehacer en las clases observadas: a) la expectativa de un estudiante activo que hace una serie de inferencias sobre los contenidos, y b) el papel del docente como un crítico de los programas de estudio y promotor de la reflexión en sus alumnos. A partir de la entrevista, se observa que el formador se llega a cuestionar cómo ha empleado estos principios, si bien, no considera modificarlos, se da cuenta que ha cometido errores al comentar el valor posicional, y que la didáctica empleada no conduce a los estudiantes a la reflexión e inferencias que él espera hagan sobre la adición y su enseñanza en la escuela primaria. En este sentido, la reflexión fue un insumo para su desarrollo profesional, ya que ante una falta de experticia en la educación básica, el observarse a sí mismo le brindó herramientas para contrastar los conocimientos que concibe debe tener y aquellos que empleó en el aula.

4.3 EL CASO DE JUAN

En el caso de Juan, se observaron dos sesiones de clase que dispuso para tratar el tema de la adición y su didáctica. Con la intención de practicar el algoritmo de la adición en una situación “como se da en la escuela primaria”, en la primera sesión el formador llevó a cabo la actividad *Índice de masa corporal*, en la cual las estudiantes calcularon dicho índice a partir del registro de su peso y estatura, obtuvieron la media aritmética de los resultados del grupo y comentaron algunas tendencias en los datos. En la segunda sesión, a través de la actividad *Los saludos*, Juan pidió a las estudiantes que calcularan y registraran en una tabla el número de saludos que podrían darse diferentes personas. Para Juan, más que estudiar cómo se construye el algoritmo de la adición, pretende que sus alumnos practiquen la suma y otras operaciones básicas, aun cuando las actividades no tienen una relación directa con este algoritmo.

A partir de la práctica observada, se realizó una entrevista a Juan con la intención de que al observar episodios de su práctica reflexionara, principalmente, sobre las imprecisiones dadas en su discurso, así como la relación entre las actividades realizadas y las intenciones del programa de enseñar la adición y su didáctica. A continuación se presentan los resultados y discusiones, primero en torno a las características del Conocimiento Pedagógico de Juan, de acuerdo con lo observado en las dos clases; segundo, sobre las concepciones de dicho

conocimiento expresadas en la entrevista y finalmente, sobre la reflexión que el formador hace sobre su práctica.

4.3.1 Características de los conocimientos inmersos en la práctica de Juan al enseñar la adición

En las clases observadas se identificó que las actividades que empleó Juan se relacionan con el uso de la adición como operación aritmética en la resolución de determinadas situaciones. En dichas actividades, Juan hizo intervenciones que permiten inferir las características de su conocimiento pedagógico en dos temas: comentarios sobre el trabajo docente y recomendaciones orientadas a cómo enseñar la matemática.

4.3.1.1 Comentarios del formador sobre el trabajo docente

A lo largo de las sesiones, Juan hizo comentarios a sus estudiantes que evocaban situaciones en las prácticas de enseñanza sobre tres temas: la relación de respeto que se debe favorecer en el aula durante una actividad, el hacer evaluaciones que incluyan tanto el proceso como el resultado que obtiene el estudiante y considerar los procesos de pensamiento de los niños en la selección de tareas. El formador hizo estos comentarios en el contexto de la enseñanza de la adición, aunque son genéricos para la práctica docente en la escuela primaria. Cabe mencionar que en la práctica de Juan, la adición no es considerada un objeto de estudio, sino un tópico inmerso en las actividades que el formador desarrolló, en las que, al parecer, pretende mostrar una perspectiva general del quehacer docente y no de la enseñanza de la adición.

Juan dijo en sus clases que realizarían las actividades de *Índice de masa corporal* y *Los saludos*, para practicar la adición y que son una muestra de las que se deben implementar en sexto grado de primaria. No obstante, el documento de *Aprendizajes Clave* (SEP, 2017) señala que el algoritmo de la suma se enseña en primer grado, y en los años escolares posteriores el niño debe utilizarlo en la resolución de situaciones matemáticas (véase Tabla 1.1, del Capítulo 1). En específico, el tema de *Índice de masa corporal* no se identifica como un contenido que pertenezca a los ejes de aprendizajes clave para practicar la suma, por lo que se infiere un conocimiento del Contenido y el Currículum que se caracteriza por un *currículum real* en el que el formador implementa actividades para enseñar la suma distintas a las que proponen los

planes de estudio de educación primaria y de escuela normal, y que al parecer son retomadas de su experiencia e intereses personales.

En esta línea realizar una práctica docente relacionada con sus experiencias previas, el formador llevó a cabo la actividad *Índice de masa corporal* que implica procedimientos en los que se incluyen sumas, y en ese contexto hizo sugerencias sobre el quehacer del profesor de primaria en la interacción con el estudiante, en la que espera que las normalistas favorezcan un ambiente de respeto en su práctica futura. Muestra de ello es cuando Juan pidió a las profesoras en formación que registraran su peso y apuntó que “cuando se trabaja con primaria no es bueno que evidenciamos [dar los nombres de los estudiantes que escriben sus datos] a los alumnos”. Por tanto, se observó que una característica de la práctica de Juan es llevar a cabo actividades dando prioridad al hacer comentarios, de forma indistinta a los contenidos señalados en su programa, sobre aspectos que el profesor debe cuidar en las tareas de enseñanza, por lo que posiciona el objeto matemático (la adición) en un papel secundario.

A propósito de los comentarios que se mantienen en un nivel *genérico* sobre la práctica docente, Juan hizo referencia a la evaluación de los aprendizajes cuando se resuelve un problema matemático y señaló que para el profesor es una situación de conflicto el elegir si debe dar mayor valor al resultado en la resolución de problemas o al proceso:

¿A qué le vamos a poner más atención, al resultado o al proceso? Cuando nosotros nos estamos formando en la escuela normal nos dicen que al proceso, pero en la escuela [primaria] cuando llegan los exámenes y evaluaciones externas allí nos piden el resultado, no nos van a decir “tus alumnos están bien en el proceso”, se fijan en el resultado.

Al parecer Juan intenta mostrar las prioridades que debe establecer el profesor de primaria en su práctica, pero no llega a responder a qué debe poner más atención. Aunque el comentario no hace referencia a la suma, el formador lo hace en este contexto dando cuenta de un Conocimiento de la Didáctica del profesor de primaria en el que espera que la futura docente se cuestione ante los problemas aditivos (de los que Juan estaba hablando implícitamente) si debe dar mayor valor a los resultados o los procedimientos con que los niños resuelven las sumas. Al omitir explicitar los procesos matemáticos a los que “deben poner atención”, podría interpretarse que Juan no considera prioritario relacionar el resultado

de los estudiantes con el objeto matemático y su representación. Además, el formador no hizo una demostración sobre cómo decir al niño que el proceso que han empleado es relevante en los problemas aditivos, por lo que su intervención se mantuvo a modo de sugerencia.

Al respecto de comentarios relacionados con la didáctica del profesor, el formador refirió a las futuras profesoras que la selección de tareas, particularmente problemas matemáticos debe atender al nivel cognitivo del estudiante y dijo:

Según el grado en el que estamos trabajando podemos idear las formas de preguntas. En un grado más bajito planteamos preguntas más fáciles. Los problemas matemáticos surgen en base de cómo vemos el grupo, si nos vamos con problemas muy altos y si el grupo no está en condiciones o no tiene el conocimiento previo necesario, no lo van a hacer, nosotros tenemos que ser muy pausados a ver qué conocimientos tienen nuestros alumnos.

En la evidencia anterior, Juan hace alusión a la relevancia de considerar los procesos de pensamiento del estudiante al plantear problemas matemáticos, como una característica de su Conocimiento del Contenido y el Estudiante. Sin embargo, de acuerdo con lo observado en sus clases, el formador empleó las actividades de “Los saludos” e “Índice de masa corporal” que, además de no estar relacionadas directamente con la enseñanza de la adición, dijo que son para sexto grado de escuela primaria. Se identifica una contradicción entre lo comentado a modo de recomendaciones y lo observado en su práctica, ya que las actividades fueron pensadas para niños de educación básica, pero Juan las implementó indistintamente con las estudiantes normalistas. En síntesis, Juan da cuenta de un conocimiento del estudiante, en particular de primaria, que en sus clases no es congruente con el conocimiento del estudiante normalista.

Los comentarios que hizo Juan acerca de la didáctica se relacionan con aspectos generales del quehacer docente y resultan genéricos para las diversas asignaturas. Se puede interpretar que Juan hace estos comentarios a partir de su experiencia como profesor de primaria e intenta mostrar un panorama de la práctica de enseñanza a las futuras profesoras, más que dar cuenta de la didáctica de la adición. Esta situación conduce a cuestionarse si Juan conoce los planteamientos del programa *Aritmética. Números Naturales* (DGESPE, 2018), en el que, como se ha mencionado previamente, se dedica una unidad al tratamiento de la adición como objeto matemático y su didáctica.

4.3.1.2 Recomendaciones para la enseñanza de las matemáticas

Dentro de su práctica, Juan hizo recomendaciones orientadas a las tareas de enseñanza de la matemática en general, más que al tema de la adición. Estas recomendaciones, se refieren al proceso que los niños siguen para aprender contenidos matemáticos, el uso de material didáctico conforme con los contenidos que se estudian, y la dificultad de que el niño aprenda matemáticas sin un contexto.

Sobre los procesos que los estudiantes de primaria suelen llevar a cabo al trabajar el algoritmo de la adición, el formador mencionó que es propio del niño utilizar procedimientos distintos al algoritmo usual tales como el representar la unión de colecciones con objetos manipulables o con dibujos, como el uso de diagramas (por ejemplo, una de las estudiantes resolvió la actividad *Los saludos* con un diagrama, obteniendo la aprobación del formador) como dijo a continuación

Los niños en su proceso de llegada hacia el algoritmo hacen todo tipo de procedimientos, pero hasta que el niño logra tener esa transición hacia el algoritmo convencional es cuando utiliza la matemática formal; pero no cortemos la creatividad, que es darle la oportunidad de que use el procedimiento que quiera.

En la evidencia precedente, Juan no explicita el tipo de procesos que el estudiante de primaria debe seguir para aprender la suma, sin embargo da cuenta de su posición respecto al papel que juega el estudiante en su propio proceso de descubrimiento y el papel del docente como el encargado de velar por tal *transición*. En este sentido, Juan asume las ideas de Kamii (1985a) acerca de la relevancia de dejar al niño “hacer matemáticas” y las relaciona con la recomendación de considerar los procesos del niño en la resolución de problemas aditivos. De manera implícita el formador alude a las estrategias que los niños utilizan para resolver situaciones aditivas, previo al algoritmo convencional (Cfr. Bermejo, 2004) en las que la tarea del profesor de primaria es dejar que el estudiante utilice diversidad de procedimientos (como los diagramas, el conteo, la agrupación, entre otros) teniendo como meta que aprenda el algoritmo convencional de la suma:

El niño debe ponerse a razonar... los maestros estamos obligados a llevar al niño hacia lo convencional, aunque el niño haga cosas que no son convencionales, nosotros debemos

llevarlo hacia lo convencional, si el niño no descubre el algoritmo [de la suma] por sí mismo, nosotros lo tenemos que enseñar.

A partir de las evidencias precedentes, se pueden hacer dos interpretaciones del discurso del formador en torno al grado de responsabilidad que asume el niño en su propio aprendizaje: por una parte, considera que se debe dejar al niño que resuelva las situaciones aditivas con sus propios procedimientos sin “cortarles la creatividad”, como un sujeto autónomo; por otra, cuando “el niño no descubre el algoritmo por sí mismo” el profesor tiene la obligación de conducirlo a lo convencional (algoritmo escrito de la suma), refiriéndose implícitamente a los fines del programa de estudios de primaria y coincidiendo con García (2012) respecto al papel del profesor de conducir al niño de los esquemas gráficos al uso del algoritmo convencional, incluso al cálculo mental

Al parecer, el formador se refiere a dos momentos del aprendizaje de la adición: al inicio se da la oportunidad de que el niño explore situaciones, quizá con objetos manipulables, y a partir de ello, en un segundo momento, el profesor guía la transición al algoritmo convencional de modo que el niño, con apoyo del docente, llegue a transitar por los planos que apunta Vergnaud (1991/2013) para la adquisición del algoritmo de la adición, el de la agrupación de objetos (que realiza mediante descubrimiento), y el plano de las representaciones escritas (que el profesor está obligado a llevar al niño).

A propósito del papel del estudiante y el profesor, en el discurso de Juan se puede inferir un Conocimiento del Contenido y la Enseñanza, en el que intenta explicar cómo el profesor de primaria debe guiar al niño en el aprendizaje de la adición, sin embargo no llega a precisar cómo se debe hacer tal guía desde la fase manipulativa a lo convencional, el tipo de actividades que el profesor debe implementar y cómo el docente determina que debe intervenir (por ejemplo, cuando el niño no descubre el algoritmo de la suma por sí solo).

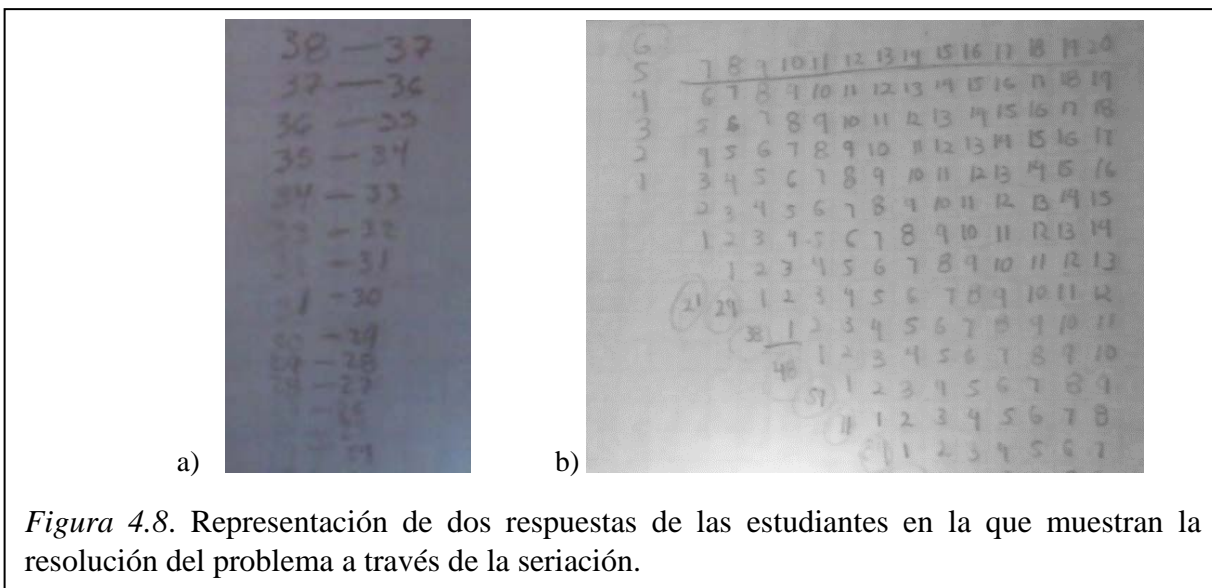
Dentro del conocimiento del Contenido y de la Enseñanza, Juan menciona que cuando las tareas se dan a través de expresiones matemáticas “Los niños suelen tener dificultad con los problemas puramente matemáticos, porque ahí no tienen a veces una posibilidad de tener algo concreto, es más abstracto”. Aunque no puntualiza la dificultad que refiere, por la comparación que hace entre el pensamiento concreto y abstracto se puede inferir que lo relaciona con las representaciones escritas de la suma y da por hecho los planos que menciona

Vergnaud (1991/2013). Cabe señalar que durante las sesiones observadas, este formador no ejemplifica dicha dificultad, tanto en la actividad *Los saludos* como en el *Índice de masa corporal*; la suma no se presenta en una expresión matemática sino a través de una situación en la que se debe agregar y contar, por lo que asume un significado de la adición como una herramienta que permite hacer cálculos que resuelven situaciones planteadas por el profesor. Para Juan, las actividades para enseñar la adición tienen que representar una situación problemática:

Cuando hacemos actividades en educación primaria, deben tener un fin y hacer trabajar los conocimientos que poseen los niños. En este caso estamos movilizandolos algoritmos, para que los niños empiecen a resolver una situación problemática, ahorita vamos a ver qué es lo que nos está pidiendo.

Es notorio que para el formador las actividades deben tener en cuenta el objetivo matemático e involucrar los conocimientos de los niños, dados como procedimientos no formales para la adición. A razón de lo anterior, Juan planteó a las alumnas la actividad que denominó *Los saludos* a partir de la pregunta generadora “¿cuántos saludos pueden darse las muchachas del 1°C que asistieron hoy?”, de modo que tenían que calcular y registrar en una tabla el número de saludos de tal grupo. La actividad propuesta, aunque el formador comenta que sirve para practicar el algoritmo de la suma, fue resuelta a través del conteo.

Mientras que algunas estudiantes acudieron al dibujo para representar el número de saludos al poner el número de sujetos (muchachas) y relacionarlos con flechas (poner el número de flecha, lo cual indica el total de saludos), de modo que les permitió hacer un conteo de los saludos; otras estudiantes resolvieron la actividad “encontrando la clave; al último número le sumo el anterior”, haciendo referencia a una seriación, es decir, $n + (n - 1)$, donde n es número de sujetos, de modo que ellas logran obtener 75 saludos (ver Figura 4.8), $n + (n - 1) = 38 + (38 - 1) = 75$.



Dado que son 38 muchachas que se saludan entre sí, el número de saludos debería ser 703, en otras palabras: $total\ de\ saludos = \frac{n(n-1)}{2} = \frac{38(38-1)}{2} = 703$. Sin embargo, Juan no discute el resultado, tal vez porque está en la idea de dejar que el alumno implemente sus propios procedimientos, concordante con la pregunta que hacía a sus estudiantes al inicio de la sesión: “¿qué es más importante, el resultado o el procedimiento?”

De acuerdo con la respuesta que dieron las estudiantes a la actividad, pudo observarse que aunque *Los saludos* implica una acción de agregar, el resultado no se obtiene únicamente con el algoritmo de la suma, por lo que se pueden practicar otras operaciones, incluso expresiones algebraicas que involucran conocimientos que se aprenden en niveles posteriores a la escuela primaria. Desde esta perspectiva, las actividades propuestas por Juan no privilegian la enseñanza ni la práctica del algoritmo de la adición en la escuela primaria. En síntesis, se infiere que el formador muestra un Conocimiento de la Enseñanza que si bien, pretende plantear una situación de interés a las estudiantes normalistas, dificulta la enseñanza de la adición y su didáctica.

4.3.2 Concepciones acerca del conocimiento inmerso en la práctica

A partir de las observaciones realizadas en clase, se llevó a cabo una entrevista en la que Juan discutió su conocimiento pedagógico cuando enseñó la adición. Entre sus concepciones expresadas en dicha entrevista comentó que el proceso de enseñanza para tratar el tema de la

adición en la escuela normal debe ser similar al que las futuras profesoras realizarán en la escuela primaria y a partir de esta idea ha seleccionado las actividades que utilizó en la clase. Una segunda concepción que menciona es que las tareas para la enseñanza de la suma deben ser atractivas y adecuadas al nivel cognitivo de los estudiantes, lo cual difiere con las actividades que propuso a las estudiantes normalistas. Dichas concepciones son plausibles cuando Juan describe su papel en la enseñanza de la adición a las normalistas:

La intención es acercar lo más sistemáticamente posible a las alumnas a la secuencia que tiene matemáticas... va a iniciarse con la suma y la resta, después la multiplicación y la división, entonces en ese proceso de llevar a las muchachas con lo que van a trabajar en primaria.... La suma no siempre es un algoritmo convencional, sino que parte de procesos informales de los niños y entonces dentro del programa también se analiza la informalidad de los niños que es una secuencia de su aprendizaje matemático.

De acuerdo con el fragmento precedente, se puede inferir una concepción en torno a los Conocimientos del Contenido respecto al Currículum y el Estudiante de Primaria, en la que implícitamente considera que en sus clases debe mostrar tanto la secuencia de los contenidos matemáticos que se estudian en la escuela primaria (de las operaciones de suma a las de división), así como la adquisición que hace el niño desde la informalidad al algoritmo convencional de la suma. Lo anterior es congruente con las intenciones del programa *Aritmética. Números Naturales* (DGESPE, 2018) en el que entre sus pretensiones destaca la enseñanza de la adición a los futuros docentes en cuanto al proceso de construcción que siguen los niños.

Una concepción que Juan destaca sobre el currículum en la afirmación precedente es el observar el programa de la escuela normal como una muestra del plan de estudios de educación primaria. Esta concepción es reiterada cuando la entrevistadora le cuestionó acerca de los criterios con que seleccionó las actividades observadas para enseñar la adición a las futuras profesoras; al respecto, Juan dijo:

Tengo la ventaja ya de trabajar en primaria y trabajar en normal, entonces a veces muchas actividades que yo les pongo aquí también las llevo a la primaria, entonces por decir así las piloteo ya sea en un lado o en otro si son actividades concretas a lo mejor

las piloteo en primaria y luego las traigo a normales y los problemas que surgen en un lado y en otro los comento en ambos lados, les sirve a ambos.

En el discurso precedente se puede inferir que el formador considera que su práctica en el aula de la escuela normal es una extensión de la que realiza en la escuela primaria, ya que emplea las mismas actividades. En este sentido, en la escuela normal Juan no toma en cuenta el nivel cognitivo de las futuras profesoras al seleccionar e implementar una tarea. Además, considera que él debe enseñar “la suma” como objeto matemático a sus estudiantes, ya que tienen dificultades para emplear el algoritmo, por ejemplo al cometer errores en el valor posicional. Tal concepción se observa en el siguiente fragmento:

Cuando se utilizan los algoritmos de la suma y resta [las normalistas] tienen dificultades porque no tienen muy afianzado el valor posicional que es algo muy importante en el sistema decimal de numeración y nosotros [los formadores] nos regresamos a hacer eso, inclusive ejercicios de juego con ellas, para que ellas practiquen el valor posicional y pues los aplicamos en primaria, los mismos y con la intención de afianzar el valor posicional de la cifra.

En este sentido, reitera una concepción de semejanza en la práctica que debe desarrollar en la escuela primaria y en la normal, incluso de cómo debe abordar los contenidos, pues pretende que las futuras profesoras practiquen el “valor posicional” como lo harían los niños. No obstante, se observa un contraste en su discurso, ya que el formador tiene presente que las actividades deben adecuarse a los estudiantes, tal como lo expresó cuando la entrevistadora lo cuestionó acerca de su función como formador y dijo:

Nosotros como maestros tenemos dos finalidades: primero tomar a la alumna [normalista] como una persona adulta y luego ver al niño como una persona infante, como es en su etapa concreta. Entonces a las alumnas se les busca actividades que sean un reto para ellas, no actividades infantiles porque si nosotros les ponemos un problema de suma y resta por ejemplo correspondiente a primero y segundo, las alumnas se les hace aburrido. Entonces, buscamos actividades que incluyan problemas aditivos pero acercarlas al nivel que de razonamiento de un adulto como lo tienen ellas... por lo tanto, buscamos darles una actividad que les llame la atención, que sepan que tiene una finalidad que es el contexto.

ESTESIS ESTESIS ESTESIS ESTESIS ESTESIS

Esto es una contradicción con la mención sobre utilizar las mismas actividades en la escuela normal y en la primaria, ya que en la formación de las futuras profesoras debe buscar actividades de demanda cognitiva alta. En este sentido, Juan se refiere a una concepción de las tareas de enseñanza que deben estar adecuadas al nivel cognitivo de los estudiantes, aunque en las clases observadas no da cuenta de dicha concepción. En síntesis se observa que el formador tiene una idea clara del nivel cognitivo que se espera que tengan las tareas que selecciona para enseñar la adición, no obstante, reconoce que en su práctica en la escuela normal no hace una distinción y emplea actividades similares a las de primaria, incluso espera que las futuras profesoras presenten dificultades similares a las del niño al desarrollar las tareas.

Por su experiencia previa, se puede decir que Juan está más familiarizado con los procesos del estudiante de primaria, y las actividades que conoce sobre el tema de la adición se relacionan con este nivel educativo, permeando así su conocimiento inmerso en la práctica que lleva a cabo en la escuela normal. Además, dicha experiencia lo conduce a asumir en su discurso principios generales sobre la enseñanza de las matemáticas; por ejemplo, la afirmación de adecuar las tareas al nivel cognitivo del estudiante y de que le llamen la atención, por lo que Juan menciona lo siguiente:

Yo partí de saber que México es el que tiene los primeros [lugares], sino el primero, el segundo [lugar] en obesidad a nivel mundial, parte de ello es el interés. Entonces partimos de una situación que les cause interés y que les sirva para algo, porque a la vez están partiendo de su propio conocimiento de prepa.

Para el formador, las tareas con que se enseña la adición deben ser interesantes para las estudiantes en el contexto de una situación social más que en los contenidos del programa de la escuela normal. Así, Juan asume una concepción del currículum que en la secuencia de contenidos privilegia una situación de interés sobre la propuesta temática normada en el programa de la materia. Este criterio para la selección de las tareas y en contraste con las clases observadas, no enfatizó la relevancia de mostrar la didáctica de la adición a las futuras profesoras, por lo que la entrevistadora preguntó: *¿cómo podríamos relacionar esta actividad que usted menciona y el plan de estudios de la escuela normal?:*

Juan: El nuevo modelo [programa de educación primaria] menciona que deben darles educación socioemocional a los niños, en ciencias naturales vemos el plato del buen comer y ahí menciona en la parte introductoria el problema de la comida chatarra y nosotros lo relacionamos con la obesidad... la intención es que impacte con ciencias naturales en cuanto a los hábitos.

Entrevistadora: Usted mencionaba que era necesario hacer preguntas para “aterrizar el contenido” ¿Qué preguntas cree que pudo haber formulado para las chicas [estudiantes normalistas]?

Juan: Por ejemplo ¿cuál es el índice de masa corporal de tus hermanos? ¿Crees que la alimentación que llevas en casa es comida chatarra? ¿La comida que comes en tu casa es nutritiva? Ese tipo de actividades [preguntas a las estudiantes] no se pueden planear, depende de cómo se vea el grupo.

Al cuestionarle a Juan sobre las tareas que utilizó y su relación con el programa, hace alusión al nuevo modelo de educación básica y al referirse a las preguntas que pudo haber hecho, menciona el *Índice de masa corporal* de los hermanos de las estudiantes y la alimentación que reciben éstas, siendo que las normalistas se encuentran internas en la institución (el tipo de normal en que Juan imparte clases es rural), por lo que son datos que no podrían obtener de forma inmediata. Cabe destacar que estas preguntas podrían ser un elemento de reflexión en la clase observada, no obstante Juan las omitió en la implementación de la actividad.

Se puede inferir que al reiterar su experiencia de la escuela primaria el formador da cuenta de una mayor experiencia y familiaridad en este nivel, lo que puede vincularse a una concepción de su quehacer como formador similar al del profesor de primaria. En este sentido, sus concepciones acerca de los conocimientos sobre el estudiante, la enseñanza y el currículum se relacionan con aquellos que posee para llevar a cabo su práctica en educación básica, por lo que el tratamiento que hace de la matemática en la escuela normal da cuenta de pocos elementos de la didácticos y epistemológicos de la suma, como se esperaría en la práctica de un formador de futuros docentes (Jankvist et al., 2016).

4.3.3 La reflexión de Juan

A través de la entrevista, Juan llega a cuestionarse sobre su práctica y generar una reflexión en la que argumenta y justifica lo que ha hecho en el aula de la escuela normal cuando enseñaba la adición. Respecto a las actividades que desarrolló en clase, reconoce que son de educación primaria e intenta justificar su pertinencia para mostrar la didáctica de la adición, además considera que en una práctica futura sería relevante hacer una secuencia más organizada de los contenidos y proponer actividades con mayor participación de sus estudiantes centradas en el “aprender a enseñar [la adición]”.

Un primer cuestionamiento que Juan hace sobre su práctica es con respecto a la gestión de la clase y la concreción de los conceptos que él quería mostrar, por lo que luego de verse a sí mismo en el episodio de su clase preparado para la entrevista, el formador comenta:

Se me hace como que me falta puntualizar más las cosas, como tener una secuencia más práctica de hacer estas cosas y éstas. Como un seguimiento más práctico; con la intención de darles muchas cosas a veces uno va extendiendo el momento. Yo creo que me falta seguir más mi planeación..., ahí mi opinión es que debo tener más presentes las actividades de inicio, desarrollo y cierre, más claras por el tiempo que tengo. Veo que me extiendo y extiendo más del objetivo porque ahí lo vi, estaba diciendo de los problemas y en la siguiente clase repito eso, lo de los problemas. Aspectos que tengo que afianzar, los extiendo... No está muy claro lo que quiero hacer.

En la evidencia precedente, Juan se cuestiona acerca del empleo del tiempo y la extensión que hace en sus comentarios, al grado de expresar que no es claro lo que pretende. En este sentido, su reflexión lo conduce a sugerir que debe dedicar un menor tiempo a las explicaciones que hace y evitar repeticiones. La respuesta de Juan, se relaciona con el subdominio del Conocimiento del Contenido y la Enseñanza, ya que, si bien, no llega a dar cuenta que las actividades empleadas mantienen objetivos distintos a la enseñanza de la adición y su didáctica, la valoración que ha hecho sobre su intervención en el aula cuestiona la pertinencia de sus comentarios y la organización de las actividades, por lo que una discusión posterior podría conducirlo a una reflexión sobre las imprecisiones de estas actividades para el contenido que desea enseñar, a fin de mejorar la propuesta de tareas y centrarlas en la adición y su didáctica.

En esta línea de reconocer posibles mejoras en su práctica, Juan reitera en su discurso el tener una concepción clara y afín al programa de la materia sobre su función de mostrar a las futuras docentes cómo enseñar la adición y, aunque no propone actividades distintas, observa que la participación de sus alumnas podría ser más activa a través de una mejor organización de la clase, ya que menciona:

Nosotros nos aseguramos que sepan y que sepan enseñar. Nosotros en las escuelas formadoras de docentes tenemos la responsabilidad de que ellas se enseñen a enseñar, no solamente el dominio de contenidos, por eso procuramos actividades más prácticas, pero no vienen. Lo que yo modificaría [en la clase] sería el dinamismo, variarla más, la organización de inicio, desarrollo y cierre, y utilizar más material.

De modo implícito y sutil, Juan reconoce su expectativa de que en su clase las actividades estén vinculadas al contenido matemático por lo que refiere “nos aseguramos que sepan y que sepan enseñar”, y aunque al parecer se está cuestionando sobre cómo él ha hecho “prácticas” las actividades para incluir el aspecto matemático y didáctico, las propuestas de modificación las centra nuevamente en la gestión de la clase. Por ende reflexiona principalmente sobre la gestión de las actividades, más que valorar su pertinencia respecto al contenido de la adición.

En síntesis, en las sesiones de clase observadas y la reflexión que hace Juan a través de la entrevista, se pueden identificar dos principios que orientan su quehacer como formador cuando enseña la adición: el primero, sobre la expectativa de que las normalistas reproduzcan lo que él hace en el aula, por lo que realiza actividades que las futuras profesoras pueden imitar en la escuela de primaria y se dirige a ellas de forma similar, por ejemplo al final de las sesiones firmó en sus cuadernos la actividad que realizaron y les entregaba un dulce en compensación por el trabajo. El segundo principio es la adecuación de las actividades al grupo, pretendiendo que sean atractivas y que representen “un reto”, más que pertinentes al contenido matemático. Cabe mencionar que este principio de adecuación, resulta contrastante con su práctica en la que implementó tareas que utiliza en la escuela primaria, por ejemplo respecto a la sesión en que desarrolló la actividad *Índice de masa corporal* dijo: “Inclusive esta clase ya la hice en primaria y fue lo mismo, usaron los algoritmos como pudieron”, explicando que la tarea fue implementada de forma semejante en los dos niveles educativos en que labora.

4.4 EL CASO DE LUIS

En el caso de Luis se observó una clase para el tratamiento de la adición, para lo cual se apoyó con números naturales y fracciones. A partir de la clase observada, se diseñó una entrevista en la que se plantearon a Luis cuestionamientos sobre un episodio seleccionado previamente con la intención de generarle incertidumbre acerca de su conocimiento inmerso en la enseñanza de la adición que llevó a cabo, principalmente sobre el Conocimiento del Contenido y la Enseñanza. Como parte de su reflexión, el formador argumenta su intención de que las estudiantes ejerciten el algoritmo de la adición, por lo que da prioridad a la elaboración de ejercicios donde se emplea la suma como una habilidad, más que a la enseñanza de la didáctica.

4.4.1 Características de los conocimientos inmersos en la práctica de Luis al enseñar la adición

En la sesión de clase observada se puede inferir un Conocimiento Pedagógico del formador que privilegia el subdominio del Contenido y la Enseñanza de la adición mediante la selección de ejemplos en los que las futuras docentes ejercitaron la resolución de operaciones de suma, como se muestra a continuación.

Para introducir el contenido, el formador comentó que empezarían con una “simple y sencilla suma de seis dígitos” y a partir de una proyección en el pizarrón pidió a sus estudiantes que obtuvieran el resultado. Aunque se puede inferir en la expresión dada por Luis la expectativa de que las estudiantes no tengan dificultad para realizar la tarea, una estudiante cuestiona (ver Figura 4.9):

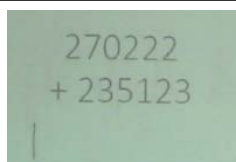

$$\begin{array}{r} 270222 \\ + 235123 \\ \hline \end{array}$$

Figura 4.9. Proyección de la suma con la que Luis inicia la clase.

Estudiante: *Profe, ¿éstos [señala el pizarrón] se recorren para acá, los de arriba se recorren?*

Luis: *Nada más es acomodarlo para que lo vea [se dirige a la computadora y ordena los sumandos]. En cuanto vayan terminando me avisan.*

La pregunta que plantea la estudiante se puede interpretar con dos intenciones; a) como un planteamiento para clarificar si el orden de los dígitos, de acuerdo con su valor posicional, que conforman los sumandos tiene alguna relevancia o b) para evidenciar que la suma que ha escrito el profesor tiene un error en el acomodo de los sumandos. La respuesta que Luis da asume la segunda intención, ya que no ofrece explicaciones acerca de la relevancia de colocar los dígitos en orden. En caso de asumir la primera intención, la pregunta podría ser una oportunidad para dar cuenta del conocimiento relacionado al Contenido y el Estudiante de primaria, donde el formador tiene la oportunidad de explicar algunos de los errores que los niños suelen cometer en el uso del algoritmo convencional de la suma, por ejemplo el acomodar los dígitos de forma incorrecta considerando su valor posicional (García, 2012).

Al respecto de la suma dada a las estudiantes, Luis parte del principio de que la operación que ha dado es “sencilla”, por lo que obvia explicaciones acerca del porqué las normalistas pueden realizar tales sumas con facilidad en contraste con los procesos que llevaría a cabo el niño de primaria. Con una intención de desglosar los procedimientos, solicita a las estudiantes que mencionen el resultado y tracen lo que hicieron para resolver la suma (ver Figura 4.8) como se observa en el siguiente fragmento:

Luis: Explíqueme desde ahí cómo le hizo.

Estudiante 2: Primero empecé a sumar por la parte derecha, 2 más 3, son 5 y ahí anote el resultado, 2 más 2, 4, 2 más 1, 3, 0 más 5, 5, 7 más 3, 10, se pone el cero se pasa el uno para arriba y luego lo sumo también, 1 más 2, 3 más otros dos que tengo 5.

Luis: Ok. Acuérdense que estamos manejando la viborita de izquierda a derecha. Ahorita solo fue uno donde pasamos un decimal al siguiente dígito, les voy a pasar otra [comienza a dictar] es 55,13, 63 más 51,31, 23 que viene siendo esta misma [señala el resultado de la operación del pizarrón]. Me avisan cuando ya esté [resuelta].

La respuesta de la estudiante sobre la resolución de la suma, da por hecho procesos que suceden en el algoritmo de la adición que no son explicitados, por ejemplo el papel del sistema decimal cuando comenta “se pasa el uno para arriba y luego lo sumo también”. Si bien, las normalistas conocen la forma operativa de este planteamiento, podría no ser claro para el niño

de primaria el por qué se hace este “pase” de los números, ya que es un error común que se comete en la transición de los problemas verbales al algoritmo convencional (Bermejo, 2004). Por su parte, Luis interviene al comentario de la alumna señalando que están siguiendo “la viborita”; aunque sirve para complementar que han “pasado un decimal”, no especifica en qué consiste.

En la evidencia anterior se utilizan términos más de tipo coloquial que matemáticos y Luis omite advertir las propiedades de la suma, su relación con el conteo, el sistema decimal, etc., por lo que implícitamente difiere de las ideas de Jankvist et al. (2016), quienes señalan que este tipo de explicaciones son las que diferencian la enseñanza que lleva a cabo el formador a la del profesor de primaria. En otras palabras, su Conocimiento del Contenido y la Enseñanza se concentra en la práctica de la adición como una habilidad, más que como un objeto de estudio para el quehacer de las futuras docentes.

En las intervenciones precedentes, se puede observar que el conocimiento de Luis relacionado al Contenido y el Estudiante, hace alusión más al alumno de la escuela normal, que al de primaria, ya que no ofrece explicaciones sobre conocimientos previos, valor posicional, transición del plano de los objetos al algoritmo convencional (Vergnaud, 1991/2013), entre otras, que son necesarias al enseñar el algoritmo de la adición a los niños (Castro et al., 1995). En este sentido, se requiere explicar a las normalistas los procesos que el niño sigue para resolver una suma como la que él les ha planteado.

El propósito de practicar la suma fue recurrente en la práctica de Luis añadiendo mayor complejidad para las normalistas, por lo que planteó operaciones de suma cambiando los números enteros por fracciones, omitiendo nuevamente explicaciones epistemológicas acerca de los números que utilizó y las operaciones de suma en general, como se muestra en el siguiente fragmento en el que pidió a sus estudiantes que resolvieran la suma $\frac{3}{4} + \frac{5}{7}$ y preguntó *¿cómo lo hicieron?*:

Estudiante: [Explica desde su lugar] *Se multiplica 4x7, entonces se pone una línea y abajo se pone 28, y luego 3x7 es 27, luego el signo de más. Se multiplica cruzado, entonces 5 x 4, se pone a un lado del más. Ya después el signo de igual que es 41, rayita y el 28 se pasa igual.*

Luis: Muy bien. Así de fácil, se hace cruzado. Acuérdense que se hace la multiplicación cruzada y luego sacamos el común denominador que se hace multiplicando los dos de abajo.

Es notorio que Luis difiere de las propuestas del programa *Aritmética. Números Naturales* (DGESPE, 2018), en el que la suma se enseña con números naturales en los primeros grados de educación básica, y desarrolla sumas de fracciones que es un contenido correspondiente a una asignatura de semestres posteriores en el programa de formación de profesores (Cfr. SEP, 2018). Este contraste entre la práctica que Luis lleva a cabo en su enseñanza de la adición y las pretensiones del programa, reitera su propósito de favorecer la práctica de operaciones de suma que sean de interés para las estudiantes, más que mostrar cómo enseñar la adición en la escuela primaria. Tal finalidad se relaciona con su experiencia previa, ya que Luis ha impartido clases de matemáticas en el nivel medio superior, donde los programas, a diferencia de la escuela normal, tienen la finalidad de discutir el objeto matemático y no la didáctica.

A propósito del énfasis en la práctica del algoritmo de la adición más que en mostrar cómo enseñarlo en la escuela primaria, Luis se concentra en solicitar los resultados obtenidos y no hace correcciones sobre el uso de los términos. Dicha omisión se observó en el fragmento anterior cuando las estudiantes, al explicar el procedimiento que han seguido para resolver la suma de fracciones, utilizan términos informales y coloquiales; para referirse al numerador le llaman “el de arriba”, el denominador “el de abajo”, y para describir el procedimiento comentan “debe multiplicarse cruzado”. Dado que Luis no hace correcciones sobre los conceptos, pareciera que pretende exponer un lenguaje para la enseñanza de la suma de fracciones en educación básica con la finalidad de que las futuras docentes identifiquen estos términos. Sin embargo, se esperaría que en la formación de profesores se empleara un lenguaje matemático a fin de mostrar el significado del objeto estudiado (Cfr. Jankvist et al., 2016).

En énfasis en la práctica de la suma y la obtención de resultados fue reiterado a lo largo de la sesión, ya que Luis continuó dictando sumas de fracciones que aumentaban su complejidad; añadió enteros, decimales y finalmente pidió que “simplificaran la fracción” resultante buscando el común denominador, que en distintos casos se representaba mejor a través de números naturales, por ejemplo al “simplificar” la fracción $12/73$. Lo anterior muestra que el interés principal de Juan no es la enseñanza de la adición para los primeros grados de

educación básica. En general, la práctica del formador permite inferir que su Conocimiento Pedagógico no se relaciona con el estudiante de primaria, ya que en ningún momento de la sesión se hizo alusión a este tipo de alumno ni se generaron discusiones sobre cómo enseñar la adición en el nivel básico.

A propósito del conocimiento que se puede inferir del subdominio del Contenido y la Enseñanza, Luis omite explicaciones sobre cómo enseñar el contenido, además de emplear términos coloquiales que no corresponden a un conocimiento formal de la matemática. Mientras que en relación con el subdominio del Contenido y el Currículum, el formador llevó una secuencia distinta al currículum oficial y se alejó de las intenciones plasmadas en el programa al enfatizar la importancia de que las estudiantes practiquen la suma, más que mostrar la didáctica para su enseñanza.

4.4.2 Concepciones acerca del conocimiento inmerso en la práctica

A partir de la clase observada, se diseñó una entrevista con la intención de que Luis reflexionara y explicitara sus concepciones sobre su conocimiento del estudiante, la enseñanza y el currículo. En el discurso del formador destacan tres concepciones principales relacionadas con estos conocimientos: la primera, sobre el programa que observa como incompleto para la formación de los normalistas, la segunda de su función como un formador que debe mostrar estrategias de enseñanza y a su vez adecuar los contenidos para practicar con las estudiantes el algoritmo de la adición, y la tercera, acerca de mostrar contenidos apropiados al nivel cognitivo de los estudiantes, que sean atractivos y capten su atención.

En cuanto al currículum Luis considera que la propuesta del programa *Aritmética. Números Naturales* (DGESPE, 2018), no es suficiente para enseñar la adición a las futuras docentes, por lo que la entrevistadora intentó cuestionarle por qué realizó ajustes a los contenidos al emplear sumas de fracciones en una materia centrada en los números naturales, y Luis dijo:

El programa es muy raro, es muy corto. Ahorita tendrían que estar viendo álgebra y trigonometría. La nueva reforma, a mi ver, no está bien. Te quitan informática, ya no les enseñan a hacer computación... Se me hace tan raro, tan corto, tan mocho... que hice este trabajo, por eso fracciones.

TESIS TESIS TESIS TESIS TESIS

Luis, a través de su práctica, tuvo la intención de completar el programa que considera insuficiente. Su respuesta es contrastante con el plan de estudios, ya que en la escuela normal no se cursa el álgebra ni la trigonometría, sino los contenidos de educación primaria y su didáctica, como es el caso de la aritmética, particularmente la adición (DGESPE, 2018). En este sentido, se puede decir que Luis tiene un desconocimiento del currículum de la licenciatura en educación primaria y se apoya en sus creencias; tanto de los fines que privilegian el mostrar el contenido matemático en conjunto con su didáctica, así como de la secuencia de temas, ya que la suma de fracciones y su didáctica es un tópico que en la formación de profesores se estudia en segundo semestre (SEP, 2018).

En la evidencia precedente el formador hizo una valoración del currículum a partir de sus creencias sobre lo que debe enseñarse de matemáticas en educación superior y su experiencia previa, a propósito de la cual, anteriormente él ha impartido la materia de *Informática* que en el presente plan de estudios se excluye. En este sentido, la concepción de Luis sobre un currículum incompleto se vincula más a sus creencias y experiencia en la escuela normal, por ende el uso de fracciones en su clase se puede atribuir más a un desconocimiento del programa y la didáctica de las matemáticas, en la que la adición en la escuela normal no es una habilidad que se espera desarrollar en los futuros profesores, sino sus formas de enseñanza.

Aunque en el discurso precedente Luis intenta justificar que ha utilizado las fracciones para complementar el tema de la adición de acuerdo con lo que propone su programa de materia, la concepción de su práctica en general pone en evidencia que ha hecho esta adaptación para que las estudiantes normalistas practiquen la suma, ya que al cuestionarlo sobre su función menciona que debe enseñar principalmente aritmética:

Luis: Yo creo que la finalidad [de enseñar la suma en este nivel educativo] es poder impartir, instruir y a la vez enseñar, porque hay quienes en este nivel no saben, le puedo decir que hay niñas [refiriéndose a las normalistas] que no saben hacerlo, tanto hacer las sumas, las adiciones, como saber interpretarlas y a la vez explicarlas.

Entrevistadora: Menciona que espera que [las estudiantes] hagan “interpretaciones” [de las adiciones] ¿Qué tipo de interpretaciones cree que pudieran hacer respecto a la suma?

TESIS TESIS TESIS TESIS TESIS

Luis: *Yo creo que muy sencillo. Ellas se van a lo fácil “son sumas” pero no, obviamente la respuesta es la variante de ejercicios y técnicas que pueden utilizar para hacer la adición, en este caso técnicas de enseñar.*

La evidencia anterior muestra que Luis reconoce en su discurso que la didáctica o las “técnicas de enseñanza” deben estar presentes en su clase, sin embargo da prioridad al “hacer sumas” y la enseñanza se convierte en una interpretación que espera que las estudiantes lleven a cabo. En este sentido, se puede inferir que concibe que su Conocimiento del Contenido y la Enseñanza se orienta a mostrar tareas a las futuras profesoras en las que ellas ejerciten la suma. Esta concepción es reiterada cuando la entrevistadora le cuestionó acerca de la intención de la materia que enseña y el formador respondió:

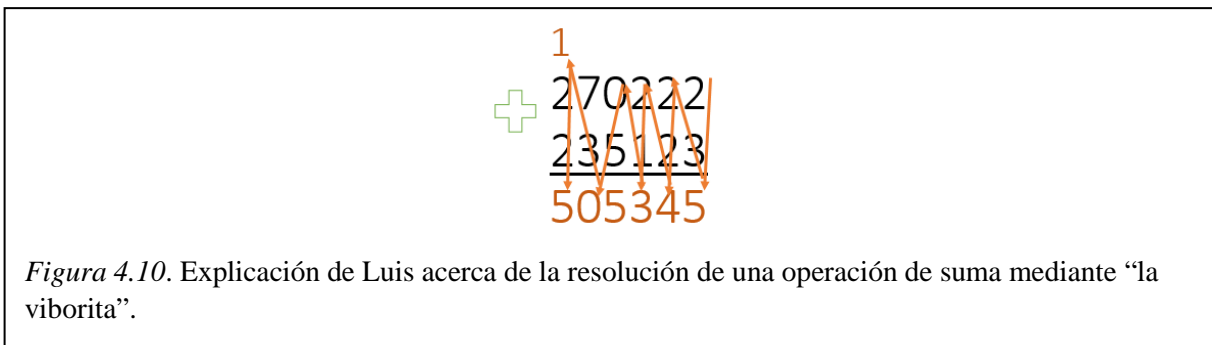
En este caso es la enseñanza de la aritmética, lo que tenemos aquí es las estrategias de enseñanza, las formas de trabajo con las niñas [estudiantes normalistas] las cuales ellas puedan llevar una mejor manera de impartir ellas en su campo de trabajo, cuando ya les toque.

Luis reitera su concepción de que en la materia que imparte debe enseñar principalmente aritmética y que a partir de estas experiencias de resolución de sumas, las estudiantes normalistas puedan interpretar su enseñanza. Tal concepción de Luis es reafirmada cuando señala las características que tuvo en cuenta para el diseño de la clase y comenta que consideró las dificultades de las estudiantes:

Yo, la primera vez [refiriéndose a la preparación de la clase] batallé por las conversiones, para enseñarles el mínimo común. Metí lo de fracciones porque ellas me lo pidieron, porque sumar 5 más 2, pues todos lo pueden sumar ¿si me explico? Pero sumar fracciones no es tan fácil, entonces cuando yo hablé con ellas me dijeron “pónganos fracciones”, ¡ah, bueno! Yo no tengo ningún inconveniente, sólo que yo no les voy a decir cómo hagan las cosas, vamos a trabajar como hemos trabajado normalmente. Pero al principio es analizar donde están las debilidades de ellas, donde batallan, donde se atorán. Cuáles son sus fortalezas...

Al parecer, Luis pretende que la tarea sea adecuada a los procesos de pensamiento de los estudiantes, con ello añade un argumento al porqué ha incluido el tema de las fracciones en la enseñanza de la adición con números naturales. Se puede inferir que respecto a su Conocimiento

del Contenido y el Estudiante, considera que la suma es un t3pico *sencillo* para las normalistas, por lo que 3l debe mostrarlo m3s complejo, adem3s da relevancia a la participaci3n de las alumnas en las sugerencias sobre su propio proceso de aprendizaje. Luis ha referido que las actividades deben estar adecuadas al nivel cognitivo y a3ade que deben ser atractivas. En este sentido, Luis comenta al preguntarle sobre el procedimiento de “la viborita” (ver Figura 4.10):



Entrevistadora: La viborita ¿cu3ndo se aplica y cu3ndo no?

Luis: La suma de fracciones es muy diferente, no es lo mismo que un n3mero entero, a menos que tengamos convertido esas fracciones convertidas a decimal all3 podemos trabajar eso. Yo les dec3a la viborita porque es lo m3s coloquialmente conocido, t3 le dices a un ni3o “v3ngase vamos a trabajar el m3todo de la viborita” el chiste es captar la atenci3n del ni3o... La viborita ya les llama la atenci3n un poco, ese es el centro de porqu3 le llamo la viborita.

Entrevistadora: Pudiera explicarme m3s ¿qu3 significa esto de la viborita?

Luis: La viborita es de aqu3 [dibuja con su dedo las flechas que se observan en la Figura 4.10.] para abajo, subes, es el primer n3mero con el de abajo y luego subes arriba y abajo [desliza su dedo en la pantalla] haces la suma, subes, haces la suma, subes, llevamos una, subes y ya estamos aqu3. Ese es como podr3as explicarlo.

Es notorio que “la viborita” hace referencia al algoritmo de la suma, donde se inicia de derecha a izquierda para hacer agrupaciones e ir sumando los d3gitos de acuerdo con su valor posicional. El formador explica que ha utilizado un medio con el que intenta representar el orden en el que se resuelven las sumas de n3meros naturales, no se refiere a un m3todo, sino a

una expresión que puede atraer el interés del niño, por lo que de forma implícita reconoce que en la enseñanza de la adición es relevante que el estudiante se encuentre interesado por el contenido. Además, da por hecho que sus estudiantes comprenden el significado de “la viborita”, ya que en clase no ofreció explicaciones relacionadas a este concepto, ni especificó que en el caso de las fracciones no se puede utilizar, como lo comenta en la entrevista.

Además de despertar el interés del niño, el formador identifica que las tareas deben adecuarse a los procesos de pensamiento de los estudiantes, por lo que cuando la entrevistadora le cuestionó acerca de por qué dictó algunas cantidades y otras las escribió en el pizarrón, el formador argumentó:

Luis: En ocasiones hay que hacerlos procesar un poquito, que le piense un poquito qué cantidad es. Si se las das por escrito el niño lo va a copiar, va a copiar figuritas que parecen números. Si tú le vas dictando, el niño tiene que ir aprendiendo. Todo va a depender del grado, no le vas a poner esto [refiriéndose a la suma de seis dígitos que escribió al inicio de la sesión] a un niño de primer año.

Entrevistadora: Entonces a un niño de primer año ¿qué le podría poner?

Luis: Yo le pondría cantidades como ésta [señala nuevamente la suma de seis dígitos] y te las resuelve. Un niño que interpreta bien las adiciones te va a resolver así sean de veinte. Un niño de primero no asimila millones, trillones, no sabe cuánto es. Pero hay que ver qué le vas a dar a cada quien.

Si bien, en su discurso el formador reconoce que el estudiante y sus procesos de pensamiento se relacionan con el tipo de tareas que puede resolver, muestra contradicciones al mencionar que hay operaciones que no pueden ser sugeridas al niño de primero de primaria y posteriormente menciona lo contrario. Luis está de acuerdo con algunas consideraciones sociales, por ejemplo, que las tareas deben ser más complejas para niños de mayor edad, aunque no llega a precisar cómo diferenciarlas.

De modo que en los fragmentos precedentes se pudo observar que Luis posee concepciones muy generales acerca del conocimiento necesario para enseñar la adición, por ejemplo no llega a discutir la construcción del algoritmo en el niño, ni las estrategias docentes que se deben emplear para ello. Esto puede estar relacionado con una concepción general que

el formador ha esbozado acerca del tema de la adición, ya que al parecer lo considera como un tema *sencillo* para ser enseñado en la escuela normal, incluso en la educación primaria.

4.4.3 La reflexión de Luis

En la entrevista, Luis discute su práctica en la que enseñó la suma y llega a cuestionarse sobre lo que ha desarrollado en la clase, por ejemplo sobre el valor que da al resultado que obtienen las estudiantes más que los procedimientos que han seguido. No obstante, las incertidumbres (Schön, 1987/2016) que llega a tener el formador sobre su quehacer profesional son poco plausibles, debido a que continuamente pretende justificar su quehacer argumentando que hay razones externas que interfieren en su práctica. Luis reconoce que el observarse a sí mismo y cuestionarse es una experiencia novedosa para él, como se nota al preguntarle sobre la impresión que le da lo que ve en el video:

No pues, no tengo sorpresa. Me conozco y tengo muchos años dando clases, ni somos los mejores ni somos los peores. Nunca me había escuchado, te lo juro que nunca me había escuchado. Se me hizo bien escucharme.

De acuerdo con el fragmento anterior, Luis inicialmente comenta que está familiarizado con lo que ha visto, no obstante identifica que es la primera vez que se escucha y pareciera que intenta convencer a la entrevistadora de que el observarse a sí mismo mientras enseña la adición es suficiente que, incluso, se le hizo “bien”. Para profundizar sobre esta impresión de observarse a sí mismo, la entrevistadora insiste:

Entrevistadora: Y su clase ¿qué le pareció?

Luis: Déjame te digo que la estoy viendo y en cuanto a las muchachas participativas, en cuanto a la metodóloga yo creo que ya no pude hacer más porque ya lo habíamos visto. Ahí tal vez como ya habíamos tomado ese tema, ya no me enfoque a las técnicas, me enfoque al sacado de los resultados, a lo que yo percibo.

La observación que hace Luis sobre el episodio de su práctica se relaciona a la interacción con las estudiantes, considerando que fue un aspecto que emerge sólo en este fragmento de la entrevista. Llama la atención que enseguida hace una valoración de su metodología y justifica mencionando “no pude hacer más”, por lo que se infiere que Luis identifica que podría

modificar el proceso que ha seguido, aunque considere que fue la mejor forma de llevar la clase. Finalmente, llega a darse cuenta que aunque en la entrevista él ha hablado de la relevancia de enseñar la didáctica, se ha enfocado en los resultados que obtuvieron sus estudiantes. Esta reflexión, da cuenta de que el formador se ha percatado que su práctica se enfocó en la resolución de operaciones.

En este sentido, a lo largo de la entrevista, Luis retoma como aspecto de mejora de su práctica el mostrar no solo las operaciones, sino la didáctica de la adición:

Entrevistadora: Y en el caso del niño, entiendo que ésta es una clase en la que usted mencionaba que les muestra a ellas cómo enseñar...

Luis: [Interrumpe] Empezamos, fue lo que faltó en ese momento regresarme un poquito a lo que hicimos allá, empezar con dos más dos, ahora esto es a qué grado voy a enfocarme, ellas a qué grado van a enfocarse: 1°, 2°, 3°, 4°, 5°, 6°, si me explico. Porque cuando lleguen ellas van a hacer lo mismo. Si llegan a 4° ellas ya van con un supuesto de conocimientos es como cuando llegan conmigo, yo ya traigo un supuesto de conocimiento que traen ellas.

Luis reconoce que le ha hecho falta establecer conexiones con los contenidos revisados previamente, así como con las sugerencias de los grados en que pueden implementar las operaciones que él ha utilizado, por lo que se puede inferir que el formador considera como una alternativa de su práctica el mostrar la enseñanza de la didáctica de la adición. Además, en la evidencia precedente reitera que, aunque ha dicho que cualquiera puede sumar dos más dos, debió retomarlo en la clase. Finalmente, se cuestionó al formador acerca de las similitudes y diferencias en su práctica futura a partir de la entrevista, y dijo:

Sí cambia porque ya tengo un antecedente, habría más práctica de enseñanza. La explicación ya se las habría dado. Similares sería la materia, los mismos ejercicios con diferentes técnicas. Obviamente utilizando otras técnicas de enseñanza pero el enfoque es el mismo.

De acuerdo con las respuestas dadas por Luis, pareciera que se rehúsa a cuestionar su práctica y prefiere dar argumentos que intentan justificar lo que se ha hecho, aunque se cometan contradicciones. No obstante, llega a reconocer que sus estudiantes han hecho una

práctica de la adición en la que él se ha concentrado en solicitar los resultados y por ello logra reflexionar sobre la relevancia de incluir técnicas de enseñanza. Cabe mencionar que los argumentos con que intenta justificar su práctica se vinculan principalmente con dos aspectos: su experiencia previa en educación media superior y su formación inicial. En síntesis, la reflexión del formador lo condujo a reconocer que su práctica posee carencias en su Conocimiento Pedagógico (i.e. el énfasis en la resolución de problemas y no en mostrar la didáctica), lo que podría contribuir a su futuro desarrollo profesional como formador.

A partir del discurso de Luis en la entrevista, afloran dos principios que orientan su práctica: la concepción de su función como el encargado de enseñar aritmética a las estudiantes y algunas técnicas de enseñanza, y la relevancia de utilizar tareas que sean complejas para los estudiantes. La reflexión que ha explicitado Luis lo conduce a argumentar su práctica, y aunque no llega a considerar que sus principios deban ser diferentes, observa que éstos no se han seguido en la clase como esperaría.

4.5 CONVERGENCIAS ENTRE LOS CASOS

Los resultados muestran que cada caso presenta particularidades respecto a las dimensiones del Conocimiento Pedagógico que los formadores emplearon al enseñar la adición y la reflexión que hicieron sobre él mismo, sin embargo se observaron también similitudes que se muestran a continuación, principalmente, en el conocimiento sobre el estudiante, las estrategias de enseñanza que utilizaron los formadores y el conocimiento sobre el currículum.

Una característica particular del Conocimiento Pedagógico de Manuel es la presencia del estudiante de primaria en sus clases, ya que a través de las sugerencias sobre la práctica futura alude de manera frecuente a este alumno y señala los conocimientos previos que requieren para aprender la suma. De modo semejante Juan hizo reiterados comentarios en sus actividades acerca de cómo “el niño debe ponerse a razonar...” y los conocimientos previos que éste requiere para tal contenido matemático, los cuales las futuras profesoras deben considerar en su práctica futura. Tales consideraciones se vinculan con su formación inicial de Manuel y Juan, ya que ambos son Licenciados en educación primaria (ver Tabla 3.1, Capítulo 3) y han enseñado la adición en este nivel educativo.

De forma concordante, Manuel y Juan poseen un discurso similar sobre el papel que desempeña el estudiante de primaria y el profesor en el aprendizaje de la suma, ya que al hablar sobre el algoritmo convencional, Manuel expresa que “el niño no lo descubre solo”, por su parte, Juan discute en el salón de clases “si el niño no descubre el algoritmo [de la suma] por sí mismo, [o] nosotros lo tenemos que enseñar”. Para estos formadores es el docente quien conduce al niño al algoritmo convencional, y determina el momento oportuno para ello. En contraste, Héctor y Carlos, aunque hicieron comentarios sobre los procesos que el niño sigue para aprender la adición, no profundizaron en ello y enfatizaron su intención de mostrar la didáctica, tal vez por una falta de experticia en el nivel de educación primaria.

Las estrategias empleadas para enseñar la adición y su didáctica fueron significativamente diferentes entre los participantes, y se vinculan con la concepción sobre su papel como formadores que implícitamente mostraron en sus clases y reafirmaron en la entrevista. Manuel empleó tareas en las que sus estudiantes practican el algoritmo de la suma y en las que él muestra la didáctica de este contenido matemático, siendo congruente con su intención manifiesta en la entrevista: “que [la estudiante normalista] conozca las distintas estrategias que la lleve a enseñar el conocimiento matemático en escuela primaria...”, por lo que además, propuso distintas actividades con un énfasis lúdico, que podrían replicar en la escuela primaria. Héctor realizó una práctica similar, en la que extrajo actividades y ejemplos de la *Guía para el aprendizaje y enseñanza de la aritmética* (Cedillo et al., 2013) e hizo sugerencias para la práctica futura, en particular, sobre la didáctica y los procesos del niño. Llama la atención que en el caso de Héctor, estas sugerencias tuvieron, con frecuencia, un corte más técnico que da cuenta de una falta de experiencia en educación primaria.

Por su parte, Juan realizó actividades ajenas a la enseñanza de la adición, en las que hizo una práctica del algoritmo de la suma, como él mismo lo expresa, y omitió hablar del significado y representaciones de la adición, que es la intención en el programa de la materia. Además, su trato a las estudiantes normalistas similar al niño de primaria permite inferir que él pretende que sus alumnas resuelvan situaciones de suma, más que enseñarles la didáctica; por ejemplo, al referir las dificultades que podrían presentar en su clase explicó “lo que yo veo, es que las alumnas igual confunden números naturales con números decimales” enfatizando que él debe adecuar los problemas y considerar tales dificultades.

TESIS TESIS TESIS TESIS TESIS

Luis, por su parte, también pretendía enseñar matemáticas, ya que como lo expresa en la entrevista: “muchas [haciendo referencia a sus estudiantes] no saben hacer sumas”. Y refiere a contenidos de trigonometría y álgebra que se asemejan a los que se imparten un Nivel Medio Superior, en el que previamente él ha impartido clases. En este sentido, las tareas que implementó descuidan el mostrar la didáctica que deben aprender las normalistas en su práctica futura.

Una concordancia respecto al Conocimiento del Contenido y la Enseñanza, es que Manuel, Héctor y Juan ofrecieron consejos (entendidos como las sugerencias sobre la acción del docente de primaria ante determinadas situaciones).

Al respecto del currículum, todos los formadores emplearon una secuencia de actividades distinta a la propuesta en el programa *Aritmética. Números Naturales* (DGESPE, 2018). Manuel y Juan retomaron los contenidos del “Taller para maestros”, según comentaron en la entrevista, aunque en las clases Manuel utilizó actividades y ejemplos del libro *Lo que cuentan las cuentas de sumar y restar* (Fuenlabrada et al., 1995). Luis comentó que él contaba con un repositorio de operaciones de donde extrajo los ejercicios vistos en clases. Por su parte, Héctor y Carlos sustituyeron el programa de la materia por la *Guía para el aprendizaje y enseñanza de la aritmética* (Cedillo et al., 2013) al mostrar ejercicios y utilizar los conceptos y secuencia de actividades propuestas en este recurso. Por tanto, la secuencia de actividades y los ejercicios dados en las clases observadas ponen en evidencia que los formadores coinciden en dar prioridad a un currículum real, extraído de sus experiencias previas sobre el currículum oficial.

La práctica de los formadores dio cuenta del uso de los dominios del Conocimiento Pedagógico de modo distinto en cada caso y que se vinculan con su formación previa. En palabras de D’Amore y Fandiño (2017), Manuel y Héctor se presentan como expertos en didáctica de las matemáticas, ya que dan cuenta de una *buena* preparación disciplinar y experiencia en cursos de formación de docentes de primaria, de modo que les permite poner en juego estos conocimientos para atender a una proyección de las necesidades que podrían presentar las futuras docentes en su aula. Por su parte, Juan utilizó su conocimiento pedagógico como un profesor de primaria, quien cuenta con un perfil ajeno a las matemáticas y su didáctica, pero posee experiencia plurianual como docente, por lo que “ante las

TESIS TESIS TESIS TESIS TESIS

solicitudes de los estudiantes-docentes tienen siempre una respuesta pronta, pero casi nunca sustentada científicamente” (p. 52) y, ante las dudas matemáticas, un conocimiento insuficiente.

Finalmente, los conocimientos que Luis mostró en la enseñanza de la adición lo posicionan como experto en matemática que ofrece cursos a futuros docentes, por lo que, como apuntan D’Amore y Fandiño (2017), “normalmente este tipo de docente no tiene la mínima idea de la existencia de una disciplina bien estructurada que se llama ddm [Didáctica de las matemáticas]” (p. 53). En suma, las características de los conocimientos de estos profesores son el resultado de su formación previa, creencias de qué se debe enseñar de la adición y cómo se debe enseñar, su experiencia como profesores en las escuelas normales y el acercamiento que han tenido con la didáctica de la matemática, específicamente, con la enseñanza de la adición.

Sobre la reflexión dada en las entrevistas, los cuatro formadores al observar su propia práctica hicieron objeto de discusión la participación de las estudiantes normalistas en sus clases, al grado de considerarlo el principal aspecto de mejora en una enseñanza futura de la adición. Respecto al conocimiento discutido en la entrevista, cabe mencionar que sólo Manuel ofreció argumentos que involucraron la matemática al justificar sus actividades y valorar la transición que hizo de una fase manipulativa a una simbólica. Por su parte, Juan y Luis ofrecieron discusiones menos profundas sobre la adición y sus representaciones, ya que en el intento de argumentar su práctica mostraban contradicciones; por ejemplo, al referir que las actividades en la escuela normal deben adaptarse a los niveles de pensamiento de los futuros profesores y no del niño y el cómo éste se acerca al algoritmo de la adición.

A propósito de las explicaciones dadas del algoritmo de la suma, Héctor reconoce que ha cometido errores relacionados con el valor posicional, el sistema de numeración decimal y las conexiones entre conceptos revisados previamente en sus clases. Puede decirse que de los cuatro formadores, Héctor es el que llega a establecer con mayor claridad propuestas para una enseñanza de la adición futura.

Las pocas coincidencias entre los casos ponen en evidencia la complejidad de establecer un perfil único del formador que enseña la adición a los futuros docentes, sin embargo es posible identificar conocimientos deseables, tales como los saberes sobre los procesos de

aprendizaje de los niños y la didáctica necesaria para mostrar la adición. Estos conocimientos fueron discutidos, con distintos énfasis, por los cuatro formadores, mostrando que su práctica y los conocimientos inmersos en ella son un objeto de discusión cuando les es suministrada una entrevista con fines de reflexión y mejoras de su práctica en torno a la enseñanza de la adición en escuelas normales y en educación básica.



Capítulo 5.

CONCLUSIONES

En este capítulo se muestran las conclusiones obtenidas del presente estudio. Inicialmente se discute el alcance de los objetivos de la investigación, comenzando por las características del Conocimiento Pedagógico del formador, sus concepciones acerca de dicho conocimiento y la reflexión que hicieron los participantes. Posteriormente, se ponen en manifiesto las limitantes de este estudio en relación con la obtención de los datos. Finalmente, se describen las implicaciones que derivan de este trabajo para la práctica de los formadores y para futuras líneas de investigación.

5.1 CARACTERÍSTICAS DEL CONOCIMIENTO PEDAGÓGICO DE LOS FORMADORES.

De acuerdo con el análisis de la práctica de los cuatro formadores, se observó que todos los participantes cuando enseñaron el tema de la adición muestran e implementan un Conocimiento Pedagógico con características particulares en los subdominios propuestos por Ball et al. (2008) en relación con su labor de formar futuros docentes, de modo que su conocimiento se vincula con su función de enseñar el contenido matemático en conjunto con la didáctica de dicho contenido.

Sobre el Conocimiento del Contenido y el Estudiante, Manuel, Juan y Héctor mostraron como una característica particular el referir al niño de primaria en la selección y desarrollo de actividades para enseñar la adición en la escuela normal. Por ejemplo, Manuel diseñó las tareas en función de los procesos del niño que se acerca por primera vez al algoritmo convencional de la suma y consideró los conocimientos previos como el conteo, la composición y descomposición. Mientras que Juan hizo recomendaciones para enseñar al niño la adición, de acuerdo con los procesos que este alumno utiliza para adquirir el algoritmo convencional. En contraste, los procesos del estudiante normalista son poco referidos, incluso pareciera que los formadores saben poco de los procesos de pensamiento de sus estudiantes al aprender la didáctica de la adición; en las entrevistas omiten explicitar cómo esperan que los futuros docentes aprendan la adición y sus didáctica, cómo realizarían las adecuaciones que comentan al nivel cognitivo de sus estudiantes (en particular Manuel y Juan), entre otras explicaciones que refieran los procesos de aprendizaje de los normalistas.

TESIS TESIS TESIS TESIS TESIS

Respecto al Conocimiento del Contenido y la Enseñanza, la investigación encontró que hay dos actividades esenciales en la práctica de los formadores: a) el planteamiento de una actividad en la que los futuros profesores se posicionan en el papel de niños y reflexionan sobre los procesos del estudiante de primaria, como lo hizo Manuel, Héctor y Juan; b) múltiples recomendaciones y sugerencias del formador sobre la enseñanza de la adición y la práctica docente en general, por ejemplo sobre los errores que los niños llegan a cometer en el aprendizaje de la suma y las correcciones que el docente debe realizar (e.g. Manuel), sobre cómo plantear un problema aditivo (e.g. Manuel, Héctor y, con menor énfasis, Juan). En relación con el inciso *b*, se tuvo un resultado concordante con Aguayo (2004) al observar que con frecuencia la enseñanza de la adición que los formadores llevaron a cabo, se queda en consejos o recomendaciones sobre lo que debe hacerse en torno a la enseñanza de la adición, pero no se muestran ejemplos a los estudiantes de la escuela normal.

En este sentido, el conocimiento de los formadores sobre la enseñanza de la adición no se enmarca en un modelo didáctico que determine estrategias docentes para mostrar la suma a los profesores en formación y al niño de primaria. Manuel es el único que explicita un fundamento teórico al hacer alusión a la transición que sigue el niño, semejante a las propuestas de Vergnaud (1991/2013) y Bruner (como se citó en Font, 2003), mientras que los demás formadores concentran su actividad en el seguimiento de ciertos tópicos enlistados en el programa o en la Guía (Cedillo et al., 2013), en hacer sugerencias técnicas de las estrategias o en practicar sumas, como lo hizo Luis. En síntesis, el Conocimiento Pedagógico que poseen los formadores sobre el Contenido y la Enseñanza se caracteriza por un escases de fundamentos teóricos explícitos en su práctica, de modo que tienen pocas herramientas para comparar una metodología sobre otra y determinar los ejemplos que deben utilizarse en función de cómo se esperaría enseñar la adición (Cfr. Ball et al., 2008).

Por su parte, el Conocimiento del Contenido y el Currículum, en todos los casos mostró discrepancias con el programa de *Aritmética. Números Naturales*, ya sea en la secuencia de tópicos, en las metodologías de enseñanza, así como en los recursos de apoyo. En los casos de Manuel, Juan y Luis, se observó que las tareas empleadas en la clase para enseñar la adición y su didáctica las obtuvieron de su experiencia previa como profesores, mientras que Héctor y Carlos sustituyeron la secuencia del programa por los contenidos de la Guía para el aprendizaje y enseñanza de la aritmética (Cedillo et al., 2013). Las intenciones manifiestas en

el programa, se mostraron con distinto énfasis en la práctica de los formadores, ya que mientras Manuel enfatizaba la didáctica, Luis destacó la práctica del algoritmo. Por lo que se concluye que el programa constituyó un recurso de apoyo para los formadores, más que una pauta para la enseñanza de la adición y su didáctica en la escuela normal.

Es notorio que la experiencia previa de los participantes como docentes y su formación inicial tienen un papel relevante en los subdominios de su Conocimiento Pedagógico cuando enseñan la adición; Manuel, quien ha sido profesor de primaria, habla de representaciones de lo gráfico a lo simbólico y emplea actividades adecuadas para los niños, mientras que Luis practica sumas con distinto grado de complejidad, quizá como lo haría al desarrollar ejercicios de álgebra en una clase de bachillerato. Esta situación es palpable también en el caso de Héctor, quien a pesar de los significativos esfuerzos por mostrar la didáctica de la adición, hace referencias escasas sobre los procesos de pensamiento del niño y reproduce actividades de la Guía, de modo que da cuenta de una falta de experticia enseñando la adición en la escuela primaria, lo cual se vincula con su formación como ingeniero.

En síntesis, se observó que los subdominios del MKT, propuestos por Ball et al. (2008), constituyeron un insumo relevante para analizar la reflexión de los formadores, empero, al utilizar el modelo fue necesario retomar subcategorías de otros estudios (e.g. Climent et al., 2013; Sosa, 2012) y elaborar algunas propias, a fin de vincular el conocimiento del contenido matemático y didáctico con el estudiante, la enseñanza y el currículum. Por tanto, se reconoce que en el caso de los formadores es necesario considerar subcategorías como el Conocimiento del Estudiante de primaria y el estudiante normalista, el Conocimiento de la Enseñanza de la didáctica del profesor de primaria y el Currículum real que surge de la experiencia del formador en otros niveles educativos.

5.2 CONCEPCIONES DE LOS FORMADORES ACERCA DE SU CONOCIMIENTO PEDAGÓGICO

A través de las entrevistas, los formadores expusieron sus concepciones generales en torno a los conocimientos inmersos en la enseñanza de la adición que llevaron a cabo. Se observó que estas concepciones partían de principios generales y consensos sociales asumidos implícitamente en su práctica.

Respecto al estudiante, los formadores consideran que debe ser un sujeto activo y participativo en su propio proceso de aprendizaje, como lo explicitó Manuel, y que es capaz de

inferir los conocimientos de la práctica del formador, según comentó Héctor. Por lo que Manuel, Héctor y Juan están de acuerdo en que un criterio particular para seleccionar las tareas con que se enseña la adición a los niños es que éstas sean atractivas y estén adecuadas al nivel cognitivo de los estudiantes. Aunque los formadores no llegan a cuestionar la pertinencia de utilizar actividades adecuadas al estudiante y su propio proceso de aprendizaje, es una concepción contrastante con su práctica en la escuela normal, en la que las tareas, particularmente cuando pretenden simular lo que sucede en la escuela primaria, no son adecuadas al nivel cognitivo de los normalistas y probablemente les resulten poco atractivas.

Las actividades que emplearon los formadores permitieron inferir una concepción del Conocimiento del Contenido y la Enseñanza, en la que consideran que su práctica es un modelo para los profesores en formación, por lo que procuran hacer sugerencias en torno a la gestión de la clase, sin destacar la relevancia de que las actividades sean pertinentes al objeto matemático que se pretende enseñar, de modo que solo Manuel expresó que las tareas deben estar vinculadas al contenido de la adición, que fueran “potentes” en el sentido matemático. Esto se relaciona con la concepción que poseen respecto a la enseñanza de la adición; solo Manuel considera la suma como un objeto de estudio al que piensa debió dedicar más tiempo en sus clases, en contraste con Luis, quien concibe el tema más como una habilidad que se emplea ante ciertas operaciones o situaciones cotidianas. Por ende, un reconocimiento de la adición como un tópico que debe estudiarse en su construcción y representaciones deriva en una clase de formación docente con mayores discusiones y estrategias didácticas para la práctica futura de los normalistas.

Sobre el Conocimiento del Contenido y la Enseñanza, pareciera que los formadores tienen clara su función de mostrar la didáctica, aunque sin abordar con profundidad el objeto matemático, es decir (en el caso de Juan y Luis) omitiendo explicaciones sobre los principios y representaciones del algoritmo de la suma, que es una de las características de la enseñanza que se espera lleven a cabo éstos actores, de acuerdo con lo que apuntan Jankvist et al. (2016), incluso cometiendo errores en sus explicaciones, por ejemplo sobre el valor posicional, y al omitir los distintos significados de la suma (unitario y binario). Llama la atención que los formadores plantearon definiciones distintas de la adición relacionadas con los materiales que emplearon, incluso Juan y Luis no ofrecen una definición explícita de este algoritmo.

Las concepciones respecto al Conocimiento del Currículum se observaron en general como un documento de apoyo que requiere precisiones y adaptaciones en la práctica del formador. Héctor explicitó que su función es conocer los programas y estar actualizado en ellos, a la vez que se percibe a sí mismo como un crítico de los mismos, por su parte, para Luis el currículum está incompleto, por lo que él pretende mejorarlo a través de ejercitar con sus estudiantes sumas de fracciones y no sólo de números naturales. Estas creencias sobre el currículum conducen a los formadores a concebir el programa de la materia como un documento limitado y ajeno a su quehacer en la escuela normal, por lo que prefieren retomar su experiencia, principalmente, para orientar su práctica.

5.3 REFLEXIÓN DE LOS FORMADORES

Respecto al primer objetivo de esta investigación “Explorar la reflexión que el formador hace sobre su Conocimiento Pedagógico inmerso en la enseñanza de la adición”, los datos y los resultados obtenidos permiten concluir que a través de la reflexión los formadores hicieron discusiones acerca del Conocimiento Pedagógico tácito en su quehacer, aunque en las respuestas dadas a las preguntas planteadas en la entrevista, los formadores no llegan a cuestionarse sobre la validez o legitimidad de dichos conocimientos, sino sobre cómo los utilizaron en los episodios observados en contraste con las concepciones que poseían de cómo debían usarse.

De este modo, se observó que Héctor concibe que sus estudiantes deben hacer inferencias de la enseñanza que él lleva cabo y a través de la entrevista se dio cuenta que no se ha dado la reflexión esperada en los estudiantes, de forma similar Juan se cuestiona sobre sus explicaciones y llega a observar que en ocasiones no se entiende lo que pretende mostrar. Cabe mencionar que un tema que pusieron en cuestión con menor énfasis es la adición como objeto matemático, lo cual se relaciona con una concepción previa sobre la suma como una habilidad y no como objeto de estudio.

A partir de dicha reflexión, los formadores hicieron sugerencias para la práctica futura principalmente sobre aspectos relacionados con la gestión de la clase, como la participación de los estudiantes, el uso del tiempo y el empleo de recursos, de tal forma que sus sugerencias para una enseñanza futura de la adición estuvieron centradas en aspectos del Conocimiento del

Contenido y la Enseñanza al referir, principalmente, elementos de la práctica docente en general con un menor vínculo al contenido.

En la reflexión hecha por los formadores, afloraron también los principios que orientan su práctica, lo que lleva a concluir que la entrevista centrada en retomar la práctica para observar la acción pasada (Flores, 2007) conduce no sólo a cuestionar la acción y el conocimiento inmerso en ella para comprender lo que se ha hecho y mejorarlo (Schön, 1987/2016), sino a explicitar y posiblemente reafirmar criterios que orientan el quehacer de estos formadores y que ellos pretenden sean un modelo para sus futuras estudiantes. Estos principios son un insumo para comprender la enseñanza que se lleva a cabo en las normales, y sirven de preámbulo para las capacitaciones que se ofrecen a los formadores orientadas a una docencia reflexiva. Entre estos principios, los participantes mostraron que otorgan un peso significativo a su función como modelos de docentes para los normalistas, la visualización de la práctica futura de sus estudiantes y su propia experiencia previa para reconocer cómo deben llevar a cabo las tareas de enseñanza de la adición.

5.4 LIMITANTES DE ESTA INVESTIGACIÓN

En el desarrollo de esta investigación se tuvieron distintas limitantes relacionadas con la toma de datos, las cuales algunas se trataron de eliminar. Al programar las observaciones de clase, una limitante fue el cambio en los planes de estudio con la renovación de las escuelas normales (SEP, 2018). Este ajuste modificó los contenidos del programa en el que se revisaba el tópico de la adición, alterando la temporalidad en que se desarrolló dicho contenido en las escuelas normales, de modo que la toma de datos se postergó hasta que los profesores mostraran en sus clases la Unidad III de *Aritmética. Números Naturales*. Un segundo factor que modificó las programaciones de las clases fueron los distintos eventos que las escuelas normales llevan a cabo en los meses de octubre y noviembre, por ejemplo, en el caso de Héctor la tercera sesión se observó con una diferencia de tres semanas respecto a la segunda.

En el transcurso de las observaciones, los profesores enseñaron el contenido en los mismos periodos y horarios, incluso Juan y Manuel impartieron clases simultáneas en distintos grupos, por ende fue necesario solicitar la ayuda de otro observador y hacer uso de dos cámaras de video.

TESIS TESIS TESIS TESIS TESIS

Aunque los formadores mostraron disposición para colaborar en la investigación, dos de los participantes no fueron considerados para todo el proceso de toma de datos. El primero se trata de una formadora que luego de programar la sesión de observación, la canceló en seis ocasiones argumentando actividades de la institución y situaciones personales, hasta concluir el semestre en que se impartía la materia. El segundo formador, Carlos, desarrolló la clase en un contexto construido para este estudio ya que solicitó un aula distinta a aquella en la que desarrolla sus clases de forma ordinaria, organizó a los alumnos para que tuvieran una adecuada presentación en el video e incluso explícito a los estudiantes que la clase estaba preparada para ser analizada en un proyecto de investigación. Debido a lo precedente, el participante realizó pocas intervenciones y al parecer generó un ambiente distinto a aquel en el que desarrolla sus clases de forma cotidiana, en consecuencia, no fue considerado en las entrevistas.

Respecto al instrumento diseñado para la entrevista, se realizaron cuestionamientos con la intención de generar incertidumbre sobre la propia práctica de los formadores en términos de Schön (1987/2016), y se observó que las preguntas provocaron una reflexión con la que los formadores valoraron cómo emplearon sus conocimientos al enseñar la adición haciendo propuestas para su acción futura. Sin embargo, una limitante en el desarrollo de la entrevista es que las preguntas no promovían la reconstrucción de los conocimientos inmersos en la práctica, ya que para ello serían necesario preguntas más incisivas en las que los formadores además de reconocer sus errores, omisiones e impresiones, los afrontaran mediante demostraciones. Cabe mencionar que este tipo de cuestionamientos demandarían una entrevista más extensa en la que los formadores brindaran un mayor espacio de su tiempo.

5.5 IMPLICACIONES DE LA PRESENTE INVESTIGACIÓN

El análisis de los datos recabados y los resultados obtenidos en la investigación aquí reportada sugieren implicaciones sobre cuatro aspectos: a) los conocimientos necesarios en la práctica del formador para enseñar la adición en la escuela normal, b) implicaciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de la suma en la escuela normal, c) las propuestas curriculares para la formación de profesores, y d) investigaciones futuras a partir de este proyecto.

Los datos analizados mostraron que una característica que debe observarse en el perfil de quien enseña matemáticas en la escuela normal, es que cuente con conocimientos sobre la

construcción del algoritmo de la adición, sus representaciones y cómo el niño de primaria se acerca a dicho contenido, de modo que el formador lleve a cabo una práctica como experto (D'Amore & Fandiño, 2017). Además, resulta relevante la experiencia previa enseñando la adición y laborando en la formación de futuros docentes.

En el aprendizaje y enseñanza de la suma se observó que Manuel, Héctor y Juan asumen algunas de las ideas de Vergnaud (1991/2013) y tienen claridad sobre la relevancia de hacer una transición desde una fase manipulativa en la que se agrupan y desagrupan objetos, hasta una fase simbólica en la que se utiliza la representación escrita del algoritmo de la adición. No obstante, ninguno llega a expresar con precisión cómo realizar dicha transición. La concepción sobre la suma como una habilidad y no un objeto de estudio, tiene implicaciones en las explicaciones de los formadores, por ejemplo Juan y Luis, no llegan a dar definiciones sobre la suma, sus elementos, incluso utilizan un lenguaje coloquial alusivo a la acción de añadir, más que un lenguaje matemático en el que se incluyan las distintas acepciones de la suma. Es evidente que en la escuela normal, por ser educación superior, se espera que las estudiantes posean conocimientos en torno al algoritmo de la adición, por ello es necesario enfatizar el tratamiento de este tema desde sus representaciones y el cómo enseñarlas en la primaria.

Respecto al currículum, este estudio pone en evidencia que el programa de *Aritmética. Números Naturales* (DGESPE, 2018), fue utilizado por los formadores como un apoyo para enseñar la adición en la escuela normal y no como una guía para su práctica. Por ello, sería necesario hacer propuestas curriculares que tengan tres características principales: a) brindar a los profesores una secuencia temática específica y adecuada a los fines de mostrar la matemática a los futuros docentes, b) describir una metodología pertinente a los contenidos y acompañada de una capacitación previa a todos los formadores, c) establecer objetivos centrados en el aprendizaje de la didáctica y el estudio de los objetos matemáticos, en este caso la adición. Cabe mencionar que por la diversidad de perfiles de quienes forman a los docentes, la propuesta curricular requiere incluir una capacitación del formador en la comprensión y reflexión del programa.

La investigación aquí presentada podría enriquecerse a partir de un acercamiento a los datos desde distintas perspectivas metodológicas, por ejemplo la investigación-acción o la etnografía. Un acercamiento desde la primera, permitiría al investigador, luego de la reflexión

que el formador realiza con el entrevistador, regresar a la observación de las clases cuando se enseña de nuevo la adición en la escuela normal, a fin de reconocer las modificaciones que el formador lleva a cabo en su práctica como producto de la reflexión realizada en la entrevista. Por otra parte, un acercamiento etnográfico ofrece una mayor profundidad sobre la enseñanza de la aritmética en la escuela normal, siendo así que se comprende también el contexto en el que se desarrolla el contenido de la adición dentro de los programas de formación de docentes.

El estudio desarrollado se enmarca en un tema poco tratado respecto a valorar la práctica que el formador lleva a cabo cuando enseña matemáticas, por lo que a partir de este trabajo se reconocen tres posibles líneas de investigación para desarrollar en el futuro. La primera relacionada con las implicaciones de la reflexión del formador sobre su práctica futura, ya que por cuestiones de los tiempos destinados a esta investigación no se tuvo oportunidad de regresar a observar la enseñanza de la adición posterior a la reflexión dada en las entrevistas. Un segundo tema de investigación es sobre los criterios que orientan la práctica de los formadores y que han aflorado en su reflexión, para ello podrían emplearse modelos de análisis que permitan identificar cómo estos criterios tienen implicaciones en el quehacer de estos actores para llevar a cabo una didáctica idónea y con ello precisar orientaciones para los perfiles de quienes enseñan matemáticas en las escuelas formadoras.

Una tercera línea es respecto a la reflexión que el formador puede generar al hacer objeto de discusión los conocimientos que futuros docentes utilizan cuando enseñan la adición y relacionarlos con aquellos que esperaba que aprendieran en la escuela normal. De modo que desde un análisis comparado se lleve a cabo una evaluación de la enseñanza de la adición que los estudiantes de los participantes realizan y además se dé respuesta a las preguntas ¿Cómo el formador transmite su Conocimiento Pedagógico a los futuros docentes? ¿Cómo los normalistas emplean el Conocimiento Pedagógico aprendido en el aula de la escuela normal?

Investigaciones como la aquí presentada y las propuestas líneas de investigación, contribuyen al estudio de las prácticas de los formadores, ya que aportan evidencia empírica de la relación entre la práctica de éstos actores educativos y el ámbito profesional de los normalistas cuando enseñan matemáticas. De este modo se hacen aportaciones para fortalecer la formación en didáctica de las matemáticas, que es aún un tema por explorar.

REFERENCIAS

- Aguayo, L. (2004). El “saber didáctico” en las escuelas normales. Un análisis de las praxeologías de formación. *Educación Matemática*, 16(3), 29-57.
- Alsina, À. (2010). El aprendizaje reflexivo en la formación inicial del profesorado: un modelo para aprender a enseñar matemáticas. *Educación Matemática*, 22(1), 149-166.
- Arévalo, E. (2015). ¿Cómo se enseñan las matemáticas en la escuela primaria? En P. R. Scott, & A. Ruiz (Eds.), *Educación matemática en las Américas* (Vol. 1, pp. 10-21). México, DF: CIAEM.
- Ávila, A. (2016). La investigación en educación matemática en México: una mirada a 40 años de trabajo. *Educación Matemática*, 28(3), 31-59.
- Ávila, A., Block, D., & Carvajal, A. (2013). Investigaciones sobre educación preescolar y primaria. En: A. Ávila, A. Carrasco, A. Gómez, M.T. Guerra, G. López, & J. Ramírez (Coords.) *Una década de investigación educativa en conocimientos disciplinares en México (2002-2011): matemáticas, ciencias naturales, lenguaje y lenguas extranjeras* [Colección Estados del Conocimiento] (pp. 35-56). México: Consejo Mexicano de Investigación Educativa.
- Ball, D., Hill, H. C., & Bass, H. (2005). Knowing mathematics for teaching: Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide? *American Educator*, 29, 14-22.
- Ball, D., Lubienski, S. T., & Mewborn, D. S. (2001). Research on teaching mathematics: the unsolved problem of teachers’ mathematical knowledge. En V. Richardson (Ed.), *Handbook of research on teaching* (pp. 433-456). New York: Macmillan.
- Ball, D., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407. doi: 10.1177/0022487108324554
- Bermejo, V. (1990). *El niño y la aritmética instrucción y construcción de las primeras nociones aritméticas*. Barcelona, España: Paidós.

- Bermejo, V. (2004). *Cómo enseñar matemáticas para aprender mejor*. Madrid, España: Editorial CCS.
- Bernal, T., Figueroa, M., Ramírez, M., Triana, S. Gaitán, A., González, P., & Uribe, C. (2006). Cómo suman los niños: un recorrido a través de los procesos de razonamiento, metacognición y creatividad. *Revista Infancia Adolescencia y Familia*. Vol. 1 (1), pp. 85-93.
- Beswick, K., & Goos, M. (2018). Mathematics teacher educator knowledge: What do we know and where to from here? *Journal of Mathematics Teacher Education*, 21, 417–427. doi.org/10.1007/s10857-018-9416-4
- Castro, E., Rico, L., & Castro, E., (1995). Estructura Aditiva. En *Estructuras aritméticas elementales y su modelización* (pp. 27-44). México: Grupo Editorial Iberoamérica
- Cedillo, T., Isoda, M., Chalini, A., Cruz, V., Ramírez, M. E., & Vega, E. (2013). *Matemáticas para la Educación Normal. Guía para el aprendizaje y enseñanza de la aritmética*. México: Pearson.
- Climent, N., Romero-Cortés, J. M., Carrillo, J., Muñoz-Catalán, M. C., & Contreras L. C., (2013). ¿Qué conocimientos y concepciones movilizan futuros Maestros analizando un vídeo de aula? *Relime*, 16(1), 1-24.
- Cohen, L., Manion, L. & Morrison, K. (2007). *Research methods in education*. New York: Routledge
- Coordinación Nacional del Servicio Profesional Docente [CSPD] (2018). *Egresados Escuelas Normales, Estadísticas del Concurso*. Recuperado del Sistema Nacional de Registro del Servicio Profesional Docente, http://servicioprofesionaldocente.sep.gob.mx/ba/ingreso/estadisticas_concurso_en/
- D'Amore, B., & Fandiño, M. (2017). La didáctica de la didáctica de la matemática: experiencias personales e indicaciones críticas de algunas discusiones e investigaciones. En B. D'Amore, & L. Radford (Coords.), *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: problemas semióticos, epistemológicos y prácticos* (pp. 43-64). Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

- Da Ponte, J. (1994). Mathematics teachers' professional knowledge (plenary conference). En J. P. da Ponte, & J. F. Matos (Orgs.) *Proceedings of the XVIII International Conference for the Psychology of Mathematics Education (PME)* (Vol. 1, pp. 195-210). Lisbon, Portugal.
- Da Ponte, J. & Chapman, O. (2016) Prospective Mathematics Teachers' Learning and Knowledge for Teaching. En L. English & D. Kirshner (Eds.), *Handbook of international research in Mathematics* (pp. 275-296). New York: Roudledge.
- Dewey, J. (1989). *How we think*. New York: D.C. Heath y C.O Publishers.
- Dirección General para Profesionales de la Educación (DGESPE). (2018). *Programa del curso Aritmética. Números Naturales*. México: Secretaria de Educación Pública.
- Ducoing, P., & Fortoul, B. (Coords.) (2013). *Procesos de Formación, 2002–2011*. Vol. I. [Colección Estados del Conocimiento]. DF, México: Consejo Mexicano de Investigación Educativa.
- Ducoing, P., & Fortoul, B. (Coords.) (2014). *La escuela normal, una mirada desde el otro*. Instituto de Investigaciones sobre la Universidad y la Educación. México: IISUE.
- Flores, P. (2007). Profesores de matemáticas reflexivos: formación y cuestiones de investigación. *PNA*, 1(4), pp. 139–159.
- Font, V. (2003). Matemáticas y cosas. Una mirada desde la Educación Matemática. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, 10(2), 249–279.
- Fuenlabrada, I., Block D, Martínez, P., & Carvajal, A. (1995) *Lo que cuentan las cuentas de sumar y restar. Propuesta para divertirse y trabajar en el aula*. México: Libros del Rincón, SEP.
- García, O. (2012). *La enseñanza y aprendizaje de las matemáticas básicas en niños de aulas mexicanas*. México: Ángeles Editores.
- Godino, J., & Batanero, C. (2009). Formación de profesores de matemáticas basada en la reflexión guiada sobre la práctica. En L. Serrano (Ed.), *Tendencias Actuales de la investigación en estocástica* (pp. 9-34). España: Universidad de Granada.
- Godino, J.G., Font, V., & Wilhelmi, M. R. (2006). Análisis ontosemiótico de una lección sobre la suma y la resta. *Relime, número especial*, pp. 131-155

- Hill, H., Ball, D. & Schilling, S. (2008). Unpacking Pedagogical Content Knowledge: Conceptualizing and Measuring Teachers' Topic-Specific Knowledge of Students. *Journal Research Mathematics Education*, 39(4), 372-400.
- Itzcovich, H. (2008). *La matemática escolar: las prácticas de enseñanza en el aula*. Buenos Aires: Aique.
- Jankvist, U. T., Mosvold, R., & Clark, K. (2016) Mathematical knowledge for teaching teachers: The case of history in mathematics education. *Documento presentado en el congreso History and Pedagogy of Mathematics*, Montpellier, Francia.
- Jaworski, B. (2008). Mathematics teacher educator learning and development. En B. Jaworski, & T. Wood (Eds.), *The Mathematics Teacher Educator as a Developing Professional. Handbook of Mathematics Teacher Education* (Vol. 4, pp. 1-13). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Kamii, C. (1985a). *El niño reinventa la aritmética. Implicaciones de la teoría de Piaget*. Madrid: Visor.
- Kamii, C. (1985b). *Reinventando la aritmética, II*. Madrid: Visor.
- Korthagen, F., (2010). La práctica, la teoría y la persona en la formación del profesorado. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 68(24,2), 83-101.
- Llinares, S. (2013). Conocimiento de matemáticas y Tareas en la formación de maestros. *Trabajo presentado en el I CEMACYC*, República Dominicana. Recuperado de http://www.centroedumatematica.com/memoriasicemacyc/Conferencia_plenaria,_Llinares.pdf
- Lozano, I. (2016). Las trayectorias formativas de los formadores de docentes en México. *Revista Electrónica Actualidades Investigativas en Educación*, 16(1), 1-26. doi: <http://dx.doi.org/10.15517/aie.v16i1.22671>
- Medrano, V., Ángeles, E., & Morales, M. A. (2017). *La educación normal en México, Elementos para su análisis*. México: INEE.
- Miles, M., & Huberman, A. (1994). *Qualitative data analysis: A sourcebook*. Beverly Hills: Sage Publications.

- Montes, M. Á., Contreras, L. C., Liñán, M. C., Muñoz-Catalán, M. C., Climent, N., & Carrillo, J. (2015). Conocimiento de aritmética de futuros maestros. Debilidades y fortalezas. *Revista de Educación*, (367), 36-62. doi: 10.4438/1988-592X-RE-2015-367-282
- Morris, K. (1999). *El Fracaso de la matemática moderna. Porqué Juanito no sabe sumar*. México: Siglo veintiuno editores.
- Páez, D. A. (2015). *Análisis de la práctica del profesor de matemáticas en torno al concepto de pendiente: énfasis en la reflexión durante y después de la acción* [Tesis de doctorado]. Centro de Investigación y de estudios avanzados del Instituto Politécnico Nacional, México, Distrito Federal.
- Parada, S. E., & Pluvinage, F. (2014). Reflexiones de profesores de matemáticas sobre aspectos relacionados con su pensamiento didáctico. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 17(1), 83-113.
- Pérez, G., & Vera, J. (2012). Lógica subyacente de la enseñanza de la suma y resta en profesores de primero a tercer grado escolar. *Tiempo de Educar*, 13(25), 51-81.
- Piñeiro, J. L., & Flores, P. (2018). Reflexión sobre un problema profesional en el contexto de formación de profesores. *Educación Matemática*, 30(1), 237-251. doi: 10.24844/EM3001.09
- Ramos, E., Flores P., & da Ponte, P. (2017). Práctica y reflexión de profesores de matemáticas chilenos bajo la perspectiva del estudio de clases. *Quadrante*, 26(2), 69-97.
- Rojas, F., & Deulofeu, J. (2013). Elementos de impacto de las prácticas instruccionales de los formadores en la formación inicial de profesores de matemáticas. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa, & N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 475-482). Bilbao: SEIEM.
- Rojas, F., & Deulofeu, J. (2015). El formador de profesores de matemática: un análisis de las percepciones de sus prácticas instruccionales desde la «tensión» estudiante-formador. *Enseñanza de las Ciencias*, 33(1), 47-61. doi: <http://dx.doi.org/10.5565/rev/ensciencias>.

- Russell, T. (2012). Cambios paradigmáticos en la formación de profesores: peligros, trampas y la promesa no cumplida del profesional reflexivo. *Encounters on Education*, 13, 71-91.
- Seckel, M. J., & Font, V. (En prensa). Competencia reflexiva en formadores del profesorado de matemática. *MAGIS, Revista Internacional de Investigación en Educación*, 12(25), 127-144. doi: 10.11144/Javeriana.m12-25.crfp
- Secretaría de Educación Pública (SEP). (2012). *Plan de estudios Licenciatura en Educación Primaria*. México: SEP.
- Secretaría de Educación Pública (2017). *Plan y programas de estudio para la educación básica. Aprendizajes Clave para la educación integral*. México: SEP.
- Secretaría de Educación Pública. (2018). *Planes y programas de estudio de las licenciaturas para la formación de maestros de educación básica*. México: SEP.
- Sfard, A. (2005). What could be more practical than good research? On mutual relations between research and practice of mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 58, 393-413.
- Schön, D. (1987/2016). *La formación de profesionales reflexivos: hacia un nuevo diseño de la enseñanza y el aprendizaje en las profesiones*. Madrid: Paidós.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-22.
- Solar, H., & Rojas., F. (2015). Elaboración de orientaciones didácticas desde la reflexión docente: el caso del enfoque funcional del álgebra escolar. *REIEC*, 10 (1), 14-33.
- Sosa, L. (2012). Conocimiento del profesor para la enseñanza de las Matemáticas. Contribución teórica al conocimiento del Contenido y estudiantes. En *El pensamiento del profesor, sus prácticas y elementos para su formación profesional* (Cap. IV, pp. 1159-1174). Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A.C.
- Sosa, L., Borjón, E., & Robles, J. (2014). Reflexiones del profesor de matemáticas al analizar los errores de los estudiantes. En P. Lestón (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática*

Educativa (pp. 1933-1942). DF, México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Stake, R. (1995). *The art of case Study Research*. USA: Sage Publications Inc.

Stake, R. (1998). *Investigación con estudio de casos*. España: Morata.

Ulloa, R., & Solar, H. (2017). Observando el aula de formación inicial: desarrollando conocimiento matemático para la enseñanza en dos casos de formación de profesores de educación básica. *Estudios Pedagógicos*, 43(2), 333-354.

Valles, M. M., Martínez, G. I., & Ruiz, C. G. (2017). La formación docente inicial en matemáticas en la educación normal. *Trabajo presentado en el Primer Congreso Nacional de Investigación sobre Educación Normal, Yucatán, México*. Recuperado de www.conisen.mx/memorias/memorias/2/C200117-R089.docx.pdf

Vasilachis, I. (2006). *Estrategias de investigación cualitativa*. Barcelona: Gedisa.

Vela, F. (2013). Un acto metodológico básico en la investigación social: la entrevista cualitativa. En M. R. Tarrés (Coord.), *Observar, escuchar y comprender sobre la tradición cualitativa en la investigación social* (pp. 63-92). México: El Colegio de México, FLACSO

Vergnaud, G. (1991/2013). *El niño, las matemáticas y la realidad*. México: Trillas.

Zopf, D. A. (2010). *Mathematical Knowledge for Teaching Teachers: the mathematical work of and knowledge entailed by teacher education* [Tesis doctoral]. Doctor of Philosophy (Education): The University of Michigan.

APÉNDICE A

Protocolo de entrevista para Manuel

Introducción

Hemos observado cuatro sesiones de clase en las que usted mostró el contenido *la suma y resta como objeto de enseñanza y aprendizaje en la escuela primaria*, y dentro de su práctica hemos visto algunos aspectos interesantes.

Le solicito me permita entrevistarle. Inicialmente le haré algunas preguntas generales relacionadas con el desarrollo de estas sesiones, posteriormente veremos fragmentos de video que hemos editado para fines de esta entrevista, y le pediré me responda algunas preguntas relacionadas a estos fragmentos.

Conviene mencionar que la entrevista es con fines de investigación y no pretendemos evaluar su desempeño en clase, además, la información que nos proporcione será confidencial.

Antes de comenzar, ¿tiene inconveniente en que la entrevista sea videograbada?

En caso de no ser así, comenzaremos con algunas preguntas generales de lo observado a lo largo de las sesiones.

Nota: en caso de no permitir la videograbación se propondrá realizar únicamente grabación de audio.

Preguntas iniciales

1. A partir de su experiencia como formador de profesores, ¿cuál es la intención/objetivo de la asignatura de *Aritmética. Números Naturales* en el plan de estudios de los normalistas? ¿qué es lo que considera más relevante enseñar en esta materia?, y, en particular ¿cuál es finalidad de impartir *la suma y resta como objeto de enseñanza y aprendizaje en la escuela primaria*?
2. Vemos que usted utiliza distintos materiales y actividades como propuesta para que sus estudiantes enseñen la suma; como fichas, serpientes y escaleras, dominó, basta numérico, el tablero, el restaurante... (ver Figura A1).

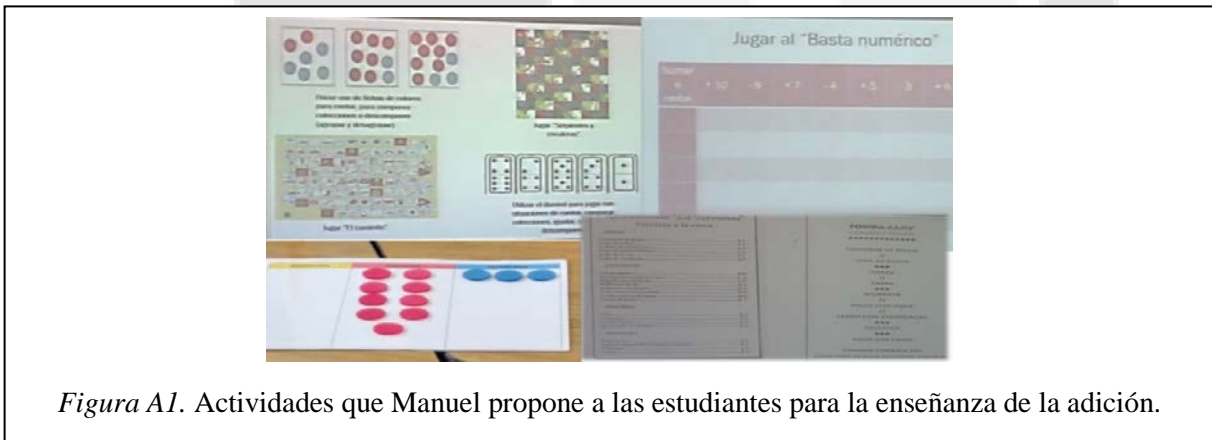


Figura A1. Actividades que Manuel propone a las estudiantes para la enseñanza de la adición.

Entre la variedad de actividades que pueden sugerirse para la enseñanza de la adición ¿por qué ha seleccionado estas actividades?, ¿de dónde las ha obtenido?, ¿en qué se ha basado para elegir esas fuentes?, ¿en qué y cómo contribuyen a la enseñanza y aprendizaje de la suma?, ¿cómo reflejan el objetivo de plan de estudio en relación con la suma?

3. Observamos que junto con sus alumnas desarrolló algunas actividades en clase, por ejemplo, “proponer problemas que involucren la suma y resta”, usar tablero, entre otros, y estas actividades requerían de la preparación previa de material. Cuando usted organizó dichas actividades ¿qué previó pudiera presentarse en la clase?
 - a) En ocasiones los estudiantes generan respuestas distintas a lo que el docente ha previsto ¿qué debería hacer el docente cuando los métodos de solución de las alumnas o las justificaciones a la solución que estas dan a las actividades son diferentes de lo que usted tiene previsto?

Preguntas a partir de la práctica docente

Ahora le voy a mostrar un video que hemos editado para destacar fragmentos de algunas de sus explicaciones dadas en sus clases videograbadas, y posteriormente, le haré algunas preguntas de lo sucedido en él.

4. En la explicación que se observa al inicio del episodio usted señala que el signo + es la “representación gráfica de la suma” y que esta representación se enseña después de plantearles situaciones diferentes a los niños
 - a) ¿Por qué el profesor de primaria puede utilizar esa estrategia de enseñar la suma?
 - b) ¿Cree que los alumnos logren una comprensión de la suma al enseñarles de esa manera?, ¿cómo y por qué?
 - c) ¿Cómo pasar de las situaciones a la representación gráfica de la suma?
 - d) ¿Cómo puede argumentar que esta estrategia es válida para enseñar la suma a los niños de primaria?
5. Respecto a la definición del signo + usted menciona que significa *agregar* ¿qué es lo que hay que agregar?
 - a) ¿Qué significa agregar? Argumente si el niño de primaria lograría comprender tal definición.
 - b) Una de las estudiantes menciona que el signo significa *sumar* y usted pide que le especifique qué es sumar a lo que las estudiantes leen *agregar*, por lo tanto pareciera que usted define la suma como *agregar*. Si al niño se le da una colección de manzanas y otra de naranjas y le pido que las sume, a partir de la definición de suma que se ha abordado, ¿estaría agregando?
 - c) De acuerdo con lo que se dijo en clases, ¿el signo + también representa o hace referencia gráficamente a la definición de suma?, ¿por qué?

6. Usted señala que inicialmente los niños deben utilizar un apoyo gráfico como palitos, bolitas, contar con los dedos. ¿Por qué a los niños les va a ayudar ese apoyo?
 - a) Al mencionar que el signo + es la representación gráfica de la suma ¿se le podría considerar un apoyo?, ¿de qué forma?
 - b) ¿Cómo se establece la relación entre este “apoyo” y la comprensión que puede llegar a tener el niño acerca de la suma?

7. Al explicar lo que hacen los niños para resolver problemas,
 - a) Cuando dice que el niño hace el conteo de una colección con los dedos, palillos, etc. y al final el maestro hace uso de los signos de suma y resta ¿por qué considera que el maestro debe representar la suma de manera horizontal y vertical luego que los niños ya han resuelto el problema?, ¿qué sucede si el docente no lo hace de dicha forma?
 - b) Usted menciona que el maestro no le dice al niño cómo resuelva la operación, sino que *el niño resolvió como pudo*, ¿por qué el maestro tendría que esperar a que el niño resuelva *como pueda*?, ¿qué sucedería si el niño puede realizar la operación haciendo uso de la representación horizontal y vertical?

8. En este mismo apartado enfatiza que es necesario hace uso de los “signos combinados” ¿por qué considera necesaria esta combinación?
 - a) Menciona que esta combinación es una introducción de los signos ¿qué sucedería en el proceso de aprendizaje del niño si se carece de la combinación inicial que usted propone de los signos de suma y resta?
 - b) ¿Qué significa que se haga uso de signos combinados para enseñar la suma? De acuerdo con lo anterior, entonces, ¿se puede enseñar, por ejemplo, la suma y la multiplicación simultáneamente o qué signos se debe combinar y por qué?

9. En la siguiente sesión ha iniciado retomando lo visto en la clase previa y vemos que plantea una serie de preguntas a las estudiantes, ¿cuál ha sido la intención de estos cuestionamientos?

10. Las estudiantes señalan que antes de abordar el algoritmo convencional, se hace uso de juegos porque es “fácil, divertido, al niño le interesa más, se hace algo distinto” ¿cuál es la relación entre el aprendizaje de la suma e iniciar con actividades que mencionan lo hacen divertido?
 - a) ¿Qué sucedería en el aprendizaje del niño si la docente no emplea este tipo de actividades?
 - b) ¿Por qué el hacer uso de estas actividades es algo distinto?, ¿qué características debe tener una actividad o juego para que cumpla con ello?, ¿en qué ayudan tales características a la enseñanza de la suma?, ¿cómo lograr que una actividad o juego cumpla con ello?

11. Usted dice que no es recomendable desde la didáctica llegar con los niños y poner la suma o la resta “como nosotros la conocemos” ¿qué significa cómo nosotros la conocemos?
- Dice a las alumnas que “enseñarles cómo” a los niños no lo van a entender, ¿por qué considera que no lo van a entender?
 - Menciona que no se puede llegar de manera directa, que se requieren antecedentes ¿a qué tipo de antecedentes se refiere?, ¿qué sucedería en el niño si no tuviera los antecedentes que usted menciona?
¿Por qué no se debe usar ese tipo de didáctica?
¿Qué didáctica se debe implementar?
¿Qué diferencia existe entre esas dos didácticas?
12. Ha enfatizado que los niños no descubren los signos por sí solos, pero también menciona que el iniciarse en la suma se debe partir de las situaciones de los niños ¿Cómo podríamos relacionar ambas afirmaciones?
- ¿Qué características deben tener esas situaciones de modo que los niños comprendan el signo?
13. Menciona que previo al procedimiento usual deben contar, comparar, iluminar, usar los signos y después hacer uso del procedimiento usual ¿por qué considera que éstos no son procedimientos usuales?, ¿qué sucedería si esto no se hace previo al *procedimiento usual*?
- ¿Cuál es el procedimiento usual que debe aprender el niño?, ¿qué estrategia debe usar el maestro para establecer la relación entre este conocimiento previo y el procedimiento usual?

Video parte 2

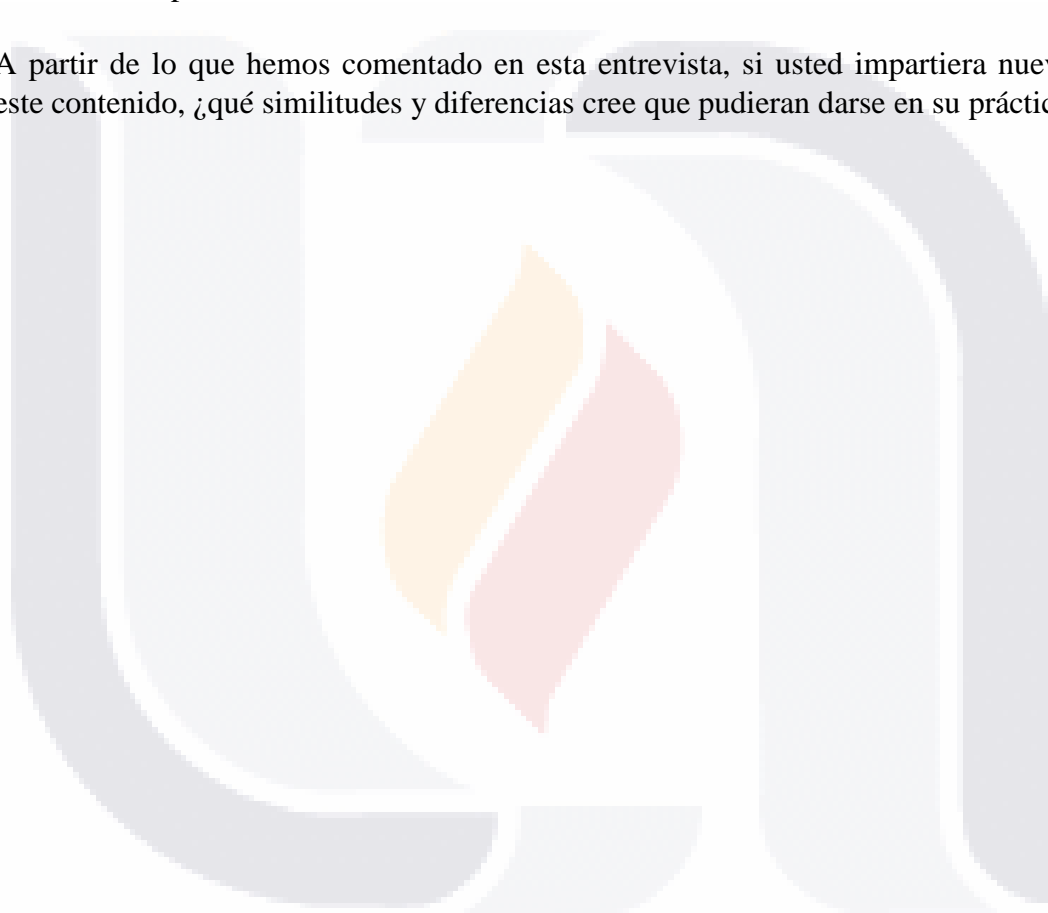
Observamos también que las estudiantes participaban con frecuencia en distintas actividades, a continuación le mostraremos un fragmento en donde usted solicita a las normalistas que realicen un ejercicio en el tablero y tres de los equipos exponen sus procedimientos. Posteriormente le haremos algunos cuestionamientos acerca de lo observado:

14. Usted menciona que ha visto dos formas de resolver la actividad ¿a qué se refiere con dos formas? Vemos que al pasar los equipos pide al grupo que les den un aplauso, con ello pareciera que usted está validando algo ¿qué es lo que está validando?
15. Observamos que usted dice que el primer equipo ha hecho el cálculo mental y posteriormente han plasmado su resultado en el tablero, sin embargo les ha dicho “perfecto”, por lo que al parecer valida la presentación de las estudiantes ¿cómo podemos convencer al alumno de primaria que el procedimiento que han utilizado las estudiantes normalistas es el que ellos deben seguir?
16. Vimos que con frecuencia usa el término transformación ¿a qué se refiere con ello?, ¿cuándo usted lo menciona, es similar a descomposición?, ¿por qué le denomina transformación?

17. Respecto a las presentaciones de los equipos, vemos que enfatiza lo que ha hecho el segundo equipo ¿cómo ha determinado que es necesario acentuar la respuesta del equipo 2? ¿Por qué se ha enfatizado más la respuesta del equipo 2 que la del 1 y 2?

Preguntas de cierre

18. Al final de la sesión en la que han utilizado el tablero usted cuestionó a las estudiantes acerca del uso de este material ¿qué recomendaciones haría usted para su uso en la formación de profesores?
19. A partir de lo que hemos comentado en esta entrevista, si usted impartiera nuevamente este contenido, ¿qué similitudes y diferencias cree que pudieran darse en su práctica?



APÉNDICE B

Protocolo de entrevista para Héctor

Introducción

He observado tres sesiones de clase en las que usted mostró el contenido de la Unidad III y abordó los temas: *Nociones de suma y resta*, y *El algoritmo de la adición*. En estas sesiones he visto algunos aspectos interesantes de su práctica docente.

Le solicito me permita entrevistarle. Inicialmente le haré algunas preguntas generales relacionadas con el desarrollo de estas sesiones, posteriormente veremos un fragmento de video de sus clases que he editado para fines de esta entrevista, y le pediré me responda algunas preguntas relacionadas con éste.

Conviene mencionar que la entrevista es con fines de investigación y no pretendo evaluar su desempeño en clase, además, la información que me proporcione será confidencial.

Antes de comenzar ¿tiene inconveniente en que la entrevista sea video-grabada? [Nota: en caso de no permitir la videograbación se pedirá usar sólo grabación de audio].

Preguntas iniciales

1. A partir de su experiencia como formador de profesores, ¿cuál es la intención/objetivo de la asignatura de *Aritmética. Números Naturales* en el plan de estudios de los normalistas?, ¿qué es lo que considera más relevante en la enseñanza de esta materia? y, en particular, ¿cuál es finalidad de impartir *la suma* a sus estudiantes?
2. Veo que usted utiliza distintos ejemplos como propuesta para que sus estudiantes enseñen la suma (como el uso del dado, bloques, imágenes de colecciones de distintos objetos, videos en los que pide analizar una situación, etc.), además les propone algunas actividades de la *Guía para la enseñanza y aprendizaje de la aritmética*. ¿Por qué ha seleccionado estos ejemplos y actividades de la guía, y no otros, para enseñar la adición en educación primaria?, ¿en qué y cómo contribuyen a la enseñanza y aprendizaje de la suma?, ¿cómo reflejan el objetivo de plan de estudios en relación con la suma?
3. En la clase involucró a sus estudiantes para desarrollar las siguientes actividades: a) Representar un proceso de suma y resta con alumnos sentados en sillas, b) Ejemplificar cómo ellos enseñarían la suma. En el diseño de tales actividades, ¿previó lo que pudiera presentarse o lo que se le presentó en la clase?

Con frecuencia en el aula se presentan situaciones inesperadas, ¿qué debe hacer el profesor cuando los estudiantes, por ejemplo, dan métodos o justificaciones de solución diferentes a lo previsto?

Preguntas a partir de la práctica docente

Ahora le voy a mostrar un video de sus clases observadas, el cual está editado para destacar un fragmento que nos ha parecido relevante de éstas, y después le haré algunas preguntas de lo sucedido en él.

4. En la clase usted les menciona a los estudiantes que el método o algoritmo convencional de la suma es “llevando”, ¿a qué se refiere con este método?, en la suma ¿llevar o llevando qué implica?, de acuerdo con su método, ¿cómo define la suma?
5. Si “llevando”, como usted dice, “no se entendería al momento de contextualizar porque en la vida diaria no se aplica”, ¿por qué enseñar este método a los futuros profesores y por qué ellos lo tienen que enseñar en primaria?, ¿cómo demostrar o sustentar que este método es funcional y se requiere enseñar en primaria?, ¿la importancia de este método en qué radica?
6. ¿Cómo trabajar y argumentar las siguientes sumas $521+147+321$ y $3+6$ con el método “llevando”? ¿cómo hacer que el niño de primaria comprenda que, por ejemplo, en la suma $357+235$, como usted dice, “no se está aplicando el llevando en los decimales porque no se pasa de la base 10” aun cuando se le está enseñando este método?, ¿por qué usar el método “llevando” cuando la suma, de al menos dos dígitos, es menor que 10; por ejemplo, $4+1$?
7. Usted les dice a los estudiantes que el método “llevando” infiere un pensamiento concreto, y a partir de él se esperaría contextualizar. ¿Qué implica que el método ‘llevando’ infiere un pensamiento concreto si en el ejemplo de la suma $357+235$ usted usó material gráfico?
 - a) ¿Qué papel juegan los materiales en la resolución de la suma en relación con el pensamiento concreto del que usted habla?, ¿qué características tendrían que tener para aplicar el método de llevando y lograr el pensamiento concreto en el alumno?
 - b) ¿Por qué enseñar la suma con ese método sin contextualizar cuando usted mencionó, a lo largo de las sesiones, que los programas de educación primaria piden utilizar situaciones o contextos conocidos por los estudiantes para que comprendan las matemáticas?
 - c) Usted señala que este método suele no estar contextualizado ¿por qué considera que no debe estar contextualizado para el alumno de primaria?, ¿cómo enseñar este método sin contextualizar?
8. Previo al fragmento que hemos observado, pasa una alumna al pizarrón y usted le pide que explique cómo resolver la siguiente operación (ver Figura B1).

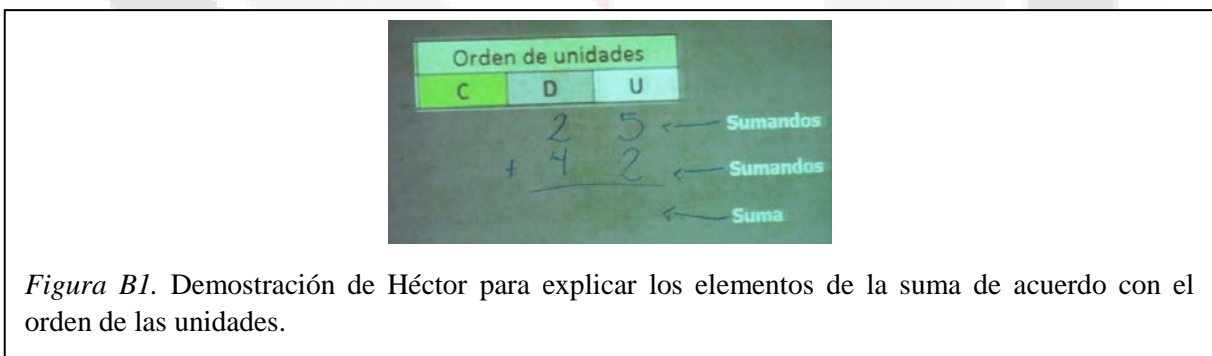
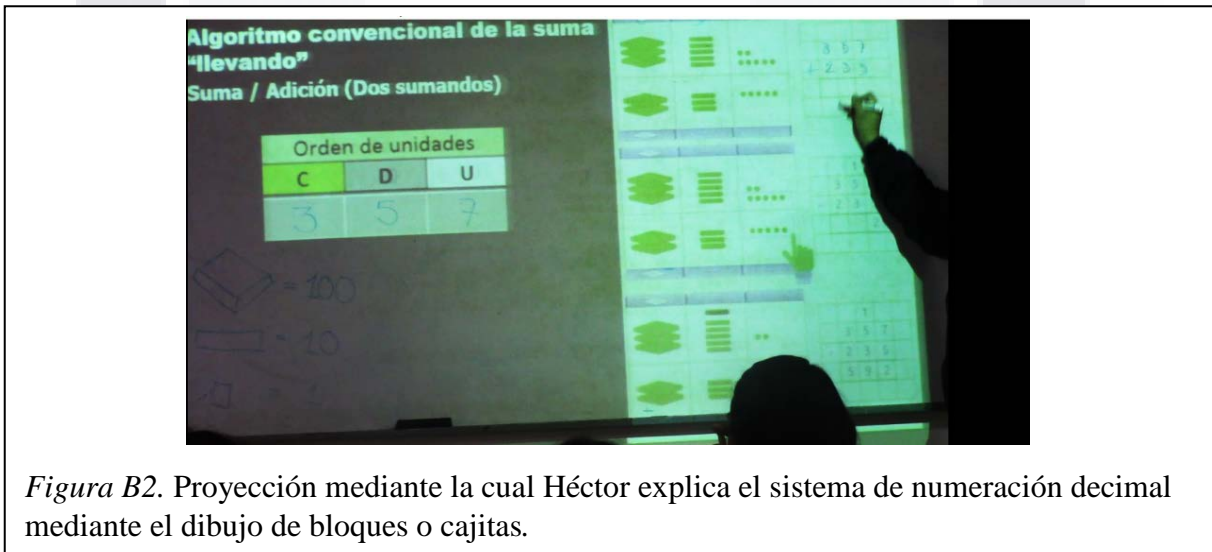


Figura B1. Demostración de Héctor para explicar los elementos de la suma de acuerdo con el orden de las unidades.

9. En relación con esta suma, la alumna dice que “no hay llevando porque no pasa del 10, usted corrobora que así es y le pide que escriba una suma donde sí se aplique el llevando.

En esta suma, ¿cuál fue el posible error de la alumna y a qué se debe tal error?, de acuerdo con su plan de clase, ¿qué participación se esperaba de la alumna con esta suma?, ¿cómo convencer al niño de primaria que el método llevando se utiliza aunque en la suma “no se lleve cantidades”?

10. Vemos a lo largo de sus clases que usted enfatiza e concepto de aprendizaje significativo, ¿cómo ha determinado que estos conceptos son los que debe enfatizar?, ¿este concepto cómo es implementado en su práctica de modo que sus estudiantes logren comprender lo que les enseña y, a su vez, que ellos lo implementen en su futuro quehacer docente?
 - a) ¿Cómo lograr el aprendizaje significativo en los estudiantes si usted mencionó que el método “llevando” infiere un pensamiento concreto sin contextualizar?
11. Usted señala que el método “llevando” implica un pensamiento concreto, ¿eso significa que no implica otro tipo de pensamiento? Argumente su respuesta. ¿A qué métodos no convencionales se refiere usted y que llevan a un pensamiento concreto?, ¿qué relación encuentra entre el pensamiento concreto y la resolución de problemas de tipo aditivo?, ¿podría realizar sumas sin hacer uso del pensamiento concreto del que habla?, ¿por qué y cómo lo haría?
12. Posteriormente representa dibuja los *bloques o cajitas* de manera que menciona que cada uno de estos representa 100, 10 y 1, aunque solo se ha dibujado 1 de cada figura (ver Figura B2).



13. Entonces si yo coloco 100 de esos *bloques o cajitas* ¿qué cantidad estoy representando y por qué?, ¿cómo podría representar el 357?, ¿cómo explicaría al estudiante de primaria esta representación de la que habla, donde se observa que un bloque o cajita representa cien y se observa solo el número uno?
 - a) ¿Qué sucedería en el aprendizaje del niño si no se da esta representación; es decir, se requiere de este tipo de representación para lograr que el alumno comprenda la suma?
14. Al señalar los “bloques o cajitas” y unirlos con la cantidad escrita pregunta cuántas hay en el área de las unidades, decenas y centenas, Si yo organizara la operación de forma horizontal, por ejemplo $521+147+321$, ¿cómo puedo identificar las áreas de las que habla?, ¿qué papel juega el acomodo de las cantidades en la suma y cómo lo deben enseñar sus alumnos?

- a) Usted habla de pasos para la suma y menciona que primero deben identificar las decenas, ¿por qué empezar por las decenas y no por las unidades o, en todo caso, por las centenas?, ¿por qué en algunos ejemplos usted primero identificó las unidades y no las decenas como dijo a sus alumnos?
 - b) Al cuestionar sobre el área de las decenas en la cantidad 233, menciona que “tiene treinta decenas”, ¿cómo podría explicar al niño que 30 decenas se colocan en este espacio y no en el de tres centenas? Al inicio de su clases usted dijo que para llevar se requiere la base 10 en las unidades, y las decenas base 100, ¿por qué “30 decenas” no pasa al área de las centenas si tiene base 100?
 - c) Entonces si yo escribo la cantidad 521 ¿puedo decir que tengo 20 decenas?, ¿cómo podría mostrarlo?
15. Cuando menciona que deben identificarse las decenas inicialmente dice que “sobra una decena”, ¿cómo justificar que se tiene ese sobrante?, ¿qué significa que sobre aun cuando se usa esa cantidad?, ¿cómo podría explicar al niño de primaria que este sobrante continúa utilizándose en la operación?
16. Vemos que pide a los estudiantes que justifiquen el por qué se hace el procedimiento de derecha a izquierda y una de las estudiantes menciona que es para “hacer el llevando”, usted valida esta respuesta. ¿Ésta es la respuesta que esperaba? De no ser así, ¿cómo podría complementar esta respuesta dada por la estudiante?
- a) ¿Qué sucedería si el niño comenzara a sumar de izquierda a derecha, por ejemplo con los métodos *no convencionales* que mostró en clase ¿haría uso del “llevando”?
17. Una de las estudiantes pregunta si uno de los sumandos debe ser mayor y usted señala que no infiere ¿por qué considera que no infiere? Luego, ha dado una demostración (ver Figura B3).



Figura B3. Demostración de Héctor para explicar la propiedad conmutativa de la suma.

- a) ¿Cómo podría argumentar que esta demostración responde al cuestionamiento de la estudiante? Menciona que el niño debe descubrir cómo hacer uso de estas cantidades ¿podría sugerir alguna estrategia que le facilite al niño este descubrimiento del que habla?
- b) Menciona que el niño debe descubrir cómo hacer uso de estas cantidades ¿podría sugerir alguna estrategia que le facilite al niño este descubrimiento del que habla?

Preguntas de cierre

18. Al final de las sesiones observadas, usted plantea una serie de cuestionamientos a los estudiantes ¿cuál es la intención de estas preguntas? ¿qué relación tienen con las intenciones de la materia? ¿Cómo estas preguntas se relacionan con la práctica que los estudiantes harán como futuros profesores de primaria?
19. A partir de lo que hemos comentado en esta entrevista, si usted impartiera nuevamente este contenido, ¿qué similitudes y diferencias cree que pudieran darse en su práctica?



APÉNDICE C

Protocolo de entrevista para Juan

Introducción

He observado dos sesiones de clase en las que usted trabajó el tema de la adición. En ambas sesiones he visto algunos aspectos interesantes de su práctica docente.

Le solicito me permita entrevistarle: primero le haré algunas preguntas generales relacionadas con dicha práctica, después veremos un fragmento de las videograbaciones de tales sesiones, que he editado para esta entrevista, y al final le pediré me responda algunas preguntas relacionadas con éste.

Conviene mencionar que la entrevista es con fines de investigación y no pretendo evaluar su desempeño en clase; además, la información que proporcione será confidencial.

Antes de comenzar ¿tiene inconveniente en que la entrevista sea video-grabada? [Nota: en caso de no permitir la videograbación se pedirá usar sólo grabación de audio].

Preguntas iniciales

1. A partir de su experiencia como formador de profesores, ¿cuál es la intención/objetivo de la asignatura de *Aritmética. Números Naturales* en el plan de estudios de los normalistas?, ¿qué es lo que considera más relevante en la enseñanza de esta materia? y, en particular, ¿cuál es finalidad de impartir *la suma* a sus estudiantes?
2. En las clases observadas usted trabajó con sus estudiantes las actividades *Índice de masa corporal* y *Los saludos*. ¿Qué es lo que usted esperaba o cuál es la finalidad de estas actividades?, ¿por qué ha seleccionado estas actividades, y no otras, para enseñar la adición?, ¿en qué y cómo contribuyen a la enseñanza y aprendizaje de la suma?, ¿cómo reflejan el objetivo de plan de estudios en relación con la suma?
3. En las sesiones videograbadas se observa que las actividades que desarrolló en clase requirieron de la preparación previa de material como la báscula, la cinta métrica y los formatos que las estudiantes llenaron para registrar el *Índice de masa corporal*, así como las fotocopias en las que realizaron el cálculo de los saludos en la segunda sesión. Cuando usted organizó dichas actividades ¿qué previó pudiera presentarse en tales sesiones?
 - a) En ocasiones los alumnos generan respuestas distintas a las que el docente ha previsto. ¿Considera que esto pudiera representar algo en la práctica del profesor? ¿Por qué?
(En caso de responder que representa un reto o algo similar y la justificación requiere precisarse, se hace la siguiente pregunta) ¿Qué debería hacer el docente cuando los métodos de solución de los alumnos o las justificaciones a la solución de las actividades son diferentes de lo que usted tiene previsto?

Preguntas a partir de la práctica docente

Ahora le voy a mostrar un fragmento de una de las clases videograbadas, el cual está editado para destacar algunos aspectos de su práctica que me parecen relevantes, y después le haré algunas preguntas sobre ello.

4. Usted menciona que la actividad del *Índice de masa corporal* se relaciona con otras asignaturas del plan de estudios de primaria ¿qué relevancia y cómo se relaciona el algoritmo de la adición con otras asignaturas del plan de estudios mediante esta actividad?
 - a) ¿Qué características cumple el índice de masa corporal para que sea un contexto conocido para el niño de educación primaria y logren comprender el algoritmo de adición a través de éste?
 - b) ¿Cómo puede justificar que tal contexto se puede trabajar con niños de educación primaria para enseñar la adición?
5. Menciona que en la actividad harán una aplicación de los conocimientos, pues usted les dice a sus estudiantes que “el maestro enseña el algoritmo en la escuela, pero debe aplicarlo a problemas cotidianos” ¿cómo se aplican los algoritmos?, ¿considera que esta actividad constituye una situación problemática para los niños?, ¿por qué?
6. En la actividad *La salud en nuestro cuerpo* ¿qué características o elementos ofrece tal actividad para lograr los aprendizajes esperados de su materia y de educación primaria en torno a la adición?
7. Respecto a la selección de la actividad del índice de masa corporal ¿qué características, matemáticas y didácticas, tiene esta actividad para que el futuro profesor la implemente en su salón de clases?
 - a) ¿Cómo podría argumentar, justificar que tal actividad podría llevarse a cabo en las aulas de educación básica (primaria)?
8. Ha mencionado que esta actividad integra las operaciones básicas con las ciencias naturales, geografía y educación socioemocional, ¿cómo podría relacionar esto con las intenciones de la materia (mencionadas en esta entrevista, pregunta 1)?
9. Usted sugiere hacer preguntas para “aterrizar” ¿a qué se refiere con ello? Y al comentar que las preguntas se relacionen con el grupo y tengan un fin ¿qué sucedería si no se hace el aterrizaje que usted describe?
 - a) Señala que estas preguntas deben considerar el nivel de los estudiantes ¿cómo estas preguntas son aterrizadas con el grupo de estudiantes normalistas en la actividad del *Índice de masa corporal*?, ¿qué preguntas podrían plantearse a las estudiantes normalistas para “aterrizar el tema”?
 - b) Habla también de las dificultades de las preguntas que tendrán relación con el grado del estudiante ¿cuál sería la intención de estas preguntas?, ¿podría explicar cómo se da esta dificultad en relación la adición? Retomando la actividad del *Índice de masa corporal*, le pido que ejemplifique una pregunta para formular a las estudiantes normalistas relacionada con la suma
10. Sobre la resolución de problemas señala que si la operación está a la vista es un ejercicio matemático y donde se plantea un reto es un problema matemático, a partir de esto, veamos el siguiente planteamiento:

Pedro tiene un índice de masa corporal de 38.2 y Miguel de 34.4, ¿Qué índice de masa corporal tiene más Pedro que Miguel?

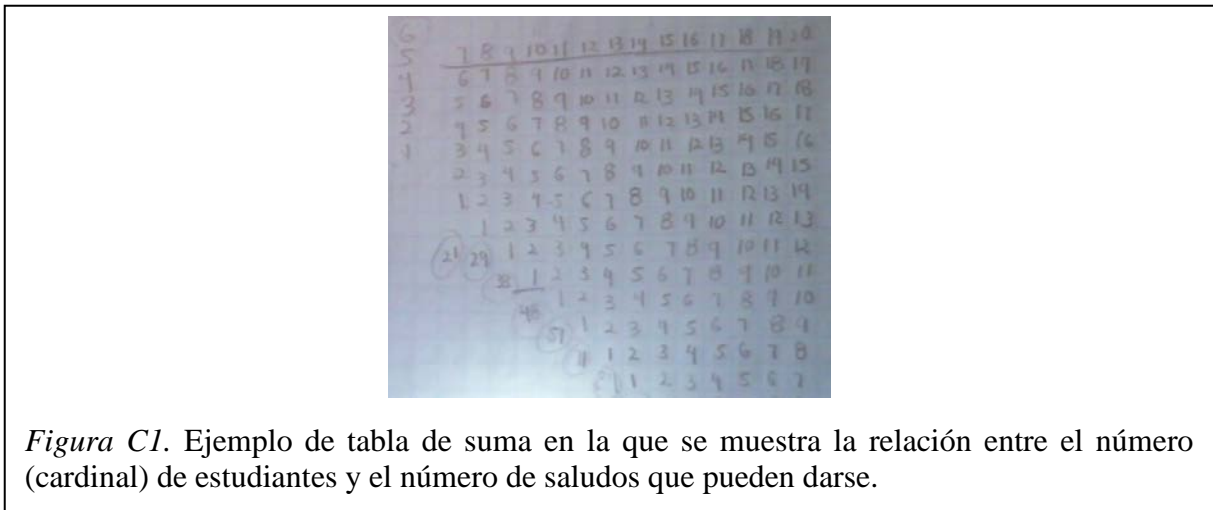
- TESIS TESIS TESIS TESIS TESIS
- a) ¿Cómo se puede lograr el objetivo en torno a la adición con este problema planteado?
 - b) De acuerdo con este problema, ¿qué conocimientos debe tener un niño de primaria para darle solución?, ¿podría significar un reto para el niño de primaria?, ¿por qué?
 - c) A partir de lo anterior y considerando la práctica futura de las estudiantes. ¿Podría mostrar cómo la estudiante normalista haría uso de la información del planteamiento para diseñar en un problema de adición y cómo los organizaría para un ejercicio?
 - d) A partir de las diferencias que usted menciona entre ejercicio y problema matemático, ¿cómo podría este planteamiento representar un reto para los estudiantes?, ¿qué características tiene el problema para que sea un reto para los estudiantes y que con éste se logre comprender la adición?
 - e) Veamos el siguiente planteamiento, que se asemeja a la actividad de los saludos que usted realizó en el aula: *Pedro ha dado cinco saludos y luego de un descanso da tres más ¿cuántos saludos ha dado en total? Sume los saludos.* Al parecer la información se encuentra a la vista, de acuerdo con lo que usted mencionó en el fragmento que revisamos ¿podría considerarse el planteamiento anterior como un problema matemático? Los planteamientos suelen ser mejorables, en ese caso ¿qué le haría falta o le sobraría para considerarse como un problema matemático?

Parte 2. Actividad los saludos

Enseguida le mostraré un fragmento donde observaremos una explicación dada por las estudiantes sobre la actividad *los saludos*. Luego de observar su práctica, le haré algunas preguntas al respecto.

11. Cuando las estudiantes explican los procedimientos utilizados en la actividad de los saludos, se observa que una de las alumnas menciona que buscó la diferencia, y usted previamente ha comentado que al hablar de diferencias se están haciendo restas, sin embargo al parecer valida el procedimiento que han seguido las estudiantes como una suma ¿cómo trabajar y argumentar al niño de primaria que en la explicación dada por la estudiante se hace el uso de la suma?
12. Usted habla de una regularidad en el procedimiento, ¿cuáles son esas regularidades y cómo argumentarlas o validarlas?, ¿cómo podríamos explicar al niño de primaria estas regularidades que usted menciona que “siempre suceden en los problemas matemáticos”?
13. Conforme las estudiantes explican sus procedimientos, usted dice “muy bien”, al parecer valida lo que han realizado, además menciona que “cualquier procedimiento es bueno porque muestran la evolución del conocimiento matemático del niño”. A partir de este argumento, explique qué diferencia hay entre la primera resolución del video y el diagrama que muestra la última estudiante, ¿cuál sería la relevancia de enseñar el algoritmo cuando los niños pueden llegar a las respuestas por distintos procedimientos?
 - a) Al describir el último procedimiento como “muy llamativo”, pareciera que lo enfatiza ¿cómo ha determinado que éste es el que debe enfatizarse?, ¿por qué este y

no otros donde las estudiantes han elaborado, por ejemplo, una tabla de suma (ver Figura C1)?



- a) ¿Cuál de los procedimientos observados cree que sería el más conveniente para enseñar en la escuela primaria?, ¿por qué?
14. Usted menciona que los diagramas son utilizados por el niño para llegar a las matemáticas formales ¿cómo podría explicar a la estudiante normalista la diferencia entre este diagrama y la matemática formal a la que hace referencia?, ¿qué relación hay entre el diagrama y el algoritmo de la suma?, ¿hay alguna de las resoluciones dadas por las estudiantes que fuera distinta a lo que usted había previsto que sucediera?, ¿por qué?
 15. Señala también, que “no hay que cortar la creatividad de los niños”. El diagrama que han utilizado, ¿considera que evita el uso de la matemática formal?, ¿por qué?, ¿cómo podría la estudiante normalista utilizar la matemática formal incluyendo la creatividad?

Pregunta de cierre

16. A partir de lo que hemos comentado en esta entrevista, si usted impartiera nuevamente este contenido, ¿qué similitudes y diferencias cree que pudieran darse en su práctica docente?

APÉNDICE D

Protocolo de entrevista para Luis

Introducción

He observado la sesión de clase en la que usted trabajó el tema de la adición y me he percatado de algunos aspectos interesantes de su práctica docente.

Le solicito me permita entrevistarle: primero le haré algunas preguntas generales relacionadas con dicha práctica, después veremos un fragmento de la videograbaciones de tales sesiones, que he editado para esta entrevista, y al final le pediré me responda algunas preguntas relacionadas con éste.

Conviene mencionar que la entrevista es con fines de investigación y no pretendo evaluar su desempeño en clase, además, la información que me proporcione será confidencial.

Antes de comenzar ¿tiene inconveniente en que la entrevista sea video-grabada? [Nota: en caso de no permitir la videograbación se pedirá usar sólo grabación de audio].

Preguntas iniciales

1. A partir de su experiencia como formador de profesores, ¿cuál es la intención/objetivo de la asignatura de *Aritmética. Números Naturales* en el plan de estudios de los normalistas?, ¿qué es lo que considera más relevante en la enseñanza de esta materia? y, en particular, ¿cuál es finalidad de impartir *la suma* a sus estudiantes?
2. Veo que usted propuso, durante la clase, algunas sumas de fracciones que revisaba en una hoja. ¿Cómo le hizo o cuáles fueron los criterios para seleccionar estas sumas de fracciones?, ¿en qué y cómo contribuye la suma de fracciones a la enseñanza y aprendizaje de la suma en educación básica?, ¿cómo esta actividad (sumas de fracciones) refleja el objetivo de la materia en torno a la suma?
3. Cuando usted preparó la hoja en que llevaba escritas las operaciones ¿consideró las posibles maneras en que las estudiantes resolvieran esas sumas de fracciones?
 - a) En caso de responder que sí ¿qué procedimientos supuso que podrían presentarse en esta actividad?, ¿cómo se relaciona los procedimientos que surgieron en el aula con los que supuso que podrían presentarse en la sesión?, ¿qué necesitan saber las estudiantes normalistas para resolver las sumas de fracciones?, ¿cómo se relaciona con aquello que debería saber el niño de primaria?

Preguntas a partir de la práctica docente

Ahora le voy a mostrar un fragmento de video de su clase, el cual está editado para destacar aspectos de su práctica que me parecen relevantes, y después le haré algunas preguntas de lo sucedido en él.

4. Al comenzar la clase usted comentó que iniciarían el tema con la suma $270222+235123$. ¿Qué criterios utilizó para determinar que el tema iniciaría con esta suma?, ¿cómo esta forma de iniciar la sesión con los normalistas contribuye a la práctica de enseñanza que ellas podrían desarrollar en un futuro?, ¿qué conocimientos previos requiere el niño para

resolver esta suma?, ¿qué conocimiento –matemáticos y didácticos– requieren sus estudiantes para enseñar suma a partir de esta actividad que usted propuso?

5. Una de las estudiantes ante el acomodo de sumandos de la suma $270222+235123$ cuestiona si éstos deben “recorrerse”, refiriéndose a alinear los dígitos de acuerdo con las unidades, decenas, centenas, etc., y usted señala que “nada más es acomodarlo” y hace la modificación en la suma. ¿Considera que a partir de esta intervención que usted hizo la estudiante ha comprendido la razón de este acomodo?, ¿por qué?, ¿cómo fundamenta, ya sea matemática o didácticamente, que se requiere tal acomodo para implementar el algoritmo de la suma?, ¿cómo podría explicar al niño de primaria que se requiere tal acomodo de los sumandos para trabajar el algoritmo de la suma?
6. En la suma mencionada anteriormente, cuando pregunta el resultado que han obtenido (505,345) una estudiante afirma que sumó de derecha a izquierda y comienza a mencionar las cantidades que ha obtenido de acuerdo con cada columna (unidades, decenas, centenas, etc.) y al mencionar “siete y tres” dice “se pasa el uno para arriba y lo sumo también”. Respecto este procedimiento, ¿qué significa que una cantidad “pase para arriba”?, ¿cómo demuestra o argumenta, matemática o didácticamente, que eso es válido?, ¿qué deben saber las estudiantes normalistas para poder hacer este pase y explicarlo al niño de primaria?
7. El procedimiento antes mencionado por la alumna usted lo denomina como “la viborita de izquierda a derecha”, ¿qué características debe tener la operación para utilizar esta forma? ¿cómo podría mostrar al niño de primaria que en la resolución de operaciones que involucran la adición debe utilizar “la viborita”?, ¿en la suma $45139+21750$ cómo se implementa este procedimiento?
 - a) En la explicación posterior que da una de las alumnas sobre cómo “sacó un resultado” menciona que sumó los números de derecha a izquierda ¿considera que ha utilizado la forma de la viborita que usted había mencionado?, ¿por qué?
 - b) En la suma $270222 + 235123$ (de forma horizontal) muestre ¿cómo podría utilizar la viborita?, ¿qué explicación tendría que dar para que el niño comprenda esta forma de resolver operaciones donde se utiliza la adición?
8. Vemos que dicta la operación $551362 + 235123$ agrupada en cantidades de dos cifras, “55,13, 62, más 23,51,23 ¿cuál es la intención de dictar la operación de esta forma a diferencia de la que ha proyectado en el pizarrón?, ¿cuándo usted dice “más” considera que las estudiantes comprenden el signo y su empleo?, ¿por qué?, ¿cómo considera que el niño resolvería esta operación dada en forma oral en comparación con la anterior que se ha dado por escrito?, ¿qué podría significar para las estudiantes normalistas aprender a enseñar la suma presentando operaciones de estas dos formas: proyectada en el pizarrón y dictarla agrupando dos cifras?
9. Usted dicta la suma de $\frac{3}{4} + \frac{5}{7}$ ¿cuál es la intención de hacer esta suma de fracciones al estar trabajando inicialmente con números enteros? Anteriormente ha hablado que en esa sesión “verán el tema de la suma”, pero en la explicación de cómo han resuelto la suma de fracciones una de las estudiantes dice que ha hecho la multiplicación, usted señala que “se hace la multiplicación cruzada” ¿cómo podría mostrar que al realizar la suma de fracciones se debe utilizar la multiplicación?, ¿qué conocimientos relacionados a la adición necesitaría el niño para resolver estos planteamientos?

- a) Menciona que comienzan con *operaciones simples* de sumas de fracciones ¿por qué considera que son simples?, ¿por qué hay distintos niveles de complejidad al aplicar la suma?, ¿por qué?, ¿cómo podría justificar a las normalistas el uso de estas “operaciones simples” en su práctica futura?
- b) Cuando resuelve la suma fracciones $\frac{1}{5} + \frac{2}{5}$ menciona que el denominador “pasa igual y sólo se suman los de arriba”, ¿cómo podría explicar al niño de primaria que sólo las cantidades de “arriba” deben sumarse?, ¿hay alguna situación en donde aparece el signo + pero no se hace la suma de todas las cantidades? Explique su respuesta
10. ¿De qué forma estos ejercicios de fracciones contribuyen a las intenciones del plan de estudios (descritas en esta entrevista, pregunta 1)?, ¿cómo podrían las estudiantes normalistas explicar la transición de la primera suma observada en esta sesión a la suma de fracciones que propone posteriormente?

Pregunta de cierre

11. A partir de lo que hemos comentado en esta entrevista, si usted impartiera nuevamente este contenido, ¿qué similitudes y diferencias cree que pudieran darse en las explicaciones observadas y su práctica en general?

APÉNDICE E

En la siguiente Tabla E1 se muestra la organización de preguntas de los protocolos de entrevista de cada formador de acuerdo con el subdominio del Conocimiento Pedagógico que pretenden indagar. La organización mostrada sirve para evidenciar cómo cada pregunta pretende explorar algún subdominio del Conocimiento Pedagógico.

Tabla E1

Organización de preguntas de acuerdo con los dominios e indicadores del Conocimiento Pedagógico

Subdominio	Indicadores	Preguntas para reflexionar acerca del subdominio			
		Manuel	Héctor	Juan	Luis
Conocimiento del Contenido y los Estudiantes		3			
	Prever las dificultades y necesidades que puede tener un estudiante con una tarea.	3a			
	Identificar una posible situación concreta susceptible de error para los estudiantes.	4			
	Posibles ideas errónea sobre las estructuras aditivas.	4a			3
		5c			5
	Prever lo que a los estudiantes les parecerá cansado y aburrido al presentarles el tema de la adición.	6	3	9a	5
	Conocer distintos modos de pensamiento de los alumnos ante una tarea y lo que suponen desde el punto de vista de su conocimiento	7a	8	9b	6
		7b	9a	10b	8
	Saber interpretar el conocimiento de los alumnos a partir de sus producciones y/o manifestaciones (evaluación)	8b	10	13	9a
		9	11a	13a	
		12b	14	15	
		13			
			14		
			15		
			16		
	Conocimiento del Contenido y la Enseñanza	Decide con qué ejemplos/ ejercicios iniciar la clase	1	1	1
Selecciona los conceptos que se deben enfatizar y/o señalar		2	2	2	2
Identifica qué significados de un contenido empezar		3	3	4a	3
		4	4	4b	4
Identifica qué aspectos del contenido incluir en una tarea para que el alumno le dé significado		5	5	6	5
		5a	7	7	6
Evalúa la adecuación de una tarea al nivel de los alumnos		5b	7c	9	7
		6a	8	9b	7a
Adapta una tarea al nivel de los alumnos		6b	9	10a	7b
Elije los ejemplos que va a incluir en una tarea, desde el punto de vista del contenido y del aprendizaje de los alumnos.		8a	10	10c	8
		8b	11	10d	11
	9	11b	10e		
	11a	11c	11		
	11b	13	12		

		12	15	13b	
		12b	17	14	
		14		16	
		17			
	Realiza cuestionamientos para reforzar las afirmaciones que se han explicado a los estudiantes	8d			
		10			
	Decide qué respuestas de los estudiantes aceptar, cuáles ignorar y cuáles destacar para usarlas luego.	11			
		12			
		15			
		16			
		18			
Conocimiento del Contenido y el Currículum	Reconoce qué contenidos deben aprender los estudiantes y la orientación que deben tomar esos contenidos en el aprendizaje	1			
	Para el desarrollo de su clase se apoya en la programación, libro de texto (en caso de ejemplificar lo que los futuros profesores enseñarán) y temario para examen de ingreso al servicio profesional docente.	10	1	1	1
		12	7b	4	9
		17	16	8	10
	La didáctica de la sesión incluye las propuestas metodológicas	19			

APÉNDICE F

En la Tabla F1 se observan las Categorías e indicadores del dominio Conocimiento Pedagógico para el análisis de la práctica del formador. Algunas subcategorías emergieron de la práctica de los formadores, mientras que otras han sido retomadas de Sosa (2012) y Climent et al. (2013).

Tabla F1

Categorías, Subcategorías e indicadores para analizar el Conocimiento Pedagógico en la práctica del formador

Categorías	Sub-Categorías	Indicadores
1. Conocimiento del Contenido y el Estudiante (CCE)	a) Estudiante de primaria	Prevé las dificultades y necesidades que puede tener un estudiante con una tarea. Identifica una posible situación concreta susceptible de error para los estudiantes.
	b) Estudiante normalista	Posibles ideas erróneas sobre las estructuras aditivas. Prevé lo que a los estudiantes les parecerá cansado y aburrido al presentarles el tema de la adición. Conoce distintos modos de pensamiento de los alumnos ante una tarea y lo que suponen desde el punto de vista de su conocimiento. Sabe interpretar el conocimiento de los alumnos a partir de sus producciones y/o manifestaciones (evaluación).
2. Conocimiento del Contenido y la Enseñanza (CCEn)	a) Didáctica del profesor de primaria	Decide con qué ejemplos/ ejercicios iniciar la clase Selecciona los conceptos que se deben enfatizar y/o señalar Identifica qué significados de un contenido empezar.
	b) Uso de ejemplos	Identifica qué aspectos del contenido incluir en una tarea que el alumno le dé significado. Evalúa la adecuación de una tarea al nivel de los alumnos Adapta una tarea al nivel de los alumnos.
	b) Preguntas	Elije los ejemplos que va a incluir en una tarea, desde el punto de vista del contenido y del aprendizaje de los alumnos. Realiza cuestionamientos para reforzar las afirmaciones que se han explicado a los estudiantes.
3. Conocimiento del Contenido y el Currículum (CC)	c) Respuestas de los estudiantes	Decide qué respuestas aceptar, cuáles ignorar y cuáles destacar para usarlas luego. Transición
	a) Currículum oficial	Reconoce qué contenidos deben aprender los estudiantes y la orientación que deben tomar esos contenidos en el aprendizaje. Para el desarrollo de su clase se apoya en la

b) Currículum Real	programación, libro de texto (en caso de ejemplificar lo que los futuros profesores enseñarán) y temario para examen de ingreso al servicio profesional docente. La didáctica de la sesión incluye las propuestas metodológicas del programa de estudios.
--------------------	--



APÉNDICE G

De acuerdo con las categorías y subcategorías para observar el Conocimiento Pedagógico en la práctica de los formadores, se presenta la Matriz (Tabla G1) para el análisis de las observaciones. Se elaboró una matriz para analizar la práctica de cada formador.

Tabla G1

Matriz para el análisis de las observaciones

Categorías	Subcategorías	Sesión 1	...	Sesión <i>n</i>
CCE	a) Estudiante de primaria			
	b) Estudiante normalista			
	a) Didáctica del profesor de primaria			
	a) Uso de ejemplos			
CCEn	b) Preguntas			
	c) Respuestas de los estudiantes			
	a) Currículum Oficial			
CCC	b) Currículum Real			