



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA
DE AGUASCALIENTES

CENTRO DE CIENCIAS BÁSICAS

DEPARTAMENTO DE SISTEMAS DE INFORMACIÓN

TRABAJO PRÁCTICO

“PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS DISCRETAS”

Presenta

Ing. Juan Antonio Olvera Becerra

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN INFORMÁTICA Y TECNOLOGÍAS COMPUTACIONALES

TUTOR

Dra. Lizeth Itziguery Solano Romo

COMITÉ TUTORAL

Dr. Carlos Argelio Arevalo Mercado
MC Fausto Arturo Contreras Rosales

Aguascalientes, Ags., Septiembre de 2018



JUAN ANTONIO OLVERA BECERRA
MAESTRÍA EN INFORMÁTICA Y TECNOLOGÍAS COMPUTACIONALES
PRESENTE.

Estimado alumno:

Por medio de este conducto me permito comunicar a Usted que habiendo recibido los votos aprobatorios de los revisores de su trabajo de tesis y/o caso práctico titulado: **“PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS DISCRETAS”**, hago de su conocimiento que puede imprimir dicho documento y continuar con los trámites para la presentación de su examen de grado.

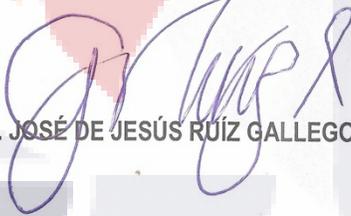
Sin otro particular me permito saludarle muy afectuosamente.

ATENTAMENTE

Aguascalientes, Ags., a 21 de agosto de 2018

“Se lumen proferre”

EL DECANO



M. en C. JOSÉ DE JESÚS RUÍZ GALLEGOS

c.c.p.- Archivo.



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA
DE AGUASCALIENTES
FORMATO DE CARTA DE VOTO APROBATORIO

M. en C. JOSÉ DE JESÚS RUÍZ GALLEGOS
DECANO DEL CENTRO DE CIENCIAS
P R E S E N T E

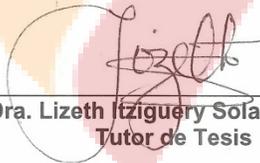
Por medio del presente como Tutor designado del estudiante **JUAN ANTONIO OLVERA BECERRA** con ID 107328 quien realizó el trabajo de tesis titulado: **PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS DISCRETAS**, y con fundamento en el Artículo 175, Apartado II del Reglamento General de Docencia, me permito emitir el **VOTO APROBATORIO**, para que él pueda proceder a imprimirla, y así como continuar con el procedimiento administrativo para la obtención del grado.

Pongo lo anterior a su digna consideración y sin otro particular por el momento, me permito enviarle un cordial saludo.

ATENTAMENTE

"Se Lumen Proferre"

Aguascalientes, Ags., a 14 de agosto del 2018.



Dra. Lizeth Iziguery Solano Romo
Tutor de Tesis

c.c.p.- Interesado
c.c.p.- Minuta Secretario Técnico



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA
DE AGUASCALIENTES
FORMATO DE CARTA DE VOTO APROBATORIO

M. en C. JOSÉ DE JESÚS RUÍZ GALLEGOS
DECANO DEL CENTRO DE CIENCIAS
P R E S E N T E

Por medio del presente como Tutor designado del estudiante **JUAN ANTONIO OLVERA BECERRA** con ID 107328 quien realizó el trabajo de tesis titulado: **PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS DISCRETAS**, y con fundamento en el Artículo 175, Apartado II del Reglamento General de Docencia, me permito emitir el **VOTO APROBATORIO**, para que él pueda proceder a imprimirla, y así como continuar con el procedimiento administrativo para la obtención del grado.

Pongo lo anterior a su digna consideración y sin otro particular por el momento, me permito enviarle un cordial saludo.

ATENTAMENTE

"Se Lumen Proferre"

Aguascalientes, Ags., a 14 de agosto del 2018.



Dr. Carlos Argelio Arevalo Mercado
Asesor de Tesis

c.c.p.- Interesado
c.c.p.- Minuta Secretario Técnico



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA
DE AGUASCALIENTES
FORMATO DE CARTA DE VOTO APROBATORIO

M. en C. JOSÉ DE JESÚS RUÍZ GALLEGOS
DECANO DEL CENTRO DE CIENCIAS
P R E S E N T E

Por medio del presente como Tutor designado del estudiante **JUAN ANTONIO OLVERA BECERRA** con ID 107328 quien realizó el trabajo de tesis titulado: **PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS DISCRETAS**, y con fundamento en el Artículo 175, Apartado II del Reglamento General de Docencia, me permito emitir el **VOTO APROBATORIO**, para que él pueda proceder a imprimirla, y así como continuar con el procedimiento administrativo para la obtención del grado.

Pongo lo anterior a su digna consideración y sin otro particular por el momento, me permito enviarle un cordial saludo.

ATENTAMENTE

"Se Lumen Proferre"

Aguascalientes, Ags., a 14 de agosto del 2018.



M.C. Fausto Arturo Contreras Rosales
Asesor de Tesis

c.c.p.- Interesado
c.c.p.- Consejero Académico
c.c.p.- Minuta Secretario Técnico

Agradecimientos

En primer lugar, le agradezco a un ser divino, mi Dios, mismo que me ha acompañado y guiado a lo largo de este proceso de aprendizaje, de buenas experiencias, de una etapa que seguramente recordaré mientras por el resto de mi vida, por ser mi fortaleza en los momentos de debilidad y por brindarme una vida llena de enseñanzas, vivencias y sobre todo felicidad.

Le agradezco la confianza, apoyo y dedicación de tiempo a mis profesores: Dra. Lizeth, Dr. Carlos, Maestro Fausto. Por creer, aunque quizá la duda se presentó en algún momento, en mí, y haberme brindado la oportunidad de desarrollar esta tesis. Por todo el apoyo y facilidades que nos fueron otorgadas, el tiempo invertido, el conocimiento, el cansancio y todo el esfuerzo físico y mental que se ha realizado para lograr concluir este trabajo.

A todos y cada uno de los maestros que tuvieron a bien impartirnos clase, compartir sus conocimientos y sabiduría, experiencias tanto profesionales como personales. No quisiera olvidar a alguno, ellos saben quiénes son y lo grande que es su trabajo y profesión. ¡Gracias a todos!

A la Universidad Autónoma de Aguascalientes, institución de gran prestigio, su calidez, su gran calidad, tanto en lo profesional como en lo académico. Por recibirme y acogerme como un alumno más durante este tiempo. Desde ahora, puedo decir con orgullo que soy un egresado más. Te llevo en el corazón. Pondré el nombre de la universidad en lo más alto.

Un agradecimiento especial a la Dra. Hilda Ramos y a todo su equipo de colaboradores. Me han demostrado que existen personas que aún creen en la justicia. Que se tiene que estar del lado de la razón y de lado de la justicia. Que siempre hay una esperanza y que, si se tiene la buena voluntad de ayudar, no se debe olvidar ese principio básico fundamental.

Dedicatorias

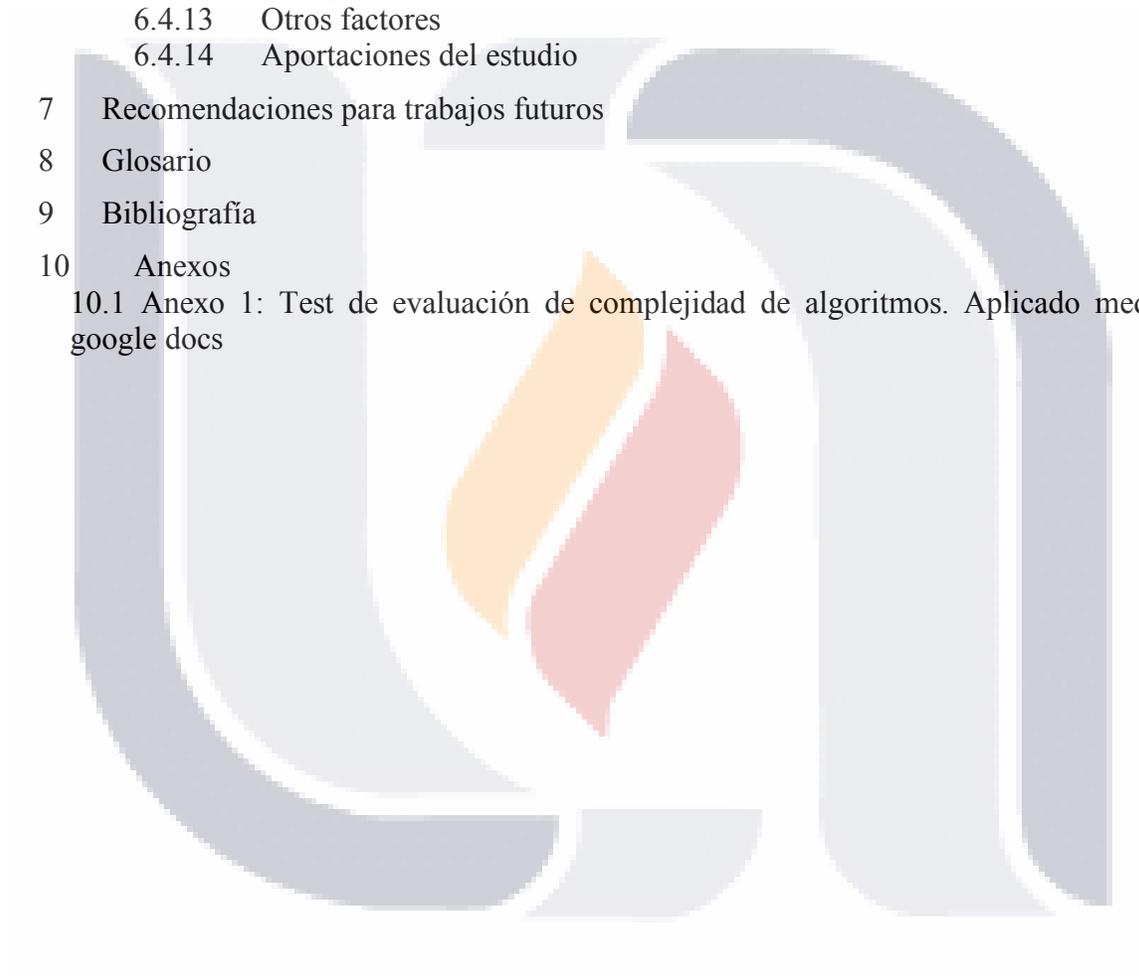
Le doy gracias a mi madre, por apoyarme en todo momento, por los valores que me ha inculcado, y por haberme dado la oportunidad de tener una excelente educación. Me ha dado y enseñado que lo mejor que se puede tener es educación, conocimiento, la gratitud, el ímpetu y el espíritu bondadoso para ayudar a nuestros semejantes. A tratar con igualdad de condiciones a todos y cada uno de nuestros semejantes. Y, sobre todo, por hacer con amor lo que mejor sabe hacer... Ayudar sin tener la espera de recibir a cambio algo. Sin duda es una mujer ejemplar, gracias mamá.

A mis compañeros de generación, fue una gran experiencia conocerlos y coincidir con todos y cada uno. Cada uno con un estilo único. Grandes momentos que nos tocó convivir y trabajar en equipo, con algunos con mayor cercanía que otros, pero todos forman parte de este trabajo.

Índice de Tablas	iv
Índice de Figuras	v
Índice de gráficas	vi
Acrónimos	7
RESUMEN	8
ABSTRACT	12
1 INTRODUCCIÓN	14
Justificación.	21
Objetivos de la investigación	24
1.1 Objetivo general	24
1.2 Objetivos Específicos	24
Hipótesis.	24
Variables	25
1.3 Variable dependiente	25
1.4 Variable independiente	25
Problema de investigación	25
2 Revisión de literatura.	27
2.1 Métodos y modelos de enseñanza	28
2.2 Los estilos de aprendizaje	28
2.2.11 Aprendizaje visual	29
2.2.12 Aprendizaje auditivo	30
2.2.13 Aprendizaje Kinestésico	30
2.2.14 Inteligencias múltiples	30
2.2.15 La inteligencia lingüística	32
2.2.16 Inteligencia lógico-matemática	33
2.2.17 La inteligencia musical.	33
2.2.18 La inteligencia cinestésico-corporal.	33
2.2.19 La inteligencia espacial	34
2.2.110 La inteligencia interpersonal	34
2.3 Los modelos mentales	34
2.4 Objetos de aprendizaje (OA).	36
2.4.11 Elementos pedagógicos en objetos de aprendizaje	38
2.4.12 Estilos de aprendizaje aplicados a los OA	38
2.4.13 Aspectos Tecnológicos de los Objetos de Aprendizaje	39
2.4.14 Desarrollo de los objetos de aprendizaje.	40
2.5 Mapas conceptuales.	42
2.6 Las estrategias, esquemas o planes	44
2.7 La metacognición	45
2.8 Otros factores cognitivos	46
2.9 Teorías de aprendizaje	49
2.10 Conductismo	52

2.11	Cognitivismo	53
2.12	Constructivismo	54
2.13	Conectivismo	55
2.14	Conectivismo: Una teoría de aprendizaje para la era digital	55
2.15	Teoría de Codificación Dual.	56
2.16	Teoría Cognoscitiva del Aprendizaje Multimedia.	57
2.17	La enseñanza tradicional (métodos tradicionales) de las matemáticas discretas.	59
2.18	Autonomía en el aprendizaje	60
2.19	Herramientas para enseñar matemáticas discretas.	63
2.20	Enseñanza de matemáticas a través de plataformas virtuales o recursos tecnológicos.	64
2.21	Método de enseñanza basado en protocolos verbales	65
2.21.11	Tipos y niveles de verbalización	65
3	MATEMÁTICAS DISCRETAS	66
3.1	Objetivo de las matemáticas discretas	67
3.2	Métodos para enseñar-aprender matemáticas discretas	69
3.3	Problemas al enseñar-aprender matemáticas discretas	70
3.4	Contenidos de las matemáticas discretas	72
3.5	Efecto del ejemplo resuelto y el problema por completar	72
3.6	Complejidad de los algoritmos	74
3.6.11	Objetivo del cálculo de la complejidad de algoritmos	74
3.7	Relación de la programación con las matemáticas discretas	75
3.8	Cota superior asintótica (Big O)	76
3.8.11	Orden de complejidad	78
3.8.12	Los mejores, peores y los casos promedio	79
3.8.13	Cálculo de complejidad de un algoritmo	79
4	Metodología	82
4.1	Desarrollo de un protocolo verbal	83
4.2	Prueba de usabilidad.	83
4.3	Modelo de investigación	84
4.4	Modelo metodológico.	85
4.5	Prueba experimental.	86
4.6	Instrumento de medición	87
4.7	Muestra	87
4.8	Instrumentos:	88
4.9	Procedimientos	88
4.9.11	Condiciones del estudio experimental	89
5	Resultados	91
5.1	Aspectos generales	92
5.2	Análisis de variables	92
5.3	Análisis de desviación estándar	93
5.4	Análisis de mediana	94
5.5	Análisis de media	95
5.6	Distribución de frecuencias	96

5.7	Prueba de U Mann-Whitney para dos muestras independientes	98
5.8	Resultados finales	101
6	Conclusiones	102
6.1	De los objetivos e hipótesis del estudio	103
6.2	De la aplicación de la metodología	103
6.3	De las hipótesis de producto y proceso de diseño	104
6.4	Limitaciones del estudio	105
6.4.11	Datos	105
6.4.12	Tiempo	106
6.4.13	Otros factores	106
6.4.14	Aportaciones del estudio	106
7	Recomendaciones para trabajos futuros	108
8	Glosario	110
9	Bibliografía	112
10	Anexos	119
10.1	Anexo 1: Test de evaluación de complejidad de algoritmos. Aplicado mediante google docs	120



Índice de Tablas

Tabla 1 *Justificación de la Investigación* 23

Tabla 2. *Tabla de multiples inteligencias. Adaptado de Gardner, 1993, 1994.* 31

Tabla 3 Adaptado de (López, García, & Peco, 2005). Algunas herramientas disponibles para el desarrollo de OA..... 39

Tabla 4 *Elementos requeridos para el desarrollo de un objeto de aprendizaje de (Cisneros et al., 2004)* 41

Tabla 5 Proceso de desarrollo de un OA. (Rodríguez et al., 2016). 41

Tabla 6: *Elementos requeridos para el desarrollo de un objeto de aprendizaje de (Cisneros et al., 2004)* 45

Tabla 7. Los acercamientos a la Codificación Dual. Tabla formada a partir de la información proporcionada por Mayer (2005, pp.33-34)..... 57

Tabla 8. Cinco procesos cognoscitivos de la teoría cognoscitiva del aprendizaje multimedia. 58

Tabla 9: *Consideraciones de habilidades necesarias en la capacidad de aprender a aprender, según diversos autores. Por orden cronológico. Tomado de Ruiz, (2009)* 61

Tabla 10: *Objetivos de las matemáticas discretas en programas de ciencias de la computación según EBET. Adaptado de Shing y Shing (2010)* 68

Tabla 11: *Lista de clases de funciones que se encuentran comúnmente en el análisis de algoritmos.* 76

Tabla 12: *Tiempos empleados para una función evaluada. Adaptado de (Adamchik, 2009)* 77

Tabla 13: *Tiempo en segundos (excepto se exprese lo contrario) que tardan en realizarse $f(n)$ operaciones, haciendo un millón por segundo.* 78

Tabla 14: *Transcripción literal de un protocolo verbal.* 83

Tabla 15: *Valor de desviación estándar para la prueba de grupos.* 93

Tabla 16: *Datos de medias obtenidos de los datos de la prueba.* 94

Tabla 17: *Valor de media obtenido mediante SPSS* 95

Tabla 18: *Resultados obtenidos mediante SPSS.* 99

Tabla 19: *Datos de análisis obtenidos mediante SPSS. Prueba de muestras independientes para la prueba de complejidad de algoritmos en estudiantes de ingeniería en sistemas computacionales de la U.A.A.* 100

Índice de Figuras

Figura 1: Mapa conceptual sobre la Teoría de los Modelos Mentales de Johnson-Laird (Palmero et al., 2001)	35
Figura 2: <i>Mapa conceptual según Joseph Donald Novak et al. (1988).</i>	43
Figura 3: Mapa conceptual sobre las principales corrientes psicológicas que se influyeron en las practicas docentes en las últimas décadas segun Moreira (2012).....	47
Figura 4: Un mapa conceptual para la visión interaccionista-social de Gowin del aprendizaje significativo incluyendo el ordenador como el cuarto elemento. Moreira (2012)	48
Figura 5: Los sistemas de memoria de la mente humana. Según Novak y Cañas (2008)....	49
Figura 6: Modelo de la memoria de trabajo de (A. D. Baddeley & Hitch, 1974). Adaptado de (Feinberg & Murphy, 2000a)	50
Figura 7. Correspondencia entre estructura orgánica del conocimiento matemático y las categorías de conocimiento. Tomado de (R. López & Sánchez, 2014)	52
Figura 8: Ecuación ilustrativa para conductismo.....	53
Figura 9: Vista tradicional de “como llegamos al conocimiento”. Adaptado de Taber (2011)	54
Figura 10 :Teoría de la codificación dual. Adaptado de (Sadoski, Paivio 2004).	56
Figura 11: Proceso de estrategias didácticas y de aprendizaje para el desarrollo de la autonomía del aprendizaje. Tomado de Ruiz (2009)	62
Figura 12. Relación de las matemáticas discretas con cursos especiales o temas avanzados de las ciencias de la computación. Adaptado de (Yuan y Yang, 2012)	71
Figura 13: Elementos para el modelado de ejemplos orientados al proceso recurrente y aspectos no recurrentes de una habilidad cognitiva compleja. Adaptado de (Gog et al., 2004).....	73
Figura 14: Habilidades de las matemáticas discretas requeridas para la ingeniería de software. Adaptado de (Cohoon & Knight, 2006).....	75
Figura 15: Tiempo empleado por cada orden de complejidad de los algoritmos.....	77
Figura 16: Código del algoritmo de ordenamiento por inserción en C++.....	80
Figura 17: Código de ejemplo para medir su tiempo de ejecución	80
<i>Figura 18: Sistema visor de protocolos verbales propuesto por Arévalo (2010).....</i>	<i>84</i>
<i>Figura 19: Modelo de investigación. Adaptado de Arévalo, (2010).....</i>	<i>85</i>

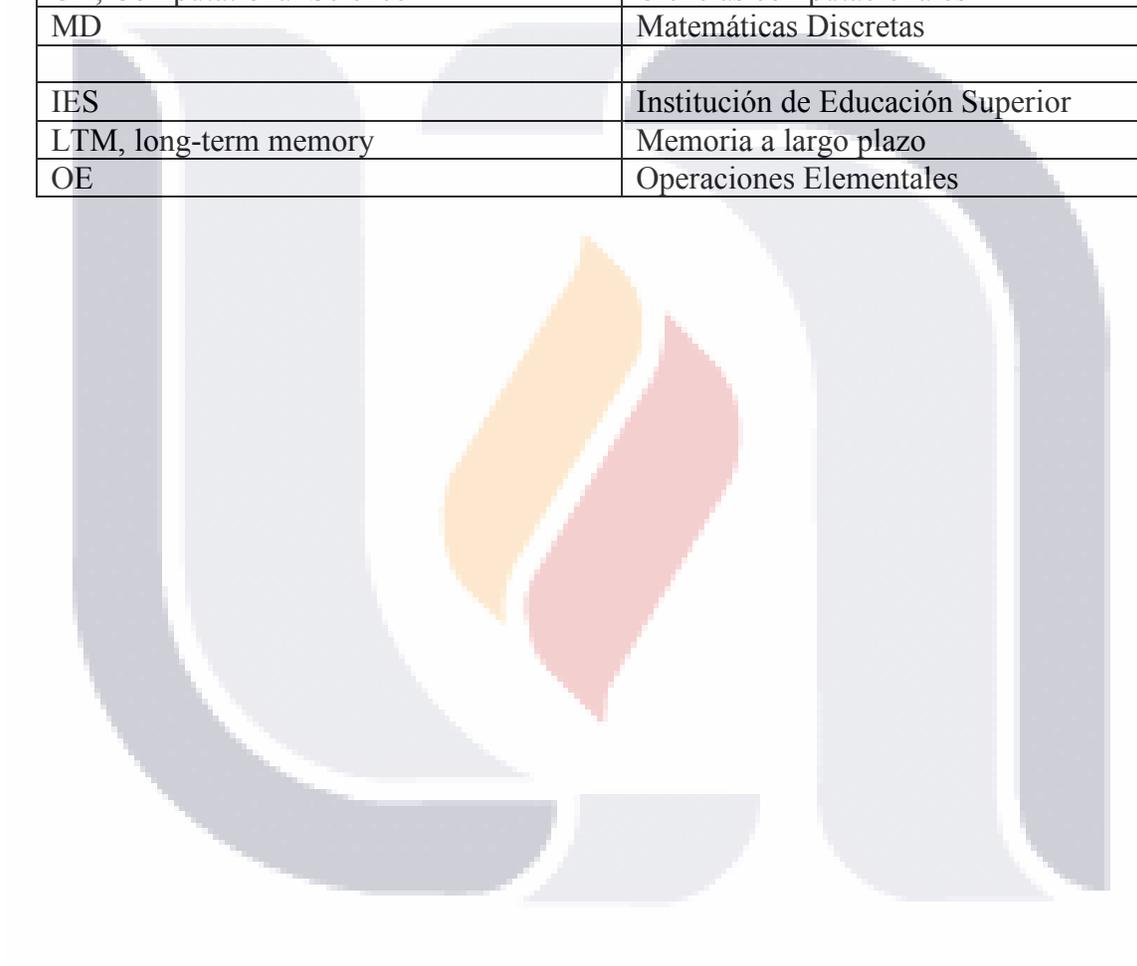
Índice de gráficas

Gráfica 1: Distribución de Frecuencias de ambos grupos	96
Gráfica 2: Distribución de Frecuencias de grupo A.....	97
Gráfica 3 : Distribución de Frecuencias de grupo B.....	97



Acrónimos

Acrónimo	Descripción
SE, software engineering	Ingeniería de Software
CN, Computational Science	Ciencias computacionales
MD	Matemáticas Discretas
IES	Institución de Educación Superior
LTM, long-term memory	Memoria a largo plazo
OE	Operaciones Elementales



RESUMEN

Existen diversas formas en las que una persona puede aprender, por lo que resulta complicado que un solo instructor o profesor aplique todas y cada una en el proceso de enseñanza. El proceso de aprendizaje-enseñanza de las matemáticas, es un área en la que siempre se tiene mayor dificultad para lograr aprendizajes significativos; en el caso de las matemáticas discretas, se da el mismo agente.

Las matemáticas discretas, representan un área de estudio de las carreras de ciencias de la computación. Según Flores, (2011), las matemáticas discretas desprenden de la matemática aplicada, la cual se enfoca en los arreglos de objetos discretos que están separados unos de otros, tales como números enteros, números reales, proposiciones, conjuntos, relaciones, funciones y grafos. También menciona que tienen muchas aplicaciones en las ciencias computacionales y la ingeniería del software, así da como ejemplo, la búsqueda de información y ordenamiento de la misma, útil para un ingeniero, para un analista estadístico, médico y otros especialistas que trabajan con información estadística principalmente, se utilizan algoritmos para buscar un dato preciso en un conjunto grande de valores posibles, así también como la descripción de la estructura estática y el comportamiento dinámico de un sistema de software, además de realizar la verificación de una especificación de software mediante declaraciones lógicas, entre muchas otras aplicaciones.

Tal como menciona Ferreira Szpiniak, Luna, Y Medel, (1997), “Los profesionales de la computación deben estar capacitados para estudiar los fundamentos de su disciplina”. También Tucker, (1991) “el núcleo central de las Ciencias de la Computación está constituido en buena parte por la matemática discreta y la lógica matemática”. Por esta razón, un especialista en computación debe estar en condiciones de usar las herramientas básicas y las técnicas de dichas áreas de la matemática y la lógica, de tal forma que la formación de profesionales en ciencias computacionales debe contar con una base de formación lógico-matemática muy sólida, que les permita una rápida adecuación y eficaz a los acelerados cambios tecnológicos.

Además, Tucker (1991), realiza las siguientes ponderaciones: “hay dos consideraciones importantes en el diseño de una introducción por primera vez a la informática. El primero es tratar las matemáticas discretas no como un tema separado y no relacionado, sino como un componente totalmente integrado del curso. Al hacerlo, los estudiantes entenderán mejor y apreciarán la importancia de las matemáticas discretas para nuestra disciplina. Por ejemplo, la lógica Booleana podría introducirse durante una discusión de operadores de lenguaje de programación, los métodos de conteo podrían presentarse durante una discusión sobre la eficiencia de algoritmos iterativos, mientras que las relaciones de recurrencia son una forma natural de estudiar el rendimiento de algoritmos recursivos. El objetivo es que los estudiantes conozcan los conceptos matemáticos en el contexto de su uso para resolver problemas informáticos importantes”.

Ordoñez, Cañada y Fuente (2013) mencionan que el caso de la matemática discreta y sus conceptos asociados, como la combinatoria, los grafos, las matrices, la elección social o la teoría de juegos, de ahí el interés de este estudio. La resolución de problemas en estos tópicos proporciona una oportunidad para incorporar destrezas propias de la matemática: resolver problemas no rutinarios, con diferentes estrategias, desarrollar el pensamiento crítico, tomar decisiones apoyándose en razonamientos matemáticos, saber cómo el conocimiento científico influye en la actividad práctica DeBellis Y Rosenstein, (2004).

Los algoritmos: de acuerdo con Lizama, (n.d.) un algoritmo es “un conjunto de instrucciones sencillas, claramente especificadas, que se deben seguir para resolver un problema”. Por lo que según Duch (2007), la característica básica que debe tener un algoritmo es que sea correcto, es decir, que produzca el resultado deseado en tiempo finito”. Además, este algoritmo debería tener otras características que sea claro, que tenga buena estructura, que sea fácil de usar, fácil de implementar y algo que debe tener un punto fuerte de importancia, que sea eficiente. Entonces, se considera que la eficiencia de un algoritmo está relacionada con la cantidad de recursos de cómputo que requiere; es decir, cuál es su tiempo de ejecución y la cantidad de memoria utilizada. A la cantidad de tiempo que requiere la ejecución de un

algoritmo determinado, se le suele llamar coste en tiempo, mientras que a la cantidad de memoria que requiere se le suele llamar coste en espacio.

En este contexto, la relación de las matemáticas discretas y los algoritmos son el análisis, conceptos, aplicaciones de los algoritmos en diversos ámbitos. Además, le compete el resultado de la ejecución de los algoritmos, es decir, de medir la eficiencia de los algoritmos a través del tiempo empleado en un equipo de cómputo, con los recursos que estos poseen.

En la Universidad Autónoma del Estado de Aguascalientes, estudiantes de la carrera de Ingeniería en Sistemas Computacionales (ISC), alumnos regulares de cuarto semestre, conforme lo marca el mapa curricular¹, aún y cuando se podría considerar bajo a moderado el índice de reprobación², se presenta el problema de falta de comprensión de problemas referentes a complejidad de algoritmos, tema fundamental en las ciencias computacionales, y en el caso particular de la universidad, en estudiantes de la carrera de ISC.

Debido a la problemática planteada, se presenta una propuesta como apoyo al proceso de enseñanza-aprendizaje de comprensión de problemas de matemáticas discretas. El protocolo verbal instrumento que, mediante verbalización y visualización, exponen el proceso cognitivo de una persona para la resolución de problemas. En los protocolos verbales se manifiestan las estrategias, modelos mentales y técnicas o recursos utilizados para la resolución de un problema en particular.

En programación, los protocolos verbales ya han servido como apoyo para el aprendizaje de programación. Se cree que al implementar dicho recurso se tenga un mejor resultado para la comprensión en la asignatura de matemáticas discretas, enfatizando el recurso en un tema crítico, la complejidad de algoritmos.

El estudio se lleva a cabo en un ambiente estudiantil, con grupos que tienen características similares. Se ha establecido un grupo que “aprende” mediante protocolos verbales, mismo

que se denomina grupo experimental y un grupo que aprende con un método tradicional, grupo de control.

Para medir el desempeño obtenido, se ha aplicado un test. El test busca medir la comprensión después de que se ha expuesto a la enseñanza tradicional y por otra parte los protocolos verbales.

La mejora de la comprensión de los problemas después de realizar el experimento, resulta favorable, aunque estadísticamente no se logra observar con claridad un avance palpable de este resultado. Los resultados obtenidos de la aplicación del test, dan por hecho de que existe la mejora en la comprensión.

Palabras clave: Protocolo Verbal. Enseñanza. Aprendizaje. Matemáticas Discretas.

ABSTRACT

There are several ways that a person can learn, making it difficult for a single instructor or teacher apply each and every one in the teaching process. The process of teaching-learning mathematics is an area where you always have greater difficulty achieving significant learning; in the case of discrete mathematics, the same agent is given. Discrete mathematics, represent an area of study of the careers of computer science.

At the Autonomous University of the State of Aguascalientes, the problem of lack of understanding of problems related to complexity of algorithms, fundamental issue in computer science is presented, and in the case of the university, students studying Systems Engineering computer.

Due to the issues raised, a proposal is presented to support the teaching-learning process of understanding of problems of discrete mathematics. The verbal protocol instrument through verbalization and visualization, cognitive process expose a person to solve problems. In the verbal protocols strategies, mental models and techniques or resources used to solve a particular problem manifest.

In programming, verbal protocols have already served as support for learning programming. It is believed that implementing such appeal have a better result for understanding the subject of discrete mathematics, emphasizing the resource on a critical issue, the complexity of algorithms.

The study was conducted in a student atmosphere, with groups that have similar characteristics. It has established a group that "learns" through verbal protocols and a group learning with a traditional method. To measure the performance obtained is applied a test. The test seeks to measure understanding after it has been exposed to traditional teaching and partly verbal protocols.

Improved understanding of the problems, is favorable, although statistically not achieved clearly observed. The results of the test application, assume that there is improved understanding.

Key Words: Verbal Protocol. Discrete Mathematics Teaching.



1 INTRODUCCIÓN

La presente tesis se enfoca al estudio de la problemática del aprendizaje y comprensión del análisis de la complejidad de algoritmos del área de las matemáticas discretas, en el contexto de cursos básicos de nivel universitario, en donde, estudiantes con distintos antecedentes de actitudes y aptitudes, intentan adquirir la habilidad de resolver problemas de matemáticas discretas, en carreras afines a las ciencias computacionales.

Esta investigación tiene como propósito principal el estudio y comprensión de la enseñanza de las matemáticas discretas, en concreto, se basa en el estudio (comprensión, análisis y solución), de problemas relacionados con algoritmos y su eficiencia, también llamado complejidad de algoritmos, en alumnos de pregrado de la Universidad Autónoma de Aguascalientes. Por lo tanto, en la presente investigación se pretende, mediante el desarrollo de un experimento de aprendizaje, se busca obtener un método de apoyo en el proceso enseñanza-aprendizaje de las matemáticas discretas, tener un material para los alumnos de ISC de la UAA y el beneficio de reducir el índice de reprobación.

En el Software Engineering for the 21st Century [advertisement] (2014), se dio a conocer que el cuerpo de la base de conocimiento sistemático que apoya la ingeniería de software es el conocimiento de algoritmos, de representación, símbolo de procesamiento de la informática, junto con el conocimiento específico acerca de los sistemas de software y hardware.

Algoritmos

Para Mañas (1997), llevar a cabo la resolución práctica de un problema, se exige por una parte un algoritmo o un método de resolución y por otra, un programa o codificación de este algoritmo en un equipo de cómputo que puede procesarlo. Ambos componentes tienen

importancia, aunque la del algoritmo es absolutamente esencial, mientras que la codificación (también se puede llamar programación), puede muchas veces pasar a nivel de anécdota.

El mismo Mañas (1997), define el concepto de algoritmo, el cual es “*serie de pasos que nos llevan a resolver efectivamente un problema*”. Por lo que se puede decir que un algoritmo es “una *idea* y el concepto de programa un algoritmo escrito usando un lenguaje de programación (por ejemplo, programa para búsqueda de información)”.

Ante un mismo problema, puede haber mejores y peores ideas acerca de cómo afrontar su solución. En lo que sigue sólo nos ocuparemos de algoritmos correctos, es decir, que nos llevan a una solución válida del problema planteado. Dentro de lo que es correcto, el análisis de algoritmos nos lleva a poder decir si una idea es mejor que otra.

Con un mismo algoritmo podemos escribir un programa mejor o peor. No se puede escribir un programa correcto basado en un algoritmo incorrecto; pero dentro de la corrección de la idea, hay programadores y compiladores que son mejores que otros.

El tamaño

Para cada problema se determina una medida N de su tamaño (por número de datos) y se intenta encontrar respuestas en función de dicho N . El concepto exacto que mide N depende de la naturaleza del problema. Por lo tanto, el tamaño viene a determinar la medida de veces que hará de repetirse un algoritmo para encontrar una solución. Tan grande sea la medida N , mayor cantidad de procesos realizará el algoritmo. Así, para un vector se suele utilizar como N su longitud; para una matriz, el número de elementos que la componen; para un grafo, puede ser el número de nodos (a veces es más importante considerar el número de arcos, dependiendo del tipo de problema a resolver); en un fichero se suele usar el número de registros, etc. Es imposible dar una regla general, pues cada problema tiene su propia lógica de costo. El costo implicaría, a manera de analogía, el tamaño del elemento en el que se

buscará una información o sobre el cuál se lanzará el algoritmo y tendrá que realizar alguna acción.

Recursos

A efectos prácticos o ingenieriles, una preocupación que se tiene en el desarrollo de software son los recursos físicos necesarios para que un programa se ejecute, recordar que un programa es la implementación de un algoritmo mediante un lenguaje de programación. Por lo que un algoritmo debidamente estructura y optimizado, será el reflejo en un programa con los mismos parámetros. Aunque puede haber muchos parámetros, los más usuales son el tiempo de ejecución y la cantidad de memoria (Random Access Memory, RAM) que se ocuparán al ejecutar un programa, debido a que esto puede garantizar (o no), el que un software tenga el interés del usuario por usarlo y algo importante, mantener el uso y mantenimiento de este. En términos estándares, se usan las siguientes notaciones para denotar los recursos que se usan.

-> $T(n)$ – tiempo de ejecución en función del tamaño “n” del problema

-> $E(n)$ – espacio (RAM) en función del tamaño n del problema

Tiempo de ejecución

Una medida que se suele utilizar para conocer es el tiempo de ejecución de un programa en función de N, lo que se denominará $T(N)$. Esta función se puede medir físicamente (ejecutando el programa, mediante un cronómetro), o calcularse sobre el código contando instrucciones a ejecutar y multiplicando por el tiempo requerido por cada instrucción. Así, el siguiente ejemplo de código:

```
S1;  
For (i= 0; i < N; i++)  
S2;
```

Require

$$T(N) = t1 + t2*N$$

Siendo t1 el tiempo que lleve ejecutar la serie "S1" de sentencias, y t2 el que lleve la serie "S2".

En un algoritmo, el tiempo de ejecución estará en función de T(N). Mientras un algoritmo sea *mayor repetitivo*, el tiempo requerido estará en proporción al número de veces que repita las instrucciones, esto es que si un algoritmo tiene una instrucción de repetición y dentro de ésta otro ciclo, el tiempo se elevará de forma exponencial.

La ingeniería de software

Para Bayona, Pineda y Pardo (2016:1), la ingeniería de software es *“una nueva área de la ingeniería y es considerada como una disciplina que se encarga de crear y mantener las aplicaciones de software haciendo uso de tecnologías, prácticas, métodos y técnicas para el desarrollo de programas informáticos con calidad, apoyándose en las herramientas y los procedimientos que provee la informática para su aplicación”*.

Otra definición ampliamente aceptada viene de Sommerville (2005:4), la cual dice: *“Este es abstracto e intangible. No posee restricciones de materiales, o gobernado por leyes físicas o por procesos de manufactura, lo que hace que no existan limitaciones físicas del potencial del software”*.

Ingeniería de software es la aplicación práctica del conocimiento científico al diseño y construcción de programas de computadora y a la documentación asociada requerida para desarrollar, operar y mantenerlos. Se conoce también como desarrollo de software o producción de software BOHEM (1976).

Ingeniería de software trata del establecimiento de los principios y métodos de la ingeniería a fin de obtener software de modo rentable, que sea fiable y trabaje en máquinas reales Bauer (1972).

De las definiciones, para este trabajo se considera la propuesta por Bauer. La relación que se tendrá del software con los algoritmos, y en particular con el estudio de la complejidad de estos últimos, es lo que lleva a elegir esta definición. Recordar que la complejidad mide el tiempo que se ejecuta un algoritmo, de forma no dependiente de la máquina, si no del tiempo de proceso del algoritmo.

Los protocolos verbales

Se hace el uso del método y la técnica del protocolo verbal como un procedimiento metodológico usado en la investigación y que ofrece informaciones cualitativas. Un protocolo verbal es un método que favorece la obtención de *relatos individuales* sobre algún tema de estudio y que se quiere pase por un proceso cognitivo (enseñanza-aprendizaje) durante la ejecución de una tarea, a medida que ésta se esté vivenciado o sea recordada siendo recordada. Se podría decir que es una forma de “pensar en voz alta” sobre algún proceso que se quiere sea enseñado y que podría resultar complejo su aprendizaje mediante un método tradicional, esto debido a que puede que haya un proceso de *corrección*, donde no siempre se sigue un proceso lineal y se debe regresar a un punto en el tiempo para *solventar alguna falla*.

Métodos didácticos

Son los mecanismos o procesos que han sido diseñados, probados e implementados por diversos autores, profesores, pedagogos o quienes han estudiado sus efectos, los cuales poseen principios que los rigen y elementos básicos, características, las formas como dirigen el aprendizaje, los conceptos sobre recursos, técnicas y procedimientos, utilizados en el proceso enseñanza-aprendizaje.

Las matemáticas discretas

Las matemáticas discretas consideran diversas áreas del conocimiento. Según DE LAS MATEMÁTICAS (n.d.) las matemáticas discretas podrían ser definidas como “la disciplina dedicada al estudio de conjuntos y procesos discretos. El concepto discreto es el opuesto a continuo. Los conjuntos finitos y los subconjuntos de números enteros son ejemplos de conjuntos discretos. Por otra parte, esta es la forma en que trabajan los ordenadores, de forma discreta: manejan cantidades finitas de datos, y realizan procesos en un número finito de pasos”.”.

Entre los que son objeto de estudio de las matemáticas discretas se encuentran: la recursión y relaciones de recurrencia, El análisis de algoritmos y más pruebas de correctas CLASE & SEMANA (n.d.). Para Flores (2011), considera que existen algunos elementos esenciales para la comprensión y uso de la matemáticas discretas, los cuales son: Pensamiento abstracto, Pensamiento lógico, Pensamiento modelado, Pensamiento constructivo y en cuanto a contenidos: Lógica matemática, Teoría de conjuntos, Algebra abstracta, Teoría de grafos, Abstracción mediante estructuras algebraicas y grafos, Pensamiento lógico mediante lógica computacional, Pensamiento modelado mediante teoría y relación de conjuntos y Pensamiento constructivo mediante algoritmo y prueba, todos estos elementos deberían ser los mínimos necesarios para un correcto desarrollo de las matemáticas discretas.

La importancia de las matemáticas discretas en los algoritmos y su relación con la ingeniería de software

Todas las definiciones sobre las matemáticas discretas tienen un aporte y presentan características que se emplean en éstas. Las matemáticas discretas están fuertemente centradas en la lógica, la probabilidad, el pensamiento lógico, de esto además se tiene el análisis de algoritmos. Es el énfasis que se busca en este apartado, ya que el análisis implica el buscar alternativas a los tradicionales algoritmos, busca mejorarlos, adaptarlos y algo de

relevancia es que busca su eficiencia. Para esto se ocupa de analizar los recursos que requiere un algoritmo determinado, independientemente del equipo en el que se vaya a lanzar.

La ingeniería de software, al llevar a cabo la parte del análisis, diseño, etc., en el proceso de desarrollo de software, requiere de programas más eficientes, que consuman la menor cantidad de recursos, lo que permite un ahorro en costos y en tiempo, de proceso, de elaboración y de mantenimiento de estos. El aprendizaje de las matemáticas discretas es un tema frecuente complejo y relevante. Frecuente, porque las materias básicas de carreras afines a ciencias de la computación, se imparten todos los días, tanto local como internacionalmente, en aulas de instituciones de nivel medio y superior Joint Task Force on Computing Curricula & Society (2013). Históricamente, cualquier instructor o facilitador de esta asignatura puede relatar las dificultades que tanto él como sus alumnos experimentan en este proceso de enseñanza y comprensión.

Los estudiantes de ISC, al egresar, tienden a buscar oportunidades de empleo en diversas empresas del sector de desarrollo de software. Por lo que es importante que los futuros ISC's, puedan tener las herramientas necesarias del proceso de desarrollo de software su implementación y la optimización de los algoritmos para la correcta implementación.

Los principales beneficios de este estudio se pueden considerar:

- Los estudiantes de la carrera de Ingeniería en Sistemas Computacionales de la Universidad Autónoma de Aguascalientes (U.A.A.) a quienes se les aplicó el ejercicio del uso de protocolos verbales con la intención de conocer sus efectos dentro del proceso enseñanza-aprendizaje, y con los que se espera que los alumnos tengan una comprensión de los contenidos mayor a la que se obtienen con los métodos tradicionales de cátedra de matemáticas discretas.
- Los profesores que imparten dicha materia al mejorar la comprensión de los contenidos de la materia, ser un soporte para el material revisado frente a grupo, así

como gozar de mayor tiempo para poder preparar información de nuevos contenidos de la materia que pudieran tener complejidad más elevada.

- La institución de educación superior, en este caso la U.A.A. ya que tendrá un rendimiento mayor de sus estudiantes y profesores, así como se mejoraría el proceso de enseñanza-aprendizaje de este tipo de matemáticas, ya que se incluyen en otras carreras¹.
- La sociedad, empresas del sector de tecnologías de Información como HITSS, softtek, Capgemini, entre otras y empresas locales del sector automotriz como NISSAN, entre otras, ya que los egresados de la carrera de Ingeniería en Sistemas contarán con las capacidades, habilidades y conocimientos, que les permitan sobresalir en empresas ocales, nacionales y transnacionales del sector tecnológico y de TI.

Como dato importante se menciona que según el informe “Aprobación y reprobación por materia académica” para el periodo Agosto-Diciembre del 2015 presentado por la U.A.A., la materia de matemáticas discretas, impartida a la carrera de Ingeniería en Sistemas Computacionales en el quinto semestre, registró un 5.21% de reprobación¹. De 96 alumnos que cursaron la materia, por motivos de calificación reprobaron 4.17%, y el 1.07% fue por otros motivos.

Justificación.

Con el desarrollo y la evaluación de los protocolos verbales para problemas de matemáticas discretas se establecen nuevos métodos de poder enseñar y, se espera que los alumnos tengan una mejor comprensión de los problemas habituales del tema desarrollado. El valor agregado

1

http://dei.dgpd.uaa.mx/estudios/docs/Aprobacion%20y%20Reprobacion%20por%20Academiaa_%20AD15%202015.pdf

es el que se espera obtener será una generación de alumnos con mayor capacitación en el área de las matemáticas discretas. Con esto, además ayuda a la comprensión de problemas del mundo real y su solución óptima. Aplicando las técnicas científicas y tecnológicas de la ingeniería de sistemas. Los protocolos verbales pueden co-ayudar al proceso de aprendizaje-enseñanza en diversas áreas del conocimiento, tal como lo señala Fujita, Redígolo, y Dal'Evedove (2007), en donde se aplica el uso de los protocolos verbales a la indexación de textos científicos. Así, entonces, de acuerdo con Requena, (2003) se puede considerar que los protocolos verbales ayudan a la comprensión de los procesos de razonamiento.

La falta de conocimiento de métodos didácticos en el proceso de aprendizaje-enseñanza de los profesores que imparten la materia de matemáticas discretas, no permite que los alumnos alcancen las metas propuestas en los planes de estudio de dicha materia, además, no existe o son pocos los elementos cognitivos en los alumnos. Asimismo, no hay herramientas exclusivas para apoyar el proceso de aprendizaje de matemáticas discretas. Las herramientas existentes se enfocan en matemáticas como álgebra o cálculo. En el ámbito local, se puede pensar que en primera instancia los posibles beneficiarios serán los estudiantes de la carrera de ingeniería en sistemas computacionales de la Universidad Autónoma de Aguascalientes (U.A.A.). En donde se pretende que se tenga una comprensión mayor a la que se obtienen con los métodos tradicionales de cátedra de matemáticas discretas.

Así mismo se tendría como herramienta de apoyo para los profesores que imparten dicha materia. Al mejorar la comprensión de los alumnos, será necesario un menor tiempo para desarrollar nuevos temas y enseñar nuevos conceptos. Conceptos con complejidad más elevada. Otro beneficiario, es la institución de educación superior (U.A.A.). Se tiene un rendimiento mejor y se disminuye los índices de reprobación. En términos generales, se beneficia a la sociedad. Los egresados de la carrera de ingeniería en sistemas de la U.A.A., tendrán capacidades que les permitirán sobresalir en empresas del sector tecnológico y de TI. Tanto en empresas locales, nacionales y transnacionales.

El aprendizaje de las matemáticas discretas es un tema frecuente complejo y relevante. Frecuente, porque las materias básicas de carreras afines a ciencias de la computación, se

imparten todos los días, tanto local como internacionalmente, en aulas de instituciones de nivel medio y superior. Históricamente, cualquier instructor o facilitador de esta asignatura puede relatar las dificultades que tanto el cómo sus alumnos experimentan en este proceso de enseñanza y comprensión. Para la observación de ese efecto, necesitaremos medir (muy posiblemente tanto el uso de los protocolos verbales, como los resultados de un diseño cuasi experimental, con estudiantes de matemáticas).

Tabla 1 Justificación de la Investigación

Tema	Descripción	Posible aportación
Apoyo en la enseñanza tradicional.	No suele enfatizarse lo suficiente el reforzamiento de modelos mentales válidos, la visualización explícita de estrategias de solución y el conocimiento metacognitivo.	La identificación de métodos didácticos que coayuden a obtener elementos cognitivos faltantes o insuficientes.
Disponibilidad de herramientas	No hay herramientas exclusivas para apoyar el proceso de aprendizaje de matemáticas discretas. Las herramientas existentes se enfocan en matemáticas como álgebra o cálculo.	Se puede proponer una nueva clase de herramientas que permitan la visualización de estrategias de solución (los llamados planes o esquemas) y de elementos metacognitivos de depuración de errores y monitoreo del propio desempeño.
Contexto socioeconómico	Existe poca oferta de personal altamente capacitado para enfrentar nuevos retos en el área de las ciencias de la computación.	Incrementar la oferta de profesionales capaces de generar nuevas soluciones de software, en cualquier área de desempeño.

En la Tabla 1, se establece la trascendencia, utilidad y beneficios que se esperan obtener al concluir la presente tesis, en un entorno social, en metodología cognitiva y la posible aportación de herramientas de apoyo a estas dos áreas.

Objetivos de la investigación

1.1 Objetivo general

Medir el efecto del uso de protocolos verbales dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje de matemáticas discretas, como herramienta didáctica en la comprensión de problemas de complejidad de algoritmos, en estudiantes de ingeniería en Sistemas Computacionales, en la Universidad Autónoma de Aguascalientes.

1.2 Objetivos Específicos

1. Diseño de las secuencias de aprendizaje (diseño instruccional) para un curso de apoyo dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje de matemáticas discretas.
2. Diseñar, producir y probar el material didáctico para matemáticas discretas basado en protocolos verbales para co-ayudar al proceso de enseñanza-aprendizaje de matemáticas discretas
3. Medir el efecto producido por el uso de protocolos verbales en alumnos de Ingeniería en Sistemas computacionales de la UAA a través del proceso de enseñanza-aprendizaje de matemáticas discretas.

Hipótesis.

Hi = El uso de protocolos verbales como apoyo al método de enseñanza de matemáticas discretas tiene un efecto significativo dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas discretas.

Ho = El uso de protocolos verbales como apoyo al método de enseñanza de matemáticas discretas NO tiene un efecto significativo dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas discretas.

Variables

1.3 Variable dependiente

Poca o nula comprensión de temas relevantes en el proceso de enseñanza-aprendizaje de matemáticas discretas (la complejidad de algoritmos).

1.4 Variable independiente

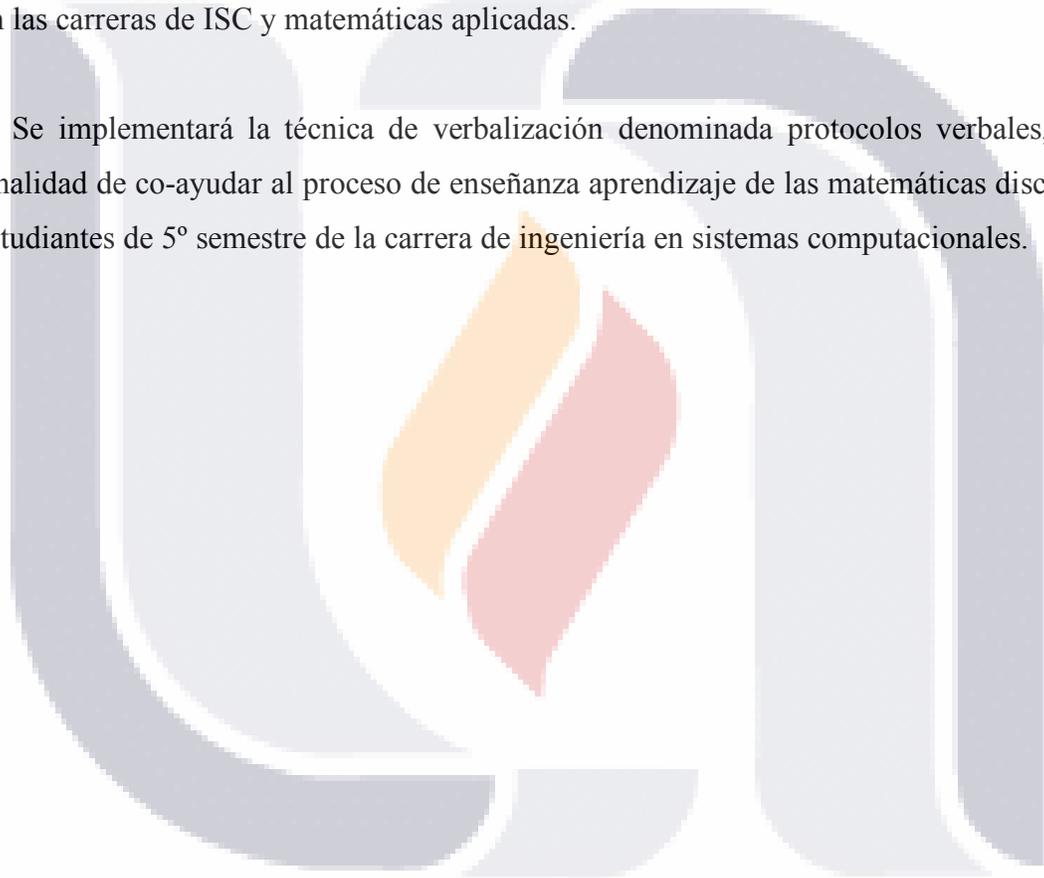
Método de enseñanza (dos niveles, -enseñanza tradicional mediante la lectura de un documento referente al proceso cognitivo en el tema de las matemáticas discretas (la complejidad de algoritmos) – método por protocolos verbales implementado con problemas de complejidad de algoritmos).

Problema de investigación

La enseñanza de las matemáticas se ha estudiado desde diversas perspectivas y con distintos enfoques. En el campo de las ciencias de la computación o de la ingeniería de software, se tiene un problema al tratar de enseñar matemáticas discretas. En los ISC, la importancia se torna hacia un mercado profesional que busca cada vez mejores ingenieros en el análisis, diseño y desarrollo de software. A la hora de lanzar una propuesta de solución, se buscará

gastar y/o en su caso, reducir la cantidad de recursos utilizados en un software. Si se aprecia el resultado, se admira la eficiencia. Además, resulta complejo desarrollar las técnicas de análisis, interpretación y solución de problemas con algoritmos, las estrategias de solución de complejidad de algoritmos. En las instituciones de educación superior (IES), se enseña matemáticas discretas en las carreras de ISC, matemáticas aplicadas, y otras carreras que tienen un enfoque en desarrollo de software o computación como la carrera ciencias de la computación que se imparte en la UNAM. En particular, en la U.A.A., se imparte dicho curso en las carreras de ISC y matemáticas aplicadas.

Se implementará la técnica de verbalización denominada protocolos verbales, con la finalidad de co-ayudar al proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas discretas en estudiantes de 5° semestre de la carrera de ingeniería en sistemas computacionales.





2.1 Métodos y modelos de enseñanza

Según Shing y Shing, (2010), la enseñanza de un curso básico de las matemáticas tales como matemáticas discretas para un plan de estudios de tecnología de la información es siempre un reto. El reto que supone la identificación con formación matemática de los estudiantes temprano y luego utilizar diferentes técnicas de enseñanza en el aula. Además, un reto aún mayor es que muchos temas tienen que ser cubiertos en un curso de un semestre corto con éxito.

Para Buteau, Muller, Marshall, Sacristán y Mgombelo (2016), los estudiantes de pregrado se enfrentarán a problemas de matemáticas puras y aplicadas que requieren enfoques experimentales y heurísticos. Al tratar con este tipo de problemas, se espera que los estudiantes desarrollen sus propias estrategias y tomar sus propias decisiones sobre la mejor combinación de las matemáticas y la computación necesarias en la búsqueda de soluciones.

Además, Misfeldt y Ejsing-Duun (2015) mencionan que la programación y las matemáticas son frecuentemente consideradas como actividades muy relacionadas entre sí. Adicionalmente, se menciona que la capacidad de pensar en los algoritmos y procedimientos se promueve como un importante objetivo de aprendizaje en matemáticas. Algo que algunos autores llaman “pensamiento algorítmico” (Knuth, 1985; Schwank, (1993); Futschek, (2006)), describen la capacidad de los estudiantes para trabajar con algoritmos entendidas como descripciones sistemáticas de las estrategias de resolución de problemas y la construcción de relaciones causa-efecto.

2.2 Los estilos de aprendizaje

Cisneros Verdeja, (2004) señala el término “estilo de aprendizaje”, al que se refiere como “el hecho de que cada persona utiliza su propio método o estrategias para aprender”. Aunque las estrategias pueden variar según lo que se quiera aprender, cada individuo tiende a desarrollar ciertas preferencias o tendencias genéricas, mismas que definen un estilo de aprendizaje. Son

los rasgos cognitivos, afectivos, fisiológicos y sociales que sirven como indicadores relativamente estables de como los alumnos perciben estímulos y responden a sus ambientes de aprendizaje, es decir, tienen que ver con la forma en que los estudiantes estructuran los contenidos (véase modelo mental), forman y utilizan conceptos, interpretan la información, resuelven los problemas, seleccionan medios de representación (visual, auditivo, kinestésico), etc.

Cada persona tiene un método que le permite aprender de manera distinta a las demás: utiliza diferentes estrategias, aprende a velocidades diferentes incluso con mayor o menor eficacia, aunque tengan las mismas motivaciones, el mismo nivel de instrucción, la misma edad o estén estudiando el mismo tema.

Una de las definiciones destacadas y con mayor complejidad que se muestran en la literatura es la de Keefe (1988), quien afirma que se está hablando de una categoría que reúne los rasgos cognitivos, afectivos y fisiológicos, que sirven como indicadores relativamente estables, de cómo los estudiantes perciben, interaccionan y responden a sus ambientes de aprendizaje.

2.2.11 Aprendizaje visual

Para Meza Y Gómez, (2008), los estudiantes mayoritariamente visuales, poseen una conducta organizada, ordenada, observadora y tranquila; su aprendizaje está basado en lo que ven, observan, piensan en imágenes.

Las personas que desarrollan habilidades visuales son aquellos que perciben y aprenden mejor viendo, manejando fácilmente la información escrita, optan por las descripciones, recuerdan las caras más no los nombres, visualizan el rostro, observan las cosas detalladamente Keefe, (1988)

2.2.12 Aprendizaje auditivo

Los estudiantes auditivos poseen facilidad de palabra, aprenden lo que oyen, le gustan los diálogos, recuerdan lo que escuchan y piensan en sonidos.

El auditivo es aquel que emplea la voz y oídos como principal canal para el aprendizaje, no tiene visión global recuerda sonidos, los nombres más no las caras, no visualiza detalles (Keefe, 1988).

2.2.13 Aprendizaje Kinestésico

Los estudiantes kinestésicos aprenden con lo que tocan, lo que hacen y con sus sensaciones, sus recuerdos son generales, almacena información mediante la memoria muscular. Mientras que el kinestésico táctil, se refiere a que para poder aprender es necesario palpar a través del tacto, actuar y hacer productos y proyectos Keefe, (1988).

2.2.14 Inteligencias múltiples

La historia dice que, en 1904 el ministro de instrucción pública de París pidió al psicólogo francés Alfred Binet y a un grupo de colegas que desarrollaran un medio para determinar qué estudiantes de primaria estaban "en riesgo" de fracasar para que estos estudiantes pudieran recibir atención correctiva.

Casi 80 años después de que se desarrollaron las primeras pruebas de inteligencia, un psicólogo de Harvard llamado Howard Gardner desafió esta creencia común. Al decir que nuestra cultura había definido la inteligencia demasiado estrechamente, propuso en el libro

Frames of Mind Gardner, (1993a) la existencia de al menos siete inteligencias básicas. Los seres humanos poseemos este espectro de inteligencias, y nos diferenciamos por el nivel de desarrollo y la configuración particular, derivada de la dotación biológica de cada uno, de su interacción con el entorno y de la cultura propia en su momento histórico. Las combinamos y las usamos en diferentes grados, de manera personal y única. En la tabla 1 se presentan las múltiples inteligencias, del trabajo de Gardner.

Tabla 2. Tabla de múltiples inteligencias. Adaptado de Gardner, 1993, 1994.

<p>Inteligencia Lógico-matemática, la que utilizamos para resolver problemas de lógica y matemáticas. Es la inteligencia que tienen los científicos. Se corresponde con el modo de pensamiento del hemisferio lógico y con lo que nuestra cultura ha considerado siempre como la única inteligencia.</p>
<p>Inteligencia Lingüística, la que tienen los escritores, los poetas, los buenos redactores. Utiliza ambos hemisferios.</p>
<p>Inteligencia Espacial, consiste en formar un modelo mental del mundo en tres dimensiones, es la inteligencia que tienen los marineros, los ingenieros, los cirujanos, los escultores, los arquitectos, o los decoradores.</p>
<p>Inteligencia Musical es, naturalmente la de los cantantes, compositores, músicos, bailarines.</p>
<p>Inteligencia Corporal - kinestésico, o la capacidad de utilizar el propio cuerpo para realizar actividades o resolver problemas. Es la inteligencia de los deportistas, los artesanos, los cirujanos y los bailarines.</p>
<p>Inteligencia intrapersonal es la que nos permite entendernos a nosotros mismos. No está asociada a ninguna actividad concreta.</p>
<p>Inteligencia interpersonal, la que nos permite entender a los demás, y la solemos encontrar en los buenos vendedores, políticos, profesores o terapeutas.</p>

La inteligencia intrapersonal y la interpersonal conforman la Inteligencia emocional y juntas determinan nuestra capacidad de dirigir nuestra propia vida de manera satisfactoria.

Inteligencia Naturalista, la que utilizamos cuando observamos y estudiamos la naturaleza. Es la que demuestran los biólogos o los herbolarios.

Macías, (2002), señala que a través de la historia se ha concebido la existencia de una inteligencia única como expresión de la cognición humana, la cual era susceptible de cuantificación al ser evaluada con un instrumento cuyos resultados numéricos señalaban la magnitud del desarrollo de la misma en el individuo. Los últimos hallazgos de la psicología cognitiva, con autores como Howard Gardner, nos muestran que en realidad tenemos por lo menos ocho inteligencias diferentes.

Ezequiel, (2006), reafirma la idea de que actualmente esta afirmación (las inteligencias múltiples), es parcialmente válida; en la última década ha ido creciendo el interés por su aplicación, y en diferentes países se realizan experiencias en diferentes ámbitos de la práctica educativa. Hemos de señalar que el libro de Armstrong es para muchos el primer gran intento por "traducir" la teoría en ideas prácticas accesibles para el docente en el aula.

2.2.15 La inteligencia lingüística

Es la que permite un más fácil desarrollo de estrategias. He aquí las actividades que estimulan al desarrollo lingüístico:

Narración oral de cuentos o historias. Esto que suele ser una actividad bastante corriente, llevada a cabo en bibliotecas a través de los "cuentacuentos", puede trasladarse al aula. Los cuentos no tienen que ser necesariamente muy fantasiosos u originales; sí deben ser contados con mucha vivacidad.

2.2.16 Inteligencia lógico-matemática

Es posible estimular a través de ciertas estrategias que pueden aplicarse en todas las asignaturas:

Cálculos y cuantificaciones. No solo para ser utilizados en las clases de matemáticas, sino también en todas las otras asignaturas, de modo que los alumnos puedan "aprender que las matemáticas no pertenecen solo a las clases de matemáticas, sino a la vida".

2.2.17 La inteligencia musical.

A través de las estrategias que propone, Armstrong pretende "integrar la música en el núcleo del currículum":

Ritmos, canciones, raps o cantos. Cuando al tema que se enseña se le da un formato rítmico que pueda ser cantado o "rapeado", se puede desarrollar la forma más elemental de memorización repetitiva. Es posible mejorar la estrategia mediante la utilización de instrumentos musicales o de percusión.

2.2.18 La inteligencia cinestésico-corporal.

De ordinario se ha pensado que lo referente al cuerpo es algo que concierne a la educación física. Para Armstrong, es posible integrar las actividades cinestésicas en las materias tradicionales (lectura, matemáticas, ciencia...). Respuestas corporales que enseñen a usar el cuerpo como medio de expresión; ya sea levantar un brazo, uno o más dedos, guiñar un ojo, fruncir el entrecejo, etc.

2.2.19 La inteligencia espacial

Es la que responde a las imágenes. Las estrategias diseñadas para estimularla son las siguientes:

Visualización. Para Armstrong, la visualización consiste "en hacer que los alumnos creen su 'pizarrón interior' (o pantalla de cine o de televisión) en su ojo mental".

2.2.110 La inteligencia interpersonal

Como ya indicamos, está asociada con la capacidad para relacionarse con otras personas. Para desarrollarla son las cinco sugerencias de Armstrong:

Compartir con los compañeros sentimientos, ideas, un tema que se desarrolla en clase, etc. Se trata tanto de producir un proceso de amistad como de aprender juntos.

2.3 Los modelos mentales

Para Greca y Moreira (2000) las representaciones mentales son representaciones internas. Son maneras de “representar” internamente (es decir, mentalmente), de volver a presentar en nuestras mentes, el mundo externo.

Desde el punto de vista de Norman, (1983), un modelo mental es la representación interna de una tarea o sistema complejo, cuya construcción permite al aprendiz el razonar, predecir y comprender el funcionamiento de tal tarea o sistema. Por otra parte, Palmero, Acosta y

Moreira, (2001) afirman que los modelos mentales son análogos estructurales del mundo, son representaciones internas que permiten comprenderlo, dado que dotan a los individuos de la capacidad de explicar y de predecir.

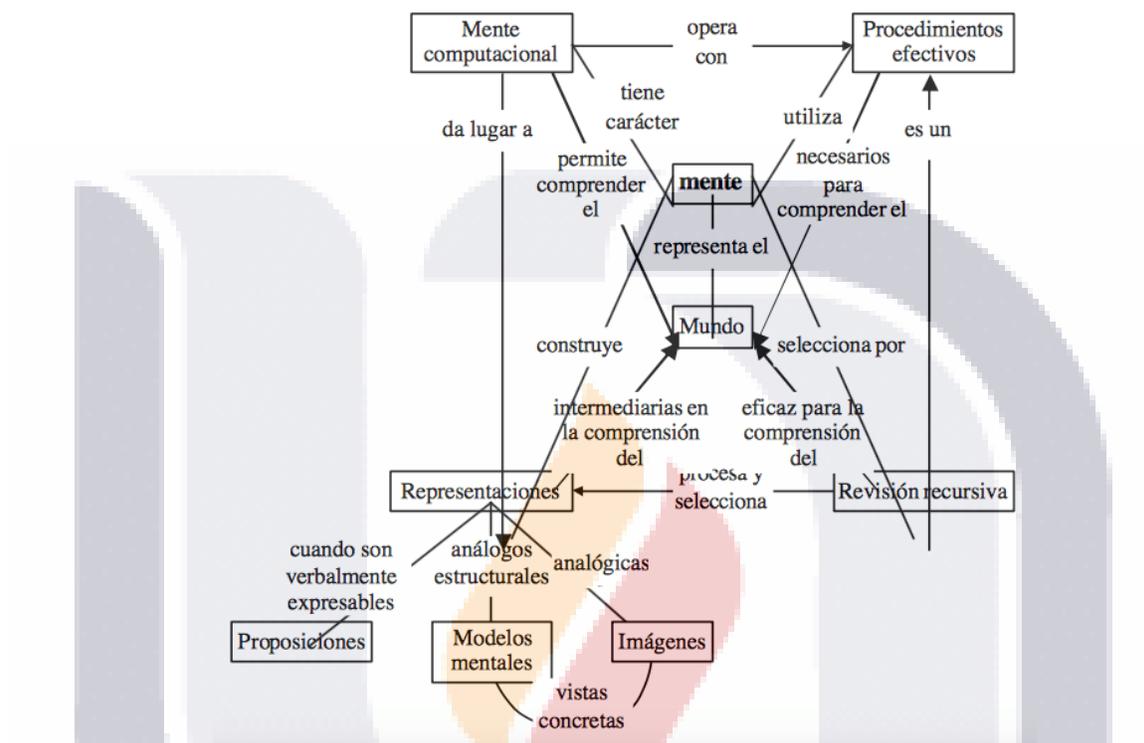


Figura 1: Mapa conceptual sobre la Teoría de los Modelos Mentales de Johnson-Laird (Palmero et al., 2001)

Diversas técnicas y/o herramientas de enseñanza (mapas conceptuales, mapas mentales, mapas radiales, resúmenes, síntesis, paráfrasis, etc.), requieren que el aprendiz relaciones diversos recursos, de los cuales ya cuenta con alguna experiencia previa. En el modelo de la Figura 1, se presenta la relación entre las herramientas o técnicas de enseñanza con el modelo mental propuesto por Rodríguez Palmero, Marrero Acosta y Moreira, (2001).

Los factores que afectan el desarrollo de un modelo mental incluyen el conocimiento técnico precedente del usuario, la experiencia previa con sistemas similares y la propia estructura de patrones de pensamiento del usuario. Además, se aclara que las personas tienen una tendencia a desarrollar estrategias generales que parecen ajustarse en principio a todos

los sistemas. De esta forma el modelo mental sirve como punto de referencia: el usuario “ejecuta” el modelo para predecir el resultado de la operación de un sistema.

2.4 Objetos de aprendizaje (OA).

Los objetos de aprendizaje El objetivo básico de un objeto de aprendizaje consiste en que instructores puedan construir y distribuir pequeños componentes de software (relativos al tamaño de un curso) que puedan ser aplicados y reutilizados en distintos contextos instruccionales Wiley (2000). Los objetos de aprendizaje tienen su origen en la teoría constructivista de aprendizaje Gibbons (2000), Moisey (2003) Y Wiley (2000) y basan su estructura y diseño en los supuestos de dicha teoría. Sin embargo, en la literatura no se reporta suficiente evidencia empírica sobre su efectividad en el ámbito de la programación Arévalo, Andrade Y Gómez, (2008).

“Los objetos de aprendizaje se definen como cualquier entidad, digital o no digital, que puede ser utilizada durante el aprendizaje apoyado en la tecnología. Como ejemplos de Objetos de Aprendizaje se incluyen los contenidos multimedia, el contenido instruccional, los objetivos de aprendizaje, el software instruccional y las herramientas de software, así como a las personas, organizaciones o eventos referenciados durante el aprendizaje apoyado por la tecnología.” Según el Comité de Estándares de Tecnologías de aprendizaje LTSC – Learning Technology Standars Commite (200-2006) E IEEE, (2002).

Longmire (2002) establece que el reto al que se enfrentarán los desarrolladores de los objetos de aprendizaje y de los repositorios que los almacenaran es, no solamente el brindar la posibilidad de encontrar contenidos de aprendizaje, sino contextos significativos y relevantes para los estudiantes, que sitúen a los contenidos elaborados.

Otros objetos de aprendizaje se han comenzado a utilizar para el apoyo en el proceso de enseñanza de matemáticas en educación superior. Tal como se ve en José Y Hernández, (2017), en el que detectan “necesidad de implementar un repositorio de objetos de aprendizaje durante la enseñanza de la asignatura Geometría Analítica en el programa de estudio para los futuros profesores de la Enseñanza Media Superior”. El objetivo de su trabajo, como lo mencionan es elaborar y diseñar una metodología para la implementación de un Repositorio de Objetos de Aprendizaje durante la enseñanza en la carrera de Matemática del ISCED de Sumbe, en Angola.

Los mismos José Y Hernández, (2017) Reséndiz, Correa, Llanos, Salazar Y Sánchez, (2013) en el que presentan una metodología de diseño, desarrollo y evaluación de OA para la enseñanza de Geometría en una universidad mexicana. [08]

En el trabajo presentado por Aragón Carave, Castro Ling, Gómez Heredia, Y González Plascencia, (2010), plasman un conjunto aplicado a diferentes instituciones mexicanas de educación superior, trabajo enfocado en el diseño y la validación de un proyecto de innovación educativa que se basa en la evidencia y cuyo propósito es facilitar la enseñanza de las matemáticas a través de estrategias innovadoras que generen aprendizajes significativos para los alumnos de cinco instituciones reconocidas de educación superior en México. El estudio consistió en la presentación a los estudiantes de un objeto de aprendizaje denominado “Graphmatical”, mismo que les ayudaría en la resolución de problemas de desigualdades. Una vez familiarizado con el objeto y al poder realizar ejercicios sencillos ejercicios, se pidió a los estudiantes resolver otro tipo de ejercicios. Los resultados que presentan son los siguientes: “En la actividad fue considerada una muestra total de 170 alumnos. De esta, se analizaron y contabilizaron las respuestas a través de cinco aspectos desarrollados para lograr el objetivo temático. Se encontró como resultado general que, en los cinco aspectos, el promedio para el porcentaje de éxito de los estudiantes fue de 77% (objetivo temático logrado); el aspecto tres fue el más bajo (73%) y el dos, el más alto (81%)”.

2.4.11 Elementos pedagógicos en objetos de aprendizaje

Según Chiappe Laverde, (2009), un ejercicio de reflexión sobre lo pedagógico en los objetos de aprendizaje supone primero aceptarlos como un instrumento válido de formación humana y segundo requiere la construcción de un acervo teórico alrededor de su estructura conceptual y de su papel dentro de la práctica pedagógica.

2.4.12 Estilos de aprendizaje aplicados a los OA

El término “estilo de aprendizaje”, término que de acuerdo a Cisneros Verdeja, (2004), se refiere al hecho de que cada persona utiliza su propio método o estrategias para aprender. Si bien las estrategias pueden variar según lo que se quiera aprender, de forma individual se tiende a desarrollar ciertas preferencias o tendencias globales, orientaciones que definen un estilo de aprendizaje. Los rasgos cognitivos, afectivos y fisiológicos que sirven como indicadores relativamente estables de como los alumnos perciben interacciones y responden a sus ambientes de aprendizaje, es decir, tienen que ver con la forma en que los estudiantes estructuran los contenidos, forman y utilizan conceptos, interpretan la información, resuelven los problemas, seleccionan medios de representación (visual, auditivo, kinestésico), etc.

El mismo Cisneros Verdeja, (2004) menciona el modelo de la “Programación Neurolingüística de Bandler y Grinder”. Este modelo, también llamado visual-auditivo-kinestésico (VAK), hace hincapié en que tenemos tres grandes sistemas para representar mentalmente la información: el visual, el auditivo y el kinestésico. De acuerdo a la forma en que podemos representar la información, y mayormente se utiliza alguno de los tres que lo componen el modelo VAK. Si utilizamos el sistema de representación visual tenderemos a recordar que imágenes abstractas (como letras y números) y concretas. En cambio, el sistema de representación auditivo es el que nos permite oír en nuestra mente voces, sonidos, música. Cuando recordamos una melodía o una conversación, o cuando reconocemos la voz de la persona que nos habla por teléfono estamos utilizando el sistema de representación auditivo.

Por último, cuando recordamos el sabor de nuestra comida favorita, o lo que sentimos al escuchar una canción estamos utilizando el sistema de representación kinestésico.

2.4.13 Aspectos Tecnológicos de los Objetos de Aprendizaje

Para el desarrollo de Objetos de Aprendizaje existe una gran cantidad de aplicativos que ayudan en la configuración y generación de recursos, desde diferentes perspectivas y modalidades. En la tabla 2, se muestran algunas herramientas que permiten el desarrollo de OA. Aunque en este trabajo no se utiliza alguna de estas, ya que se utiliza una herramienta implementada por Arévalo y Solano (2013)

Tabla 3 Adaptado de (López, García, Y Peco, 2005). Algunas herramientas disponibles para el desarrollo de OA

APLICATIVO	DESCRIPCIÓN
eXe Learning http://exelearning.org/	El editor XHTML de elearning (eXe) es un entorno de autoría gratuito (creación y edición de contenido multimedia) basado en web para ayudar a profesores y académicos al el diseño, desarrollo y publicación de materiales docentes y educativos sin necesidad de llegar a ser muy competente en XHTML, XML o en complicadas aplicaciones de publicación en web.
Reload http://www.reload.ac.uk/	Reload Editor es una herramienta para crear y editar paquetes e insertar metadatos conforme a las especificaciones de ADL e IMS. Asimismo, en el mismo sitio se provee del aplicativo Reload SCORM 1.2 Player que simula un LMS permitiendo probar los paquetes generados sin necesidad de montar un LMS localmente.
Autore http://autore.ehu.es/	Esta herramienta multiplataforma permite generar contenidos e-learning con una interfaz sencilla e intuitiva. Su uso no requiere ningún tipo de conocimientos en programación. La aplicación permite su publicación en un paquete conforme a

	la especificación SCORM. Los metadatos se pueden introducir durante el proceso de autoría.
EasyProf http://www.easyprof.com	Herramienta de autoría diseñada para que autores y formadores sin conocimientos de informática puedan crear contenidos educativos multimedia. Genera todo el contenido en HTML usando SCORM v1.2.
QS-author http://www.qsmedia.com	Ofrece sencillez para el desarrollo y mantenimiento de contenidos formativos multimedia e interactivos compatibles con los más reconocidos estándares del sector (AICC, ADL SCORM).
Learning Essentials 2.0 for Microsoft Office http://www.microsoft.com/downloads	Mediante el kit de desarrollo de contenido, los profesores pueden crear plantillas y tutoriales adicionales que se integren con las conocidas aplicaciones de Microsoft Office. Las versiones en inglés, francés, alemán, italiano, noruego y español de Learning Essentials también admiten el estándar SCORM.

2.4.14 Desarrollo de los objetos de aprendizaje.

De acuerdo a Cisneros, Arteaga y Hernández, (2004) los objetos de aprendizaje deben considerar algunos elementos básicos para su construcción (diseño, desarrollo e implementación). Continuando con la propuesta de Cisneros *et al.*, (2004) los elementos que debe tener un objeto de aprendizaje se muestran en la Tabla 4.

Tabla 4 Elementos requeridos para el desarrollo de un objeto de aprendizaje de (Cisneros et al., 2004)

Teoría: Esta área contiene información sobre el tema del objeto de aprendizaje.
Experimentación: Esta área contiene animaciones, simulaciones entre otros.
Evaluación: En esta área se evaluará el conocimiento adquirido en el área de teoría y experimentación.
Colaboración: En esta área se pueden hacer comentarios sobre el objeto de aprendizaje.
Relación: Esta área contiene vínculos a otros objetos de aprendizaje relacionados con el tema. A través de ellas se pueden acceder otros objetos de aprendizaje.

En acuerdo con Rodríguez, Morgado, Y Ortuño, (2016), *“En la gestión de OA se deben considerar entre otras cosas, la estructura de los elementos que lo integran y el enfoque de diseño de las actividades y recursos colocados dentro de estos elementos”*. El uso de las TIC no supone necesariamente una mejora o innovación de la práctica educativa, es decir, incorporar las TIC bajo un modelo pedagógico tradicional, no es innovar Area, (2012).

Para la creación de un OA, Rodríguez et al., (2016), propone las siguientes fases para el desarrollo de un OA:

Tabla 5 Proceso de desarrollo de un OA. (Rodríguez et al., 2016).

<p>Análisis: en esta etapa se determina la causa de algún problema de aprendizaje y se define una posible solución en la que se integren: experiencias, recursos, motivación, actividades, etc. La información puede ser obtenida a través de entrevistas, investigación, observación, entre otros. El diseñador identifica el problema y los objetivos de aprendizaje que han de ser alcanzados</p>
<p>Diseño: El resultado de la fase de Análisis es utilizado para planificar una estrategia que incluirá OA, evaluaciones, contenidos y la experiencia de aprendizaje deseada. Una vez identificado el problema, se deben planear y diseñar las actividades, los recursos, y objetivos que ayuden a resolverlo, es decir crear estrategias instructivas que sean coherentes con el cumplimiento de ciertos objetivos educacionales</p>

En la tabla 5 se muestra el proceso de desarrollo de un OA, mismo que incluye las diversas actividades que se deberán realizar para obtener el resultado óptimo esperado según Rodríguez, 2016.

Por su parte Castañeda de León Y Enríquez Vázquez, (2005), mencionan que al hablar de objetos de aprendizaje es natural también hablar de acervos o “repositorios” de OA. Estas colecciones de recursos digitales constan de 2 partes: los contenidos (objetos digitales) y la meta-información asociada a los contenidos denominada “Metadato”.

El material disponible en la Web, supone para López, García, Y Peco, (2005) C. López, García, Y Peco, (2005), se puede considerar hablar de reutilización en el ambiente de e-learning, ya que esto conlleva de inmediato al concepto de objeto de aprendizaje y se asocia siempre a la reutilización de objetos entre plataformas o entre sistemas educativos, no obstante los posibles privilegios de los objetos digitales permiten la reutilización tanto de los recursos como de sus metadatos, inclusive con sistemas no directamente vinculados con la educación pero que sirven como recursos de apoyo para la enseñanza. con sistemas no directamente vinculados con la educación pero que sirven como recursos de apoyo para la enseñanza.

2.5 Mapas conceptuales.

Según Cabaní (1995), los mapas conceptuales basan su en trabajos que Novak y sus colaboradores de la Universidad de Cornell, partiendo de la Teoría del Aprendizaje Significativo de Ausubel.

De acuerdo a Donald, Gowin, Campanario Y Otero, (1988) *los mapas conceptuales* tienen por objeto representar relaciones significativas entre conceptos en forma de proposiciones.

También define una proposición, la cual consta de dos o más términos conceptuales unidos por palabras para formar una unidad semántica.

Según Tamayo (2006) el *mapa conceptual*, por su aspecto visual, se parece a otras formas de representación gráfica como las redes semánticas, mapas mentales, cuadros sinópticos, diagramas de flujo y algunas otras más. Tamayo (2006) también señala las diferencias entre el mapa conceptual y otras formas de representación, indicando una de las más importantes como la teoría cognitiva y educativa que lo sustenta.

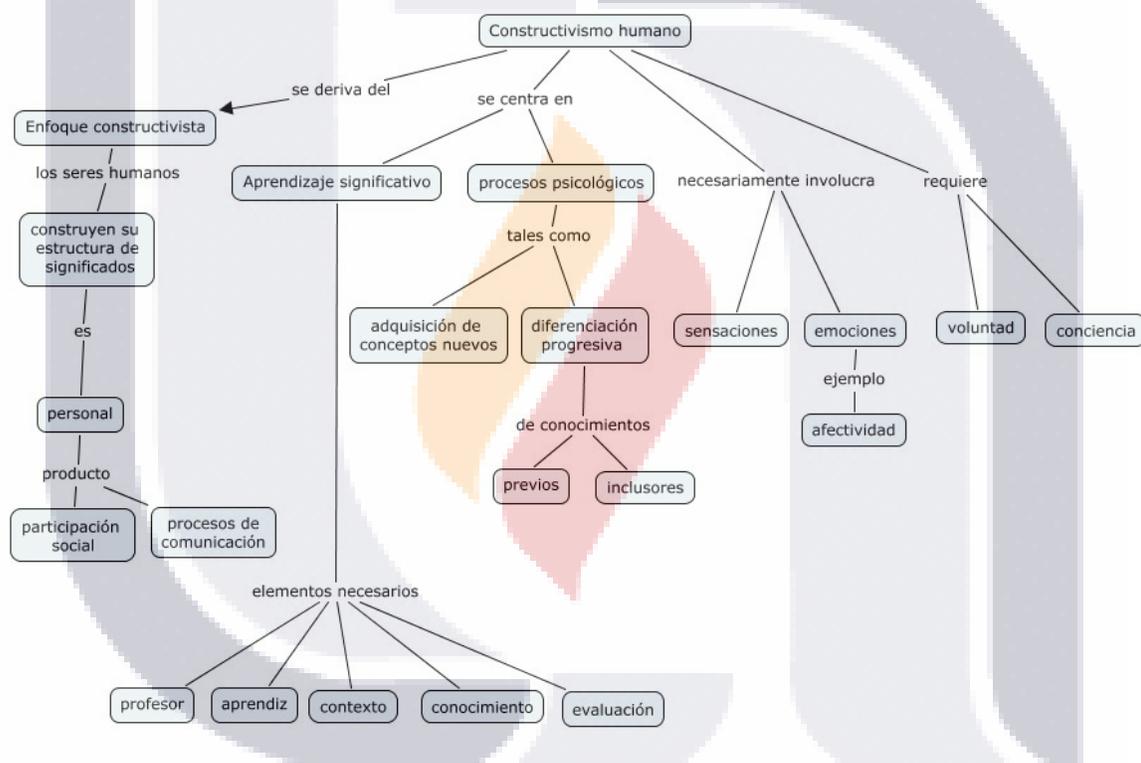


Figura 2: Mapa conceptual según Joseph Donald Novak et al. (1988).

Para Morales, (1999) los mapas conceptuales no solo están constituidos por conceptos, se pretende mediante ellos, representar una estructura jerárquica (ver Figura 2), de una cierta área del conocimiento.

En el trabajo de Morales (1999), se denota que en el campo de la enseñanza de la matemática, sugiere que el alumno no solo se enfrenta a un dominio conceptual, sino a uno procedimental

en la resolución de un problema, el cual según Hayes, citado por Puente (1989) existe cuando encontramos una brecha entre el lugar donde estamos y el lugar donde queremos estar y no sabemos cómo salvar esta distancia

Entre los enfoques que han estudiado la solución de problemas se insiste en el procesamiento de la información, en los cuales se estima que para la solución de un problema se requiere un proceso de interpretación y reestructuración que parte de esquemas (ideas, conceptos, etc.), mismos que se encuentran en la memoria de quien resuelve el problema.

2.6 Las estrategias, esquemas o planes

De acuerdo a VanDrunen (2011), algunas escuelas prefieren tener un curso de principios sobre los cimientos de la informática que da mayores de informática de la base matemática para razonar acerca de los modelos computacionales y sus limitaciones y apreciar las contribuciones de la teoría de la computación en la informática y la ciencia en general. Por ejemplo, el programa de ciencias de la computación en la Universidad de Purdue requiere, un curso de primer año que comienza con temas de matemáticas discretas y va a cubrir el análisis de algoritmos, las pruebas, los autómatas, y computabilidad.

Según VanDrunen (2011), la programación funcional y matemáticas discretas están estrechamente vinculadas. Es inmediatamente evidente que las dos áreas de estudio están relacionadas. Por otra parte, la demostración por inducción es un tema importante de un curso de matemáticas discretas, que también está estrechamente ligada a la recursividad.

2.7 La metacognición

Proust (2007), describió la metacognición como pensar sobre el pensamiento. Además, señala que: *“una buena parte de nuestra vida mental está dedicada a evaluar nuestro rendimiento mental, y predecir qué tan bien (o mal) que podemos hacer, haber hecho o están haciendo en un nuevo trabajo, una nueva tarea, o una nueva situación social”*. De aquí, diversos autores han definido a lo que se llama dominio de la metacognición: pensar sobre el pensamiento propio.

Para Livingston (2003), *“La metacognición se refiere al pensamiento de orden superior que implica el control de activos en los procesos cognitivos involucrados en el aprendizaje”*. Diversas acciones tales como la planificación de la forma de aproximar una tarea de aprendizaje, control de la comprensión, y evaluación el progreso hacia la finalización de una tarea, son metacognitivas de forma natural.

Tabla 6: Elementos requeridos para el desarrollo de un objeto de aprendizaje de (Cisneros et al., 2004)

Componente metacognitivo	Tipo	Terminología	Cita
Conocimiento cognitivo	El conocimiento de uno mismo como aprendiz y los factores que afectan la cognición.	Persona y tarea de conocimiento.	Flavell, 1979
		Auto evaluación.	Paris & Winograd, 1990
		Comprensión epistemológica.	Kuhn & Dean, 2004
		Conocimiento declarativo.	Cross & Paris, 1988 Schraw et al., 2006 Schraw & Moshman, 1995
	La conciencia y la gestión del conocimiento, incluyendo el conocimiento acerca de las estrategias.	Conocimiento procedimental.	Cross & Paris, 1988 Kuhn & Dean, 2004 Schraw et al., 2006
		Conocimiento estrategia	Flavell, 1979

	El conocimiento acerca de por qué y cuándo utilizar una estrategia dada.	Conocimiento condicional	Schraw et al., 2006
Regulación cognitiva	Identificación y selección de estrategias apropiadas y la asignación de los recursos	Planificación	Cross & Paris, 1988 Paris & Winograd, 1990 Schraw et al., 2006 Schraw & Moshman, 1995 Whitebread et al., 2009
	Atender y estar al tanto de la tarea de rendimiento en la comprensión.	Monitorear y regular	Cross & Paris, 1988 Paris & Winograd, 1990 Schraw et al., 2006 Schraw & Moshman, 1995 Whitebread et al., 2009
		Experiencias cognitivas	Flavell, 1979
	La evaluación de los procesos y productos de aprendizaje de uno, y volver a examinar y revisar los objetivos de aprendizaje	Evaluación	Cross & Paris, 1988 Paris & Winograd, 1990 Schraw et al., 2006 Schraw & Moshman, 1995 Whitebread et al., 2009

La metacognición se muestra como un conjunto de conductas, emociones y sentimientos que posee un individuo. Diversos autores han realizado aportes a la metacognición (ver tabla 3), los cuales en su conjunto de estrategias nos permiten aprender.

2.8 Otros factores cognitivos

Para Moreira (2012), define otros elementos importantes en el aprendizaje: el comportamentalismo, conductivismo o behaviorismo, son perspectivas psicológicas

consideradas como un primer intento de dar un enfoque científico a la Psicología. Además, se señala que la mente se considera una caja negra, en la cual interesa lo que entra en ella, los estímulos externos, y la salida, las respuestas que se obtienen.

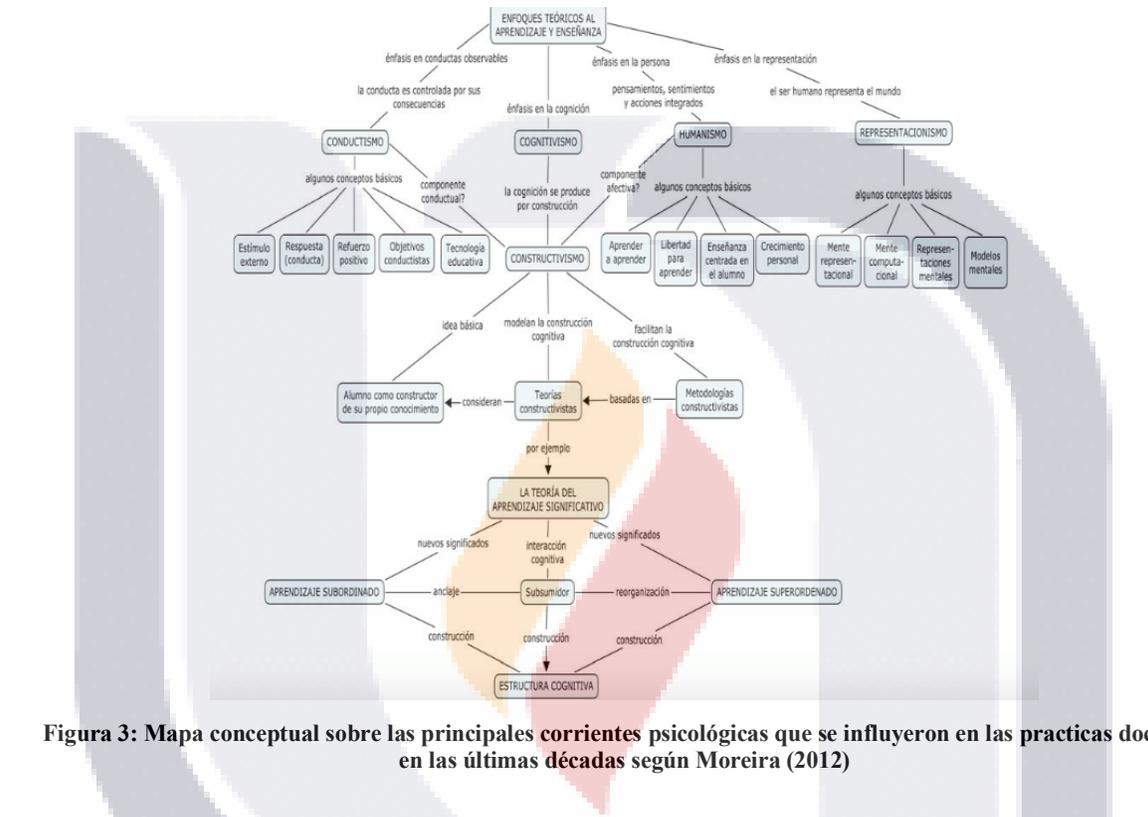


Figura 3: Mapa conceptual sobre las principales corrientes psicológicas que se influyeron en las prácticas docentes en las últimas décadas según Moreira (2012)

El mismo Moreira (2012), hace una aportación basado en el trabajo de Gowin (1981), en donde considera que el ordenador sería otro material educativo. Se le considera un instrumento más para vehicular los contenidos curriculares. La forma de “evaluación” seguiría siendo de manera “tradicional”.

Durante mucho tiempo se ha estudiado la mente humana, la forma en que aprende, incluyendo sus métodos y mecanismos. Se ha llegado a concluir que cada individuo posee características de aprendizaje únicas. Dichas técnicas han surgido de corrientes psicológicas, de las que, a su vez, han surgido algunas técnicas de enseñanza (ver figura 3).

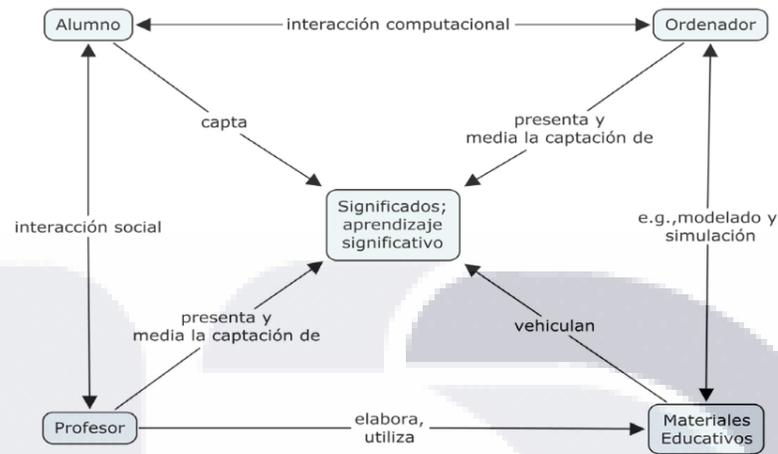


Figura 4: Un mapa conceptual para la visión interaccionista-social de Gowin del aprendizaje significativo incluyendo el ordenador como el cuarto elemento. Moreira (2012)

Según Moreira, (2002) se considera un aprendizaje cuando una nueva información (concepto, idea, proposición, etc.), adquiere significados para el aprendiz a través de una especie de anclaje en aspectos relevantes de la estructura cognitiva preexistente del individuo, o sea en conceptos, ideas, proposiciones ya existentes en su estructura de conocimientos (o de significados) con determinado grado de claridad, estabilidad y diferenciación.

Al igual que en otras técnicas de aprendizaje-enseñanza, el aprendizaje significativo se apoya en diversos recursos humanos y/o materiales. El uso de medios electrónicos como computadoras, teléfonos móviles, Internet. Etc. son algunos recursos utilizados para lograr aprendizajes significativos. En la *Figura 4*, se muestra un mapa conceptual de la relación entre los diversos agentes que intervienen para lograr un aprendizaje significativo.

2.9 Teorías de aprendizaje

De acuerdo con Temporetti, (2009), existe una extensa bibliografía y la expresión “Teorías del aprendizaje” genera en una consulta por Internet aproximadamente 1.190.000 referencias. La Biblioteca Nacional de Maestro, perteneciente al Ministerio de Educación de la Nación, agrupa bajo el rubro “Teorías del Aprendizaje” 326 libros y aunque los títulos aluden a una diversidad de contenidos varios de ellos utilizan la expresión “Teorías del aprendizaje” en forma directa. Otros, presentan y desarrollan una Teoría del Aprendizaje en particular. Así, por ejemplo, encontramos: “la teoría cognitiva del aprendizaje”, “la teoría piagetiana del aprendizaje”, “la teoría del aprendizaje significativo” como las más renombradas”.

Para Novak Y Cañas, (2008), la mente humana se divide en tres grandes sistemas de memoria que trabajan de manera combinada (ver *Figura 5*). En estos tres sistemas, la memoria de corto plazo o de trabajo juega el papel de intermediario entre la percepción del mundo exterior y los conocimientos, información y habilidades que tenemos previamente almacenados. Cabe mencionar que la distinción de estos sistemas de memoria no es por sí misma una teoría núcleo, pero si provee un punto de referencia y un lenguaje común a teorías discutidas en las secciones subsecuentes.

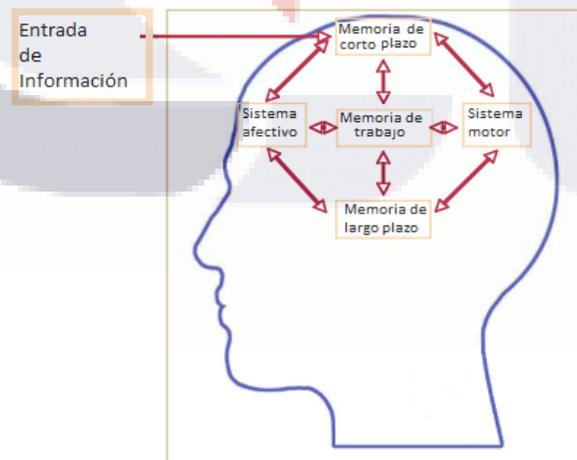


Figura 5: Los sistemas de memoria de la mente humana. Según Novak y Cañas (2008).

Así, la memoria de trabajo o de corto plazo, es un sistema que a su vez se divide en tres componentes. El sistema de ejecución central, que actúa como el sistema de control de atención, y dos sistemas esclavos: el área de trabajo Visio-espacial que manipula imágenes visuales, y el ciclo fonológico que almacena y ensaya la información basada en el lenguaje (ver *Figura 5*).

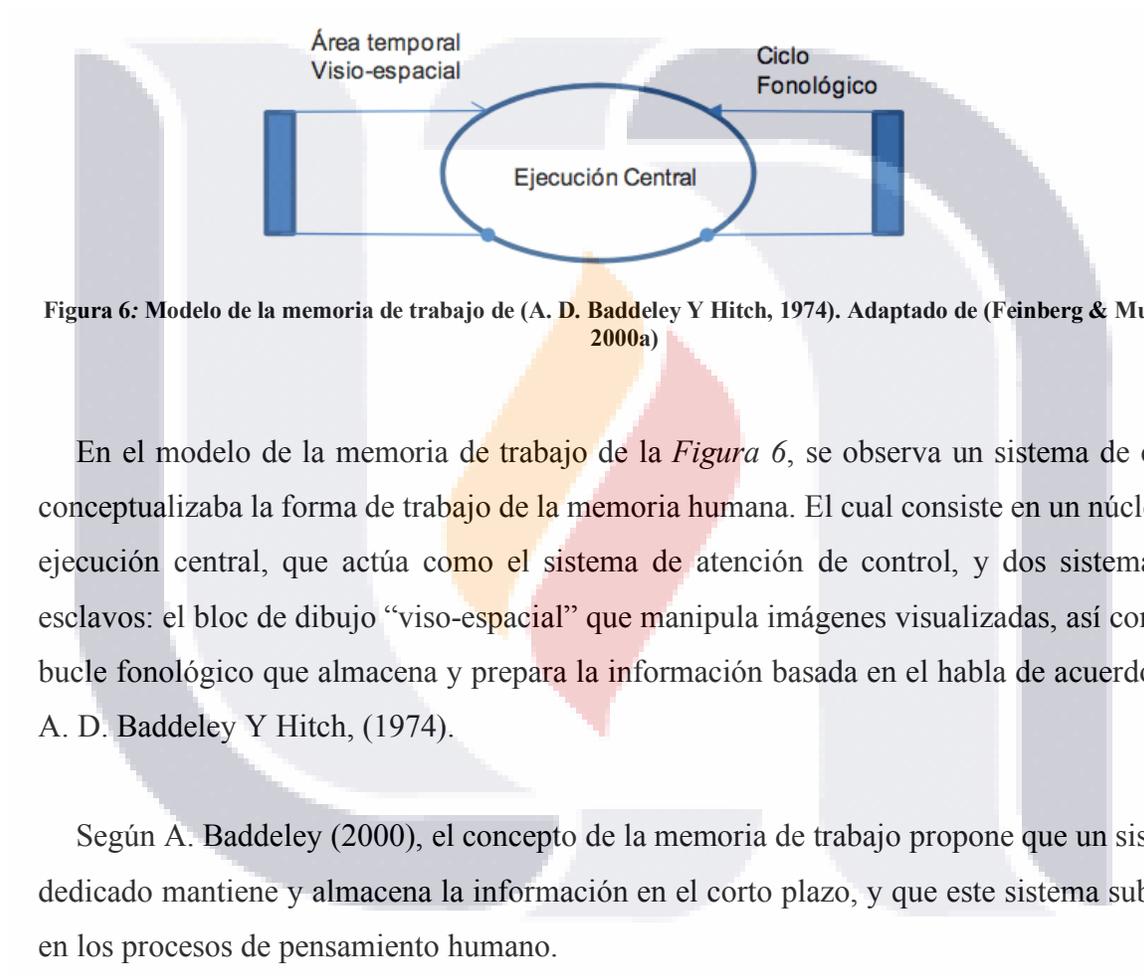


Figura 6: Modelo de la memoria de trabajo de (A. D. Baddeley Y Hitch, 1974). Adaptado de (Feinberg & Murphy, 2000a)

En el modelo de la memoria de trabajo de la *Figura 6*, se observa un sistema de cómo conceptualizaba la forma de trabajo de la memoria humana. El cual consiste en un núcleo de ejecución central, que actúa como el sistema de atención de control, y dos sistemas de esclavos: el bloc de dibujo “viso-espacial” que manipula imágenes visualizadas, así como el bucle fonológico que almacena y prepara la información basada en el habla de acuerdo con A. D. Baddeley Y Hitch, (1974).

Según A. Baddeley (2000), el concepto de la memoria de trabajo propone que un sistema dedicado mantiene y almacena la información en el corto plazo, y que este sistema subyace en los procesos de pensamiento humano.

Además, conforme a Feinberg Y Murphy, (2000): “Sweller y Cooper describen un modelo modal cognitivo de aprendizaje que distingue entre tres tipos de memoria diferentes (modos): memoria sensorial, memoria de trabajo y memoria a largo plazo”.

Feinberg Y Murphy, (2000), señalan “*La memoria a largo plazo se refiere a la gran cantidad de conocimientos y habilidades que tenemos en forma permanentemente de forma accesible. Se refiere a todo lo que "sabemos" se lleva a cabo en nuestra memoria a largo plazo. A comparación con la memoria de trabajo, la cual tiene la característica de ser ilimitada*”.

La memoria sensorial, la cual registra los estímulos entrantes del medio ambiente por medio de nuestros sentidos, que incluyen la vista, el oído, el olfato, el gusto y el tacto. Las memorias sensoriales se extinguen rápidamente.

Atkinson y Shiffrin (1968) establecieron un modelo de procesamiento de la información. Este modelo es conocido como el modelo de la memoria dual e interpreta el proceso de adquisición de la información, dicho proceso tiene su origen en un estímulo insumo (visual, auditivo, etc.), que estimulan uno o más sentidos hasta que el registro sensorial recibe la entrada y la conserva en *formato sensorial*. A este compartimento del esquema estimulante se le da el significado de transferencia a la memoria de trabajo (en adelante MT).

En la MT es donde se da origen al aprendizaje. Aunque tiene la limitante de “almacenar” poca información y por un tiempo corto, por lo tanto, se recurre a la memoria de largo plazo. La MT, es entonces, el factor por el cual la información nueva, proveniente del exterior, se procesa para formar nuevas estructuras de conocimiento que después se almacenarán en la memoria de largo plazo.

El conductismo, el cognitivismo y el constructivismo son las tres grandes teorías de aprendizaje utilizadas más a menudo en la creación de ambientes instruccionales. Estas teorías, sin embargo, fueron desarrolladas en una época en la que el aprendizaje no había sido impactado por la tecnología. En los últimos veinte años, la tecnología ha reorganizado la forma en la que vivimos, nos comunicamos y aprendemos.

De acuerdo con R. López y Sánchez, (2014) la organización formal y orgánica del conocimiento matemático se desarrolla, en aplicación de la lógica deductiva, parte del dominio intuitivo de base, conceptos primitivos y axiomas, generando proposiciones y teoremas que concluyen en consecuencias y corolarios. Así también, diversos teóricos del procesamiento de la información, establecen tres tipos de conocimiento: declarativo, procedimental y condicional. En la figura 1 se establece la correspondencia entre la estructura orgánica y las categorías del conocimiento matemático y el tipo ó nivel de conocimiento que incorpora, trata y desarrolla. y el tipo ó nivel de conocimiento que incorpora, trata y desarrolla.

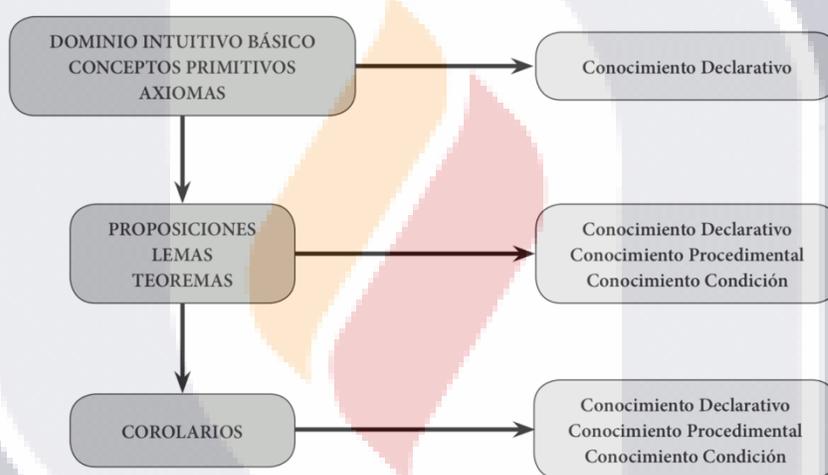


Figura 7. Correspondencia entre estructura orgánica del conocimiento matemático y las categorías de conocimiento. Tomado de (R. López & Sánchez, 2014)

2.10 Conductismo

Según Pérez (2005), en el conductismo, la enseñanza se produce a través de una enseñanza programada en la que los algoritmos, que pueden ser implementados como programas en una máquina de enseñar, guían el aprendizaje del alumno. Estos métodos pretenden obviar el

error y así, cuando un alumno yerra, el programa vuelve atrás (feed-back) automáticamente para que asimile los pasos anteriores – que se suponen mal aprendidos.

Para P. A., Ertmer Y Newby, (1993), el conductismo equivale al aprendizaje con cambios, ya sea la forma o la actuación observable. El aprendizaje se logra cuando una respuesta adecuada se demuestra tras la presentación de un estímulo ambiental específico.

$$2 + 4 = ? R = 6$$

Figura 8: Ecuación ilustrativa para conductismo.

Por ejemplo, cuando se podría presentar una expresión matemática (ver *Figura 8*), que ilustra la ecuación "2 + 4 = ?". A la cual el alumno responde con lo siguiente: "6." En este caso, la ecuación representa el estímulo y la respuesta correcta es la respuesta asociada. Los elementos clave son el estímulo, la respuesta, y la asociación entre los dos.

2.11 Cognitivismo

Según Freire (1992), indica que el cognitivismo caracteriza los procesos mentales como procesos cognoscitivos o de conocimiento, y en particular, como portadores de información.

Se considera que los pensamientos, las creencias, las actitudes y los valores también influyen en el proceso de aprendizaje Winne, (1985). Además, para P. Ertmer Y Newby, (1993), el verdadero centro del enfoque cognitivo se localiza en cambiar al estudiante animándolo para que utilice las estrategias instruccionales apropiadas.

2.12 Constructivismo

En acuerdo con Salvador (1990), los enfoques constructivistas en educación, son propuestas específicamente orientadas a comprender y explicar los procesos educativos o propuestas de actuación pedagógica que tienen su origen en una o varias teorías constructivistas del desarrollo, del aprendizaje o de otros procesos psicológicos.

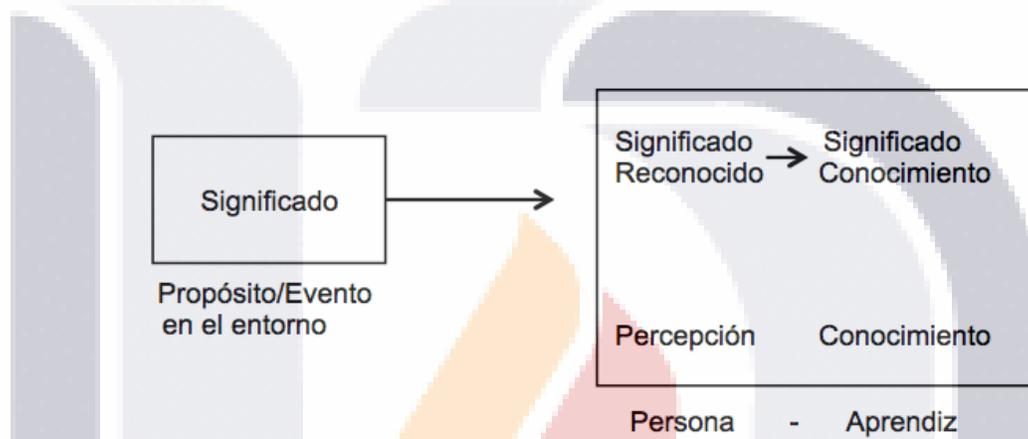


Figura 9: Vista tradicional de “cómo llegamos al conocimiento”. Adaptado de Taber (2011)

Para Pimienta (2005), y según la teoría constructivista, es un proceso activo en el cual los estudiantes construyen nuevas ideas o conceptos basados en sus conocimientos actuales y pasados. Además, se indica que la perspectiva constructivista podría ser entendida en términos de un cambio en la ubicación del significado de lo que se encuentra en nuestro entorno. Este método tradicional de aprender, está representado en la *Figura 9*. Esto supone que el alumno llega al conocimiento mediante el reconocimiento del significado de lo que se encuentra en el medio ambiente.

2.13 Conectivismo

Conforme a Siemens Y Fonseca (2004), el conectivismo es la integración de principios explorados por las teorías de caos, redes, complejidad y auto-organización. El aprendizaje es un proceso que ocurre al interior de ambientes difusos de elementos centrales cambiantes – que no están por completo bajo control del individuo. Además, el conectivismo es orientado por la comprensión que las decisiones están basadas en principios que cambian rápidamente.

El conectivismo tiene fundamentos en los que se basa:

- El aprendizaje y el conocimiento dependen de la diversidad de opiniones.
- El aprendizaje es un proceso de conectar nodos o fuentes de información especializados.
- El aprendizaje puede residir en dispositivos no humanos.

2.14 Conectivismo: Una teoría de aprendizaje para la era digital

Según Siemens, (2004), *“El conductismo, el cognitivismo y el constructivismo son las tres grandes teorías de aprendizaje utilizadas más a menudo en la creación de ambientes instruccionales. Estas teorías, sin embargo, fueron desarrolladas en una época en la que el aprendizaje no había sido impactado por la tecnología. En los últimos veinte años, la tecnología ha reorganizado la forma en la que vivimos, nos comunicamos y aprendemos.”*

2.15 Teoría de Codificación Dual.

De acuerdo con Clark Y Paivio (1991), La teoría de la codificación dual, implica la actividad de dos subsistemas distintos, que se muestran en la Figura 9, un sistema verbal especializado para tratar directamente con un sistema no verbal (imágenes) especializado para tratar con objetos no lingüísticos y eventos de lenguaje.

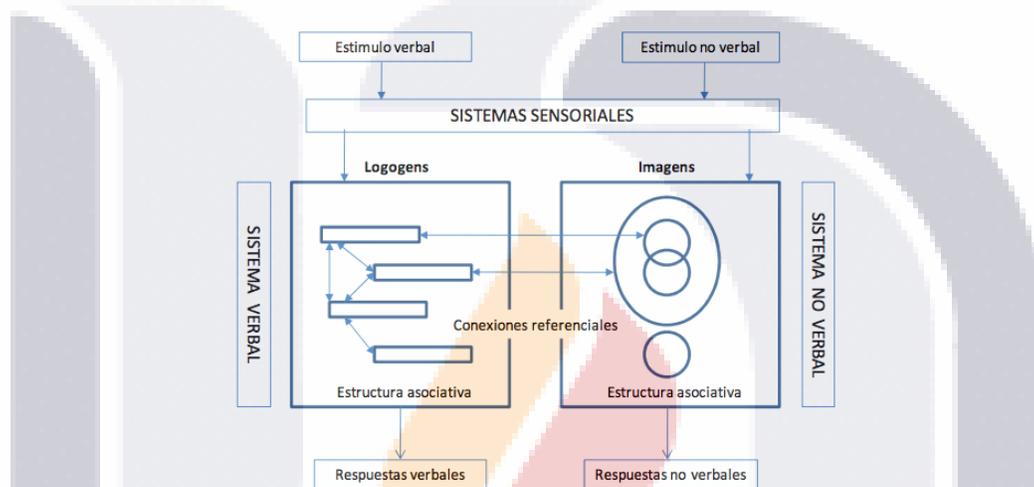


Figura 10 :Teoría de la codificación dual. Adaptado de (Sadoski, Paivio 2004).

En la *Figura 10* se muestra un modelo teórico de estas unidades y procesos, estímulos verbales y no verbales son percibidas por los sistemas sensoriales y logogens e imágenes. El sistema verbal se presenta como una disposición jerárquica, seguido de logogens, que se activan cuando se reconoce, manipula o tan sólo se piensa en palabras o cosas.

La teoría de la codificación dual señala se basa en la presentación, en la cual la existencia de dos sistemas o cauces en la formación de los procesos verbales y no verbales de la cognición tienen relación. En la teoría de Codificación Dual de Paivio, se representa o supone que ambos sistemas se encuentran generalmente involucrados entre sí, incluso en los fenómenos de “solo” lenguaje. Un sistema es verbal y procesa el material verbal (narraciones o textos impresos). El otro sistema es no verbal y procesa material visual y sonidos no verbales (tales como como imágenes, video, sonidos o animaciones), véase tabla 7.

Tabla 7. Los acercamientos a la Codificación Dual. Tabla formada a partir de la información proporcionada por Mayer (2005, pp.33-34)

	Canales	Información procesada
Modo de la Presentación (Paivio) (Cómo se presenta el estímulo)	Verbal (material verbal)	Narración. Texto impreso
	No verbal (Material no verbal y sonidos no verbales)	Material Visual (Imágenes, videos, animación) sonidos de fondo
Modo de la Presentación (Paivio) (Cómo se presenta el estímulo)	Auditivo (A través del oído)	Narración y sonidos de fondo
	Visual (a través de los ojos)	Texto impreso, imágenes, video, animación.

Otro de los estudios que aplicados en el paso del proceso enseñanza-aprendizaje, es la que propone Zanón, (2017) para el aprendizaje de lenguas. En este caso, para la parte educativa de lenguas, de acuerdo con el estudio, los subtítulos han sido considerados tradicionalmente como elementos de distracción que ralentizan el desarrollo de destrezas como la comprensión oral (CO), manifestando que los estudiantes se apoyan solamente en el canal escrito para la comprensión y suprimen el canal auditivo o se puede crear dependencia al texto, lo que resultaría en una molestia más que un apoyo o potenciar la pereza. Contrario a lo anterior, en décadas anteriores, varios estudios han demostrado lo contrario: se han ratificado los beneficios de los subtítulos en el ámbito de la didáctica de lenguas en general y su gran potencial para mejorar la CO en particular. de lenguas en general y su gran potencial para mejorar la CO en particular.

2.16 Teoría Cognoscitiva del Aprendizaje Multimedia.

A través de su historia, dicha teoría ha recibido diferentes nombres, como, por ejemplo: “Modelo del aprendizaje significativo”, “Condiciones cognoscitivas para las ilustraciones

eficaces”, “Modelo de la codificación dual”, “Modelo de procesamiento dual del aprendizaje multimedia” o” Teoría generativa del aprendizaje multimedia” Mayer, (2005: 44).

La Teoría Cognoscitiva del Aprendizaje Multimedia implica:

- a) Dos canales para procesar la información: uno verbal y uno visual.
- b) Cada canal tiene una capacidad limitada de procesamiento.
- c) La existencia de tres tipos de almacenaje en la memoria: memoria sensorial (recibe los estímulos sensoriales externos y almacena brevemente la información que llega por nuestros sentidos), memoria de trabajo (retiene información por intervalos de tiempo muy cortos, aunque puede almacenar varios elementos, opera con dos o cuatro de ellos) y memoria de largo plazo (es parte de toda la actividad cognoscitiva, tiene capacidad de retención enorme ya que puede retener información por toda la vida).
- d) Cinco tipos de procesos cognitivos, que no necesariamente se dan en forma lineal (tabla 8):

Tabla 8. Cinco procesos cognoscitivos de la teoría cognoscitiva del aprendizaje multimedia.

Proceso	Descripción
Selección de palabras	Aprendiz pone atención a palabras relevantes del mensaje multimedia para crear sonidos en la memoria de trabajo.
Selección de imágenes	Aprendiz pone atención a palabras relevantes del mensaje multimedia para crear imágenes en la memoria de trabajo.
Organización de palabras	Aprendiz construye conexiones entre las palabras seleccionadas para crear un modelo verbal coherente en la memoria de trabajo.
Organización de imágenes	Aprendiz construye conexiones entre las imágenes seleccionadas para crear un modelo pictórico coherente en la memoria de trabajo.
Integración	Aprendiz construye conexiones entre los modelos verbales y pictóricos, y con el conocimiento previo.

2.17 La enseñanza tradicional (métodos tradicionales) de las matemáticas discretas.

Según De Guzmán (1992), el aumento en los algoritmos discretos, usados en las ciencias de la computación, en la informática, así como en la modelización de diversos fenómenos mediante el ordenador, ha dado lugar a un traslado de énfasis en la matemática actual hacia la matemática discreta. Ciertas porciones de ella son suficientemente elementales como para poder formar parte con éxito de un programa inicial de matemática.

Además, De Guzmán (1992), también indica que la combinatoria clásica, así como los aspectos modernos de ella, tales como la teoría de grafos o la geometría combinatoria, podrían ser considerados como candidatos adecuados. La teoría elemental de números, que nunca llegó a desaparecer de los programas en algunos países, podría ser otro.

Se han realizado intentos por introducir estos elementos y otros semejantes pertenecientes a la matemática discreta en la enseñanza matemática inicial.

De acuerdo a Meyer (2005) y citado por Ramírez, Muñoz, Y Ortiz (2012), la mayor parte de los cursos de matemáticas discretas, que cursan los estudiantes de ciencias de la computación, siguen un modelo tradicional de enseñanza de las matemáticas, en donde se tienen las siguientes actividades:

- (1) definición del concepto
- (2) presentación de teoremas
- (3) demostración
- (4) resolución de problemas

En un estudio realizado por da Rosa, (n.d.) se encuentra que los temas mencionados como temas de matemáticas discretas, son subvalorados en la enseñanza: se dan en poco tiempo y a las apuradas, para poder dedicar prácticamente todo el tiempo de los cursos al estudio del conjunto de los números reales y al cálculo. Como consecuencia de esto, realizó test y a través de estos se validó que los estudiantes del curso de matemáticas discretas del primer año de la carrera de Ingeniería en Computación, estos estudiantes desconocen los conjuntos y sus propiedades (todo se reduce al conjunto de los reales) y aplican incorrectamente los métodos de prueba más elementales por falta de una sólida base en lógica.

Así mismo, después del análisis realizado, se plantea una metodología para encarar el proceso de resolución de un problema dado, incorporando el método formal de una manera que puede hacerse desde el nivel secundario. Podemos resumirla en los siguientes pasos:

- Crear un algoritmo (método) para resolver el problema, expresándolo en algún lenguaje informal (por ejemplo, en español)
- Expresar el algoritmo matemáticamente
- Construir un programa que implemente el algoritmo definido matemáticamente
- Verificar la correctitud del algoritmo (o del programa)

Y añade, “El tercer punto planteado puede obviarse, sin que el enfoque sea alterado, en caso de que no sea posible incorporar en el curso un lenguaje de programación”.

2.18 Autonomía en el aprendizaje

Según Ruiz (2009), la educación superior se enfrentará a desafíos de una época de globalización, afectada principalmente por el capitalismo y una creciente penetración de industrias internacionales en el país.

Diversos autores (véase Tabla 9), han estudiado y propuesto metodologías, técnicas y herramientas de aprendizaje, consideradas como capacidades para aprender a aprender.

Tabla 9: Consideraciones de habilidades necesarias en la capacidad de aprender a aprender, según diversos autores. Por orden cronológico. Tomado de Ruiz, (2009)

Autor	Propuesta de habilidades para “aprender a aprender”
Malcon Knowles (1975)	<ul style="list-style-type: none"> -> □ Diagnosticar las necesidades de aprendizaje. -> □ Formular sus metas de aprendizaje. -> Identificar los recursos humanos y materiales para el aprendizaje. -> Seleccionar e implementar las estrategias de aprendizaje más apropiadas. -> Evaluar los resultados del aprendizaje logrado.
Nisbet y Shucksmith (1987)	<ul style="list-style-type: none"> -> La adquisición de habilidades para hallar información. -> Aprender las reglas generales para la solución de problemas. -> Asimilación de los principios formales de la investigación. -> Desarrollar autonomía en el aprendizaje. -> Desarrollar una actitud o método propio para aprender a aprender.
Ruiz Iglesias (1999)	<ul style="list-style-type: none"> -> Aprender a estudiar (hábitos de estudio, procesos de autogestión y habilidades de estudio). -> Aprender a leer para aprender (habilidades y procesos relacionados con ciertas claves para entender el texto, y estrategias de aprendizaje para aprender a través de la lectura). -> Aprender a pensar.
Bahamón (2000)	<ul style="list-style-type: none"> -> Estrategias metacognitivas. -> Estrategias cognitivas. -> Estrategias de administración de recursos.
González Pérez, Hernández Díaz, y Viñas Pérez (2001)	<ul style="list-style-type: none"> -> Planificación y organización del tiempo. -> Características de la lectura. -> Comunicación oral de la información oral. -> Acceso a la información científica.
Becerra Alonso y La O Thureaux (2002)	<ul style="list-style-type: none"> -> Organizar y planificar el tiempo de estudio. -> Determinar lo esencial en un contenido. -> Leer con rapidez y profundidad. -> Comunicarse con eficiencia. -> Evaluar el desempeño como estudiante.
Manrique Villavicencio (2004)	<ul style="list-style-type: none"> -> Estrategias afectivo-motivacionales. -> Estrategias de auto planificación. -> Estrategias de autorregulación. -> Estrategias de auto evaluación.

Fariñas León (2004)	<ul style="list-style-type: none"> -> Planteamiento y consecución de metas personales y la organización temporal de la vida. -> Comprensión y búsqueda de información. -> Expresión y comunicación. -> Planteamiento y solución de problemas .
Ministerio de Educación Superior (2006)	<ul style="list-style-type: none"> -> Reflexionar en la forma en que se aprende. -> Autorregular el proceso de aprendizaje. -> Uso de estrategias flexibles y apropiadas que se transfieren y adaptan a nuevas situaciones. -> Buscar información, enjuiciarla críticamente y aplicarla en la solución de problemas.

Los nuevos recursos tecnológicos y pedagógicos, se dirigen hacia una creciente tendencia de “aprender a aprender” (ver *Figura 11*). Donde se fomenta el “auto aprendizaje”.

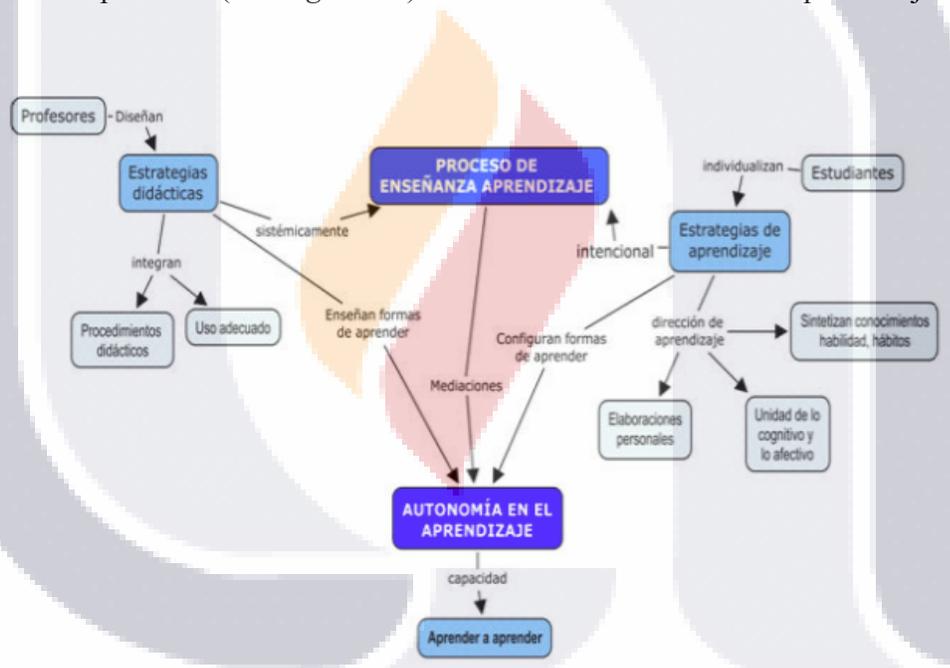


Figura 11: Proceso de estrategias didácticas y de aprendizaje para el desarrollo de la autonomía del aprendizaje. Tomado de Ruiz (2009)

De acuerdo con Ruiz (2009), la autonomía en el aprendizaje, consiste en la autorregulación del proceso de aprendizaje para aprender, pero sin evidenciar la intercesión del medio social, educativo y de los mecanismos de enseñanza, lo cual conlleva a aceptar que el sujeto es capaz de comprender los requerimientos de los procesos de aprendizaje, activar

una serie de conocimientos, habilidades y hábitos integrados dirigidos a una acción concreta de aprendizaje.

2.19 Herramientas para enseñar matemáticas discretas.

En el desarrollo de las actividades de enseñanza-aprendizaje de matemáticas discretas se suelen utilizar herramientas de apoyo a este proceso, estas herramientas son las que en la mayor parte de cursos de matemáticas y otras áreas del saber se utilizan, como cuadros sinópticos, analogías, gráficas, textos explicativos, descriptivos, entre otros, ilustraciones, diagramas, etc.

En “Discrete Mathematics assessment using learning objectives based on Bloom's taxonomy” de Highley Y Edlin, (2009), se presenta una herramienta de enseñanza basada en la taxonomía de Bloom. La taxonomía de Bloom, consiste en un esquema para clasificar los niveles y los tipos de comportamiento intelectual importantes en el aprendizaje. En donde se suele utilizar criterios de clasificación de objetivos de aprendizaje. Para cada tema (de un curso de matemáticas discretas), se ha desarrollado una jerarquía de objetivos de aprendizaje, donde los objetivos de nivel inferior se refieren a niveles más bajos de la taxonomía de Bloom, y en el caso de los objetivos de aprendizaje de nivel superior que requieren una asimilación más profunda que en los niveles más altos de la taxonomía de Bloom.

En general, las herramientas usadas son la tiza y el tablero, diapositivas de Power Point y la resolución de problemas con los estudiantes. Para las evaluaciones, también se presentan de forma tradicional, con pruebas semanales, mensuales o varias pruebas a lo largo del semestre, lo que podría diferenciar un curso de otro es el estilo de formato de impartición de la clase y la clasificación de los instrumentos de evaluación.

Para la enseñanza de matemáticas discretas, no se han obtenido herramientas especiales a las utilizadas ordinariamente en cualquier curso de matemáticas. Aunque existe software para apoyar el proceso de enseñanza de matemáticas discretas, estos recursos se basan en web O'Donnell, Hall, Y Page, (2007).

En *Discrete Mathematics Using a Computer*, (2006), se utiliza un lenguaje de programación como ayuda al proceso de enseñanza, denominado Haskell. Mediante el desarrollo de un complemento, se pretende acercar a los estudiantes a la experimentación con las expresiones matemáticas de la lógica proposicional, lógica de predicados, la teoría de conjuntos, y las relaciones. Aunque en este caso, en la mayor parte de los ejemplos o recursos, se refieren a una dirección web.

2.20 Enseñanza de matemáticas a través de plataformas virtuales o recursos tecnológicos.

Iglesias, Carbajo, Y Rosa, (2008), presentaron una herramienta basada en la tecnología java. En dicha herramienta se crearon applets, programas que se ejecutan en un navegador web, para un curso de matemáticas discretas en el primer semestre de la carrera de ciencias de la computación de la universidad politécnica de Madrid. Esta herramienta incluye enlaces en hipertexto con todas las definiciones, teoremas y los resultados más importantes de las matemáticas discretas, junto con algunas aplicaciones prácticas (desarrolladas como aplicaciones applets). Se incluyó una herramienta para que se pudiera corroborar los resultados obtenidos por los estudiantes.

2.21 Método de enseñanza basado en protocolos verbales

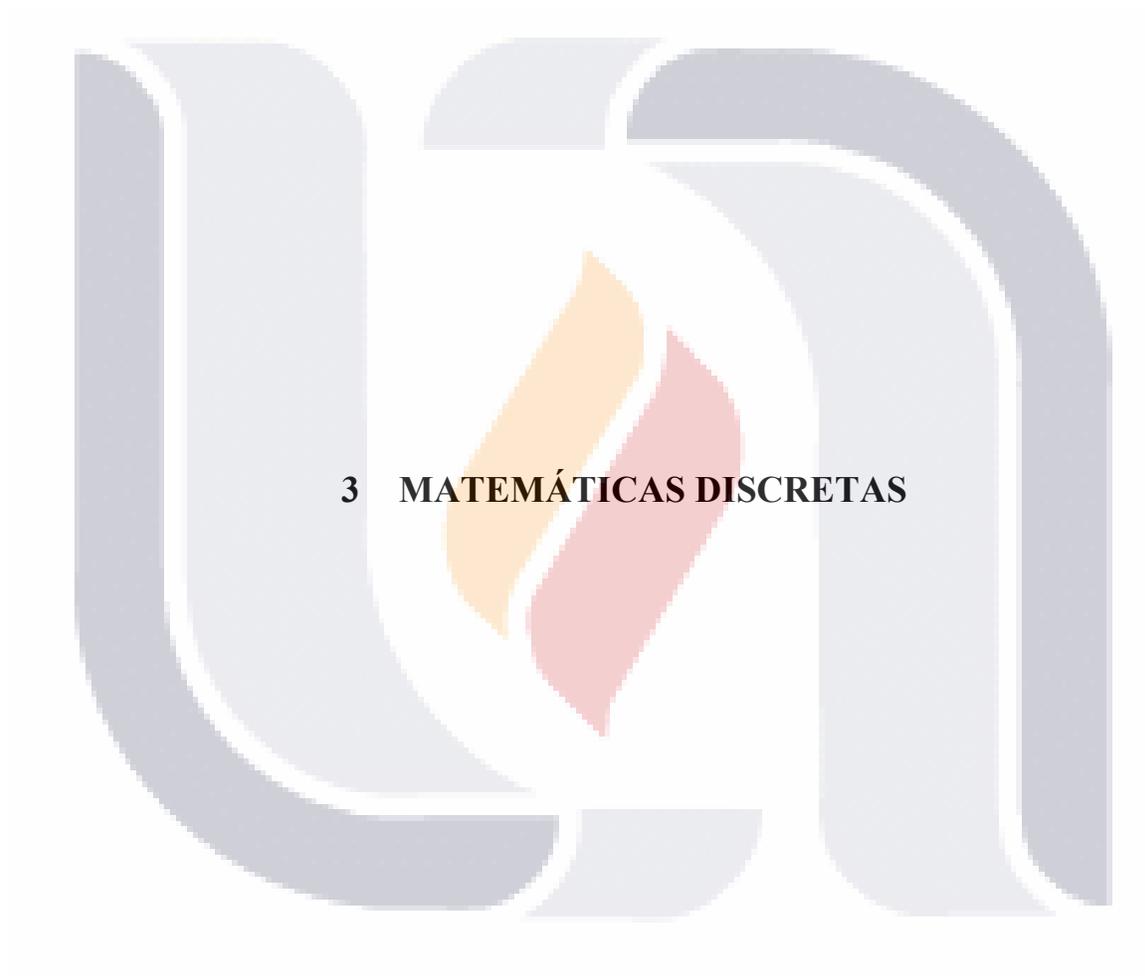
Según Requena (2003), desde un punto particular del enfoque cognitivo de la conducta humana, esta se encuentra relacionada con contenidos, estructuras o procesos de conocimiento. De allí se deduce que, independientemente de una problemática sobre el valor de verdad de las palabras que pronuncie una persona, se tiene por supuesto que esta debe procesar alguna información para poder emitir tales palabras.

De acuerdo con Arévalo y Solano (2013), los protocolos verbales se usan en la ingeniería de software como técnica para registrar los procesos cognitivos que tienen lugar en la memoria de corto plazo de un usuario o de un experto al momento de evaluar una aplicación o de resolver un problema. No se ha analizado el efecto que pudiera tener el uso del protocolo en las matemáticas discretas.

2.21.11 Tipos y niveles de verbalización

Requena (2003), señala que, según reconociendo el tipo de información verbalizada, de la fuente de la información sobre la que se piensa y de la existencia o no de procesos mediadores entre el pensamiento y la verbalización, esta puede ser de varios tipos y tener varios niveles.

Dependiendo del tipo de información que se verbalice, el reporte puede ser: (a) una copia literal, si la información que se expresa corresponde literalmente con la recibida en el momento o anteriormente; (b) una copia de contenido semántico, si la información verbalizada es un parafraseo de la información recibida, por lo que, entonces, constituye el resultado de un procesamiento semántico de la misma; y (c) una producción, si la información que se verbaliza ha sido generada a partir del procesamiento de la recibida o la ya poseída.



3 MATEMÁTICAS DISCRETAS

Introducción

Las matemáticas discretas, llamadas "matemáticas de ordenador", son el fundamento de la teoría y la aplicación de la tecnología informática y la ingeniería de software y otros planes de estudios profesionales. El pensamiento y método de las matemáticas discretas se reflejan ampliamente en campos profesionales relacionados con la computadora, de la computación científica de procesamiento de la información, desde la informática teórica a las tecnologías de aplicación de ordenador, y desde el hardware al software Yuan Y Yang, (2012).

Se pueden enumerar las áreas de estudio de las matemáticas discretas, aunque se concuerda en que son esenciales para que ingenieros de ciencias de la computación o software, adquieran las habilidades necesarias para tener un desempeño óptimo en el ámbito de sus actividades cotidianas.

Las matemáticas discretas están compuestas por diversas áreas de estudio de las matemáticas, las que incluyen aritmética, álgebra, geometría, además de estadística, teoría de conjuntos, algoritmos, lenguajes y autómatas, grafos, teorías de pilas y colas, algunos derivados de estos y otros temas de importancia para el estudio y comprensión de las matemáticas discretas DE LAS MATEMÁTICAS, (n.d.) .

3.1 Objetivo de las matemáticas discretas

De acuerdo a Flores P. (2011), las matemáticas discretas tienen muchas aplicaciones en las ciencias computacionales y la ingeniería de software, por ejemplo, la búsqueda de información útil, describir la estructura dinámica y el comportamiento dinámico de un sistema de software, y la verificación de una especificación de software mediante declaraciones lógicas.

Tabla 10: Objetivos de las matemáticas discretas en programas de ciencias de la computación según EBET². Adaptado de Shing y Shing (2010)

Número de resultado	Los estudiantes que completaron el curso serán capaces de...
1	Demostrar la capacidad de diseñar argumento matemático
2	Demostrar su capacidad para escribir pruebas matemáticas
3	Aplicar la inducción matemática y diseñar un algoritmo recursivo
4	Aplicar el análisis combinatorio para resolver problemas de cálculo
5	Analizar complejidad de algoritmos
6	Aplicar estructuras discretas para resolver problemas
7	Elegir gramáticas y máquina de estados finitos para modelar los cálculos (se sigue un modelo bien definido y se expresa como, por ejemplo, un algoritmo).

Según Shing Y Shing (2010), las matemáticas se utilizan en la vida cotidiana incluyendo en todos los campos de la tecnología de la información. Son la base de la tecnología de la información. En base a éstas, los desarrolladores de software pueden crear herramientas eficaces para asistir a las personas a solucionar problemas complicados. También se hace referencia a los objetivos que se deben alcanzar las matemáticas discretas en cursos de ciencias de la computación (ver Tabla 10). Se puede observar el punto 5 de la tabla: “Analizar complejidad de algoritmos”.

² organización no gubernamental, sin ánimo de lucro, dedicada a la acreditación de programas de educación universitaria o terciaria en disciplinas de ciencias aplicadas, ciencias de la computación, ingeniería y tecnología

3.2 Métodos para enseñar-aprender matemáticas discretas

De acuerdo con Henderson y Marion, (2006), las actividades principales herramientas utilizadas en el proceso de enseñanza de matemáticas, a través de actividades interactivas, con los objetos físicos, los applets de instrucción, o lenguajes basados en computadoras y herramientas, involucran a los estudiantes en el proceso de aprendizaje.

Conforme a Sánchez, Torres, Y Castellanos, (2007), cuando los estudiantes se encuentran en una actitud pasiva, puede ser perjudicial en la motivación que tienen los estudiantes de aprender. Siguiendo con el trabajo de Sánchez, Torres y Castellanos, se ha propuesto métodos basados en herramientas web, las cuales incluyen gráficos y propuestas dinámicas, con el fin de evitar una actitud pasiva. Durante la ejecución, la aplicación realiza preguntas al usuario sobre lo que debe hacerse en el siguiente paso, en lugar de simplemente mostrarlo.

En Golub (2004), se hace la presentación de un método basado en “diapositivas escritas a mano en una Tablet para un curso de matemáticas discretas”. Se exponen un método, el cual consiste en digitalizar las notas de clase, para después mostrarse en un videoproyector.

Sánchez, Espinosa, Pellicer, Rodríguez, Y Hauß, (2018)Blended learning”, misma que citado por Pina, (2004) es: “*aquel modo de aprender que combina la enseñanza presencial con la tecnología no presencial: «which combines face-to-face and virtual teaching» (Coaten, 2003; Marsh, 2003)*”. En este estudio, los resultados obtenidos muestran que “Los participantes, revelaron una muy buena complacencia y resaltaron el alto nivel profesional de los profesores, lo que decidió en ellos volver a participar en este tipo de capacitación. Se concluyó que la enseñanza de las matemáticas en la modalidad Blended learning constituye una herramienta eficiente en la construcción del conocimiento de esta ciencia por cuanto los participantes ejercieron su derecho de opinión y pudieron reflexionar sobre temas puntuales que pueden dar lugar al mejoramiento de la enseñanza a nivel del bachillerato y de las carreras de corte ingenieril”. Además, de acuerdo al mismo estudio, se obtuvo en consultas a los

facilitadores, la satisfacción fue elevada ($p < 0,03$) y la temática proporcionada se acogió altamente, mismos datos obtenidos de Sánchez *et al.*, (2018)..

Otra metodología utiliza es la que plantea (Arango, 2003) los foros virtuales conforman una herramienta ampliamente utilizada en la educación a distancia y constituyen una valiosa herramienta en un Entorno Virtual de Aprendizaje (EVA). Además, citando al mismo (Arango, 2003) indica que los EVA, permiten el intercambio entre los aprendices y facilitadores de forma virtual mediante el uso de preguntas y respuestas, el intercambio de archivos y cualquier otro material de diversos temas; por otra parte, con esta herramienta, también pueden llegar a desempeñar el rol central en el modelo de la enseñanza-aprendizaje orientado al desarrollo del pensamiento crítico.

Sobre las herramientas llamadas EVA, En México, J. L. Ramírez, Juárez y Remesal (2012), han desarrollo de forma exitosa el curso enseñanza de matemáticas discretas en Ciencias de la Computación en el marco de una Maestría y relatan la importancia de los foros virtuales, revelando la comunicación de tutores y estudiantes, logrando resultados favorables en el uso de esta herramienta”., han desarrollo de forma exitosa el curso enseñanza de matemáticas discretas en Ciencias de la Computación en el marco de una Maestría y relatan la importancia de los foros virtuales, revelando la comunicación de tutores y estudiantes, logrando resultados favorables en el uso de esta herramienta”.

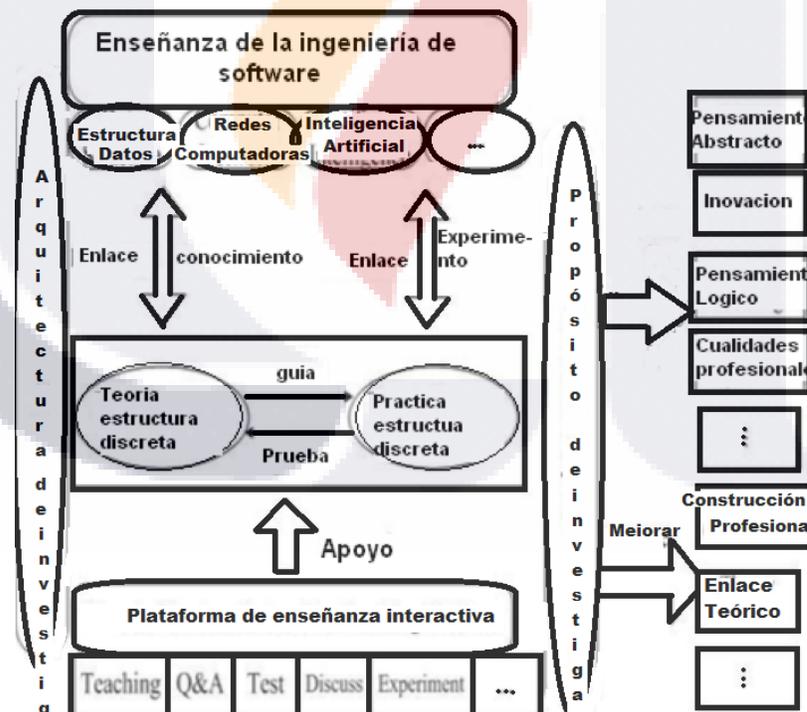
3.3 Problemas al enseñar-aprender matemáticas discretas

Principalmente se presenta cuatro problemas, de acuerdo a Yuan e Yang (2012), son los siguientes:

- Las matemáticas discretas en el aprendizaje curricular vienen después de que se aprenden los conceptos de programación en los cursos de ingeniería.

- Es difícil entender la teoría y construir relaciones con otras aplicaciones en la práctica profesional y sin suficiente práctica.
- La enseñanza en el aula individual, con poca interacción y retroalimentación lenta, no puede cumplir con las expectativas de los estudiantes y las exigencias de la práctica.
- La falta de la conexión del conocimiento profesional lleva al impacto negativo en el aprendizaje de los estudiantes el pensamiento lógico y el pensamiento innovador.

Figura 12. Relación de las matemáticas discretas con cursos especiales o temas avanzados de las ciencias de la computación. Adaptado de (Yuan e Yang, 2012)



Las matemáticas discretas sirven como “puente” para cursos especiales o de temas avanzados como inteligencia artificial, estructura de datos o redes computacionales. En la *Figura 12*, se puede observar las competencias que se requiere o se desea que todo ingeniero de software desarrolle, en las que las matemáticas discretas son el elemento necesario indispensable para obtener y desarrollar las competencias.

3.4 Contenidos de las matemáticas discretas

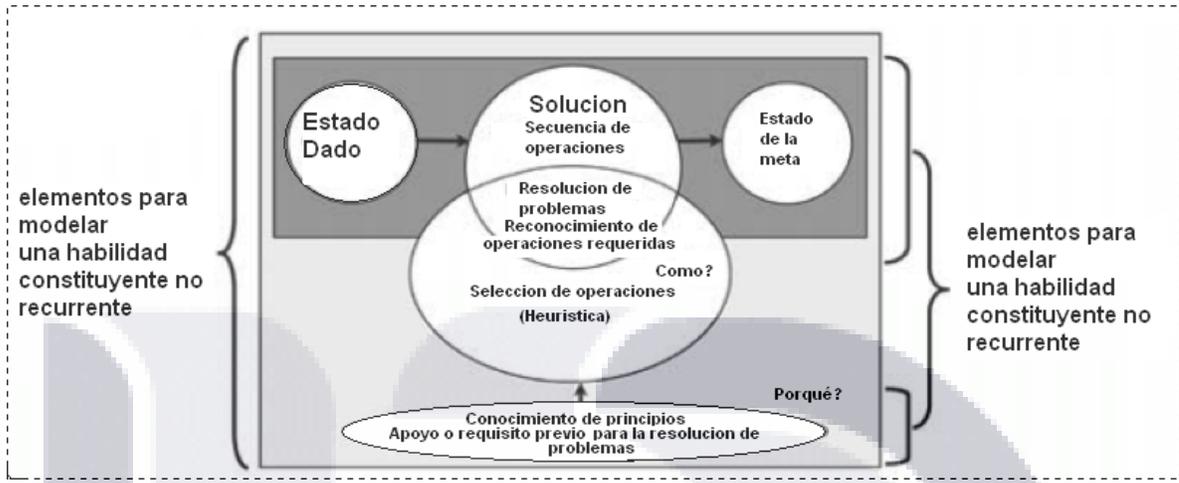
El contenido principal de las matemáticas discretas, según Yuan e Yang, (2012), tales como la lógica matemática, teoría de conjuntos, teoría de números, sistema algebraico y la teoría de grafos tienen una relación muy estrecha con los cursos de ingeniería de software.

Para Grenier (2008), las matemáticas discretas requieren del dominio superpuestos, por ejemplo, la teoría de números (aritmética y combinatoria), la teoría de grafos, combinatoria y la geometría.

3.5 Efecto del ejemplo resuelto y el problema por completar

Investigaciones sobre ejemplos resueltos han demostrado que, para los principiantes, el estudio de ejemplos prácticos es a menudo una manera más eficaz y eficiente de aprender a resolver los problemas convencionales, así lo afirma Gog, Paas, Y Merriënboer (2004).

Figura 13: Elementos para el modelado de ejemplos orientados al proceso recurrente y aspectos no recurrentes de una habilidad cognitiva compleja. Adaptado de (Gog et al., 2004)



“Los aspectos de una tarea que se debe realizar como “recurrente”, las habilidades algorítmicas después del entrenamiento tienen un problema de espacio estrecho, y la correcta aplicación de un conjunto particular de operadores asociados con un tipo de problema siempre conduce a una solución correcta. Por lo tanto, la resolución de problemas es una cuestión de reconocer el conjunto adecuado de los operadores en lugar de seleccionar una entre muchas posibilidades. Por otra parte, los aspectos de una tarea que debe ser realizada como habilidades de carácter no recurrente después del entrenamiento tienen múltiples vías de solución posibles, por lo que se necesita una estrategia para reducir el espacio de búsqueda y seleccionar aquellos operadores que tienen más probabilidades de dar lugar a una solución”, Gog et al., (2004).

Lo que se indica en la *Figura 13*, son los elementos para una “correcta solución”, a la que se llama “tarea recurrente”. En donde se tiene conocimiento previo del problema a resolver, se debe seleccionar “la mejor” opción para resolver el problema y llegar a la meta.

3.6 Complejidad de los algoritmos

La complejidad algorítmica se preocupa qué tan rápido o lento particulares realiza algoritmo. Definimos la complejidad como una función numérica $T(n)$ - tiempo frente el tamaño de entrada n . Queremos definir tiempo empleado por un algoritmo sin depender de los detalles de implementación según Adamchik (2009).

Se quiere definir el tiempo empleado por un algoritmo sin depender de los detalles de implementación. Un algoritmo dado tendrá diferentes cantidades de tiempo en las mismas entradas, dependiendo de factores tales como: la velocidad del procesador; conjunto de instrucciones, la velocidad del disco, la marca del compilador y etc.

3.6.11 Objetivo del cálculo de la complejidad de algoritmos

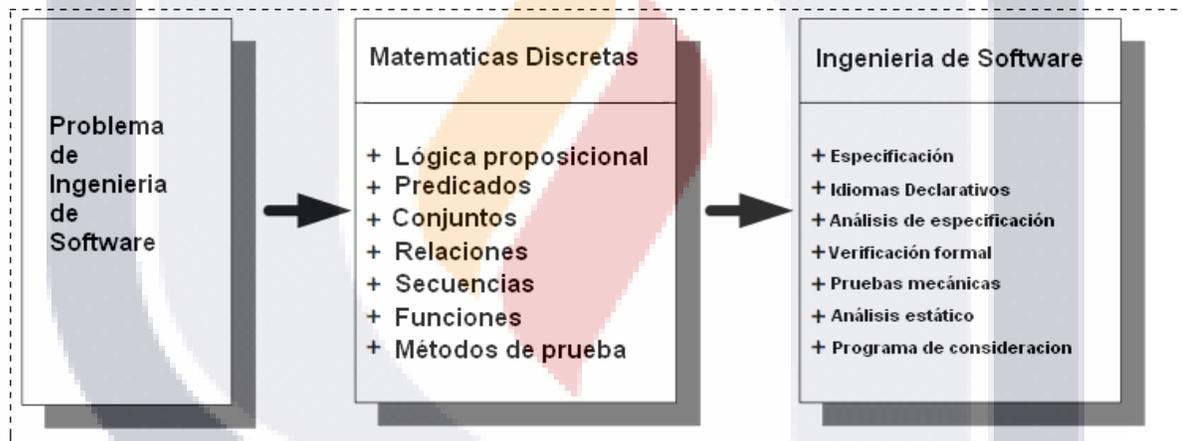
Para Mañas, (1997), un objetivo que debe preocupar a la hora de realizar la medición de un algoritmo, son los recursos físicos necesarios para que un programa se ejecute. Aunque puede haber muchos parámetros, los más usuales son el tiempo de ejecución y la cantidad de memoria (espacio).

Según Shing Y Shing, (2010), los estudiantes tienen que analizar usando un algoritmo "O grande" para satisfacer el objetivo del análisis de complejidad de algoritmos (objetivo 5 de la Tabla 5).

3.7 Relación de la programación con las matemáticas discretas

Las habilidades que deben poseer tanto ingenieros en ciencias de la computación como ingenieros de software son la capacidad para analizar especificaciones, diseño e implementación de software fiable mediante rigurosos procesos de desarrollo. Para Cohoon Y Knight, (2006), se requiere ayudar a desarrollar las capacidades en los ingenieros, se debe incluir herramientas o características como: promover una comprensión y apreciación de las estructuras matemáticas discretas (DM), que son la base de la teoría de la ingeniería de software (SE) y proporcionar la motivación y la formación de las modernas herramientas de desarrollo de software y análisis.

Figura 14: Habilidades de las matemáticas discretas requeridas para la ingeniería de software. Adaptado de (Cohoon & Knight, 2006)



En la *Figura 14*, se muestran las habilidades que se requiere desarrollar en futuros ingenieros de software o ciencias de la computación. Habilidades que se adquieren con la comprensión de temas de matemáticas discretas.

3.8 Cota superior asintótica (Big O)

Cota superior asintótica (notación O mayúscula), también llamado símbolo de Bachmann - Landau³, es un simbolismo utilizado en teoría de la complejidad, la informática y las matemáticas para describir el comportamiento asintótico de las funciones. La notación superior fundamentalmente, indica qué tan rápido es el crecimiento o disminución de una función en el transcurso del tiempo.

Tabla 11: Lista de clases de funciones que se encuentran comúnmente en el análisis de algoritmos.

Notación	Nombre
$O(1)$	Constante
$O(\log(n))$	Logarítmica
$O((\log(n))^c)$	Polilogarítmica
$O(n)$	Lineal
$O(n^2)$	Cuadrática
$O(n^c)$	Polinomial
$O(c^n)$	Exponencial

El símbolo de Landau viene del nombre del número teórico alemán Edmund Landau que inventó la notación. De acuerdo con Adamchik (2009), la letra “O” se utiliza debido a que la tasa de crecimiento de una función también se llama su orden

En las funciones que se obtienen de evaluar los algoritmos, se obtiene una gráfica que explica el comportamiento de dicho algoritmo. Como se puede ver en la Tabla 11, los algoritmos tienen como resultado una función de acuerdo al número de operaciones realizadas en dicho algoritmo.

³El símbolo O (§) se muestra por vez primera en el segundo volumen del “Tratado sobre Teoría de Números”, escrito en 1894 por P. G. H. Bachmann (1837 - 1920) y E. G. H. Landau (1877 - 1938) adquiere esta notación del libro de Bachmann.

3.8.11 Orden de complejidad

El orden de complejidad se expresa como un conjunto de funciones que comparten un mismo comportamiento asintótico. La complejidad de un algoritmo se relaciona con el número de operaciones necesarias (OE, entre las cuales se encuentra: asignaciones, comparaciones, sumas, restas, multiplicaciones, divisiones, etc.) para resolver un problema dado (mediante un lenguaje de programación). El número de estas operaciones dependerá de los datos de entrada (comúnmente denotado por una letra a , aunque no se limita a esta notación), y éstas pueden dar lugar a una solución única favorable hasta una exclusivamente costosa.

Tabla 13: Tiempo en segundos (excepto se exprese lo contrario) que tardan en realizarse $f(n)$ operaciones, haciendo un millón por segundo.

$f(n) \backslash n$	10	20	30	40	50	70	100
n	0.00001 s	0.00002 s	0.00003 s	0.00004 s	0.00005 s	0.00007 s	0.0001 s
$n \log(n)$	0.00003 s	0.00008 s	0.00014 s	0.00021 s	0.00028 s	0.00049 s	0.0006 s
n^2	0.0001 s	0.0004 s	0.0009 s	0.0016 s	0.0025 s	0.0049 s	0.01 s
n^3	0.001 s	0.008 s	0.027 s	0.064 s	0.125 s	0.343 s	1 s
n^4	0.01 s	0.16 s	0.81 s	2.56 s	6.25 s	24 s	1.6 min
n^5	0.1 s	3.19 s	24.3 s	1.7 s	5.2 min	28 min	2.7 horas
$n^{\log(n)}$	0.002 s	4.1 s	17.7 s	5 min 35 s	1 h 4min	2.3 días	224 días
2^n	0.001 s	1.04 s	17 min	12 días	35.6 a.	37 Ma	2.6 MEU
3^n	0.059 s	58 min	6.5 a.	385495 a.	22735 Ma	52000 Ma	10^{18} MEU
$n!$	3.6 s	77054 a.	564 MEU	$1.6 \cdot 10^{18}$ ME	$6 \cdot 10^{34}$	$2.4 \cdot 10^{70}$ M	2
n^n	2.7 horas	219 EU	$4.2 \cdot 10^{14}$ ME	$2.4 \cdot 10^{28}$ ME	$1.8 \cdot 10^{67}$ ME	$3 \cdot 10^{111}$ M	$2 \cdot 10^{182}$ M

s: segundos min: minutos h: horas a: años Ma: millones de años
 EU: edad del universo MEU: millones de veces la edad del universo

En la Tabla 13, se muestra el tiempo que tardaría un computador en realizar $f(n)$ operaciones, para distintas funciones f y distintos valores de n , donde n representa el tamaño de la función, suponiendo que realizarse un millón de operaciones por segundo.

3.8.12 Los mejores, peores y los casos promedio

El análisis de algoritmos se utiliza para describir los enfoques para el estudio del rendimiento de los algoritmos. Según Adamchik (2009), el tiempo que requiere un algoritmo para dar una respuesta, se divide generalmente en 3 casos:

Peor Caso: caso más extremo, donde se considera el tiempo máximo para solucionar un problema. La función definida por el número máximo de medidas tomadas en cualquier instancia de tamaño a .

Caso promedio: caso en el cual, bajo ciertas restricciones, se realiza un análisis del algoritmo. La función definida por un número medio de pasos dados en cualquier caso de un tamaño.

Mejor caso: caso ideal en el cual el algoritmo tomará el menor tiempo para dar una respuesta. La función definida por el número mínimo de pasos dados en cualquier instancia de tamaño a .

3.8.13 Cálculo de complejidad de un algoritmo

Para Mañas, (1997), el cálculo de la complejidad de algoritmos debe responder la siguiente pregunta: ¿cuál es el tamaño del mayor problema que puedo resolver en T segundos y/o con MegaBytes (MB) de memoria? Para dar respuesta se debe determinar una medida N de su tamaño (por número de datos) e intentaremos hallar respuestas en función de dicho N . Así pues, el concepto exacto que mide N depende de la naturaleza del problema.

```

void insertionSort(int arr[], int length) {
    int i, j, tmp;
    for (i = 1; i < length; i++) {
        j = i;
        while (j > 0 && arr[j - 1] > arr[j]) {
            tmp = arr[j];
            arr[j] = arr[j - 1];
            arr[j - 1] = tmp;
            j--;
        }
    }
}
    
```

Figura 16: Código del algoritmo de ordenamiento por inserción en C++

En la *Figura 16*, se muestra el código de algoritmo “ordenamiento por inserción”, algoritmo con gran utilidad y debido a esta razón, es de los más estudiados en complejidad de algoritmos. La medida que se suele encontrar en los algoritmos es el tiempo de ejecución de un programa, mismo que se puede determinar en función de N, lo que se denominará T(N), donde T, representa el tiempo empleado. Dicha función se puede medir físicamente (mediante la ejecución del programa, y con un reloj en mano), o se puede calcular sobre el código, es decir, contando las instrucciones a ejecutar y multiplicando por el tiempo requerido por cada instrucción.

Así, una fracción de un programa como:

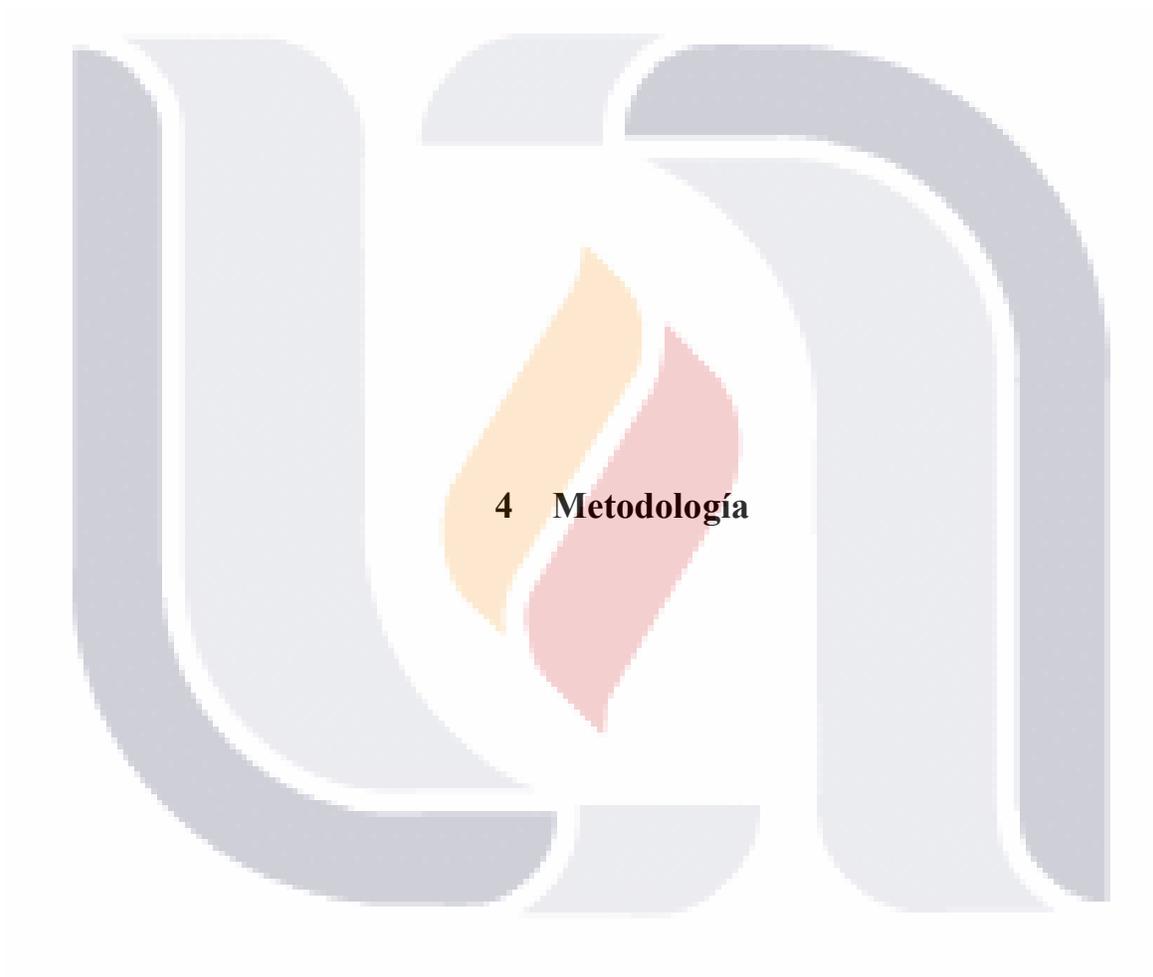
```

Sentencia(s) 1;
for (int i= 0; i < N; i++) {
Sentencia(s) 2;
}
    
```

Figura 17: Código de ejemplo para medir su tiempo de ejecución

En la *Figura 17*, el código requiere $T(N) = t_1 + t_2 * N$, siendo t_1 el tiempo que lleve ejecutar las sentencias "Sentencia(s) 1" y t_2 el que lleve la serie "Sentencia(s) 2".





4.1 Desarrollo de un protocolo verbal

La técnica de verbalización, utilizada en el desarrollo de protocolos verbales, consiste en “pensar en voz alta” mientras se realiza una actividad con el mínimo de interacción con el que realiza la actividad. Para Armengol (2007), los *protocolos de pensamiento en voz alta* son instrumentos metodológicos que implican, como su nombre indica, el uso de informantes ‘pensando en voz alta’ mientras llevan a cabo una actividad.

Tabla 14: Transcripción literal de un protocolo verbal.

<p>Será una potencia de dos cuando la matriz es de orden ene por ene una potencia de dos podemos anular estos cuatro, perdón siete números ene tres ene cuatro ene cinco ene seis ene siete la persona que se le ocurrieron estos productos de apellido “Estrase” pues lástima que no podemos preguntarle cómo se le ocurrieron pero es algebra elemental comprobar</p>

En la Tabla 14, se muestra la técnica de “pensar en voz alta”, misma que se ha utilizado para el desarrollo de protocolos verbales utilizados en esta tesis.

4.2 Prueba de usabilidad.

El protocolo se probó sobre un sistema existen de visualización de protocolos verbales. Dicho sistema se basa en marco metodológico conocido como Teoría de Diseño de Sistemas de Información (Information Systems Design Theory o ISDT por sus siglas en inglés), propuesto por [Obj]révalo (2010)[Obj].

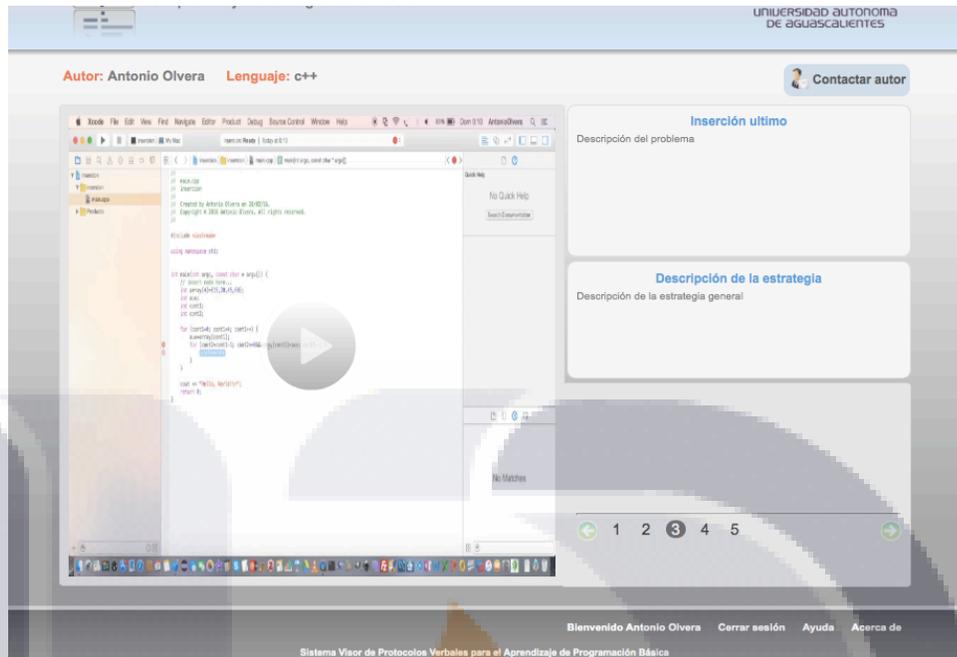


Figura 18: Sistema visor de protocolos verbales propuesto por Arévalo (2010)

El sistema visor de protocolos verbales (ver *Figura 18*), mismo que se había utilizado para la enseñanza de programación. En el visor se tiene un apartado para visualizar el protocolo, su descripción general de la estrategia utilizada y la descripción del problema particular.

4.3 Modelo de investigación

Para realizar la comprobación de la hipótesis, en donde se pretende medir el impacto significativo de aprendizaje (análisis, comprensión y resolución de problemas de complejidad de algoritmos), se utiliza el modelo propuesto (ver *figura 19*), de Arévalo (2010), adaptado a el aprendizaje a problemas de complejidad de algoritmos.

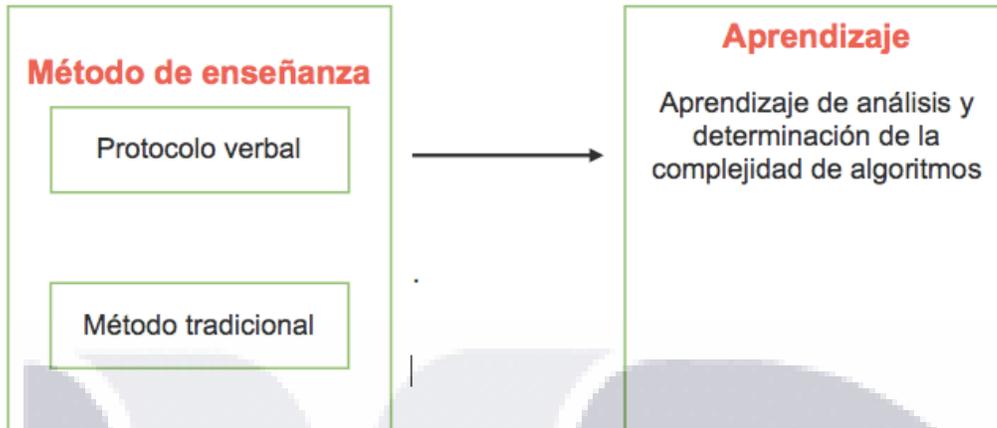


Figura 19: Modelo de investigación. Adaptado de Arévalo, (2010)

El modelo de la *Figura 19*, se ha adaptado a un tema relevante en matemáticas discretas, la complejidad de algoritmos. Se pretende aplicar dicho modelo a la propuesta metodológica de esta tesis.

4.4 Modelo metodológico.

Se seleccionó el modelo desarrollado por Arévalo (2010), mencionado por el mismo Arévalo “*es el un artefacto de TI creado para atender un problema relevante*”, y en el que además en el mismo trabajo se realizaron pruebas de facilidad de aprendizaje, pruebas de eficiencia, pruebas de facilidad de recordar, prueba de disminuir la tasa de errores, y una prueba para la satisfacción. Según señala Arévalo (2010), sobre la metodología que aplicó, en la que se incluyen teorías de diseño de sistemas de información (ISDT) proveen una referencia metodológica que combinan el rigor científico para la creación de teorías, aplicadas al diseño, construcción y prueba de tipos especiales de artefactos de software para solucionar clases de problemas de difícil solución, es decir, la eficiencia de la teoría de diseño se mide en función del grado de efectividad del artefacto construido bajo sus propios principios, y como

finalmente concluye: “El objetivo general fue alcanzado debido a que se logró aplicar la metodología ISDT, proponiendo una Teoría de Diseño de Sistemas de Información para Sistemas Visores de Protocolos Verbales”. El objetivo al que refiere “Aplicar la metodología ISDT para plantear una teoría de diseño de sistemas de información que proponga una clase de artefacto cuyas propiedades permitan la visualización de modelos mentales válidos, la visualización de estrategias de solución y el razonamiento metacognitivo de expertos al resolver problemas de programación, con la finalidad de fomentar un aprendizaje significativo y una transferencia de estrategias de solución de problemas en alumnos universitarios que estudian cursos introductorios de progra”

Dado que se consideró alcanzado el objetivo de aplicar una metodología... se hizo uso y explotación del artefacto desarrollado por Arévalo. Mismo que fue “aprobado”, ya que cumplió con el objetivo según lo señala el trabajo de Arévalo.

4.5 Prueba experimental.

El desarrollo del protocolo se basó en el trabajo de Arévalo (2010). Se implementó el protocolo verbal siguiendo las directrices establecidas y probadas establecidas por Arévalo (2010).

En el desarrollo de esta tesis, se presentó un problema de complejidad de algoritmos con diversos grados de dificultad, mismo que fue desarrollado por diversos profesionales en el área de las matemáticas discretas. Se realizaron los mismos problemas con cada uno de las personas que participaron con el desarrollo de los protocolos verbales.

4.6 Instrumento de medición

Para medir la capacidad del protocolo y determinar la adquisición de habilidades y destrezas y un aprendizaje significativo, se desarrolló un instrumento consistente de un examen con cuatro problemas de complejidad de algoritmos en una plataforma en línea (ver Anexo 1), para evaluar a su vez la capacidad de un estudiante de comprender y resolver problemas de complejidad de algoritmos que implicasen la habilidad sintáctica y la aplicación de estrategias para:

- a) Reconocer problemas relacionados con complejidad de algoritmos.
- b) Analizar estructuras de programas para medir su tiempo de ejecución.
- c) Resolver problemas de complejidad de algoritmos en programación.
- d) Realizar cálculos relacionados con potencias.

La herramienta de medición se diseñó a partir de exámenes previamente aplicados a estudiantes que habían cursado la materia. Se adaptó para darle enfoque al tema de complejidad de algoritmos.

La población de alumnos que contestaron el instrumento fueron del sexto semestre de la carrera de ingeniería en sistemas computacionales de la universidad autónoma de Aguascalientes.

4.7 Muestra

Para la realización del experimento, se consideraron alumnos que previamente habían recibido cursado la materia de matemáticas discretas en un periodo de un semestre académico

anterior al que se les haría el test. Del total de alumnos de los grupos, se decidió hacer un grupo de control y uno experimental.

4.8 Instrumentos:

Samuel Messick (1989:19), uno de los autores más influyentes en el estudio de la validez, define el concepto en los siguientes términos: “*La validez es un juicio evaluativo global del grado en el que la evidencia empírica y la lógica teórica apoyan la concepción y conveniencia de las inferencias y acciones que se realizan basándose en las puntuaciones que proporcionan los test u otros instrumentos*”.

Para la recolección de los datos, se utilizó un test. Es una técnica que tiene como objeto lograr información sobre rasgos definidos de la personalidad, la conducta o determinados comportamientos y características individuales tales como inteligencia, interés, actitudes, aptitudes, rendimiento, memoria, etc., mediante actividades, formularios, y en algunos casos, manipulaciones, que son observadas y evaluadas por el investigador.

4.9 Procedimientos

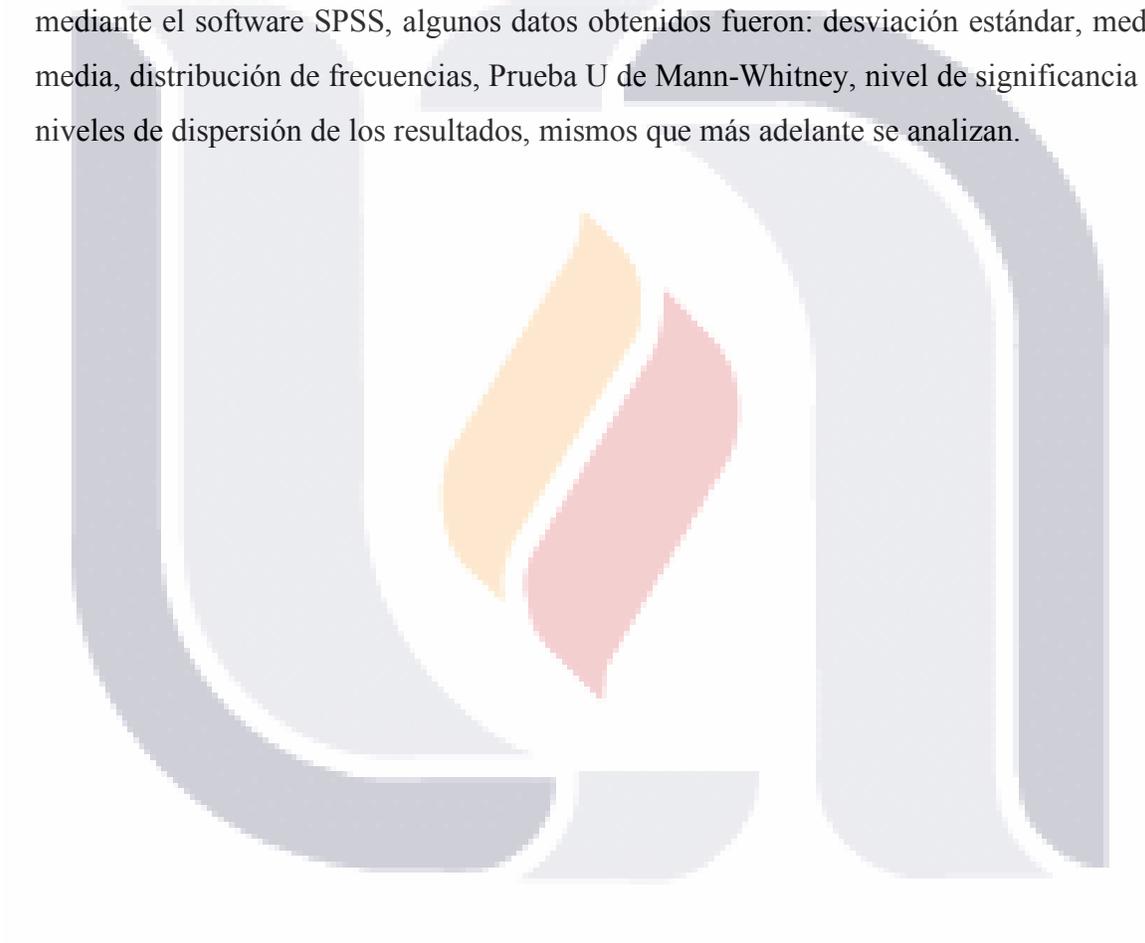
En este punto se deben presentar de forma resumida cada uno de los pasos realizados para la recolección de los datos.

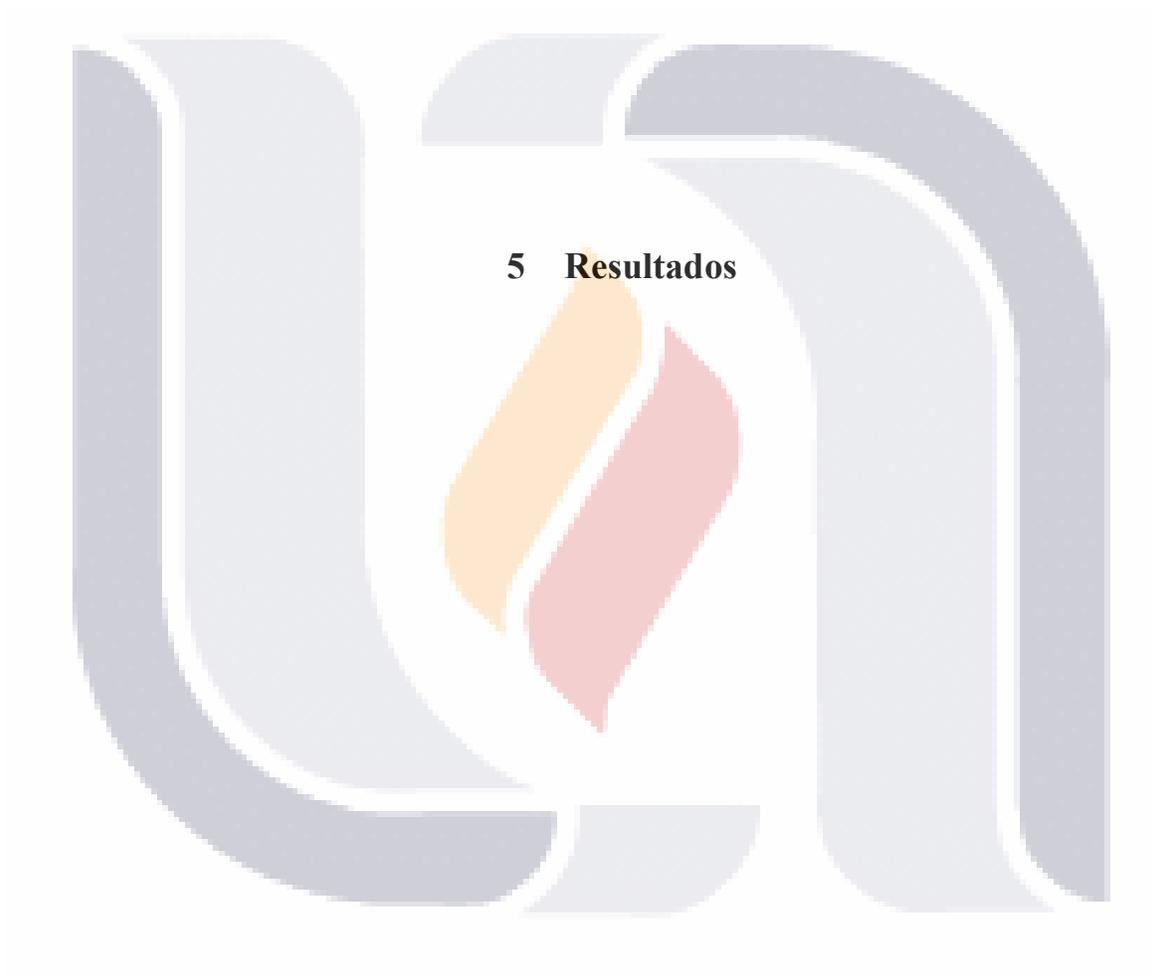
4.9.11 Condiciones del estudio experimental

Para efectuar la prueba, se formaron dos grupos denominados “X” e “Y”. De estos grupos, al azar se seleccionaron estudiantes. Los alumnos cursan el sexto semestre, semestre posterior a cursar de forma regular la materia de matemáticas discretas. Originalmente estos los dos grupos, “X”, “Y”, con 26 y 33 alumnos respectivamente. Los grupos habían cursado la materia un semestre antes (Ago-Dic) con el mismo instructor. De estos grupos se generaron dos grupos, uno de control y uno experimental. El experimental se denomina A y el de control denominado B. Se pidió al grupo A, revisara los protocolos verbales desarrollados en este trabajo. El grupo B, únicamente revisaría un material de lectura que se les proporcionó. Se solicitó apoyo del maestro Eduardo Serna, que imparte clase en ambos grupos, con el fin de obtener una prueba y sobre todo, un resultado más certero. El maestro Serna, prestó tiempo de su clase para la selección de alumnos. Además, animó a los alumnos para que colaboran con el proyecto. Se realizaron las siguientes actividades:

- Se les notificó a los alumnos quienes harían la prueba viendo los protocolos, y quienes únicamente con un material de lectura, separación de grupo de control y grupo experimental.
- Se dio una explicación breve de 15 minutos acerca de las características de acceso a los problemas y la temática del test.
- Se dieron de alta cuentas personalizadas para acceder a los protocolos, grupo experimental.
- A los alumnos del grupo de control, se les prestó un material digital para consulta, mismo que sería leído/estudiado por cada uno en el momento que consideraran pertinente.
- El maestro Serna, como otros profesores que realizaron o colaboraron en el desarrollo de los protocolos verbales no participaron en la explicación de los protocolos cargados en el sistema, de la prueba o el proceso de selección de los grupos.
- Los problemas presentados en el test (ver Anexo I), correspondieron a los mismos ejercicios realizados por los profesores en los protocolos.

La prueba con la que se evaluarían ambos grupos fue diseñada por el M.C. Fausto Contreras. Misma que se realizó de manera digital. Dicha prueba está basada en el tema de complejidad de algoritmos. Mismo tema del que se desarrollaron los protocolos verbales. La prueba consta de 4 reactivos, con opciones múltiples. Se utilizó el software flubaroo, para la ayuda de revisión electrónica y análisis de las respuestas. Además, se obtuvieron datos estadísticos mediante el software SPSS, algunos datos obtenidos fueron: desviación estándar, mediana, media, distribución de frecuencias, Prueba U de Mann-Whitney, nivel de significancia y los niveles de dispersión de los resultados, mismos que más adelante se analizan.





5 Resultados

5.1 Aspectos generales

Es del conocimiento de los profesores de matemáticas, en particular de las matemáticas discretas, que las calificaciones de exámenes muestran un sesgo en el aprendizaje significativo de los alumnos. Se tiene, por un lado, alumnos muy buenos en matemáticas, en particular, en álgebra. Por otro lado, se tiene alumnos brillantes para desarrollar software. Lo que implica, al no tener una combinación de ambos, puede haber una desviación muy marcada hacia uno u otro.

En este contexto, se ha diseñado un instrumento de evaluación, en el cual se encamine hacia evaluar la capacidad de “medir” la complejidad de los algoritmos que se le presentan.

La prueba que se ha aplicado en la presente tesis, consiste en una prueba con muestras independientes.

5.2 Análisis de variables

Para la prueba experimental (cuyas condiciones se describen en la sección “Condiciones del estudio experimental”) se recolectaron las observaciones correspondientes a 59 participantes, de los grupos de control (TRAD) y experimental (EXP). Para analizar si existieron diferencias significativas en el aprendizaje de ambos grupos, se efectuó una prueba con la captación de los resultados y su posterior análisis de variables (ver Tabla 16), observándose como resultado una diferencia estadísticamente significativa entre ambos grupos ($p \leq .005$, véase tabla 19). En consecuencia, se infiere que la estrategia de protocolo verbal aplicado a la mejora del proceso de comprensión de complejidad de algoritmos produce un mejor desempeño en los participantes, más adelante se detallan los resultados obtenidos después de aplicar tratamiento estadístico mediante software especializado.

5.3 Análisis de desviación estándar

Para evaluar la aptitud de habilidades y aprendizaje significativo de los estudiantes, se diseñó un instrumento, consistente de un test (ver anexo 1), con cuatro problemas de complejidad de algoritmos, para evaluar a su vez la capacidad de un estudiante de analizar problemas de algoritmos que implicasen la habilidad sintáctica y la aplicación de estrategias para:

Según datos obtenidos y puestos en software (SPSS) para su análisis. La desviación estándar de los mismos se encuentra:

Tabla 15: Valor de desviación estándar para la prueba de grupos

Group Statistics

GRUPO		N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
CALIFICACION	dimens A	17	.5147	.28600	.07167
ON	ion1 B	18	.4305	.26851	.06887

En la Tabla 15, se puede observar que las desviaciones estándar, se encuentran con una desviación alta, de acuerdo con Spiegel Y Stephens, (2009) una desviación alta indicará, por un lado, el grado de variabilidad que hay en la muestra y, por otro, la representatividad de dicho punto central, ya que, si se obtiene un valor pequeño, eso significará que los valores se concentran en torno a ese centro (por lo que habrá poca variabilidad y el centro representará bien a todos). En cambio, si se obtiene un valor grande, significará que los valores no están concentrados, sino dispersos (por lo que habrá mucha variabilidad y el centro no será muy representativo). En este caso particular, significa que la distribución es heterogénea (hay mucha dispersión) por lo tanto, el promedio deja de ser representativo. significa que la

distribución es heterogénea (hay mucha dispersión) por lo tanto, el promedio deja de ser representativo.

5.4 Análisis de mediana

“La mediana es el valor de la variable estadística que divide en dos efectivos iguales a los individuos de la población supuestos ordenados por valor creciente del carácter”, de acuerdo con [Obj]obo Y Batanero, (2000)[Obj]. Esto es que la mediana es el valor que está a la mitad de un conjunto de números ordenados con un valor superior y uno inferior.

Tabla 16: Datos de medias obtenidos de los datos de la prueba

Calificación	Grupo	Calificación	Grupo
0.00	A	0.00	B
0.25	A	0.00	B
0.25	A	0.00	B
0.25	A	0.25	B
0.25	A	0.25	B
0.25	A	0.25	B
0.25	A	0.25	B
0.25	A	0.25	B
0.25	A	0.25	B
0.50	A	0.50	B
0.50	A	0.50	B
0.75	A	0.50	B
0.75	A	0.50	B
0.75	A	0.50	B
0.75	A	0.50	B
0.75	A	0.75	B
0.75	A	0.75	B
0.75	A	0.75	B
0.75	A	0.75	B
1.00	A	0.75	B
		0.75	B
Mediana	0.50	Mediana	0.50

Mediante el análisis de media, la mediana para ambos grupos es del 50% (ver Tabla 16). Lo cual nos podría indicar que, a priori no existe diferencia significativa entre ambos grupos de estudio.

5.5 Análisis de media

El análisis de medias de los grupos A y B (ver Tabla 17), se puede observar que existe una mejora en el grupo A. Así, puede observarse que la media del grupo A, tiene un valor de 0.5147 y la del grupo B uno de 0.4305. Este primer dato proporciona indicios de un mejor rendimiento del grupo A.

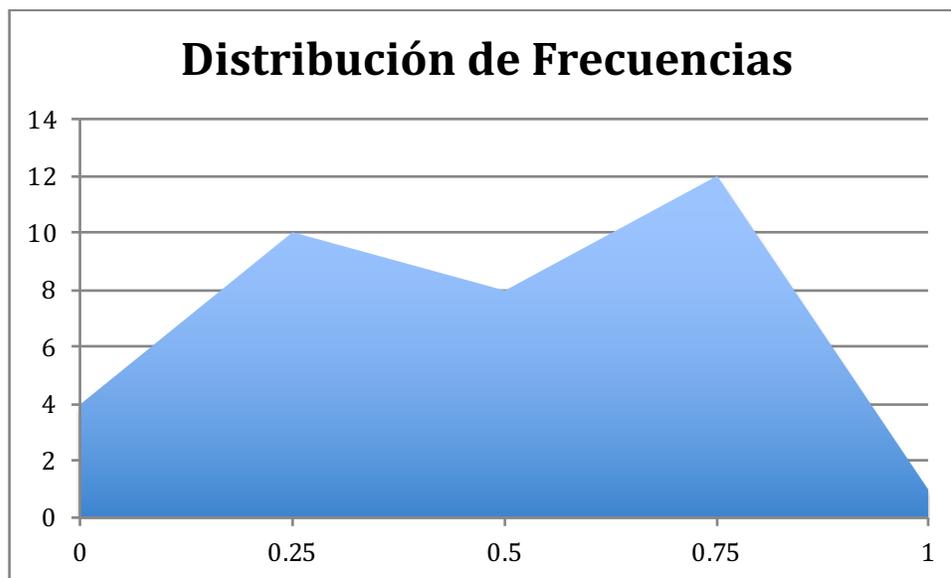
Tabla 17: Valor de media obtenido mediante SPSS

	GRUPO	N	Mean
CALIFICACION	d A	17	.5147
	i B	18	.4305

En la Tabla 17 se puede observar que la media de grupo que “aprendió” mediante protocolo verbal (grupo A), se encuentra por arriba con bastante diferencia respecto al grupo que aprendió de manera tradicional (grupo B). Por lo tanto, este dato estadístico, nos indica que SI existe un avance significativo en el aprendizaje del grupo A respecto al B.

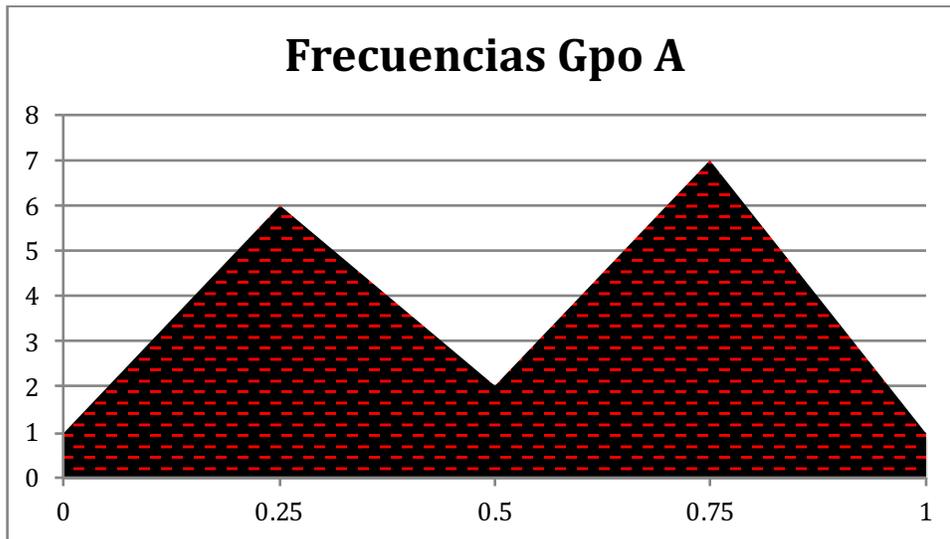
5.6 Distribución de frecuencias

Para tener una visión general de los datos obtenidos, se ha implementado un análisis mediante distribución de frecuencias. Con la distribución de frecuencias se puede agrupar el número de alumnos de acuerdo a la calificación que obtuvieron en la prueba que se les aplicó, con esta segmentación se generaron las gráficas 1, 2 y 3.

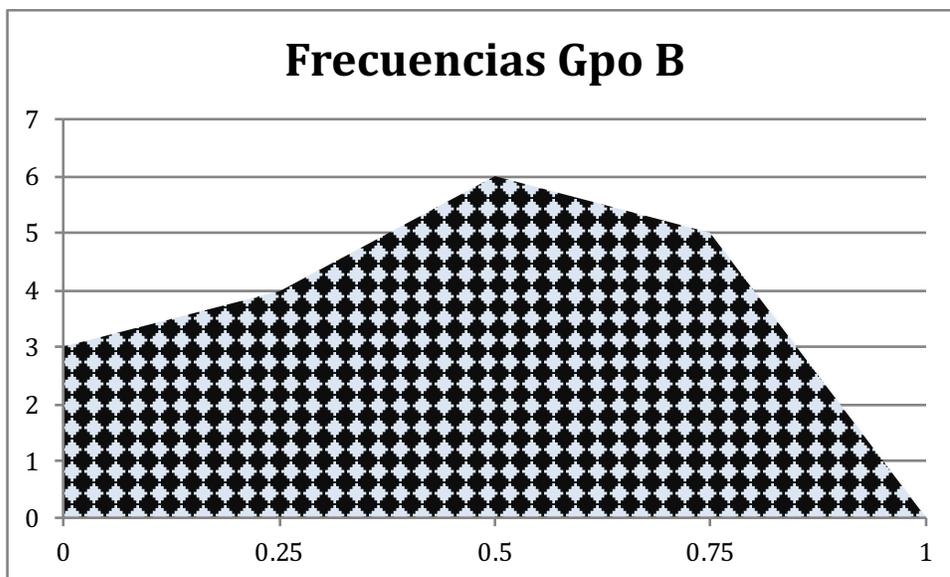


Gráfica 1: Distribución de Frecuencias de ambos grupos

Por grupo:



Gráfica 2: Distribución de Frecuencias de grupo A



Gráfica 3 : Distribución de Frecuencias de grupo B

En la comparativa de la distribución de frecuencias, para el grupo A existe una mayor cantidad 7(siete), en una calificación de 75% (véase gráfica 2), mientras que para el grupo B, la cantidad en esta calificación es de 5, con la misma calificación de 75% (véase Gráfica 3).

Analizando las gráficas 2 y 3, se puede también observar que en el caso del grupo A, existe una distribución de 1 (uno) en la calificación de 100% para el grupo A, mientras que la misma calificación para el grupo B, es cero.

Para las calificaciones de 50% o menos, se tiene que en el grupo B existe una mayor concentración en este rango. Caso contrario para el grupo A.

5.7 Prueba de U Mann-Whitney para dos muestras independientes

Esta prueba estadística es útil cuando las mediciones se pueden ordenar en escala ordinal (es decir, cuando los valores tienden a una variable continua, pero no tienen una distribución normal) y resulta aplicable cuando las muestras son independientes. Gómez-Gómez, Danglot-Banck, Y Vega-Franco, (2003): *“Las pruebas de dos muestras independientes comparan dos grupos de casos con una variable. Hay disponibles cuatro pruebas para ver si las dos muestras independientes (grupos) vienen de la misma población y son la U de Mann-Whitney, la Z de Kolmogorov-Smirnov, las reacciones extremas de Moses y la prueba de rachas de Wald-Wolfowitz”*.

Tabla 18: Resultados obtenidos mediante SPSS

Test Statistics ^b	
	CALIFICACION
Mann-Whitney U	123.000
Wilcoxon W	333.000
Z	-1.726
Asymp. Sig. (2-tailed)	.084**
Exact Sig. [2*(1-tailed Sig.)]	.099 ^a

**p > 0.05

a. Not corrected for ties.

b. Agrupación de variables: GRUPO

En la Tabla 18, se presentan los valores de la U de Mann-Whitney y de la razón z (ver datos de tabla 7), así como el nivel de significancia de la prueba.

Los mismos señalan que “*las características de la muestra que ha seleccionado, aquellas que distinguen a la población de donde ésta procede; hay dos formas de actuar: 1) estimar el valor de un parámetro a partir de la muestra, y 2) contrastar si su hipótesis es confirmada en la muestra, poniendo a prueba la hipótesis de las diferencias nulas (H₀), la que de no confirmarse, se explica por la hipótesis alterna (H₁), que acepta que esas diferencias existen dentro de cierto margen de probabilidad: cuando son significativas (a nivel de una $p < 0.05$ o < 0.001) se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alterna*”, por lo que en este caso se ha elegido la prueba U de Mann-Whitney.

Se puede observar que el nivel de significancia (véase tabla 19, (Sig)), para esta prueba en particular, se tiene que, SI es menor o igual a 0.05 se tiene que rechazar la hipótesis nula, en este caso es mayor, por lo que al no poder rechazar la hipótesis nula debemos concluir que: estadísticamente NO existe diferencia significativa o mínima que determine que un grupo tiene un nivel de comprensión mayor al otro.

Tabla 19: Datos de análisis obtenidos mediante SPSS. Prueba de muestras independientes para la prueba de complejidad de algoritmos en estudiantes de ingeniería en sistemas computacionales de la U.A.A.

		Prueba de Levene para la igualdad de diferencias		Prueba t para igualdad de medias						
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Diferencia Significativa	Std. Error Diferencia	95% Intervalo de confianza de la diferencia*	
									Inferior	Superior
CALIFICACION	Equal variances assumed	.334	.567	1.433	36	.161	.14250	.09946	-.05922	.34422
	Equal variances not assumed			1.434	35.675	.160	.14250	.09939	-.05914	.34414

Debido a que las muestras son independientes, el intervalo de confianza* de la diferencia de medias de la muestra, se utiliza para calcular la diferencia de medias poblacionales. Se puede determinar que el intervalo de confianza es del 95% para la prueba. Como se observa en la Tabla 19, se ha obtenido el intervalo de confianza, con el que se espera estimar donde estará cierto valor desconocido con una determinada probabilidad de acierto.

5.8 Resultados finales

Dados los resultados de la prueba T, los valores de la estadística descriptiva, y el análisis de correlación de ambos grupos, puede concluirse que el grupo que utilizó los protocolos verbales (A), tuvo un mejor rendimiento que el grupo que únicamente tuvo un método de enseñanza tradicional (grupo B), lo que alude a su vez un efecto positivo en el uso de protocolos verbales para aprendizaje de matemáticas discretas.

6 Conclusiones

6.1 De los objetivos e hipótesis del estudio

Tras haberse planteado la implementación de un material de apoyo (Denominado artefacto al Protocolo verbal) para mejora y/o apoyo al proceso de aprendizaje-enseñanza en el análisis y la comprensión de problemas relacionados con matemáticas discretas, enfatizando en el tema de complejidad de algoritmos (capítulo tres), pasando por el proceso de instanciación (desarrollo) del artefacto basado en el trabajo de Arévalo (2010) –el cual incluyó el desarrollo e implementación del artefacto, así como la prueba de comprobación de resultados del artefacto, se puede discutir si se han logrado o no los objetivos presentes en ésta tesis, y si la hipótesis general del estudio se puede confirmar con la evidencia experimental obtenida. Se considera que Si se logró el objetivo “El uso de protocolos verbales como apoyo al método de aprendizaje-enseñanza de matemáticas discretas tiene un efecto significativo en el nivel de aprendizaje de las matemáticas discretas.”, se puede considerar que se tuvo un efecto significativo, véase resultado. Respecto del objetivo “Medir el efecto del uso de protocolos verbales como herramienta didáctica, sobre la comprensión de problemas de complejidad de algoritmos, en estudiantes de ingeniería en Sistemas Computacionales, en la Universidad Autónoma de Aguascalientes”, mediante el test se pudo comprobar este efecto, el cual da como resultado que si hay un efecto y este es positivo al aprendizaje.

6.2 De la aplicación de la metodología

La(s) teoría(s) aplicadas para el desarrollo de los protocolos verbales ya se habían implementado en problemas de programación. Se afirma que la teoría propuesta por Arévalo (2010) para el desarrollo de protocolos verbales, se puede implementar en el área de las matemáticas discretas. El objetivo de mostrar que el análisis de protocolo es una técnica válida para indagar los procesos cognitivos empleados durante la resolución de problemas, lo que implica que hay cambio en la percepción general del proceso de enseñanza-aprendizaje

de las matemáticas discretas. Para ello, primeramente, se realizó una síntesis selectiva de las teorías de enseñanza-aprendizaje y de los métodos cognitivos y sobre la técnica del análisis de protocolos verbales, desarrollada en los siguientes puntos: (a) supuestos básicos de la técnica; (b) los diferentes tipos y niveles de verbalización; (c) las condiciones de validez de los reportes verbales y (d) el procedimiento de un análisis de protocolo válido y confiable. La investigación sobre los procesos cognitivos involucrados en la resolución de problemas matemáticos aplicados, con la finalidad de determinar la posible influencia de la estructura del enunciado de tales problemas sobre dichos procesos. Tanto el abordaje abstracto y general del tópico (diversas teorías sobre las variantes cognitivas de los seres humanos), como la aplicación concreta de la técnica de protocolos verbales (Requena, 2000), permiten afirmar que el análisis y aplicación de los protocolos verbales, aplicada de acuerdo con unas condiciones precisas, resulta una técnica válida y confiable para inferir los procesos cognitivos empleados en la resolución de problemas matemáticos de tipo discretos, e

6.3 De las hipótesis de producto y proceso de diseño

Un elemento que se debe apreciar al evaluar las posibles aportaciones del presente estudio es el hecho de implementar los protocolos verbales a áreas de difícil comprensión como lo son las matemáticas discretas. En México, se están considerando las matemáticas discretas como temas clave para el aprendizaje significativo de otras áreas para las ingenierías de ciencias de la computación e ingeniería de software.

En seguida se especifican las posibles aportaciones específicas del trabajo desarrollado en esta tesis, en los ámbitos de la Ingeniería de Ciencias de la Computación e Ingeniería de Software, el análisis y comprensión de problemas de complejidad de algoritmos, la posibilidad de disminuir los índices de reprobación en estudiantes de ingeniería en sistemas computacionales en un contexto local y la posibilidad de tener ingenieros con más

capacidades de afrontar problemas en la industria local y nacional de desarrollo de software y análisis de datos:

A) La aplicación de la teoría de protocolos verbales presentada en el trabajo de Arévalo (2010) en el ámbito de la programación y siendo instanciada en temas de matemáticas discretas (complejidad de algoritmos), representa una importante contribución en el sentido que sirve de apoyo para mejorar la comprensión y adquisición de nuevas habilidades para el aprendizaje de los estudiantes sobre temas de matemáticas discretas y un posterior apoyo al uso de métodos tradicionales o métodos de aprendizaje basado en plataformas educativas virtuales.

6.4 Limitaciones del estudio

6.4.11 Datos

La primera limitante de este estudio fue la medición de la variable dependiente, los datos que se recabaron resultaron limitados. La prueba no se podría aplicar con una mayor cantidad de reactivos debido principalmente a limitaciones de disponibilidad de sujetos puestos al experimento, por tanto, se tuvo grandes limitaciones a la hora de utilizar los métodos cuantitativos de análisis para pronosticar los cambios en el análisis o la comprensión de problemas de complejidad de algoritmos.

6.4.12 Tiempo

El tiempo asignado para el diseño de los protocolos fue limitado (tres semanas aproximadamente) limitado para editar y transcribir los protocolos verbales. No fue posible generar otros protocolos verbales. Aunque quizás con más tiempo hubiera sido posible que otros docentes o expertos en matemáticas discretas generaran nuevos protocolos verbales, o sí se hubiera podido preparar una mayor variedad de protocolos sobre diferentes problemas.

6.4.13 Otros factores

La disponibilidad de los estudiantes para consultar los protocolos verbales no se pudo cronometrar. Por lo que este dato de comparación no se encuentra disponible.

La ocupación de los profesionales de las matemáticas discretas, sin duda es un factor importante que ha limitado el estudio. Sin los profesionales no se puede diversificar el desarrollo de nuevos protocolos verbales, tanto en la solución de los problemas ya planteados, así como en problemas con diferentes niveles de complejidad.

6.4.14 Aportaciones del estudio

Una perspectiva que se puede considerar al considerar las aportaciones del presente estudio, es el hecho de que se consideran las matemáticas como portadoras para el desarrollo de habilidades en estudiantes de ingeniería de ciencias de la computación e ingeniería de software. Dando lugar a considerar las matemáticas discretas como fundamentales para el aprendizaje de otras áreas del conocimiento de dichas ingenierías. Además, se brinda la

posibilidad de ayudar a estudiosos de las ingenierías o temas de análisis de datos (Big Data) en niveles superiores al pregrado.

Se puede listar algunas de las aportaciones del estudio:

- A) Ayudar a los instructores de matemáticas discretas a generar nuevas estrategias para la solución a problemas de complejidad de algoritmos, y así poder diseñar nuevos materiales y métodos para el problema de comprensión de los algoritmos. Los instructores con mayor expertiz de las matemáticas discretas, pueden a su vez, aportar otro método para que los estudiantes sean directamente beneficiados y se mejore fundamentalmente el índice de comprensión de matemáticas discretas en las carreras que requieren dichas matemáticas.
- B) La aportación a la conceptualización, asimilación y relación del problema del análisis y comprensión de complejidad de algoritmos, en términos de factores de aprendizaje, modelos mentales válidos, el conocimiento estratégico y la metacognición, puede ayudar a instructores e investigadores a desarrollar una metodología basada en herramientas que activan los conocimientos previos y las relaciones con la experiencia que posee (experiencia previa) del estudiante de ciencias de la computación o ingeniería de software.
- C) Se da pie para iniciar un andamiaje sobre efectos de las técnicas de verbalización en conjunto con otras formas de aprendizaje y aplicarlas a la enseñanza-aprendizaje de matemáticas discretas u otra área de las matemáticas. El uso de protocolos, sería el complemento a los métodos tradicionales de enseñanza, esto posiblemente generaría una nueva forma en que se adquieren nuevos conceptos y se relacione con contenidos que se han asimilado con deficiencia o que no se han aprendido en su totalidad.

7 Recomendaciones para trabajos futuros

Según Pértega Díaz Y Pita Fernández, (2006) indican que si no existen diferencias en la distribución entre ambas poblaciones, los rangos se deberían mezclar de forma aleatoria entre las dos muestras. Se puede obtener una nueva muestra y aplicarla con las diversas técnicas válidas de muestreo y aplicación de métodos confiables de validación de información, recaudación y evaluación de métodos de verbalización.

En próximos estudios que procedan sobre alguna de las líneas de investigación sugeridas en la presente tesis, se recomienda diseñar y aplicar estudios transversales, que permitan medir el efecto que tendría el uso del artefacto aquí propuesto durante el curso de matemáticas discretas.

Además, se recomienda aumentar y diversificar el tamaño de la muestra, lo que posibilitaría –previo a un análisis estadístico–, generalizar los resultados obtenidos en la prueba experimental. Un estudio transversal permitiría conocer el efecto que tendría el efecto del artefacto sobre el análisis y la comprensión de complejidad de algoritmos durante y después de haber cursado un curso de manera tradicional.

Tal como se menciona en el trabajo de Arévalo (2010) el uso de protocolos ha determinado (aunque estadísticamente no), que el uso de protocolos verbales puede servir de apoyo en materias de matemáticas, como es en este caso, y no exclusivamente a la programación.

Otro aspecto a considerar es el tiempo que se ha empleado por cada estudiante en el uso de los protocolos verbales, sería conveniente tomar los tiempos efectivos válidos de los estudiantes y su tiempo con el uso de los protocolos verbales.

Sería aconsejable evaluar el tipo de aprendizaje de cada alumno y considerar la variable en el experimento y medir el resultado final. Podría incluirse algún material o adaptar el protocolo con los nuevos dispositivos electrónicos (teléfonos inteligentes, tabletas, etc.) y usarlos con herramientas para los diversos tipos de aprendizaje.

8 Glosario

Algoritmo: Son unidades de información basados en la programación orientada a objetos.

MegaBytes (MB): es una unidad que sirve para medir cantidad datos informáticos. Es el equivalente a 1024 KB (kilobytes) o a 1.048.576 bytes, según las tradicionales unidades de la informática.

Ingeniería de software: es una disciplina o área de la Informática que ofrece métodos y técnicas para desarrollar y mantener software de calidad que resuelven problemas de todo tipo.

Ingeniería en ciencias de la computación: estudia el desarrollo de sistemas automatizados y el uso de los lenguajes de programación; de igual forma se enfoca al análisis, diseño y la utilización del hardware y software para lograr la implementación de las más avanzadas aplicaciones industriales y telemáticas

Objeto de aprendizaje (OA): son unidades de información basados en la programación orientada a objetos.

Programación: una secuencia de instrucciones que indica las acciones o tareas que han de ejecutarse para dar solución a un problema determinado.

Matemáticas discretas: Parte de las matemáticas encargada del estudio de los conjuntos discretos y las formalizaciones que dependen de éstos.

9 Bibliografĩa

- Adamchik, V. S. (2009). Algorithmic Complexity. *WWW-Document*. *Http*.
- Arévalo Mercado, C. A., & Solano Romo, L. I. (2013). Patrones de Comportamiento de Estudiantes de Programación al Utilizar una Herramienta de Visualización de Protocolos Verbales. *Conferencias LACLO*, 4(1). Retrieved from <http://laclo.org/papers/index.php/laclo/article/view/101>
- Armengol, L. (2007). Los protocolos de pensamiento en voz alta como instrumento para analizar el proceso de escritura. *Revista Española de Lingüística Aplicada*, 2007, Vol. 20, P. 27-35. Retrieved from <https://repositori.udl.cat/handle/10459.1/41637>
- Baddeley, A. (2000). The episodic buffer: a new component of working memory? *Trends in Cognitive Sciences*, 4(11), 417–423.
- Baddeley, A. D., & Hitch, G. (1974). Working memory. *Psychology of Learning and Motivation*, 8, 47–89.
- Buteau, C., Muller, E., Marshall, N., Sacristán, A. I., & Mgombelo, J. (2016). Undergraduate Mathematics Students Appropriating Programming as a Tool for Modelling, Simulation, and Visualization: A Case Study. *Digital Experiences in Mathematics Education*, 1–25. <https://doi.org/10.1007/s40751-016-0017-5>
- Cabani, M. L. P. (1995). Los mapas conceptuales. *Cuadernos de Pedagogía*, (237), 16–21.
- Cisneros, J. A., Arteaga, J. M., & Hernández, S. P. (2004). Guías de diseño para el desarrollo de objetos de aprendizaje. *Avances En La Ciencia de La Computación*, 347.
- Clark, J. M., & Paivio, A. (1991). Dual coding theory and education. *Educational Psychology Review*, 3(3), 149–210. <https://doi.org/10.1007/BF01320076>
- Cobo, B., & Batanero, C. (2000). La mediana en la educación secundaria obligatoria: ¿un concepto sencillo. *Uno. Revista de Didáctica de Las Matemáticas*. Barcelona. Editorial Graó, 23, 85–96.
- Cphoon, J. P., & Knight, J. C. (2006). Connecting discrete mathematics and software engineering. In *Frontiers in Education Conference, 36th Annual* (pp. 13–18). IEEE. Retrieved from http://ieeexplore.ieee.org/xpls/abs_all.jsp?arnumber=4117156
- De Guzmán, M., & others. (1992). *Tendencias innovadoras en educación matemática*. Olimpiada Matemática Argentina. Retrieved from <http://nautilus.fis.uc.pt/bspm/revistas/25/009-034.150.pdf>
- Discrete Mathematics Using a Computer*. (2006). London: Springer London. Retrieved from

<http://link.springer.com/10.1007/1-84628-598-4>

Ertmer, P. A., & Newby, T. J. (1993). Behaviorism, Cognitivism, Constructivism: Comparing Critical Features from an Instructional Design Perspective. *Performance Improvement Quarterly*, 6(4), 50–72. <https://doi.org/10.1111/j.1937-8327.1993.tb00605.x>

Ertmer, P., & Newby, T. (1993). Conductismo, cognitivismo y constructivismo: una comparación de los aspectos críticos desde la perspectiva del diseño de instrucción. *Performance Improvement Quarterly*, 6(4), 50–72.

Feinberg, S., & Murphy, M. (2000a). Applying cognitive load theory to the design of Web-based instruction. In *Professional Communication Conference, 2000. Proceedings of 2000 Joint IEEE International and 18th Annual Conference on Computer Documentation (IPCC/SIGDOC 2000)* (pp. 353–360). <https://doi.org/10.1109/IPCC.2000.887293>

Feinberg, S., & Murphy, M. (2000b). Applying cognitive load theory to the design of Web-based instruction. In *Professional Communication Conference, 2000. Proceedings of 2000 Joint IEEE International and 18th Annual Conference on Computer Documentation (IPCC/SIGDOC 2000)* (pp. 353–360). <https://doi.org/10.1109/IPCC.2000.887293>

Flores, A. (2011). Desarrollo del Pensamiento Computacional en la Formación en Matemática Discreta. *Lámpsakos*, 0(5), 28–33. <https://doi.org/10.21501/21454086.815>

Flores P., A. (2011). Desarrollo del pensamiento computacional en la formación en matemática discreta. *Lampsakos*, (5), 28+.

Freire, P. M. (1992). Procesos mentales y cognitivismo. *Revista de Filosofía (Madrid)*, 7, 143.

Fujita, M. S. L., Redígolo, F. M., & Dal'Evedove, P. R. (2007). El protocolo verbal interactivo en la disminución de dificultades en la enseñanza de indexación. *Ibersid: Revista de Sistemas de Información Y Documentación*, 1, 101–108.

Futschek, G. (2006). Algorithmic thinking: the key for understanding computer science. In *Informatics education—the bridge between using and understanding computers* (pp. 159–168). Springer. Retrieved from http://link.springer.com/chapter/10.1007/11915355_15

Gog, T. van, Paas, F., & Merriënboer, J. J. G. van. (2004). Process-Oriented Worked Examples: Improving Transfer Performance Through Enhanced Understanding. *Instructional Science*, 32(1–2), 83–98. <https://doi.org/10.1023/B:TRUC.0000021810.70784.b0>

- Golub, E. (2004). Handwritten Slides on a tabletPC in a Discrete Mathematics Course. In *Proceedings of the 35th SIGCSE Technical Symposium on Computer Science Education* (pp. 51–55). New York, NY, USA: ACM. <https://doi.org/10.1145/971300.971322>
- Gowin, D. B. (1981). *Educating*. Cornell University Press.
- Greca, I. M., & Moreira, M. A. (2000). Mental models, conceptual models, and modelling. *International Journal of Science Education*, 22(1), 1–11.
- Grenier Denise. (2008). Some specific concepts and tools of Discrete Mathematics. Retrieved from <http://tsg.icme11.org/document/get/754>
- Henderson, P. B., & Marion, W. (2006). Interactive Activities for Learning Discrete Mathematics Concepts: Tutorial Presentation. *J. Comput. Sci. Coll.*, 22(1), 65–66.
- Highley, T., & Edlin, A. E. (2009). Discrete Mathematics assessment using learning objectives based on Bloom's taxonomy. In *2009 39th IEEE Frontiers in Education Conference* (pp. 1–6). <https://doi.org/10.1109/FIE.2009.5350496>
- Iglesias, C. E., Carbajo, A. G., & Rosa, M. S. (1790). Interactive tools for Discrete Mathematics e-learning. *WSEAS Transactions on Advances in Engineering Education*, 5, 97–103.
- Joint Task Force on Computing Curricula, A. for C. M. (ACM), & Society, I. C. (2013). *Computer Science Curricula 2013: Curriculum Guidelines for Undergraduate Degree Programs in Computer Science*. New York, NY, USA: ACM.
- Knuth, D. E. (1985). Algorithmic Thinking and Mathematical Thinking. *The American Mathematical Monthly*, 92(3), 170–181. <https://doi.org/10.2307/2322871>
- Livingston, J. A. (2003). Metacognition: An Overview. Retrieved from <http://eric.ed.gov/?id=ED474273>
- Mañas, J. A. (1997). *Análisis de algoritmos: Complejidad*. Noviembre de. Retrieved from <http://elkinforero.com/joomdocs/ana.pdf>
- Misfeldt, M., & Ejsing-Duun, S. (2015). Learning mathematics through programming: An instrumental approach to potentials and pitfalls. In *9th Congress of European Research in Mathematics Education*. Retrieved from <http://vbn.aau.dk/ws/files/207681370/MisfeldtEjsingAccepted.pdf>
- Morales, E. (1999). Efecto de una didáctica centrada en la resolución de problemas empleando la técnica heurística V de Gowin y mapas conceptuales en el razonamiento

- matemático los alumnos de 9º. grado de educación básica. *RELIME. Revista Latinoamericana de Investigación En Matemática Educativa*, 2(1), 77–92.
- Moreira, M. A. (2002). Mapas conceptuales y aprendizaje significativo. *O ENSINO Revista Galáico Portuguesa de Sócio Pedagogia Y Sócio-Lingüística*, 23–28.
- Moreira, M. A. (2012). Mapas conceituais e aprendizagem significativa1 (concept maps and meaningful learning). *APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA, ORGANIZADORES PRÉVIOS, MAPAS CONCEITUAIS, DIAGRAMAS V E UNIDADES DE ENSINO POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVASI*, 41.
- Norman, D. A. (1983). Some observations on mental models. *Mental Models*, 7(112), 7–14.
- Novak, J. D., & Cañas, A. J. (2008). The theory underlying concept maps and how to construct and use them. Retrieved from <http://eprint.ihmc.us/5/>
- Novak, J. D., Gowin, D. B., Campanario, J. M., Campanario, E., & Otero, J. (1988). *Aprendiendo a aprender*. Martínez Roca Barcelona. Retrieved from <http://etrvr.260mb.org/assets/plugindata/poola/aprender%20a%20aprender.pdf>
- O'Donnell, J., Hall, C., & Page, R. (2007). *Discrete mathematics using a computer*. Springer Science & Business Media. Retrieved from <https://books.google.com.mx/books?hl=es&lr=&id=KKxyQQWQam4C&oi=fnd&pg=PA3&dq=Discrete+Mathematics+Using+a+Computer&ots=GqaEDDihiO&sig=iZxphWp59MCLXzaX5RW--mV38Ec>
- Palmero, M. L. R., Acosta, J. M., & Moreira, M. A. (2001). LA TEORÍA DE LOS MODELOS MENTALES DE JOHNSON-LAIRD Y SUS PRINCIPIOS: UNA APLICACIÓN CON MODELOS MENTALES DE CÉLULA EN ESTUDIANTES DEL CURSO DE ORIENTACIÓN UNIVERSITARIA (Johnson-Laird's mental models theory and its principles: an application with cell mental models of high school students). *Investigações Em Ensino de Ciências*, 6(3), 243–268.
- Pérez, A. J. (2005). Algoritmos en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. *Unión: Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, (1), 37–44.
- Pértega Díaz, S., & Pita Fernández, S. (2006). Métodos no paramétricos para la comparación de dos muestras. *Cad Aten Primaria*, 13, 109–113.
- Pimienta Prieto, J. H. (2005). *Constructivismo. Estrategias para aprender a aprender*. Instituto Superior Pedagógico, La Habana (Cuba); Universidad Anahuac, Mexico (Mexico).

Retrieved from <http://www.sidalc.net/cgi-bin/wxis.exe/?IsisScript=CENIDA.xis&method=post&formato=2&cantidad=1&expresion=mfn=027000>

Proust, J. (2007). Metacognition and metarepresentation: is a self-directed theory of mind a precondition for metacognition? *Synthese*, 159(2), 271–295. <https://doi.org/10.1007/s11229-007-9208-3>

Ramírez, J. L. M., Muñoz, M. J., & Ortiz, A. R. (2012). Teoría de la actividad y diseño de cursos virtuales: la enseñanza de matemáticas discretas en Ciencias de la Computación. *RUSC. Universities and Knowledge Society Journal*, 9(1), 130–149.

Requena, M. (2003). El análisis de protocolo como técnica para la comprensión de los procesos de razonamiento. Retrieved July 17, 2015, from <http://148.215.2.11/articulo.oa?id=76111331007>

Rodríguez Palmero, M. L., Marrero Acosta, J., & Moreira, M. A. (2001). La Teoría de los Modelos Mentales de Johnson-Laird y sus principios: una aplicación con modelos mentales de célula en estudiantes del Curso de Orientación Universitaria. *Investigações Em Ensino de Ciências. Porto Alegre. Vol. 6, N. 3 (Set./Dez. 2001), P. 243-268*. Retrieved from <http://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/141225>

Ruiz, I. C. (2009). Autonomía en el aprendizaje: direcciones para el desarrollo en la formación profesional. *Revista Electrónica“ Actualidades Investigativas En Educación,”* 9(2), 1–22.

Sadoski, M., Paivio, A., & others. (2004). A dual coding theoretical model of reading. *Theoretical Models and Processes of Reading*, 5, 1329–1362.

Salvador, C. C. (1990). Constructivismo y educación: la concepción constructivista de la enseñanza y del aprendizaje, 157–188.

Sánchez-Torrubia, M. G., Torres-Blanc, C., & Castellanos, J. (2007). New Interactive Tools for Graph Algorithms Active Learning. In *Proceedings of the 12th Annual SIGCSE Conference on Innovation and Technology in Computer Science Education* (pp. 337–337). New York, NY, USA: ACM. <https://doi.org/10.1145/1268784.1268906>

Schwank, I. (1993). On the Analysis of Cognitive Structures in Algorithmic Thinking. *Journal of Mathematical Behavior*, 12(2), 209–231.

Shing, M.-L., & Shing, C. (2010). Discrete mathematics course assessment - a case study. In

- 2010 2nd International Conference on Education Technology and Computer (ICETC) (Vol. 5, pp. V5-390-V5-392). <https://doi.org/10.1109/ICETC.2010.5530046>
- Siemens, G., & Fonseca, D. E. L. (2004). Conectivismo: Una teoría de aprendizaje para la era digital. *Recuperado El, 15.* Retrieved from <http://www.fce.ues.edu.sv/uploads/pdf/siemens-2004-conectivismo.pdf>
- Software Engineering for the 21st Century [advertisement]. (2014). *IEEE Internet Computing, 18*(3), c4–c4. <https://doi.org/10.1109/MIC.2014.57>
- Taber, K. S. (2011). Constructivism as educational theory: Contingency in learning, and optimally guided instruction. *Educational Theory, 39*–61.
- Tamayo, M. F. A. (2006). El mapa conceptual una herramienta para aprender y enseñar. *Plasticidad Y Restauración Neurológica, 5*(1). Retrieved from <http://www.medigraphic.com/pdfs/plasticidad/prn-2006/prn061b.pdf>
- VanDrunen, T. (2011). The Case for Teaching Functional Programming in Discrete Math. In *Proceedings of the ACM International Conference Companion on Object Oriented Programming Systems Languages and Applications Companion* (pp. 81–86). New York, NY, USA: ACM. <https://doi.org/10.1145/2048147.2048180>
- Yuan, J., & Yang, M. (2012). Discrete mathematics as bridge for software engineering courses teaching and practice. In *2012 7th International Conference on Computer Science Education (ICCSE)* (pp. 1987–1989). <https://doi.org/10.1109/ICCSE.2012.6295465>

10 Anexos

10.1 Anexo 1: Test de evaluación de complejidad de algoritmos. Aplicado mediante google docs

Test Complejidad de algoritmos

Test de evaluación de complejidad de algoritmos

Nombre del estudiante

*

Texto de respuesta corta

Grupo *

Texto de respuesta corta

Obtenga $f(n)$ para el número de operaciones realizadas por el siguiente segmento de un algoritmo tomando la operación \max como una sola.
Enseguida proporcione una estimación $O(g)$.
 $m:=0$
for $i:=1$ to n
for $j:=i+1$ to n
 $m:=\max(a_i a_j, m)$

- $\lg(n)$
- $O(n)$
- $O(n \lg n)$
- $O(n^2)$
- $O(n^3)$

Obtenga $f(n)$ para el número de operaciones realizadas por el siguiente segmento de un algoritmo tomando la operación `max` como una sola. Enseguida proporcione una estimación $O(g)$. `i:=1 t:=0 while i<=n t:=t+i i:=2i` Determine el valor final de `t`.

- $O(n \lg n)$
- $O(n^2)$
- $O(n^3)$
- $\lg(n)$
- $O(n)$

Obtenga $f(n)$ para el número de operaciones realizadas por el siguiente segmento de un algoritmo tomando la operación `max` como una sola. Enseguida proporcione una estimación $O(g)$. `i:=0 t:=1 while i≤n t:=t+i i:=i+√n` Determine el valor final de `t`.

- $\lg(n)$
 - $O(n \lg n)$
 - $O(n^2)$
-
- $O(n^3)$
 - $O(n)$

El algoritmo tiene como entrada la lista de reales $\{a_1; \dots; a_n\}$ y debe producir en la salida una matriz M de orden $n \times n$ en la que m_{ij} es el mínimo de la sucesión a_i, a_{i+1}, \dots, a_j para $j \geq i$ y $m_{ij} = 0$ en caso contrario. Así debemos inicializar M como $m_{ij} = a_i$ si $j \geq i$ y $m_{ij} = 0$ en caso contrario y como salida final $M = [m_{ij}]$ con $m_{ij} = \min \{a_i; \dots; a_j : j \geq i\}$. Obtenga $f(n)$ para el número de operaciones realizadas por el algoritmo. Enseguida proporcione una estimación $O(g)$. Respuesta: el pseudocódigo sería: For $i:=1$ to n For $j:=i+1$ to n For $k:=i+1$ to j $m_{ij}=\min\{m_{ij};a_k\}$

- $O(n)$
- $O(n^2)$
- $O(n^3)$
- $O(n \lg n)$
- $\lg(n)$