



**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA  
DE AGUASCALIENTES**

**CENTRO DE CIENCIAS DEL DISEÑO Y DE LA  
CONSTRUCCIÓN**

**DEPARTAMENTO DE CONSTRUCCIÓN Y ESTRUCTURAS**

**TESIS**

**OPTIMIZACIÓN DE ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXIÓN Y  
CORTANTE BAJO LA ANALOGÍA PUNTAL TENSOR USANDO  
ALGORITMOS GENÉTICOS**

**PRESENTA**

**Ing. Jhonatan Limón Gutiérrez**

**PARA OPTAR POR EL GRADO DE MAESTRO EN INGENIERÍA CIVIL  
CON OPCIÓN EN ESTRUCTURAS**

**TUTORES**

**Dr. José Ángel Ortiz Lozano  
Dr. Francisco Alberto Alonso Farrera**

**ASESOR**

**Dr. Luis Alfredo Hernández Castillo**

**Aguascalientes, Ags., 21 de Agosto de 2018**

AUTORIZACIONES



M. en Fil. Omar Vázquez Gloria  
DECANO DEL CENTRO DE CIENCIAS DEL DISEÑO Y DE LA CONSTRUCCIÓN  
P R E S E N T E

Por medio del presente como Tutor designado del estudiante **JHONATAN LIMON GUTIERREZ** con ID **64691** quien realizó la tesis titulada: **OPTIMIZACION DE ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION Y CORTANTE BAJO LA ANALOGIA PUNTAL TENSOR USANDO ALGORITMOS GENETICOS** y con fundamento en el Artículo 175, Apartado II del Reglamento General de Docencia, me permito emitir el **VOTO APROBATORIO**, para que él pueda proceder a imprimirla, y así como continuar con el procedimiento administrativo para la obtención del grado.

Pongo lo anterior a su digna consideración y sin otro particular por el momento, me permito enviarle un cordial saludo.

ATENTAMENTE  
"Se Lumen Proferre"  
Aguascalientes, Ags., a 03 de agosto de 2018.

Dr. José Ángel Ortiz Lozano  
Tutor de tesis

Dr. Francisco Alberto Alonso Farrera  
Cotutor de tesis

Dr. Luis Alfredo Hernández Castillo  
Asesor de tesis

- cc.p - Interesado
- cc.p - Secretaría de Investigación y Posgrado
- cc.p - Jefatura del Depto. De Construcción y Estructuras
- cc.p - Jefatura del Depto. De Geotecnia e Hidráulica
- cc.p - Consejero Académico
- cc.p - Minuta Secretario Técnico

Vo. Bo.



Oficio: CCDC-D-276-2018  
Asunto: Conclusión de tesis

Dra. María del Carmen Martínez Serna  
Dirección General de Investigación y Posgrado  
PRESENTE

Por medio de este conducto informo que el documento final de tesis titulado: "OPTIMIZACIÓN DE ELEMENTOS SOMETIDOS FLEXIÓN Y CORTANTE BAJO LA ANOLOGÍA PUNTAL TENSOR USANDO ALGORITMOS GENÉTICOS".  
Presentado por el sustentante: Jhonatan Limón Gutiérrez con ID: 64691, egresado de la Maestría en Ingeniería Civil cumple las normas y lineamientos establecidos institucionalmente. Cabe mencionar que el autor cuenta con el voto aprobatorio correspondiente.

Para efecto de los trámites que al interesado convengan, se extiende el presente, reiterándole las consideraciones que el caso amerite.

ATENTAMENTE  
Aguascalientes, Ags., 10 de agosto de 2018.  
"SE LUMEN PROFERRE"

M. en Fil. Omar Vázquez Gloria  
Decano del Centro de Ciencias del Diseño y de la Construcción

- c.c.p.: Dr. Ricardo Arturo López León – Secretario de Investigación y Posgrado del CCDC.
- c.c.p.: Dr. Miguel Ángel Soto Zamora – Secretario Técnico de la Maestría en Ingeniería Civil.
- c.c.p.: Dr. José Ángel Ortiz Lozano – Tutor de tesis.
- c.c.p.: Ing. Jhonatan Limón Gutiérrez – Egresado de la Maestría en Ingeniería Civil.
- c.c.p.: Lic. Delia Guadalupe López Muñoz – Jefe Sección de Certificados y Títulos.
- c.c.p.: Archivo.

OVG/rbv



**AGRADECIMIENTOS**

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología CONACYT por la beca otorgada para la realización de mis estudios de posgrado.

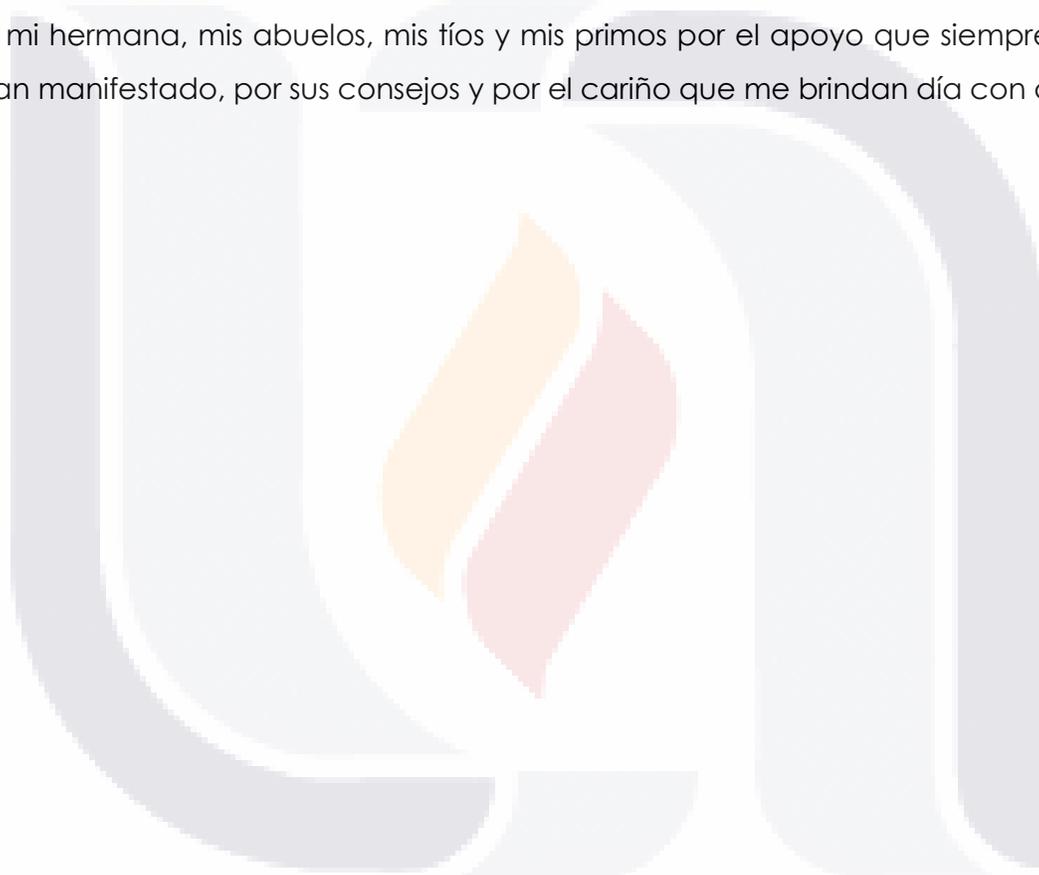
Al Dr. José Ángel Ortiz Lozano por guiarme a lo largo de todo el proceso de esta investigación y siempre mostrarme su apoyo.



## **DEDICATORIAS**

A mis padres, ya que sus esfuerzos me han hecho la persona que soy, desde el día en que me tuvieron entre sus brazos hicieron los sacrificios necesarios para que yo tuviera cualquier posibilidad a mi alcance, y mediante su ejemplo, confianza y apoyo, me enseñaron a saber elegir las opciones que hoy me han permitido alcanzar cada uno de los logros de mi vida, siendo esta tesis, la síntesis perfecta para el que hoy he cumplido, a ustedes, les debo todo.

A mi hermana, mis abuelos, mis tíos y mis primos por el apoyo que siempre me han manifestado, por sus consejos y por el cariño que me brindan día con día.



**ÍNDICE GENERAL**

ÍNDICE GENERAL ..... 6

ÍNDICE DE TABLAS ..... 10

ÍNDICE DE FIGURAS ..... 13

RESUMEN ..... 21

ABSTRACT ..... 22

CAPITULO I: INTRODUCCIÓN..... 24

    1.1 Prólogo ..... 24

    1.2 Objetivo General ..... 26

    1.3 Objetivos Particulares..... 26

    1.4 Alcances ..... 27

    1.5 Justificación ..... 28

    1.6 Hipótesis..... 30

    1.7 Metodología..... 30

CAPITULO II: ESTADO ACTUAL DEL CONOCIMIENTO ..... 33

    2.1. Optimización Estructural ..... 33

    2.2. Optimización Estructural por Algoritmos Genéticos..... 36

    2.3. Analogía Puntal Tensor ..... 40

CAPITULO III: MARCO TEORICO ..... 49

    3.1. Elementos Sometidos a Flexión y Cortante ..... 49

    3.2. Introducción a la Analogía Puntal Tensor..... 49

        3.2.1. Procedimiento para el Diseño con Modelo Puntal Tensor ..... 52

        3.2.2. Identificación de las regiones B y D ..... 52

        3.2.3. Determinación de los Esfuerzos Resultantes ..... 54

3.2.4.	Selección del Modelo Puntal Tensor .....	55
3.2.5.	Métodos para encontrar el modelo .....	57
3.2.6.	Características de los Diferentes Modelos .....	62
3.2.7.	Modelos Isostáticos y Modelos Hipostáticos .....	64
3.2.8.	Diseño y Verificación de Elementos de Modelo Puntal Tensor..	65
3.2.8.1.	Nodos, Zonas Nodales y Resistencia de las Zonas Nodales "Fnn".	65
3.2.8.2.	Puntales de Concreto y su Resistencia.....	70
3.2.8.3.	Los Tensores y su Resistencia "Fnt" .....	73
3.3.	Introducción a los Algoritmos Genéticos.....	75
3.3.1.	Términos Biológicos.....	76
3.3.1.1.	Cromosomas.....	76
3.3.1.2.	Genes.....	77
3.3.1.3.	Reproducción.....	77
3.3.1.4.	Selección Natural.....	78
3.3.1.5.	Mutación .....	78
3.3.2.	Términos de los Algoritmos Genéticos .....	79
3.3.2.1.	Población .....	79
3.3.2.2.	Individuos.....	79
3.3.2.3.	Función Objetivo .....	80
3.3.2.4.	Formas de Reproducción .....	81
3.3.2.4.1.	Operador de Selección .....	81
3.3.2.4.2.	Operador de Cruce .....	83
3.3.2.4.3.	Operador de Mutación .....	85

CAPITULO IV: Metodología .....88

CAPITULO V: Proceso Experimental ..... 93

    5.1. Elementos estructurales considerados ..... 93

    5.2. Análisis de elementos de Concreto..... 95

        5.2.1. Viga de gran peralte de concreto ..... 95

            5.2.1.1. Modelo 1 ..... 97

            5.2.1.2. Modelo 2 ..... 105

        5.2.2. Ménsula Simple de Concreto ..... 116

        5.2.3. Ménsula Doble de Concreto..... 129

        5.2.4. Viga con Hueco de Concreto ..... 140

        5.2.5. Viga Con Extremo Rebajado ..... 154

    5.3. Análisis de elementos de Acero..... 163

        5.3.1. Elección y Características del Modelo ..... 164

        5.3.2. Viga #1 (Compacta) ..... 168

        5.3.3. Viga #2 (Compacta) ..... 172

        5.3.4. Viga #3 (No Compacta) ..... 177

CAPITULO VI: Análisis y Comparación de Resultados ..... 182

    6.1 Viga de gran peralte de concreto ..... 182

        6.1.1 Modelo 1 ..... 182

        6.1.2 Modelo 2..... 184

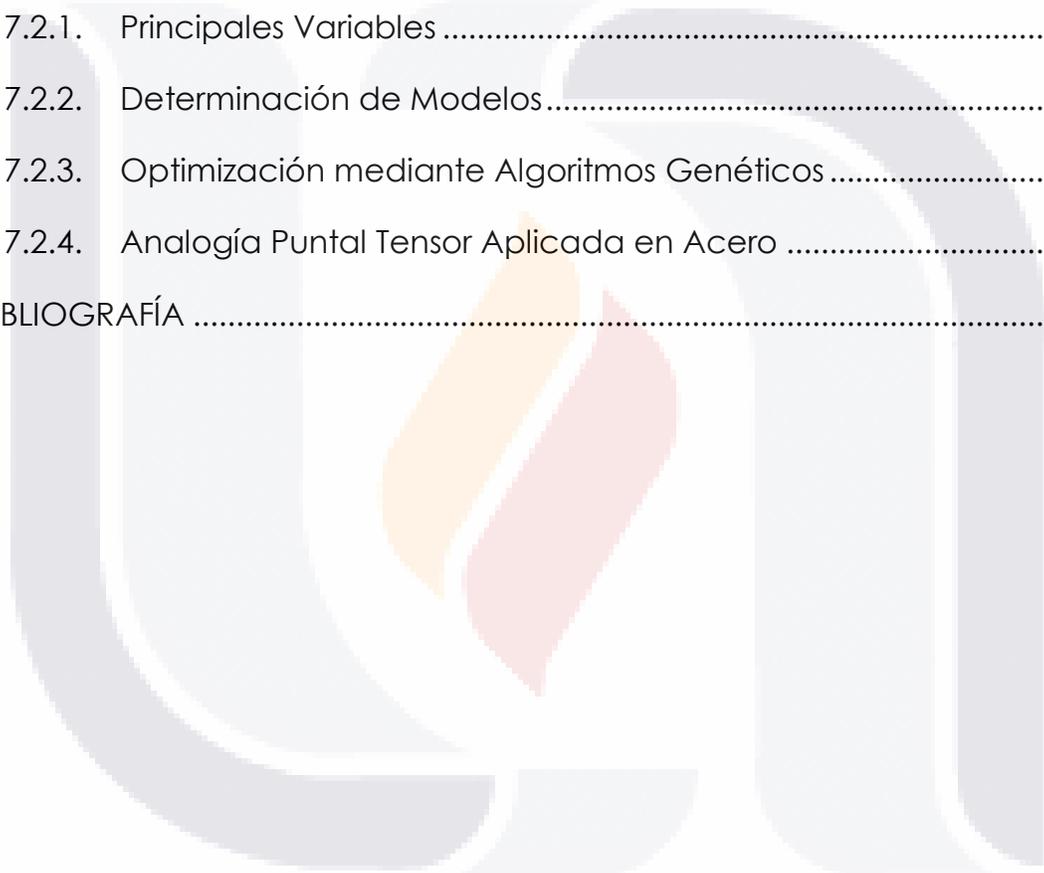
    6.2 Ménsula Simple de concreto ..... 186

    6.3 Ménsula Doble de Concreto ..... 189

    6.4 Viga con Hueco de Concreto ..... 191

    6.5 Extremo de Viga ..... 193

6.6	Viga de Acero #1 .....	195
6.7	Viga de Acero #2 .....	196
6.7	Viga de Acero #3 .....	198
CAPITULO VII: Conclusiones .....		202
7.1.	Conclusiones Generales .....	202
7.2.	Conclusiones Particulares.....	202
7.2.1.	Principales Variables .....	202
7.2.2.	Determinación de Modelos.....	204
7.2.3.	Optimización mediante Algoritmos Genéticos .....	204
7.2.4.	Analogía Puntal Tensor Aplicada en Acero .....	205
BIBLIOGRAFÍA .....		207



**ÍNDICE DE TABLAS**

**Tabla 1.** Valores Bs para Resistencia de Puntales .....72

**Tabla 2.** Resistencia Puntales Viga Peraltada Modelo #1 ..... 100

**Tabla 3.** Resistencia Elementos Viga Peraltada Modelo #1 ..... 100

**Tabla 4.** Área de Acero Requerida Viga Peraltada Modelo #1 ..... 101

**Tabla 5.** Calculo de Parilla de Acero Viga Peraltada Modelo #1 ..... 101

**Tabla 6.** Comprobación Cuantía Viga Peraltada #1. .... 102

**Tabla 7.** Resistencia Puntales Viga Peraltada Modelo #1 Optimizado ... 103

**Tabla 8.** Resistencia Elementos Viga Peraltada Modelo #1 Optimizado 103

**Tabla 9.** Área de Acero Requerida Viga Peraltada Modelo#1 Optimizado  
..... 104

**Tabla 10.** Calculo de Parilla de Acero Viga Peraltada Modelo #1  
Optimizado..... 104

**Tabla 11.** Comprobación de Cuantía Viga Peraltada #1 Optimizada.. 104

**Tabla 12.** Resistencia Puntales Viga Peraltada Modelo #2 ..... 108

**Tabla 13.** Resistencia Elementos Viga Peraltada Modelo #2..... 108

**Tabla 14.** Área de Acero Requerida Viga Peraltada Modelo #2 ..... 110

**Tabla 15.** Calculo de Parilla de Acero Viga Peraltada Modelo #2 ..... 111

**Tabla 16.** Comprobación de Cuantía Viga Peraltada #2 ..... 112

**Tabla 17.** Resistencia Elementos Viga Peraltada Modelo #2 Optimizado  
..... 113

**Tabla 18.** Resistencia Puntales Viga Peraltada Modelo #2 Optimizado. 114

**Tabla 19.** Área de Acero Requerida Viga Peraltada Modelo #2  
Optimizado..... 114

**Tabla 20.** Calculo de Parilla de Acero Viga Peraltada Modelo #2  
Optimizado..... 115

**Tabla 21.** Comprobación de Cuantía Viga Peraltada #2 Optimizada.. 115

**Tabla 22.** Resistencia Puntales Ménsula Simple ..... 122

**Tabla 23.** Resistencia Elementos Ménsula Simple ..... 122

**Tabla 24.** Área de Acero Requerida Ménsula Simple ..... 123

**Tabla 25.** Calculo de Parilla de Acero Ménsula Simple ..... 124

**Tabla 26.** Comprobación de Cuantía Ménsula Simple..... 124

**Tabla 27.** Resistencias Puntales Ménsula Simple Optimizada ..... 126

**Tabla 28.** Resistencia de Elementos Ménsula Simple Optimizada..... 126

**Tabla 29.** Área de Acero Requerida Ménsula Simple Optimizada ..... 127

**Tabla 30.** Calculo de Parilla de Ménsula Simple Optimizada ..... 128

**Tabla 31.** Comprobación de Cuantía Ménsula Simple Optimizada. .... 128

**Tabla 32.** Resistencia de Puntales Ménsula Doble ..... 135

**Tabla 33.** Resistencia de Elementos Ménsula Doble..... 135

**Tabla 34.** Área de Acero Requerida Ménsula Doble ..... 136

**Tabla 35.** Resistencia Puntales Ménsula Doble Optimizada..... 138

**Tabla 36.** Resistencia Elementos Ménsula Doble Optimizada ..... 138

**Tabla 37.** Área de Acero Requerida Ménsula Doble Optimizada ..... 139

**Tabla 38.** Resistencia Puntales Viga con Hueco ..... 145

**Tabla 39.** Resistencia Elementos Viga con Hueco ..... 145

**Tabla 40.** Área de Acero Requerida Viga con Hueco..... 146

**Tabla 41.** Calculo de Parrilla y Comprobación de Cuantía Viga con Hueco  
..... 148

**Tabla 42.** Resistencia de Puntales Viga con Hueco Optimizada ..... 150

**Tabla 43.** Resistencia Elementos Viga con Hueco Optimizada..... 150

**Tabla 44.** Área de Acero Requerida Viga con Hueco Optimizada..... 151

**Tabla 45.** Resistencia Puntales Extremo de Viga ..... 158

**Tabla 46.** Resistencia Elementos Extremo de Viga ..... 159

**Tabla 47.** Área de Acero Requerida Extremo de Viga ..... 159

**Tabla 48.** Resistencia Puntales Extremo de Viga Optimizada ..... 161

**Tabla 49.** Resistencia de Elementos Extremo de Viga Optimizada..... 161

**Tabla 50.** Área de Acero Requerida Extremo de Viga Optimizada ..... 162

**Tabla 51.** Resistencia Puntales Viga de Acero #1 ..... 169

**Tabla 52.** Resistencia Elementos Viga de Acero #1 ..... 169

**Tabla 53.** Resistencia Puntales Viga Acero #1 Optimizada..... 171

**Tabla 54.** Resistencia de Elementos Viga Acero #1 Optimizada ..... 171

**Tabla 55.** Resistencia Puntales Viga de Acero #2..... 173

**Tabla 56.** Resistencia Elementos Viga de Acero #2 ..... 173

**Tabla 57.** Resistencia Puntales Viga de Acero #2 Optimizada..... 175

**Tabla 58.** Resistencia Elementos Viga de Acero #2 Optimizada ..... 175

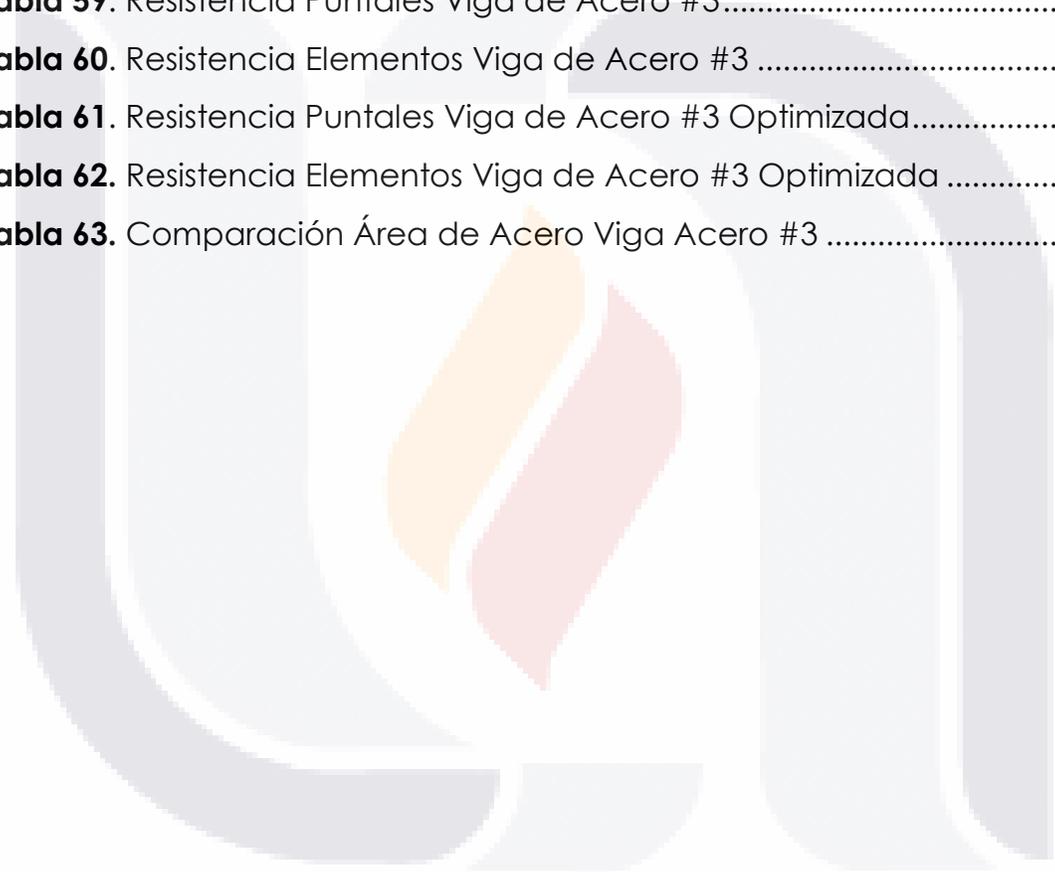
**Tabla 59.** Resistencia Puntales Viga de Acero #3..... 177

**Tabla 60.** Resistencia Elementos Viga de Acero #3 ..... 177

**Tabla 61.** Resistencia Puntales Viga de Acero #3 Optimizada..... 179

**Tabla 62.** Resistencia Elementos Viga de Acero #3 Optimizada ..... 179

**Tabla 63.** Comparación Área de Acero Viga Acero #3 ..... 200



**ÍNDICE DE FIGURAS**

**Figura 1.** Etapas del Diseño Estructural. Fuente: Diseño Optimo Evolutivo. Villegas, Gutierrez. 2005.....29

**Figura 2.** Modelo de Viga en Voladizo de Galileo Galilei. Fuente: Construcloud.....33

**Figura 3.** Grafica de Comparación de Deformaciones en Vigas. Fuente: The design of Michell optimum structures. Chan. 1962.....34

**Figura 4.** Grafica de Comparación de Deformaciones en Vigas. Fuente: The design of Michell optimum structures. Chan. 1962.....35

**Figura 5.** Grafica de Falsas Alarmas en Líneas de Gas con AG. Fuente: Computer-aided pipeline operation using genetic algorithms and rule learnings. Golberg. 1984.....37

**Figura 6.** Evolución de Forma de Armadura por AG. Fuente: Genetic algorithms based methodologies for design optimization of trusses. Rajeev y Krishnamoorthy, 1997 .....39

**Figura 7.** Armadura de Modelo de Morsch. Fuente: Comparación de Esfuerzos Cortantes en Vigas de Concreto Reforzado de Gran Altura, Mediante el Método de los Elementos Finitos y el Modelo Puntal - Tensor. Rojas, 2014. ....41

**Figura 8.** *Modelo Puntal Tensor con su Campo de Tensiones y su Armado Necesario. Fuente: Estudio numérico del comportamiento hasta rotura de regiones D constituidas por cargas concentradas sobre macizos. Aracii. 2014.....42*

**Figura 9.** Zapata de Pilotes con Fisura en Dirección de Esfuerzo de Compresión Fuente: Estudio numérico del comportamiento hasta rotura de regiones D constituidas por cargas concentradas sobre macizos. Aracii. 2014 .....43

**Figura 10.** Ejemplos de Elementos que no presenta Flexión. Fuente: Estudio numérico del comportamiento hasta rotura de regiones D constituidas por cargas concentradas sobre macizos. Aracii. 2014.....44

**Figura 11.** Modelo puntal tensor con zona de armado lb. Fuente: Estudio numérico del comportamiento hasta rotura de regiones D constituidas por cargas concentradas sobre macizos. Aracii. 2014.....44

**Figura 12.** Distribución de esfuerzos de compresión. Fuente: Estudio numérico del comportamiento hasta rotura de regiones D constituidas por cargas concentradas sobre macizos. Aracii. 2014.....45

**Figura 13.** Armado de los paneles ensayados. Fuente: Estudio numérico del comportamiento hasta rotura de regiones D constituidas por cargas concentradas sobre macizos. Aracii. 2014 .....46

**Figura 14.** Tensión en puntal forma de botella en el momento de la figuración. Fuente: Estudio numérico del comportamiento hasta rotura de regiones D constituidas por cargas concentradas sobre macizos. Aracii. 2014.....46

**Figura 15.** Regiones B y D en Marco. Fuente: Herramienta de Calculo por el Método Bielas y Tirantes. Zamora, Llorente, SF.....50

**Figura 16.** Modelo Puntal Tensor para Viga. **Fuente:** Estudios Analíticos y Experimentales de Ménsulas en Extremos de Vigas de Concreto Reforzado. Castillo Manzano,2007. ....51

**Figura 17.** Partes Modelo Puntal Tensor. Fuente: ACI 318- 02.....51

**Figura 18.** Trayectoria de Esfuerzos en Regiones B y D en Viga. Fuente: Comparación de Esfuerzos Cortantes en Vigas de Concreto Reforzado de Gran Altura, Mediante el Método de los Elementos Finitos y el Modelo Puntal - Tensor. Rojas, 2014. ....53

**Figura 19.** Ejemplo de Discontinuidades Geométricas y de Carga. Fuente: ACI 318-2002.....53

**Figura 20.** Trayectoria de tensiones elásticas, esfuerzos elásticos y modelo puntal-tensor. Fuente: *Toward a Consistent Design of Structural Concrete*. Schlaich, Schaf, 1987. ....59

**Figura 21.** Caminos de Carga y Modelo Puntal Tensor. Fuente: *Toward a Consistent Design of Structural Concrete*. Schlaich, Schaf, 1987 .....60

**Figura 22.** Ejemplo de Aplicación de Formula Modelo Apto.....62

**Figura 23.** Diferentes modelos puntal-tensor para estructura. Fuente: *Diseño de Discontinuidades en Vigas de Hormigón Estructural con Modelos Puntal Tensor*. (Morales Beyer, 2007) .....63

**Figura 24.** Modelos puntal-tensor para ménsulas. Fuente: *Diseño de Discontinuidades en Vigas de Hormigón Estructural con Modelos Puntal Tensor*. (Morales Beyer, 2007) .....64

**Figura 25.** Modelo Isostático para Viga Hiperestática Fuente: *Practical Design of Structural Concrete*. (Federation Internationale de la Precontrainte, 1999) .....65

**Figura 26.** Modelo Puntal Tensor para Viga. Fuente: *Estudios Analíticos y Experimentales de Ménsulas en Extremos de Vigas de Concreto Reforzado*. Castillo Manzano, 2007 .....66

**Figura 27.** Zonas Nodales Hidrostáticas. Fuente: ACI 318- 02.....67

**Figura 28.** Distribución de Fuerzas en Zona Nodal Extendida. Fuente: ACI 318- 02 .....68

**Figura 29.** Ejemplo de Fuerza Resultante en Zona Nodal. Fuente: ACI 318- 02.....69

**Figura 30.** Campos Básicos de Compresión. Fuente: Creación propia. ....71

**Figura 31.** Armado que atraviesa un puntal. Fuente: ACI 318- 02 .....73

**Figura 32.** Cruce por Punto en Genotipo. Fuente: *Optimización Estructural y* .....84

**Figura 33.** Cruce por Punto en Fenotipo. Fuente: *Optimización Estructural y* .....84

**Figura 34.** Cruce por Dos Puntos con Corte en Genotipo. Fuente: Optimización Estructural y.....85

**Figura 35.** Cruce por Dos Puntos con Corte en Fenotipo. Fuente: Optimización Estructural y.....85

**Figura 36.** Diagrama de Flujo de Metodología. Fuente: Creación Propia91

**Figura 37.** Viga de Gran Peralte. Fuente: ACI 318- 02..... 93

**Figura 38.** Ménsula de Concreto. Fuente: ACI 318- 02..... 94

**Figura 39.** Viga con Cambio de Sección Geométrica. Fuente: ACI 318- 02 ..... 94

**Figura 40.** Viga con Extremo Rebajado. Fuente: ACI 318- 02 ..... 94

**Figura 41.** Dimensiones Viga Gran Peralte de Concreto ..... 95

**Figura 42.** Regiones B y D Viga Gran Peralte de Concreto ..... 96

**Figura 43.** Trayectoria de Esfuerzos en Viga de Gran Peralte. Fuente: Creación Propia ..... 96

**Figura 44.** Modelo Puntal Tensor 1 Viga Gran Peralte. Fuente: Creación Propia ..... 97

**Figura 45.** Geometría y Numeración de Elementos del Modelo 1 Viga Gran Peralte. .... 98

**Figura 46.** Fuerzas Armadura Ficticia Modelo 1 Viga Gran Peralte ..... 98

**Figura 47.** Modelo1 Puntal Tensor Viga Gran con Zonas Nodales ..... 99

**Figura 48.** Esquema de Armado Viga Gran Peralte ..... 102

**Figura 49.** Esquema de Armado Viga Gran Peralte Optimizada. Fuente: Creación Propia ..... 105

**Figura 50.** Modelo Puntal Tensor 2 Viga Gran Peralte. Fuente: Creación Propia ..... 105

**Figura 51.** Geometría y Numeración de Elementos del Modelo 2 Viga Gran Peralte ..... 106

**Figura 52.** Fuerzas de Armadura Ficticia Modelo 2 Viga Gran Peralte ... 106

**Figura 53.** Modelo 2 Puntal Tensor Viga Gran Peralte con Zonas Nodales ..... 107

**Figura 54.** Esquema de Armado Viga Gran Peralte Modelo 2..... 112

**Figura 55.** Esquema de Armado Viga Gran Peralte Optimizada..... 116

**Figura 56.** Dimensiones Ménsula Simple..... 116

**Figura 57.** Regiones B y D Ménsula Simple ..... 117

**Figura 58.** Trayectoria de Esfuerzos en Viga de Gran Peralte. Fuente: Creación Propia ..... 118

**Figura 59.** Modelo Puntal Tensor Ménsula Simple ..... 119

**Figura 60.** Geometría y Numeración de Elementos del Modelo Ménsula Simple ..... 119

**Figura 61.** Fuerzas Armadura Ficticia Modelo 1 Ménsula Simple..... 120

**Figura 62.** Puntal Tensor Ménsula Simple con Zonas Nodales..... 120

**Figura 63.** Esquema de Armado Ménsula Simple ..... 125

**Figura 64.** Esquema de Armado Ménsula Simple Optimizada ..... 129

**Figura 65.** Dimensiones Ménsula Doble ..... 129

**Figura 66.** Regiones B y D Ménsula Doble ..... 130

**Figura 67.** Trayectoria de Esfuerzos en Ménsula Doble. **Fuente:** Creación Propia ..... 131

**Figura 68.** Modelo Puntal Tensor Ménsula Doble ..... 132

**Figura 69.** Geometría y Numeración de Elementos del Modelo Ménsula Doble ..... 132

**Figura 70.** Fuerzas Armadura Ficticia Modelo 1 Ménsula Doble..... 133

**Figura 71.** Modelo 1 Puntal Tensor Ménsula Doble con Zonas Nodales 133

**Figura 72.** Esquema de Armado Ménsula Doble ..... 137

**Figura 73.** Esquema de Armado Ménsula Doble Optimizada ..... 140

**Figura 74.** Dimensiones Viga con Hueco..... 140

**Figura 75.** Regiones B y D Viga con Hueco ..... 141

**Figura 76.** Trayectoria de Esfuerzos en Viga con Hueco. Fuente: Creación Propia ..... 142

**Figura 77.** Modelo Puntal Tensor Viga con Hueco..... 143

**Figura 78.** Geometría y Numeración de Elementos del Modelo Ménsula Doble ..... 143

**Figura 79.** Esquema de Armado Viga con Hueco..... 149

**Figura 80.** Esquema de Armado Viga con Hueco Optimizada..... 153

**Figura 81.** Dimisiones Viga con Extremo Rebajado ..... 154

**Figura 82.** Regiones B y D Viga con Extremo Rebajado ..... 155

**Figura 83.** Trayectoria de Esfuerzos en Extremo de Viga. Fuente: Creación Propia ..... 155

**Figura 84.** Modelo Puntal Tensor Extremo de Viga ..... 156

**Figura 85.** Geometría y Numeración de Elementos del Modelo Extremo de Viga..... 157

**Figura 86.** Esquema de Armado Extremo de Viga ..... 160

**Figura 87.** Esquema de Armado Extremo de Viga Optimizada ..... 163

**Figura 88.** Trayectoria de Esfuerzos en Viga Compacta #1. Fuente: Creación Propia ..... 165

**Figura 89.** Modelo Puntal Tensor para Vigas de Acero..... 166

**Figura 90.** Geometría y Numeración de Elementos del Modelo para Vigas de Acero..... 166

**Figura 91.** Fuerzas Armadura Ficticia Modelo para Vigas de Acero..... 167

**Figura 92.** Modelo Puntal Tensor para Vigas de Acero con Zonas Nodales ..... 167

**Figura 93.** Viga Acero #1 ..... 168

**Figura 94.** Análisis FEM Viga Acero #1 ..... 170

**Figura 95.** Análisis FEM Viga Acero #1 Optimizada ..... 172

**Figura 96.** Viga de Acero #2..... 172

**Figura 97.** Análisis FEM Viga Acero #2..... 174

**Figura 98.** Análisis FEM Viga Acero #2 Optimizada ..... 176

**Figura 99.** Viga Acero #3 ..... 177

**Figura 100.** Análisis FEM Viga Acero #3 ..... 178

**Figura 101.** Comparación Anchos Viga Peraltada Modelo 1 ..... 182

Figura 102.Comparación Eficiencia Viga Peraltada Modelo 1 ..... 183

**Figura 103.** Comparación Área de Acero Viga Peraltada Modelo 1 ..... 184

**Figura 104.** Comparación Anchos Viga Peraltada Modelo 2 ..... 184

**Figura 105.**Comparacion Eficiencia Viga Peraltada Modelo 2 ..... 185

**Figura 106.**Comparación Área de Acero Viga Peraltada Modelo 2..... 186

**Figura 107.**Comparación Anchos Ménsula Simple ..... 187

**Figura 108.** Comparación Eficiencia Ménsula Simple ..... 188

**Figura 109.** Comparación Área de Acero Ménsula Simple ..... 188

**Figura 110.** Comparación Anchos Ménsula Doble..... 189

**Figura 111.** Comparación Eficiencia Ménsula Doble..... 190

**Figura 112.** Comparación Área de Acero Ménsula Doble ..... 190

**Figura 113.** Comparación Anchos Viga con Hueco ..... 191

**Figura 114.** Comparación Eficiencia Viga con Hueco ..... 192

**Figura 115.** Comparación Área de Acero Viga con Hueco..... 192

**Figura 116.** Comparación Anchos Extremo de Viga ..... 193

**Figura 117.** Comparación Eficiencia Extremo de Viga ..... 194

**Figura 118.** Comparación Área de Acero Extremo de Vig ..... 194

**Figura 119.** Comparación Anchos Viga Acero #1 ..... 195

**Figura 120.** Comparación Eficiencia Viga Acero #1 ..... 196

**Figura 121.** Comparación Área de Acero Viga de Acero #1 ..... 196

**Figura 122.** Comparación Anchos Viga Acero #2 ..... 197

**Figura 123.** Comparación Eficiencia Viga Acero #2..... 198

**Figura 124.** Comparación Área de Acero Viga Acero #2 ..... 198

**Figura 125.** Comparación Anchos Viga Acero #3 ..... 199

**Figura 126.** Comparación Eficiencia Viga Acero #3..... 200

## ACRÓNIMOS

ACI = Instituto americano del concreto.

ADN = Acido desoxirribonucleico.

AG = Algoritmo genético.

AISC = Instituto americano de las construcciones de acero.

Algoritmo = Conjunto ordenado de operaciones sistemáticas que permite hacer un cálculo y hallar la solución de un tipo de problemas.

As = área de acero.

CE = Computación evolutiva.

DTO = Diseño optimo topológico.

F'c = Esfuerzo máximo a compresión del concreto.

Fy = Esfuerzo de fluencia del acero.

GA = algoritmo genético

## RESUMEN

El modelo puntal-tensor es un método racional para el diseño de discontinuidades geométricas y/o de carga, basado en el teorema del menor límite de la plasticidad, que consiste en la idealización de los campos de esfuerzos internos mediante un reticulado hipotético para de esta manera representar los campos a compresión con puntales y los campos a tracción con tensores, los cuales se encuentran conectados por nodos. Lamentablemente la ejecución de este método crea una cierta sensación de deficiencia en los diseñadores, ya que, esperando un resultado directo, descubren un gran rango de posibilidades que no conducen a una solución única.

Recientemente la optimización estructural ha hecho uso de los métodos evolutivos debido a que permiten abordar problemas complejos, es decir con múltiples variables, escenarios, objetivos y criterios para determinar soluciones óptimas. Un ejemplo de estos métodos son los algoritmos genéticos, los cuales son procesos estocásticos que generan una población inicial de individuos para después aplicar principios de selección natural basado en la supervivencia del más apto y así mejorar los diseños en base a restricciones dadas.

Esta investigación expone las ventajas que representa emplear este tipo de algoritmos en el diseño de elementos de concreto reforzado usando a analogía puntal tensor. Además se indican distintos puntos tanto para el proceso de la elección del modelo, como para el desarrollo del mismo que generan la obtención de mejores resultados.

**Palabras Clave:** Puntal tensor, optimización estructural, diseño de concreto reforzado, algoritmos genéticos.

## ABSTRACT

The strut-tensor model is a rational method for the design of geometric discontinuities and / or load, based on the theorem of the lower limit of plasticity, which consists of the idealization of the internal stress fields by means of a hypothetical frame for this way to represent the compression fields with struts and tensile fields with tensors, which are connected by nodes. Unfortunately the execution of this method creates a certain feeling of deficiency in the designers, since, waiting for a direct result, they discover a big range of possibilities that do not lead to a single solution.

Recently, structural optimization has made use of evolutionary methods because they allow complex problems to be addressed, that is, with multiple variables, scenarios, objectives and criteria to determine optimal solutions. An example of these methods are genetic algorithms, which are stochastic processes that generate an initial population of individuals and then apply principles of natural selection based on the survival of the fittest and thus improve designs based on given constraints.

This research exposes the advantages of using this type of algorithms in the design of reinforced concrete elements using a tensor strut analogy. In addition, different points are indicated both for the process of choosing the model and for its development, which generate the best results.

**Key words:** Strut and Tie, structural optimization, concrete reinforcement design, genetic algorithms.



## CAPITULO I: INTRODUCCIÓN

### 1.1 Prólogo

Esta investigación se presenta para obtener el grado en la Maestría de Ingeniería Civil, con especialización en la línea de estructuras. En este trabajo se muestran los aspectos que cuentan con mayor relevancia para realizar una buena aplicación de la analogía puntal tensor en diversos elementos de concreto reforzado y acero, sometidos a distintos tipos de cargas.

En años pasados se han logrado importantes avances en cuanto a los métodos de diseño para estructuras de concreto, para darnos cuenta de esto, simplemente podemos ver la terminología empleada en el pasado y en la actualidad. El término concreto armado se definió como una expresión conjunta para las numerosas aplicaciones del concreto y el acero, esto para generar un término uniforme que elimine las distintas divisiones que se tenían anteriormente.

El empleo de métodos puramente empíricos en el diseño de miembros sometidos a flexión y cortante comenzó a mostrar diferentes inconvenientes, lo cual produjo la necesidad de modelos de diseños claros. Más aun cuando la obtención del acero del concreto armado es un componente de gran importancia, se debe contar con procedimientos lógicos que nos den la seguridad en nuestros trabajos.

En el diseño de elementos sometidos a este tipo de esfuerzos, es muy común, el empleo de los métodos que se muestran en los códigos de relacionados con la construcción, donde el detallado se genera mediante la experiencia del ingeniero. Sin embargo la utilización de estos procedimientos no es válida en zonas donde la deformación es no-lineal; estas regiones se conocen como discontinuidades de carga o geométricas o Regiones D y se distinguen debido a sus altas concentraciones de esfuerzo.

Para el diseño de miembros tomando en cuenta las deformaciones mencionadas anteriormente se ha implementado la analogía puntal tensor. Este método apareció por primera vez en el Apéndice A del Código ACI 318-05 y se basa en la creación de un reticulado teórico formado por puntales de concreto y tensores de acero que se encuentran en uniones llamados nodos.

La aplicación del método puntal tensor se usa generalmente en el diseño de algunos elementos como: vigas de alto peralte, vigas con cambio de sección, esquinas de marcos, ménsulas etc. Sin embargo la ejecución de este método crea una sensación de inconformidad en los diseñadores, ya que, esperando un resultado directo, descubren un gran número de posibles soluciones.

Debido al avance tecnológico de la época se cuenta con instrumentos cada vez más potentes, lo cual nos permite desarrollar cálculos muy complejos a una gran velocidad. Esto ha permitido la creación de diversas técnicas que nos permiten mejorar los métodos que usamos en los diseños y así, poder evitar el problema mencionado en el párrafo anterior.

Recientemente la optimización estructural ha hecho uso de métodos evolutivos debido a su eficiencia y eficacia. Estos procedimientos se basan en la búsqueda de una solución de decisiones inspiradas en la naturaleza mediante la evaluación de una función y el cumplimiento de una serie de limitaciones. Un ejemplo de estos métodos son los algoritmos genéticos, los cuales son procesos estocásticos que generan una población inicial de individuos para después aplicar principios de selección natural basado en la supervivencia del más apto y así mejorar los diseños en base a restricciones dadas.

Aunque la analogía puntal tensor solo es utilizada para el diseño de elementos de concreto, se cree que esta técnica puede ser utilizada para la optimización de perfiles IPR de acero, ya que cuando las vigas cuentan con atiesadores se forman tableros en los que se producen campos de tensión, los cuales provocan que las fuerzas aplicadas sobre el perfil sean distribuidas en componentes horizontales y verticales, similar al comportamiento de una armadura.

En el presente trabajo se diseñan diferentes elementos bajo el método puntal tensor conformados por distintos tipos de reticulado y sometidos a diversas cargas, utilizando los algoritmos genéticos en base a las dimensiones de los nodos de los modelos, para de esta manera tener la capacidad de evaluar no solo una, sino un conjunto de soluciones y aproximarse lo más posible a un diseño estructural óptimo.

## **1.2 Objetivo General**

Generar una optimización en los diferentes elementos que conforman la analogía puntal tensor bajo la aplicación de algoritmos genéticos, cumpliendo los requisitos basados en el Apéndice A del Código ACI y el código AISI.

## **1.3 Objetivos Particulares**

- A) Realizar una revisión del estado del arte del tema en estudio.
- B) Identificar y describir las variables principales que contribuyen a una optimización del método puntal tensor.

- C) Definir los modelos de armaduras más adecuados a analizar con el método puntal tensor bajo los criterios dados en los códigos ACI 318 y AISC.
- D) Realizar diseños estructurales bajo el método puntal tensor en base a las cargas seleccionadas y a los modelos de las armaduras definidos para los elementos estructurales seleccionados bajo los criterios del código ACI 318 y el AISC.
- E) Optimizar los diseños estructurales anteriores bajo el método puntal tensor en base a las bases de los nodos de las armaduras por medio de algoritmos genéticos.
- F) Aplicar la analogía puntal tensor en elementos de acero para determinar si es viable su uso en el diseño de elementos de este material.
- G) Realizar una comparación de los resultados obtenidos, para así poder identificar los modelos y materiales presentan un mejor rendimiento.
- H) Elaborar y publicar un artículo en alguna revista científica donde se expliquen los procedimientos realizados y los resultados obtenidos.

#### **1.4 Alcances**

El trabajo se limitara a la optimización del método puntal tensor en base a las diferentes dimensiones de nodos y modelos de armadura que pueden poseer los elementos estructurales (vigas, ménsulas, esquinas de marcos, muros, etc.).

El análisis de los elementos estructurales se realizara tomando en cuenta dos tipos de materiales (concreto reforzado y acero).

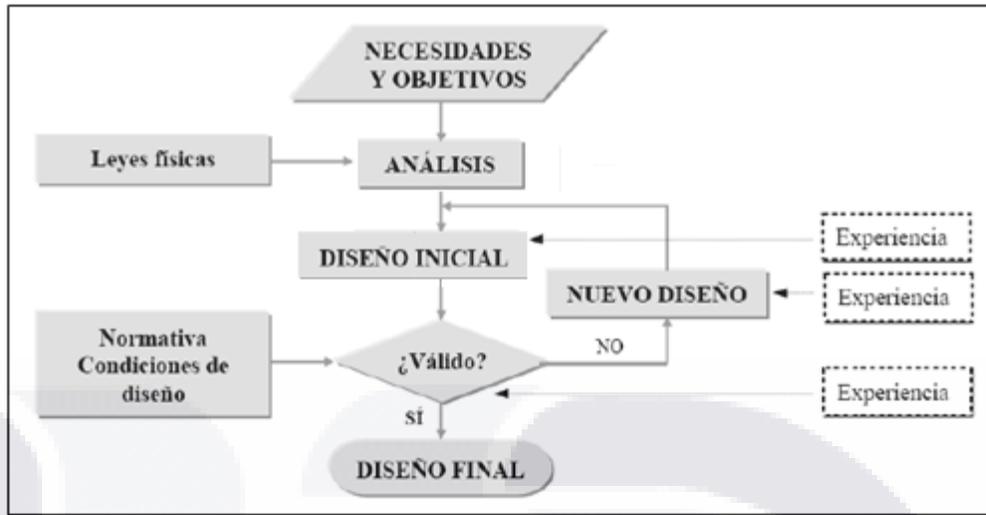
El estudio se desarrollara mediante un análisis numérico de los elementos anteriormente mencionados mediante la utilización de diversos softwares ingenieriles (ABAQUS, SAP, CYPE, etc.) que nos permitan definir los mejores modelos de armaduras para su investigación.

Los modelos de armaduras se calcularan con cada uno de los materiales por medio de algoritmos genéticos teniendo en cuenta diversas condiciones de carga para simular situaciones de una estructura en la vida real.

### **1.5 Justificación**

En la metodología habitual del diseño estructural, debido en gran parte a las limitaciones de tiempo, los procesos de diseño dependen en gran medida de la experiencia e intuición del diseñador. Cuando el diseñador se enfrenta a un determinado problema, suele dedicar la mayor parte de su tiempo a analizar una posible solución al problema, comprobando el cumplimiento de la normativa aplicable al caso, en vez de una aplicación intensiva de la teoría de optimización (Lozano, 2010).

Elegir la mejor solución y mejorarla, depende fuertemente de la experiencia del diseñador, por lo que no es simple. Además, el diseñador no dispone de los capacidad suficiente para asegurar que la última propuesta de solución que obtenga sea mejor, ya que le es físicamente imposible evaluar el espectro completo de posibles soluciones (Querín, 1997).



**Figura 1.** Etapas del Diseño Estructural. Fuente: *Diseño Óptimo Evolutivo*. Villegas, Gutiérrez. 2005

La mayoría de los métodos de diseño estructural son procesos iterativos que se enfocan solamente en un análisis, lo cual nos aleja de una solución óptima. El método puntal tensor no es una excepción a lo dicho anteriormente debido a que si las fuerzas últimas de los elementos del modelo no cumplen con los requerimientos, estos modelos deben reajustar su geometría y redimensionar los elementos que lo componen. La no singularidad en la solución dada por esta analogía crea una cierta sensación de deficiencia en los proyectistas que, esperando una herramienta de cálculo directo, se encuentran con un amplio rango de posibilidades y libertades que no conducen a una única solución (Morales, 2007).

Por todo lo mencionado anteriormente se cree que es necesario un procedimiento guía que auxilie al diseñador estructural al usar el método puntal tensor para tener la capacidad de evaluar no solo una, sino un conjunto de soluciones y así aproximarse lo más posible a un diseño estructural óptimo

## **1.6 Hipótesis**

El diseñador estructural dedica la mayor parte de su tiempo a analizar una posible solución al problema al que se enfrente. Sin embargo elegir la mejor solución y mejorarla depende fuertemente de su experiencia, esto provoca que no se tenga una garantía en cuanto a que la última propuesta sea la mejor, ya que le es físicamente imposible evaluar todas las soluciones posibles.

## **1.7 Metodología**

Debido a las características de esta investigación se utilizará un enfoque cuantitativo, ya que en todo el desarrollo se llevarán a cabo cálculos físicos y matemáticos, los cuales producirán resultados numéricos.

Se realizará una revisión del estado del arte para identificar textos, artículos científicos y tesis destacadas relacionadas con la analogía puntal tensor, la optimización estructural, los algoritmos genéticos y su empleo en el campo del diseño estructural.

En base a las fuentes seleccionadas, resultantes de la revisión mencionada en el párrafo anterior, se formará una reseña histórica del tema de investigación, tomando en cuenta los aspectos de mayor importancia de los diversos componentes del tema.

Mediante un análisis numérico de los elementos estructurales elaborado por un software (CYPE, ABAQUS, SAP, etc.), se definirán los modelos de armaduras o retículas ficticias más adecuados, que se utilizarán en cada elemento estructural, así como las cargas a las que están sometidas a estos

mismos, para lograr la generación de resultados destacados y la simulación de condiciones en las que se encuentran las estructuras en la vida real.

Los procesos de optimización se llevaran a cabo por medio del programa computacional GA Optimización for Excel. Esta herramienta nos permitirá realizar la evaluación simultánea de las diversas dimensiones de las bases de nodos de las armaduras, para finalmente entregar la más destacada u óptima.

Se determinaran las características principales que contribuyen a generar una optimización estructural adecuada mediante el análisis de detallado de diferentes procesos ejecutados durante toda la investigación.

Por último se elaborara una interpretación del trabajo ejecutado por medio de una comparación entre los resultados que nos ofrecen los softwares utilizados para este tipo de problemas y las soluciones obtenidas por la herramienta que se aplicó en este trabajo. Esta equiparación se efectuara para cada uno de los elementos estructurales analizados, tomando en cuenta sus características (modelos de armaduras, cargas, etc.).



# CAPÍTULO

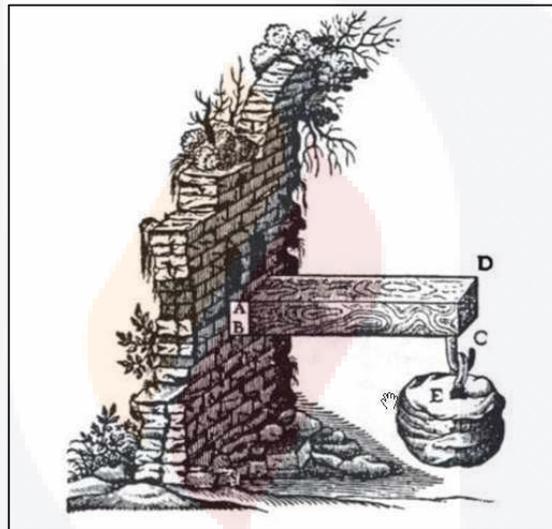
## II

ESTADO ACTUAL DEL  
CONOCIMIENTO

## CAPITULO II: ESTADO ACTUAL DEL CONOCIMIENTO

### 2.1. Optimización Estructural

El primer trabajo documentado sobre optimización data del año 1639 y fue hecho por Galileo Galilei, el cual ya estaba vinculado con la optimización estructural debido a que este se concentraba en encontrar la forma óptima en una viga en voladizo a la que se le aplicaba una carga puntual en su extremo libre. (Sánchez, 2012)



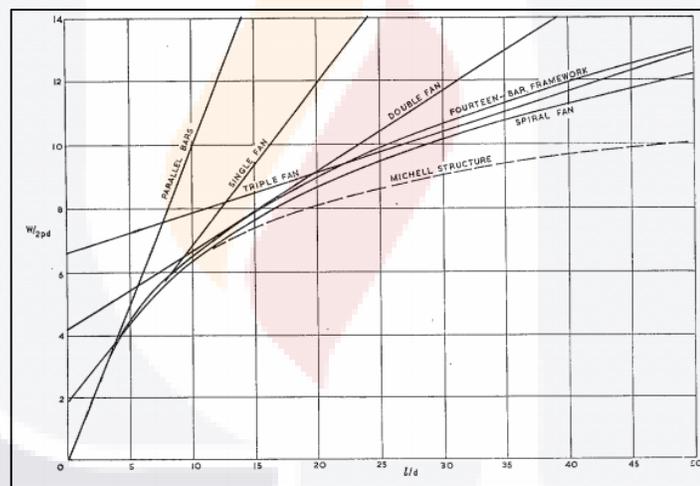
**Figura 2.** Modelo de Viga en Voladizo de Galileo Galilei. Fuente: Construcloud

Un poco más tarde Leibniz con su avance en el cálculo infinitesimal y Lagrange con el cálculo de variaciones formarían las bases para la optimización de funciones modernas.

En el siglo XX Clerk Maxwell con su trabajo “*On reciprocal figures, frames, and diagrams of forces*” daría las herramientas elementales a Michell para definir los principios fundamentales para el diseño óptimo de barras de peso mínimo. Lamentablemente las estructuras de Michell tenían el

problema de ser siempre isostáticas y frecuentemente con un gran número de barras, generando que fuera poco apropiado debido a la gran cantidad de casos en que no podía ser usado. Este trabajo fue estudiado y analizado por otros autores, ocasionando destacados trabajos como los de Parkes (*Braced frameworks; an introduction to the theory of structures. Pergamon Press*), Cox (*The design of structures of least weight*) y Owen (*The analysis and design of light structures*).

En 1962 Chan desarrolla un grupo de procedimientos para la construcción grafica de los campos de deformaciones unitarias descritos anteriormente por Michell.



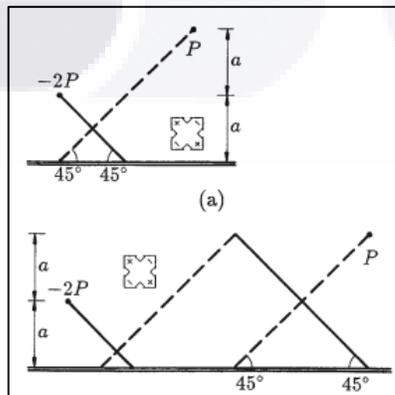
**Figura 3.** Grafica de Comparación de Deformaciones en Vigas. Fuente: *The design of Michell optimum structures*. Chan. 1962.

Prager con su trabajo “*A note on discretized michell structures*” perfecciona un conjunto de técnicas para aumentar la eficacia de las estructuras próximas a lo óptimo y determino un nuevo criterio de diseño para los elementos en una estructura de Michell discretizada.

La publicación "On the minimum weight of certain redundant structure" de Barta en 1957 que se centró en la definición de los conjuntos de barras redundantes fue fundamental para probar el teorema de Sved, en el cual genera una estructura estáticamente determinada con el mínimo peso mediante la eliminación conveniente para barras redundantes de una estructura.

Posteriormente Pearson en 1958 uso utilizo un generador de números aleatorios para transformar los elementos excesivos hasta conseguir soluciones óptimas.

A mediados de los años setenta Prager y Rozvany con sus trabajos "Optimal layout of grillages, Optimization of structural geometry" y "Optimal design of flexural systems", crearían una teoría para la distribución optima de estructuras reticulares empleando un método con la teoría de Michell. Estos estudios simbolizaron la primera aproximación a la transformación de la distribución de las estructuras a pesar de ser completamente diferentes a la filosofía de los siguientes trabajos sirvieron como base para la programación matemática.



**Figura 4.** Grafica de Comparación de Deformaciones en Vigas. Fuente: The design of Michell optimum structures. Chan. 1962.

## 2.2. Optimización Estructural por Algoritmos Genéticos

La evolución de técnicas computacionales automáticas o interactivas en los últimos años ha generado un enorme avance en la ingeniería, específicamente en la parte de optimización estructural. Este desarrollo ha permitido la mejora de los diseños, provocando una disminución en los costos, materiales y sobre todo en el tiempo que emplean los ingenieros, estos diseños realizados con métodos de optimización deben satisfacer todas las condiciones de diseño, además de las restricciones dadas.

La utilización de las computadoras hace que el trabajo de búsqueda de una solución óptima se convierta atractiva debido a su rapidez y facilidad.

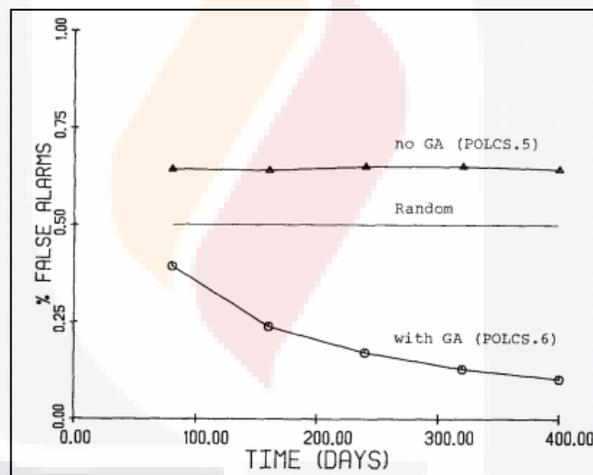
El uso de la computación evolutiva (CE) en el diseño en ingeniería es originada por Rechenberg en los años 70, donde presento trabajos en las áreas de ingeniería estructural, mecánica de fluidos y diseño de tuberías. (Gutierrez, 2007)

Las primeras aplicaciones de CE en ingeniería estructural se dan a principios de 1960, en donde usaban estrategias evolutivas que se desarrollaban con aproximaciones de optimización estructural.

Los algoritmos genéticos (AG) son método de computación evolutiva inspirados en la selección natural y la genética, enunciada por Charles Darwin en su obra "*The Origin of Species for Life*". De acuerdo a esta teoría los individuos más aptos de una población son los que sobreviven debido a la facilidad de adaptación que tienen por los cambios que se generan en su entorno. (Villarreal, 2014)

El desarrollo de teoría fue realizada por John Holland y sus colaboradores de la universidad de Michigan a finales de 1960. Los objetivos principales de su trabajo fueron describir de manera clara los procesos adaptativos de los sistemas naturales y diseñar sistemas artificiales que simulen los trabajos de estos últimos.

Un poco más tarde en los años 80 Goldberg se interesa en la aplicación de los AG para encontrar el diseño óptimo de líneas para el transporte de gas, para que en el año de 1989 este mismo autor publicara un libro donde se muestran no menos de 73 practicas exitosas de este algoritmo, muchas de ellas relacionadas con la optimización de estructuras.



**Figura 5.** Grafica de Falsas Alarmas en Líneas de Gas con AG. Fuente: *Computer-aided pipeline operation using genetic algorithms and rule learnings*. Golberg. 1984.

Desde entonces la aplicación de los AG se ha aplicado tanto en la optimización topológica como en la geométrica. En los párrafos siguientes se muestra el conjunto de trabajos de los últimos años.

El enfoque de la CE para el problema del diseño optimo topológico (DTO) basado en AG fue desarrollado por Sandgren en su trabajo *“Topological*

TESIS TESIS TESIS TESIS TESIS

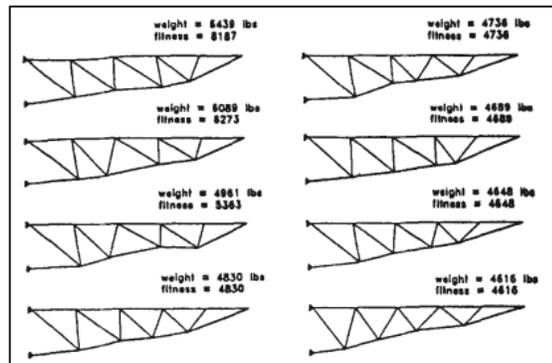
*Design of Structural Components Using Genetic Optimization Methods*" y Jensen en "*Topological Structural Design Using Genetic Algorithms*". En su enfoque, un GA determina el diseño óptimo del material y el vacío en una placa en voladizo (representada como una matriz de bits) tal que el peso de la estructura se minimiza sujeto a desplazamiento y restricciones de esfuerzo. Este trabajo fue extendido por Chapman en "*Genetic Algorithms as an Approach to Configuration and Topology Design*" donde se optimizaron dominios de diseño finamente discretizados para la obtención de familias de diseños aptos.

Las aplicaciones iniciales de los AG en la optimización topológica de miembros en armaduras fueron realizadas por Shankar y Hajela a principios de los años 90 en su trabajo "*Genetic algorithms in structural topology optimization*". (Kicinger, 2005)

En 1994 Koumoussis y Georgiou aplicaron AG a la optimización topológica de estructuras de viga de acero.

A mediados de los años 90 Rajan genero la optimización de la topología, la forma y el tamaño de los miembros que formaban una armadura por medio de la aplicación de los AG.

Rajeev y Krishnamoorthy utilización este tipo de algoritmos para optimizar estructuras de armadura mediante representaciones de longitud variable a finales de los 90.



**Figura 6.** Evolución de Forma de Armadura por AG. Fuente: Genetic algorithms based methodologies for design optimization of trusses. Rajeev y Krishnamoorthy, 1997

A principios del año 2000 Pezeshk S, Camp CV y Chen utilizaron los AG para el diseño de estructuras a base de marcos. (Kicinger, 2005)

En 2002, Azid y sus colaboradores fueron los primeros en proponer un Algoritmo Genético con una codificación real para resolver un problema de optimización de estructuras. El operador de cruce propuesto fue diferente a los convencionales para codificaciones reales.

Togan y Daloglu en 2005 usaron un AG en la optimización de estructuras tridimensionales. Con esto pudieron demostrar la influencia de la adaptación de los parámetros de los operadores genéticos en la eficiencia del algoritmo, utilizando una función de penalización adaptativa. (Sánchez, 2012)

En 2009, Guo sugirió un AG mejorado donde la población inicial es formada mediante la triangulación de Delaunay y un método heurística similar al de Togan y Daloglu.

Noilublao y Bureerat en 2011 utilizaron un AG con una codificación mixta real-entera para mejorar una torre tridimensional sujeta a restricciones de resonancia, tensión y desplazamiento. (Sánchez, 2012)

### **2.3. Analogía Puntal Tensor**

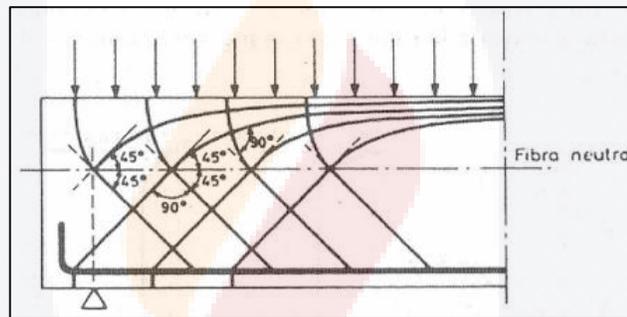
El constante uso del concreto por parte de la humanidad ha demandado un uso eficaz, económico y seguro garantizando estructuras cada vez más fiables. Tal ha sido el desarrollo de este material que en los últimos 40 años se han creado importantes progresos en las técnicas para el diseño de estructuras.

El término “concreto reforzado” fue incorporado por el American Concrete Institute (ACI) en su código ACI-318-2002 como termino unificador para todos los tipos de aplicación de concreto y acero a fin de superar las tradicionales divisiones entre el concreto armado, concreto pretensado y concreto parcialmente pretensado.

Los diferentes límites de los métodos antiguos que se basaban en aspectos empíricos para el diseño de elementos provocaron la necesidad de técnicas claras, esto llevo a la creación del modelo puntal tensor.

El origen del método puntal tensor se da entre el año de 1899 y 1900, Ritter y Morsch comenzaron con la realización de trabajos en los que se propuso una analogía independiente de la armadura para el diseño a cortante. En 1899 Ritter plantea un primer modelo enrejado de varillas para representar vigas agrietadas con el propósito de explicar el mecanismo de resistencia al cortante de vigas con armado longitudinal y estribos, lo cual general la creación de la primera ecuación para su diseño.

Posteriormente en 1902 Morsch realiza diversos experimentos físicos, con los cuales reafirma las conclusiones de Ritter y propone un modelo clásico de armadura a 45 grados para vigas, en donde se toma en cuenta la interacción de puntales de concreto trabajando a compresión y las varillas longitudinales y transversales de acero trabajando a tensión. Si al modelo mencionado anteriormente se le añaden unas pequeñas modificaciones, se puede observar que es la base para los dictámenes actuales de diseño al corte de vigas en la mayoría de los códigos. Morsch también realizó estudios para la aplicación de estos modelos sometidos a torsión en el año de 1922.



**Figura 7.** Armadura de Modelo de Morsch. Fuente: Comparación de Esfuerzos Cortantes en Vigas de Concreto Reforzado de Gran Altura, Mediante el Método de los Elementos Finitos y el Modelo Puntal - Tensor. Rojas, 2014.

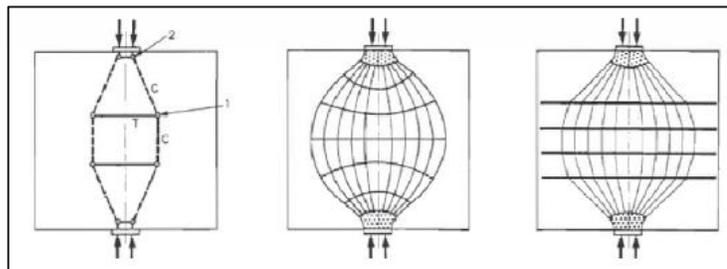
Diversos autores como Leonhardt, Rosch, Kupfer y otros como los de la escuela de Zürich de Thürlimann, Marti y Mueller refinaron y extendieron el método, creando su base científica en el concepto de la teoría de la plasticidad.

Collins y Mitchell tomaron en cuenta las deformaciones del modelo de la armadura y procedieron a la formación del método del diseño racional para corte y torsión. El modelo puntal tensor creado por este par de

autores utiliza el concepto de la deformación suavizada para describir la resistencia al agrietamiento de los puntales.

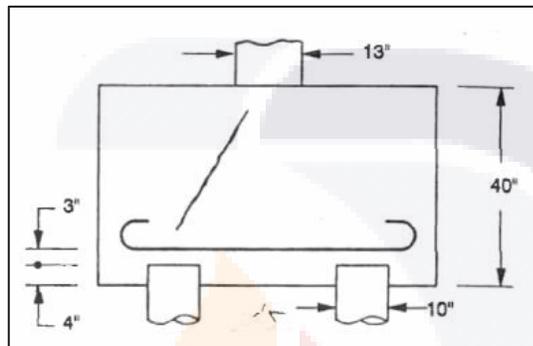
A principios de los 70 fue demostrada la aplicación del modelo puntal tensor en vigas profundas y en voladizo por Bay, Franz, Leonhardt y Thurlimann. A partir de esto Schlaich y Schafer en 1987 comenzaron estudios para ampliar sistemáticamente tales modelos a estructuras completas. La recomendación de un procedimiento de diseño de puntal tensor para regiones perturbadas que implican la elección de puntales sometidos a compresión orientados a la aproximación del flujo de esfuerzos obtenido en un análisis elástico también fue hecha por estos dos autores.

En 1991 con su trabajo "*Design and detailing of structural concrete using strut-and-tie models*" Schlaich y Schafer proporcionan los principios en cuanto al armado dependiendo del modelo, tipo de elemento estructural y tipo de nudo. Se determinan los puntales en forma de botella como las trayectorias desequilibradas en donde progresan las tensiones transversales. Estas tensiones pueden ocasionar fisuras a lo largo de los elementos provocando un fallo precipitado, por lo tanto es forzosa la colocación de acero la dirección de las tensiones.



**Figura 8.** Modelo Puntal Tensor con su Campo de Tensiones y su Armado Necesario. Fuente: Estudio numérico del comportamiento hasta rotura de regiones D constituidas por cargas concentradas sobre macizos. Aracii. 2014

Un par de años después P. Adebar descubre un vacío en su trabajo “*Strut-and-Tie Models for the Design of Pile Caps*”, en donde se consideraban los puntales de concreto comprimidos sin tener armado de acero que ayudara con las tensiones transversales, lo cual generaba fisuras longitudinales.



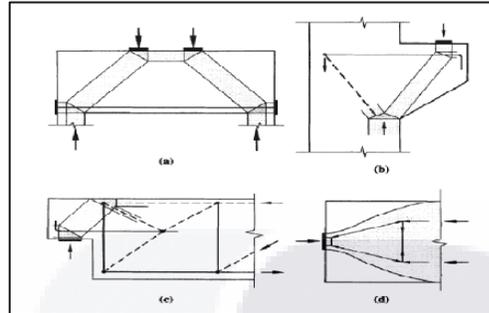
**Figura 9.** Zapata de Pilotes con Fisura en Dirección de Esfuerzo de Compresión Fuente: Estudio numérico del comportamiento hasta rotura de regiones D constituidas por cargas concentradas sobre macizos. Aracii. 2014

En base a lo anterior P. Adebar en su trabajo “*Bearing Strength of Compressive Struts Confined by Plain Concrete*” estudia la conducta de los puntales comprimidos sin armado para determinar su capacidad de resistencia. Para esto ensayo 60 cilindros de concreto de altura y diámetro diferentes hasta su estado límite de servicio de figuración, teniendo como resultado la creación de la siguiente fórmula para la resistencia de puntales comprimidos sin armado:

$$f_c \leq 0,6f'_c(1 + 2\alpha\beta)$$

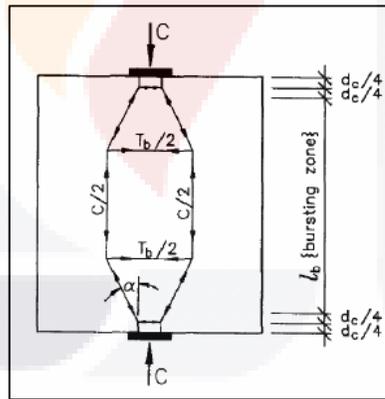
A finales de los 90 Stephen J. Foster en su trabajo “*Design of Non-Flexural Members for Shear*” emplea el método puntal tensor para explicar el comportamiento que presentan los elementos que no cuentan con

esfuerzos a flexión, incorporando un prototipo local para determinar las tensiones en puntales de concreto.



**Figura 10.** Ejemplos de Elementos que no presenta Flexión. Fuente: Estudio numérico del comportamiento hasta rotura de regiones D constituidas por cargas concentradas sobre macizos. Aracii. 2014

En este mismo periodo este autor plantea un modelo de equilibrio en donde las fuerzas de tensiones dependen del ángulo dispersión de la carga concentrada determinando la zona (lb) donde se debe colocar el armado.



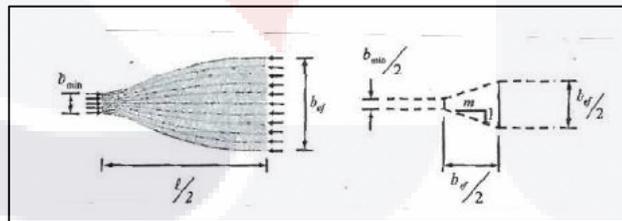
**Figura 11.** Modelo puntal tensor con zona de armado lb. Fuente: Estudio numérico del comportamiento hasta rotura de regiones D constituidas por cargas concentradas sobre macizos. Aracii. 2014

En consecuencia de todo lo mencionado anteriormente el ACI decide incorporarlo a su código ACI 318 – 2002, el Apéndice A por lo tanto es consistente con algunos otros códigos como los códigos Modelo CEB-FIP1990, el EC 2, el Código Canadiense, el AASHTO, así como con las

recientes Recomendaciones FIP (1999) y el nuevo código alemán DIN 1045-1 (2001-07).

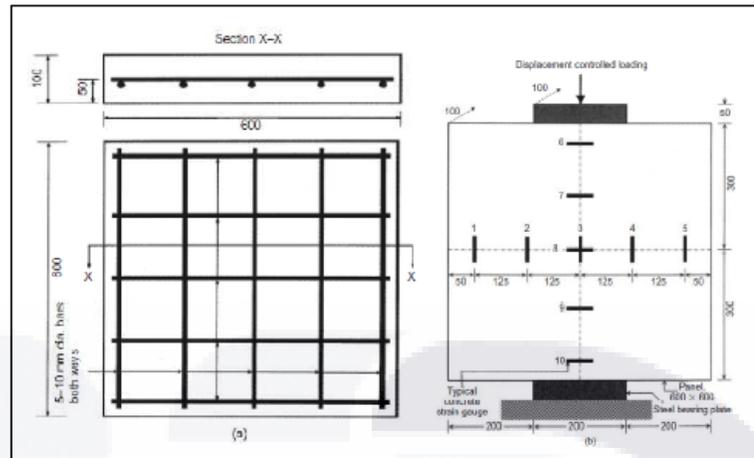
En el año 2006 M. D. Brown, C. L. Sankovich, O. Bayrak, J. O. Jirsa en su trabajo "Behaviour and efficiency of bottle-shaped struts" se dedicaron a probar 26 placas de concreto sometidas a cargas puntuales, en donde se comprobó que independientemente de las formas geométricas y el armado de los elementos el colapso es ocasionado de la misma manera. También observaron que la distribución del armado y la cantidad de la cuantía no son una variable de gran importancia.

En su trabajo "Minimum transverse reinforcement for bottle-shaped struts" Michael D. Brown and and Oguzhan Bayrak en el 2006 se basan en la explicación de la dispersión de los esfuerzos de compresión de Guyon para descubrir la necesidad de un refuerzos transversal en los puntales con cuello de botella para de asi poder contrarrestar las fisuras que se presentan en el estado límite de servicio.



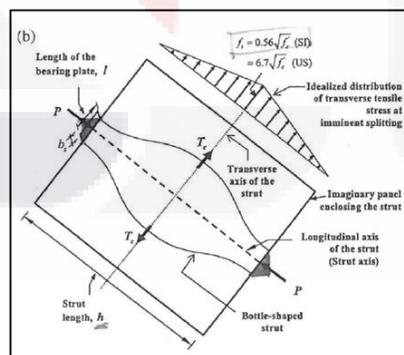
**Figura 12.** Distribución de esfuerzos de compresión. Fuente: Estudio numérico del comportamiento hasta rotura de regiones D constituidas por cargas concentradas sobre macizos. Aracii. 2014

D. K. Sahoo, R. K. Gautam, B. Singh y P. Bhargava en el año 2008 en su trabajo "An appraisal of the ACI strut efficiency factors" realizan ensayos a 12 paneles cuadrados de 60 cm con 10 cm de espesor, teniendo como resultado la influencia del refuerzo en el factor de eficiencia de los puntales de concreto.



**Figura 13.** Armado de los paneles ensayados. Fuente: Estudio numérico del comportamiento hasta rotura de regiones D constituidas por cargas concentradas sobre macizos. Aracii. 2014

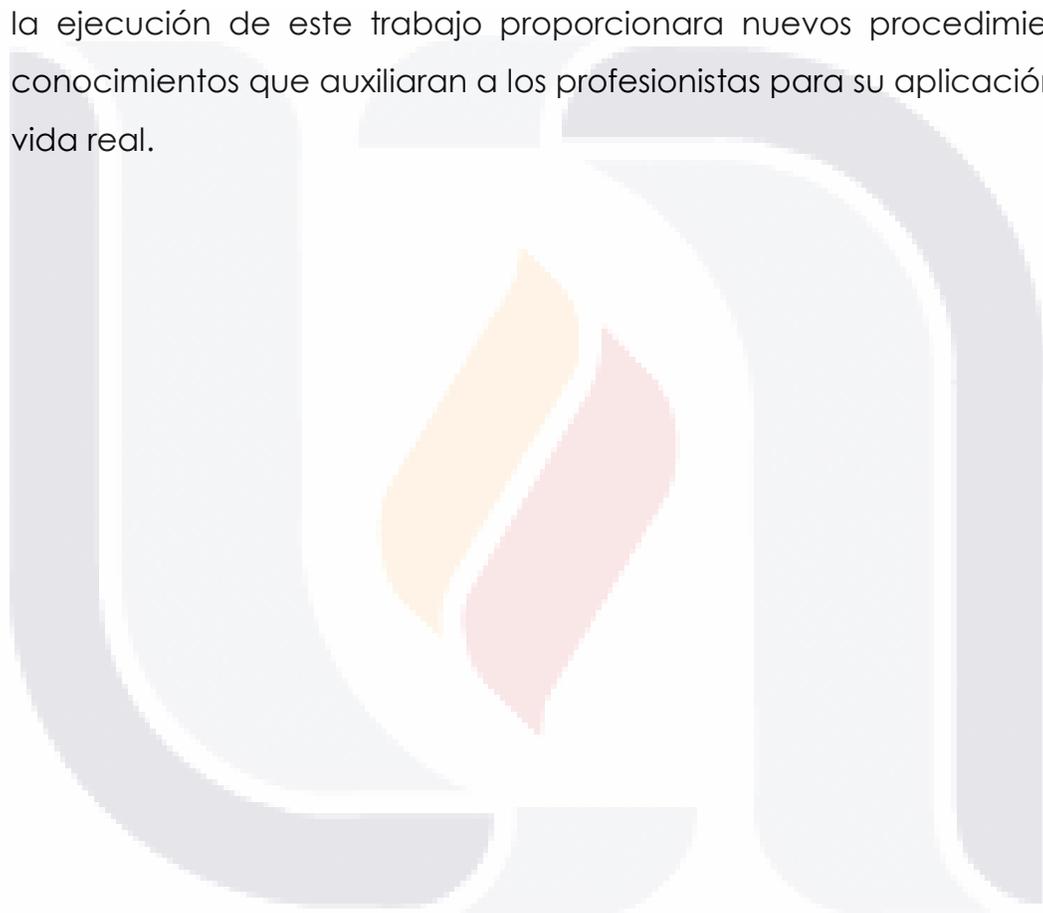
Estos mismo autores en el año 2011 con su trabajo “Minimum Reinforcement for Preventing Splitting Failure in Bottle-Shaped Struts” vuelven a demostrar la importancia del armado transversal en los puntales en forma de cuello de botella, para así poder prevenir las fallas por *splitting* y las aberturas de las fisuras que se producen. También plantean un modelo analítico para el cálculo del armado transversal.



**Figura 14.** Tensión en puntal forma de botella en el momento de la figuración. Fuente: Estudio numérico del comportamiento hasta rotura de regiones D constituidas por cargas concentradas sobre macizos. Aracii. 2014.

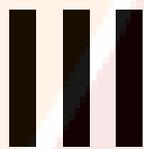
Como se puede apreciar, a lo largo de este capítulo se mostraron los trabajos que se han elaborado en base los tópicos relacionados con este

trabajo (Analogía Puntal Tensor, Optimización Estructural, Algoritmos Genéticos).Es importante mencionar que no existe ningún estudio enfocado en la optimización del modelo puntal tensor en base a los anchos de nodos bajo el uso de algoritmos genéticos, así como ningún otro en la aplicación de esta analogía para lograr la optimización de elementos metálicos. Es por las razones mencionadas anteriormente que la ejecución de este trabajo proporcionara nuevos procedimientos y conocimientos que auxiliaran a los profesionistas para su aplicación en la vida real.





**CAPÍTULO**



**MARCO TEORICO**

## **CAPITULO III: MARCO TEORICO**

### **3.1. Elementos Sometidos a Flexión y Cortante**

La ingeniería estructural ha evolucionado cada vez más a lo largo de los años mostrando la creación de edificios, puentes y diversas obras, que se destacan por características que en tiempos pasados eran creídas imposibles. Para poder llevar a cabo este progreso ingenieros de todas partes del mundo han dedicado su tiempo, logrando así la creación numerosos métodos para el diseño de las distintas partes que forman una estructura.

Uno de los procesos más importantes en el diseño de una estructura es el del análisis de las secciones bajo la acción de la flexión y cortante, estos miembros generalmente son usados para soportar cargas transversales o momentos aplicados.

La utilización más típica de estos elementos en edificios es en sistemas de piso, cubiertas ligeras, en sistemas de muro, etc.

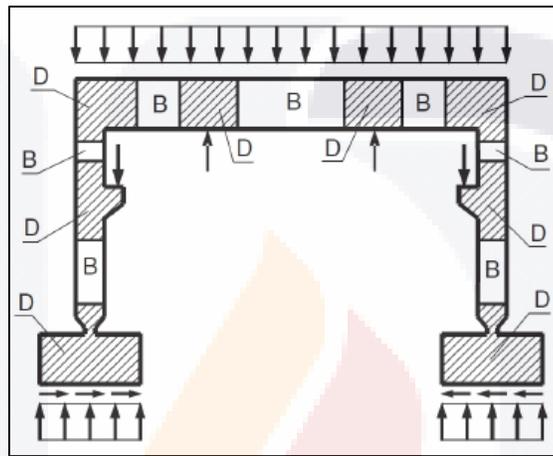
Comúnmente las vigas se diferencian entre sí por los aspectos que determinan sus procesos de cálculo. Las vigas de claros grandes y con poco peralte están sujetas a criterios de deformaciones máximas (flechas), las de claros medianos son dominadas por principios de flexión y las de claros cortos por normas de cortante.

### **3.2. Introducción a la Analogía Puntal Tensor**

El progreso que se ha tenido en cuanto a las técnicas diseño de concreto reforzado ha sido gracias al entendimiento del comportamiento de los materiales que lo forman. Anteriormente los métodos de diseño de vigas a flexión se centraban en la hipótesis de Bernoulli, en la cual se muestra que las secciones que en un principio eran planas se mantienen de esta

manera después de estar sometidas a fuerzas exteriores. Los sectores que satisfacen esta hipótesis son llamadas regiones B.

Lamentablemente existen zonas donde la hipótesis de Bernoulli no puede ser aplicada, debido a que la dirección de los esfuerzos es turbulento. Estos sectores son llamados regiones D.



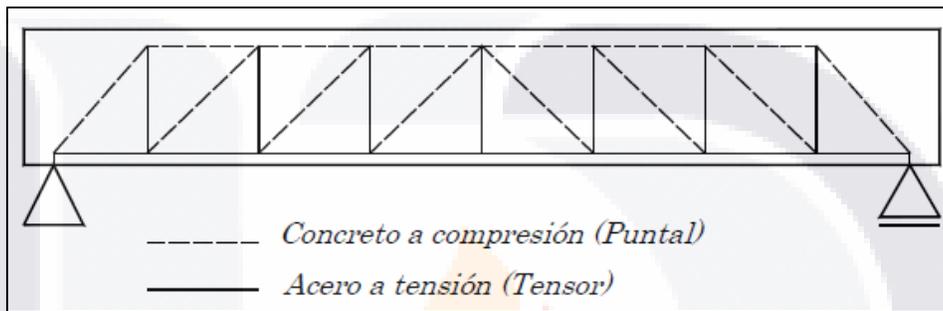
**Figura 15.** Regiones B y D en Marco. Fuente: Herramienta de Calculo por el Método Bielas y Tirantes. Zamora, Lorente, SF.

Es por lo anterior que actualmente se busca que estos procesos de diseño estén fundamentadas en la teoría de la plasticidad, para que de esta manera la estructura pueda beneficiarse por la redistribución de esfuerzos y la creación de articulaciones plásticas.

Es por ello que nace el método puntal tensor, ya que muestra una oportunidad única de agrupar un concepto de diseño, incluyendo las regiones B y regiones D con modelos similares. Además de que con el empleo de esta técnica se cumple un aspecto fundamental debido a que se concentra en el detallado del diseño.

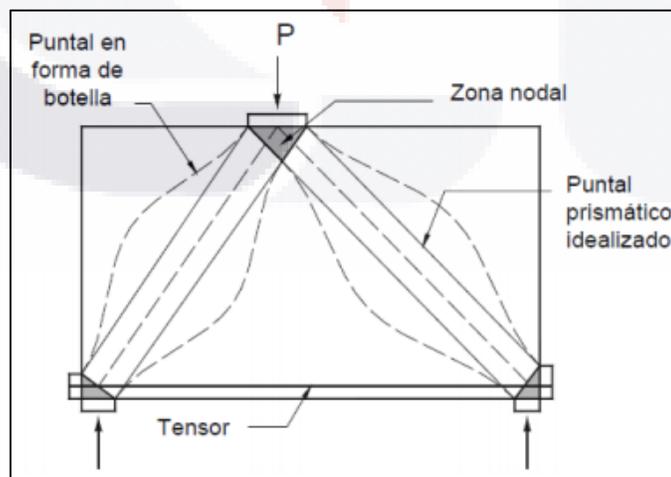
El modelo puntal tensor puede definirse de la siguiente manera:

Método de diseño de elementos de concreto que consiste en la idealización de los campos de esfuerzos internos mediante un reticulado hipotético (armadura), en el cual los campos de esfuerzo a compresión son representados por puntales de concreto y los esfuerzos a tensión son representados por tensores (varillas de refuerzo), los cuales son unidos por conexiones llamadas nodos. (Morales Beyer, 2007).



**Figura 16.** Modelo Puntal Tensor para Viga. Fuente: Estudios Analíticos y Experimentales de Ménsulas en Extremos de Vigas de Concreto Reforzado. Castillo Manzano, 2007.

Es importante mencionar que la falla en este procedimiento es producida por aplastamiento de los puntales, fluencia de los tensores o fallas en las zonas nodales.



**Figura 17.** Partes Modelo Puntal Tensor. Fuente: ACI 318- 02

### **3.2.1. Procedimiento para el Diseño con Modelo Puntal Tensor**

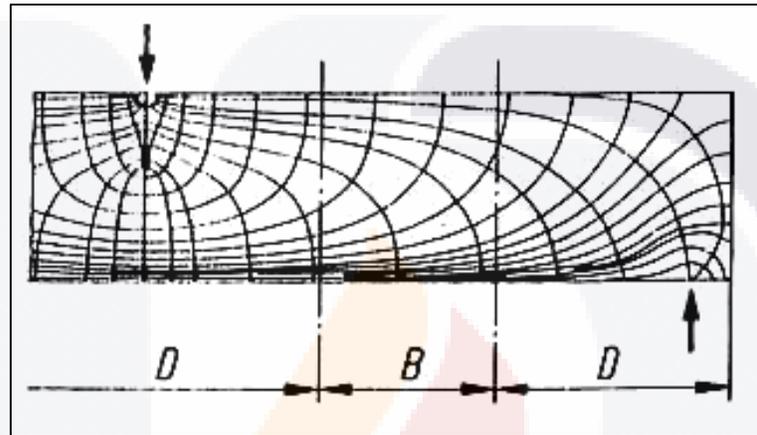
De acuerdo el Apéndice A del Código ACI-318, el diseño de una región D incluye los siguientes pasos:

1. Determinar y aislar las regiones D del elemento.
2. Calcular las fuerzas resultantes en los bordes de cada región D.
3. Elegir un modelo (armadura ficticia) para transmitir las fuerzas resultantes a través de la región D. Seleccionar los ejes de los puntales y los tensores para que coincidan de manera aproximada con los ejes de las zonas sometidas a compresión y tensión. Después se calculan las fuerzas en los puntales y tensores.
4. Los anchos efectivos de los puntales y zonas nodales se determinan tomando en cuenta las fuerzas obtenidas en la etapa 3 y las resistencias efectivas del concreto definidas en las secciones A.3.2 y A.5.2 del Código ACI-318 [ACI 318-02], y se proporciona el armado para los tensores considerando las resistencias del acero definidas en la sección A.4.1 del mismo código. La armadura debe ser anclada en las zonas nodales.

### **3.2.2. Identificación de las regiones B y D**

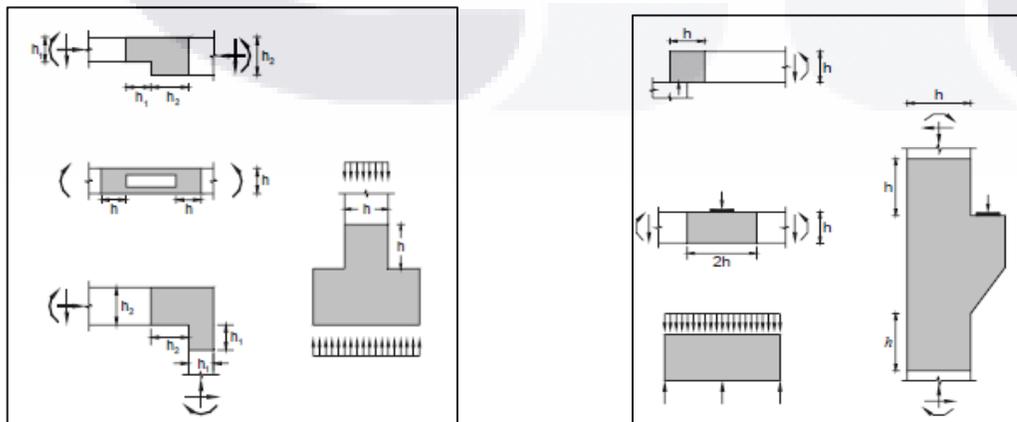
El primer paso de este método de diseño consiste en la identificación de aquellas zonas de la estructura en las que no se cumple la distribución lineal de deformaciones en la sección transversal (hipótesis de Bernoulli) y por lo tanto no puede utilizarse los métodos estándar para el diseño a flexión y corte. A estas zonas se comúnmente regiones B (Bernoulli, Beam) y regiones D (Disturbed, Discontinuity o Detail).

Los análisis elásticos señalan que los esfuerzos y sus trayectorias son rectas en las zonas donde se satisface la hipótesis de Bernoulli, comparativamente con las trayectorias turbulentas en las zonas de discontinuidad; disminuyendo la magnitud del esfuerzo a medida que se aleja de las áreas que cuentan con concentraciones de tensión. Esto permite la identificación de las regiones B y D.



**Figura 18.** Trayectoria de Esfuerzos en Regiones B y D en Viga. Fuente: Comparación de Esfuerzos Cortantes en Vigas de Concreto Reforzado de Gran Altura, Mediante el Método de los Elementos Finitos y el Modelo Puntal - Tensor. Rojas, 2014.

Las regiones D, son principalmente zonas de discontinuidad; tanto geométrica como de carga, o una combinación de ambas.



**Figura 19.** Ejemplo de Discontinuidades Geométricas y de Carga. Fuente: ACI 318-2002.

Una vez que se identifican las causas que generan la aparición de las regiones D (discontinuidades de carga o geométricas), restaría cuantificar la extensión de dichas zonas. Para esto se propone el método de Saint Venant con procedimientos de superposición,

El resultado práctico de dicha aplicación a estructuras de barras conduce a que las regiones D se extiendan a una longitud aproximada igual a la mayor dimensión de la sección transversal de la pieza medida a partir de la discontinuidad.

El código ACI considera la extensión de una región D a una distancia igual a una altura  $h$  o profundidad  $d$  desde la discontinuidad geométrica o de carga. Además, si dos regiones D se traslapan o encuentran, se consideran como una sola región D para fines de diseño.

### **3.2.3. Determinación de los Esfuerzos Resultantes**

Sobre los bordes o fronteras de una región D pueden actuar tres tipos de esfuerzos "externos".

#### a) Acciones exteriores propiamente dichas

Es el caso de las cargas concentradas. La carga de pretensado, por ejemplo, se considera una carga concentrada externa.

#### b) Reacciones exteriores.

Usualmente las reacciones se obtienen mediante un cálculo ordinario de la estructura prescindiendo de la existencia o no de las diferentes regiones.

c) Esfuerzos provenientes de las regiones B adyacentes.

Son los esfuerzos de corte, momento flector y axial que provienen de la región B colindante y que garantizan el equilibrio de la región D.

### 3.2.4. Selección del Modelo Puntal Tensor

La sección A.2 del código ACI-2002 presenta algunos requisitos principales que deben satisfacerse por un modelo puntal-tensor:

1. Por encima de todo, el modelo del puntal-tensor debe estar en equilibrio con las cargas vivas y muertas factorizadas (Sec. A2.2 [ACI 318-02]). El cálculo de las reacciones y fuerzas del puntal-tensor satisface la estática.
2. Las resistencias de los puntales, los tensores, y las zonas nodales deben igualar o deben exceder las fuerzas en estos miembros. (Sec. A.2.6 [ACI 318-02]). Si la resistencia de cada sección transversal iguala o excede la resistencia requerida por el análisis en el artículo anterior, se dice que la estructura tiene una distribución segura de resistencias.
3. Para determinar la geometría del reticulado, se deben considerar las dimensiones de los puntales, tensores y zonas nodales (Sec. A.2.3 [ACI 318-02]).

En las fases tempranas en el diseño de una región D puede ser suficiente considerar sólo los ejes de los puntales y tensores al disponer un modelo del puntal-tensor. Sin embargo, es necesario considerar las anchuras de los puntales, tensores, zonas nodales y regiones de apoyo para el modelo del puntal-tensor.

El trazado del modelo debería seguir en lo posible el flujo interno de la pieza de modo que no se requiera una redistribución interna de esfuerzos que supere a la ductilidad disponible o bien que genere un cuadro de fisuración inaceptable. Es un criterio aceptado que lo anterior se logra ubicando los puntales y tensores alineados en forma aproximada con las resultantes internas de los flujos de tensiones de tracción y compresión que surgen de un cálculo elástico. Este criterio debería aplicarse con mayor rigidez cuanto más solicitada se encuentre la región de estudio.

4. Los puntales no deben cruzarse o traslaparse (Sec. A.2.4 [ACI 318-02]). Si los puntales traslaparan, las partes traslapadas de los puntales serían sobre esforzadas.
5. Se permiten a los tensores cruzar puntales u otros tensores.
6. El ángulo más pequeño entre un puntal y un tensor que se unen a un nodo se fija en  $25^\circ$ . (Sec. A.2.5 [ACI 318-02]). Este ángulo se define de acuerdo a la extensión de una región D en una viga alta, donde la distancia desde el punto de carga al apoyo es dos veces su altura, por lo tanto, el puntal forma un ángulo igual a  $\text{arc tan}(d / 2d) = 26.5^\circ$ , redondeado a  $25^\circ$ .

El ángulo entre los ejes de los puntales y tensores que actúan en un nudo debe ser lo suficientemente grande para mitigar el agrietamiento y evitar las incompatibilidades debidas al acortamiento de los puntales y alargamiento de los tensores que se producen casi en las mismas direcciones.

Un diseño estructural que es estáticamente admisible y seguro, satisface los requisitos del teorema del límite inferior en la teoría de plasticidad. Esto implica que la carga de falla calculada por un modelo del puntal-tensor menosprecia la carga de falla real. Para ser verdad, la estructura debe tener bastante ductilidad para acomodar cualquier necesidad de redistribución de fuerzas.

### **3.2.5. Métodos para encontrar el modelo**

El método más utilizado para encontrar la disposición de puntales y tensores es a partir del análisis elástico basado en la trayectoria de esfuerzos. En este método se analiza la región D a través de un análisis elástico por elementos finitos, obteniéndose las tensiones punto a punto y determinando la magnitud y dirección de los esfuerzos principales a compresión y tracción.

Schlaich, Schäfer y Jennewein en 1987 plantearon este método para regiones D agrietadas, donde la geometría del modelo puntal-tensor se orienta a la distribución de tensiones elásticas. Los puntales y tensores condensan los campos de esfuerzo reales por líneas rectas resultantes y son interconectados por nodos.

En regiones de muy altos esfuerzos la ductilidad requerida se cumple adaptando los puntales y tensores del modelo a la dirección y tamaño de las fuerzas internas cuando ellas aparezcan desde la teoría de elasticidad

En regiones normal o bajamente esforzadas, la dirección de los puntales y tensores en el modelo puede desviarse considerablemente del modelo elástico sin exceder la ductilidad de la estructura. Los tensores y también

el refuerzo pueden colocarse según consideraciones prácticas. La estructura se adapta por si misma al sistema estructural interior supuesto.

Por supuesto, en cada caso, un análisis y una revisión de seguridad debe hacerse usando el modelo finalmente escogido. Este método de orientación del modelo puntal-tensor a lo largo de los caminos de fuerza, indicados obviamente por la teoría de elasticidad, descuida un poco la capacidad última de carga que podría ser utilizada por una aplicación pura de la teoría de plasticidad. Por otro lado, tiene la mayor ventaja de que el mismo modelo puede usarse para la carga última y la revisión de serviciabilidad.

Si por alguna razón el propósito del análisis es encontrar la carga última real, el modelo puede adaptarse fácilmente a esta fase de carga cambiando sus puntales y tensores para aumentar la resistencia de la estructura.

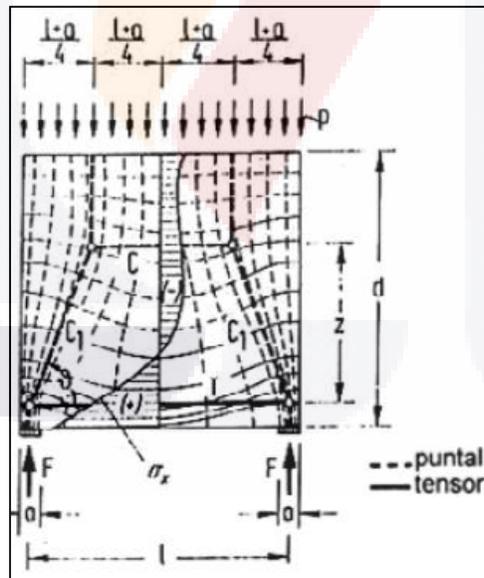
Conducir la geometría del modelo a la distribución de tensiones elásticas también es un requerimiento de seguridad porque la fuerza de tensión del concreto es sólo una parte pequeña de la fuerza de compresión. Los casos como en los llamados "campos de botella" se producen tensiones transversales que deben ser consideradas, ya que al tener modelos demasiado simples pueden producir fallas prematuras.

Para las regiones D es obligatorio realizar un modelo puntal-tensor individualmente para cada caso. Después de un poco de entrenamiento, esto puede hacerse de una manera sencilla. Desarrollar un modelo puntal-tensor es comparable a elegir un sistema estático global. Ambos

procedimientos requieren un poco de experiencia de diseño y son de importancia similar para la estructura.

Generar el modelo de una región D se facilita mucho si las tensiones elásticas y las direcciones de tensión principales están disponibles como en el caso del ejemplo mostrado en la figura 20. Tal análisis elástico es proporcionado por la gran variedad de programas de análisis estructural disponible.

La dirección de los tensores puede tomarse en base a la dirección principal de los esfuerzos de compresión o pueden ubicarse los puntales y tensores más importantes en el centro de gravedad de los diagramas de esfuerzo correspondientes, C y T de la figura 20, usando el diagrama de esfuerzos  $\sigma_x$  dado allí.



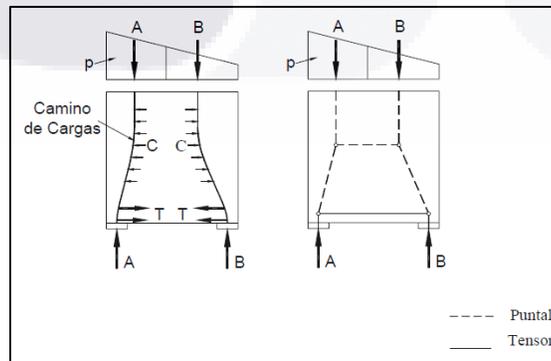
**Figura 20.** Trayectoria de tensiones elásticas, esfuerzos elásticos y modelo puntal-tensor. Fuente: *Toward a Consistent Design of Structural Concrete. Schlaich, Schaf, 1987.*

Schlaich, Schäfer y Jennewein en 1987 mostraron que llevar a cabo el desarrollo de un modelo puntal tensor cuando ningún análisis elástico es te disponible puede desarrollarse usando el "camino de cargas".

Lo primero es asegurarse que el equilibrio externo de la región D se cumpla determinando todas las reacciones y cargas que actúan sobre ella. En una región B se usan las cargas en la región D del diseño de la región B y se pretende que existe una distribución lineal de esfuerzos ( $p$ ) como se puede observar en la figura 21.

El diagrama de esfuerzos se separa de forma tal que las cargas en un lado de la estructura encuentren su contraparte en el lado opuesto, tomando en cuenta que los caminos de cargas que unen las contrapartes no se cruzaran unos con otros.

El camino de carga comienza y termina en el centro de gravedad de los diagramas de tensión correspondientes y tiene allí la dirección de las cargas aplicadas o reacciones. Ellas tienden a tomar el camino más corto posible entre ellas. Las curvaturas se concentran cerca de las concentraciones de tensión (reacciones de apoyo o las cargas puntuales).



**Figura 21.** Caminos de Carga y Modelo Puntal Tensor. Fuente: *Toward a Consistent Design of Structural Concrete*. Schlaich, Schaf, 1987

Habrán algunos casos, obviamente, donde el diagrama de tensión no se usa completamente con los caminos de carga descritos; allí permanecerán las resultantes (igual en magnitud pero con signo opuesto) que entran en la estructura y la dejan en una vuelta en U o forman un giro.

Hasta ahora, el equilibrio ha sido considerado solo en la dirección de las cargas aplicadas. Después de trazados todos los caminos de cargas con curvas lisas y reemplazándolos por polígonos, deben agregarse puntales extensos y tensores para el equilibrio transversal que actúa entre los nodos, incluido en aquellos que el giro es en U.

Mientras se hace esto, los tensores deben colocarse con consideraciones propias de viabilidad del esquema del refuerzo (generalmente paralelo a la superficie del hormigón) y de requerimientos de distribución de grietas.

Los modelos resultantes son a menudo bastante cinemáticos, lo que significa que el equilibrio en un modelo dado sólo es posible para casos de carga específicos. Por consiguiente, la geometría del modelo apropiado tiene que ser adaptada al caso de carga y está en la mayoría de los casos determinada por condiciones de equilibrio después que unos pocos puntales o tensores han sido escogidos.

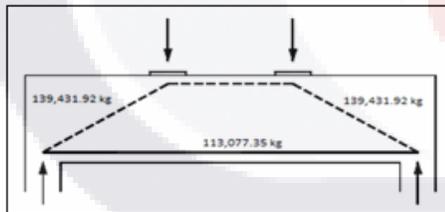
También se definen los modelos puntal-tensor mediante un análisis no-lineal, el cual tiene la ventaja por sobre un análisis lineal convencional, que puede predecir con mayor certeza el comportamiento de una zona perturbada y su capacidad última de carga.

### 3.2.6. Características de los Diferentes Modelos

Fundamentándonos en el principio de la deformación mínima, entre los proyectistas se busca que las estructuras se inclinen a soportar las solicitaciones a las que están expuestas produciendo la menor deformación posible.

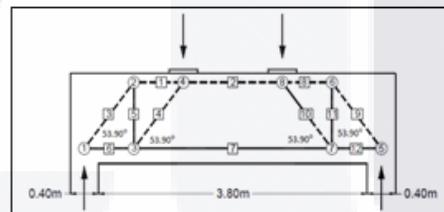
Tomando en cuenta el principio anterior, en la elección del modelo es importante considerar que los elementos de concreto (puntales) no presentan deformaciones abultadas, contribuyendo poco al trabajo interno de la estructura. Eso nos deja con los elementos de acero, en los cuales se pensaría que modelo más apto sería aquel que cuenta con una menor longitud total de tensores, estimando que los esfuerzos entre estos fueran de igual magnitud. En caso opuesto el modelo más adecuado será el que posea un menor valor de la sumatoria empleada en todos los tensores del producto de la fuerza en cada tensor por su longitud.

$$Modelo\ Apto = Min \left( \sum_{i=1}^n ((FT_1 * L_1) + (FT_2 * L_2) \dots \dots (FT_n * L_n)) \right)$$



	Fu (kg)	L (m)	L*Fnn
Puntal 1	139,431.92	1.69	235,639.94
Puntal 2	113,078.37	1.39	157,178.93
Tensor 3	113,078.37	4.20	474,929.15
Puntal 4	139,431.92	1.39	193,810.37

1,061,558.40



	Fu (kg)	L (m)	L*Fnn
Puntal 1	59,482.160	0.690	41,042.69
Puntal 2	118,965.340	1.410	167,741.13
Puntal 3	100,959.477	1.120	113,074.61
Puntal 4	100,959.477	1.120	113,074.61
Tensor 5	81,576.000	0.890	72,602.64
Tensor 6	59,482.160	0.690	41,042.69
Tensor 7	118,965.340	2.800	333,102.95
Puntal 8	59,482.160	0.690	41,042.69
Puntal 9	100,959.477	1.120	113,074.61
Puntal 10	100,959.477	1.120	113,074.61
Tensor 11	81,576.000	0.890	72,602.64
Tensor 12	59,482.160	0.690	41,042.69

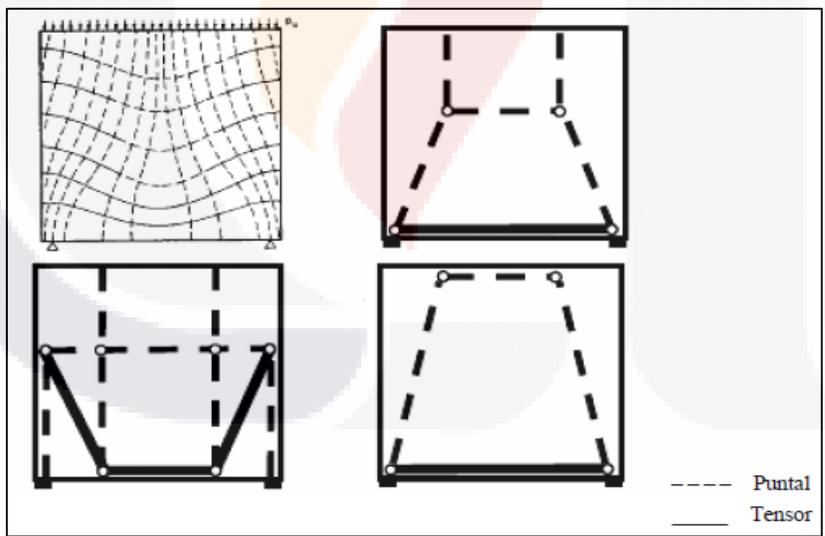
1,262,518.58

Figura 22. Ejemplo de Aplicación de Formula Modelo Apto

Dicho lo anterior es importante indicar que para una estructura se podrán crear diferentes opciones de modelos, los cuales se podrán usar siempre y cuando toleren las cargas que actúan sobre el elemento. En otras palabras, el modelo no es único y puede variar dependiendo de la persona que diseñe.

La no singularidad en la solución crea una cierta sensación de molestia en los diseñadores, ya que esperando una herramienta de cálculo directo, se encuentran con un vasto rango de opciones que no dirigen a una solución única. (Morales Beyer, 2007)

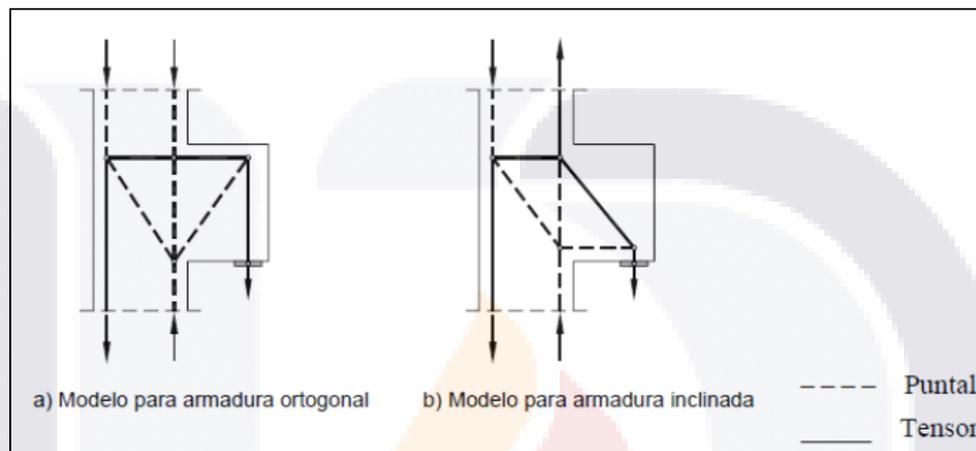
La única manera de generar un modelo singular para cada caso sería cumpliendo los requisitos de compatibilidad, para lo cual sería necesario incluir las ecuaciones constitutivas de los materiales, lo cual nos proporcionaría un problema no lineal, perdiéndose la facilidad del método.



**Figura 23.** Diferentes modelos puntal-tensor para estructura. Fuente: Diseño de Discontinuidades en Vigas de Hormigón Estructural con Modelos Puntal Tensor. (Morales Beyer, 2007)

Un argumento que debe valorarse en la elección de un modelo respecto a otro es la sencillez del armado. En la figura X se muestran dos posibles modelos para una ménsula sometida a una carga distribuida. Como se

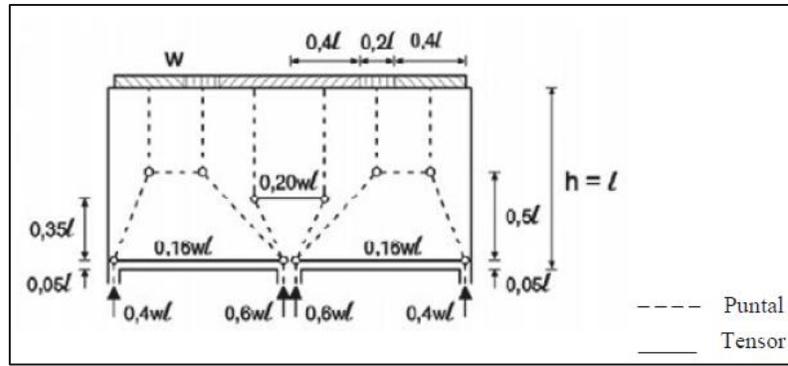
puede ver, el modelo a) puede armarse empleando armaduras ortogonales horizontales y verticales, sin embargo en el modelo b) es necesario el uso de una armadura diagonal. Si nos basamos en la cantidad del material optaremos por el esquema b) pero si lo que nos interesa es la facilidad de armado la elección será el esquema a).



**Figura 24.** Modelos puntal-tensor para ménsulas. Fuente: *Diseño de Discontinuidades en Vigas de Hormigón Estructural con Modelos Puntal Tensor.* (Morales Beyer, 2007)

### 3.2.7. Modelos Isostáticos y Modelos Hipostáticos

Los modelos puntal tensor pueden ser de dos tipos: isostáticos (figura 25) e hiperestáticos. En general los modelos hiperestáticos se reconocen por la dificultad que presentan en los procesos de cálculo, sin embargo, en la bibliografía se encuentran algunos casos en las que se plantean soluciones aproximadas a modelos estáticamente indeterminados. Un ejemplo de lo anterior es la siguiente figura, en la cual se muestra un modelo puntal tensor isostático para una estructura hiperestática (viga con tres apoyos).



**Figura 25.** Modelo Isostático para Viga Hiperestática Fuente: *Practical Design of Structural Concrete.* (Federation Internationale de la Precontrainte, 1999)

### 3.2.8. Diseño y Verificación de Elementos de Modelo Puntal Tensor

Una vez elegido el modelo puntal tensor para una estructura se procede a calcular las reacciones generadas debido a las cargas aplicadas y al peso propio del elemento. Después que las reacciones se han obtenido, se calculan las fuerzas  $F_u$  en los puntales, tensores y zonas nodales.

Los puntales, tensores y zonas nodales se comprueban basándonos en la siguiente ecuación:

$$\phi F_n \geq F_u$$

Donde:

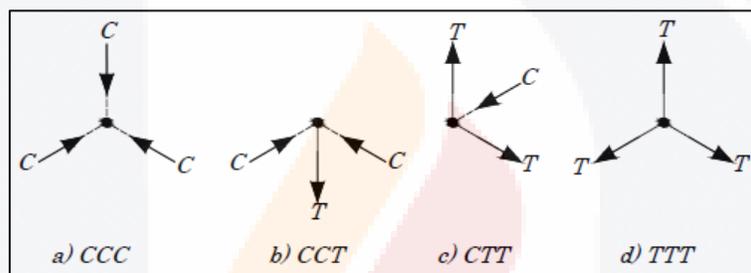
- $F_n$  = resistencia nominal de puntal, tensor o zona nodal.
- $F_u$  = fuerza que actúa en puntal, tensor o en una cara de la zona nodal
- $\phi = 0.75$ , factor de reducción de resistencia especificado en la sección 9.3.2.6. del Código ACI-318 2002

#### 3.2.8.1. Nodos, Zonas Nodales y Resistencia de las Zonas Nodales “ $F_n$ ”.

Se les llama nodos a los puntos de intersección de los ejes entre los puntales y tensores que conforman un modelo. Las zonas nodales son

regiones de concreto ubicadas alrededor de los nodos, donde se crea una conexión entre los elementos del modelo. Para que pueda existir equilibrio en un nodo plano, es necesario la convergencia de al menos tres fuerzas provenientes tanto de miembros del modelo como de reacciones.

La clasificación de los nodos puede realizarse dependiendo del tipo de fuerzas que concurren en los mismos. Se identifican con "C" a las barras comprimidas que llegan al nodo y con "T" a las tensionadas. De esta manera los nodos planos pueden ser llamados como CCC, CCT, CTT Y TTT.



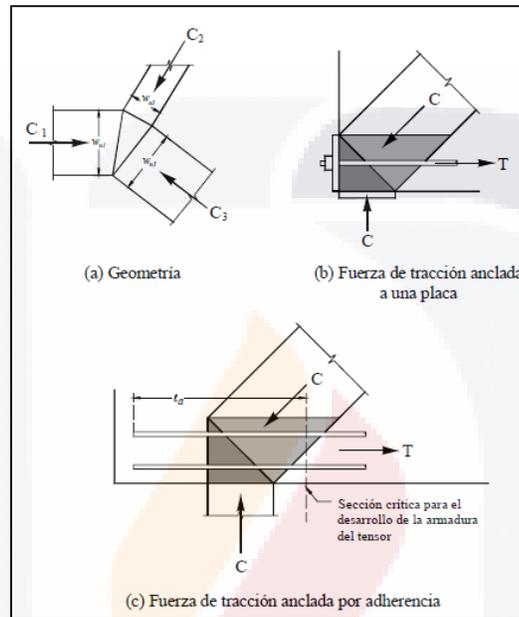
**Figura 26.** Modelo Puntal Tensor para Viga. Fuente: Estudios Analíticos y Experimentales de Ménsulas en Extremos de Vigas de Concreto Reforzado. Castillo Manzano, 2007

Para el análisis de las zonas nodales existen dos formas: las "zonas nodales hidrostáticas" y las "zonas nodales extendidas".

**Zonas Nodales Hidrostáticas**

En un principio, las zonas nodales se asumieron para tener el mismo esfuerzo en todas las caras en el plano. Ya que en el círculo de Mohr las tensiones en el plano se presentan en dichos planos de las zonas nodales como puntos, las cuales son identificadas como zonas nodales hidrostáticas. Si las tensiones en las caras de la zona nodal fueran las mismas, la razón de las longitudes de las caras de una zona nodal hidrostática  $w_1:w_2:w_3$  están en las mismas proporciones como las fuerzas,  $C_1:C_2:C_3$  que actúan en las caras.

Suponiendo que los tensores se extienden, las zonas nodales hidrostáticas a nodos CCT o CTT se prolongan, por lo cual los tensores deben ser anclados en su extremo mediante ganchos o adherencia del refuerzo más allá de la zona nodal.



**Figura 27.** Zonas Nodales Hidrostáticas. Fuente: ACI 318- 02

### Zonas Nodales Hidrostáticas

Son zonas nodales delimitadas por la silueta de las regiones comprimidas en las intersección de puntales, reacciones y anchos supuestos de tensores que incorporan un prisma de concreto concéntrico a estos.

Un ejemplo de estas zonas se muestra en la siguiente figura, donde el área más oscura es la zona nodal hidrostática y la región menos oscura es la zona nodal extendida. Se puede observar que la zona nodal extendida se encuentra dentro de la zona de esfuerzos de compresión generada por las reacciones y los puntales. Estos esfuerzos apoyan en la distribución de fuerzas entre los elementos.

El apéndice A del código ACI 318-02 generalmente siempre usa las zonas nodales extendidas en lugar de las zonas nodales hidrostáticas, por lo tanto en este trabajo se realizara de la misma manera.

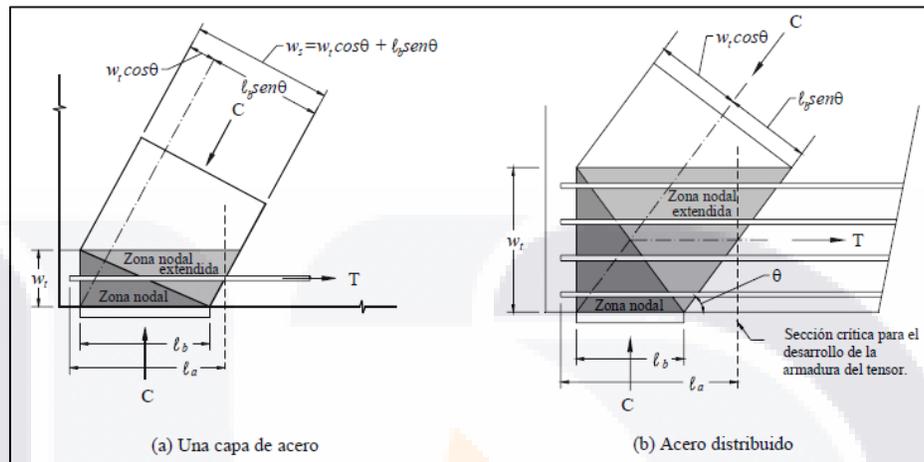


Figura 28. Distribución de Fuerzas en Zona Nodal Extendida. Fuente: ACI 318- 02

### Dimensiones de las Zonas Nodales Extendidas

Si consideramos que los esfuerzos en los tres puntos de una zona nodal CCT son iguales, podemos derivar ecuaciones relacionando las anchuras de los puntales, tensores y áreas de apoyo.

$$w_s = w_t \cos \theta + l_b \sin \theta$$

Donde:

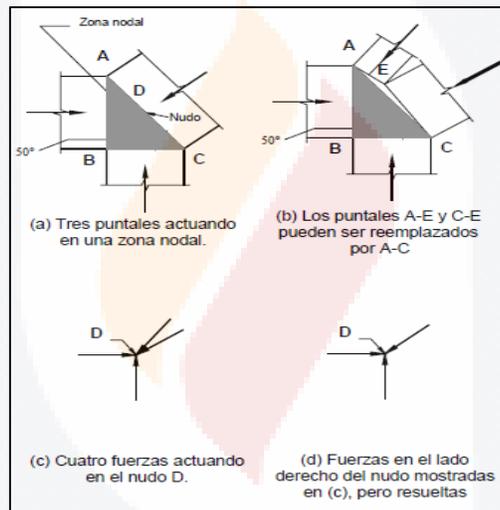
- $w_s$  = ancho del puntal
- $w_t$  = ancho efectivo del tensor
- $l_b$  = longitud de la placa de apoyo
- $\theta$  = ángulo entre el eje del puntal y el eje horizontal del puntal tensor

Esta fórmula es eficiente para adecuar el tamaño de las zonas nodales en un modelo. La anchura del puntal puede ajustarse cambiando  $w_t$  o  $l_b$ , uno a la vez. Es necesario aclarar que la exactitud de esta ecuación

disminuye si los esfuerzos en las caras de la zona nodal resultan desiguales debido a la suposición que se planteó desde un inicio.

### Fuerzas que Actúan en Zonas Nodales

Si en una zona nodal se desarrollan más de tres fuerzas, es común solucionar alguna de las fuerzas para tener solo tres fuerzas interceptándose. En esta clase de zonas también es válido realizar el análisis considerando un solo puntal resultante sobre la cara en la cual actúa más de una fuerza.



**Figura 29.** Ejemplo de Fuerza Resultante en Zona Nodal. Fuente: ACI 318- 02

### Resistencia a Compresión Nominal de Zonas Nodales

La resistencia nominal a compresión de una zona nodal está dada por:

$$F_{nn} = A_n * f_{cu}$$

$$f_{cu} = 0.85 * B_n * f'c$$

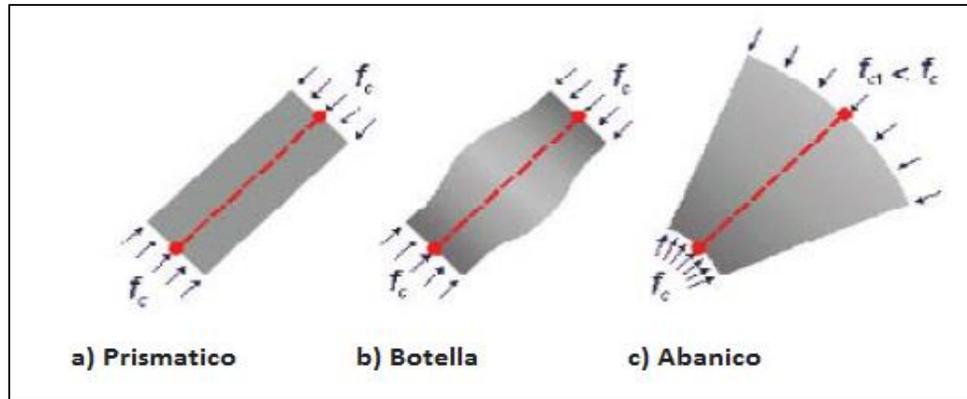
Donde:

- $f_{cu}$  = resistencia efectiva del concreto a compresión en zona nodal
- $f'c$  = resistencia a compresión del concreto
- $B_n = 1.0$  en zonas nodales limitadas por puntales, áreas de apoyo o ambas
- $B_n = 0.8$  en zonas nodales que anclan un tensor
- $B_n = 0.6$  en zonas nodales que anclan dos o más tensores
- $A_n$  = según corresponda :
  - (a) El área de la cara de la zona nodal sobre la cual actúa  $F_u$ , considerada perpendicular a la línea de acción de  $F_u$  o
  - (b) El área de una sección que atraviesa la zona nodal, considerada perpendicularmente a la línea de acción del esfuerzo resultante que actúa sobre la sección.

### 3.2.8.2. Puntales de Concreto y su Resistencia

Los puntales cambian dependiendo de la forma del área de compresión en la que se encuentran. Estos elementos representan el resultado de un campo de compresión paralelo o en forma de abanico. Generalmente en el diseño, los puntales son considerados como piezas prismáticas a compresión. Si resistencia efectiva a la compresión  $f_{cu}$  varía en los dos extremos de un puntal, debido a las distintas resistencias de la zona nodal o a las diferentes longitudes de apoyo, el puntal se considera como un elemento a compresión de ancho variable.

En su estudio "*Toward a Consistent Design of Structural Concrete*" Schlaich, Schäfer y Jennewein proponen tres tipos campos a compresión los cuales se muestran en la siguiente figura.



**Figura 30.** Campos Básicos de Compresión. Fuente: Creación propia.

Un puntal en forma de botella es aquel que está ubicado en una parte de un elemento donde el ancho del concreto en compresión, dependiendo de la distancia de los extremos del puntal, puede ensancharse lateralmente. Esta expansión lateral nos lleva a la formación de una tensión lateral que rompe la probeta. Para facilitar el diseño de este tipo de puntales pueden ser idealizados tanto en forma prismática como de ancho variable, siempre y cuando se aporte una armadura que resiste las tensiones transversales.

### Resistencia de los Puntales

La resistencia de los puntales siempre debe ser calculada en ambos extremos del mismo, para así solo tomar en cuenta el menor valor obtenido y está dada por la siguiente ecuación:

$$F_{ns} = (A_c * f_{cu}) + (A'_s * f'_s)$$

Donde:

- $A_c$  = Sección transversal del extremo analizado.
- $f_{cu}$  = Valor mínimo entre la resistencia efectiva a compresión del puntal y la resistencia efectiva de la zona nodal a la que converge el extremo analizado.

- $A'_s$  = Armado a compresión (no es esencial su existencia)
- $f'_s = f_y$  (4200 kg/cm<sup>2</sup>)

La resistencia efectiva de un puntal a compresión de obtiene con:

$$f_{cu} = v * f'c = \alpha * B_s * f'c = 0.85 * B_s * f'c$$

Donde:

- $f'c$  = Resistencia a compresión del concreto
- $v = \alpha * B_s$  = Valor de efectividad

**Tabla 1.** Valores  $B_s$  para Resistencia de Puntales

<b>B<sub>s</sub></b>	<b>Casos en los que Aplica</b>
1.00	Cuando la sección transversal del puntal no varía. Generalmente esta característica se da en campos de compresiones con forma de prisma o abanico.
0.75	Se presentan en puntales en forma de botella que tengan armado suficiente para soportar las tensiones creadas por la expansión lateral.
0.60	Se presentan en puntales en forma de botella que no tengan armado suficiente para soportar las tensiones creadas por la expansión lateral.
0.40	Cuando los puntales a compresión se encuentran atravesados por fisuras a tensión. Esto sucede en elementos como vigas de cajón.
0.60	El resto de los caso, como en el que un puntal está cortado por una fisura transversal a su eje.

Para el caso en el que  $B_s = 0.75$  con puntales en forma de botella se ha hecho la observación de que es necesario que estos elementos cuenten con un armado transversal que sea capaz de soportar los esfuerzos transversales a tensión. Este armado puede calcularse con la siguiente expresión considerando con concretos de  $f'c$  menores o iguales a 4200 kg/cm<sup>2</sup>.

$$\sum \frac{A_s * f_{si}}{b * s_i} \text{sen } \gamma_1 \geq 0.003$$

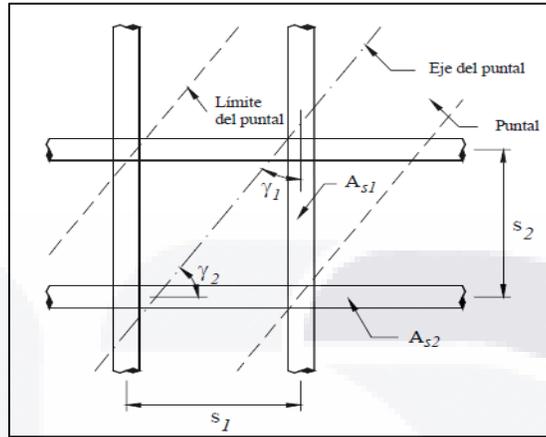


Figura 31. Armado que atraviesa un puntal. Fuente: ACI 318- 02

La ecuación anterior está desarrollada para armados que crean un ángulo  $\gamma_1$  con el eje del puntal. Tomar en cuenta que  $A_s$  simboliza el área de una varilla de una capa que está en dirección "i" multiplicada por el número de capas que se tengan,  $s_i$  es la separación entre las barras en dirección "i" y  $b$  es el espesor de la sección de concreto.

El código ACI 318-02 recomienda contar con armado en ambas caras y en dirección ortogonal en vigas de gran altura. En ménsulas cortas con relación corte/altura menor que uno del armado suelen estar formadas por estribos horizontales. Si existen armaduras solo en una dirección es necesario comprobar que  $\gamma \geq 40^\circ$ .

### 3.2.8.3. Los Tensores y su Resistencia "Fnt"

Los tensores son los elementos sometidos a tensión en el modelo puntal tensor, estas piezas están conformados por un armado o acero pretensando más una fracción de concreto concéntrico al eje del tensor.

El concreto contiguo al armado se incluye debido a que disminuirá las deformaciones del tensor cuando esté sometido a cargas de servicio.

### Resistencia de los Tensores

La resistencia nominal de un tensor estará dada por la siguiente expresión:

$$F_{nt} = A_{st} * f_y + A_{ps} * (f_{se} + \Delta f_p)$$

Donde:

- $A_{st}$  = Área de armado no pretensado.
- $f_y$  = Limite de fluencia del acero a tensión.
- $A_{ps}$  = Área del armado pretensado.
- $f_{se}$  = Tensión efectiva del armado pretensado después de producir pérdidas.
- $\Delta f_p$  =  $4200 \text{ kg/cm}^2$  en armado adherido y  $700 \text{ kg/cm}^2$  en armado no adherido.

### Anclaje de los Tensores

El código ACI 318-02 requiere que los armados que forman los tensores deben están anclados por medio de mecanismos de anclaje pos tensados, ganchos o el desarrollo de varillas rectas. Los requerimientos son los siguientes:

- Las zonas nodales deben desarrollar la diferencia entre la fuerza en el tensor en un lado del nudo y la fuerza en el tensor en el otro lado del nudo.
- En zonas nodales donde se ancla un tensor, la fuerza en este debe desarrollarse en el punto donde el centroide del armado del tensor sale de la zona nodal extendida y entra en el elemento.

- En zonas nodales donde se anclan dos o más tensores, la fuerza del tensor en cada dirección debe desarrollarse en el punto donde el centroide del armado del tensor sale de la zona nodal extendida.

### **3.3. Introducción a los Algoritmos Genéticos**

Los algoritmos genéticos son un tipo de algoritmo de búsqueda heurística basada tanto en la genética, como en la selección natural explicada por el científico inglés Charles Darwin en su libro "The Origin of Species by Means of Natural Selection Or the Preservation of Favoured Races in the Struggle Life". De acuerdo a esta teoría los individuos más aptos de una población son los que sobreviven debido a su capacidad de adaptación a los cambios que se producen en su entorno.

Estos algoritmos fueron creados por John Henry Holland, el cual se obtuvo su interés e inspiración después de estudiar un libro titulado "La Teoría Genética de la Selección Natural". Holland concluyó que la evolución es el modo de adaptación más potente que el simple aprendizaje y se propuso crear un algoritmo que permitiera a las computadoras emular el proceso de la evolución. Los propósitos fundamentales de su investigación fueron explicar de manera cabal los procesos de adaptación de los sistemas naturales y diseñar sistemas artificiales que trabajen con los mismos procedimientos que los últimos.

La habilidad principal de este tipo de algoritmos es su potencia y el equilibrio que se genera entre la eficiencia y la eficacia para la especificación de los puntos óptimos. Estas características les permiten ser usados con ciertas restricciones, en un número vasto de problemas de optimización.

Goldberg define los algoritmos genéticos como:

“Algoritmos de búsqueda basados en los mecanismos de selección natural y genética natural. Combinan la supervivencia de los más compatibles entre las estructuras de cadenas, con una estructura de información ya aleatorizada, intercambiada para construir un algoritmo de búsqueda con algunas de las capacidades de innovación de la búsqueda humana”.

Cualquier algoritmo genético está compuesto por los siguientes elementos:

1. Representación de las soluciones potenciales del problema.
2. Método para crear la población inicial de soluciones posibles.
3. Función de evaluación que califique las soluciones.
4. Operadores genéticos que alteren la composición de los hijos.

### **3.3.1. Términos Biológicos**

#### **3.3.1.1. Cromosomas**

El núcleo de la célula contiene los cromosomas. Cada uno de estos se encuentra constituido por dos filamentos idénticos (cromatidios o cromatidas), formado por una asociación de un ácido desoxirribonucleico (ADN) con proteínas específicas.

La información genética contenida en los cromosomas de un individuo es llamada genotipo, sin embargo dicha información puede o no manifestarse en el individuo. El fenotipo es la manifestación del genotipo en forma de carácter visible y está definido por el genotipo más la acción del medio.

### **3.3.1.2. Genes**

Un gen es una unidad de información que comprende todos los elementos necesarios para que esta pieza se exprese de forma ordenada. Está vinculada al desarrollo o progreso de una función fisiológica, como por ejemplo, el color del cabello.

El grupo de genes contenidos en los cromosomas es el genoma.

El gen se considera la unidad de almacenamiento de la información genética y de la herencia. Se encuentra a lo largo de las cromátidas de los cromosomas y su posición dentro del cromosoma se denomina locus. Cada par de alelos se ubica en igual locus o lugar del cromosoma.

Un gen no desarrolla un carácter con independencia de los demás genes. La interacción de dos o más genes en la formación de un fenotipo se denomina epistasia.

Los individuos, dependiendo del número de copias de gen en cada cromosoma se consideran haploides (una copia) o diploides (dos copias). En la mayoría de los algoritmos genéticos, se emplean individuos haploides para facilitar el método y de este modo no es necesario definir que gen es el dominante y cual el recesivo.

En la evolución, se distingue que la selección siempre se toma de acuerdo al fenotipo, sin embargo, la reproducción recombina el genotipo, pudiendo heredarse los genes recesivos.

El conjunto de posibles alelos presentes en una población particular forma la reserva genética y su tamaño determina la diversidad de la población.

### **3.3.1.3. Reproducción**

La reproducción es el procedimiento capaz de crear nuevos organismos. Existen dos tipos:

#### 1. Reproducción Asexual

Es un proceso peculiar debido a que solo interviene un reproductor, el cual se divide creando uno o varios individuos con la misma información genética.

#### 2. Reproducción Sexual

Es producida cuando se genera la mezcla de ADN de dos individuos (progenitores) para dar individuos genéticamente distintos a ellos. Este tipo de reproducción es una fuente de variabilidad genética.

#### **3.3.1.4. Selección Natural**

Es un procedimiento fundamental de la evolución biológica planteado por Charles Darwin, que fue aceptado como la explicación para la procreación de especies. Está fundamentada en el principio de que los individuos mejor adaptados a su entorno tienen más probabilidad de sobrevivir y crean más descendientes para su población.

Este mecanismo puede actuar sobre cualquier rasgo fenotípico heredable y característica del entorno puede generar una presión selectiva. En un espacio de tiempo grande y un ambiente parcialmente estable para realizar su función, se considera uno de los procedimientos de adaptación más potente de la naturaleza.

#### **3.3.1.5. Mutación**

Es una modificación o alteración en el genotipo de un ser vivo, que genera una transformación de las características de este mismo, que se puede transmitir o heredar a la descendencia.

### **3.3.2. Términos de los Algoritmos Genéticos**

#### **3.3.2.1. Población**

Es un grupo de individuos que representan el conjunto de soluciones que serán evaluadas durante una iteración o generación. Para obtener mejores resultados la primera población debe estar formada por individuos contenidos en todo el espacio de búsqueda. Un aspecto importante en estos procesos es evitar convergencia prematura de solución, lo cual se puede solucionar permitiendo que la generación inicial sea aleatoria.

Referente al volumen de la población, es de vital importancia mencionar que con poblaciones pequeñas surge la posibilidad de no cubrir el espacio de búsqueda por completo, pero también es de consideración que con grandes poblaciones se producen problemas de costos computacionales excesivos.

#### **3.3.2.2. Individuos**

Un individuo presenta una de las posibles soluciones del problema que se está planteando. Los algoritmos genéticos trabajan con cromosomas, los cuales determinan el genotipo del individuo. Por otro lado el fenotipo definirá la medida de los anchos de los nodos en que la solución genotípica se decodifica.

Los cromosomas estarán formados por genes. Un gen normalmente codifica el valor de un solo parámetro, estos se decretan como las variables de diseño del tema estudiado y pueden tomar valores tanto continuos como discretos. Una variable continua será aquella que ocupe un valor dentro del rango de variación de una región. Una variable discreta solo tomara valores puntuales, normalmente provenientes de una

lista de valores permisibles. Tanto la codificación como la función objetivo, son dos aspectos elementales en un algoritmo genético.

### 3.3.2.3. Función Objetivo

El grado de efectividad del diseño de cada individuo de una población, es efectuado por medio de la función objetivo, también llamada de adaptación o aptitud. Esta puede estar desarrollada a partir de un solo objetivo  $f(x)$  o de varios objetivos.

$$F_m(x) = \{f_1(x), f_2(x), f_3(x), \dots \dots f_n(x)\}$$

Esta función debe representar el valor de un individuo en forma "real", pero debido a las numerosas restricciones que se presentan en los problemas de optimización, un gran número de individuos recolectados en el espacio de búsqueda simbolizan individuos no válidos, ya que no cumplen con las normas del cálculo.

En los métodos de optimización existen dos diferentes tipos de funciones de penalización:

1. Exteriores

Se inicia por soluciones ubicadas en el espacio de soluciones no válidas y desde aquí el algoritmo mueve las soluciones hacia el espacio de soluciones reales.

2. Interiores

Se parte de soluciones factibles, seleccionando un factor de penalización que es muy pequeño y crece hasta el infinito en la frontera entre el espacio de soluciones factibles y no

factibles. De esta manera las restricciones se comportan como obstáculos del proceso de optimización.

La penalización deberá tener un valor adecuado. Una penalización demasiado alta o baja puede hacer muy complicado que el algoritmo genético encuentre la solución óptima. (García Fernández, 2014)

Según el principio de la regla de penalización mínima, la penalización debe mantenerse lo más baja posible, justo por encima del límite por debajo del cual las soluciones no factibles son óptimas.

#### **3.3.2.4. Formas de Reproducción**

Los algoritmos genéticos cuentan con una etapa reproductiva, donde el proceso de búsqueda crea individuos nuevos y mejores (mejor adaptados). Este periodo se compone de tres etapas: selección de los padres, cruzamiento de los padres para generar mejores individuos y mutación, la cual nos ayuda a fomentar la variabilidad de la población. Para realizar estos procedimientos se utilizan distintos operadores, ya sean de selección, de cruzamiento y de mutación, respectivamente. A continuación se exponen los distintos operadores existentes:

##### **3.3.2.4.1. Operador de Selección**

Su tarea es la de transmitir y conservar las características de las soluciones que considera de mayor importancia a lo largo de las generaciones. Selecciona los padres que entraran a formar parte del cruzamiento. Para realizar este procedimiento, existen diversos métodos, entre los que destacan los siguientes:

- Selección Proporcional a la Aptitud  
Cosiste en que los individuos más aptos tienen más probabilidad de ser seleccionados.
- Selección por Ruleta  
Se basa en una selección proporcional a la aptitud en la que la probabilidad de que un individuo sea seleccionado es proporcional a la diferencia entre su aptitud y la de sus competidores. Esto puede ser representado como un juego de ruleta en el que cada individuo obtiene una sección de la ruleta, pero los más aptos tienen secciones mayores que las de los menos aptos.
- Selección Escalonada  
Debido a que la aptitud de la población es mayor en cada generación creada, la dificultad para selección a los individuos también aumenta y la función de aptitud hace elección cada vez más exclusivas. Este sistema puede ser útil para seleccionar cuando todos los individuos tengan una aptitud relativamente alta y solo se les distinga por pequeñas diferencias.
- Selección por Torneo  
Se fundamenta en la creación de subgrupos de individuos de la población, en los cuales los miembros de cada uno de estos compiten entre ellos para después elegir solamente al mejor individuo de cada subgrupo para la reproducción.

- Selección por Rango

A cada uno de los individuos de la población son designados con un rango numérico basado en su aptitud, y en lugar de las diferencias de aptitud, la selección depende del ranking por rango. La utilidad de este método es que puede evitar que individuos aptos ganen protagonismo al principio a expensas de los menos aptos, debido a que esto reduciría la diversidad genética de la población y podría obstaculizar la búsqueda de una solución aceptable.

### 3.3.2.4.2. Operador de Cruce

Es el responsable del apareamiento entre dos individuos (padres) para crear hijos que combinen sus características. Esto es llevado a cabo a partir de toda la información almacenada hasta el momento de la reproducción.

La eficiencia de este operador, dependerá del nivel selectivo en el que se encuentre el algoritmo y de la diversidad de población. Entre mayor sean las diferencias entre los padres, mejores resultados se obtendrán.

Se encuentran numerosos métodos de cruzamiento, pero los más utilizados son los operadores de cruce determinísticos. Estos se conforman por todos aquellos operadores donde los genomas de los hijos se adquieren mezclando, mediante determinadas reglas determinísticas, los genes de los padres. De esta manera el gen  $i$  de un hijo corresponde con el gen  $i$  del primer o segundo padre. Los principales métodos de cruzamiento por codificaciones binarias o enteras son:

- Cruce por Punto

Se basa en seleccionar una posición del cromosoma de los padres y formar los hijos, intercambiando los tramos obtenidos

Padres	Corte	Hijos
$s_{p1} = \{1\ 2\ 3\ 4\ 5 6\ 7\ 8\ 9\}$	$\{1\ 2\ 3\ 4\ 5$ $6\ 7\ 8\ 9\}$	$s_{h1} = \{1\ 2\ 3\ 4\ 5 4\ 3\ 2\ 1\}$
$s_{p2} = \{9\ 8\ 7\ 6\ 5 4\ 3\ 2\ 1\}$	$\{9\ 8\ 7\ 6\ 5$ $4\ 3\ 2\ 1\}$	$s_{h2} = \{9\ 8\ 7\ 6\ 5 6\ 7\ 8\ 9\}$

**Figura 32.** Cruce por Punto en Genotipo. Fuente: Optimización Estructural y Topológica de Estructuras Morfológicamente No Definidas Mediante AG (Sánchez Caballero, 2012)

Padres	Corte	Hijos
$s_{p1} = \{1\ 2\ 3\  4\ 5\ 6\ 7\  8\ 9\}$	$\{1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7$ $8\ 9\}$	$s_{h1} = \{1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\  2\ 1\}$
$s_{p2} = \{9\ 8\ 7\  6\ 5\ 4\ 3\  2\ 1\}$	$\{9\ 8\ 7\ 6\ 5\ 4\ 3$ $2\ 1\}$	$s_{h2} = \{9\ 8\ 7\ 6\ 5\ 4\ 3\  8\ 9\}$

**Figura 33.** Cruce por Punto en Fenotipo. Fuente: Optimización Estructural y Topológica de Estructuras Morfológicamente No Definidas Mediante AG (Sánchez Caballero, 2012)

Este operador tiene la desventaja de que los segmentos intercambiados se corresponden siempre con los extremos del genoma, teniendo a mantener juntos los genes próximos a la cabeza o la cola. (Sánchez, 2012)

- Cruce por “n” Puntos

Es una generalización del método anterior, ya que se basa en la elección de varias posiciones (n) del genoma de los padres, intercambiándose los tramos generados.

Cuando el cruce es ejecutado por el genotipo, se realizara n puntos de corte, donde n no podrá ser mayor que lg-1 genes del genoma.

Padres	Corte	Hijos
$s_{p1} = \{1\ 2 3\ 4\ 5 6\ 7\ 8\ 9\}$	$\{1\ 2\quad 6\ 7\ 8\ 9\}$ 3 4 5	$s_{h1} = \{1\ 2 7\ 6\ 5 6\ 7\ 8\ 9\}$
$s_{p2} = \{9\ 8 7\ 6\ 5 4\ 3\ 2\ 1\}$	$\{9\ 8\quad 4\ 3\ 2\ 1\}$ 7 6 5	$s_{h2} = \{9\ 8 3\ 4\ 5 4\ 3\ 2\ 1\}$

**Figura 34.** Cruce por Dos Puntos con Corte en Genotipo. Fuente: Optimización Estructural y Topológica de Estructuras Morfológicamente No Definidas Mediante AG (Sánchez Caballero, 2012)

Si el cruce es por el fenotipo, n no podrá ser mayor que t-1 fenotipos del genoma.

Padres	Corte	Hijos
$s_{p1} = \{\boxed{1\ 2\ 3}\  \ \boxed{4\ 5\ 6\ 7}\  \ \boxed{8\ 9}\}$	$\{1\ 2\ 3\quad 8\ 9\}$ 4 5 6 7	$s_{h1} = \{1\ 2\ 3 6\ 5\ 4\ 3 8\ 9\}$
$s_{p2} = \{\boxed{9\ 8\ 7}\  \ \boxed{6\ 5\ 4\ 3}\  \ \boxed{2\ 1}\}$	$\{9\ 8\ 7\quad 2\ 1\}$ 6 5 4 3	$s_{h2} = \{9\ 8\ 7 4\ 5\ 6\ 7 2\ 1\}$

**Figura 35.** Cruce por Dos Puntos con Corte en Fenotipo. Fuente: Optimización Estructural y Topológica de Estructuras Morfológicamente No Definidas Mediante AG (Sánchez Caballero, 2012)

- Cruce Uniforme  
Consiste en realizar un test aleatorio para determinar cuál de los progenitores se toma cada posición de la cadena. Este cruce presenta una fuerte tendencia a mezclar genes vecinos.

### 3.3.2.4.3. Operador de Mutación

Es el encargado de suministrar variabilidad en entorno de los individuos de la población. Permite la evolución cuando la población está estancada en torno a un máximo local, permitiendo continuar la exploración del espacio de soluciones en busca del máximo global.

Diversas investigaciones han demostrado que un algoritmo genético basado únicamente en la selección y el cruce, generan resultados inferiores a los obtenidos con selección y mutación.

El proceso de la mutación se basa en el remplazo de un gen en el genoma. Se han desarrollado varios métodos de esta operación, desde formas muy simples consistentes en la mutación de un gen, independientemente del resto de los genes, hasta formas muy complejas en las que se considera la estructura del problema y la relación entre los genes.





**CAPÍTULO**

**IV**

**Metodología**

## CAPITULO IV: Metodología

La metodología para el desarrollo experimental de este trabajo se basa en los requisitos contenidos en el apéndice A del código ACI 318, los cuales se presentan en forma detallada en el capítulo anterior. Sin embargo el procedimiento completo involucra distintos procesos realizados, los cuales se describen a continuación.

Se utilizaron diversos softwares computacionales dependiendo de la parte del experimento que se estuviera desarrollando, como el Abaqus® con el cual se identificaron las zonas de esfuerzos sometidas a compresión y tensión de los elementos, esto género que se facilitara la elaboración los modelos de la armadura a utilizar, los cuales fueron llevados a cabo por medio de hojas de cálculo propias, con lo que se obtuvieron los esfuerzos a los que están sometidos los puntales y tensores del modelo. Por último el mismo modelo se analizó por medio del programa GA Optimization® teniendo como función objetivo la minimización de las bases de los nodos y como restricciones el cumplimiento del esfuerzo al que está sometido cada componente del ejemplo.

### 1. Identificación de las regiones B y D

Como se vio en el apartado 3.2.2 del capítulo III, de acuerdo al principio de Saint Venant, se identifican las zonas de altas concentraciones de esfuerzos, es decir, regiones D. Estas áreas se prolongan aproximadamente a una longitud igual a la distancia transversal mayor de la sección, a partir de la discontinuidad.

### 2. Determinación de zonas de esfuerzos

Se utilizara el programa ABAQUS, en el cual se introduce el elemento a analizar junto con las características más

importantes del modelo como materiales, apoyos, cargas, etc. El resultado final del análisis muestra el flujo de esfuerzos en la pieza en diferentes colores, los cuales determinan las zonas sujetas a esfuerzos de compresión y tensión.

### 3. Elección del Modelo Puntal Tensor

De acuerdo a los flujos de esfuerzos obtenidos continuamos con la creación del modelo o armadura, en donde obligatoriamente se ubican los puntales y los tensores en zonas a compresión y tensión respectivamente. Es necesario verificar que los modelos cumplan con los criterios descritos en la sección 3.2.4 del capítulo III.

### 4. Esfuerzos en Puntales y Tensores

El procedimiento para calcular las fuerzas internas de cada elemento del modelo se realiza mediante un análisis estático en cada uno de los nodos de la armadura, esta técnica es mejor conocida como el método de los nodos. Por otra parte, la obtención de las fuerzas se elabora por medio de platillas en hojas cálculo para cada ejemplo.

### 5. Dimensionamiento de Zonas Nodales, Puntales y Tensores

En esta parte se ajustan las dimensiones de los nodos, puntales y tensores, debido a que el diseño con modelos puntal tensor es un proceso iterativo, el cual, al ajustar la base de los nodos se modifica la geometría general del modelo, así como los esfuerzos actuantes en cada elemento. Los anchos efectivos de los elementos y sus esfuerzos internos se

verifican con las condiciones ubicadas en la sección 3.2.8 de este trabajo.

#### 6. Armado

En base a las fuerzas a las que trabajan los tensores, se obtiene la cantidad de acero requerido para las diferentes zonas del elemento. Es necesario que la pieza cuente con el acero necesario para contar con ductilidad estructural.

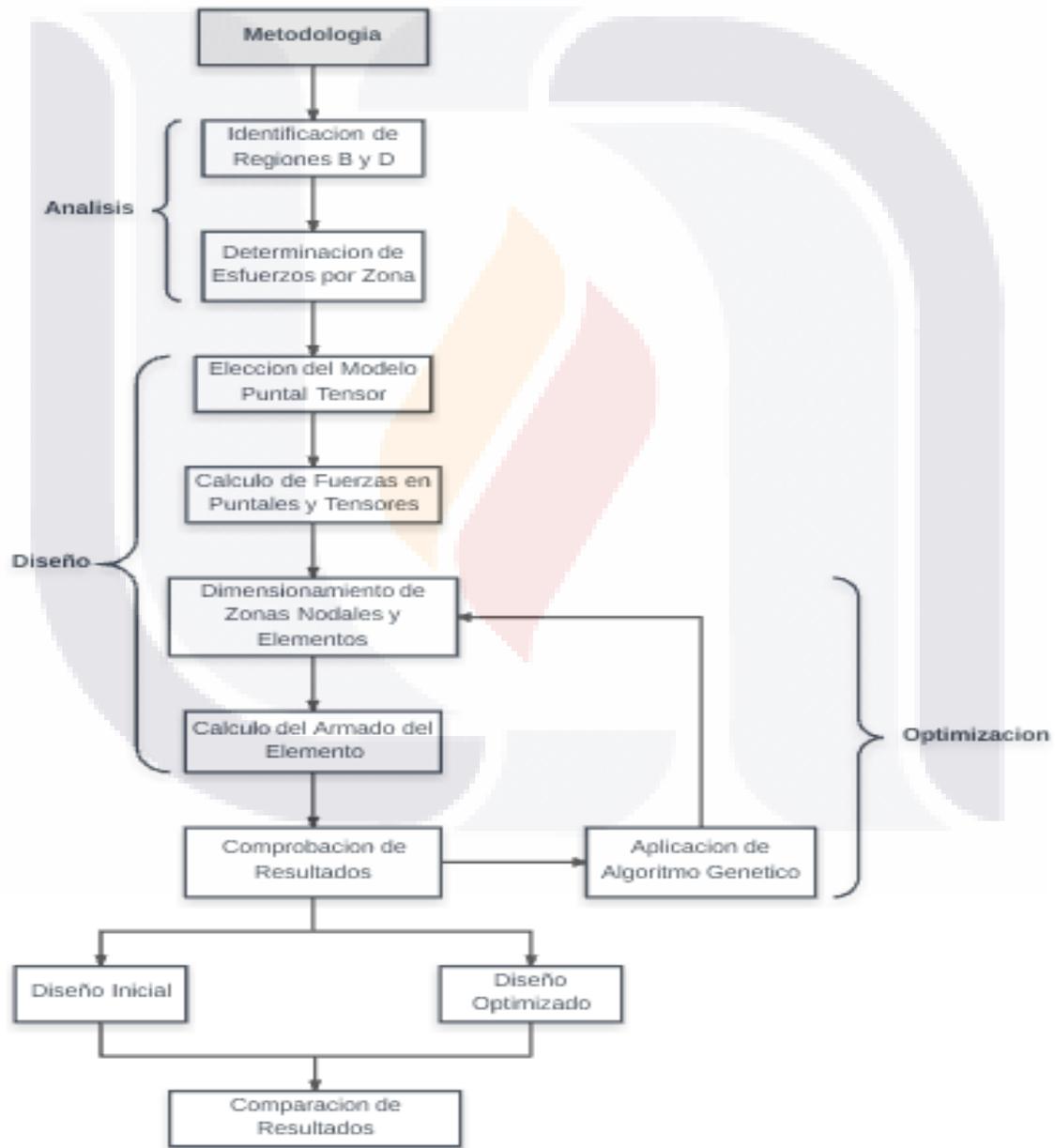
#### 7. Aplicación del Algoritmo Genético

Para comenzar con la etapa de optimización se utiliza el programa GA OPTIMIZATION en las hojas de cálculo de los ejemplos para encontrar la base óptima de los nodos. El resultado de este proceso depende de las características que conformen el algoritmo genético. Las propiedades del algoritmo genético usado en este trabajo se muestran a continuación:

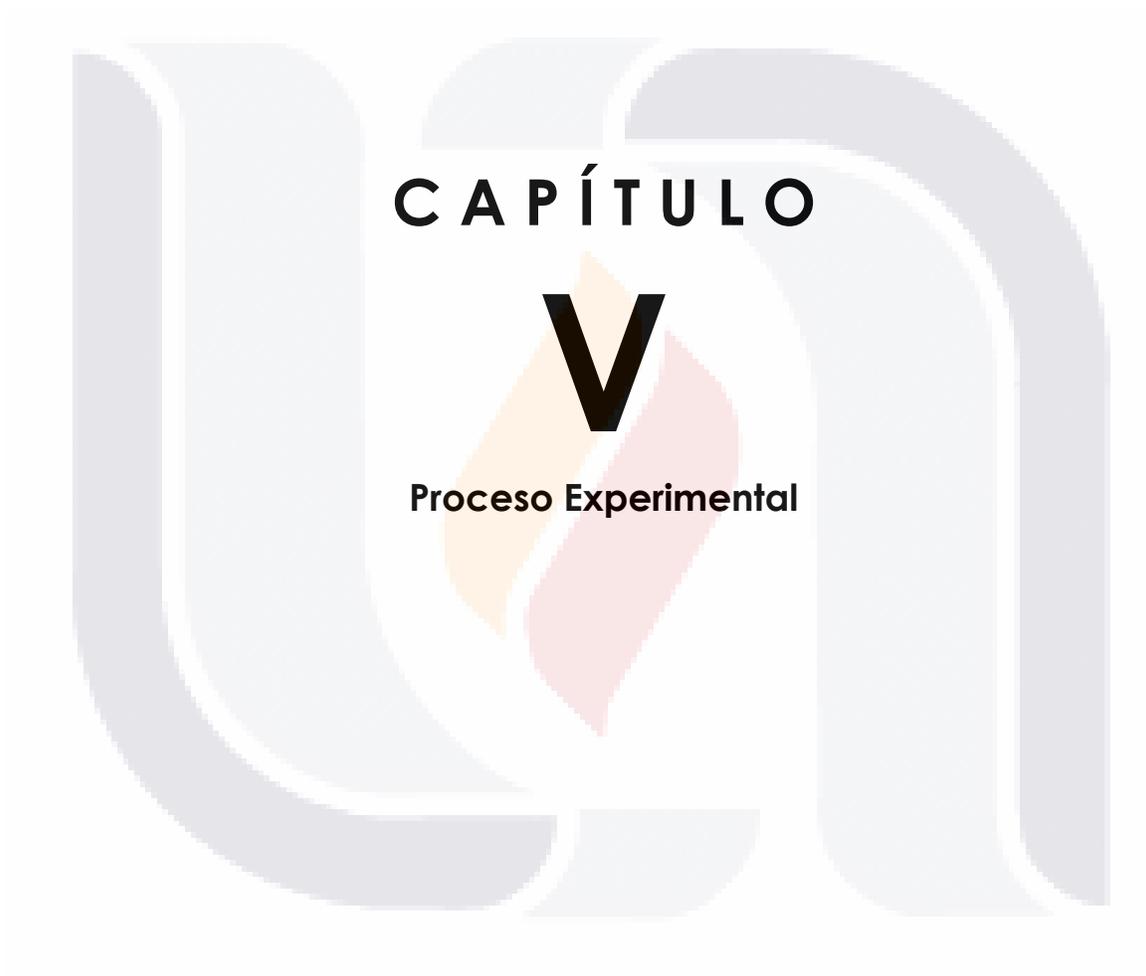
- Numero de cromosomas en población: 16
- Cross over probability: 0.90
- Cross over type: Un punto
- Chromosome mutation probability: 0.10
- Random selection probability: 0.10
- Analisis preliminares: 4
- Máximo número de generaciones por análisis: 10
- Número máximo de generaciones: 100
- Convergence tolerance: 0.00001
- Absolute constraint tolerance: 0.00
- Precisión numérica (dígitos): 12

Ya que el resultado de este procedimiento nos suministra diferentes bases de nodos a las propuestas inicialmente, es necesario repetir los pasos #5 y #6, para de esta manera tener completas las características del elemento optimizado.

Toda la metodología experimental se puede resumir en el diagrama de flujo que se presenta a continuación:



**Figura 36.** Diagrama de Flujo de Metodología. Fuente: Creación Propia



**CAPÍTULO**

**V**

**Proceso Experimental**

**CAPITULO V: Proceso Experimental**

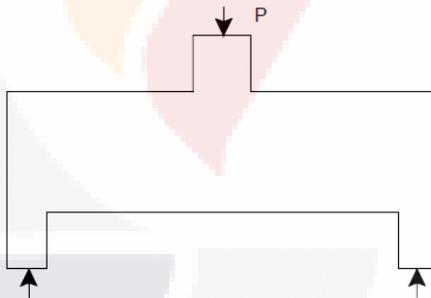
**5.1. Elementos estructurales considerados**

Para el proceso experimental de este trabajo se eligieron elementos cuya forma geométrica y localización de aplicación de cargas provocan que el funcionamiento de la pieza trabaje en su mayoría a esfuerzo de flexión o de cortante.

Como vimos en el punto 3.2.3 de esta investigación, cada elemento puede presentar diversos modelos de armadura dependiendo de las trayectorias de esfuerzos que se formen por las características de las cargas que soportan.

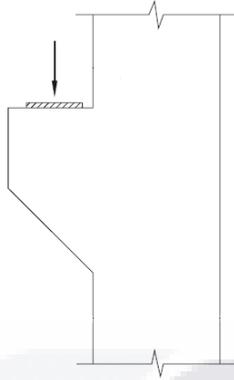
Los elementos que se sometieron a análisis fueron los siguientes:

1. Viga de Alto peralte



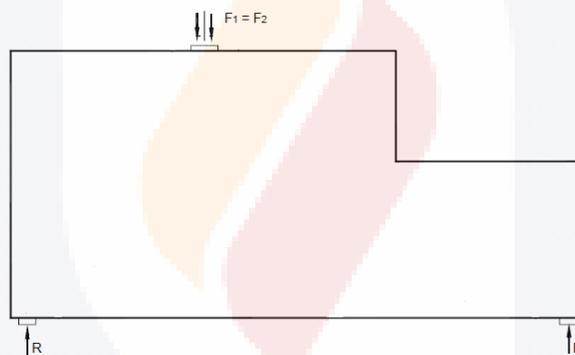
**Figura 37.** Viga de Gran Peralte. Fuente: ACI 318- 02

2. Ménsula



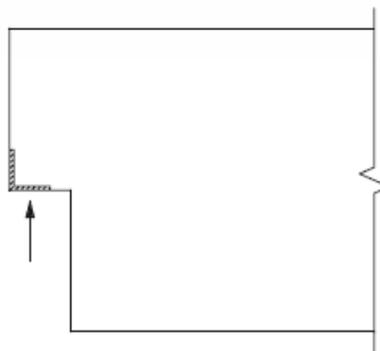
**Figura 38.** Ménsula de Concreto. Fuente: ACI 318- 02

3. Viga con Cambio de Sección Geométrica



**Figura 39.** Viga con Cambio de Sección Geométrica. Fuente: ACI 318- 02

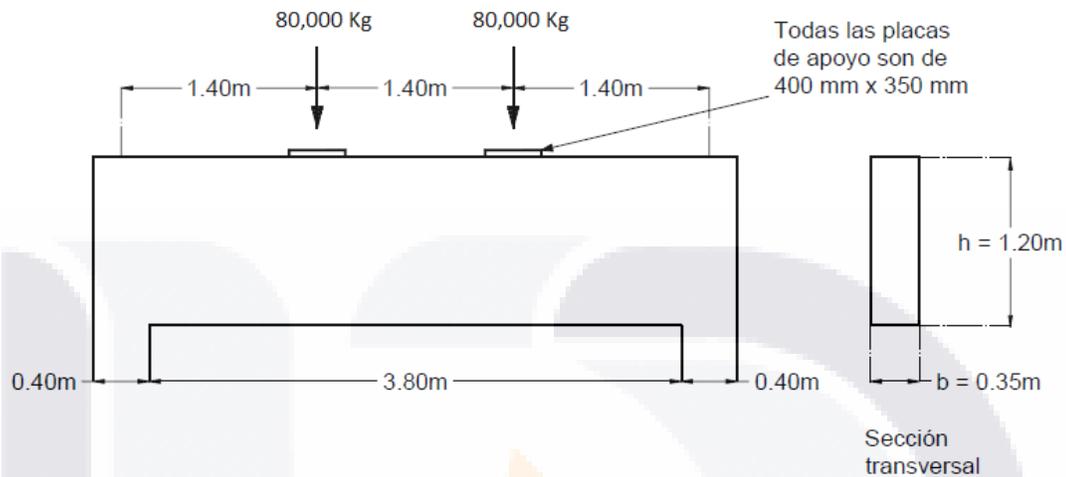
4. Viga con Extremo Rebajado



**Figura 40.** Viga con Extremo Rebajado. Fuente: ACI 318- 02

## 5.2. Análisis de elementos de Concreto

### 5.2.1. Viga de gran peralte de concreto



**Figura 41.** Dimensiones Viga Gran Peralte de Concreto

#### Materiales:

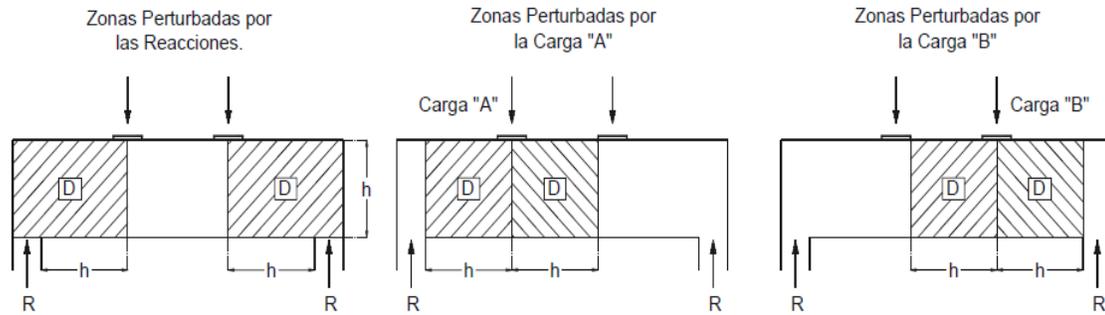
- Concreto  $f'c = 300 \text{ kg/cm}^2$
- Acero  $fy = 4200 \text{ kg/cm}^2$

#### Cargas:

- $V = 80,000 \text{ kg}$
- Placas de apoyo:  $0.40 \text{ m} \times 0.35 \text{ m}$  ( $b = 0.35 \text{ m}$ )

#### **a) Identificaciones de Regiones B y D**

Para reconocer las zonas afectadas del elemento se utiliza como principio general que estas tienen una propagación mayor o igual a dimensión superior de la sección transversal.

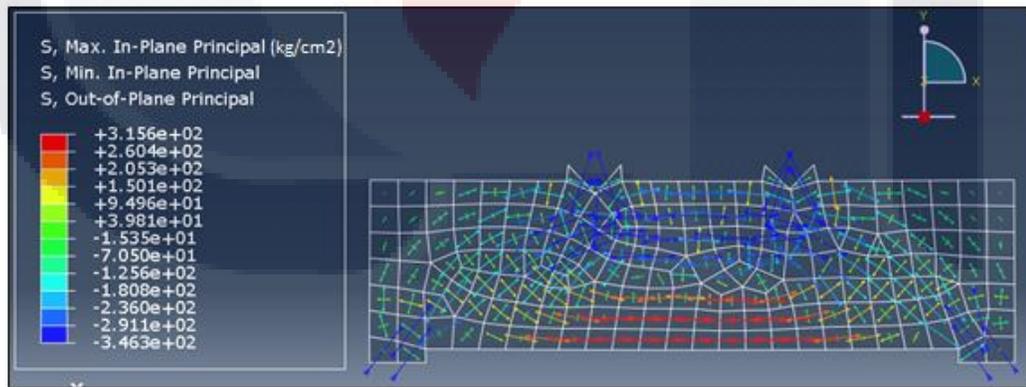


**Figura 42.** Regiones B y D Viga Gran Peralte de Concreto

Como se puede apreciar en la figura anterior se puede concluir que toda la viga presentara deformaciones no lineales, es decir que todo el elemento es una región D.

**b) Elección del Modelo**

Para elegir un modelo puntal tensor adecuado se emplea un análisis por el método de elementos finitos. Los resultados de este procedimiento proporcionan los esfuerzos principales que exhibe la pieza estudiada, obteniendo las trayectorias de zonas sometidas tanto a compresión como a tensión.



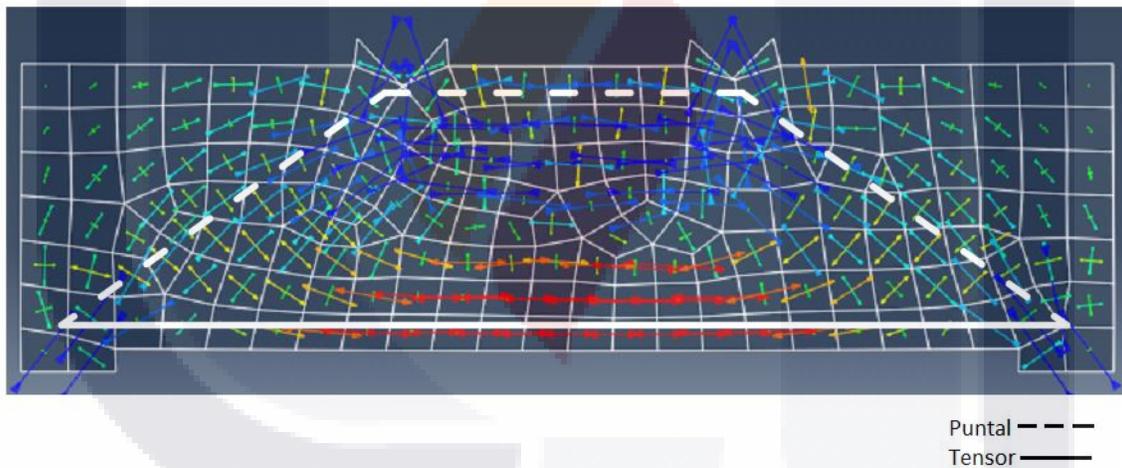
**Figura 43.** Trayectoria de Esfuerzos en Viga de Gran Peralte. Fuente: Creación Propia

De acuerdo a los resultados obtenidos se puede observar, en base a la escala del lado izquierdo de la imagen que el elemento presenta los esfuerzos de compresión (negativos) principalmente en las zonas de

aplicación de las cargas, así como en las áreas de apoyos. También se muestra claramente el desarrollo de puntales inclinados que transfieren los esfuerzos de compresión desde el punto de aplicación de las cargas hasta la zona de apoyos. Por último se puede contemplar que la zona inferior del elemento contiene los esfuerzos a tensión (positivos) más importantes, por lo tanto es obligatoria la presencia de un tensor.

### 5.2.1.1. Modelo 1

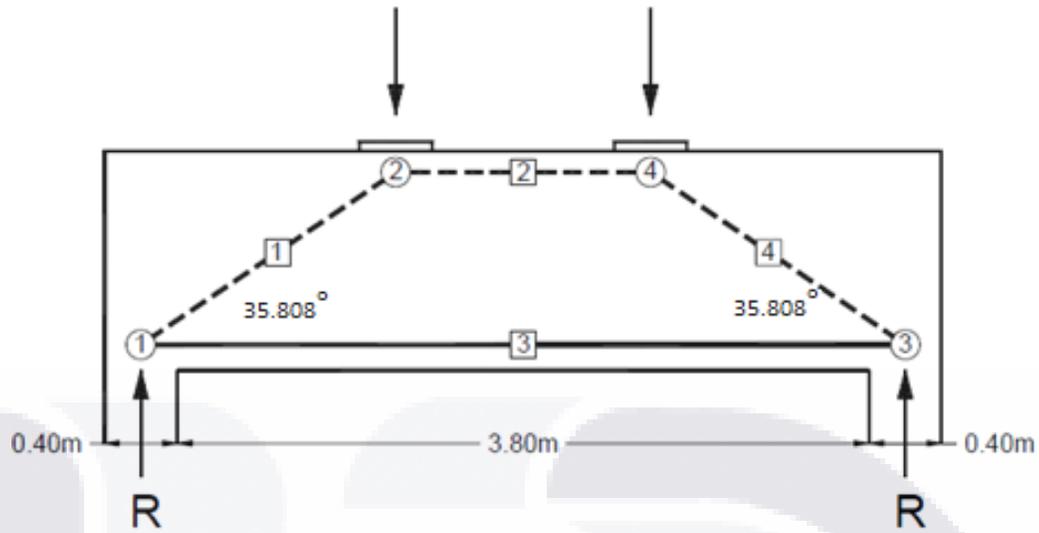
De acuerdo al análisis de trayectorias de esfuerzos mostrado en la figura anterior obtenemos el modelo puntal tensor, el cual está formado principalmente por puntales inclinados que se encargaran de transmitir las cargas a las zonas de apoyos y un tensor principal en la parte baja.



**Figura 44.** Modelo Puntal Tensor 1 Viga Gran Peralte. Fuente: Creación Propia

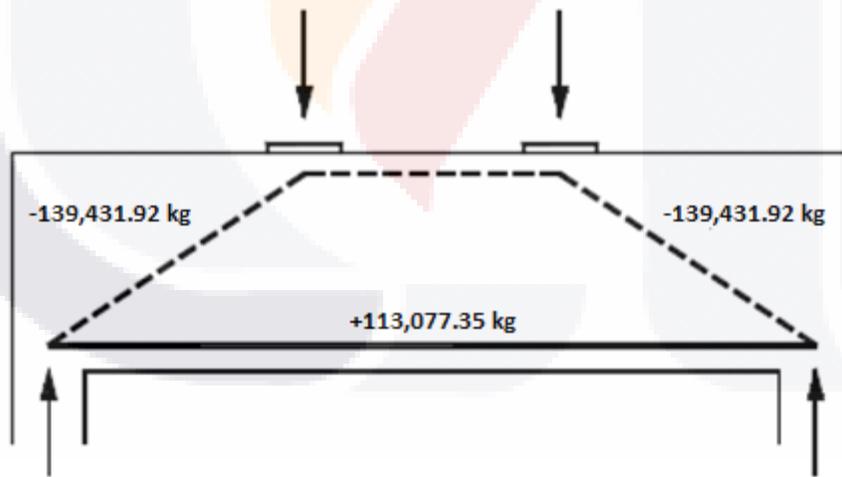
#### c1) Geometría y Fuerzas del Modelo

En la siguiente figura se muestra la numeración de los nodos, así como de los puntales y tensores que se seguirán en la resolución de este elemento.



**Figura 45.** Geometría y Numeración de Elementos del Modelo 1 Viga Gran Peralte.

Una vez determinada la geometría y la numeración de los elementos del modelo puntal tensor se procede a calcular las fuerzas de la armadura ficticia, las cuales son de la siguiente manera:



**Figura 46.** Fuerzas Armadura Ficticia Modelo 1 Viga Gran Peralte

### d1) Dimensionamiento de Puntales y Tensores

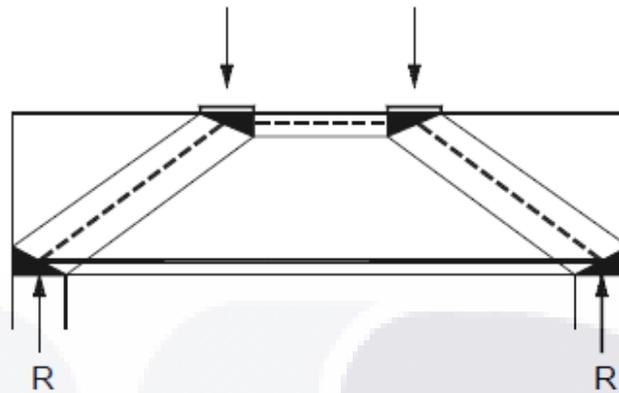


Figura 47. Modelo 1 Puntal Tensor Viga Gran con Zonas Nodales

Se puede observar que existe una simetría tanto en la aplicación de las cargas como en las zonas nodales, por lo tanto los esfuerzos internos de los elementos que componen en modelo también serán simétricos.

Para el cálculo de la resistencia efectiva a la compresión de los puntales de forma de botella (puntales inclinados del modelo) se tiene lo siguiente:

$$f_{cu} = B_s * 0.85 * f'c = 0.75 * 0.85 * 300 \frac{kg}{cm^2} = 191.25 \frac{kg}{cm^2}$$

En puntales prismáticos (puntal superior horizontal) se tiene que:

$$f_{cu} = B_s * 0.85 * f'c = 1.00 * 0.85 * 300 \frac{kg}{cm^2} = 255.00 \frac{kg}{cm^2}$$

En el modelo se cuenta con dos tipos de nodos, los cuales como se vio en la sección 3.2.8 de este trabajo, se clasifican por las fuerzas que llegan a ellos. Sus resistencias efectivas son:

$$CCC: B_n * 0.85 * f'c = 1.00 * 0.85 * 300 \frac{kg}{cm^2} = 255.00 \frac{kg}{cm^2}$$

$$CCT: B_n * 0.85 * f'c = 0.80 * 0.85 * 300 \frac{kg}{cm^2} = 204.00 \frac{kg}{cm^2}$$

En todos los nodos debe comprobarse que  $F_u \leq \phi F_n$ . Para todos los elementos de la armadura, el factor de seguridad o reducción será de 0.75.

El cálculo de cada una de las zonas nodales se encuentra en el anexo A. En las siguientes tablas se presenta el resumen de la comprobación de zonas nodales y puntales:

**Tabla 2.** Resistencia Puntales Viga Peraltada Modelo #1

Puntal	Forma	Bs	Fu (kg)	Ancho	Fns (kg)	Verificación
1	Botella	0.75	138,103.36	0.48	322,689.11	Ok
2	Prismático	1.00	1108.92	0.30	202,820.63	Ok
4	Botella	0.75	138,103.36	0.48	322,689.11	Ok

**Tabla 3.** Resistencia Elementos Viga Peraltada Modelo #1

Nodo	Tipo	fcu	Acción	Fu (kg)	Ancho	Fnn (kg)	Fnn>Fu
1	CCT	2,040,000	Puntal 1	139,431.92	0.64	432,356.09	Ok
			Reacción	81,577.30	0.40	216,342.00	Ok
			Tensor 3	113,078.37	0.50	270,427.50	Ok
2	CCC	2,550,000	Puntal 1	139,431.92	0.48	322,689.11	Ok
			Carga	81,577.30	0.40	270,427.50	Ok
			Puntal 2	113,078.37	0.30	202,820.63	Ok
3	CCT	2,040,000	Puntal 4	139,431.92	0.64	432,356.09	Ok
			Reacción	81,577.30	0.40	216,342.00	Ok
			Tensor 3	113,078.37	0.50	270,427.50	Ok
4	CCC	2,550,000	Puntal 4	139,431.92	0.48	322,689.11	Ok
			Carga	81,577.30	0.40	270,427.50	Ok
			Puntal 2	113,078.37	0.30	202,820.63	Ok

**e1) Armado**

**e1.1) Armado para Tensor 3**

Para calcular el área de acero necesaria para el tensor 3 se despeja de la expresión:

$$F_u = 0.75 * A_{st} * f_y$$

Usando la formula anterior y revisando la fuerza Fnt perteneciente al Tensor 3 se tiene que:

**Tabla 4.** Área de Acero Requerida Viga Peraltada Modelo #1

Tensor	Fu	Ast necesaria (cm2)
3.00	270,427.50	85.00

Se eligen 6 varillas de 12/8" de diámetro más 2 varillas de 10/8" de diámetro.

**e1.2) Armado para Puntales con Forma de Botella (Estribos)**

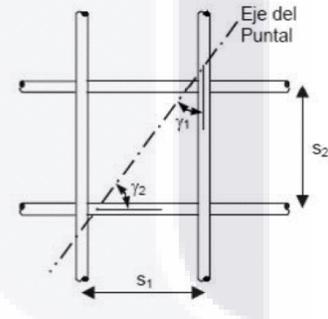
De acuerdo al código ACI 318-02 los puntales en forma de botella equivaldrán a armados en forma de parrillas ortogonales las dos caras del elemento.

El armado vertical mínimo para vigas de gran peralte es:

$$A_v = 0.0025bs_1 \quad s_1 = \frac{A_v}{0.0025b}$$

El armado horizontal mínimo para vigas de gran peralte es:

$$A_v = 0.0015bs_2 \quad s_2 = \frac{A_v}{0.0015b}$$



Para los dos casos la separación no debe exceder \$d/5\$ y 30 cm.

**Tabla 5.** Calculo de Parrilla de Acero Viga Peraltada Modelo #1

Separación (cm)	17.00
Armado Min Horizontal (cm2)	0.89
Diámetro de varilla (pulg)	4.00
No de varillas	0.70

Separación (cm)	10.00
Armado Min Vertical (cm2)	0.88
Diámetro de varilla (pulg)	4.00
No de varillas	0.69

Usando las formulas anteriores y de acuerdo al cálculo mostrado en las tablas se elige:

Armado vertical: 1 Varilla de 4/8" de diámetro cada 10 cm.

Armado Horizontal: 1 Varilla de 4/8" de diámetro cada 17 cm.

Siguiendo el mismo código es necesario comprobar la cuantía de acero mínima con la siguiente expresión:

$$\sum \frac{A_s * f_{si}}{b * s_i} \text{sen } \gamma_1 \geq 0.003$$

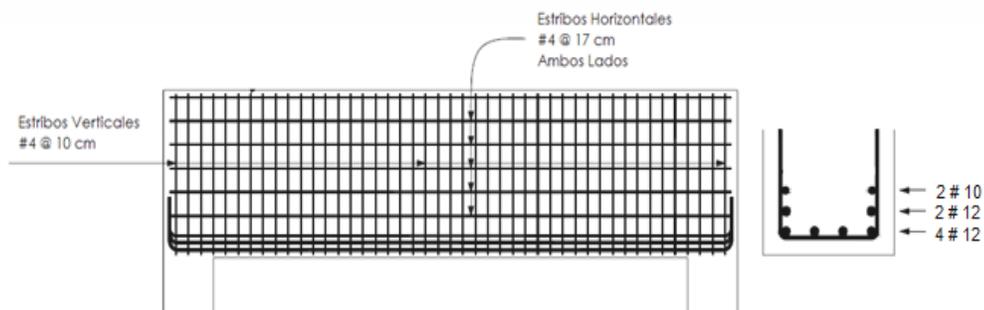
La comprobación de la cuantía mínima se resume en la siguiente tabla:

**Tabla 6.** Comprobación Cuantía Viga Peraltada #1.

Comprobación Cuantía	
Angulo	54.20
b (cm)	35.00
As varilla horizontal	1.27
As varilla vertical	1.27
Comprobación	0.0084

Ya que 0.0084 > 0.003 la cuantía cumple con el código.

**f1) Esquema de Armado**



**Figura 48.** Esquema de Armado Viga Gran Peralte

- **Optimización del Modelo con Algoritmos Genéticos**

Durante el proceso de la optimización del elemento utiliza un algoritmo genético con las características mencionadas en el capítulo 4 de este trabajo.

Para ejecutar la mejora del elemento se utilizó la misma geometría y armado ficticio mostrado anteriormente, con la diferencia de que el algoritmo genético se dio a la tarea de encontrar la mejor solución mediante la reducción de las dimensiones de los apoyos, la altura del nodo 1 y la altura del puntal 2, cumpliendo además la especificación de que las fuerzas de los elementos superen por una cantidad mínima los esfuerzos a los que están sometidos.

El cálculo de cada una de las zonas nodales se encuentra en el anexo A. En las siguientes tablas se presenta el resumen de la comprobación de zonas nodales y puntales.

**Tabla 7.** Resistencia Puntales Viga Peraltada Modelo #1 Optimizado

Puntal	Forma	Bs	Fu (kg)	Ancho	Fns (kg)	Verificación
1	Botella	0.75	138,103.36	0.26	168,987.72	Ok
2	Prismático	1.00	112,000.92	0.20	135,213.75	Ok
4	Botella	0.75	138,103.36	0.26	168,987.72	Ok

**Tabla 8.** Resistencia Elementos Viga Peraltada Modelo #1 Optimizado

Nodo	Tipo	f <sub>cu</sub>	Acción	Fu (kg)	Ancho	F <sub>nn</sub> (kg)	Verificación
1	CCT	2,040,000	Puntal 1	138,103.36	0.26	174,471.07	Ok
			Reacción	80,800.00	0.15	81,128.25	Ok
			Tensor 3	112,000.92	0.21	113,579.55	Ok
2	CCC	2,550,000	Puntal 1	138,103.36	0.25	168,987.72	Ok
			Carga	80,800.00	0.15	101,410.31	Ok
			Puntal 2	112,000.92	0.20	135,213.75	Ok

Nodo	Tipo	fcu	Acción	Fu (kg)	Ancho	Fnn (kg)	Verificación
3	CCT	2,040,000	Puntal 4	138,103.36	0.26	174,471.07	Ok
			Reacción	80,800.00	0.15	81,128.25	Ok
			Tensor 3	112,000.92	0.21	113,579.55	Ok
4	CCC	2,550,000	Puntal 4	138,103.36	0.25	168,987.72	Ok
			Carga	80,800.00	0.15	101,410.31	Ok
			Puntal 2	112,000.92	0.20	135,213.75	Ok

**Armado**

**Tabla 9.** Área de Acero Requerida Viga Peraltada Modelo#1 Optimizado

Tensor	Fu (kg)	Ast necesaria (cm2)
3	113,579.55	35.70

Se eligen 6 varillas de 1" de diámetro más 2 varillas de 6/8" de diámetro.

**Armado para Puntales con Forma de Botella (Estribos)**

**Tabla 10.** Calculo de Parilla de Acero Viga Peraltada Modelo #1 Optimizado.

Separación (cm)	13.00	Separación (cm)	14.00
Armado Min Horizontal (cm2)	0.68	Armado Min vertical (cm2)	1.23
Diámetro de varilla	3.00	Diámetro de varilla	4.00
No de varillas	0.96	No de varillas	0.97

Armado vertical: 1 Varilla de 3/8" de diámetro cada 13 cm.

Armado Horizontal: 1 Varilla de 4/8" de diámetro cada 14 cm.

La comprobación de la cuantía mínima se resume en la siguiente tabla

**Tabla 11.** Comprobación de Cuantía Viga Peraltada #1 Optimizada.

Comprobación Cuantía	
Angulo	54.20
b (cm)	35.00
As varilla horizontal	0.71
As varilla vertical	1.27
Comprobación	0.005616

Ya que  $0.0056 > 0.003$  la cuantía cumple con el código.

### Esquema de Armado

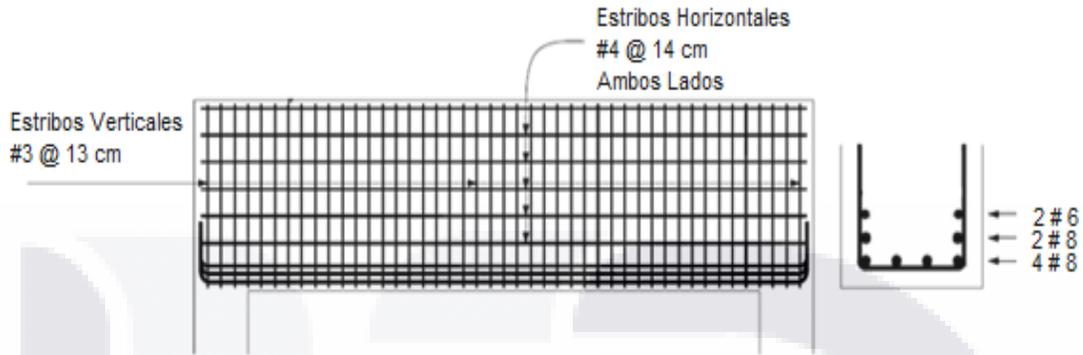


Figura 49. Esquema de Armado Viga Gran Peralte Optimizada. Fuente: Creación Propia

### 5.2.1.2. Modelo 2

Basándonos nuevamente en el análisis de trayectorias de esfuerzos mostrado se elabora el modelo puntal tensor 2 para viga de gran peralte, el cual está formado principalmente por puntales inclinados que se encargaran de transmitir las cargas a las zonas de apoyos y tres tensores.

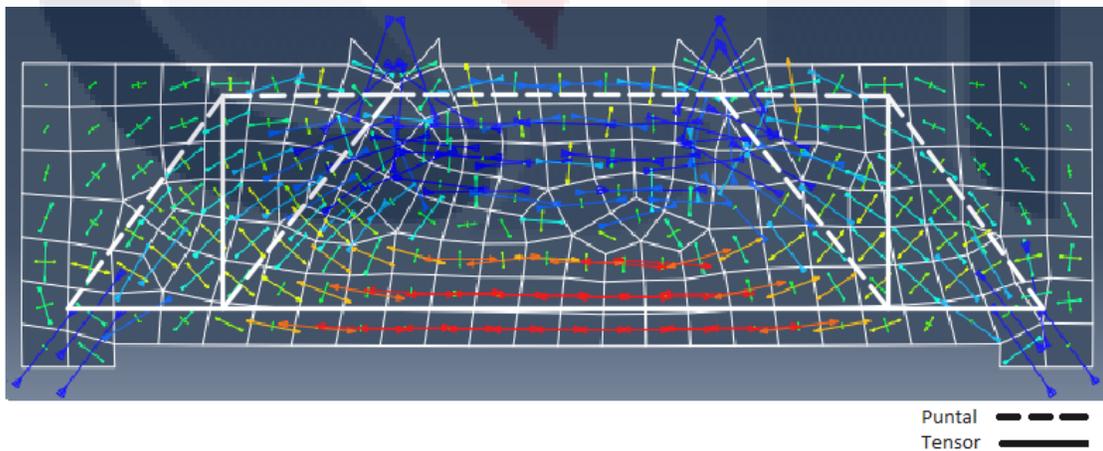
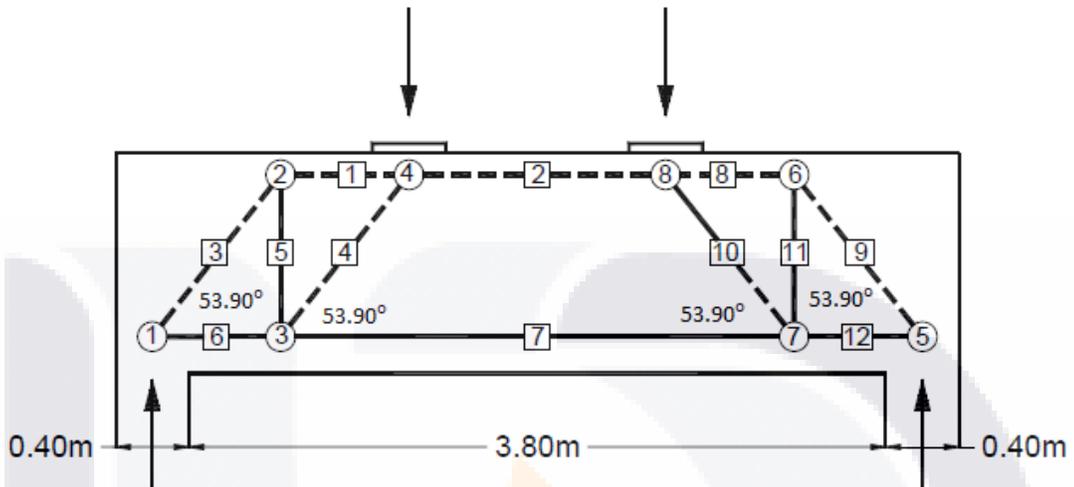


Figura 50. Modelo Puntal Tensor 2 Viga Gran Peralte. Fuente: Creación Propia

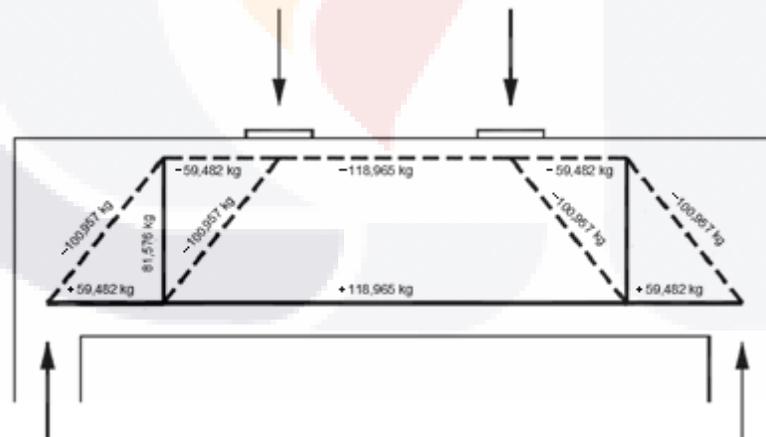
**c2) Geometría y Fuerzas del Modelo**

La siguiente representación se muestra la numeración de los nodos, así como de los puntales y tensores para este modelo.



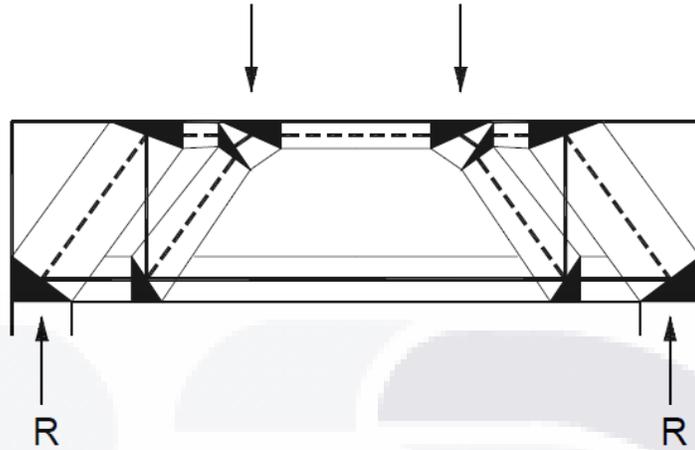
**Figura 51.** Geometría y Numeración de Elementos del Modelo 2 Viga Gran Peralte

Presentada la geometría y la numeración de los elementos del modelo puntal tensor se obtienen las fuerzas de la armadura ficticia:



**Figura 52.** Fuerzas de Armadura Ficticia Modelo 2 Viga Gran Peralte

## d2) Dimensionamiento de Puntales y Tensores



**Figura 53.** Modelo 2 Puntal Tensor Viga Gran Peralte con Zonas Nodales

Debido a la simetría que existe tanto en las zonas nodales como en la aplicación de cargas, los esfuerzos internos de los elementos también serán simétricos.

Para el cálculo de la resistencia efectiva a la compresión de los puntales de forma de botella (puntales inclinados del modelo) se tiene lo siguiente:

$$f_{cu} = B_s * 0.85 * f'c = 0.75 * 0.85 * 300 \frac{kg}{cm^2} = 191.25 \frac{kg}{cm^2}$$

En puntales prismáticos (puntal superior horizontal) se tiene que:

$$f_{cu} = B_s * 0.85 * f'c = 1.00 * 0.85 * 300 \frac{kg}{cm^2} = 255.00 \frac{kg}{cm^2}$$

El modelo presenta tres tipos de nodos, los cuales como se vio en la sección 3.2.8 de este trabajo, se clasifican por las fuerzas que llegan a ellos. Sus resistencias efectivas son:

$$CCC: B_n * 0.85 * f'c = 1.00 * 0.85 * 300 \frac{kg}{cm^2} = 255.00 \frac{kg}{cm^2}$$

$$\text{CCT: } B_n * 0.85 * f'c = 0.80 * 0.85 * 300 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} = 204.00 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\text{CTT: } B_n * 0.85 * f'c = 0.60 * 0.85 * 300 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} = 153.00 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

En todos los nodos debe comprobarse que  $F_u \leq \phi F_n$ . Para todos los elementos de la armadura, el factor de seguridad o reducción será de 0.75.

El cálculo de cada una de las zonas nodales se encuentra en el anexo A. En las siguientes tablas se presenta el resumen de la comprobación de zonas nodales y puntales:

**Tabla 12.** Resistencia Puntales Viga Peraltada Modelo #2

Puntal	Forma	Bs	Fu (kg)	Ancho	Fns (kg)	Verifica
1	Botella	0.75	59,482.16	0.20	99,980.64	Ok
2	Prismático	1.00	118,965.34	0.30	204,768.51	Ok
3	Botella	0.75	100,959.48	0.62	316,261.95	Ok
4	Botella	0.75	100,959.48	0.33	169,697.83	Ok
1 -- 4	Botella	0.75	144,248.16	0.47	242,459.64	Ok
8	Botella	0.75	59,482.16	0.20	99,980.64	Ok
9	Botella	0.75	92,699.91	0.62	316,261.95	Ok
10	Botella	0.75	100,959.48	0.33	169,697.83	Ok
10	Botella	0.75	144,248.16	0.47	242,459.64	Ok

**Tabla 13.** Resistencia Elementos Viga Peraltada Modelo #2

Nodo	Tipo	fcu	Acción	Fu (kg)	Ancho	Fnn (kg)	Verifica
1	CCT	2,040,000	Puntal 3	100,959.48	0.62	337,346.08	Ok
			Reacción	81,576.00	0.40	218,419.74	Ok
			Tensor 6	59,482.16	0.50	273,024.68	Ok
2	CCT	2,040,000	Puntal 3	100,959.48	0.62	337,346.08	Ok
			Tensor 5	81,576.00	0.55	298,056.95	Ok
			Puntal 1	59,482.16	0.30	163,814.81	Ok
3	CTT	1,530,000	Tensor 6	59,482.16	0.50	204,768.51	Ok
			Puntal 4	100,959.48	0.62	253,009.56	Ok

Nodo	Tipo	fcu	Acción	Fu (kg)	Ancho	Fnn (kg)	Verifica
3	CTT	1,530,000	Tensor 5	81,576.00	0.40	163,814.81	Ok
			Tensor 7	118,965.34	0.50	204,768.51	Ok
4A	CCC	2,550,000	Puntal 1-4	144,248.16	0.47	323,279.53	Ok
			Reacción	81,576.00	0.40	273,024.68	Ok
			Puntal 2	118,965.34	0.30	204,768.51	Ok
4B	CCC	2,550,000	Puntal 1-4	144,248.16	0.47	323,279.53	Ok
			Puntal 1	59,482.16	0.20	133,307.52	Ok
			Puntal 4	100,959.48	0.33	226,263.77	Ok
5	CCT	2,040,000	Puntal 9	100,959.48	0.62	337,346.08	Ok
			Reacción	81,576.00	0.40	218,419.74	Ok
			Tensor 12	59,482.16	0.50	273,024.68	Ok
6	CCT	2,040,000	Puntal 9	100,959.48	0.62	337,346.08	Ok
			Tensor 11	97,075.44	0.55	298,056.95	Ok
			Puntal 8	59,482.16	0.30	163,814.81	Ok
7	CTT	1,530,000	Tensor 12	59,482.16	0.50	204,768.51	Ok
			Puntal 10	100,959.48	0.62	253,009.56	Ok
			Tensor 11	81,576.00	0.40	163,814.81	Ok
			Tensor 7	118,965.34	0.50	204,768.51	Ok
8A	CCC	2,550,000	Puntal 1-4	144,248.16	0.47	323,279.53	Ok
			Reacción	81,576.00	0.40	273,024.68	Ok
			Puntal 2	118,965.34	0.30	204,768.51	Ok
8B	CCC	2,550,000	Puntal 1-4	144,248.16	0.47	323,279.53	Ok
			Puntal 8	59,482.16	0.20	133,307.52	Ok
			Puntal 10	100,959.48	0.33	226,263.77	Ok

**e2) Armado**

**e2.1) Armado para Tensores**

Para calcular el área de acero necesaria para el tensor 3 se despeja de la expresión:

$$F_u = 0.75 * A_{st} * f_y$$

Usando la formula anterior y revisando la fuerza Fnt perteneciente a los Tensores 5,6 y 7 se tenemos que:

**Tabla 14.** Área de Acero Requerida Viga Peraltada Modelo #2

Tensor	Fu (kg)	Ast necesaria (cm <sup>2</sup> )
5	163,814.81	51.00
6	273,024.68	85.00
7	204,768.51	63.75

Tensor 5:

Este tensor es muy parecido a las barras que se representan en el reticulado de Ritter –Morsch por lo tanto serán colocados en forma de estribos. El armado necesario es:

$$\frac{51 \text{ cm}^2}{0.70 \text{ m}} = 72.85 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Según el código la separación mínima debe de ser la menor de  $d/5$  o 30 cm, por lo tanto la separación será de 21 cm.

Se elige un estribo en dos ramas con la separación de 21 cm

Con varilla #7 se tiene que  $(2 * 3.88 \text{ cm}^2) / 0.10 \text{ cm} = 77.59 \text{ cm}^2/\text{m}$

Tensor 6: se eligen 10 varillas de 1" de diámetro más 9 varillas de 7/8" de diámetro

Tensor 7: se eligen 9 varillas de 1" de diámetro más 5 varillas de 7/8" de diámetro

**e1.2) Armado para Puntales con Forma de Botella (Estribos)**

De acuerdo al código ACI 318-02 los puntales en forma de botella equivaldrán a armados en forma de parillas ortogonales las dos caras del elemento.

El armado vertical mínimo para vigas de gran peralte es:

$$A_v = 0.0025bs_1 \quad s_1 = \frac{A_v}{0.0025b}$$

El armado horizontal mínimo para vigas de gran peralte es:

$$A_v = 0.0015bs_2 \quad s_2 = \frac{A_v}{0.0015b}$$

Para los dos casos la separación no debe exceder d/5 y 30 cm.

**Tabla 15.** *Calculo de Parilla de Acero Viga Peralzada Modelo #2*

Separación (cm)	17.00	Separación (cm)	10.00
Armado Min Horizontal (cm2)	0.525	Armado Min vertical (cm2)	0.875
Diámetro de varilla	3	Diámetro de varilla	4
No de varillas	0.74	No de varillas	0.69

Usando las formulas anteriores y de acuerdo al cálculo mostrado en las tablas se elige:

Armado vertical: 1 Varilla de 4/8" de diámetro cada 10 cm.

Armado Horizontal: 1 Varilla de 3/8" de diámetro cada 17 cm.

Siguiendo el mismo código es necesario comprobar la cuantía de acero mínima con la siguiente expresión:

$$\sum \frac{A_s * f_{si}}{b * s_i} \text{sen } \gamma_1 \geq 0.003$$

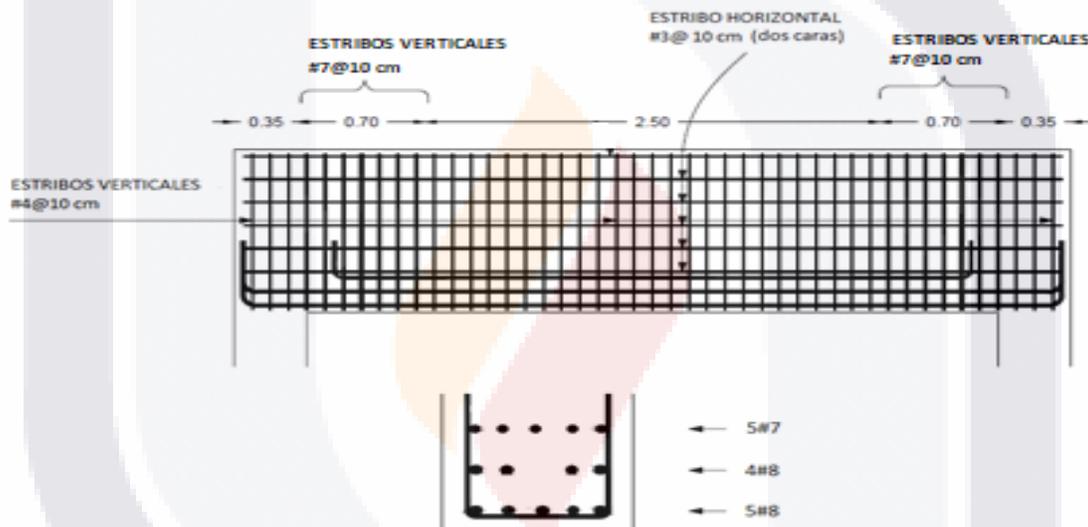
La comprobación de la cuantía mínima se resume en la siguiente tabla:

**Tabla 16.** Comprobación de Cuantía Viga Peralta #2

Comprobación Cuantía	
Angulo	36.10
b (cm)	35.00
As varilla horizontal	1.27
As varilla vertical	1.98
Comprobación	0.0091

Ya que  $0.009 > 0.003$  la cuantía cumple con el código.

**f2) Esquema de Armado**



**Figura 54.** Esquema de Armado Viga Gran Peralte Modelo 2

- **Optimización del Modelo con Algoritmos Genéticos**

El proceso de optimización del elemento utiliza un algoritmo genético con las características mencionadas en el capítulo 4 de este trabajo.

Para la mejora del elemento se utilizó la misma geometría y armado ficticio mostrado anteriormente, con la diferencia de que el algoritmo genético se dio a la tarea de encontrar la mejor solución mediante la reducción de las dimensiones de los apoyos, la altura del nodo 1, el ancho

del puntal 1 y la altura del nodo 3, cumpliendo además la especificación de que las fuerzas de los elementos superen por una cantidad mínima los esfuerzos a los que están sometidos.

El cálculo de cada una de las zonas nodales se encuentra en el anexo A. En las siguientes tablas se presenta el resumen de la comprobación de zonas nodales y puntales:

**Tabla 17.** Resistencia Elementos Viga Peralzada Modelo #2 Optimizado

Nodo	Tipo	fcu	Acción	Fu (kg)	Ancho	Fnn (kg)	Verifica
1	CCT	2,040,000	Puntal 3	990.090	0.252	1,351.975	Ok
			Reacción	800.000	0.100	2,142.000	Ok
			Tensor 6	583.330	0.291	1,560.254	Ok
2	CCT	2,040,000	Puntal 3	990.090	0.252	1,351.975	Ok
			Tensor 5	800.000	0.198	1,058.230	Ok
			Puntal 1	583.330	0.158	843.413	Ok
3	CTT	153.00	Tensor 6	583.330	0.291	1,170.191	Ok
			Puntal 4	990.090	0.349	1,403.392	Ok
			Tensor 5	800.000	0.220	883.575	Ok
			Tensor 7	1,166.670	0.291	1,170.191	Ok
4A	CCC	2,550,000	Puntal 1-4	1,414.614	0.356	2,383.654	Ok
			Reacción	800.000	0.400	2,677.500	Ok
			Puntal 2	1,166.670	0.158	1,054.266	Error
4B	CCC	2,550,000	Puntal 1-4	1,414.614	0.356	2,383.654	Ok
			Puntal 1	583.330	0.147	982.923	Ok
			Puntal 4	990.090	0.249	1,668.322	Ok
5	CCT	2,040,000	Puntal 9	990.090	0.252	1,351.975	Ok
			Reacción	800.000	0.100	2,142.000	Ok
			Tensor 12	583.330	0.291	1,560.254	Ok
6	CCT	2,040,000	Puntal 9	990.090	0.252	1,351.975	Ok
			Tensor 11	952.000	0.198	1,058.230	Ok
			Puntal 8	583.330	0.158	843.413	Ok
7	CTT	1,530,000	Tensor 12	583.330	0.291	1,170.191	Ok
			Puntal 10	990.090	0.349	1,403.392	Ok
			Tensor 11	800.000	0.220	883.575	Ok
			Tensor 7	1,166.670	0.291	1,170.191	Ok
8A	CCC	2,550,000	Puntal 1-4	1,414.614	0.356	2,383.654	Ok
			Reacción	800.000	0.400	2,677.500	Ok
			Puntal 2	1,166.670	0.158	1,054.266	Error

Nodo	Tipo	f <sub>cu</sub>	Acción	F <sub>u</sub> (kg)	Ancho	F <sub>nn</sub> (kg)	Verifica
8B	CCC	2,550,000	Puntal 1-4	1,414.614	0.356	2,383.654	Ok
			Puntal 8	583.330	0.147	982.923	Ok
			Puntal 10	990.090	0.249	1,668.322	Ok

**Verificación de Puntales**

*Tabla 18. Resistencia Puntales Viga Peraltada Modelo #2 Optimizado*

Puntal	Forma	B <sub>s</sub>	F <sub>u</sub> (kg)	Ancho	F <sub>ns</sub> (kg)	Verificación
1	Botella	0.750	59,482.160	0.147	75,171.510	Ok
2	Prismático	1.000	118,965.340	0.158	107,503.466	No pasa
3	Botella	0.750	100,959.477	0.252	129,244.562	Ok
4	Botella	0.750	100,959.477	0.249	127,589.119	Ok
1 -- 4	Botella	0.750	144,248.157	0.356	182,295.865	Ok
8	Botella	0.750	59,482.160	0.147	75,171.510	Ok
9	Botella	0.750	92,699.907	0.252	129,244.562	Ok
10	Botella	0.750	100,959.477	0.249	127,589.119	Ok
10	Botella	0.750	144,248.157	0.356	182,295.865	Ok

**Armado**

*Tabla 19. Área de Acero Requerida Viga Peraltada Modelo #2 Optimizado*

Tensor	F <sub>u</sub> (kg)	Ast necesaria (cm <sup>2</sup> )
5	90,098.143	28.05
6	159,099.135	49.53
7	119,324.351	37.15

Tensor 5:

$$\frac{28.05 \text{ cm}^2}{0.70 \text{ m}} = 40.11 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Según el código la separación mínima debe de ser la menor de d/5 o 30 cm, por lo tanto la separación será de 21 cm.

Se elige un estribo en dos ramas con la separación de 21 cm

Con varilla #6 se tiene que (2 \* 2.85 cm<sup>2</sup>) / 0.14 cm = 40.71 cm<sup>2</sup>/m

Tensor 6:

Se eligen 7 varillas de 7/8" de diámetro más 8 varillas de 6/8" de diámetro.

Tensor 7: se eligen 7 varillas de 1" de diámetro más 2 varillas de 4/8" de diámetro

**Armado para Puntales con Forma de Botella (Estribos)**

**Tabla 20.** *Calculo de Parilla de Acero Viga Peraltada Modelo #2 Optimizado*

Separación (cm)	22.00	Separación (cm)	14.00
Armado Min Horizontal (cm <sup>2</sup> )	1.16	Armado Min vertical (cm <sup>2</sup> )	1.23
Diámetro de varilla	4.00	Diámetro de varilla	4.00
No de varillas	0.91	No de varillas	0.97

Armado vertical: 1 Varilla de 4/8" de diámetro cada 14 cm.

Armado Horizontal: 1 Varilla de 4/8" de diámetro cada 22 cm.

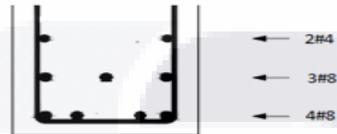
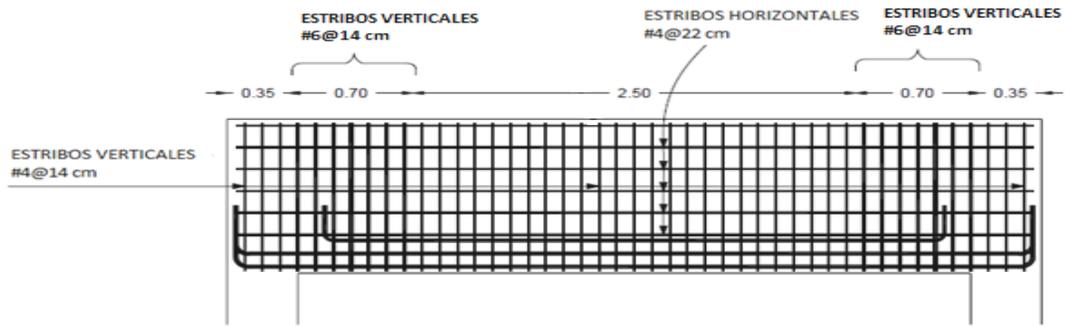
La comprobación de la cuantía mínima se resume en la siguiente tabla:

**Tabla 21.** *Comprobación de Cuantía Viga Peraltada #2 Optimizada.*

<b>Comprobación Cuantía</b>	
Angulo	36.10
b (cm)	35.00
As varilla horizontal	1.27
As varilla vertical	1.27
Comprobación	0.00497

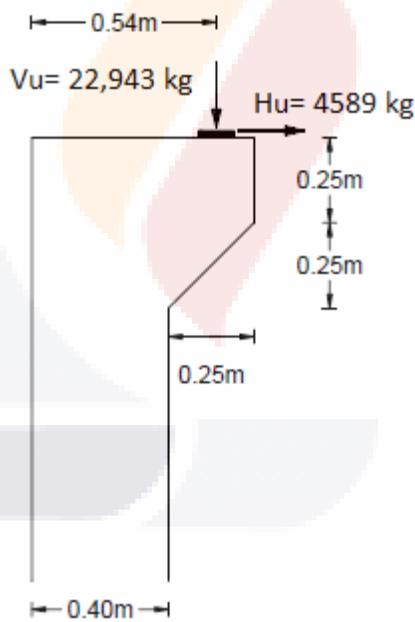
Ya que  $0.0049 > 0.003$  la cuantía cumple con el código.

**Esquema de Armado**



*Figura 55. Esquema de Armado Viga Gran Peralte Optimizada*

**5.2.2. Ménsula Simple de Concreto**



*Figura 56. Dimensiones Ménsula Simple*

Materiales:

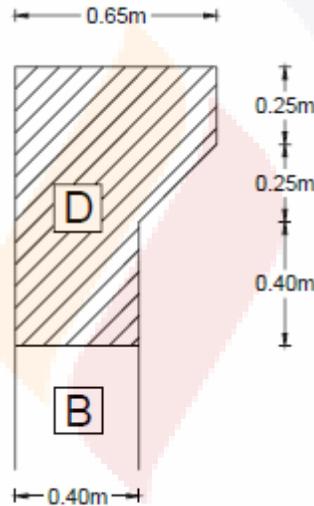
- Concreto  $f'c = 300 \text{ kg/cm}^2$
- Acero  $fy = 4200 \text{ kg/cm}^2$

Cargas:

- $V_u =$  22,943 kg
- $H_u =$  4589 kg
- Placas de apoyo: 0.10 m X 0.35 m ( $b = 0.35$  m)
- Ancho de ménsula: 35 cm

**a) Identificaciones de Regiones B y D**

Debido a la forma del elemento y la posición de aplicación de las cargas resulta evidente una propagación mayor de esfuerzos en la zona superior de la sección transversal.

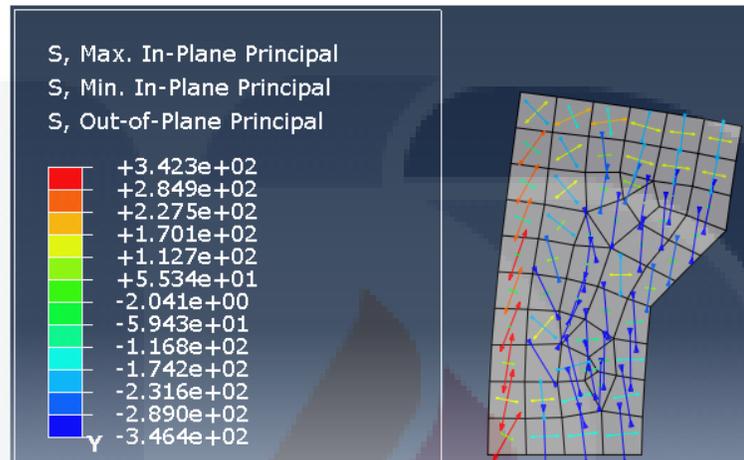


**Figura 57.** Regiones B y D Ménsula Simple

Como se observa en la figura anterior se puede concluir que prácticamente toda la ménsula presentara deformaciones no lineales (región D), las cuales disminuyen al llegar a la columna.

## b) Elección del Modelo

Por medio de un análisis por el método de elementos finitos se obtienen los esfuerzos principales que exhibe la pieza estudiada, obteniendo así las trayectorias de zonas sometidas tanto a compresión como a tensión.



**Figura 58.** Trayectoria de Esfuerzos en Viga de Gran Peralte. Fuente: Creación Propia

Gracias al análisis anterior podemos observar que los esfuerzos de compresión son transferidos desde el punto de aplicación de la carga hasta las fibras externas del elemento, provocando que prácticamente la zona restante del elemento se encuentre a tensión. Por estas razones el extremo superior de la ménsula es representado por un tensor mientras que el área externa del lado derecho es ocupada por un puntal prismático, por último todo el extremo izquierdo de la pieza está sometido a esfuerzos de tensión, por lo tanto se ubicaran tensores.

De acuerdo al análisis de trayectorias de esfuerzos mostrado en la figura anterior obtenemos el modelo puntal tensor, el cual está formado principalmente por puntales inclinados que se encargaran de transmitir las cargas a las zonas de apoyos y un tensor principal en la parte baja.

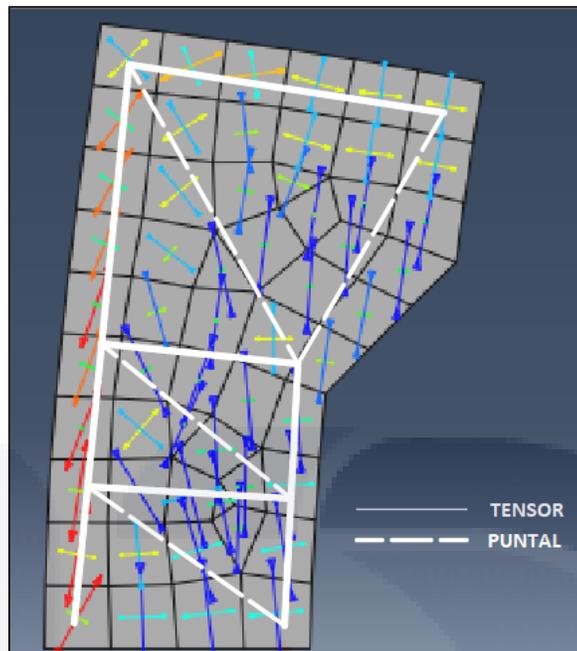


Figura 59. Modelo Puntal Tensor Ménsula Simple

### c) Geometría y Fuerzas del Modelo

En la siguiente figura se muestra la numeración de los nodos, así como de los puntales y tensores que se siguen en la resolución de este elemento.

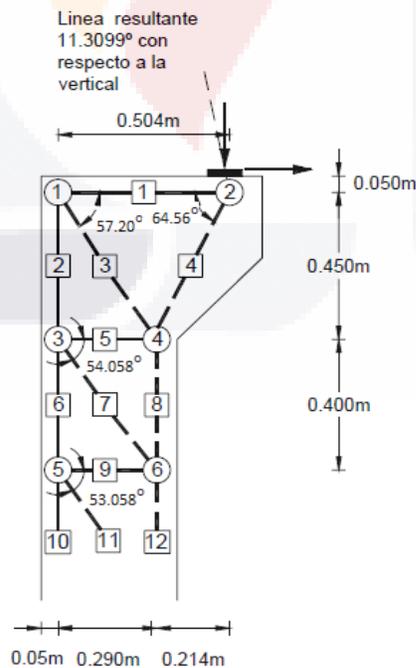
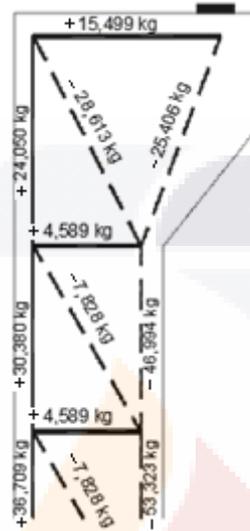


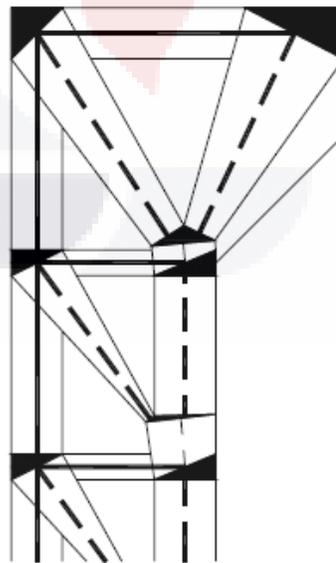
Figura 60. Geometría y Numeración de Elementos del Modelo Ménsula Simple

Una vez determinada la geometría y la numeración de los elementos del modelo puntal tensor se procede a calcular las fuerzas de la armadura ficticia, las cuales son de la siguiente manera:



**Figura 61.** Fuerzas Armadura Ficticia Modelo 1 Ménsula Simple

**d) Dimensionamiento de Puntales y Tensores**



**Figura 62.** Puntal Tensor Ménsula Simple con Zonas Nodales

Al observar la figura de las zonas nodales se puede notar que en los nodos 4 y 6 se presentan más de tres esfuerzos, por lo tanto es necesario efectuar una subdivisión de zonas nodales de modo que nos permita trabajar solo con tres esfuerzos.

Para el cálculo de la resistencia efectiva a la compresión de los puntales de forma de botella (puntales inclinados del modelo) se tiene lo siguiente:

$$f_{cu} = B_s * 0.85 * f'c = 0.75 * 0.85 * 300 \frac{kg}{cm^2} = 191.25 \frac{kg}{cm^2}$$

En puntales prismáticos (puntal superior horizontal) se tiene que:

$$f_{cu} = B_s * 0.85 * f'c = 1.00 * 0.85 * 300 \frac{kg}{cm^2} = 255.00 \frac{kg}{cm^2}$$

El modelo presenta tres tipos de nodos, los cuales como se vio en la sección 3.2.8 de este trabajo, se clasifican por las fuerzas que llegan a ellos. Sus resistencias efectivas son:

$$CCC: B_n * 0.85 * f'c = 1.00 * 0.85 * 300 \frac{kg}{cm^2} = 255.00 \frac{kg}{cm^2}$$

$$CCT: B_n * 0.85 * f'c = 0.80 * 0.85 * 300 \frac{kg}{cm^2} = 204.00 \frac{kg}{cm^2}$$

$$CTT: B_n * 0.85 * f'c = 0.60 * 0.85 * 300 \frac{kg}{cm^2} = 153.00 \frac{kg}{cm^2}$$

En todos los nodos debe comprobarse que  $F_u \leq \phi F_n$ . Para todos los elementos de la armadura, el factor de seguridad o reducción será de 0.75.

El cálculo de cada una de las zonas nodales se encuentra en el anexo A. En las siguientes tablas se presenta el resumen de la comprobación de zonas nodales y puntales

**Tabla 22.** Resistencia Puntales Ménsula Simple

Puntal	Forma	Bs	Fu (kg)	Ancho	Fns (kg)	Verifica
3	Botella	0.75	280.600	0.109	55,818.039	Ok
4	Botella	0.75	249.150	0.101	51,954.144	Ok
3 -- 4	Abanico	1.00	463.057	0.183	125,116.745	Ok
7	Botella	0.60	76.670	0.121	49,717.635	Ok
8	Prismático	1.00	460.860	0.154	104,858.454	Ok
7 -- 8	Abanico	1.00	524.860	0.183	125,116.745	Ok
11	Botella	0.60	76.670	0.121	49,717.635	Ok
12	Prismático	1.00	522.930	0.154	104,858.454	Ok

**Tabla 23.** Resistencia Elementos Ménsula Simple

Nodo	Tipo	fcu	Acción	Fu (kg)	Ancho	Fnn (kg)	Fnn>Fcu
1	CTT	1,530,000	Puntal 3	28,612.78	0.191	78,029.04	Ok
			Tensor 1	15,499.44	0.130	53,239.81	Ok
			Tensor 2	24,050.64	0.150	61,430.55	Ok
2	CCT	2,040,000	Carga	22,943.25	0.100	54,604.93	Ok
			Tensor 1	15,499.44	0.130	70,986.41	Ok
			Puntal 4	25,405.82	0.300	163,814.80	Ok
3	CTT	1,530,000	Tensor 5	4,588.65	0.100	40,953.70	Ok
			Tensor 6	30,349.33	0.150	61,430.55	Ok
			Puntal 7	7,818.04	0.180	73,773.31	Ok
			Tensor 2	24,050.64	0.150	61,430.55	Ok
4A	CCC	2,550,000	Puntal 3-4	47,217.95	0.183	125,116.74	Ok
			Puntal 3	28,612.78	0.109	74,424.05	Ok
			Puntal 4	25,405.82	0.101	69,272.19	Ok
4B	CCT	2,040,000	Puntal 3-4	47,217.95	0.183	100,093.39	Ok
			Tensor 5	4,588.65	0.100	54,604.93	Ok
			Puntal 8	46,993.89	0.154	83,886.76	Ok
5	CTT	1,530,000	Tensor 6	30,379.92	0.150	61,430.55	Ok
			Tensor 10	36,709.20	0.150	61,430.55	Ok
			Tensor 9	4,588.65	0.100	40,953.70	Ok
			Puntal 11	7,828.23	0.180	73,773.31	Ok
6A	CCC	2,550,000	Puntal 7-8	53,519.97	0.196	133,647.02	Ok
			Puntal 7	7,818.04	0.121	82,862.72	Ok

Nodo	Tipo	fcu	Acción	Fu (kg)	Ancho	Fnn (kg)	Fnn>Fcu
6A	CCC	2,550,000	Puntal 8	46,993.894	0.154	104,858.454	Ok
6B	CTT	1,530,000	Puntal 7-8	53,519.974	0.183	100,093.396	Ok
			Tensor 9	4,588.650	0.100	54,604.935	Ok
			Puntal 12	53,323.172	0.154	83,886.763	Ok

### e) Armado

**Tabla 24.** Área de Acero Requerida Ménsula Simple

Tensor	Fu (kg)	Ast necesaria (cm <sup>2</sup> )
1	53,239.81	16.58
2	61,430.55	19.13
5	40,953.70	12.75
6	61,430.55	19.13
9	54,604.94	17.00
10	61,430.55	19.13

Tensor 1: se eligen 6 varillas de 6/8" de diámetro.

Tensor 5: ya que este elemento adopta la forma de un estribo es válido considerar el doble del área de la varilla seleccionada, por lo tanto se opta por 3 varillas de 6/8" de diámetro.

Tensor 9: el armado se distribuye en una longitud igual:  $z \cdot \cotg \theta$ . En este caso se tiene:  $z = 0.290$  m y  $\theta = 35.942^\circ$ , lo que resulta en una longitud de 0.40 m. Se escogen dos varillas de 1" de diámetro cada 10 cm.

Tensor 10: se escogen 4 varillas de 1" de diámetro.

#### e1.1) Armado para Puntales con Forma de Botella (Estribos)

Debido a la forma del elemento se usa un armado en base a una configuración de estribos horizontales en ambas caras, por lo que solo se usará la fórmula para el armado horizontal mínimo que es:

$$A_v = 0.0015bs_2 \quad s_2 = \frac{A_v}{0.0015b}$$

**Tabla 25.** *Calculo de Parilla de Acero Ménsula Simple*

Separación (cm)	15.00
Armado Min Horizontal (cm2)	0.79
Diámetro de varilla	4.00
No de varillas	0.62

Usando las formulas anteriores y de acuerdo al cálculo mostrado en las tablas se elige:

Armado Horizontal: 1 Varilla de 4/8" de diámetro cada 15 cm.

Siguiendo el mismo código es necesario comprobar la cuantía de acero mínima con la siguiente expresión:

$$\sum \frac{A_s * f_{si}}{b * s_i} \text{sen } \gamma_1 \geq 0.003$$

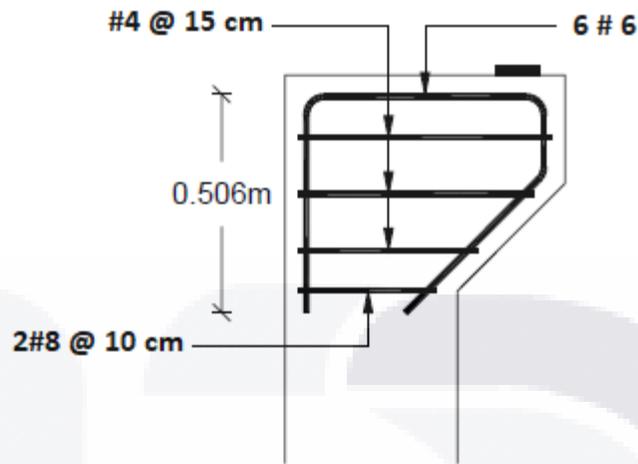
La comprobación de la cuantía mínima se resume en la siguiente tabla:

**Tabla 26.** *Comprobación de Cuantía Ménsula Simple.*

Comprobación Cuantía	
Angulo	64.57
b (cm)	35.00
As varilla horizontal	1.27
Comprobación	0.0047

Ya que 0.0047>0.003 la cuantía cumple con el código.

## f) Esquema de Armado



*Figura 63. Esquema de Armado Ménsula Simple*

- **Optimización del Modelo con Algoritmos Genéticos**

El proceso de optimización del elemento utiliza un algoritmo genético con las características mencionadas en el capítulo 4 de este trabajo.

Para la mejora del elemento se utilizó la misma geometría y armado ficticio mostrado anteriormente, con la diferencia de que el algoritmo genético se dio a la tarea de encontrar la mejor solución mediante la reducción de las dimensiones del ancho y la altura del nodo 1, la hipotenusa del nodo 2 y la altura del nodo 3, cumpliendo además la especificación de que las fuerzas de los elementos superen por una cantidad mínima los esfuerzos a los que están sometidos.

El cálculo de cada una de las zonas nodales se encuentra en el anexo A. En las siguientes tablas se presenta el resumen de la comprobación de zonas nodales y puntales:

## Verificación de Puntales

**Tabla 27.** Resistencias Puntales Ménsula Simple Optimizada

Puntal	Forma	Bs	Fu (kg)	Ancho	Fns (kg)	Verifica
3	Botella	0.75	28,612.782	0.109	32,784.856	Ok
4	Botella	0.75	25,405.826	0.101	30,515.389	Ok
3 - 4	Abanico	1.00	47,217.955	0.183	73,487.614	Ok
7	Botella	0.60	7,818.040	0.121	21,652.740	Ok
8	Prismático	1.00	46,993.894	0.154	70,577.107	Ok
7 - 8	Abanico	1.00	53,519.974	0.183	73,487.614	Ok
11	Botella	0.60	7,818.040	0.121	21,652.740	Ok
12	Prismático	1.00	53,323.172	0.154	70,577.107	Ok

**Tabla 28.** Resistencia de Elementos Ménsula Simple Optimizada

Nodo	Tipo	fcu	Acción	Fu (kg)	Ancho	Fnn (kg)	Verifica
1	CTT	1,530,000	Puntal 3	28,612.72	0.191	33,774.51	Ok
			Tensor 1	15,499.44	0.130	20,649.93	Ok
			Tensor 2	24,050.64	0.150	30,305.73	Ok
2	CCT	2,040,000	Carga	22,943.25	0.100	54,604.93	Ok
			Tensor 1	15,499.44	0.130	27,533.24	Ok
			Puntal 4	25,405.82	0.300	49,144.44	Ok
3	CTT	1,530,000	Tensor 5	4,588.65	0.100	12,286.11	Ok
			Tensor 6	30,349.33	0.150	30,305.73	Error
			Puntal 7	7,818.04	0.180	31,747.68	Ok
4A	CCC	2,550,000	Tensor 2	24,050.64	0.150	30,305.73	Ok
			Puntal 3-4	47,217.95	0.183	73,487.61	Ok
			Puntal 3	28,612.78	0.109	43,713.14	Ok
4B	CCT	2,040,000	Puntal 4	25,405.82	0.101	40,687.18	Ok
			Puntal 3-4	47,217.95	0.183	58,790.09	Ok
			Tensor 5	4,588.65	0.100	16,381.48	Ok
5	CTT	1,530,000	Puntal 8	46,993.89	0.154	56,461.68	Ok
			Tensor 6	30,379.92	0.150	30,305.73	Error
			Tensor 10	36,709.20	0.150	30,305.73	Error
6A	CCC	2,550,000	Tensor 9	4,588.65	0.100	12,286.11	Ok
			Puntal 11	7,828.23	0.180	31,747.40	Ok
			Puntal 7-8	53,519.97	0.196	79,268.30	Ok
6A	CCC	2,550,000	Puntal 7	7,818.04	0.121	36,087.90	Ok
			Puntal 8	46,993.894	0.154	70,577.107	Ok

Nodo	Tipo	fcu	Acción	Fu (kg)	Ancho	Fnn (kg)	Verifica
6B	CTT	1,530,000	Puntal 7-8	53,519.974	0.183	58,790.091	Ok
			Tensor 9	4,588.650	0.100	16,381.481	Ok
			Puntal 12	53,323.172	0.154	56,461.686	Ok

**Armado**

*Tabla 29. Área de Acero Requerida Ménsula Simple Optimizada*

Tensor	Fu (kg)	Ast necesaria (cm2)
1	20,649.93	6.43
2	30,305.74	9.44
5	12,286.11	3.83
6	30,305.74	9.44
9	16,381.48	5.10
10	30,305.74	9.44

Tensor 1: se eligen 4 varillas de 4/8" de diámetro.

Tensor 5: ya que este elemento adopta la forma de un estribo es válido considerar el doble del área de la varilla selecciona, por lo tanto se opta por 3 varillas de 4/8" de diámetro.

Tensor 9: el armado se distribuye en una longitud igual:  $z \cdot \cotg \theta$ . En este caso se tiene:  $z = 0.290 \text{ m}$  y  $\theta = 35.942^\circ$ , lo que resulta en una longitud de 0.40 m. Se escogen dos varillas de 6/8" de diámetro cada 10 cm.

Tensor 10: se escogen 3 varillas de 7/8" de diámetro.

**Armado para Puntales con Forma de Botella (Estribos)**

Debido a la forma del elemento se usa un armado en base a una configuración de estribos horizontales en ambas caras, por lo que solo se usara la fórmula para el armado horizontal mínimo que es:

$$A_v = 0.0015bs_2 \quad s_2 = \frac{A_v}{0.0015b}$$

**Tabla 30.** *Calculo de Parilla de Ménsula Simple Optimizada*

Separación (cm)	18.00
Armado Min Horizontal (cm2)	0.945
Diámetro de varilla	4.00
No de varillas	0.75

Usando las formulas anteriores y de acuerdo al cálculo mostrado en las tablas se elige:

Armado Horizontal: 1 Varilla de 4/8" de diámetro cada 18 cm.

Siguiendo el mismo código es necesario comprobar la cuantía de acero mínima con la siguiente expresión:

$$\sum \frac{A_s}{b * s_i} \text{sen } \gamma_1 \geq 0.003$$

La comprobación de la cuantía mínima se resume en la siguiente tabla:

**Tabla 31.** *Comprobación de Cuantía Ménsula Simple Optimizada.*

Comprobación Cuantía	
Angulo	64.57
b (cm)	35.00
As varilla horizontal	1.27
Comprobación	0.0046

Ya que  $0.0046 > 0.003$  la cuantía cumple con el código.

Esquema de Armado

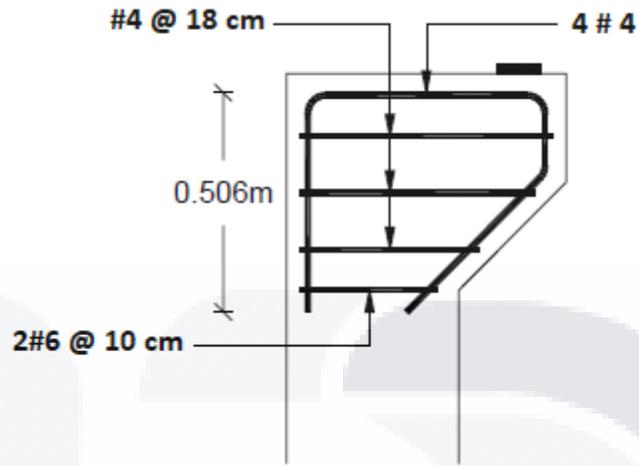


Figura 64. Esquema de Armado Ménsula Simple Optimizada

5.2.3. Ménsula Doble de Concreto

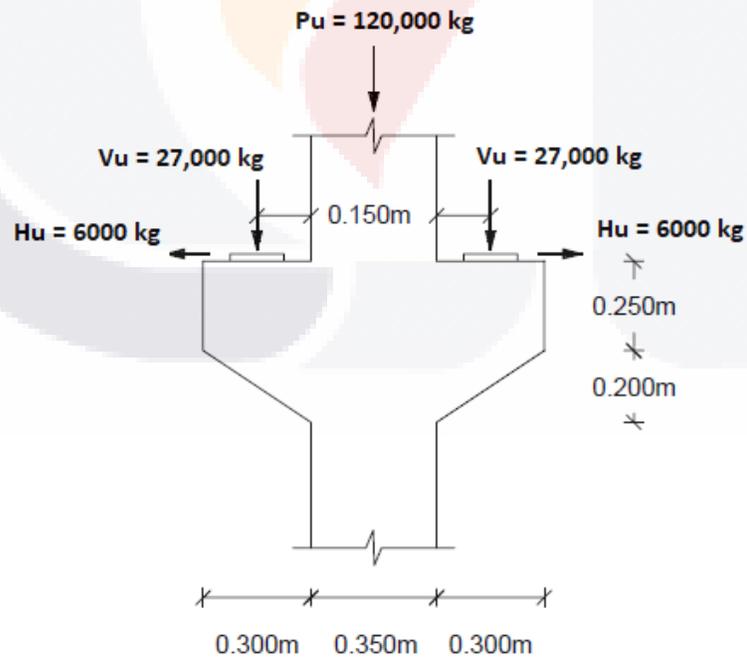


Figura 65. Dimensiones Ménsula Doble

Materiales:

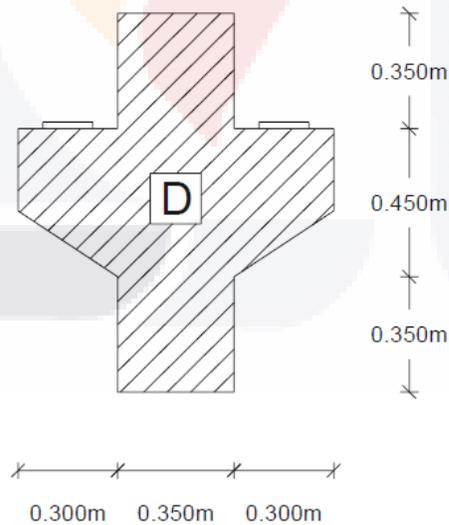
- Concreto  $f'c = 300 \text{ kg/cm}^2$
- Acero  $fy = 4200 \text{ kg/cm}^2$

Cargas:

- $V_u = 27,000 \text{ kg}$
- $H_u = 6,000 \text{ kg}$
- Placas de apoyo:  $0.15 \text{ m} \times 0.35 \text{ m}$  ( $b = 0.35 \text{ m}$ )
- Ancho de ménsula:  $35 \text{ cm}$

**a) Identificaciones de Regiones B y D**

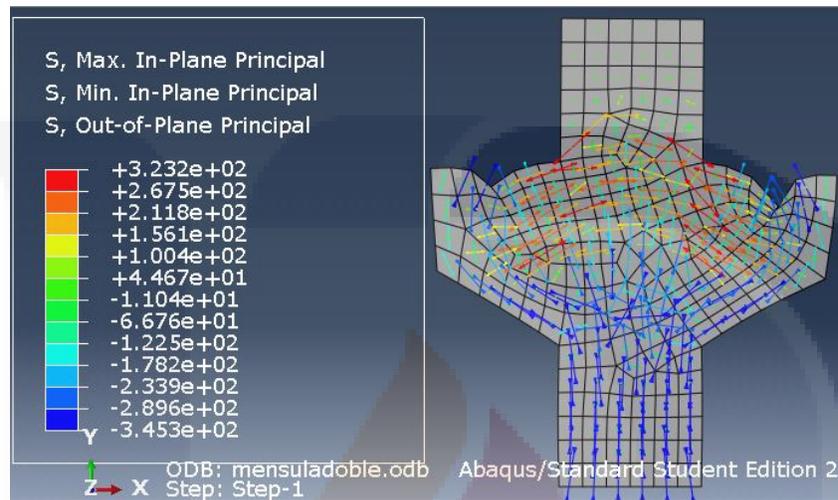
Por la forma del elemento y ya que las cargas estas aplicadas prácticamente en toda la parte superior de la ménsula, se considera como región D todo el elemento además de una parte de la columna igual al ancho de la pieza analizada.



**Figura 66.** Regiones B y D Ménsula Doble

## b) Elección del Modelo

Por medio de un análisis por el método de elementos finitos se obtienen los esfuerzos principales que exhibe la pieza estudiada, obteniendo así las trayectorias de zonas sometidas tanto a compresión como a tensión.



**Figura 67.** Trayectoria de Esfuerzos en Ménsula Doble. **Fuente:** Creación Propia

Gracias al análisis anterior podemos observar que los esfuerzos de compresión son transferidos desde el punto de aplicación de la carga hasta las fibras externas del elemento, provocando que prácticamente la zona restante del elemento se encuentre a tensión. Por estas razones el extremo superior de la ménsula es representado por un tensor mientras que el área externa del lado derecho es ocupada por un puntal prismático, por ultimo todo el extremo izquierdo de la pieza está sometido a esfuerzos de tensión, por lo tanto se ubicaran tensores.

De acuerdo al análisis de trayectorias de esfuerzos mostrado en la figura anterior obtenemos el modelo puntal tensor, el cual está formado principalmente por puntales inclinados que se encargaran de transmitir las cargas a las zonas de apoyos y un tensor principal en la parte baja.

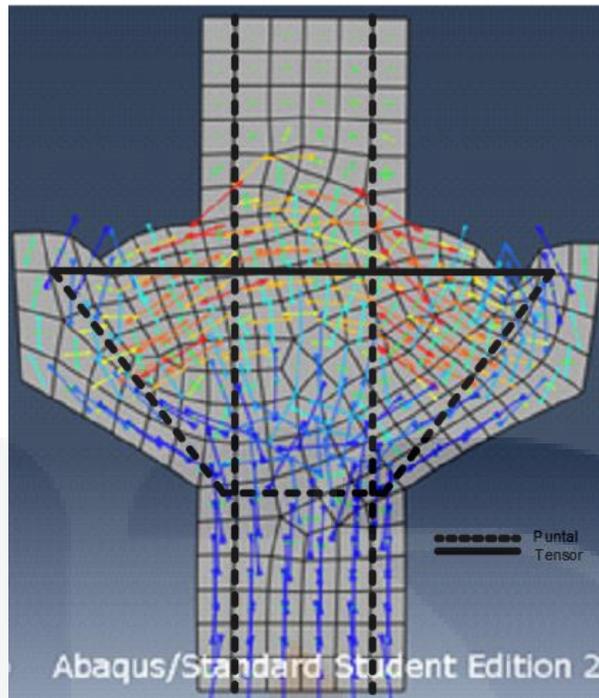


Figura 68. Modelo Puntal Tensor Ménsula Doble

**c) Geometría y Fuerzas del Modelo**

En la siguiente figura se muestra la numeración de los nodos, así como de los puntales y tensores que se siguen en la resolución de este elemento.

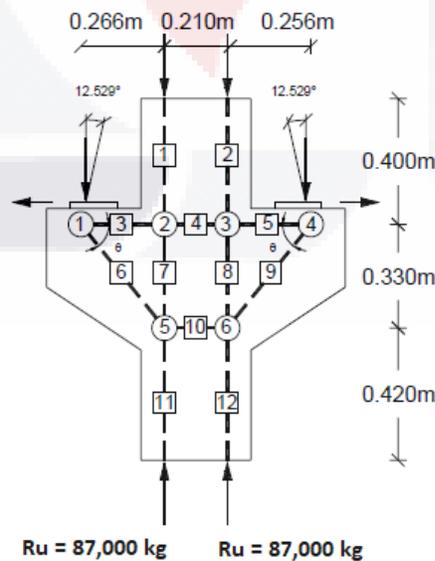
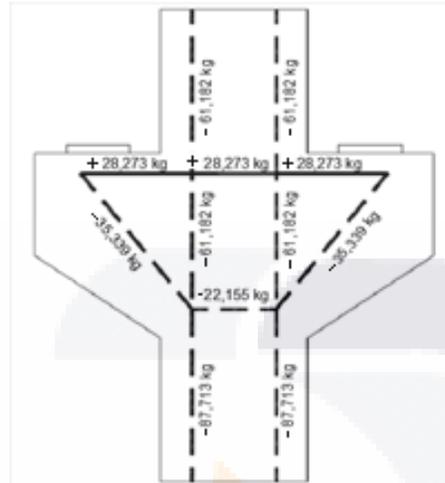


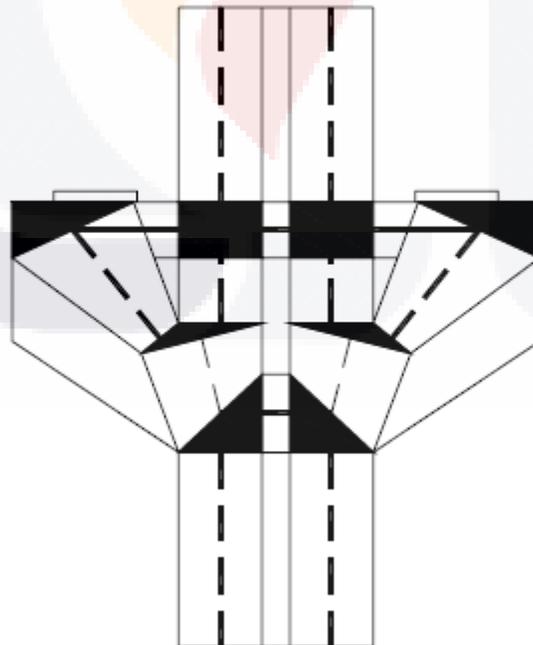
Figura 69. Geometría y Numeración de Elementos del Modelo Ménsula Doble

Una vez determinada la geometría y la numeración de los elementos del modelo puntal tensor se procede a calcular las fuerzas de la armadura ficticia, las cuales son de la siguiente manera:



**Figura 70.** Fuerzas Armadura Ficticia Modelo 1 Ménsula Doble

**d) Dimensionamiento de Puntales y Tensores**



**Figura 71.** Modelo 1 Puntal Tensor Ménsula Doble con Zonas Nodales

Al observar la figura de las zonas nodales se puede notar que en los nodos 5 y 6 se presentan más de tres esfuerzos, por lo tanto es necesario efectuar una subdivisión de zonas nodales de modo que nos permita trabajar solo con tres esfuerzos.

Para el cálculo de la resistencia efectiva a la compresión de los puntales de forma de botella (puntales inclinados del modelo) se tiene lo siguiente:

$$f_{cu} = B_s * 0.85 * f'c = 0.75 * 0.85 * 300 \frac{kg}{cm^2} = 191.25 \frac{kg}{cm^2}$$

En puntales prismáticos (puntal superior horizontal) se tiene que:

$$f_{cu} = B_s * 0.85 * f'c = 1.00 * 0.85 * 300 \frac{kg}{cm^2} = 255.00 \frac{kg}{cm^2}$$

El modelo presenta tres tipos de nodos, los cuales como se vio en la sección 3.2.8 de este trabajo, se clasifican por las fuerzas que llegan a ellos. Sus resistencias efectivas son:

$$CCC: B_n * 0.85 * f'c = 1.00 * 0.85 * 300 \frac{kg}{cm^2} = 255.00 \frac{kg}{cm^2}$$

$$CCT: B_n * 0.85 * f'c = 0.80 * 0.85 * 300 \frac{kg}{cm^2} = 204.00 \frac{kg}{cm^2}$$

$$CTT: B_n * 0.85 * f'c = 0.60 * 0.85 * 300 \frac{kg}{cm^2} = 153.00 \frac{kg}{cm^2}$$

En todos los nodos debe comprobarse que  $F_u \leq \phi F_n$ . Para todos los elementos de la armadura, el factor de seguridad o reducción será de 0.75.

El cálculo de cada una de las zonas nodales se encuentra en el anexo A. En las siguientes tablas se presenta el resumen de la comprobación de zonas nodales y puntales

**Tabla 32.** Resistencia de Puntales Ménsula Doble

Puntal	Forma	Bs	Fu (kg)	Ancho	Fns (kg)	Verifica
1	Prismático	1.00	61,182.000	0.180	122,861.104	Ok
2	Prismático	1.00	61,182.000	0.180	122,861.104	Ok
6	Botella	0.75	35,339.743	0.148	75,887.212	Ok
7	Prismático	1.00	61,182.000	0.180	122,861.104	Ok
6 -- 7	Abanico	0.75	91,438.538	0.231	118,250.367	Ok
8	Prismático	1.00	61,182.000	0.180	122,861.104	Ok
9	Botella	0.75	35,339.743	0.148	75,887.212	Ok
8 -- 9	Abanico	0.75	91,438.538	0.231	118,250.367	Ok
10	Prismático	1.00	22,155.022	0.140	95,558.636	Ok
11	Prismático	1.00	88,713.900	0.180	122,861.104	Ok
12	Prismático	1.00	88,713.900	0.180	122,861.104	Ok

**Tabla 33.** Resistencia de Elementos Ménsula Doble

Nodo	Tipo	fcu	Acción	Fu (kg)	Ancho	Fnn (kg)	Verifica
1	CCT	2,040,000	Carga	27,531.900	0.150	81,907.403	Ok
			Tensor 3	28,273.222	0.100	54,604.935	Ok
			Puntal 6	35,339.743	0.233	114,670.364	Ok
2	CTT	1,530,000	Puntal 1	61,182.000	0.180	73,716.662	Ok
			Tensor 3	28,273.222	0.100	40,953.701	Ok
			Tensor 4	28,273.222	0.100	40,953.701	Ok
			Puntal 7	61,182.000	0.180	73,716.662	Ok
3	CTT	1,530,000	Puntal 2	61,182.000	0.180	73,716.662	Ok
			Tensor 4	28,273.222	0.100	40,953.701	Ok
			Tensor 5	28,273.222	0.100	40,953.701	Ok
			Puntal 8	61,182.000	0.180	73,716.662	Ok
4	CCT	2,040,000	Carga	27,531.900	0.150	81,907.403	Ok
			Tensor 5	28,273.222	0.100	54,604.935	Ok
			Puntal 9	35,339.743	0.233	114,670.364	Ok
5A	CCC	2,550,000	Puntal 6-7	91,438.538	0.231	157,667.156	Ok
			Puntal 6	35,339.743	0.148	101,182.949	Ok
			Puntal 7	61,182.000	0.180	122,861.104	Ok
5B	CCC	2,550,000	Puntal 6-7	91,438.538	0.228	155,648.012	Ok
			Tensor 10	22,155.022	0.140	95,558.636	Ok

Nodo	Tipo	fcu	Acción	Fu (kg)	Ancho	Fnn (kg)	Verifica
5B	CCC	2,550,000	Puntal 11	88,713.900	0.180	122,861.104	Ok
6A	CCC	2,550,000	Puntal 8-9	91,438.538	0.231	157,667.156	Ok
			Puntal 8	61,182.000	0.180	122,861.104	Ok
			Puntal 9	35,339.743	0.148	101,182.949	Ok
6B	CCC	2,550,000	Puntal 8-9	91,438.538	0.228	155,648.012	Ok
			Puntal 10	22,155.022	0.140	95,558.636	Ok
			Puntal 12	88,713.900	0.180	122,861.104	Ok

**Armado**

*Tabla 34. Área de Acero Requerida Ménsula Doble*

Tensor	Fu (kg)	Ast necesaria (cm2)
3	40,953.70	12.75
4	40,953.70	12.75
5	40,953.70	12.75

Tensores 3,4 y 5:

Se eligen utilizar dos capas de varilla con 2 varillas de 7/8" de diámetro en cada una de ellas.

**Armado para Puntales con Forma de Botella (Estribos)**

Para confinar el puntal 6 es necesario la existencia de estribos horizontales, por lo tanto tomando en cuenta un ancho de 0.35 m y el ángulo de 51.18 grados se obtiene el área de acero y la separación requerida de la expresión:

$$\sum \frac{A_s}{b * s_i} \text{sen } \gamma_1 \geq 0.003$$

$$As/s = 0.003 * 35 \text{ cm} * 100 \text{ cm} / \text{sen } 51.18 = 13.47 \text{ cm}^2$$

Se eligen estribos horizontales en dos ramas de varilla de 3/8" de diámetro cada 10 cm.

Para el armado vertical se opta de 4 varillas de 7/8" de diámetro.

Ya que se la el área de acero obtenida anteriormente surgió de la expresión de la revisión de la cuantía mínima no es necesario volver a comprobar esa parte.

### Esquema de Armado

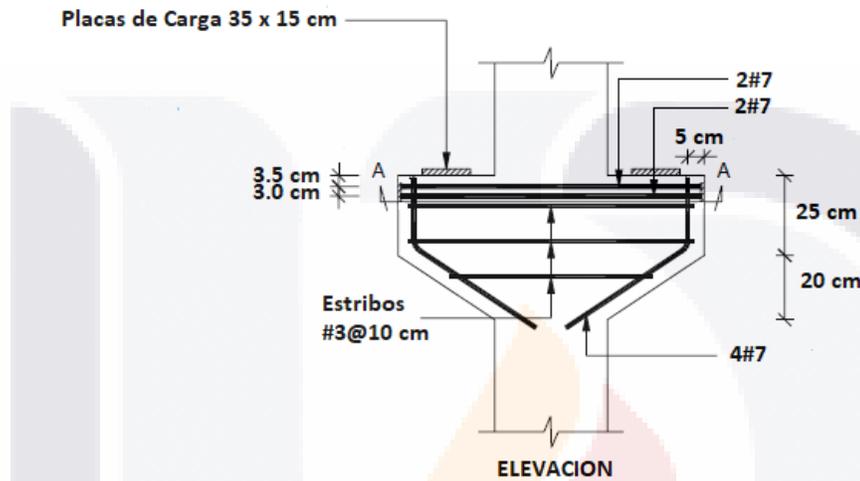


Figura 72. Esquema de Armado Ménsula Doble

- **Optimización del Modelo con Algoritmos Genéticos**

El proceso de optimización del elemento utiliza un algoritmo genético con las características mencionadas en el capítulo 4 de este trabajo.

Para la mejora del elemento se utilizó la misma geometría y armado ficticio mostrado anteriormente, con la diferencia de que el algoritmo genético se dio a la tarea de encontrar la mejor solución mediante la reducción de las dimensiones del ancho y la altura del nodo 1, el ancho del nodo 2 y la altura de las subzonas nodales 5B y 6B, cumpliendo además la especificación de que las fuerzas de los elementos superen por una cantidad mínima los esfuerzos a los que están sometidos.

El cálculo de cada una de las zonas nodales se encuentra en el anexo A. En las siguientes tablas se presenta el resumen de la comprobación de zonas nodales y puntales

**Tabla 35.** Resistencia Puntales Ménsula Doble Optimizada

Puntal	Forma	Bs	Fu (kg)	Ancho	Fns (kg)	Verifica
1	Prismático	1.00	61,182.000	0.150	102,384.253	Ok
2	Prismático	1.00	61,182.000	0.150	102,384.253	Ok
6	Botella	0.75	35,339.743	0.110	56,272.125	Ok
7	Prismático	1.00	61,182.000	0.150	102,384.253	Ok
6-7	Abanico	0.75	91,438.538	0.171	87,685.385	No pasa
8	Prismático	1.00	61,182.000	0.150	102,384.253	Ok
9	Botella	0.75	35,339.743	0.110	56,272.125	Ok
8-9	Abanico	0.75	91,438.538	0.171	87,685.385	No pasa
10	Prismático	1.00	22,155.022	0.035	23,889.659	Ok
11	Prismático	1.00	88,713.900	0.150	102,384.253	Ok
12	Prismático	1.00	88,713.900	0.150	102,384.253	Ok

**Tabla 36.** Resistencia Elementos Ménsula Doble Optimizada

Nodo	Tipo	fcu	Acción	Fu (kg)	Ancho	Fnn (kg)	Verifica
1	CCT	2,040,000	Carga	27,531.900	0.150	81,907.403	Ok
			Tensor 3	28,273.222	0.070	38,223.455	Ok
			Puntal 6	35,339.743	0.106	43,683.948	Ok
2	CTT	1,530,000	Puntal 1	61,182.000	0.150	61,430.552	Ok
			Tensor 3	28,273.222	0.070	28,667.591	Ok
			Tensor 4	28,273.222	0.070	28,667.591	Ok
			Puntal 7	61,182.000	0.150	61,430.552	Ok
3	CTT	1,530,000	Puntal 2	61,182.000	0.150	61,430.552	Ok
			Tensor 4	28,273.222	0.070	28,667.591	Ok
			Tensor 5	28,273.222	0.070	28,667.591	Ok
			Puntal 8	61,182.000	0.150	61,430.552	Ok
4	CCT	2,040,000	Carga	27,531.900	0.150	81,907.403	Ok
			Tensor 5	28,273.222	0.070	38,223.455	Ok
			Puntal 9	35,339.743	0.106	43,683.948	Ok
5A	CCC	2,550,000	Puntal 6-7	91,438.538	0.171	116,913.847	Ok
			Puntal 6	35,339.743	0.110	75,029.500	Ok
			Puntal 7	61,182.000	0.150	102,384.253	Ok
5B	CCC	2,550,000	Puntal 6-7	91,438.538	0.154	105,134.443	Ok
			Tensor 10	22,155.022	0.035	23,889.659	Ok

Nodo	Tipo	fcu	Acción	Fu (kg)	Ancho	Fnn (kg)	Verifica
5B	CCC	2,550,000	Puntal 11	88,713.900	0.150	102,384.253	Ok
6A	CCC	2,550,000	Puntal 8-9	91,438.538	0.171	116,913.847	Ok
			Puntal 8	61,182.000	0.150	102,384.253	Ok
			Puntal 9	35,339.743	0.110	75,029.500	Ok
6B	CCC	2,550,000	Puntal 8-9	91,438.538	0.154	105,134.443	Ok
			Puntal 10	22,155.022	0.035	23,889.659	Ok
			Puntal 12	88,713.900	0.150	102,384.253	Ok

**Armado**

*Tabla 37. Área de Acero Requerida Ménsula Doble Optimizada*

Tensor	Fu (kg)	Ast necesaria (cm2)
3	28,667.59	8.93
4	28,667.59	8.93
5	28,667.59	8.93

Tensores 3,4 y 5:

Se eligen utilizar dos capas de varilla formadas por 1 varilla de 7/8" de diámetro más otra varilla de 6/8" de diámetro en cada una de ellas.

**Armado para Puntales con Forma de Botella (Estribos)**

Para confinar el puntal 6 es necesario la existencia de estribos horizontales, por lo tanto tomando en cuenta un ancho de 0.35 m y el ángulo de 51.18 grados se obtiene el área de acero y la separación requerida de la expresión:

$$\sum \frac{A_s}{b * s_i} \text{sen } \gamma_1 \geq 0.003$$

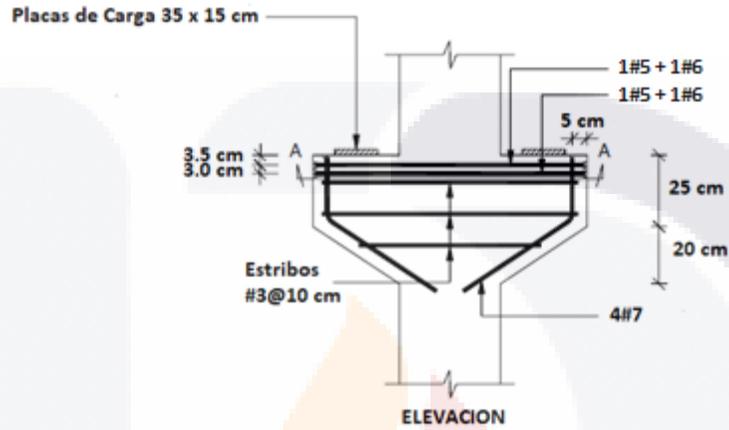
$$A_s/s = 0.003 * 35 \text{ cm} * 100 \text{ cm} / \text{sen } 51.18 = 13.47 \text{ cm}^2$$

Se eligen estribos horizontales en dos ramas de varilla de 3/8" de diámetro cada 10 cm.

Para el armado vertical se opta de 4 varillas de 7/8" de diámetro.

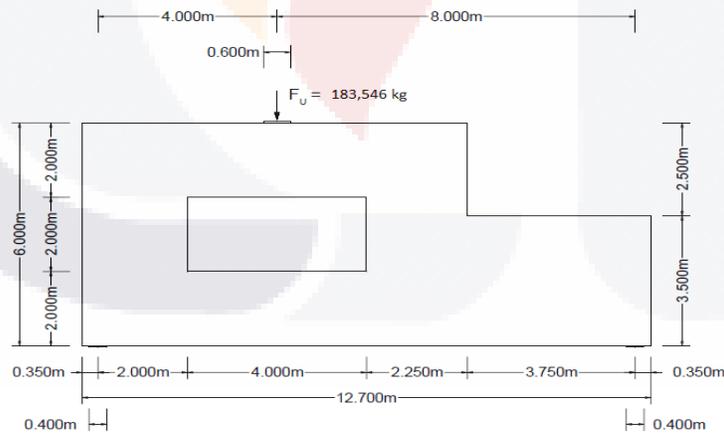
Ya que se la el área de acero obtenida anteriormente surgió de la expresión de la revisión de la cuantía mínima no es necesario volver a comprobar esa parte.

**Esquema de Armado**



**Figura 73.** Esquema de Armado Ménsula Doble Optimizada

**5.2.4. Viga con Huevo de Concreto**



**Figura 74.** Dimensiones Viga con Huevo

Materiales:

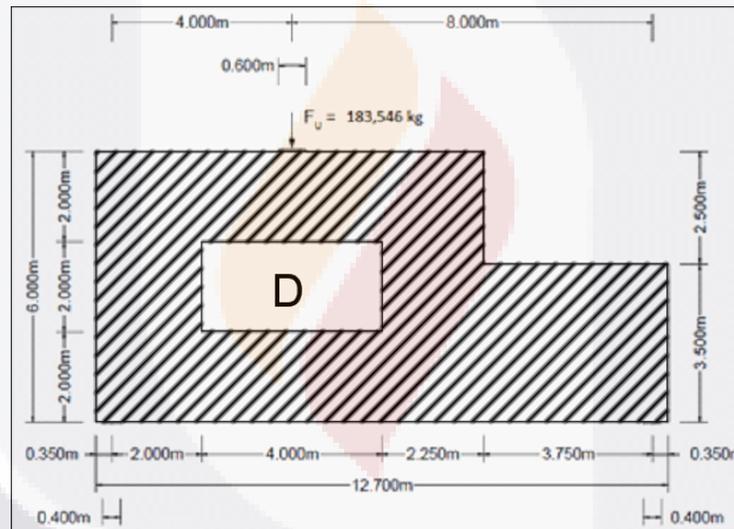
- Concreto  $f'c = 300 \text{ kg/cm}^2$
- Acero  $fy = 4200 \text{ kg/cm}^2$

Cargas:

- $F_u =$  183,546 kg
- Placas de apoyo: 0.40 m X 0.35 m
- Ancho de viga: 35 cm
- 

**a) Identificaciones de Regiones B y D**

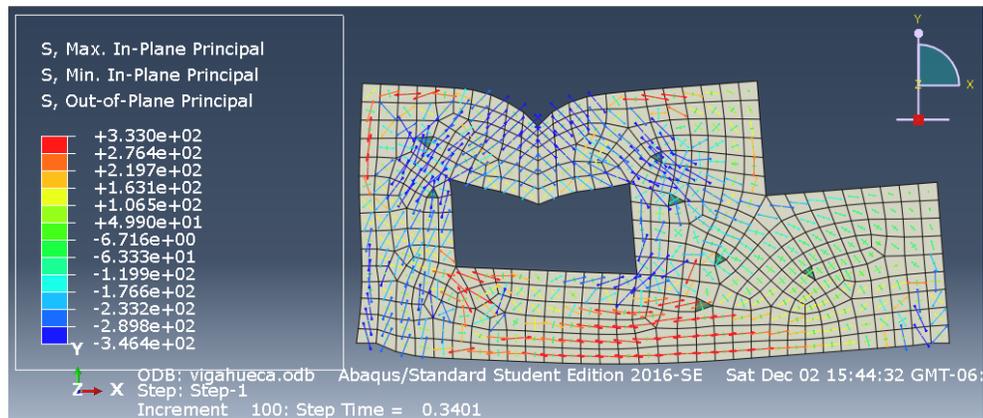
Como se puede observar en la figura anterior la viga completa presenta discontinuidad tanto en las cargas que le están siendo aplicadas como en su geometría, por lo tanto se considera que es una región D en su totalidad.



**Figura 75.** Regiones B y D Viga con Hueco

**b) Elección del Modelo**

Por medio de un análisis por el método de elementos finitos se obtienen los esfuerzos principales que exhibe la pieza estudiada, obteniendo así las trayectorias de zonas sometidas tanto a compresión como a tensión.



**Figura 76.** Trayectoria de Esfuerzos en Viga con Hueco. Fuente: Creación Propia

Gracias al análisis anterior podemos determinar que los esfuerzos de compresión son transferidos desde el punto de aplicación de la carga hasta las zonas de apoyo, provocando que la zona baja de la viga se encuentre a tensión. Debido a estas razones la viga crea una forma de “triángulo” a compresión en la parte superior del elemento, dejando de esta manera la zona de tensiones en la parte inferior, lo cual era de esperarse ya que al fin y al cabo se comporta como una viga normal.

De acuerdo al análisis de trayectorias de esfuerzos mostrado en la figura anterior obtenemos el modelo puntal tensor, el cual está formado principalmente por puntales inclinados que se encargaran de transmitir las cargas a las zonas de apoyos y un tensor principal en la parte baja.

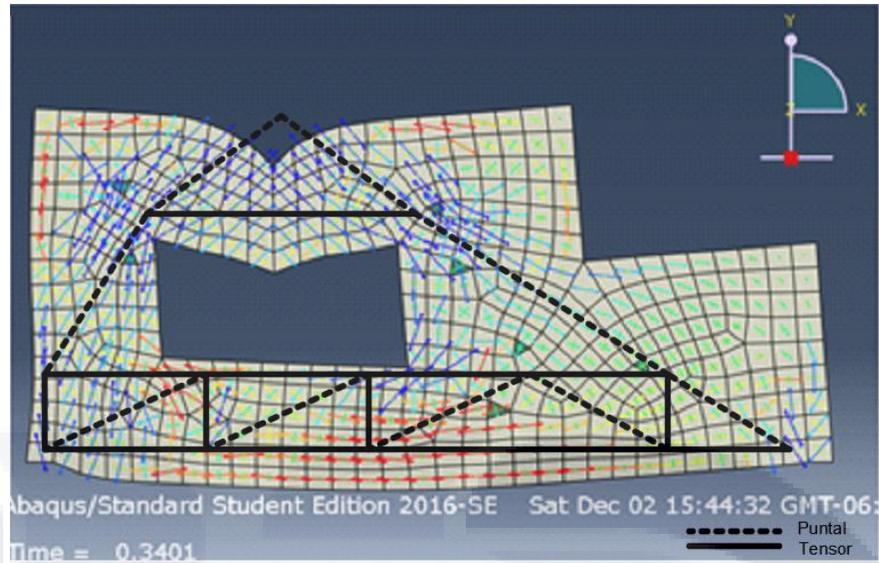


Figura 77. Modelo Puntal Tensor Viga con Hueco

### c) Geometría y Fuerzas del Modelo

En la siguiente figura se muestra la numeración de los nodos, así como de los puntales y tensores que se siguen en la resolución de este elemento.

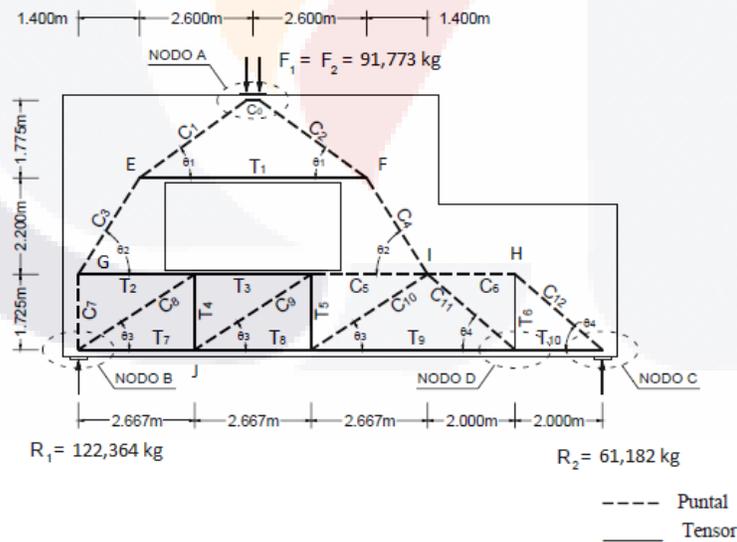


Figura 78. Geometría y Numeración de Elementos del Modelo Ménsula Doble

Una vez determinada la geometría y la numeración de los elementos del modelo puntal tensor se procede a calcular las fuerzas en kilogramos de la armadura ficticia, las cuales son de la siguiente manera:

Puntales (kg)	
C0	126,672.23
C1	156,423.00
C2	156,423.00
C3	108,779.56
C4	108,779.56
C5	36,179.98
C6	70,935.43
C7	91,773.00
C8	56,322.11
C9	56,322.11
C10	56,322.11
C11	93,675.76
C12	93,675.76

Tensores (kg)	
1	68,271.97
2	58,401.28
3	11,110.65
4	30,591.00
5	30,591.00
6	61,182.00
7	47,290.63
8	94,581.25
9	141,870.86
10	70,935.43

**d) Dimensionamiento de Puntales y Tensores**

Para el cálculo de la resistencia efectiva a la compresión de los puntales de forma de botella (puntales inclinados del modelo) se tiene lo siguiente:

$$f_{cu} = B_s * 0.85 * f'c = 0.75 * 0.85 * 300 \frac{kg}{cm^2} = 191.25 \frac{kg}{cm^2}$$

En puntales prismáticos (puntal superior horizontal) se tiene que:

$$f_{cu} = B_s * 0.85 * f'c = 1.00 * 0.85 * 300 \frac{kg}{cm^2} = 255.00 \frac{kg}{cm^2}$$

El modelo presenta tres tipos de nodos, los cuales como se vio en la sección 3.2.8 de este trabajo, se clasifican por las fuerzas que llegan a ellos. Sus resistencias efectivas son:

$$CCC: B_n * 0.85 * f'c = 1.00 * 0.85 * 300 \frac{kg}{cm^2} = 255.00 \frac{kg}{cm^2}$$

$$\text{CCT: } B_n * 0.85 * f'c = 0.80 * 0.85 * 300 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} = 204.00 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\text{CTT: } B_n * 0.85 * f'c = 0.60 * 0.85 * 300 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} = 153.00 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

En todos los nodos debe comprobarse que  $F_u \leq \phi F_n$ . Para todos los elementos de la armadura, el factor de seguridad o reducción será de 0.75.

El cálculo de cada una de las zonas nodales se encuentra en el anexo A. En las siguientes tablas se presenta el resumen de la comprobación de zonas nodales y puntales

**Tabla 38.** Resistencia Puntales Viga con Hueco

Puntal	Forma	Bs	Fu (kg)	Ancho	Fns (kg)	Verifica
C0	Prismático	1.00	126,702.824	0.250	170,640.422	Ok
C1	Botella	0.75	156,423.000	0.378	193,739.547	Ok
C2	Botella	0.75	156,423.000	0.378	193,739.547	Ok
C3	Botella	0.75	108,779.557	0.221	113,295.191	Ok
C4	Botella	0.75	108,779.557	0.221	113,295.191	Ok
C5	Prismático	1.00	36,179.976	0.304	207,534.106	Ok
C6	Prismático	1.00	70,935.431	0.304	207,534.106	Ok
C7	Prismático	1.00	91,773.000	0.350	238,896.591	Ok
C 7-8	Botella	0.75	131,184.405	0.499	255,590.262	Ok
C8	Botella	0.75	56,322.110	0.356	182,273.469	Ok
C9	Botella	0.75	56,322.110	0.389	199,189.347	Ok
C10	Botella	0.75	56,322.110	0.389	199,189.347	Ok
C11	Botella	0.75	93,675.760	0.376	192,517.281	Ok
C12	Botella	0.75	93,675.760	0.526	269,418.029	Ok

**Tabla 39.** Resistencia Elementos Viga con Hueco

Nodo	Tipo	fcu	Acción	Fu (kg)	Ancho	Fnn (kg)	Verifica
A1	CCC	2,550,000	Carga F1	91,773.00	0.35	204,768.51	Ok
			Puntal C0	126,672.23	0.25	170,640.42	Ok
			Puntal C1	156,423.00	0.38	258,319.40	Ok

Nodo	Tipo	fcu	Acción	Fu (kg)	Ancho	Fnn (kg)	Verifica
A2	CCC	2,550,000	Carga F2	91,773.00	0.30	204,768.51	Ok
			Puntal C0	126,702.82	0.25	170,640.42	Ok
			Puntal C2	156,423.00	0.38	258,319.40	Ok
B	CCT	2,040,000	Reacción	122,364.00	0.40	218,419.74	Ok
			Puntal 7-8	131,184.41	0.50	272,629.61	Ok
			Tensor 7	47,290.63	0.35	191,117.27	Ok
C	CCT	2,040,000	Reacción	61,182.00	0.40	218,419.74	Ok
			Puntal 12	93,675.76	0.53	287,379.23	Ok
			Tensor 10	70,935.43	0.35	191,117.27	Ok
D	CTT	1,530,000	Puntal 11	93,675.76	0.38	154,013.82	Ok
			Tensor 6	61,182.00	0.17	69,621.29	Ok
			Tensor 9	140,851.16	0.35	143,337.95	Ok
			Tensor 10	70,935.43	0.35	143,337.95	Ok
E	CCT	2,040,000	Tensor 1	71,331.07	0.31	167,637.15	Ok
			Puntal C1	156,423.00	0.38	206,655.52	Ok
			Puntal C3	108,779.56	0.22	120,848.20	Ok
F	CCT	2,040,000	Tensor 1	71,331.07	0.31	167,637.15	Ok
			Puntal C2	156,423.00	0.38	206,655.52	Ok
			Puntal C4	108,779.56	0.22	120,848.20	Ok
G	CCT	2,040,000	Puntal C3	108,779.56	0.22	120,848.20	Ok
			Puntal C7	91,773.00	0.35	191,117.27	Ok
			Tensor 2	58,401.28	0.27	148,059.19	Ok
H	CCT	2,040,000	Puntal 4	108,779.56	0.22	151,060.25	Ok
			Puntal 6	70,935.43	0.30	207,534.11	Ok
			Puntal 11	93,675.76	0.38	256,689.71	Ok
I	CCT	2,040,000	Tensor 9	140,851.16	0.35	191,117.27	Ok
			Tensor 5	30,591.00	0.17	92,828.39	Ok
			Puntal 10	56,322.11	0.39	212,468.64	Ok
J	CTT	1,530,000	Tensor 4	30,591.00	0.17	69,621.29	Ok
			Tensor 8	94,581.25	0.35	143,337.95	Ok
			Puntal 9	56,322.11	0.39	159,351.48	Ok

**Armado**

*Tabla 40. Área de Acero Requerida Viga con Hueco*

Tensor	Fu (kg)	As necesaria (cm2)
1	167,637.15	52.19
2	148,059.19	46.09
3	148,059.19	46.09
4	69,621.29	21.68

Tensor	Fu (kg)	As necesaria (cm <sup>2</sup> )
5	92,828.39	28.90
6	69,621.29	21.68
7	191,117.27	59.50
8	143,337.95	44.63
9	143,337.95	44.63
10	143,337.95	44.63

Tensor 1:

Se utilizan dos capas con 7 varillas de 7/8" de diámetro en cada una de ellas.

Tensores 2 y 3:

Se utilizan dos capas con 4 varillas de 7/8" de diámetro y 3 varillas de 6/8" de diámetro en cada una de ellas.

Tensores 4 y 5:

Para este caso el armado se distribuye en una zona de longitud igual a:  $z * \cot \phi$

Por lo tanto el armado necesario es igual a  $28.90 \text{ cm}^2 / 2.667 \text{ m} = 10.84 \text{ cm}^2/\text{m}$ . Se utiliza dos varillas de 4/8" de diámetro cada 20 cm.

Tensor 6:

El tensor 6 tiene las mismas propiedades que el 4 y el 5, por lo tanto el armado necesario es igual a  $21.68 \text{ cm}^2 / 2.0 \text{ m} = 10.84 \text{ cm}^2/\text{m}$ . Se utiliza dos varillas de 4/8" de diámetro cada 20 cm.

Tensores 7, 8,9 y 10:

Se utilizan 4 capas con 4 varillas de 6/8" de pulgada en cada una de ellas.

**Armado para Puntales con Forma de Botella (Estribos)**

De acuerdo al código ACI 318-02 los puntales en forma de botella equivaldrán a armados en forma de parrillas ortogonales las dos caras del elemento.

El armado vertical mínimo para vigas de gran peralte es:

$$A_v = 0.0025bs_1 \quad s_1 = \frac{A_v}{0.0025b}$$

El armado horizontal mínimo para vigas de gran peralte es:

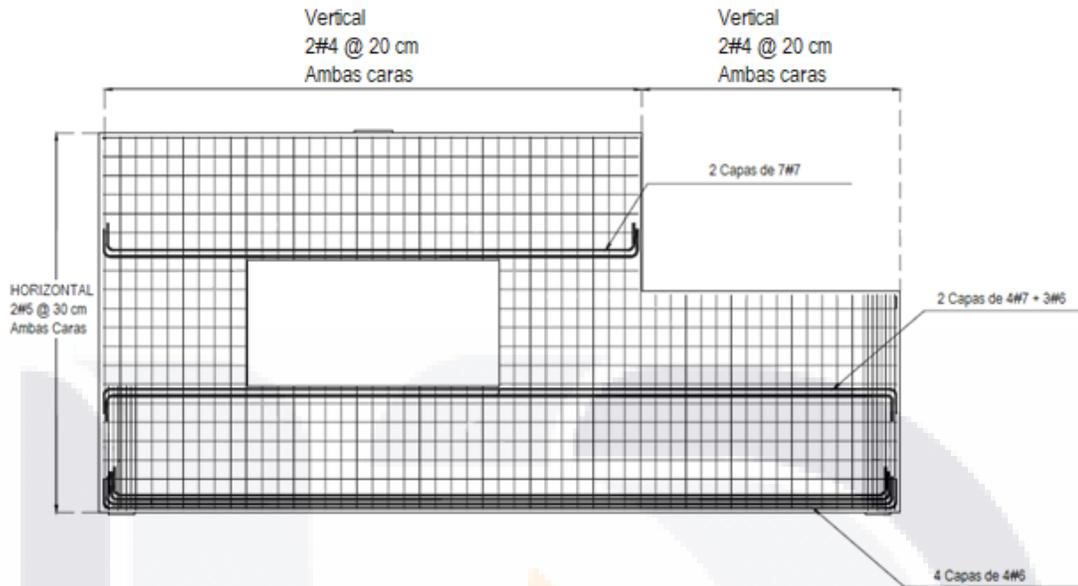
$$A_v = 0.0015bs_2 \quad s_2 = \frac{A_v}{0.0015b}$$

**Tabla 41.** *Calculo de Parrilla y Comprobación de Cuantía Viga con Hueco*

Puntal	As vertical (cm2)	S vertical (cm)	As horizontal (cm2)	S horizontal (cm)	Cuantía	Cuantía > 0.003
C1	3.75	25.00	2.70	30.00	0.0058	Ok
C2	3.75	25.00	2.70	30.00	0.0058	Ok
C3	3.75	25.00	2.70	30.00	0.0046	Ok
C4	3.75	25.00	2.70	30.00	0.0046	Ok
C8	3.75	25.00	2.70	30.00	0.0060	Ok
C9	3.75	25.00	2.70	30.00	0.0060	Ok
C10	3.75	25.00	2.70	30.00	0.0060	Ok
C11	3.75	25.00	2.70	30.00	0.0056	Ok
C12	3.75	25.00	2.70	30.00	0.0056	Ok

Se utilizan 2 varillas de 5/8" de diámetro tanto para el armado horizontal como para el vertical cada 25 y 30 centímetros respectivamente.

### Esquema de Armado



**Figura 79.** Esquema de Armado Viga con Hueco

- **Optimización del Modelo con Algoritmos Genéticos**

El proceso de optimización del elemento utiliza un algoritmo genético con las características mencionadas en el capítulo 4 de este trabajo.

Para la mejora del elemento se utilizó la misma geometría y armado ficticio mostrado anteriormente, con la diferencia de que el algoritmo genético se dio a la tarea de encontrar la mejor solución mediante la reducción de las dimensiones del ancho y la altura del nodo A, la altura del nodo B, y en ancho de los tensores 1,6 y 7; cumpliendo además la especificación de que las fuerzas de los elementos superen por una cantidad mínima los esfuerzos a los que están sometidos.

El cálculo de cada una de las zonas nodales se encuentra en el anexo A. En las siguientes tablas se presenta el resumen de la comprobación de zonas nodales y puntales.

**Tabla 42.** Resistencia de Puntales Viga con Hueco Optimizada

Puntal	Forma	Bs	Fu (kg)	Ancho	Fns (kg)	Verifica
C0	Prismático	1.00	126,702.824	0.203	138,648.831	Ok
C1	Botella	0.75	156,423.000	0.256	131,092.443	No pasa
C2	Botella	0.75	156,423.000	0.256	131,092.443	No pasa
C3	Botella	0.75	108,779.557	0.218	111,396.245	Ok
C4	Botella	0.75	108,779.557	0.218	111,396.245	Ok
C5	Prismático	1.00	36,179.976	0.242	164,901.201	Ok
C6	Prismático	1.00	70,935.431	0.242	164,901.201	Ok
C7	Prismático	1.00	91,773.000	0.300	204,768.506	Ok
C 7-8	Botella	0.75	131,184.405	0.318	162,800.407	Ok
C8	Botella	0.75	56,322.110	0.106	54,020.997	No pasa
C9	Botella	0.75	56,322.110	0.335	171,703.612	Ok
C10	Botella	0.75	56,322.110	0.335	171,703.612	Ok
C11	Botella	0.75	93,675.760	0.325	166,447.745	Ok
C12	Botella	0.75	93,675.760	0.374	191,524.076	Ok

**Tabla 43.** Resistencia Elementos Viga con Hueco Optimizada

Nodo	Tipo	fcu	Acción	Fu (kg)	Ancho	Fnn (kg)	Verifica
A1	CCC	2,550,000	Carga F1	91,773.00	0.35	106,548.10	Ok
			Puntal C0	126,672.23	0.20	138,648.83	Ok
			Puntal C1	156,423.00	0.26	174,789.92	Ok
A2	CCC	2,550,000	Carga F2	91,773.00	0.16	106,548.10	Ok
			Puntal C0	126,702.82	0.20	138,648.83	Ok
			Puntal C2	156,423.00	0.26	174,789.92	Ok
B	CCT	2,040,000	Reacción	122,364.00	0.23	122,861.10	Ok
			Puntal 7-8	131,184.41	0.32	173,653.77	Ok
			Tensor 7	47,290.63	0.30	163,814.81	Ok
C	CCT	2,040,000	Reacción	61,182.00	0.23	122,861.10	Ok
			Puntal 12	93,675.76	0.37	204,292.35	Ok
			Tensor 10	70,935.43	0.30	163,814.81	Ok
D	CTT	1,530,000	Puntal 11	93,675.76	0.33	133,158.20	Ok
			Tensor 6	61,182.00	0.15	61,430.55	Ok
			Tensor 9	140,851.16	0.30	122,861.10	Error
			Tensor 10	70,935.43	0.30	122,861.10	Ok
E	CCT	2,040,000	Tensor 1	71,331.07	0.14	73,716.66	Ok
			Puntal C1	156,423.00	0.26	139,831.94	Error
			Puntal C3	108,779.56	0.22	118,822.66	Ok
F	CCT	2,040,000	Tensor 1	71,331.07	0.14	73,716.66	Ok
			Puntal C2	156,423.00	0.26	139,831.94	Error

Nodo	Tipo	fcu	Acción	Fu (kg)	Ancho	Fnn (kg)	Verifica
F	CCT	2,040,000	Puntal C4	108,779.56	0.22	118,822.66	Ok
G	CCT	2,040,000	Puntal C3	108,779.56	0.22	118,822.66	Ok
			Puntal C7	91,773.00	0.30	163,814.81	Ok
			Tensor 2	58,401.28	0.21	112,767.31	Ok
H	CCT	2,040,000	Puntal 4	108,779.56	0.22	148,528.33	Ok
			Puntal 6	70,935.43	0.24	164,901.20	Ok
			Puntal 11	93,675.76	0.33	221,930.33	Ok
I	CCT	2,040,000	Tensor 9	140,851.16	0.30	163,814.81	Ok
			Tensor 5	30,591.00	0.15	81,907.40	Ok
			Puntal 10	56,322.11	0.34	183,150.52	Ok
J	CTT	1,530,000	Tensor 4	30,591.00	0.15	61,430.55	Ok
			Tensor 8	94,581.25	0.30	122,861.10	Ok
			Puntal 9	56,322.11	0.34	137,362.89	Ok

**Armado**

**Tabla 44.** Área de Acero Requerida Viga con Hueco Optimizada

Tensor	Fu (kg)	Ast necesaria (cm2)
1	73,716.66	22.95
2	112,767.31	35.11
3	112,767.31	35.11
4	61,430.55	19.13
5	81,907.40	25.50
6	61,430.55	19.13
7	163,814.81	51.00
8	122,861.10	38.25
9	122,861.10	38.25
10	122,861.10	38.25

Tensor 1:

Se utilizan dos capas con 3 varillas de 7/8" de diámetro en cada una de ellas.

Tensores 2 y 3:

Se utilizan dos capas con 3 varillas de 7/8" de diámetro y 3 varillas de 5/8" de diámetro en cada una de ellas.

Tensores 4 y 5:

Para este caso el armado se distribuye en una zona de longitud igual

$a: z * \cot \phi$

Por lo tanto el armado necesario es igual a  $25.50 \text{ cm}^2 / 2.667 \text{ m} = 9.56 \text{ cm}^2/\text{m}$ . Se utiliza dos varillas de 4/8" de diámetro cada 25 cm.

Tensor 6:

El tensor 6 tiene las mismas propiedades que el 4 y el 5, por lo tanto el armado necesario es igual a  $19.13 \text{ cm}^2 / 2.0 \text{ m} = 9.57 \text{ cm}^2/\text{m}$ . Se utiliza dos varillas de 4/8" de diámetro cada 25 cm.

Tensores 7, 8,9 y 10:

Se utilizan 4 capas con 2 varillas de 1" de pulgada en cada una de ellas.

### **Armado para Puntales con Forma de Botella (Estribos)**

De acuerdo al código ACI 318-02 los puntales en forma de botella equivaldrán a armados en forma de parrillas ortogonales las dos caras del elemento.

El armado vertical mínimo para vigas de gran peralte es:

$$A_v = 0.0025bs_1 \quad s_1 = \frac{A_v}{0.0025b}$$

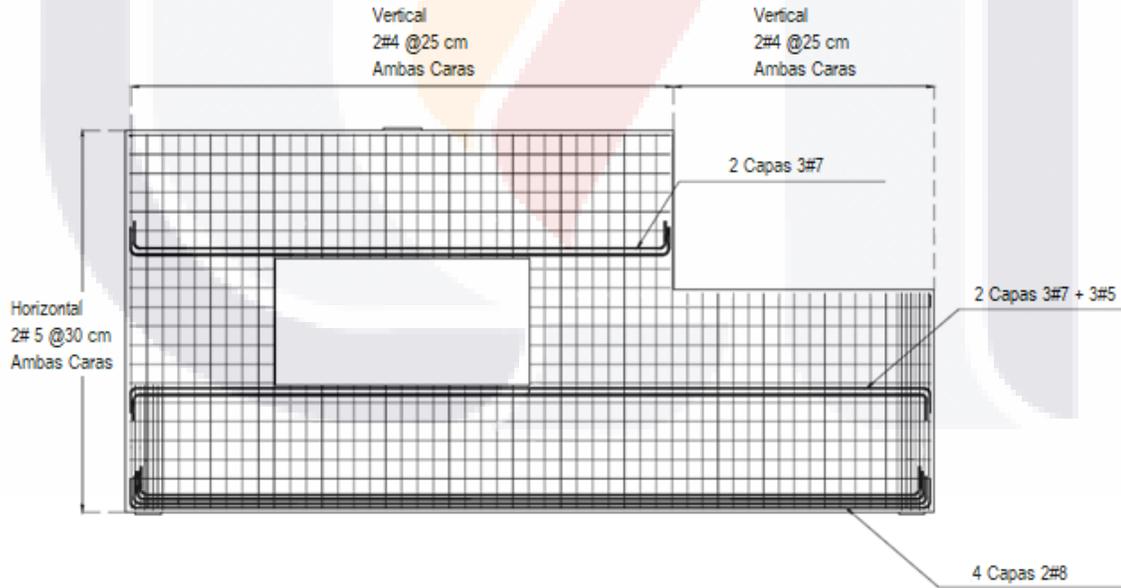
El armado horizontal mínimo para vigas de gran peralte es:

$$A_v = 0.0015bs_2 \quad s_2 = \frac{A_v}{0.0015b}$$

Puntal	As v (cm2)	S v (cm)	As h (cm2)	S h (cm)	Cuantía	Cuantía > 0.003
C1	3.75	25.00	2.70	30.00	0.0046	Ok
C2	3.75	25.00	2.70	30.00	0.0046	Ok
C3	3.75	25.00	2.70	30.00	0.0038	Ok
C4	3.75	25.00	2.70	30.00	0.0038	Ok
C8	3.75	25.00	2.70	30.00	0.0046	Ok
C9	3.75	25.00	2.70	30.00	0.0046	Ok
C10	3.75	25.00	2.70	30.00	0.0046	Ok
C11	3.75	25.00	2.70	30.00	0.0044	Ok
C12	3.75	25.00	2.70	30.00	0.0044	Ok

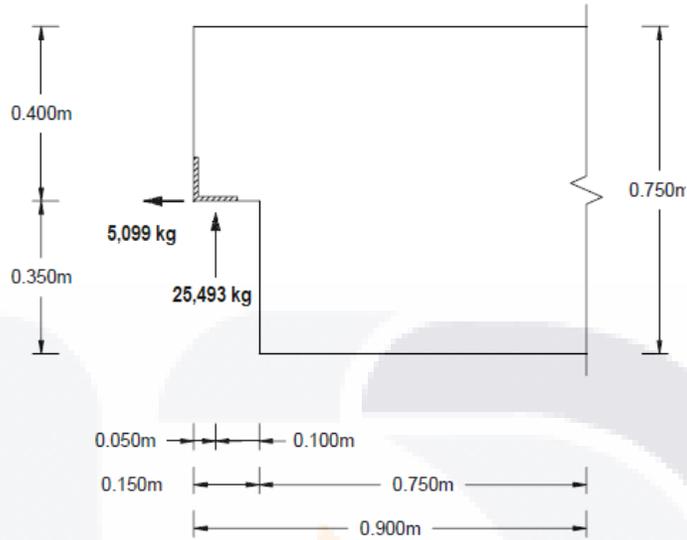
Se utilizan 2 varillas de 5/8" de diámetro cada 30 cm para el armado horizontal y 2 varillas de 4/8" de diámetro cada 25 cm para el armado vertical.

**Esquema de Armado**



**Figura 80.** Esquema de Armado Viga con Hueco Optimizada

**5.2.5. Viga Con Extremo Rebajado**



**Figura 81.** Dimisiones Viga con Extremo Rebajado

Materiales:

- Concreto  $f'c = 400 \text{ kg/cm}^2$
- Acero  $fy = 4200 \text{ kg/cm}^2$

Cargas:

- $V_u = 25,493 \text{ kg}$
- $H_u = 5,099 \text{ kg}$
- Placas de apoyo:  $0.40 \text{ m} \times 0.10 \text{ m} \times 0.01 \text{ m}$
- Ancho de viga:  $40 \text{ cm}$

**a) Identificaciones de Regiones B y D**

Como se puede observar en la figura anterior la viga completa presenta discontinuidad geométrica en la zona de aplicación de las cargas, por lo tanto se considera como zona D los 15 cm del extremo de la viga, más

una distancia igual a la altura de la viga en su longitud, lo que es igual a 0.90 m.

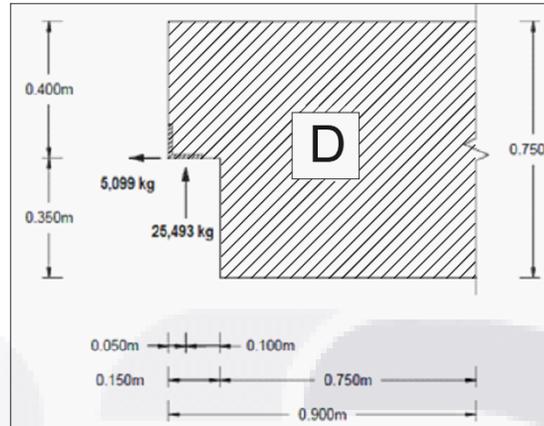


Figura 82. Regiones B y D Viga con Extremo Rebajado

### b) Elección del Modelo

Por medio de un análisis por el método de elementos finitos se obtienen los esfuerzos principales que exhibe la pieza estudiada, obteniendo así las trayectorias de zonas sometidas tanto a compresión como a tensión.

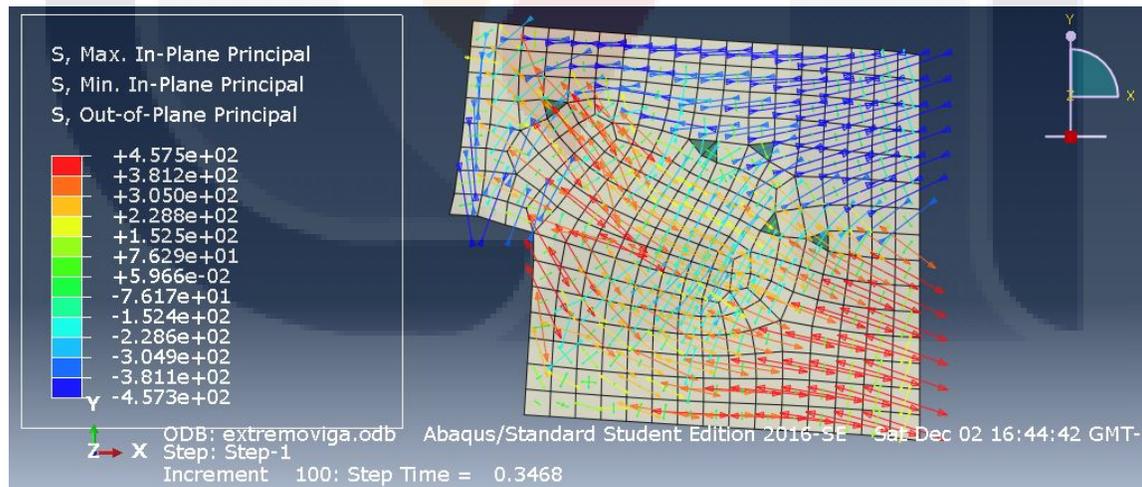
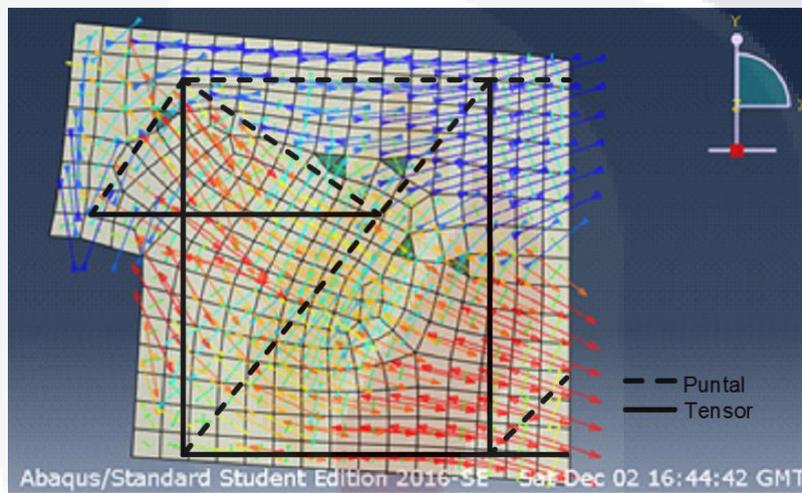


Figura 83. Trayectoria de Esfuerzos en Extremo de Viga. Fuente: Creación Propia

Gracias al análisis anterior podemos observar que los esfuerzos de compresión se presentan en el patín de la viga mientras que la fuerza resultante de la aplicación de las cargas provoca una extensión en la

parte inferior derecha de la viga. Debido a esto se colocaron tensores verticales en las zonas que presentan la mayor tensión en el elemento (zonas color rojo) y en caso contrario se ubicaron puntales horizontales en la zona superior de la viga.

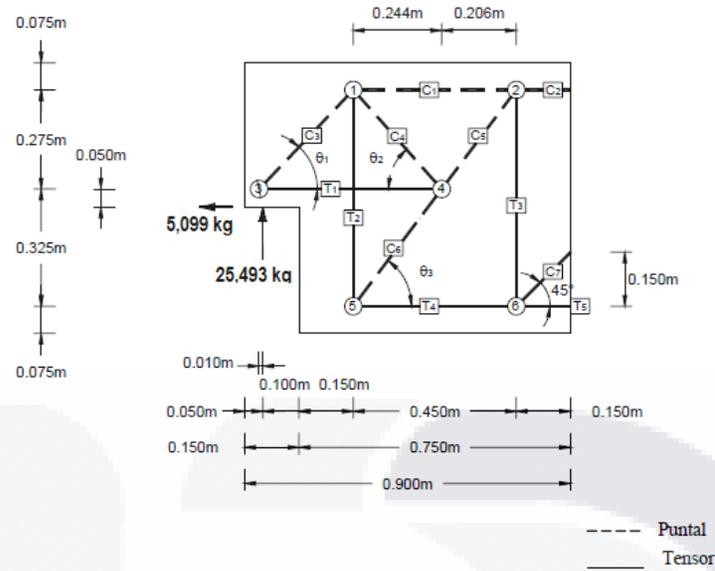
De acuerdo al análisis de trayectorias de esfuerzos mostrado en la figura anterior obtenemos el modelo puntal tensor, el cual está formado principalmente por puntales inclinados que se encargaran de transmitir las cargas a las zonas de apoyos y un tensor principal en la parte baja.



**Figura 84.** Modelo Puntal Tensor Extremo de Viga

**c) Geometría y Fuerzas del Modelo**

En la siguiente figura se muestra la numeración de los nodos, así como de los puntales y tensores que se siguen en la resolución de este elemento.



**Figura 85.** Geometría y Numeración de Elementos del Modelo Extremo de Viga

Una vez determinada la geometría y la numeración de los elementos del modelo puntal tensor se procede a calcular las fuerzas en kilogramos de la armadura ficticia, las cuales son de la siguiente manera:

Puntales	
1	8,282.06 kg
2	27,404.44 kg
3	35,082.78 kg
4	23,845.68 kg
5	31,865.63 kg
6	54,171.56 kg
7	36,051.49 kg

Tensores	
1	29,200.13 kg
2	43,337.25 kg
3	25,492.50 kg
4	32,502.94 kg
5	57,870.31 kg

**d) Dimensionamiento de Puntales y Tensores**

Para el cálculo de la resistencia efectiva a la compresión de los puntales de forma de botella (puntales inclinados del modelo) se tiene lo siguiente:

$$f_{cu} = B_s * 0.85 * f'c = 0.75 * 0.85 * 400 \frac{kg}{cm^2} = 255.00 \frac{kg}{cm^2}$$

En puntales prismáticos (puntal superior horizontal) se tiene que:

$$f_{cu} = B_s * 0.85 * f'c = 1.00 * 0.85 * 400 \frac{kg}{cm^2} = 340.00 \frac{kg}{cm^2}$$

El modelo presenta tres tipos de nodos, los cuales como se vio en la sección 3.2.8 de este trabajo, se clasifican por las fuerzas que llegan a ellos. Sus resistencias efectivas son:

$$CCC: B_n * 0.85 * f'c = 1.00 * 0.85 * 400 \frac{kg}{cm^2} = 340.00 \frac{kg}{cm^2}$$

$$CCT: B_n * 0.85 * f'c = 0.80 * 0.85 * 400 \frac{kg}{cm^2} = 272.00 \frac{kg}{cm^2}$$

$$CTT: B_n * 0.85 * f'c = 0.60 * 0.85 * 400 \frac{kg}{cm^2} = 204.00 \frac{kg}{cm^2}$$

En todos los nodos debe comprobarse que  $F_u \leq \phi F_n$ . Para todos los elementos de la armadura, el factor de seguridad o reducción será de 0.75.

El cálculo de cada una de las zonas nodales se encuentra en el anexo A. En las siguientes tablas se presenta el resumen de la comprobación de zonas nodales y puntales:

**Tabla 45.** Resistencia Puntales Extremo de Viga

Puntal	Forma	Bs	Fu (kg)	Ancho	Fns (kg)	Verifica
1	Prismático	1.00	8,285.063	0.050	52,004.700	Ok
2	Prismático	1.00	27,404.438	0.050	52,004.700	Ok
3	Botella	0.75	35,082.779	0.071	55,137.539	Ok
4	Botella	0.75	23,845.685	0.071	55,137.539	Ok
5	Botella	0.75	32,171.535	0.136	106,089.620	Ok
6	Botella	0.75	54,171.563	0.136	106,089.620	Ok
7	Botella	0.75	36,051.494	0.114	89,023.793	Ok

**Tabla 46.** Resistencia Elementos Extremo de Viga

Nodo	Tipo	fcu	Acción	Fu (kg)	Ancho	Fnn (kg)	Verifica
1	CCT	2,720,000	Puntal 1	8,285.06	0.05	41,603.76	Ok
			Puntal 3	35,082.78	0.07	58,813.37	Ok
			Puntal 4	23,845.68	0.07	58,813.37	Ok
			Tensor 2	43,337.25	0.10	83,207.52	Ok
2	CCT	2,720,000	Puntal 1	8,285.06	0.05	41,603.76	Ok
			Puntal 2	27,404.44	0.05	41,603.76	Ok
			Puntal 5	31,865.63	0.14	113,162.26	Ok
			Tensor 3	25,492.50	0.13	105,236.99	Ok
3	CCT	2,720,000	Carga	25,492.50	0.10	83,207.52	Ok
			Puntal 3	35,082.78	0.12	99,486.81	Ok
			Tensor 1	29,200.13	0.07	58,245.26	Ok
4	CCT	2,720,000	Puntal 4	23,845.68	0.07	58,813.37	Ok
			Puntal 5	32,502.94	0.14	113,162.26	Ok
			Puntal 6	54,171.56	0.14	113,162.26	Ok
			Tensor 1	29,200.13	0.07	58,245.26	Ok
5	CTT	2,040,000	Puntal 6	53,151.86	0.14	84,871.70	Ok
			Tensor 2	43,337.25	0.10	62,405.64	Ok
			Tensor 4	32,502.94	0.10	59,285.36	Ok
6	CTT	2,040,000	Tensor 3	25,492.50	0.13	78,927.74	Ok
			Tensor 4	32,502.94	0.10	59,285.36	Ok
			Tensor 5	57,995.44	0.10	59,285.36	Ok
			Puntal 7	36,051.49	0.11	71,219.03	Ok

**Armado**

**Tabla 47.** Área de Acero Requerida Extremo de Viga

Tensor	Fu (kg)	Ast necesaria (cm2)
1	58,245.26	18.13
2	62,405.64	19.43
3	78,927.74	24.57
4	59,285.36	18.46
5	59,285.36	18.46

Tensor 1:

Se utilizan dos 3 varillas de 6/8" de diámetro más 2 varillas de 1" de diámetro.

Tensor 2:

Se utilizan 4 estribos con varillas de 6/8" de diámetro cada 5 cm.

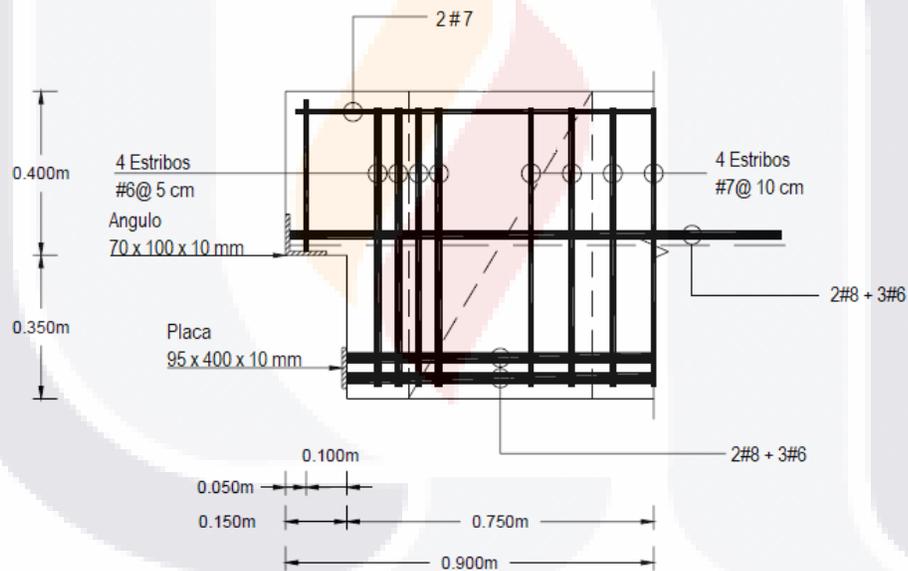
Tensor 3:

Se utilizan 4 estribos con varillas de 7/8" de diámetro cada 10 cm.

Tensores 4 y 5:

Se utilizan dos capas una con 3 varillas de 6/8" de diámetro y otra 2 varillas de 1" de diámetro.

**Esquema de Armado**



**Figura 86.** Esquema de Armado Extremo de Viga

- **Optimización del Modelo con Algoritmos Genéticos**

El proceso de optimización del elemento utiliza un algoritmo genético con las características mencionadas en el capítulo 4 de este trabajo.

Para la mejora del elemento se utilizó la misma geometría y armado ficticio mostrado anteriormente, con la diferencia de que el algoritmo genético se dio a la tarea de encontrar la mejor solución mediante la reducción de las dimensiones del ancho y la altura del nodo 3, la base y altura del nodo 1 y el ancho del tensor 4; cumpliendo además la especificación de que las fuerzas de los elementos superen por una cantidad mínima los esfuerzos a los que están sometidos.

El cálculo de cada una de las zonas nodales se encuentra en el anexo A. En las siguientes tablas se presenta el resumen de la comprobación de zonas nodales y puntales:

**Tabla 48.** Resistencia Puntales Extremo de Viga Optimizada

Puntal	Forma	Bs	Fu (kg)	Ancho	Fns (kg)	Verifica
1	Prismático	1.00	8,285.063	0.036	37,443.384	Ok
2	Prismático	1.00	27,404.438	0.036	37,443.384	Ok
3	Botella	0.75	35,082.779	0.050	39,163.150	Ok
4	Botella	0.75	23,845.685	0.050	39,132.155	Ok
5	Botella	0.75	32,171.535	0.085	66,462.039	Ok
6	Botella	0.75	54,171.563	0.085	66,462.039	Ok
7	Botella	0.75	36,051.494	0.066	51,783.767	Ok

**Tabla 49.** Resistencia de Elementos Extremo de Viga Optimizada

Nodo	Tipo	fcu	Acción	Fu (kg)	Ancho	Fnn (kg)	Verifica
1	CCT	2,720,000	Puntal 1	8,285.06	0.04	29,954.71	Ok
			Puntal 3	35,082.78	0.05	41,774.03	Ok
			Puntal 4	23,845.68	0.05	41,740.97	Ok
			Tensor 2	43,337.25	0.07	58,245.26	Ok
2	CCT	2,720,000	Puntal 1	8,285.06	0.04	29,954.71	Ok
			Puntal 2	27,404.44	0.04	29,954.71	Ok
			Puntal 5	31,865.63	0.09	70,892.84	Ok
			Tensor 3	25,492.50	0.08	64,253.49	Ok
3	CCT	2,720,000	Carga	25,492.50	0.03	28,300.71	Ok
			Puntal 3	35,082.78	0.05	40,922.35	Ok
			Tensor 1	29,200.13	0.04	29,559.70	Ok

Nodo	Tipo	fcu	Acción	Fu (kg)	Ancho	Fnn (kg)	Verifica
4	CCT	2,720,000	Puntal 4	23,845.68	0.05	41,740.97	Ok
			Puntal 5	32,502.94	0.09	70,892.84	Ok
			Puntal 6	54,171.56	0.09	70,892.84	Ok
			Tensor 1	29,200.13	0.04	29,559.70	Ok
5	CTT	2,040,000	Puntal 6	53,151.86	0.09	53,169.63	Ok
			Tensor 2	43,337.25	0.07	43,683.95	Ok
			Tensor 4	32,502.94	0.05	33,699.05	Ok
6	CTT	2,040,000	Tensor 3	25,492.50	0.08	48,190.12	Ok
			Tensor 4	32,502.94	0.05	33,699.05	Ok
			Tensor 5	57,995.44	0.05	33,699.05	Error
			Puntal 7	36,051.49	0.07	41,427.01	Ok

**Armado**

**Tabla 50.** Área de Acero Requerida Extremo de Viga Optimizada

Tensor	Fu (kg)	Ast necesaria (cm2)
1	29,559.70	9.20
2	43,683.95	13.60
3	48,190.12	15.00
4	33,699.05	10.49
5	33,699.05	10.49

Tensor 1:

Se utilizan dos 3 varillas de 4/8" de diámetro más 2 varillas de 6/8" de diámetro.

Tensor 2:

Se utilizan 4 estribos con varillas de 5/8" de diámetro cada 5 cm.

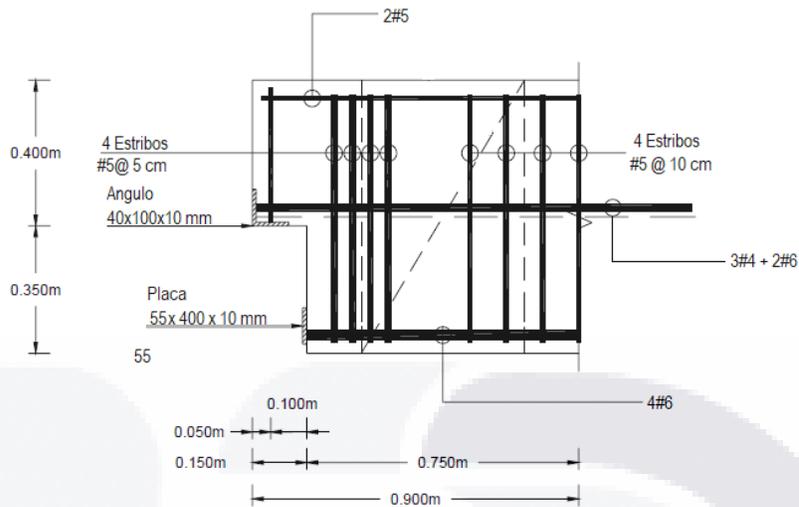
Tensor 3:

Se utilizan 4 estribos con varillas de 5/8" de diámetro cada 10 cm.

Tensores 4 y 5:

Se utilizan 4 varillas de 6/8" de diámetro.

## Esquema de Armado



**Figura 87.** Esquema de Armado Extremo de Viga Optimizada

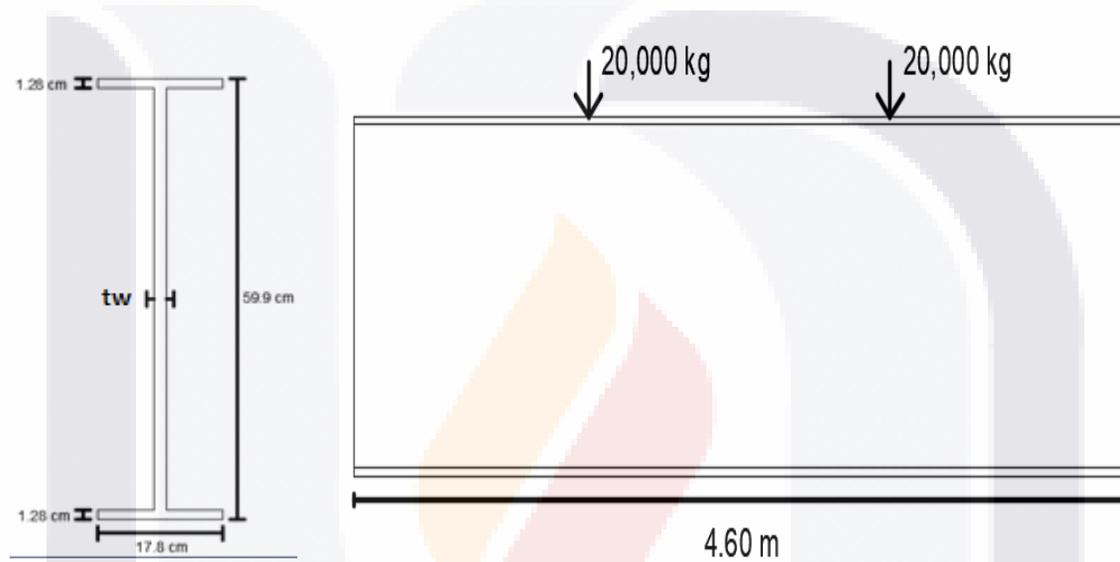
### 5.3. Análisis de elementos de Acero

En esta parte de la etapa experimental se aplica la analogía puntal tensor en vigas tipo I de acero A36. El procedimiento es prácticamente igual a los realizados anteriormente en elementos de concreto con la diferencia que debido a que las cargas aplicadas en el perfil son puntuales, se considera que los patines no tendrán aportación a la resistencia de estas y por lo tanto el alma del elemento es la responsable de soportarlas, siendo esta zona donde se ubicara la armadura ficticia.

Para tratar de obtener una tendencia de resultados y verificar si la analogía puntal tensor puede ser utilizada en elementos de acero se utilizara un mismo perfil, en el cual solo se cambiara el espesor del alma para tener casos compactos y no compactos. Debido a esto el método utilizado para la obtención de la armadura será el mismo para todos los modelos, cambiando solo el cálculo en cada uno de ellos.

El proceso de optimización consiste en sustituir las medidas obtenidas los cálculos de la analogía puntal tensor en cada uno de los elementos en la armadura ficticia para poder observar que zonas del perfil que teóricamente son innecesarias y pueden retirarse, ya que todas las fuerzas ya están siendo resistidas por los puntales y tensores.

### 5.3.1. Elección y Características del Modelo



Materiales:

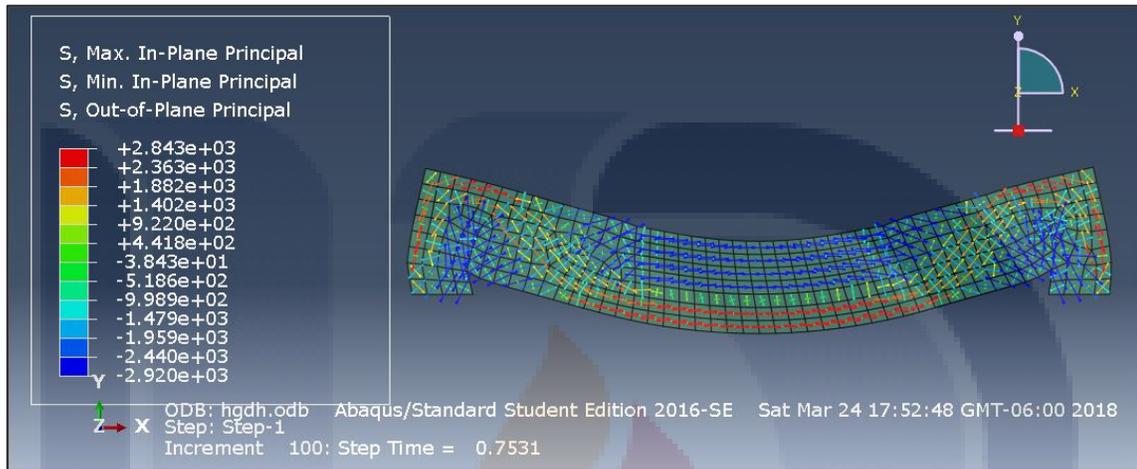
- Acero  $f_y = 2530 \text{ kg/cm}^2$

Cargas:

- $V_u = 20,000 \text{ kg}$

### a) Elección del Modelo

Por medio de un análisis por el método de elementos finitos se obtienen los esfuerzos principales que exhibe la pieza estudiada, obteniendo así las trayectorias de zonas sometidas tanto a compresión como a tensión.



**Figura 88.** Trayectoria de Esfuerzos en Viga Compacta #1. Fuente: Creación Propia

Gracias al análisis anterior podemos observar que los esfuerzos de compresión se presentan tanto en la parte superior central del perfil como en la parte interior de los apoyos, mientras que las cargas producen una trayectoria de tensiones que inicia en la parte superior exterior de los apoyos continuando en forma diagonal hacia la parte inferior de la viga y propagándose en la parte inferior central. Debido a esto se colocaron tensores en las diagonales y en la zona central inferior debido a que son las zonas que presentan la mayor tensión en el elemento (zonas color rojo y amarillo) y en caso contrario se ubicaron puntales horizontales y verticales en las zonas color azul.

De acuerdo al análisis de trayectorias de esfuerzos mostrado en la figura anterior obtenemos el modelo puntal tensor, el cual está formado

principalmente por puntales inclinados que se encargaran de transmitir las cargas a las zonas de apoyos y un tensor principal en la parte baja.

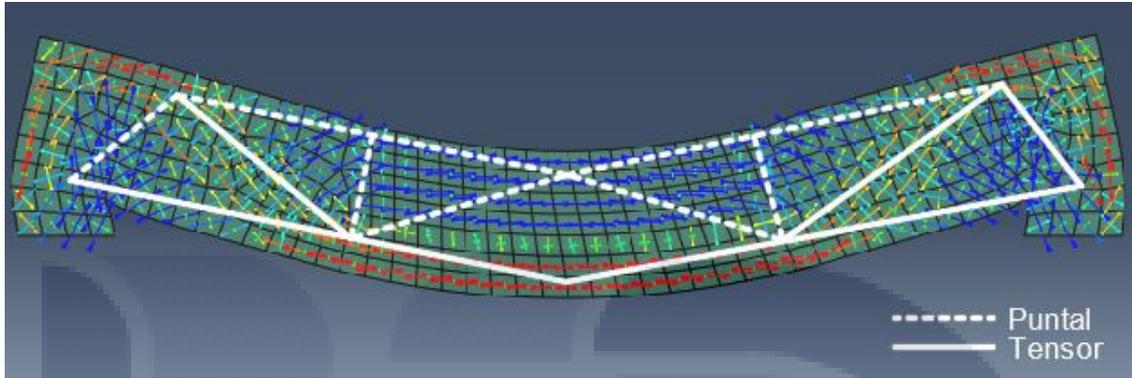


Figura 89. Modelo Puntal Tensor para Vigas de Acero

**b) Geometría y Fuerzas del Modelo**

En la siguiente figura se muestra la numeración de los nodos, así como de los puntales y tensores que se siguen en la resolución de este elemento.

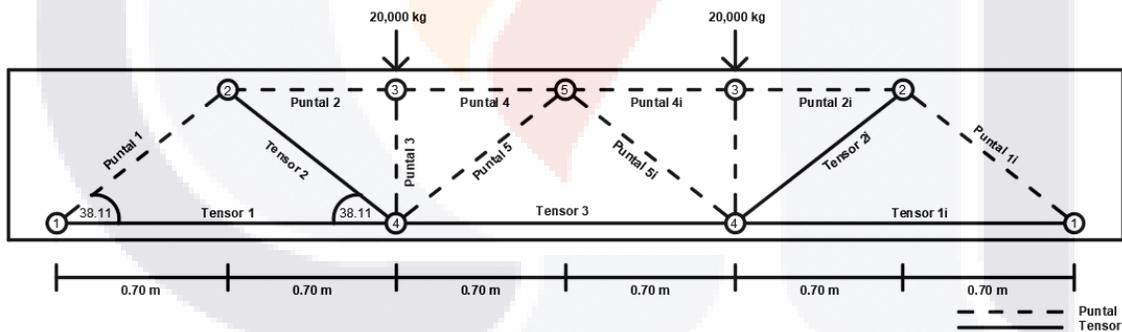
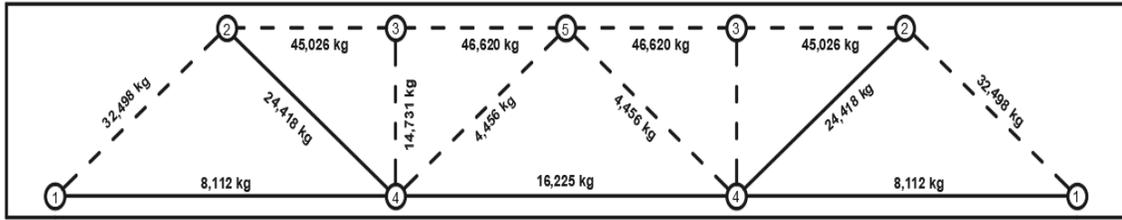


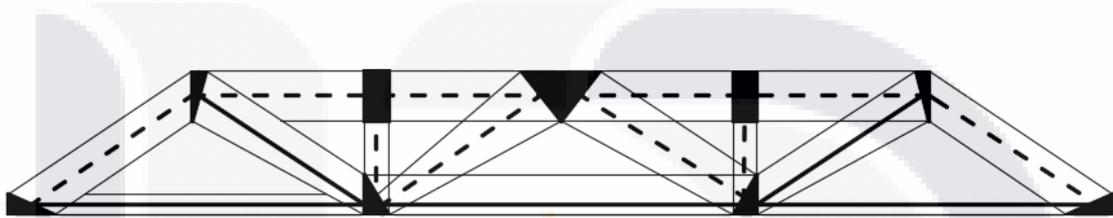
Figura 90. Geometría y Numeración de Elementos del Modelo para Vigas de Acero.

Una vez determinada la geometría y la numeración de los elementos del modelo puntal tensor se procede a calcular las fuerzas en kilogramos de la armadura ficticia, las cuales son de la siguiente manera:



**Figura 91.** Fuerzas Armadura Ficticia Modelo para Vigas de Acero.

### c) Dimensionamiento de Puntales y Tensores



**Figura 92.** Modelo Puntal Tensor para Vigas de Acero con Zonas Nodales

Al observar la figura de las zonas nodales se puede notar que en el nodos 4 más de tres esfuerzos, por lo tanto es necesario efectuar una subdivisión de zonas nodales de modo que nos permita trabajar solo con tres esfuerzos.

Para el cálculo de la resistencia efectiva a la compresión de los puntales de forma de botella (puntales inclinados del modelo) se tiene lo siguiente:

$$f_{cu} = B_s * 0.85 * f'c = 0.75 * 0.85 * 2530 \frac{kg}{cm^2} = 1,612.87 \frac{kg}{cm^2}$$

En puntales prismáticos (puntal superior horizontal) se tiene que:

$$f_{cu} = B_s * 0.85 * f'c = 1.00 * 0.85 * 2530 \frac{kg}{cm^2} = 2,150 \frac{kg}{cm^2}$$

El modelo presenta tres tipos de nodos, los cuales como se vio en la sección 3.2.8 de este trabajo, se clasifican por las fuerzas que llegan a ellos. Sus resistencias efectivas son:

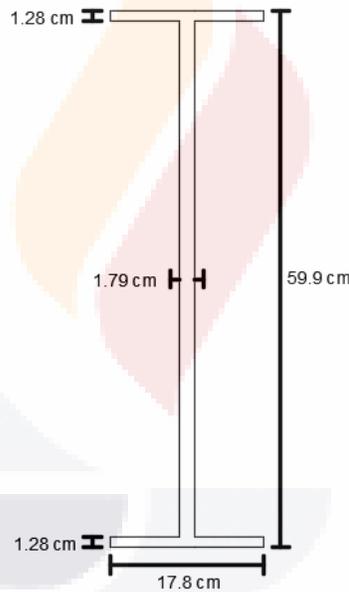
$$CCC: B_n * 0.85 * f'c = 1.00 * 0.85 * 2530 \frac{kg}{cm^2} = 2,150 \frac{kg}{cm^2}$$

$$CCT: B_n * 0.85 * f'c = 0.80 * 0.85 * 2530 \frac{kg}{cm^2} = 1,720 \frac{kg}{cm^2}$$

$$CTT: B_n * 0.85 * f'c = 0.60 * 0.85 * 2530 \frac{kg}{cm^2} = 1,290 \frac{kg}{cm^2}$$

En todos los nodos debe comprobarse que  $F_u \leq \phi F_n$ . Para todos los elementos de la armadura, el factor de seguridad o reducción será de 0.75.

**5.3.2. Viga #1(Compacta)**



**Figura 93.** Viga Acero #1

El cálculo de cada una de las zonas nodales se encuentra en el anexo A. En las siguientes tablas se presenta el resumen de la comprobación de zonas nodales y puntales:

**Tabla 51.** Resistencia Puntales Viga de Acero #1

Puntal	Forma	Bs	Fu (kg)	Ancho	Fns (kg)	Verifica
1	Botella	0.75	32,475.45	0.45	98,633.89	Ok
2	Prismático	1.00	44,994.75	0.52	153,083.90	Ok
3	Prismático	1.00	14,719.78	0.25	74,775.59	Ok
4	Prismático	1.00	46,586.65	0.52	153,083.90	Ok
5	Botella	0.75	4,491.88	0.89	195,619.86	Ok

**Tabla 52.** Resistencia Elementos Viga de Acero #1

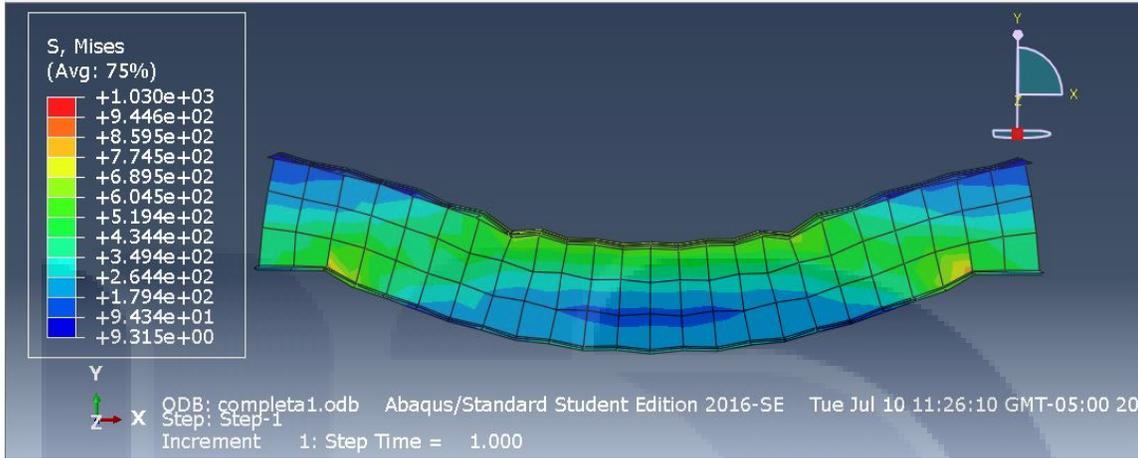
Nodo	Tipo	fcu	Acción	Fu (kg)	Ancho	Fnn (kg)	Verifica
1	CCT	17,204,000	Puntal 1	32,475.45	0.45	105,209.48	Ok
			Reacción	19,986.12	0.40	94,205.47	Ok
			Tensor 1	8,106.73	0.25	59,820.48	Ok
2	CCT	17,204,000	Puntal 1	32,475.45	0.45	105,209.48	Ok
			Puntal 2	44,994.75	0.70	122,467.12	Ok
			Tensor 2	24,401.05	0.52	205,299.44	Ok
3	CCC	21,505,000	Puntal 2	44,994.75	0.52	153,083.90	Ok
			Puntal 3	14,719.78	0.25	74,775.59	Ok
			Puntal 4	46,586.65	0.52	153,083.90	Ok
4A	CTT	12,903,000	Tensor 1-2	31,183.64	0.89	156,495.88	Ok
			Puntal 3	14,719.78	0.25	44,865.36	Ok
			Tensor 3	16,212.74	0.85	149,926.85	Ok
4B	CTT	12,903,000	Tensor 1-2	31,183.64	0.89	156,495.88	Ok
			Tensor 1	8,106.73	0.23	40,683.83	Ok
			Tensor 2	24,401.05	0.69	122,457.30	Ok
5	CCC	21,505,000	Puntal 4	44,994.75	0.52	153,083.90	Ok
			Puntal 5	14,719.78	0.52	74,775.59	Ok

### 1) Sección Transformada y Área de Acero

En este caso en particular los anchos seleccionados para la estructura modelo son de gran tamaño, lo cual ocasiona que no se puedan retirar partes de la viga para optimizar su área de acero.

En la siguiente imagen se presenta un análisis por medio de elemento finito del alma del de la viga, en donde se puede observar que la viga nunca

llega su esfuerzo se fluencia, concluyendo que la sección es adecuada para soportar las cargas que se aplican.



**Figura 94.** Análisis FEM Viga Acero #1

- **Optimización del Modelo con Algoritmos Genéticos**

El proceso de optimización del elemento utiliza un algoritmo genético con las características mencionadas en el capítulo 4 de este trabajo.

Para la mejora del elemento se utilizó la misma geometría y armado ficticio mostrado anteriormente, con la diferencia de que el algoritmo genético se dio a la tarea de encontrar la mejor solución mediante la reducción de las dimensiones del ancho y la altura del nodo 2, la altura del nodo 1, y en ancho del puntal 3; cumpliendo además la especificación de que las fuerzas de los elementos superen por una cantidad mínima los esfuerzos a los que están sometidos.

El cálculo de cada una de las zonas nodales se encuentra en el anexo A. En las siguientes tablas se presenta el resumen de la comprobación de zonas nodales y puntales:

**Tabla 53.** Resistencia Puntales Viga Acero #1 Optimizada

Puntal	Forma	Bs	Fu (kg)	Ancho	Fns (kg)	Verifica
1	Botella	0.75	32,475.45	0.18	38,801.43	Ok
2	Prismático	1.00	44,994.75	0.19	56,317.21	Ok
3	Prismático	1.00	14,719.78	0.09	27,378.47	Ok
4	Prismático	1.00	46,586.65	0.19	56,317.21	Ok
5	Botella	0.75	4,491.88	0.18	39,100.48	Ok

**Tabla 54.** Resistencia de Elementos Viga Acero #1 Optimizada

Nodo	Tipo	fcu	Acción	Fu (kg)	Ancho	Fnn (kg)	Verifica
1	CCT	17,204,000	Puntal 1	32,475.45	0.18	41,388.19	Ok
			Reacción	19,986.12	0.18	42,440.09	Ok
			Tensor 1	8,106.73	0.08	19,312.12	Ok
2	CCT	17,204,000	Puntal 1	32,475.45	0.18	41,388.19	Ok
			Puntal 2	44,994.75	0.05	45,053.77	Ok
			Tensor 2	24,401.05	0.19	36,978.75	Ok
3	CCC	21,505,000	Puntal 2	44,994.75	0.19	56,317.21	Ok
			Puntal 3	14,719.78	0.09	27,378.47	Ok
			Puntal 4	46,586.65	0.19	56,317.21	Ok
4A	CTT	12,903,000	Tensor 1-2	31,183.64	0.18	31,280.38	Ok
			Puntal 3	14,719.78	0.09	16,427.08	Ok
			Tensor 3	16,212.74	0.15	26,619.79	Ok
4B	CTT	12,903,000	Tensor 1-2	31,183.64	0.18	31,280.38	Ok
			Tensor 1	8,106.73	0.05	8,131.88	Ok
			Tensor 2	24,401.05	0.14	24,476.75	Ok
5	CCC	21,505,000	Puntal 4	46,586.65	0.19	56,317.21	Ok
			Puntal 5	4,491.88	0.18	52,133.97	Ok

### 1) Sección Transformada y Área de Acero

Gracias a la participación del algoritmo genético los anchos seleccionados para las piezas de la armadura son muy pequeños comparado con el cálculo anterior. Esto genera que gran parte del perfil pueda retirarse y así producir un ahorro en cuanto al área de acero.

En la siguiente imagen se presenta un análisis por medio de elemento finito del alma del de la viga. Se puede apreciar que los mayores esfuerzos se presentan en las diagonales debido a que se formación de campos de tensión, sin embargo el elemento no alcanza el esfuerzo de fluencia, por lo que se concluye que la distribución de esfuerzos es adecuada.

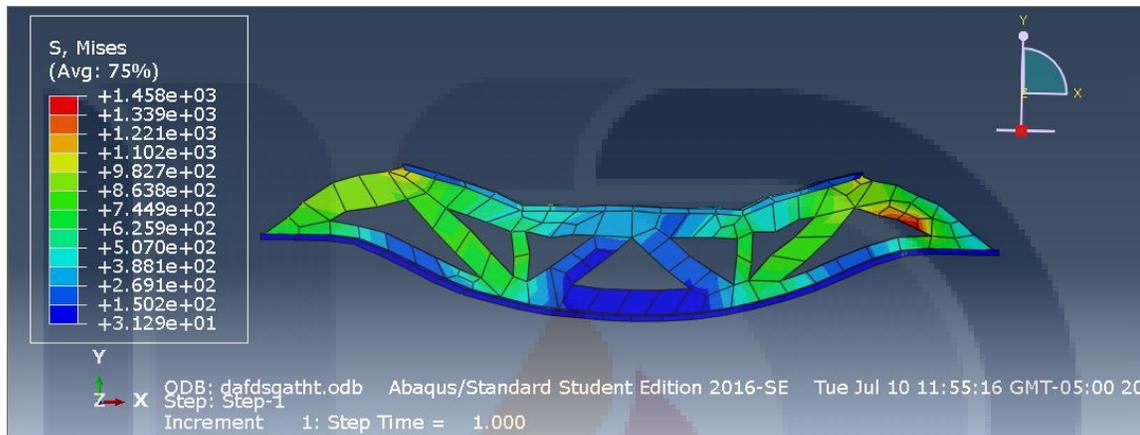


Figura 95. Análisis FEM Viga Acero #1 Optimizada

### 5.3.3. Viga #2 (Compacta)

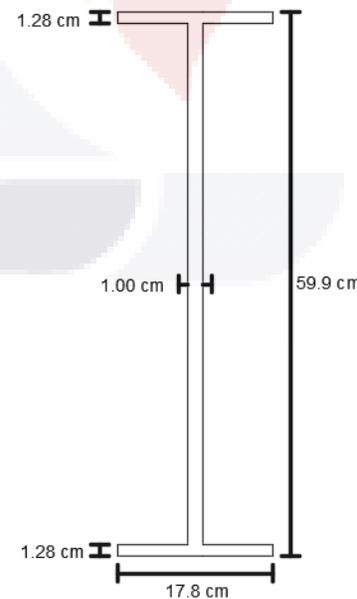


Figura 96. Viga de Acero #2

El cálculo de cada una de las zonas nodales se encuentra en el anexo A. En las siguientes tablas se presenta el resumen de la comprobación de zonas nodales y puntales:

**Tabla 55.** Resistencia Puntales Viga de Acero #2

Puntal	Forma	Bs	Fu (kg)	Ancho	Fns (kg)	Verificación
1	Botella	0.75	32,475.45	0.45	98,633.89	Ok
2	Prismático	1.00	44,994.75	0.52	153,083.90	Ok
3	Prismático	1.00	14,719.78	0.25	74,775.59	Ok
4	Prismático	1.00	46,586.65	0.52	153,083.90	Ok
5	Botella	0.75	4,491.88	0.89	195,619.86	Ok

**Tabla 56.** Resistencia Elementos Viga de Acero #2

Nodo	Tipo	fcu	Acción	Fu (kg)	Ancho	Fnn (kg)	Verifica
1	CCT	17,204,000	Puntal 1	32,475.45	0.45	105,209.48	Ok
			Reacción	19,986.12	0.40	94,205.47	Ok
			Tensor 1	8,106.73	0.25	59,820.48	Ok
2	CCT	17,204,000	Puntal 1	32,475.45	0.45	105,209.48	Ok
			Puntal 2	44,994.75	0.70	122,467.12	Ok
			Tensor 2	24,401.05	0.52	205,299.44	Ok
3	CCC	21,505,000	Puntal 2	44,994.75	0.52	153,083.90	Ok
			Puntal 3	14,719.78	0.25	74,775.59	Ok
			Puntal 4	46,586.65	0.52	153,083.90	Ok
4A	CTT	12,903,000	Tensor 1-2	31,183.64	0.89	156,495.88	Ok
			Puntal 3	14,719.78	0.25	44,865.36	Ok
			Tensor 3	16,212.74	0.85	149,926.85	Ok
4B	CTT	12,903,000	Tensor 1-2	31,183.64	0.89	156,495.88	Ok
			Tensor 1	8,106.73	0.23	40,683.83	Ok
			Tensor 2	24,401.05	0.69	122,457.30	Ok
5	CCC	21,505,000	Puntal 4	44,994.75	0.52	153,083.90	Ok
			Puntal 5	14,719.78	0.52	74,775.59	Ok

### 1) Sección Transformada y Área de Acero

Este caso es muy similar a la viga #1 no optimizada, con la diferencia en que en este proceso se presenta un esfuerzo mayor. En cuanto a los

anchos de los elementos se tiene la misma situación, lo cual ocasiona que no se puedan retirar partes de la viga para optimizar su área de acero.

En la siguiente imagen se presenta un análisis por medio de elemento finito del alma de la viga, en donde se puede observar que la viga nunca llega su esfuerzo se fluencia, concluyendo que la sección es adecuada para soportar las cargas que se aplican.

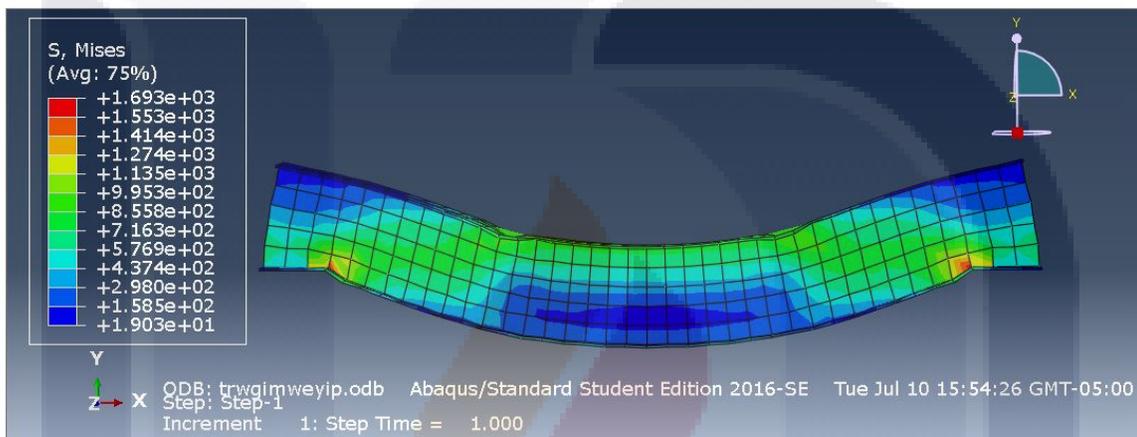


Figura 97. Análisis FEM Viga Acero #2

- **Optimización del Modelo con Algoritmos Genéticos**

El proceso de optimización del elemento utiliza un algoritmo genético con las características mencionadas en el capítulo 4 de este trabajo.

Para la mejora del elemento se utilizó la misma geometría y armado ficticio mostrado anteriormente, con la diferencia de que el algoritmo genético se dio a la tarea de encontrar la mejor solución mediante la reducción de las dimensiones del ancho y la altura del nodo 2, la altura del nodo 1, y en ancho del puntal 3; cumpliendo además la especificación de que las fuerzas de los elementos superen por una cantidad mínima los esfuerzos a los que están sometidos.

El cálculo de cada una de las zonas nodales se encuentra en el anexo A. En las siguientes tablas se presenta el resumen de la comprobación de zonas nodales y puntales:

**Tabla 57.** Resistencia Puntales Viga de Acero #2 Optimizada

Puntal	Forma	Bs	Fu (kg)	Ancho	Fns (kg)	Verificación
1	Botella	0.75	32,475.45	0.25	30,487.70	No pasa
2	Prismático	1.00	44,994.75	0.35	58,274.01	Ok
3	Prismático	1.00	14,719.78	0.15	25,232.20	Ok
4	Prismático	1.00	46,586.65	0.35	58,274.01	Ok
5	Botella	0.75	4,491.88	0.32	39,401.49	Ok

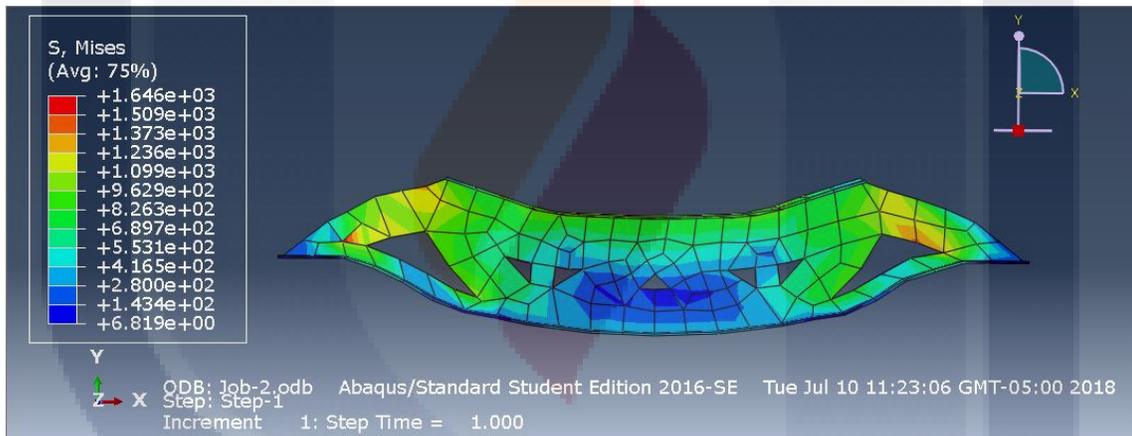
**Tabla 58.** Resistencia Elementos Viga de Acero #2 Optimizada

Nodo	Tipo	fcu	Acción	Fu (kg)	Ancho	Fnn (kg)	Verifica
1	CCT	17,204,000	Puntal 1	32,475.45	0.247	32,520.21	Ok
			Reacción	19,986.12	0.271	35,661.26	Ok
			Tensor 1	8,106.73	0.102	13,358.76	Ok
2	CCT	17,204,000	Puntal 1	32,475.45	0.247	32,520.21	Ok
			Puntal 2	44,994.75	0.354	46,619.21	Ok
			Tensor 2	24,401.05	0.309	40,628.77	Ok
3	CCC	21,505,000	Puntal 2	44,994.75	0.354	58,274.01	Ok
			Puntal 3	14,719.78	0.153	25,232.20	Ok
			Puntal 4	46,586.65	0.354	58,274.01	Ok
4A	CTT	12,903,000	Tensor 1-2	31,183.64	0.319	31,521.19	Ok
			Puntal 3	14,719.78	0.153	15,139.32	Ok
			Tensor 3	16,212.74	0.280	27,647.54	Ok
4B	CTT	12,903,000	Tensor 1-2	31,183.64	0.319	31,521.19	Ok
			Tensor 1	8,106.73	0.083	8,194.48	Ok
			Tensor 2	24,401.05	0.250	24,665.19	Ok
5	CCC	21,505,000	Puntal 4	46,586.65	0.354	58,274.01	Ok
			Puntal 5	4,491.88	0.319	52,535.32	Ok

### 1) Sección Transformada y Área de Acero

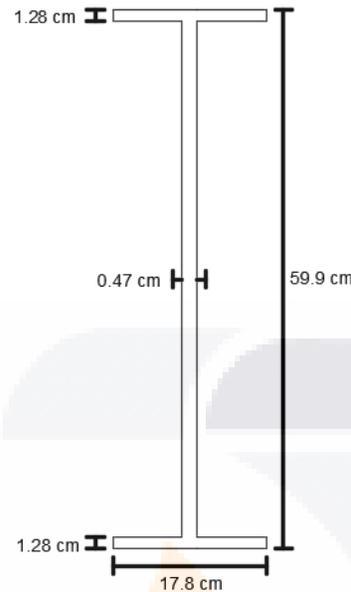
Gracias a la participación del algoritmo genético los anchos seleccionados para las piezas de la armadura son de menos tamaño comparado con el cálculo anterior. Esto genera que gran parte del perfil pueda retirarse y así producir un ahorro en cuanto al área de acero.

En la siguiente imagen se presenta un análisis por medio de elemento finito del alma del de la viga. Se puede apreciar que los mayores esfuerzos se presentan en las diagonales de la armadura y los puntos de aplicación de carga, sin embargo no se llega al esfuerzo de fluencia, por lo que se concluye que la distribución de esfuerzos es adecuada.



**Figura 98.** Análisis FEM Viga Acero #2 Optimizada

**5.3.4. Viga #3 (No Compacta)**



**Figura 99.** Viga Acero #3

El cálculo de cada una de las zonas nodales se encuentra en el anexo A. En las siguientes tablas se presenta el resumen de la comprobación de zonas nodales y puntales:

**Tabla 59.** Resistencia Puntales Viga de Acero #3

Puntal	Forma	Bs	Fu (kg)	Ancho	Fns (kg)	Verificación
1	Botella	0.75	32,475.45	0.55	32,101.98	No pasa
2	Prismático	1.00	44,994.75	0.75	57,973.86	Ok
3	Prismático	1.00	14,719.78	0.39	30,146.41	Ok
4	Prismático	1.00	46,586.65	0.75	57,973.86	Ok
5	Botella	0.75	4,491.88	1.08	62,377.65	Ok

**Tabla 60.** Resistencia Elementos Viga de Acero #3

Nodo	Tipo	fcu	Acción	Fu(kg)	Ancho	Fnn (kg)	Verifica
1	CCT	17,204,000	Puntal 1	318.48	0.55	335.81	Ok
			Reacción	196.00	0.40	242.58	Ok
			Tensor 1	79.50	0.39	236.51	Ok
2	CCT	17,204,000	Puntal 1	318.48	0.55	335.81	Ok
			Puntal 2	441.25	0.70	454.83	Ok
			Tensor 2	239.30	0.75	614.72	Ok

Nodo	Tipo	fcu	Acción	Fu(kg)	Ancho	Fnn (kg)	Verifica
3	CCC	21,505,000	Puntal 2	441.25	0.75	568.54	Ok
			Puntal 3	144.35	0.39	295.64	Ok
			Puntal 4	456.87	0.75	568.54	Ok
4A	CTT	12,903,000	Tensor 1 - 2	305.81	1.08	489.38	Ok
			Puntal 3	144.35	0.39	177.38	Ok
			Tensor 3	159.00	1.00	456.10	Ok
4B	CTT	12,903,000	Tensor 1 - 2	305.81	1.08	489.38	Ok
			Tensor 1	79.50	0.28	127.22	Ok
			Tensor 2	239.30	0.84	382.94	Ok
5	CCC	21,505,000	Puntal 4	441.25	0.75	568.54	Ok
			Puntal 5	144.35	0.75	295.64	Ok

### 1) Sección Transformada y Área de Acero

Este caso es muy similar a la viga #1 no optimizada, con la diferencia en que en este proceso se presenta un esfuerzo mayor. En cuanto a los anchos de los elementos se tiene la misma situación, lo cual ocasiona que no se puedan retirar partes de la viga para optimizar su área de acero.

En la siguiente imagen se presenta un análisis por medio de elemento finito del alma del de la viga presenta mayores esfuerzos que las dos anteriores, sin embargo algunas zonas son próximas al esfuerzo de fluencia.

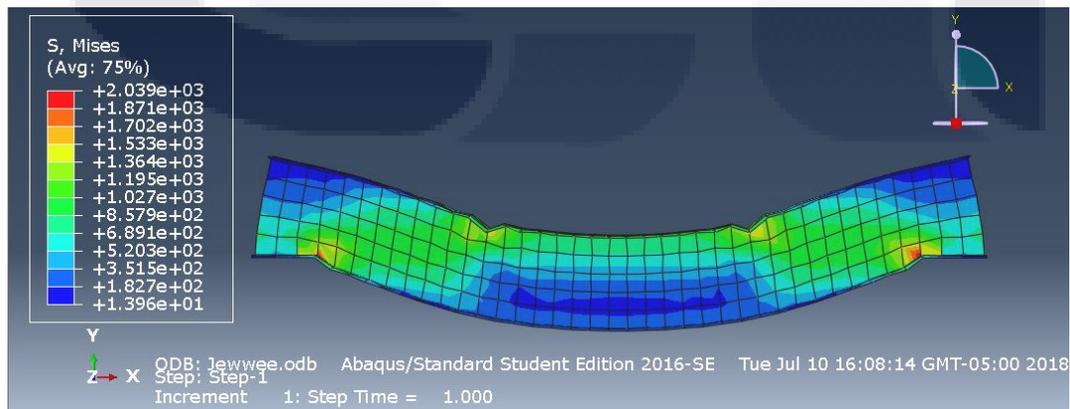


Figura 100. Análisis FEM Viga Acero #3

- **Optimización del Modelo con Algoritmos Genéticos**

El proceso de optimización del elemento utiliza un algoritmo genético con las características mencionadas en el capítulo 4 de este trabajo.

Para la mejora del elemento se utilizó la misma geometría y armado ficticio mostrado anteriormente, con la diferencia de que el algoritmo genético se dio a la tarea de encontrar la mejor solución mediante la reducción de las dimensiones del ancho y la altura del nodo 2, la altura del nodo 1, y en ancho del puntal 3; cumpliendo además la especificación de que las fuerzas de los elementos superen por una cantidad mínima los esfuerzos a los que están sometidos.

El cálculo de cada una de las zonas nodales se encuentra en el anexo A. En las siguientes tablas se presenta el resumen de la comprobación de zonas nodales y puntales:

**Tabla 61.** Resistencia Puntales Viga de Acero #3 Optimizada

Puntal	Forma	Bs	Fu (kg)	Ancho	Fns (kg)	Verificación
1	Botella	0.75	32,475.45	0.53	30,454.89	No pasa
2	Prismático	1.00	44,994.75	0.73	56,621.22	Ok
3	Prismático	1.00	14,719.78	0.32	24,831.46	Ok
4	Prismático	1.00	46,586.65	0.73	56,621.22	Ok
5	Botella	1.00	4,491.88	0.68	52,289.96	Ok

**Tabla 62.** Resistencia Elementos Viga de Acero #3 Optimizada

Nodo	Tipo	fcu	Acción	Fu (kg)	Ancho	Fnn (kg)	Verifica
1	CCT	17,204,000	Puntal 1	32,475.45	0.525	32,485.21	Ok
			Reacción	19,986.12	0.503	31,080.79	Ok
			Tensor 1	8,106.73	0.273	16,907.11	Ok
2	CCT	17,204,000	Puntal 1	32,475.45	0.525	32,485.21	Ok
			Puntal 2	44,994.75	0.733	45,296.97	Ok
			Tensor 2	24,401.05	0.622	38,447.66	Ok

Nodo	Tipo	fcu	Acción	Fu (kg)	Ancho	Fnn (kg)	Verifica
3	CCC	21,505,000	Puntal 2	44,994.75	0.733	56,621.22	Ok
			Puntal 3	14,719.78	0.321	24,831.46	Ok
			Puntal 4	46,586.65	0.733	56,621.22	Ok
4A	CTT	12,903,000	Tensor 1-2	31,183.64	0.676	31,373.98	Ok
			Puntal 3	14,719.78	0.321	14,898.88	Ok
			Tensor 3	16,212.74	0.595	27,610.69	Ok
4B	CTT	12,903,000	Tensor 1-2	31,183.64	0.676	31,373.98	Ok
			Tensor 1	8,106.73	0.176	8,156.21	Ok
			Tensor 2	24,401.05	0.529	24,549.99	Ok
5	CCC	21,505,000	Puntal 4	46,586.65	0.733	56,621.22	Ok
			Puntal 5	4,491.88	0.676	52,289.96	Ok

**1) Sección Transformada y Área de Acero**

Gracias a la participación del algoritmo genético los anchos seleccionados para las piezas de la armadura son de menor tamaño comparado con el cálculo anterior. Sin embargo la optimización no es lo suficientemente buena como para poder retirar partes del perfil, lo cual nos deja con la misma área de acero.

Ya que no se consiguió una disminución del área de acero de la viga el análisis por medio de elemento finito es igual al de la figura 85.



**CAPÍTULO**

**VI**

**Análisis Comparación de Resultados**

## CAPITULO VI: Análisis y Comparación de Resultados

### 6.1 Viga de gran peralte de concreto

#### 6.1.1 Modelo 1

Como se especificó anteriormente en este trabajo, la optimización se centra en la reducción de las dimensiones de los apoyos y la altura del nodo 1 (valor obligatorio a suponer). La modificación obtenida en el proceso de mejora de estos valores provoca a su vez la disminución en la cantidad de acero necesaria.

A continuación se presenta el cotejo de la información obtenida:

El uso del algoritmo genético genera una reducción considerable en los anchos de los elementos. Como resultados finales se tiene que la mayor disminución se presentó en la base de la reacción con un 62.50% de mejora y la menor fue de 33.33% en el puntal 2, teniendo un promedio de optimización de anchos en todo el modelo de 53.94% y una desviación estándar de 10.49%.

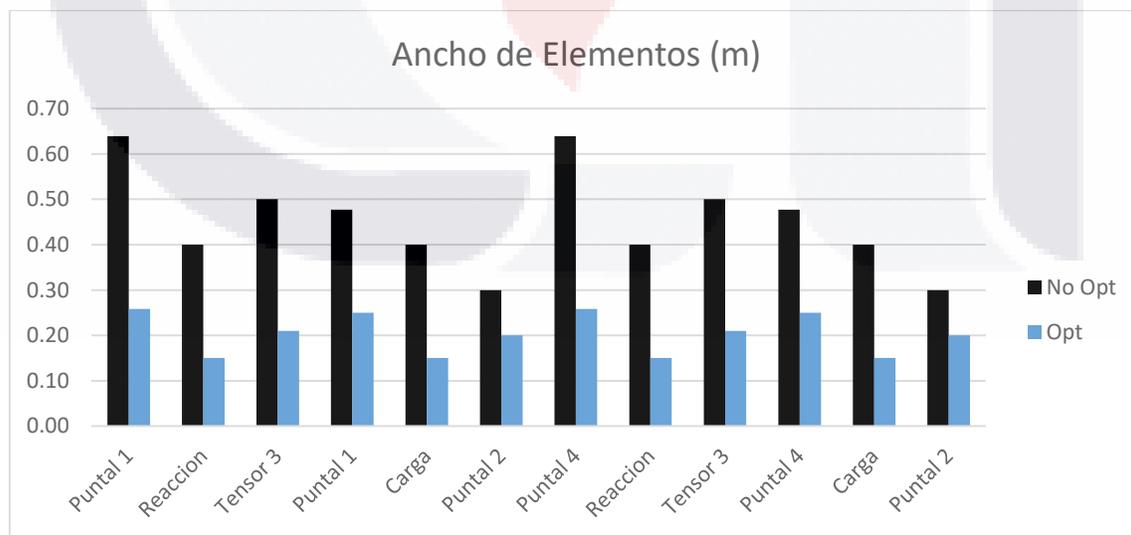


Figura 101. Comparación Anchos Viga Peraltada Modelo 1

En cuando a la relación demanda – capacidad de los elementos que forman la armadura ficticia. Se pueden observar que las diferencias son muy notorias, ya que en el modelo no optimizado el promedio de eficiencia de los elementos es de 39.77% mientras que en el modelo optimizado se tiene un promedio de 86.93% con una desviación estándar de 8.70%

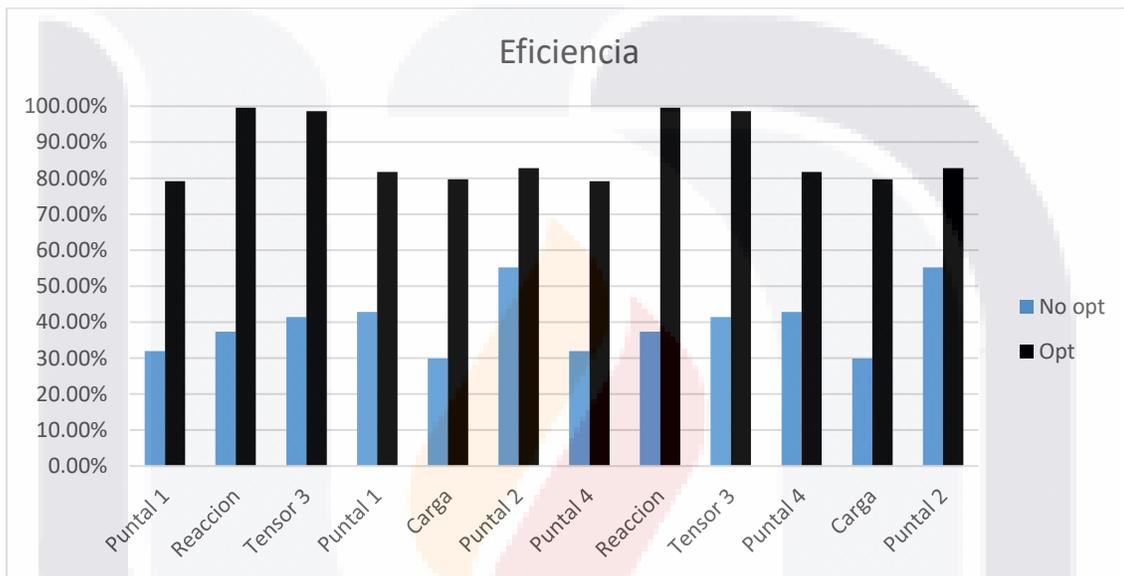


Figura 102.Comparación Eficiencia Viga Peraltada Modelo 1

Por último se muestra el acero requerido por el elemento, en la cual se tiene una disminución de 50 centímetros cuadrados de un modelo a otro.

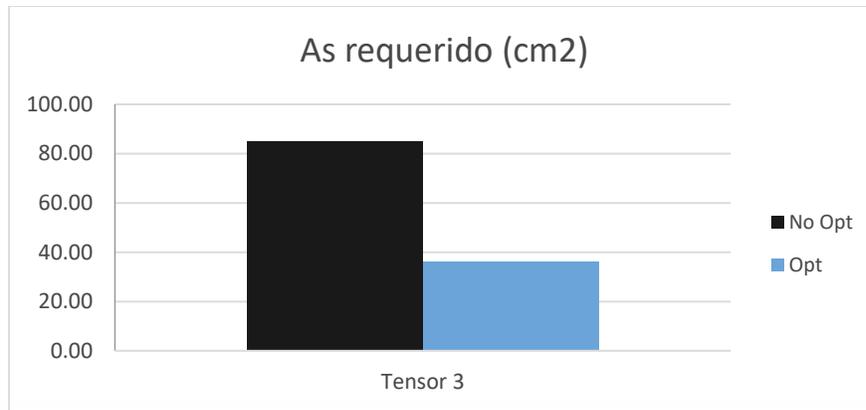


Figura 103. Comparación Área de Acero Viga Peraltada Modelo 1

### 6.1.2 Modelo 2

La optimización se centra en la reducción de las dimensiones del tensor 6, tensor 1 y el puntal 4. A continuación se presenta el cotejo de la información obtenida:

Como resultados finales se tiene que la mayor disminución se presentó en la base de la reacción perteneciente al nodo 5 con un 75.00% de mejora y la menor fue de 0% en la reacción ubicada en el nodo 8, teniendo un promedio de optimización de anchos en todo el modelo de 41.56% y una desviación estándar del 17.97%.

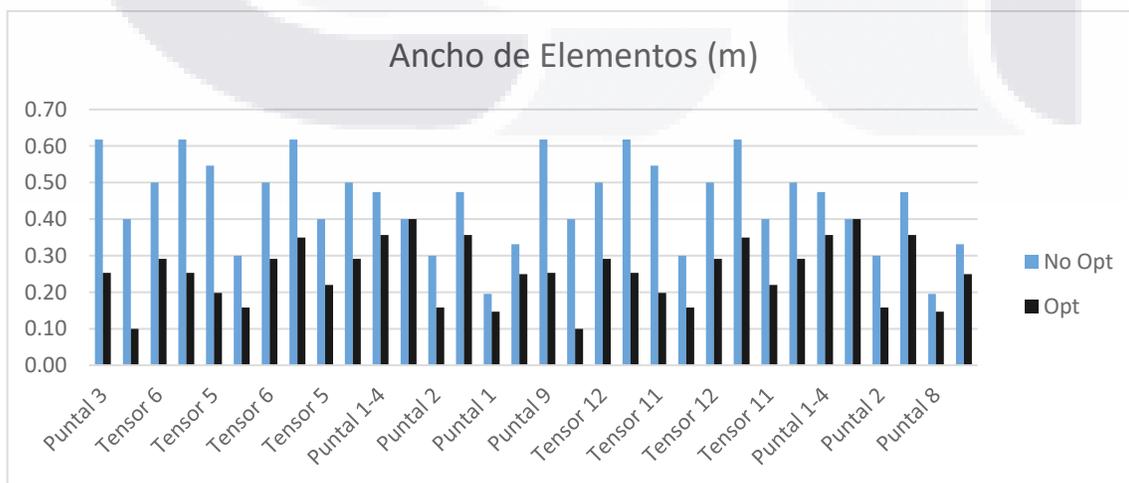
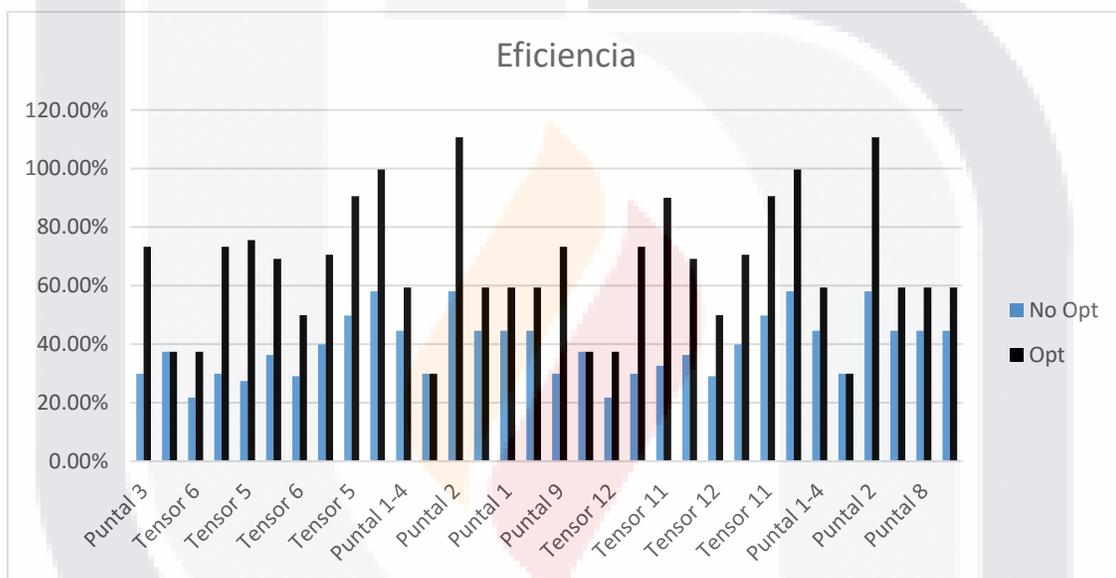


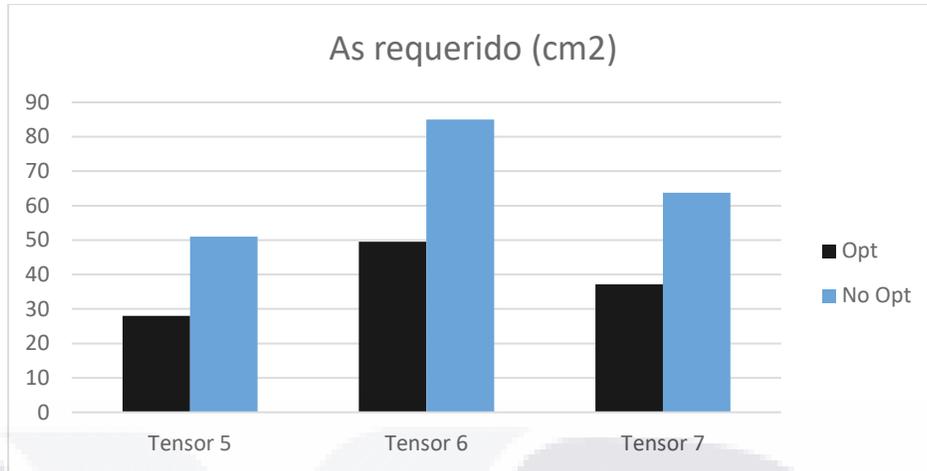
Figura 104. Comparación Anchos Viga Peraltada Modelo 2

En cuando a la relación demanda – capacidad de los elementos que forman la armadura, se pueden observar que las diferencias son muy notorias, ya que en el modelo no optimizado el promedio de eficiencia de los elementos es de 39.29% mientras que en el modelo optimizado se tiene un promedio de 66.36% y una desviación estándar de 21.77%. Lamentablemente en el proceso de este elemento no es del todo satisfactoria debido a que el puntal dos presenta una eficiencia del 110.66% y por lo tanto fallaría.



**Figura 105.** Comparación Eficiencia Viga Peraltada Modelo 2

En cuando al acero requerido se obtiene que el tensor 5 es el más favorecido por el proceso con un 45.00% de mejora, mientras que los tensores 6 y 7 cuentan con un 41.73% teniendo como promedio del modelo un 42.82% y una desviación estándar del 1.54% referido al área de acero solicitada.



**Figura 106.** Comparación Área de Acero Viga Peraltada Modelo 2

## 6.2 Ménsula Simple de concreto

El proceso de la optimización del modelo se centra en la elección los mejores anchos de la base de carga, el tensor 1, el tensor 2 y el tensor 9. A continuación se muestra la comparación tanto del modelo optimizado como del modelo no optimizado:

La mayor reducción de ancho se encuentra tanto en los tensores 5 y 9, como en el puntal 4 con un 70.00% y la menor fue de 0% en la reacción ubicada en el nodo 2, teniendo un promedio de optimización de anchos en todo el modelo de 49.92% con una desviación estándar del 15.57%.

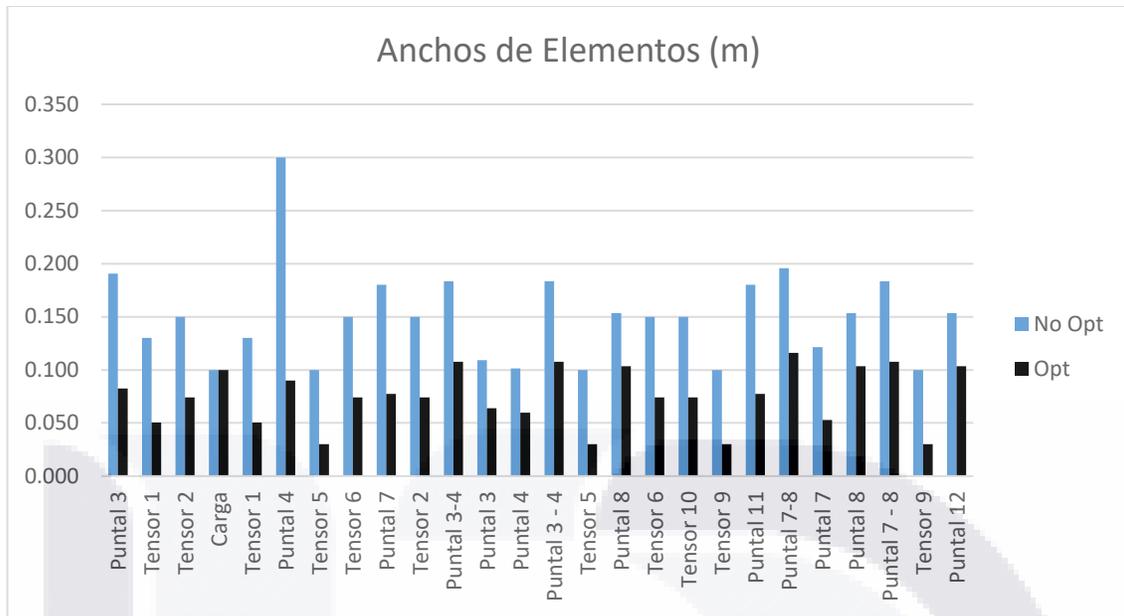
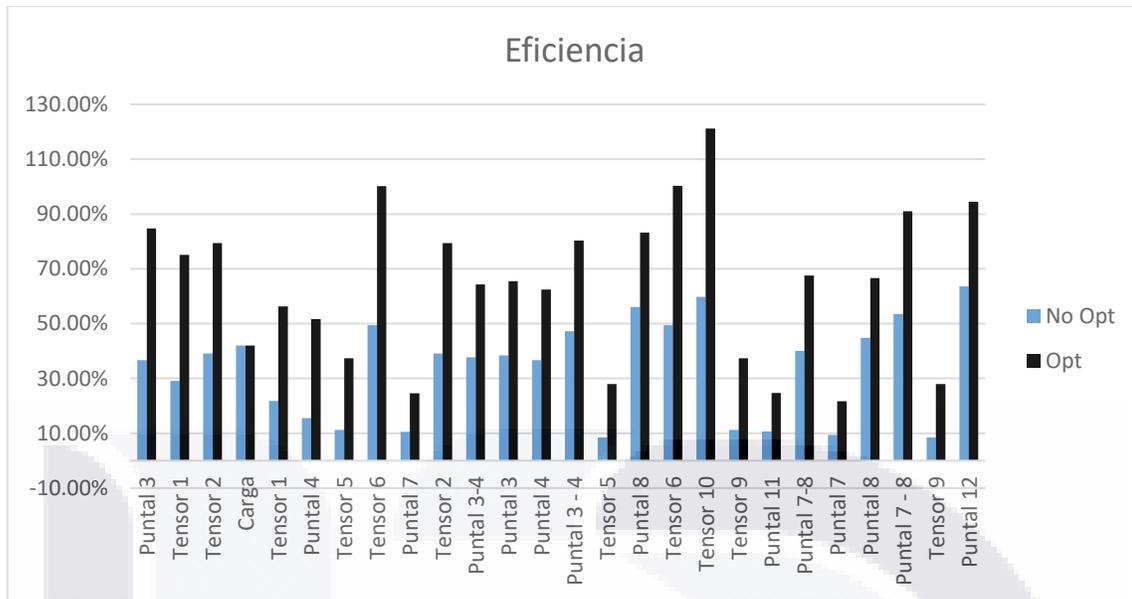


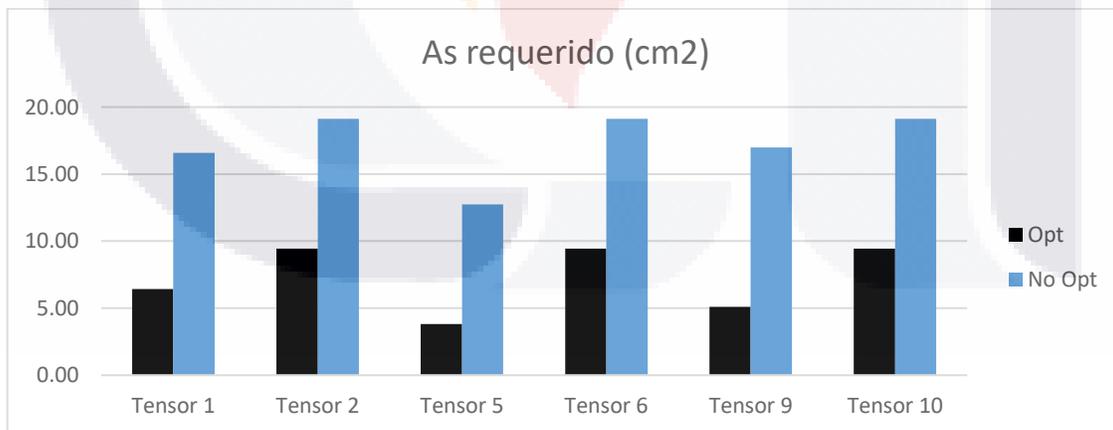
Figura 107. Comparación Anchos Ménsula Simple

En cuando a la relación demanda – capacidad de los elementos que forman la armadura. Se puede apreciar una diferencia considerable, ya que en el modelo no optimizado el promedio de eficiencia de los elementos es de 33.46% mientras que en el modelo optimizado se tiene un promedio de 64.11% con una desviación estándar del 26.90%. Lamentablemente en el proceso de este elemento no es del todo satisfactoria debido a que los tensores 6 y 10 cuentan con una eficiencia del 100.24% y 121.13% respectivamente, lo cual provocaría el colapso de la pieza.



**Figura 108.** Comparación Eficiencia Ménsula Simple

En el acero requerido se observa que los tensores 2 y 10 son los más menos favorecidos por el proceso con un 50.68% de mejora, mientras que los tensores 5 y 9 cuentan con un 70.00% teniendo como promedio del modelo un 58.88% y una desviación estándar del 8.70% referido al área de acero solicitada.



**Figura 109.** Comparación Área de Acero Ménsula Simple

### 6.3 Ménsula Doble de Concreto

El proceso de la optimización del modelo se centra en la elección los anchos que proporcionen mayor efectividad en los siguientes elementos: tensor 3, tensor, tensor 9 y el puntal 2. A continuación se muestra la comparación tanto del modelo optimizado como del modelo no optimizado:

La mayor reducción de ancho se encuentra tanto en el tensor 10 como en el puntal 10 con un 75.00% y la menor fue de 0% en la base de aplicación de la carga perteneciente a los nodos1 y 4, por lo tanto se cuenta con un promedio de optimización de anchos en todo el modelo de 48.47% con una desviación estándar del 18.05%.

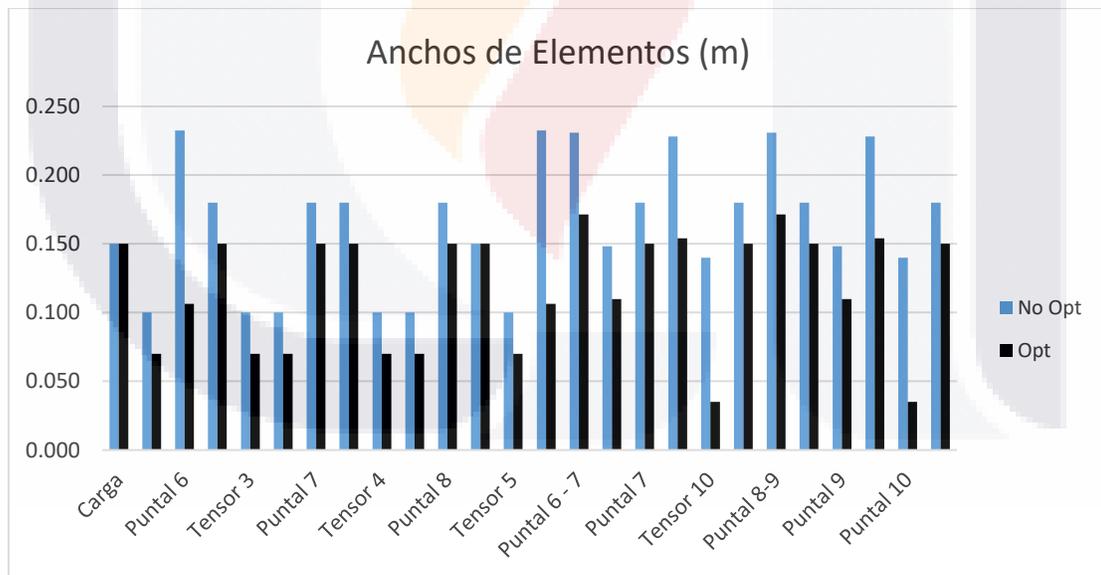


Figura 110. Comparación Anchos Ménsula Doble

En cuando a la relación demanda – capacidad de los elementos que forman la armadura. Se puede apreciar una diferencia considerable, ya que en el modelo no optimizado el promedio de eficiencia de los

elementos es de 51.16% mientras que en el modelo optimizado se tiene un promedio de 79.72% con una desviación estándar del 20.38%.

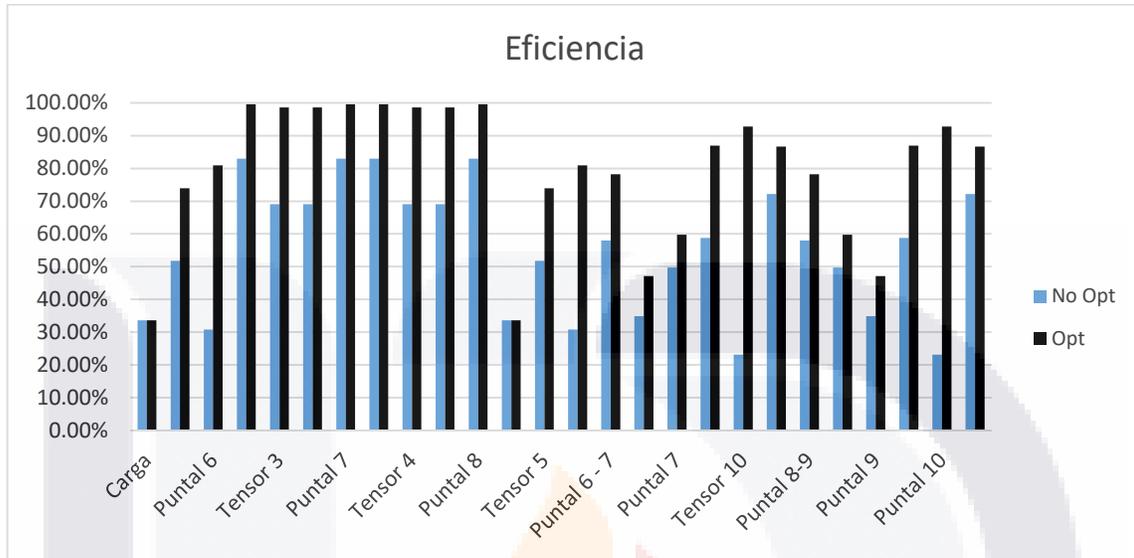


Figura 111. Comparación Eficiencia Ménsula Doble

En el acero requerido se observa que todos los tensores presentan la misma optimización con un 30% en cada uno de ellos

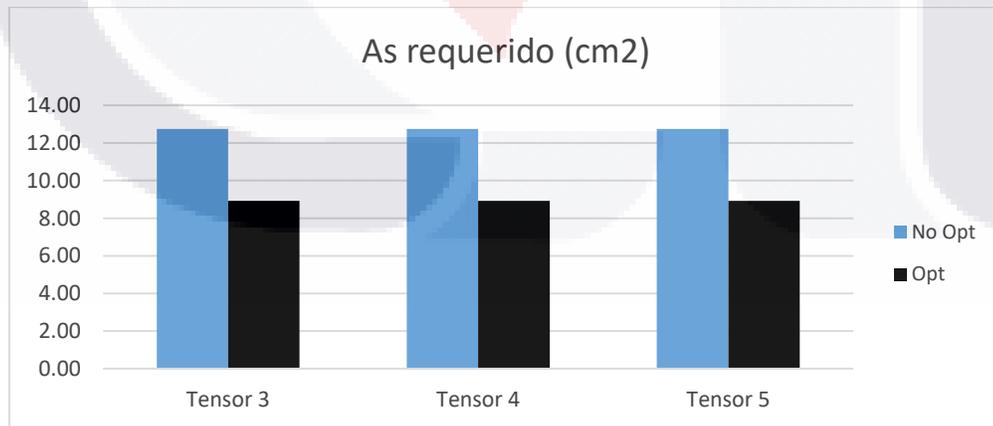


Figura 112. Comparación Área de Acero Ménsula Doble

### 6.4 Viga con Huevo de Concreto

La optimización se centra en la reducción de las dimensiones de la base de apoyo de las cargas (nodos A y B), el puntal C0, y los tensores 1,6 y 7. A continuación se presenta el cotejo de la información obtenida en forma de tablas:

La mayor reducción de ancho se encuentra tanto en el tensor 1 con un 56.03% y la menor fue de 0% en la base de aplicación de la carga perteneciente a los nodos A, por lo tanto se cuenta con un promedio de optimización de anchos en todo el modelo de 21.20% con una desviación estándar del 15.11%.

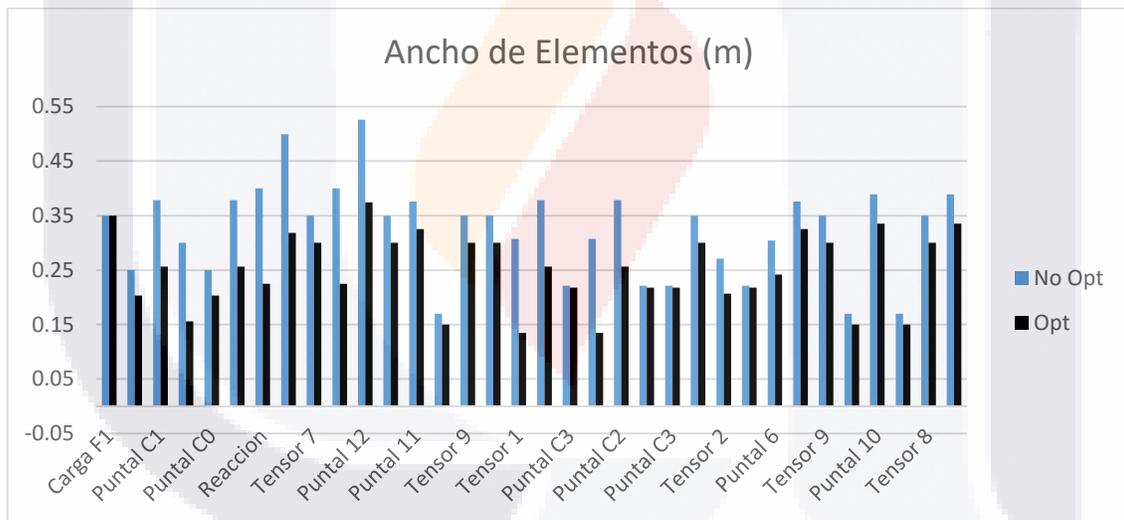


Figura 113. Comparación Anchos Viga con Huevo

En cuando a la eficiencia de los elementos que forman la armadura se observa que el modelo no optimizado el promedio de eficiencia de los elementos es de 55.81% mientras que en el modelo optimizado se tiene un promedio de 73.51% con una desviación estándar del 25.22%. Lamentablemente en el proceso de este elemento no es del todo satisfactoria debido a que tanto los puntales C1 y C2 como el tensor 9

presentan una relación de esfuerzos del 111.87% y 114.64% respectivamente, lo que provocaría el mal funcionamiento del elemento.

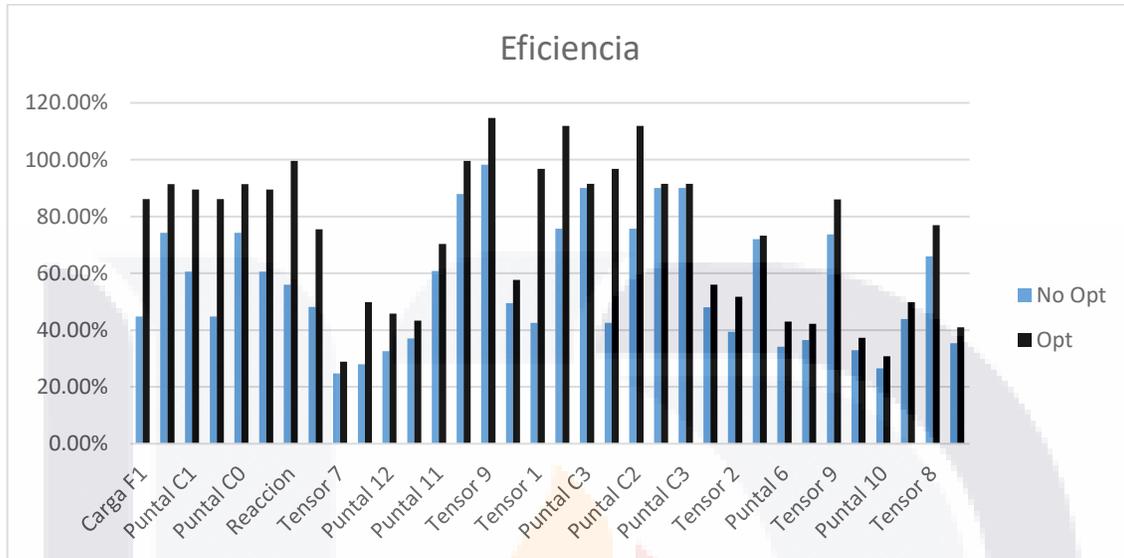


Figura 114. Comparación Eficiencia Viga con Hueco

En cuanto al acero requerido se observa que los tensor 1 es el más favorecido por el proceso con un 56.03% de mejora, mientras que los tensores 4,5 y 6 son los menores con un 11.76% teniendo como promedio del modelo un 19.61% con una desviación estándar del 12.88% referido al área de acero solicitada.

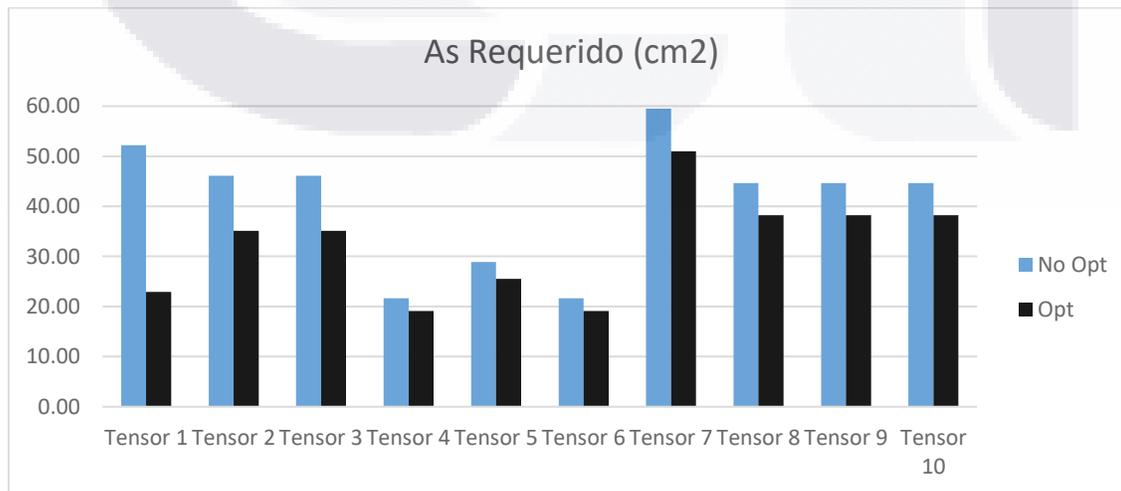


Figura 115. Comparación Área de Acero Viga con Hueco

### 6.5 Extremo de Viga

La optimización se enfoca en la reducción de las dimensiones de la base de apoyo de la carga, el puntal 1, y los tensores 1,2 y 4. A continuación se presenta el cotejo de la información obtenida en forma de tablas:

La mayor reducción de ancho se encuentra tanto en a base de aplicación de la carga del nodo 3 un 65.99% y la menor fue de 28% pertenecientes a los puntales 1 y 2, por último se cuenta con un promedio de optimización de anchos en todo el modelo de 38.77% con una desviación estándar del 10.06%.

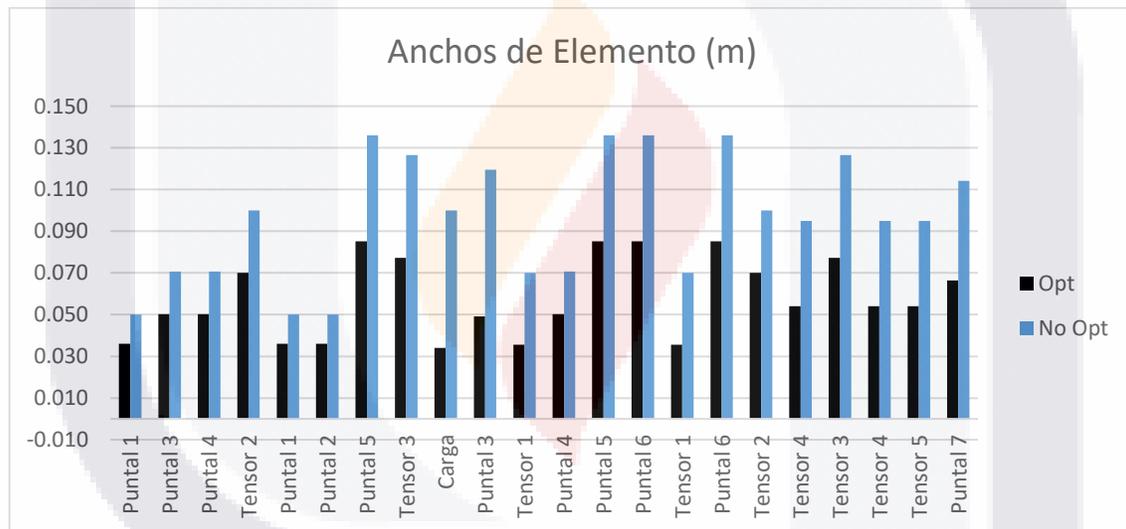


Figura 116. Comparación Anchos Extremo de Viga

En cuando a la eficiencia de los elementos que forman la armadura se observa que el modelo no optimizado presenta un promedio de eficiencia de los elementos de 46.19% mientras que en el modelo optimizado se tiene un promedio de 77.45% con una desviación estándar del 31.63%. Lamentablemente en el proceso de este elemento no es del todo satisfactoria debido a que el tensor 5 cuenta con una relación de

esfuerzos del 172.10%, lo cual provocaría el mal funcionamiento del elemento.

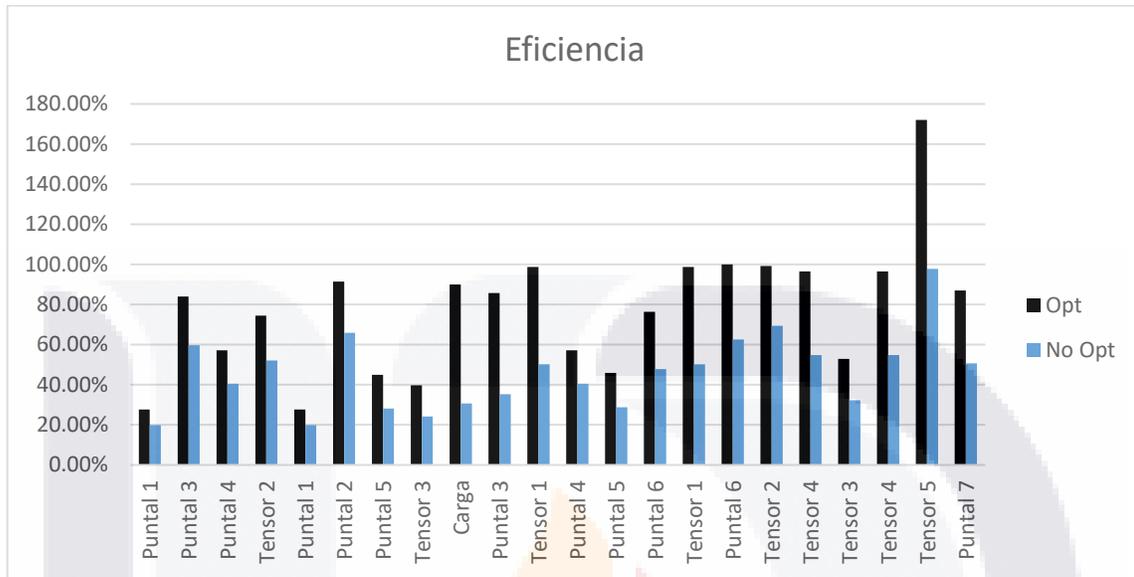


Figura 117. Comparación Eficiencia Extremo de Viga

En cuanto al acero requerido se observa que los tensor 1 es el más favorecido por el proceso con un 49.25% de mejora, mientras que el tensor 2 es el menor con un 30.00% teniendo como promedio del modelo un 40.54% con una desviación estándar del 6.36% referido al área de acero solicitada.

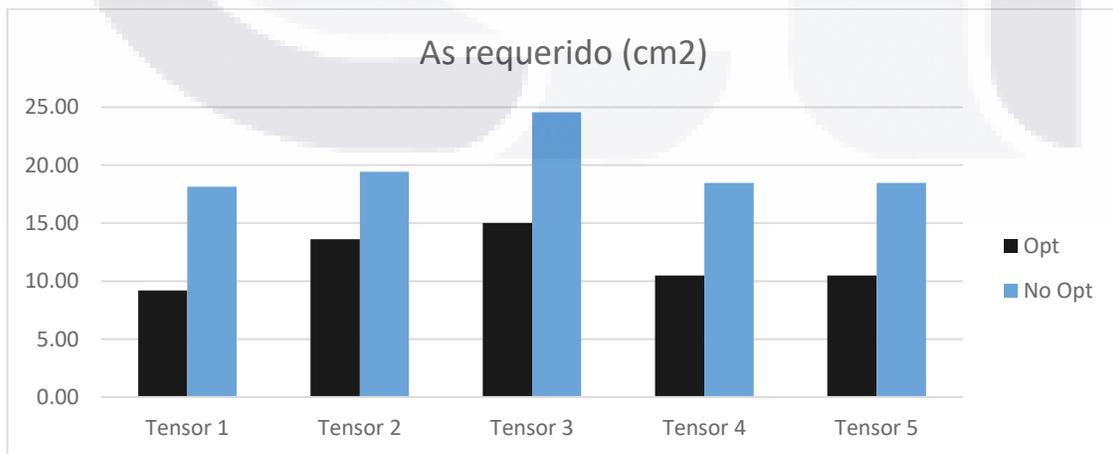


Figura 118. Comparación Área de Acero Extremo de Vig

### 6.6 Viga de Acero #1

La optimización se enfoca en la reducción de las dimensiones de las dimensiones del ancho y la altura del nodo 2, la altura del nodo 1, y en ancho del puntal 3. A continuación se presenta el cotejo de la información obtenida en forma de tablas:

La mayor reducción de ancho se encuentra en el puntal 2 con un 92.93% y la menor fue de 54.95% perteneciente a la base de la reacción, por último se cuenta con un promedio de optimización de anchos en todo el modelo de 69.69% con una desviación estándar del 10.20%.

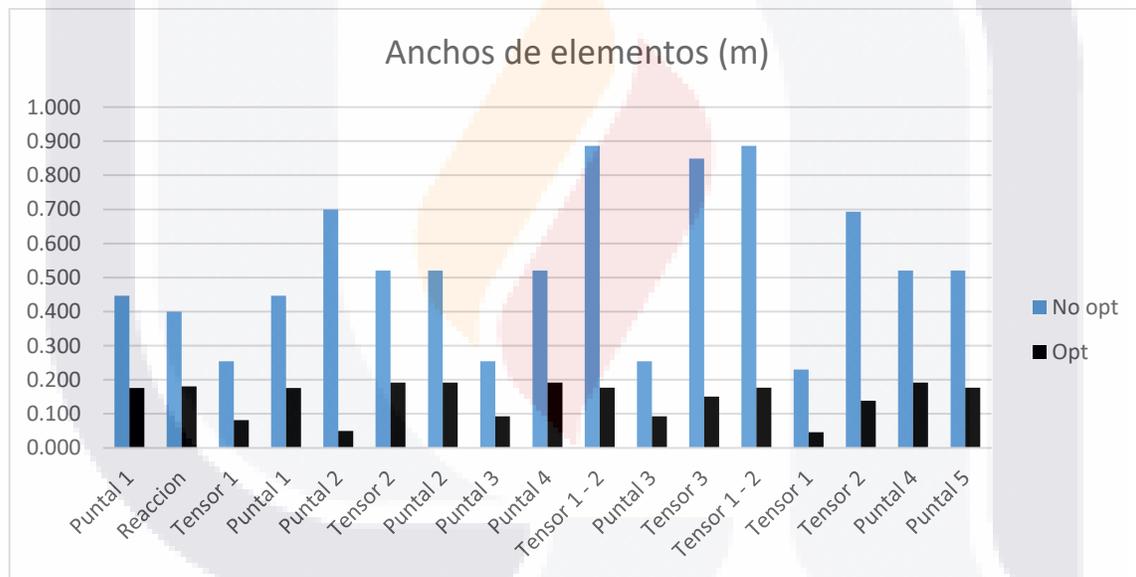


Figura 119. Comparación Anchos Viga Acero #1

En cuando a la eficiencia de los elementos que forman la armadura se observa que el modelo no optimizado presenta un promedio de eficiencia de los elementos de 22.61% mientras que en el modelo optimizado se tiene un promedio de 76.64% con una desviación estándar del 24.78%

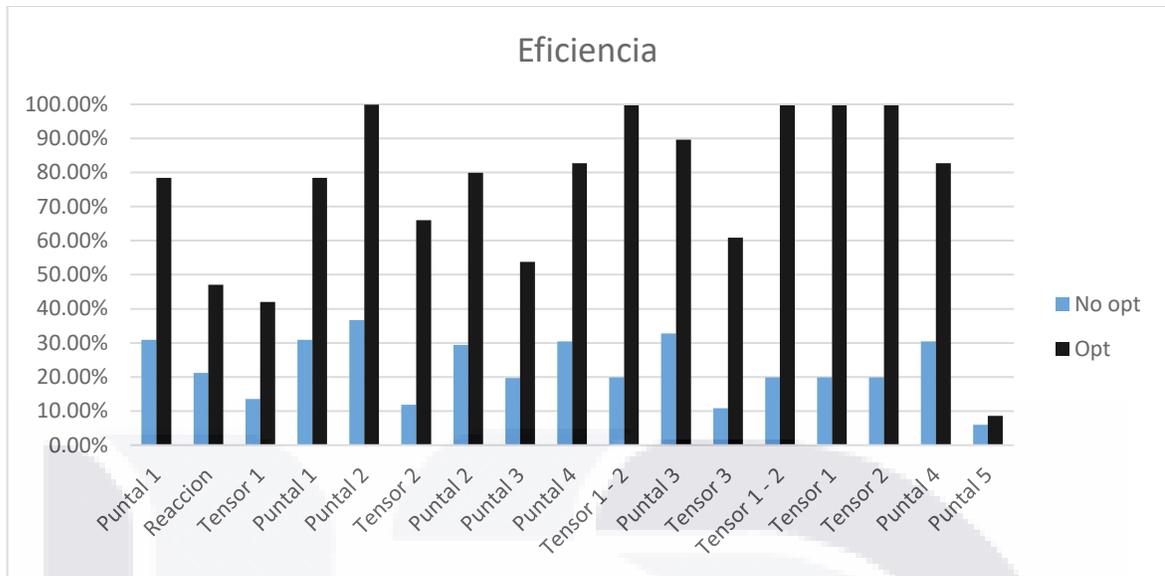


Figura 120. Comparación Eficiencia Viga Acero #1

En cuanto al acero se observa que hay una disminución de 0.99 m<sup>2</sup>, lo que equivale al 35.87%.

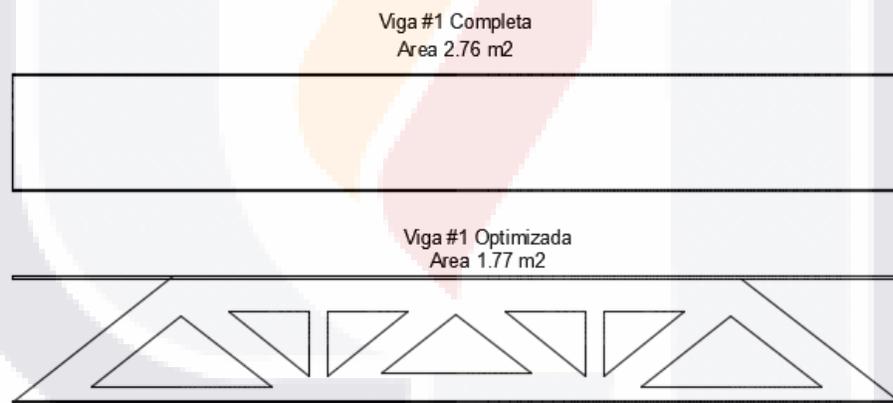


Figura 121. Comparación Área de Acero Viga de Acero #1

### 6.7 Viga de Acero #2

La optimización se enfoca en la reducción de las dimensiones de las dimensiones del ancho y la altura del nodo 2, la altura del nodo 1, y en ancho del puntal 3. A continuación se presenta el cotejo de la información obtenida en forma de tablas:

La mayor reducción de ancho se encuentra en el tensor 3 con un 66.69% y la menor fue de 31.86% perteneciente al puntal 2, por último se cuenta con un promedio de optimización de anchos en todo el modelo de 47.51% con una desviación estándar del 12.96%.

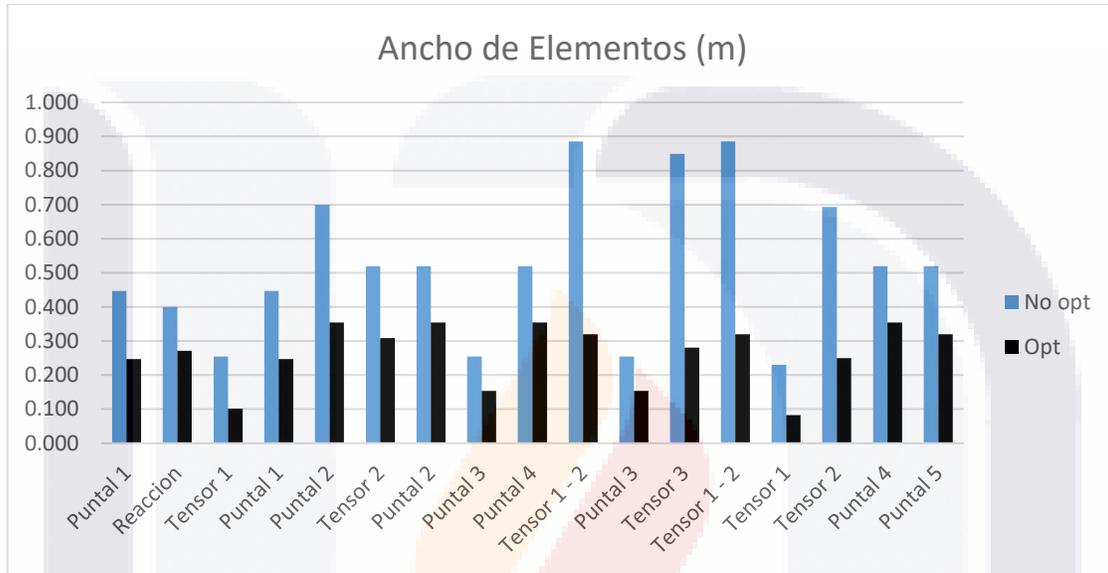
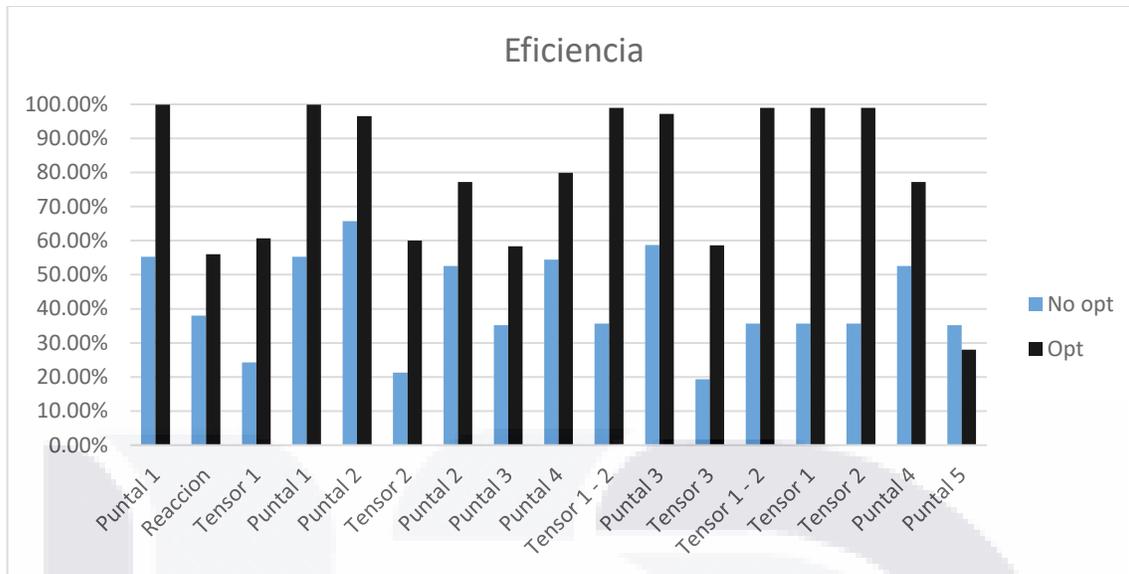


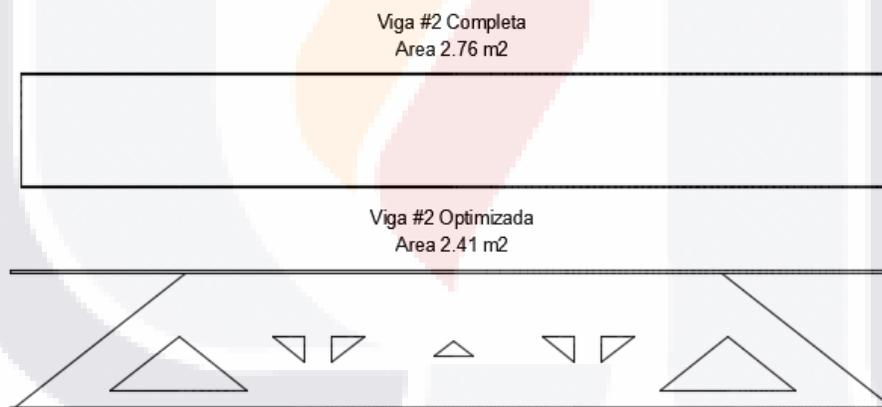
Figura 122. Comparación Anchos Viga Acero #2

En cuando a la eficiencia de los elementos que forman la armadura se observa que el modelo no optimizado presenta un promedio de eficiencia de los elementos de 41.81% mientras que en el modelo optimizado se tiene un promedio de 79.14% con una desviación estándar del 21.37%



**Figura 123.** Comparación Eficiencia Viga Acero #2

En cuanto al acero se observa que hay una disminución de 0.35 m<sup>2</sup>, lo que equivale al 12.68%.

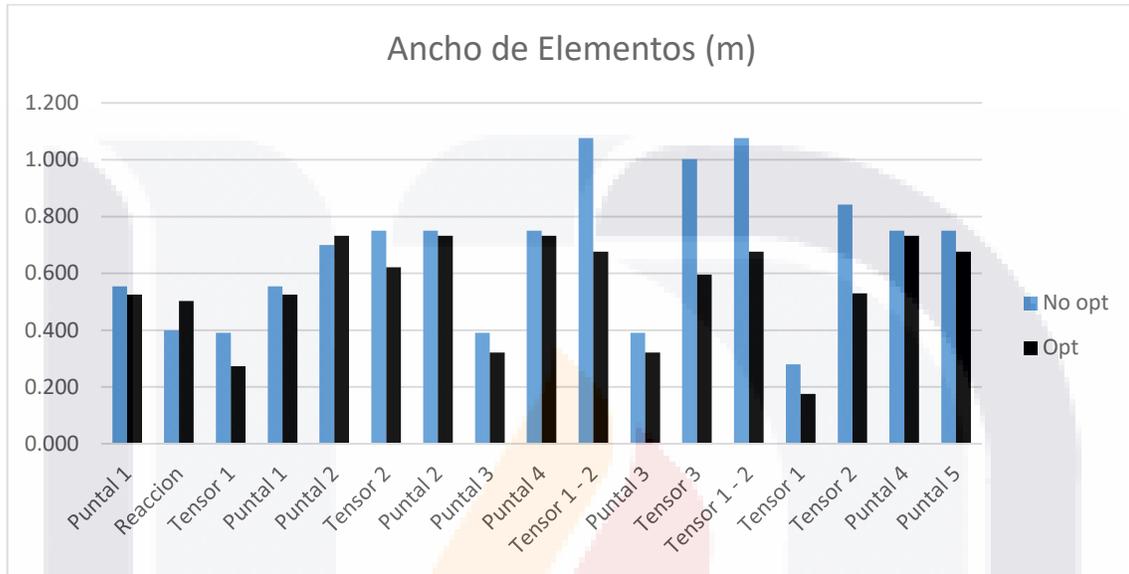


**Figura 124.** Comparación Área de Acero Viga Acero #2

### 6.7 Viga de Acero #3

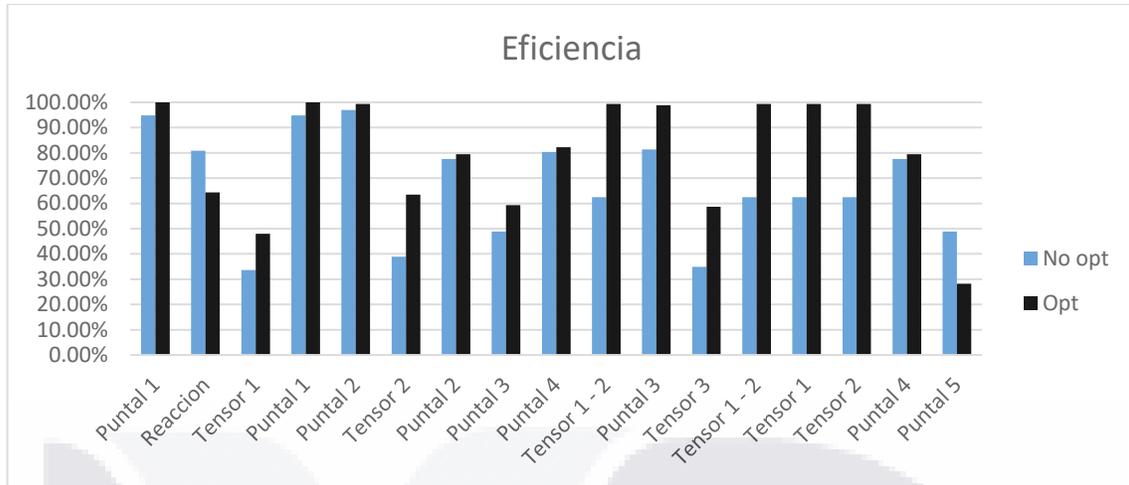
La optimización se enfoca en la reducción de las dimensiones de las dimensiones del ancho y la altura del nodo 2, la altura del nodo 1, y en ancho del puntal 3. A continuación se presenta el cotejo de la información obtenida en forma de tablas:

La mayor reducción de ancho se encuentra en el tensor 3 con un 40.63% y la menor fue de -25.65% perteneciente al apoyo de la viga, por último se cuenta con un promedio de optimización de anchos en todo el modelo de 15.78% con una desviación estándar del 18.13%.



**Figura 125.** Comparación Anchos Viga Acero #3

En cuando a la eficiencia de los elementos que forman la armadura se observa que el modelo no optimizado presenta un promedio de eficiencia de los elementos de 67.03% mientras que en el modelo optimizado se tiene un promedio de 79.92% con una desviación estándar del 21.90%



**Figura 126.** Comparación Eficiencia Viga Acero #3

Ya que esta viga es la que cuenta con un menor espesor (0.47 cm) los anchos de los elementos de la estructura son demasiado grandes, por lo tanto en este modelo no es posible producir una optimización ya que la viga queda exactamente igual.

**Tabla 63.** Comparación Área de Acero Viga Acero #3

	As No Optimizada (m2)	As Optimizada (m2)
<b>Viga #2</b>	2.76	2.76



**CAPÍTULO**

**VII**

**Conclusiones**

## **CAPITULO VII: Conclusiones**

### **7.1. Conclusiones Generales**

Teniendo como argumento principal la investigación realizada y en base a los resultados mostrados anteriormente se puede dar por hecho que la suposición principal de este trabajo fue resuelta. Es más que claro que la participación de algoritmos genéticos en el proceso de ejecución de la analogía puntal tensor produce resultados más óptimos en todas las propiedades que conforman el modelo, si se comparan con un ejemplo realizado por medio de la intuición o perspicacia del diseñador.

Se puede concluir que la metodología empleada para el cálculo y diseño de los diferentes elementos usados aumenta la eficacia de los elementos que forman parte de la armadura irreal la mayoría de las ocasiones, lo cual representa puntales y tensores de menores dimensiones, garantizando aun así tanto la satisfacción de las fuerzas o cargas a las que se encuentran impuestas como el cumplimiento de las normas que rigen estos procedimientos, siendo en este caso el apéndice A del ACI.

### **7.2. Conclusiones Particulares**

#### **7.2.1. Principales Variables**

El procedimiento al que se someten los elementos cuenta con diversas variables que son de suma importancia para que el desarrollo de la optimización sea de la mejor manera. Sin embargo este autor piensa que los tres factores más significativos son: el ancho del puntal o tensor, la geometría del nodo y el espesor del elemento.

Como se puede observar en los ejemplos desarrollados los anchos de los elementos juegan un papel esencial en esta analogía, ya que en el cálculo de la resistencia de las piezas que constituyen la armadura tres de las cuatro variables son constantes, las cuales dependen principalmente de la resistencia del material y la geometría del elemento. Por esta razón el incrementar el ancho de un puntal o un tensor aumentara su fuerza teniendo como resultado un mayor sustento contra las fuerzas externas que son aplicadas; de primera impresión esto puede aparentar algo positivo, sin embargo el acrecentar esta dimensión implica que se produzcan tanto puntales de gran tamaño que podrían exceder las dimensiones originales del elemento, como tensores que requerirían una mayor área de acero.

Otra variable sumamente relacionada con la anterior es la geometría del nodo. Esto es debido a que la forma o figura del nodo puede condicionar los anchos de otros elementos en el momento en que se le proporciona la longitud de una de sus caras. Este caso es muy común en figuras regulares y aunque al elegir este tipo de geometría el proceso se vuelve "cómodo" también lo convierte en una técnica dependiente, que puede generar dificultades para el ingeniero. Por otra parte las formas que no son regulares otorgan al diseñador la ventaja de elegir cada uno de los anchos de los elementos, teniendo en contra parte el inconveniente para el cálculo del modelo.

Por último el espesor del elemento es otro de los aspectos que puede provocar un efecto de cambio en la optimización, no obstante esta es la variable más complicada a modificar debido a que al igual que el ancho de los elementos este valor altera de manera directamente proporcional la resistencia de los puntales y tensores del modelo. El proyectista puede

TESIS TESIS TESIS TESIS TESIS

pensar que lo mencionado anteriormente resulta en una solución simple para provocar que modelos con problemas de resistencia cumplan, sin embargo es necesario tomar en cuenta que al incrementar el espesor del elemento se requerirá una mayor cantidad de material, lo que causaría un aumento en el costo en la elaboración de la pieza.

### **7.2.2. Determinación de Modelos**

Si bien la creación de los reticulados ficticios da al ingeniero una total libertad para su diseño, se considera que la forma más adecuada para realizarlo es mediante un análisis lineal de elemento finito. Este procedimiento permite al proyectista poder observar las trayectorias de esfuerzos, lo cual se traduce en logra ubicar las regiones o zonas sometidas a compresión (donde se colocan puntales) y tensión (donde se sitúan tensores). La instalación de puntales y tensores en sus respectivas zonas de compresión y tensión traerá como resultado un mejor comportamiento y desempeño de elemento, en comparación de una armadura equivalente elaborada por la experiencia o intuición del diseñador.

### **7.2.3. Optimización mediante Algoritmos Genéticos**

En referencia a la participación del algoritmos genético en la técnica de mejora de los elementos es inevitable mencionar que estos algoritmos son una herramienta sencilla y comprensible para cualquier persona, que nos da la posibilidad de encontrar excelentes soluciones con tal solo ingresar algunos datos. Todos los elementos utilizados en este trabajo sufrieron una modificación generando que su relación demanda – capacidad fuera mayor, evitando de este modo tener componentes de dimensiones excesivas. El algoritmo se dio a la tarea de elegir los mejores anchos de

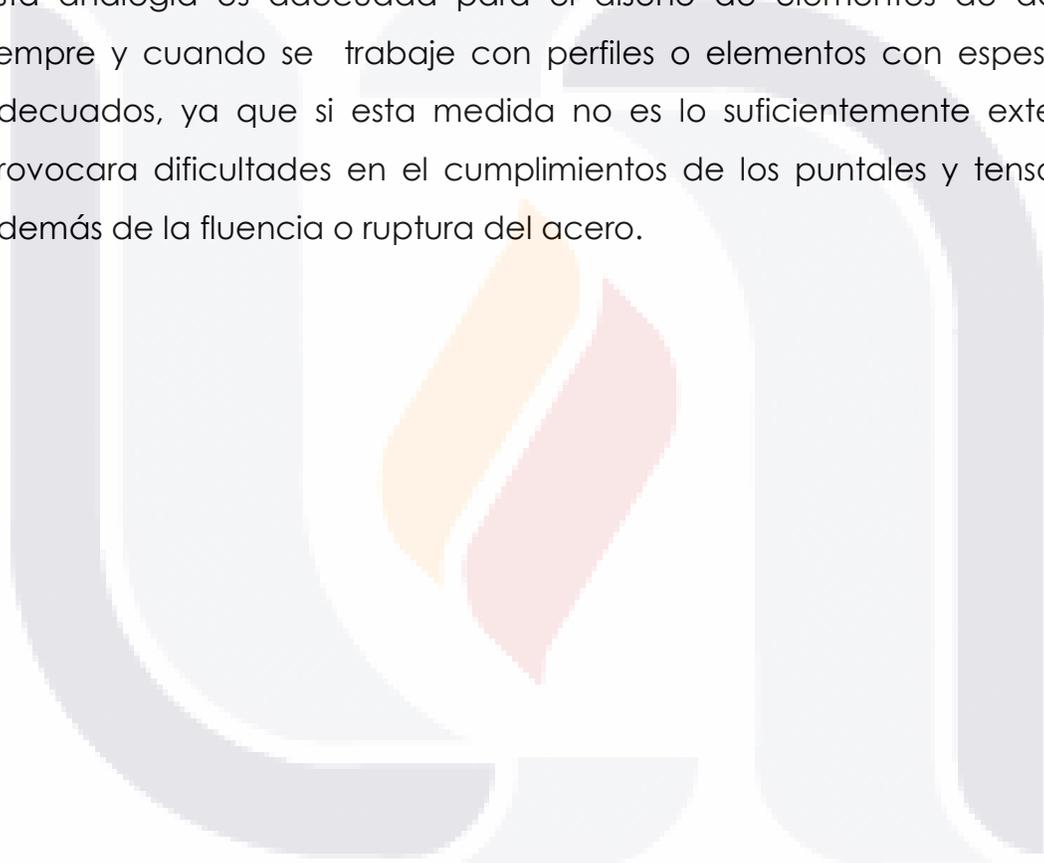
los puntales y tensores de los modelos utilizando como parte primordial una función objetivo enfocada en minimizar la dimensión mencionada y aunque sus resultados también dependen, tanto de las variables que utilizadas (anchos de elementos que llegan a un mismo nodo), como de las restricciones que son impuestas en el proceso (resistencia de los elementos mayor a fuerza aplicada), es necesario mencionar que estos últimos dos componentes pueden ser llamados constantes, ya que sea cual sea la tarea de la función objetivo, está siempre se encontrará obligada a utilizar los anchos y cumplir las restricciones. Sin embargo existe una labor llamada "target" que también puede ser empleada para localizar la mejor solución posible. Este tipo de función objetivo se basa en asignar un valor al cual el algoritmos tiene que tratar de obtener, por lo tanto el modo de aplicación en un ejemplo como los desarrollados en este trabajo cambiaría, ya que la misión consistiría en buscar un valor ligeramente mayor que la fuerza aplicada a uno de los puntales o tensores del modelo, siendo las variables y restricciones las mismas que en este trabajo. La observación anterior apunta a que el tipo de función objetivo que se sea asignada al algoritmos puede cambiar los resultados en forma significativa, no obstante este autor considera que a pesar de usar la función minimizar o la "target", los resultados que se obtengan siempre serán mejores que al realizar un ejemplo sin ayuda de este instrumento.

#### **7.2.4. Analogía Puntal Tensor Aplicada en Acero**

Es bien conocido que la analogía puntal tensor es utilizada para el diseño de elementos de concreto reforzado, sin embargo su aplicación en elementos compuestos por acero permite que estos puedan ser mejorados mediante el retiro de zonas, que de acuerdo al modelo no presenta una trayectoria de esfuerzos significativa. El proceso de diseño

es idéntico, teniendo solo una diferencia en cuanto al cálculo de las resistencias de las zonas nodales, ya que en lugar utilizar un valor  $f'c$ , se aplica el correspondiente al  $f_y$ . Esto genera que los puntales cuenten con una mayor resistencia, dejando al espesor del elemento y a los anchos de los puntales y tensores como las variables esenciales en el sistema.

De acuerdo a los resultados obtenidos en este trabajo se considera que esta analogía es adecuada para el diseño de elementos de acero siempre y cuando se trabaje con perfiles o elementos con espesores adecuados, ya que si esta medida no es lo suficientemente extensa provocara dificultades en el cumplimiento de los puntales y tensores, además de la fluencia o ruptura del acero.



## BIBLIOGRAFÍA

- Aracii, L. M. (2014, Junio). *Estudio Numérico Del Comportamiento Hasta Rotura De Regiones D Constituidas Por Cargas Concentradas Sobre Macizos*. (Maestría En Ingeniería De Hormigón). Universidad Politécnica De Valencia, Valencia, España.
- Carlos Alejandro Castillo Manzano. (2007). *Estudios Analíticos Y Experimentales De Ménsulas En Extremos De Vigas De Concreto Reforzado* (Tesis Maestría). Unam, Mexico, D.F.
- García Fernández Soledad. (2014). *Optimización De Estructuras De Invernadero Por Algoritmos Genéticos* (Tesis Doctoral). Universidad De Extremadura, Extremadura, España.
- Hariato Hardjasaputra. (2015). Evolutionary Structural Optimization As Tool In Finding Strut-And-Tie-Models For Designing Reinforced Concrete Deep Beam, 125, 995–1000.
- James G. Macgregor. (2002). *Capitulo li Aci 318-02* (Vol. 1). Aci.
- Karl - Heinz Reineck. (2002). *Capítulo I Aci 318-02* (Vol. 1). Aci.
- Lozano David, Velázquez Fernando, & Zepeda Antonio. (2010). Optimización Estructural De Forma En El Diseño De Cavidades En Elementos Planos Mediante Algoritmos Evolutivos, 29, 1143–1159.
- Morales Beyer Mauricio. (2007). *Diseño De Discontinuidades De Vigas De Hormigón Estructural Con Modelos Puntal Tensor* (Tesis Licenciatura En Ingeniería Civil). Universidad Austral De Chile.

Qing Quan Liang, Yi Min Xie, & Grant Prentice Steven. (2000). *Topology Optimization Of Strut-And-Tie Models In Reinforced Concrete Structures Using An Evolutionary Procedure*, 97(2), 322–330.

Querin Osvaldo. (1997, Abril). *Evolutionary Structural Optimisation* (Doctoral). University Of Sydney, Sydney, Australia. Recuperado A Partir De [https://www.researchgate.net/profile/Osvaldo-Querin/publication/266864815\\_Evolutionary\\_Structural\\_Optimisation\\_Stress\\_Based\\_Formulation\\_And\\_Implementation/links/544b78dc0cf2bcc9b1d57c86.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Osvaldo-Querin/publication/266864815_Evolutionary_Structural_Optimisation_Stress_Based_Formulation_And_Implementation/links/544b78dc0cf2bcc9b1d57c86.pdf)

Reyes Rojas Walter Alonso. (2014, Enero). *Comparación De Esfuerzos Cortantes En Vigas De Concreto Reforzado De Gran Altura, Mediante El Método De Los Elementos Finitos Y El Modelo Puntal - Tensor*. Universidad Nacional De Colombia, Bogota, Colombia.

Ricardo Perera, & Javier Vique. (2009). *Strut-And-Tie Modelling Of Reinforced Concrete Beams Using Genetic Algorithms Optimization*, 23, 2914–2925.

Samuel Sánchez Caballero. (2002, Abril). *Optimización Estructural Y Topológica De Estructuras Morfológicamente No Definidas Mediante Algoritmos Genéticos* (Tesis Doctoral). Universidad Politécnica De Valencia, Valencia, España.

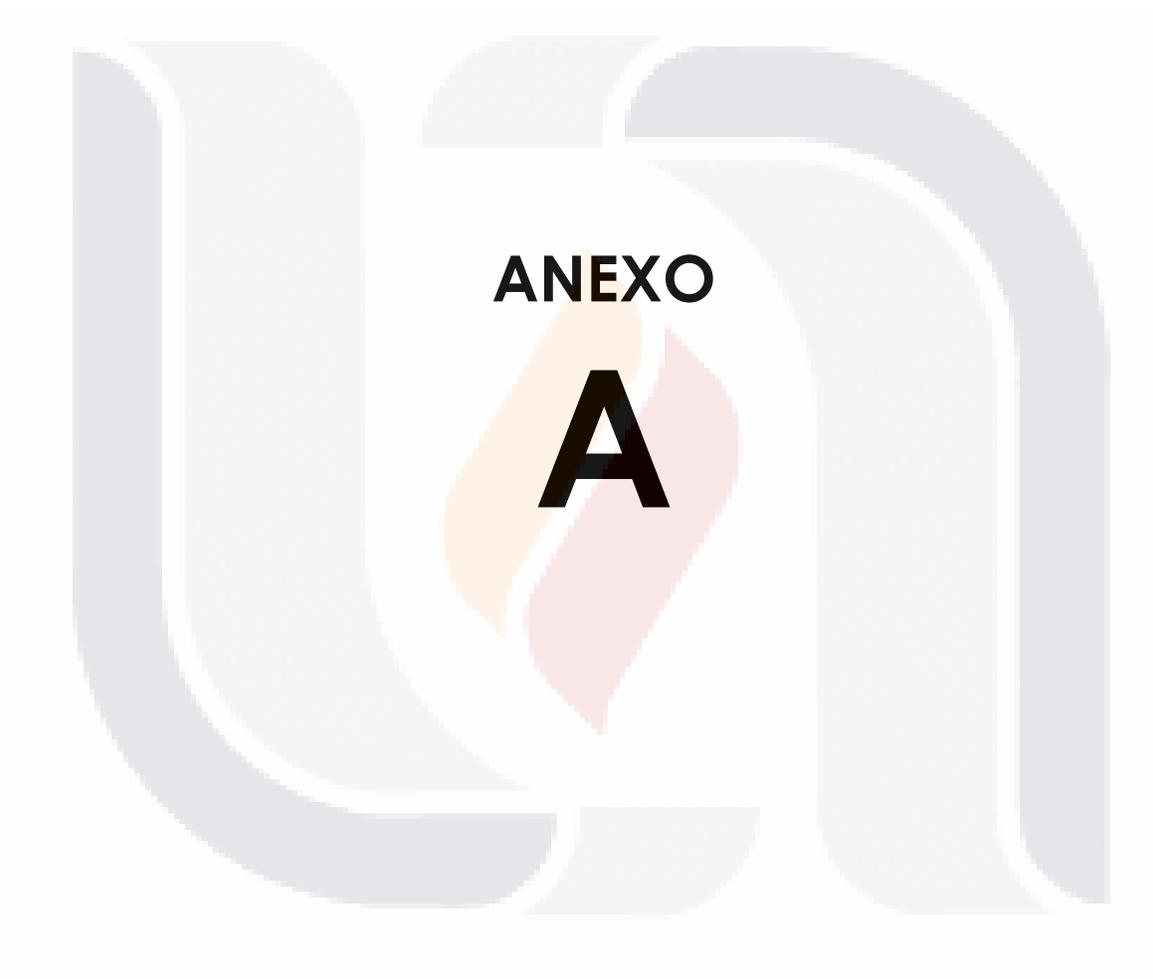
TESIS

TESIS

TESIS

TESIS

TESIS



TESIS

TESIS

TESIS

TESIS

TESIS

### 5.2.1. Viga Peraltada

#### 5.2.1.1. Modelo 1

##### 1) Zona Nodal 1 y Puntal 1

Para iniciar el cálculo de este elemento es necesario suponer el valor  $w_{t3}$ , el cual se tomara con un valor de 0.50m.

El ancho del puntal quedara definido por la siguiente formula:

$$\text{Ancho puntal} = l_b \text{ Sen } 35.808^\circ + W_{st3} \text{ Cos } 35.808^\circ$$

Las resistencias de los puntales y tensores estarán determinadas por la resistencia de la zona nodal multiplicada por el área de cada elemento, por lo tanto:

$$F_u < 0.75 * f_{cu} * \text{Ancho Viga} * \text{Dimension Puntal o Tensor}$$

Una vez mostradas las fórmulas utilizadas para el cálculo de los elementos de cada zona nodal se procede a mostrar los resultados obtenidos:

Zona 1 Puntal 1	
Angulo Armadura	35.80
lb	0.40
Wt3	0.50
Ancho puntal 1	0.64

Zona 1	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Puntal 1	138,103.36	432,356.09	Ok
Reacción	80,800.00	216,342.00	Ok
Tensor 3	112,000.92	270,427.50	Ok

Debido a que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

**1) Zona Nodal 2 y Puntal 2**

Si el puntal 2 presenta un ancho de 0.30 m y sabemos que la dimensión de la placa de apoyo es de 0.40m, aplicando las formulas mencionadas anteriormente nos permite obtener los siguientes resultados para la zona nodal 2:

Zona 2 Puntal 1	
Angulo Armadura	35.80
lb	0.30
Ws2	0.40
Ancho puntal 1	0.38

Zona 2	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Puntal 1	138,103.36	322,689.11	Ok
Carga	80,800.00	270,427.50	Ok
Puntal 2	112,000.92	202,820.63	Ok

Ya que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

Como se había mencionado anteriormente, la simetría que presenta la viga tanto en su geometría como en sus acciones, nos proporciona la facilidad de solo calcular la mitad del elemento, ya que las fuerzas serán las mismas en la otra mitad.

- **Optimización del Modelo con Algoritmos Genéticos**

Durante el proceso de la optimización del elemento utiliza un algoritmo genético con las características mencionadas en el capítulo 4 de este trabajo.

Para ejecutar la mejora del elemento se utilizó la misma geometría y armado ficticio mostrado anteriormente, con la diferencia de que el algoritmo genético se dio a la tarea de encontrar la mejor solución mediante la reducción de las dimensiones de los apoyos, la altura del nodo 1 y la altura del puntal 2, cumpliendo además la especificación de que las fuerzas de los elementos superen por una cantidad mínima los esfuerzos a los que están sometidos.

Los resultados de procedimiento de optimización se muestran a continuación:

**1) Zona Nodal 1 y Puntal 1:**

<b>Zona 1 Puntal 1</b>	
Angulo Armadura	35.80
lb	0.15
wf	0.21
Ancho puntal 1	0.26

<b>Zona 1</b>	<b>Fu (kg)</b>	<b>Fcu (kg)</b>	<b>Comprobación</b>
Puntal 1	138,103.36	174,419.22	Ok
Reacción	80,000.00	81,128.25	Ok
Tensor 3	112,000.92	113,528.40	Ok

Ya que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

## 2) Zona Nodal 2 y Puntal 2:

Zona 2 Puntal 1	
Angulo Armadura	35.80
lb	0.20
w†	0.15
Ancho puntal 1	0.25

Zona 2	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Puntal 1	138,103.36	168,987.72	Ok
Carga	80,800.00	101,410.31	Ok
Puntal 2	112,000.92	135,213.75	Ok

Ya que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

### 5.2.1.2. Modelo 2

#### 1) Zona Nodal 1 y Puntal 3

Para iniciar el cálculo de este elemento es necesario suponer el valor  $w_{t6}$ , el cual se tomara con un valor de 0.50m.

Zona 1 Puntal 3	
Angulo Armadura	53.90
lb	0.40
w†6	0.50
Ancho puntal 1	0.62

Zona 1	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Puntal 3	100,959.48	337,346.08	Ok
Reacción	81,576.00	217,562.94	Ok
Tensor 6	59,482.16	271,953.68	Ok

Debido a que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

### 2) Zona Nodal 2 y Puntal 1

Zona 2 Puntal 1	
Angulo Armadura	53.90
ws1	0.30
l	0.55

Zona 2	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Puntal 3	100,959.48	337,346.08	Ok
Tensor 5	81,576.00	298,056.95	Ok
Puntal 1	59,482.16	163,814.81	Ok

Ya que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

### 3) Zona Nodal 3 (Tipo CTT)

Zona 3	
Angulo Armadura	53.90
lb4	0.40
Ws6	0.50
Ancho puntal 4	0.62

Zona 3	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Tensor 6	59,482.16	204,768.51	Ok
Puntal 4	100,959.48	253,009.56	Ok
Tensor 5	81,576.00	163,814.81	Ok
Tensor 7	118,965.34	204,768.51	Ok

#### 4) Zona Nodal 4 (Tipo CCC)

La participación de más de tres fuerzas en esta zona nodal, genera que dos de ellas (1 y 4) deban ser sustituidas por su resultante, para de esta manera contar con un estado regular de tres esfuerzos concurrentes.

Para que el proceso de solución sea el correcto se recurre a la utilización de las subzonas nodales. De la subzona nodal 4B conformada por los puntales 1 y 4, parte un puntal resultante en dirección a la subzona nodal 4A. La subzona nodal 4B se ha proyectado como hidrostática, por lo que todas sus caras son normales a los ejes de los puntales concurrentes y sobre todas ellas se ejerce la misma tensión. Por otro lado la subzona nodal 4A consta de una geometría determinada por sus catetos, siendo el mayor correspondiente al tamaño de la placa de apoyo y el menor corresponde a la misma dimensión que el ancho del puntal 2.

##### **Subzona Nodal 4A**

<b>Subzona 4 A</b>	
Angulo Armadura	53.90
Largo zona	0.40
Ancho zona	0.30
Hipotenusa	0.50
Componente H	118,967.12
Componente V	81,574.24
Resultante	144,248.16
Angulo Resultante	34.44
Ancho puntal 1-4	0.47

<b>Subzona 4 A</b>	<b>Fu (kg)</b>	<b>Fcu (kg)</b>	<b>Verificación</b>
Puntal 1-4	144,248.16	322,962.49	Ok
Reacción	81,576.00	272,756.93	Ok
Puntal 2	118,965.34	204,567.69	Ok

### **Subzona Nodal 4B**

<b>Subzona 4 B</b>	
Esfuerzo	870,173.66
Ws1	0.20
Ws4	0.33
Hipotenusa	0.47

<b>Subzona 4 B</b>	<b>Fu (kg)</b>	<b>Fcu (kg)</b>	<b>Verificación</b>
Puntal 1-4	144,248.16	323,279.53	Ok
Puntal 1	59,482.16	133,307.52	Ok
Puntal 4	100,959.48	226,263.77	Ok

Debido a que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

La simetría que presenta la viga tanto en su geometría como en sus acciones, nos proporciona la facilidad de solo calcular la mitad del elemento, ya que las fuerzas serán las mismas en la otra mitad.

- **Optimización del Modelo con Algoritmos Genéticos**

El proceso de optimización del elemento utiliza un algoritmo genético con las características mencionadas en el capítulo 4 de este trabajo.

Para la mejora del elemento se utilizó la misma geometría y armado ficticio mostrado anteriormente, con la diferencia de que el algoritmo genético se dio a la tarea de encontrar la mejor solución mediante la reducción de las dimensiones de los apoyos, la altura del nodo 1, el ancho del puntal 1 y la altura del nodo 3, cumpliendo además la especificación de que las fuerzas de los elementos superen por una cantidad mínima los esfuerzos a los que están sometidos.

### 1) Zona Nodal 1 y Puntal 3

Zona 1 Puntal 3	
Angulo Armadura	53.900
lb	0.100
ws6	0.291
Ancho puntal 1	0.252

Zona 1	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Puntal 3	100,959.477	137,860.866	Ok
Reacción	81,576.000	218,419.740	Ok
Tensor 6	59,482.160	159,099.135	Ok

Ya que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

### 2) Zona Nodal 2 y Puntal 1

Zona 2 Puntal 1	
Angulo Armadura	53.900
ws1	0.158
l	0.198

Zona 2	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Puntal 3	100,959.477	137,860.866	Ok
Tensor 5	81,576.000	107,907.719	Ok
Puntal 1	59,482.160	86,002.773	Ok

Ya que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

### 3) Zona Nodal 3 (Tipo CTT)

Zona 3	
Angulo Armadura	53.900
lb4	0.220
ws3	0.291
Ancho puntal 4	0.349

Zona 3	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Tensor 6	59,482.160	119,324.351	Ok
Puntal 4	100,959.477	143,103.861	Ok
Tensor 5	81,576.000	90,098.143	Ok
Tensor 7	118,965.340	119,324.351	Ok

Ya que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

#### 4) Subzona Nodal 4A

Subzona 4 A	
Angulo Armadura	53.900
Largo zona	0.400
Ancho zona	0.158
Hipotenusa	0.430
Componente H	1,166.687
Componente V	799.983
Resultante	1,414.614
Angulo Resultante	34.438
Ancho puntal 1-4	0.356

Subzona 4 A	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Puntal 1-4	144,248.157	243,061.153	Ok
Reaccion	81,576.000	273,024.675	Ok
Puntal 2	118,965.340	107,503.466	Error

Debido a que el puntal 2 no soporta la fuerza a la que se encuentra el elemento no cumple.

#### Subzona Nodal 4B

Subzona 4 B	
Esfuerzo	11350.008
Ws1	0.147
Ws4	0.249
Hipotenusa	0.356

Subzona 4 B	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Puntal 1-4	144,248.157	243,061.153	Ok
Puntal 1	59,482.160	100,228.680	Ok
Puntal 4	100,959.477	170,118.825	Ok

Ya que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

## 5.2.2. Ménsula Simple

### 1) Zona Nodal 1 y Puntal 3

Zona 1	
Angulo Armadura	57.200
ws1	0.130
ws2	0.150
Ancho puntal 3	0.191

Zona 1	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Puntal 3	28,612.782	78,029.042	Ok
Tensor 1	15,499.440	53,239.812	Ok
Tensor 2	24,050.644	61,430.552	Ok

Ya que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

### 2) Zona Nodal 2 y Puntal 1

Zona 2	
Angulo Armadura	64.566
ws carga	0.300
l	0.023

Zona 2	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Carga	22,943.250	54,604.935	Ok
Tensor 1	15,499.440	70,986.416	Ok
Puntal 4	25,405.826	163,814.805	Ok

Debido a que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

### 3) Zona Nodal 3

Zona 3	
Angulo Armadura	54.058
ws5	0.100
ws2 = ws6	0.150
Ancho puntal 3	0.180

Zona 3	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Tensor 5	4,588.650	40,953.701	Ok
Tensor 6	30,349.331	61,430.552	Ok
Puntal 7	7,818.040	73,773.317	Ok
Tensor 2	24,050.644	61,430.552	Ok

Todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas por lo tanto, la zona cumple.

### 4) Subzona Nodal 4A

Subzona 4 A	
Angulo Armadura	53.900
Largo zona	0.150
Ancho zona	0.350
Hipotenusa	0.381
Componente H	4,588.711
Componente V	46,994.457
Resultante	47,217.955
Angulo Resultante	84.423
Ancho puntal 3-4	0.183

Subzona 4 A	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Puntal 3-4	47,217.955	125,116.745	Ok
Puntal 3	28,612.782	74,424.052	Ok
Puntal 4	25,405.826	69,272.192	Ok

Ya que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

**Subzona Nodal 4B**

<b>Subzona 4 B</b>	
Esfuerzo	735,979.296
Ws5	0.100
Ws8	0.154
Hipotenusa	0.183

<b>Subzona 4 B</b>	<b>Fu (kg)</b>	<b>Fcu (kg)</b>	<b>Verificación</b>
Puntal 3 - 4	47,217.955	100,093.396	Ok
Tensor 5	4,588.650	54,604.935	Ok
Puntal 8	46,993.894	83,886.763	Ok

Debido a que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

**5) Zona Nodal 5**

<b>Zona 5</b>	
Angulo Armadura	54.058
ws9	0.100
ws6 = ws10	0.150
Ancho puntal 11	0.180

<b>Zona 5</b>	<b>Fu (kg)</b>	<b>Fcu (kg)</b>	<b>Verificación</b>
Tensor 6	30,379.922	61,430.552	Ok
Tensor 10	36,709.200	61,430.552	Ok
Tensor 9	4,588.650	40,953.701	Ok
Puntal 11	7,828.237	73,773.317	Ok

Todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas por lo tanto, la zona cumple.

### 6) Subzona Nodal 6A

<b>Subzona 6 A</b>	
Angulo Armadura	54.058
Largo zona	0.183
Ancho zona	0.154
Hipotenusa	0.239
Componente H	45.003
Componente V	522.933
Resultante	524.866
Angulo Resultante	85.081
Ancho puntal 6-7	0.196

<b>Subzona 6 A</b>	<b>Fu (kg)</b>	<b>Fcu (kg)</b>	<b>Verificación</b>
Puntal 7-8	53,519.974	133,647.022	Ok
Puntal 7	7,818.040	82,862.724	Ok
Puntal 8	46,993.894	104,858.454	Ok

Debido a que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

### Subzona Nodal 6B

<b>Subzona 6 B</b>	
Esfuerzo	780,971.616
Ws9	0.100
Ws12	0.154
Hipotenusa	0.183

<b>Subzona 6 B</b>	<b>Fu (kg)</b>	<b>Fcu (kg)</b>	<b>Verificación</b>
Puntal 7 - 8	53,519.974	100,093.396	Ok
Tensor 9	4,588.650	54,604.935	Ok
Puntal 12	53,323.172	83,886.763	Ok

Ya que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

- **Optimización del Modelo con Algoritmos Genéticos**

El proceso de optimización del elemento utiliza un algoritmo genético con las características mencionadas en el capítulo 4 de este trabajo.

Para la mejora del elemento se utilizó la misma geometría y armado ficticio mostrado anteriormente, con la diferencia de que el algoritmo genético se dio a la tarea de encontrar la mejor solución mediante la reducción de las dimensiones del ancho y la altura del nodo 1, la hipotenusa del nodo 2 y la altura del nodo 3, cumpliendo además la especificación de que las fuerzas de los elementos superen por una cantidad mínima los esfuerzos a los que están sometidos.

Los resultados de procedimiento de optimización se muestran a continuación:

**1) Zona Nodal 1 y Puntal 3**

<b>Zona 1</b>	
Angulo Armadura	57.200
ws1	0.050
ws2	0.074
Ancho puntal 3	0.082

<b>Zona 1</b>	<b>Fu (kg)</b>	<b>Fcu (kg)</b>	<b>Verificación</b>
Puntal 3	28,612.782	33,774.512	Ok
Tensor 1	15,499.440	20,649.934	Ok
Tensor 2	24,050.644	30,305.739	Ok

Debido a que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

## 2) Zona Nodal 2 y Puntal

Zona 2	
Angulo Armadura	64.566
ws carga	0.090
l	0.039

Zona 2	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Carga	22,943.250	54,604.935	Ok
Tensor 1	15,499.440	27,533.245	Ok
Puntal 4	25,405.826	49,144.442	Ok

Todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

## 3) Zona Nodal 3

Zona 3	
Angulo Armadura	54.060
ws5	0.030
ws2 = ws6	0.074
Ancho puntal 3	0.078

Zona 3	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Tensor 5	4,588.650	12,286.110	Ok
Tensor 6	30,349.331	30,305.739	Error
Puntal 7	7,818.040	31,747.680	Ok
Tensor 2	24,050.644	30,305.739	Ok

Debido a que el tensor 6 cuenta con una menor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona no cumple.

## 4) Subzona Nodal 4A

Subzona 4 A	
Angulo Armadura	53.900
Largo zona	0.074
Ancho zona	0.350
Hipotenusa	0.358

<b>Subzona 4 A</b>	
Componente H	4,588.711
Componente V	46,994.457
Resultante	47,217.955
Angulo Resultante	84.423
Ancho puntal 3-4	0.108

<b>Subzona 4 A</b>	<b>Fu (kg)</b>	<b>Fcu (kg)</b>	<b>Verificación</b>
Puntal 3-4	47,217.955	73,487.614	Ok
Puntal 3	28,612.782	43,713.142	Ok
Puntal 4	25,405.826	40,687.185	Ok

Ya que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

#### 5) Subzona Nodal 4B

<b>Subzona 4 B</b>	
Esfuerzo	1,253,045.635
Ws5	0.030
Ws8	0.103
Hipotenusa	0.108

<b>Subzona 4 B</b>	<b>Fu (kg)</b>	<b>Fcu (kg)</b>	<b>Verificación</b>
Puntal 3 - 4	47,217.955	58,790.091	Ok
Tensor 5	4,588.650	16,381.481	Ok
Puntal 8	46,993.894	56,461.686	Ok

Todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

#### 6) Zona Nodal 5

<b>Zona 5</b>	
Angulo Armadura	54.058
ws9	0.030
ws6 = ws10	0.074
Ancho puntal 11	0.078

Zona 5	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Tensor 6	30,379.922	30,305.739	Error
Tensor 10	36,709.200	30,305.739	Error
Tensor 9	4,588.650	12,286.110	Ok
Puntal 11	7,828.237	31,747.406	Ok

Debido a que los tensores 6 y 10 cuentan con una resistencia menor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona no cumple.

### 7) Subzona Nodal 6A

Subzona 6 A	
Angulo Armadura	54.060
Largo zona	0.108
Ancho zona	0.103
Hipotenusa	0.149
Componente H	4,588.703
Componente V	53,323.630
Resultante	53,520.704
Angulo Resultante	85.081
Ancho puntal 6-7	0.116

Subzona 6 A	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Puntal 7-8	53,519.974	79,268.308	Ok
Puntal 7	7,818.040	36,087.901	Ok
Puntal 8	46,993.894	70,577.107	Ok

Ya que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

### Subzona Nodal 6B

Subzona 6 B	
Esfuerzo	1,316,728.060
Ws9	0.030
Ws12	0.103
Hipotenusa	0.108

Subzona 6 B	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Puntal 7 - 8	53,519.974	58,790.091	Ok
Tensor 9	4,588.650	16,381.481	Ok
Puntal 12	53,323.172	56,461.686	Ok

Todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

### 5.2.3. Ménsula Doble

#### 1) Zona Nodal 1

Zona 1	
Angulo Armadura	51.180
Ancho tensor 3	0.100
l	0.210
Ancho puntal 6	0.233

Zona 1	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Puntal 3	27,531.900	81,907.403	Ok
Tensor 1	28,273.222	54,604.935	Ok
Tensor 2	35,339.743	114,670.364	Ok

Todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

#### 2) Zona Nodal 2

Zona 2	
Ancho tensor 4	0.100
Ancho tensor 3	0.100
Ancho puntal 7	0.180
Ancho puntal 1	0.180

Zona 2	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Carga	61,182.000	73,716.662	Ok
Tensor 1	28,273.222	40,953.701	Ok
Puntal 4	28,273.222	40,953.701	Ok
Puntal 7	61,182.000	73,716.662	Ok

Ya que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

### 3) Zona Nodal 3

Zona 3	
Ancho Puntal 2	0.180
Ancho tensor 4	0.100
Ancho tensor 5	0.100
Ancho puntal 8	0.180

Zona 3	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Tensor 5	61,182.000	73,716.662	Ok
Tensor 6	28,273.222	40,953.701	Ok
Puntal 7	28,273.222	40,953.701	Ok
Tensor 2	61,182.000	73,716.662	Ok

Debido a que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

### 4) Zona Nodal 4

Zona 4	
Angulo Armadura	51.180
Ancho tensor 5	0.100
l	0.210
Ancho puntal 9	0.233

Zona 4	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Tensor 6	27,531.900	81,907.403	Ok
Tensor 10	28,273.222	54,604.935	Ok
Tensor 9	35,339.743	114,670.364	Ok

Todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

### 5) Subzona Nodal 5A

<b>Subzona 5 A</b>	
Angulo Armadura	38.820
Largo zona	0.180
Ancho zona	0.233
Hipotenusa	0.294
Componente H	22,155.022
Componente V	88,713.900
Resultante	91,438.510
Angulo Resultante	75.978
Ancho puntal 3-4	0.231

<b>Subzona 5 A</b>	<b>Fu (kg)</b>	<b>Fcu (kg)</b>	<b>Verificación</b>
Puntal 6 - 7	91,438.538	157,667.156	Ok
Puntal 6	35,339.743	101,182.949	Ok
Puntal 7	61,182.000	122,861.104	Ok

Debido a que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

### Subzona Nodal 5B

<b>Subzona 5 B</b>	
Esfuerzo	1,130,997.824
Ws5	0.180
Ws8	0.140
Hipotenusa	0.228

<b>Subzona 5 B</b>	<b>Fu (kg)</b>	<b>Fcu (kg)</b>	<b>Verificación</b>
Puntal 6 - 7	91,438.538	155,648.012	Ok
Tensor 10	22,155.022	95,558.636	Ok
Puntal 11	88,713.900	122,861.104	Ok

Todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

## 6) Subzona Nodal 6A

Subzona 6 A	
Angulo Armadura	38.820
Largo zona	0.180
Ancho zona	0.233
Hipotenusa	0.294
Componente H	22,155.022
Componente V	88,713.900
Resultante	91,438.510
Angulo Resultante	75.978
Ancho puntal 6-7	0.231

Subzona 6 A	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Puntal 8-9	91,438.538	157,667.156	Ok
Puntal 8	61,182.000	122,861.104	Ok
Puntal 9	35,339.743	101,182.949	Ok

Ya que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

## 7) Subzona Nodal 6B

Subzona 6 B	
Esfuerzo	1,130,997.824
Ws9	0.180
Ws12	0.140
Hipotenusa	0.228

Subzona 6 B	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Puntal 8 - 9	91,438.538	155,648.012	Ok
Puntal 10	22,155.022	95,558.636	Ok
Puntal 12	88,713.900	122,861.104	Ok

Debido a que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

- **Optimización del Modelo con Algoritmos Genéticos**

El proceso de optimización del elemento utiliza un algoritmo genético con las características mencionadas en el capítulo 4 de este trabajo.

Para la mejora del elemento se utilizó la misma geometría y armado ficticio mostrado anteriormente, con la diferencia de que el algoritmo genético se dio a la tarea de encontrar la mejor solución mediante la reducción de las dimensiones del ancho y la altura del nodo 1, el ancho del nodo 2 y la altura de las subzonas nodales 5B y 6B, cumpliendo además la especificación de que las fuerzas de los elementos superen por una cantidad mínima los esfuerzos a los que están sometidos.

Los resultados de procedimiento de optimización se muestran a continuación:

**1) Zona Nodal 1**

<b>Zona 1</b>	
Angulo Armadura	51.180
ws1	0.070
ws2	0.080
Ancho puntal 3	0.106

<b>Zona 1</b>	<b>Fu (kg)</b>	<b>Fcu (kg)</b>	<b>Verificación</b>
Carga	27,531.900	81,907.403	Ok
Tensor 3	28,273.222	38,223.455	Ok
Puntal 6	35,339.743	43,683.948	Ok

Ya que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

## 2) Zona Nodal 2

Zona 2	
Ancho tensor 4	0.070
Ancho tensor 3	0.070
Ancho puntal 7	0.150
Ancho puntal 1	0.150

Zona 2	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Puntal 1	61,182.000	61,430.552	Ok
Tensor 3	28,273.222	28,667.591	Ok
Tensor 4	28,273.222	28,667.591	Ok
Puntal 7	61,182.000	61,430.552	Ok

Debido a que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

## 3) Zona Nodal 3

Zona 3	
Ancho Puntal 2	0.150
Ancho tensor 4	0.070
Ancho tensor 5	0.070
Ancho puntal 8	0.150

Zona 3	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Tensor 5	61,182.000	61,430.552	Ok
Tensor 6	28,273.222	28,667.591	Ok
Puntal 7	28,273.222	28,667.591	Ok
Tensor 2	61,182.000	61,430.552	Ok

Todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

## 4) Zona Nodal 4

Zona 4	
Angulo Armadura	51.180
Ancho tensor 5	0.070
I	0.080

Zona 4	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Carga	27,531.900	81,907.403	Ok
Tensor 5	28,273.222	38,223.455	Ok
Puntal 9	35,339.743	43,683.948	Ok

Debido a que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

**5) Zona Nodal 5A**

Subzona 5 A	
Angulo Armadura	38.820
Largo zona	0.150
Ancho zona	0.106
Hipotenusa	0.184
Componente H	22,155.022
Componente V	88,713.900
Resultante	91,438.510
Angulo Resultante	75.978
Ancho puntal 6-7	0.171

Subzona 5 A	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Puntal 6 - 7	91,438.538	116,913.847	Ok
Puntal 6	35,339.743	75,029.500	Ok
Puntal 7	61,182.000	102,384.253	Ok

Ya que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

**6) Zona Nodal 5B**

Subzona 5 B	
Esfuerzo	1,525,236.010
Ws11	0.150
Ws10	0.035
Hipotenusa	0.154

<b>Subzona 5 B</b>	<b>Fu (kg)</b>	<b>Fcu (kg)</b>	<b>Verificación</b>
Puntal 6 - 7	91,438.538	105,134.443	Ok
Tensor 10	22,155.022	23,889.659	Ok
Puntal 11	88,713.900	102,384.253	Ok

Todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

### 7) Zona Nodal 6A

<b>Subzona 6 A</b>	
Angulo Armadura	38.820
Largo zona	0.150
Ancho zona	0.106
Hipotenusa	0.184
Componente H	22,155.022
Componente V	88,713.900
Resultante	91,438.510
Angulo Resultante	75.978
Ancho puntal 8-9	0.171

<b>Subzona 6 A</b>	<b>Fu (kg)</b>	<b>Fcu (kg)</b>	<b>Verificación</b>
Puntal 8-9	91,438.538	116,913.847	Ok
Puntal 8	61,182.000	102,384.253	Ok
Puntal 9	35,339.743	75,029.500	Ok

Debido a que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

### 8) Zona Nodal 6B

<b>Subzona 6 B</b>	
Esfuerzo	1,525,236.010
Ws12	0.150
Ws10	0.035
Hipotenusa	0.154

Subzona 6 B	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Puntal 8 - 9	91,438.538	105,134.443	Ok
Puntal 10	22,155.022	23,889.659	Ok
Puntal 12	88,713.900	102,384.253	Ok

Ya que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

### 5.2.4. Viga con Huevo de Concreto

#### 1) Zona Nodal A1

Zona A1	
Angulo Armadura	35.920
Ancho puntal C0	0.250
lb A	0.300
Ancho puntal C1	0.378

Zona A1	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Carga F1	91,773.000	204,768.506	Ok
Puntal C0	126,672.233	170,640.422	Ok
Puntal C1	156,423.000	258,319.396	Ok

Ya que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

#### 2) Zona Nodal A2

Zona A2	
Angulo Armadura	35.920
Ancho Puntal C0	0.250
lb	0.300
Ancho Puntal C2	0.378

Zona 2	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Carga F2	91,773.000	204,768.506	Ok
Puntal C0	126,702.824	170,640.422	Ok
Puntal C2	156,423.000	258,319.396	Ok

Todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

### 3) Zona Nodal B

Zona B	
lb	0.400
Ancho Tensor 7	0.350
Componente H7-8	1200.000
Componente V7-8	463.770
Resultante 7-8	1286.500
Angulo Resultante	68.870
Ancho Puntal C7- 8	0.499

Zona B	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Reacción	122,364.000	218,419.740	Ok
Puntal C7-8	131,184.405	272,629.613	Ok
Tensor 7	47,290.627	191,117.273	Ok

Debido a que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

### 4) Zona Nodal C

Zona C	
Angulo Armadura	40.778
lb	0.400
Ancho Tensor 10	0.350
Ancho Puntal 12	0.526

Zona C	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Reacción	61,182.000	218,419.740	Ok
Puntal C12	93,675.760	287,379.231	Ok
Tensor 10	70,935.431	191,117.273	Ok

Ya que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

### 5) Zona Nodal D

Zona D	
Angulo Armadura	40.778
Ancho Tensor 6	0.170
Ancho Tensor 9	0.350
Ancho Puntal 11	0.376

Zona D	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Puntal C11	93,675.760	154,013.825	Ok
Tensor 6	61,182.000	69,621.292	Ok
Tensor 9	140,851.161	143,337.954	Ok
Tensor 10	70,935.431	143,337.954	Ok

Como todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

### 6) Zona Nodal E

Zona E	
Ancho Tensor 1	0.307
Ancho Puntal C1	0.378
Ancho Puntal C3	0.221

Zona E	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Tensor 1	71,331.074	167,637.150	Ok
Puntal C1	156,423.000	206,655.517	Ok
Puntal C3	108,779.557	120,848.204	Ok

Debido a que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

**7) Zona Nodal F**

<b>Zona F</b>	
Ancho Tensor 1	0.307
Ancho Puntal C2	0.378
Ancho Puntal C4	0.221

<b>Zona F</b>	<b>Fu (kg)</b>	<b>Fcu (kg)</b>	<b>Verificación</b>
Tensor 1	71,331.074	167,637.150	Ok
Puntal C2	156,423.000	206,655.517	Ok
Puntal C4	108,779.557	120,848.204	Ok

Ya que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

**8) Zona Nodal G**

<b>Zona G</b>	
Angulo Armadura	57.529
Ancho Puntal C3	0.221
Ancho Puntal C7	0.350
Ancho Tensor 2	0.271

<b>Zona G</b>	<b>Fu (kg)</b>	<b>Fcu (kg)</b>	<b>Verificación</b>
Puntal C3	108,779.557	120,848.204	Ok
Puntal C7	91,773.000	191,117.273	Ok
Tensor 2	58,401.278	148,059.189	Ok

Como todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

## 9) Zona H

Zona H	
Angulo Armadura	40.778
Ancho C4	0.221
Ancho C11	0.376
Ancho C6	0.304

Zona H	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Puntal C4	108,779.557	151,060.255	Ok
Puntal C6	70,935.431	207,534.106	Ok
Puntal C11	93,675.760	256,689.708	Ok

Debido a que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

## 10) Zona I

Zona I	
Angulo Armadura	32.980
Ancho Tensor 9	0.350
Ancho Tensor 5	0.170
Ancho Puntal C10	0.389

Zona I	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Tensor 9	140,851.161	191,117.273	Ok
Tensor 5	30,591.000	92,828.390	Ok
Puntal C10	56,322.110	212,468.637	Ok

Ya que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple

## 11) Zona J

Zona J	
Angulo Armadura	32.980
Ancho Tensor 4	0.170
Ancho Tensor 8	0.350
Ancho Puntal 9	0.389

Zona J	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Tensor 4	30,591.000	69,621.292	Ok
Tensor 8	94,581.254	143,337.954	Ok
Puntal C9	56,322.110	159,351.478	Ok

Todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

- **Optimización del Modelo con Algoritmos Genéticos**

El proceso de optimización del elemento utiliza un algoritmo genético con las características mencionadas en el capítulo 4 de este trabajo.

Para la mejora del elemento se utilizó la misma geometría y armado ficticio mostrado anteriormente, con la diferencia de que el algoritmo genético se dio a la tarea de encontrar la mejor solución mediante la reducción de las dimensiones del ancho y la altura del nodo A, la altura del nodo B, y en ancho de los tensores 1,6 y 7; cumpliendo además la especificación de que las fuerzas de los elementos superen por una cantidad mínima los esfuerzos a los que están sometidos.

Los resultados de procedimiento de optimización se muestran a continuación:

**1) Zona Nodal A1**

Zona A1	
Angulo Armadura	35.920
Ancho puntal C0	0.203
lb A	0.156
Ancho puntal C1	0.256

Zona A1	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Carga F1	91,773.000	106,548.098	Ok
Puntal C0	126,672.233	138,648.831	Ok
Puntal C1	156,423.000	174,789.924	Ok

Ya que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

**2) Zona Nodal A2**

<b>Zona A2</b>	
Angulo Armadura	35.920
Ancho Puntal C0	0.203
lb	0.156
Ancho Puntal C2	0.256

<b>Zona 2</b>	<b>Fu (kg)</b>	<b>Fcu (kg)</b>	<b>Verificación</b>
Carga F2	91,773.000	106,548.098	Ok
Puntal C0	126,702.824	138,648.831	Ok
Puntal C2	156,423.000	174,789.924	Ok

Debido a que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

**3) Zona Nodal B**

<b>Zona B</b>	
lb	0.225
Ancho Tensor 7	0.300
Componente H7-8	1200.000
Componente V7-8	463.770
Resultante 7-8	1286.500
Angulo Resultante	68.870
Ancho Puntal 7- 8	0.318

<b>Zona B</b>	<b>Fu (kg)</b>	<b>Fcu (kg)</b>	<b>Verificación</b>
Reacción	122,364.000	122,861.104	Ok
Puntal C7-8	131,184.405	173,653.767	Ok
Tensor 7	47,290.627	163,814.805	Ok

Todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

#### 4) Zona Nodal C

Zona C	
Angulo Armadura	40.778
lb	0.225
Ancho Tensor 10	0.300
Ancho Puntal 12	0.374

Zona C	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Reacción	61,182.000	122,861.104	Ok
Puntal C12	93,675.760	204,292.348	Ok
Tensor 10	70,935.431	163,814.805	Ok

Ya que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

#### 5) Zona Nodal D

Zona D	
Angulo Armadura	40.778
Ancho Tensor 6	0.150
Ancho Tensor 9	0.300
Ancho Puntal 11	0.325

Zona D	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Puntal C11	93,675.760	133,158.196	Ok
Tensor 6	61,182.000	61,430.552	Ok
Tensor 9	140,851.161	122,861.104	Error
Tensor 10	70,935.431	122,861.104	Ok

Debido a que el tensor 9 cuenta con una resistencia menor a las fuerzas que le están siendo aplicadas, la zona no cumple.

#### 6) Zona Nodal E

Zona E	
Ancho Tensor 1	0.135
Ancho Puntal C1	0.256
Ancho Puntal C3	0.218

Zona E	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Tensor 1	71,331.074	73,716.662	Ok
Puntal C1	156,423.000	139,831.939	Error
Puntal C3	108,779.557	118,822.661	Ok

Ya que el puntal C1 cuenta con una resistencia menor a la fuerza que le está siendo aplicada, la zona no cumple.

**7) Zona Nodal F**

Zona F	
Ancho Tensor 1	0.135
Ancho Puntal C2	0.256
Ancho Puntal C4	0.218

Zona F	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Tensor 1	71,331.074	73,716.662	Ok
Puntal C2	156,423.000	139,831.939	Error
Puntal C4	108,779.557	118,822.661	Ok

Ya que el puntal C2 cuenta con una resistencia menor a la fuerza que les está siendo aplicada, la zona no cumple.

**8) Zona Nodal G**

Zona G	
Angulo Armadura	57.529
Ancho Puntal C3	0.218
Ancho Puntal C7	0.300
Ancho Tensor 2	0.207

Zona G	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Puntal C3	108,779.557	118,822.661	Ok
Puntal C7	91,773.000	163,814.805	Ok
Tensor 2	58,401.278	112,767.307	Ok

Debido a que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

**9) Zona Nodal H**

<b>Zona H</b>	
Angulo Armadura	40.778
Ancho C4	0.218
Ancho C11	0.325
Ancho C6	0.242

<b>Zona H</b>	<b>Fu (kg)</b>	<b>Fcu (kg)</b>	<b>Verificación</b>
Puntal C4	108,779.557	148,528.327	Ok
Puntal C6	70,935.431	164,901.201	Ok
Puntal C11	93,675.760	221,930.327	Ok

Todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

**10) Zona Nodal I**

<b>Zona I</b>	
Angulo Armadura	32.980
Ancho Tensor 9	0.300
Ancho Tensor 5	0.150
Ancho Puntal 10	0.335

<b>Zona I</b>	<b>Fu (kg)</b>	<b>Fcu (kg)</b>	<b>Verificación</b>
Tensor 9	140,851.161	163,814.805	Ok
Tensor 5	30,591.000	81,907.403	Ok
Puntal C10	56,322.110	183,150.520	Ok

Ya que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

## 11) Zona Nodal J

Zona J	
Angulo Armadura	32.980
Ancho Tensor 4	0.150
Ancho Tensor 8	0.300
Ancho Puntal 9	0.335

Zona J	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Tensor 4	30,591.000	61,430.552	Ok
Tensor 8	94,581.254	122,861.104	Ok
Puntal C9	56,322.110	137,362.890	Ok

Debido a que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

## 5.2.5. Viga con Extremo Rebajado

### 1) Zona Nodal 3

Zona 3	
Angulo Armadura	46.610
Ancho Carga	0.100
Ancho Tensor 1	0.070
Ancho Puntal 3	0.120

Zona 3	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Carga	25,492.500	83,207.520	Ok
Puntal 3	35,082.779	99,486.813	Ok
Tensor 1	29,200.129	58,245.264	Ok

Ya que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

## 2) Zona Nodal 1

Zona 1	
Angulo Armadura	43.390
Ancho Puntal 3	0.071
Ancho Tensor 2	0.100
Ancho Puntal 1	0.050
Ancho Puntal 4	0.071

Zona 1	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Puntal 1	8,285.063	41,603.760	Ok
Puntal 3	35,082.779	58,813.375	Ok
Puntal 4	23,845.685	58,813.375	Ok
Tensor 2	43,337.250	83,207.520	Ok

Debido a que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

## 3) Zona Nodal 5

Zona 5	
Angulo Armadura	53.130
Ancho Tensor 2	0.100
Ancho Tensor 4	0.095
Ancho Puntal 6	0.136

Zona 5	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Puntal 6	53,151.863	84,871.696	Ok
Tensor 2	43,337.250	62,405.640	Ok
Tensor 4	32,502.938	59,285.358	Ok

Todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, por lo tanto la zona cumple.

## 4) Zona Nodal 4

Zona 4	
Ancho Puntal 4	0.071
Ancho Puntal 5	0.136
Ancho Puntal 6	0.136
Ancho Tensor 1	0.070

Zona 4	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Puntal 4	23,845.685	58,813.375	Ok
Puntal 5	32,502.938	113,162.261	Ok
Puntal 6	54,171.563	113,162.261	Ok
Tensor 1	29,200.129	58,245.264	Ok

Ya que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

### 5) Zona Nodal 2

Zona 2	
Ancho Puntal 1	0.050
Ancho Puntal 2	0.050
Ancho Puntal 5	0.136
Ancho Tensor 3	0.126

Zona 2	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Puntal 1	8,285.063	41,603.760	Ok
Puntal 2	27,404.438	41,603.760	Ok
Puntal 5	31,865.625	113,162.261	Ok
Tensor 3	25,492.500	105,236.992	Ok

Debido a que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

### 6) Zona Nodal 6

Zona 6	
Ancho Tensor 3	0.126
Ancho Tensor 4	0.095
Ancho Tensor 5	0.095
Ancho Puntal 7	0.114

Zona 6	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Tensor 3	25,492.500	78,927.744	Ok
Tensor 4	32,502.938	59,285.358	Ok
Tensor 5	57,995.438	59,285.358	Ok
Puntal 7	36,051.494	71,219.035	Ok

Todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, por lo tanto la zona cumple

- **Optimización del Modelo con Algoritmos Genéticos**

El proceso de optimización del elemento utiliza un algoritmo genético con las características mencionadas en el capítulo 4 de este trabajo.

Para la mejora del elemento se utilizó la misma geometría y armado ficticio mostrado anteriormente, con la diferencia de que el algoritmo genético se dio a la tarea de encontrar la mejor solución mediante la reducción de las dimensiones del ancho y la altura del nodo 3, la base y altura del nodo 1 y el ancho del tensor 4; cumpliendo además la especificación de que las fuerzas de los elementos superen por una cantidad mínima los esfuerzos a los que están sometidos.

Los resultados de procedimiento de optimización se muestran a continuación:

**1) Zona Nodal 3**

<b>Zona 3</b>	
Angulo Armadura	46.610
Ancho Carga	0.034
Ancho Tensor 1	0.036
Ancho Puntal 3	0.049

<b>Zona 3</b>	<b>Fu (kg)</b>	<b>Fcu (kg)</b>	<b>Verificación</b>
Carga	25,492.500	28,300.708	Ok
Puntal 3	35,082.779	40,922.349	Ok
Tensor 1	29,200.129	29,559.702	Ok

Ya que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

**2) Zona Nodal 1**

<b>Zona 1</b>	
Angulo Armadura	43.390
Ancho Puntal 3	0.050
Ancho Tensor 2	0.070
Ancho Puntal 1	0.036
Ancho Puntal 4	0.050

<b>Zona 1</b>	<b>Fu (kg)</b>	<b>Fcu (kg)</b>	<b>Verificación</b>
Puntal 1	8,285.063	29,954.707	Ok
Puntal 3	35,082.779	41,774.027	Ok
Puntal 4	23,845.685	41,740.965	Ok
Tensor 2	43,337.250	58,245.264	Ok

Debido a que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

**3) Zona Nodal 5**

<b>Zona 5</b>	
Angulo Armadura	53.130
Ancho Tensor 2	0.070
Ancho Tensor 4	0.054
Ancho Puntal 6	0.085

<b>Zona 5</b>	<b>Fu (kg)</b>	<b>Fcu (kg)</b>	<b>Verificación</b>
Puntal 6	53,151.863	53,169.632	Ok
Tensor 2	43,337.250	43,683.948	Ok
Tensor 4	32,502.938	33,699.046	Ok

Todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, por lo tanto la zona cumple.

#### 4) Zona Nodal 4

Zona 4	
Ancho Puntal 4	0.050
Ancho Puntal 5	0.085
Ancho Puntal 6	0.085
Ancho Tensor 1	0.036

Zona 4	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Ancho Puntal 4	23,845.685	41,740.965	Ok
Ancho Puntal 5	32,502.938	70,892.842	Ok
Ancho Puntal 6	54,171.563	70,892.842	Ok
Ancho Tensor 1	29,200.129	29,559.702	Ok

Ya que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

#### 5) Zona Nodal 2

Zona 2	
Ancho Puntal 1	0.036
Ancho Puntal 2	0.036
Ancho Puntal 5	0.085
Ancho Tensor 3	0.077

Zona 2	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Puntal 1	8,285.063	29,954.707	Ok
Puntal 2	27,404.438	29,954.707	Ok
Puntal 5	31,865.625	70,892.842	Ok
Tensor 3	25,492.500	64,253.487	Ok

Debido a que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

#### 6) Zona Nodal 6

Zona 6	
Ancho Tensor 3	0.077
Ancho Tensor 4	0.054
Ancho Tensor 5	0.054
Ancho Puntal 7	0.066

Zona 6	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Tensor 3	25,492.500	48,190.115	Ok
Tensor 4	32,502.938	33,699.046	Ok
Tensor 5	57,995.438	33,699.046	Error
Puntal 7	36,051.494	41,427.014	Ok

No todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, por lo tanto la zona no cumple.

### 5.3.1. Viga #1 (Compacta)

#### 2) Zona Nodal 1 y Puntal 1

Zona 1	
Angulo Armadura	38.11
Reacción	0.40
Tensor 1	0.25
Ancho puntal 1	0.45

Zona 1	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Puntal 1	32,475.45	105,209.48	Ok
Reacción	19,986.12	94,205.47	Ok
Tensor 1	8,106.73	59,820.48	Ok

Ya que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

#### 3) Zona Nodal 2

Zona 2	
Angulo Armadura	38.11
Ancho puntal 2	0.52
base nodo	0.70
Ancho Tensor 2	0.87

Zona 2	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Puntal 1	32,475.45	105,209.48	Ok
Puntal 2	44,994.75	122,467.12	Ok
Tensor 2	24,401.05	205,299.44	Ok

Debido a que todos los elementos poseen una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

#### 4) Subzona Nodal 4A

Subzona 4 A	
Angulo Armadura	38.11
Largo zona	0.25
Ancho zona	0.87
Hipotenusa	0.91
Componente H	27,306.15
Componente V	15,059.68
Resultante	31,183.64
Angulo Resultante	28.88
Ancho tensor 1 -2	0.89

Subzona 4 A	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Tensor 1 - 2	31,183.64	156,495.88	Ok
Puntal 3	14,719.78	44,865.36	Ok
Tensor 3	16,212.74	149,926.85	Ok

Todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

#### 5) Subzona Nodal 4B

Subzona 4 B	
Esfuerzo	1,966,293.21
Tensor 1	0.23
Tensor 2	0.69
Hipotenusa	0.89

Subzona 4 B	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Tensor 1 - 2	31,183.64	156,495.88	Ok
Tensor 1	8,106.73	40,683.83	Ok
Tensor 2	24,401.05	122,457.30	Ok

Ya que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

**6) Zona Nodal 3**

Zona 3	
Ancho puntal 2	0.52
Ancho Puntal 3	0.25
Ancho puntal 4	0.52

Zona 3	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Puntal 2	44,994.75	153,083.90	Ok
Puntal 3	14,719.78	74,775.59	Ok
Puntal 4	46,586.65	153,083.90	Ok

Debido a que todos los elementos poseen una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

**7) Zona Nodal 5**

Zona 5	
Ancho puntal 4	0.52
Ancho puntal 5	0.89

Zona 5	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Puntal 4	46,586.65	153,083.90	Ok
Puntal 5	4,491.88	260,826.47	Ok

Todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

- **Optimización del Modelo con Algoritmos Genéticos**

El proceso de optimización del elemento utiliza un algoritmo genético con las características mencionadas en el capítulo 4 de este trabajo.

Para la mejora del elemento se utilizó la misma geometría y armado ficticio mostrado anteriormente, con la diferencia de que el algoritmo genético se dio a la tarea de encontrar la mejor solución mediante la reducción de las dimensiones del ancho y la altura del nodo 2, la altura del nodo 1, y en ancho del puntal 3; cumpliendo además la especificación de que las fuerzas de los elementos superen por una cantidad mínima los esfuerzos a los que están sometidos.

Los resultados de procedimiento de optimización se muestran a continuación:

**2) Zona Nodal 1 y Puntal 1**

<b>Zona 1</b>	
Angulo Armadura	38.11
Reacción	0.18
Tensor 1	0.08
Ancho puntal 1	0.18

<b>Zona 1</b>	<b>Fu (kg)</b>	<b>Fcu (kg)</b>	<b>Verificación</b>
Puntal 1	32,475.45	41,388.19	Ok
Reacción	19,986.12	42,440.09	Ok
Tensor 1	8,106.73	19,312.12	Ok

Ya que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

**3) Zona Nodal 2**

<b>Zona 2</b>	
Angulo Armadura	38.11
Ancho puntal 2	0.19
base nodo	0.05
Ancho Tensor 2	0.16

Zona 2	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Puntal 1	32,475.45	41,388.19	Ok
Puntal 2	44,994.75	45,053.77	Ok
Tensor 2	24,401.05	36,978.75	Ok

Debido a que todos los elementos poseen una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

#### 4) Subzona Nodal 4A

Subzona 4 A	
Angulo Armadura	38.11
Largo zona	0.08
Ancho zona	0.16
Hipotenusa	0.18
Componente H	27,306.15
Componente V	15,059.68
Resultante	31,183.64
Angulo Resultante	28.88
Ancho tensor 1 -2	0.18

Subzona 4 A	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Tensor 1 - 2	31,183.64	31,280.38	Ok
Puntal 3	14,719.78	16,427.08	Ok
Tensor 3	16,212.74	26,619.79	Ok

Todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

#### 5) Subzona Nodal 4B

Subzona 4 B	
Esfuerzo	9,837,373.26
Tensor 1	0.05
Tensor 2	0.14
Hipotenusa	0.18

Subzona 4 B	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Tensor 1 - 2	31,183.64	31,280.38	Ok
Tensor 1	8,106.73	8,131.88	Ok
Tensor 2	24,401.05	24,476.75	Ok

Ya que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

### 6) Zona Nodal 3

Zona 3	
Ancho puntal 2	0.19
Ancho Puntal 3	0.09
Ancho puntal 4	0.19

Zona 3	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Puntal 2	44,994.75	56,317.21	Ok
Puntal 3	14,719.78	27,378.47	Ok
Puntal 4	46,586.65	56,317.21	Ok

Debido a que todos los elementos poseen una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

### 7) Zona Nodal 5

Zona 5	
Ancho puntal 4	0.19
Ancho puntal 5	0.18

Zona 5	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Puntal 4	46,586.65	56,317.21	Ok
Puntal 5	4,491.88	52,133.97	Ok

Todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

**5.3.2. Viga #2 (Compacta)**

**2) Zona Nodal 1 y Puntal 1**

<b>Zona 1</b>	
Angulo Armadura	38.11
Reacción	0.40
Tensor 1	0.25
Ancho puntal 1	0.45

<b>Zona 1</b>	<b>Fu (kg)</b>	<b>Fcu (kg)</b>	<b>Verificación</b>
Puntal 1	32,475.45	58,776.25	Ok
Reacción	19,986.12	52,628.76	Ok
Tensor 1	8,106.73	33,419.26	Ok

Ya que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

**3) Zona Nodal 2**

<b>Zona 2</b>	
Angulo Armadura	38.11
Ancho puntal 2	0.52
base nodo	0.70
Ancho Tensor 2	0.87

<b>Zona 2</b>	<b>Fu (kg)</b>	<b>Fcu (kg)</b>	<b>Verificación</b>
Puntal 1	32,475.45	58,776.25	Ok
Puntal 2	44,994.75	68,417.38	Ok
Tensor 2	24,401.05	114,692.43	Ok

Debido a que todos los elementos poseen una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

**4) Subzona Nodal 4ª**

<b>Subzona 4 A</b>	
Angulo Armadura	38.11
Largo zona	0.25
Ancho zona	0.87
Hipotenusa	0.91
Componente H	27,306.15
Componente V	15,059.68
Resultante	31,183.64
Angulo Resultante	28.88
Ancho tensor 1 -2	0.89

<b>Subzona 4 A</b>	<b>Fu (kg)</b>	<b>Fcu (kg)</b>	<b>Verificación</b>
Tensor 1 - 2	31,183.64	87,427.87	Ok
Puntal 3	14,719.78	25,064.45	Ok
Tensor 3	16,212.74	83,758.02	Ok

Todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que le están siendo aplicadas, la zona cumple.

**5) Subzona Nodal 4B**

<b>Subzona 4 B</b>	
Esfuerzo	3,519,664.85
Tensor 1	0.23
Tensor 2	0.69
Hipotenusa	0.89

<b>Subzona 4 B</b>	<b>Fu (kg)</b>	<b>Fcu (kg)</b>	<b>Verificación</b>
Tensor 1 - 2	31,183.64	87,427.87	Ok
Tensor 1	8,106.73	22,728.40	Ok
Tensor 2	24,401.05	68,411.90	Ok

Ya que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

**6) Zona Nodal 3**

Zona 3	
Ancho puntal 2	0.52
Ancho Puntal 3	0.25
Ancho puntal 4	0.52

Zona 5	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Puntal 2	44,994.75	85,521.73	Ok
Puntal 3	14,719.78	41,774.08	Ok
Puntal 4	46,586.65	85,521.73	Ok

Debido a que todos los elementos poseen una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

**7) Zona Nodal 5**

Zona 5	
Ancho puntal 4	0.52
Ancho puntal 5	0.89

Zona 5	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Puntal 4	46,586.65	85,521.73	Ok
Puntal 5	4,491.88	145,713.11	Ok

Todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

- **Optimización del Modelo con Algoritmos Genéticos**

El proceso de optimización del elemento utiliza un algoritmo genético con las características mencionadas en el capítulo 4 de este trabajo.

Para la mejora del elemento se utilizó la misma geometría y armado ficticio mostrado anteriormente, con la diferencia de que el algoritmo genético se dio a la tarea de encontrar la mejor solución mediante la reducción de las dimensiones del ancho y la altura del nodo 2, la altura del nodo 1, y en ancho del puntal 3; cumpliendo además la

especificación de que las fuerzas de los elementos superen por una cantidad mínima los esfuerzos a los que están sometidos.

Los resultados de procedimiento de optimización se muestran a continuación:

**2) Zona Nodal 1 y Puntal 1**

<b>Zona 1</b>	
Angulo Armadura	38.11
Reacción	0.27
Tensor 1	0.10
Ancho puntal 1	0.25

<b>Zona 1</b>	<b>Fu (kg)</b>	<b>Fcu (kg)</b>	<b>Verificación</b>
Puntal 1	32,475.45	32,520.21	Ok
Reacción	19,986.12	35,661.26	Ok
Tensor 1	8,106.73	13,358.76	Ok

Ya que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

**3) Zona Nodal 2**

<b>Zona 2</b>	
Angulo Armadura	38.11
Ancho puntal 2	0.35
base nodo	0.11
Ancho Tensor 2	0.31

<b>Zona 2</b>	<b>Fu (kg)</b>	<b>Fcu (kg)</b>	<b>Verificación</b>
Puntal 1	32,475.45	32,520.21	Ok
Puntal 2	44,994.75	46,619.21	Ok
Tensor 2	24,401.05	40,628.77	Ok

Debido a que todos los elementos poseen una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

**4) Subzona Nodal 4A**

<b>Subzona 4 A</b>	
Angulo Armadura	38.11
Largo zona	0.10
Ancho zona	0.31
Hipotenusa	0.33
Componente H	27,306.15
Componente V	15,059.68
Resultante	31,183.64
Angulo Resultante	28.88
Ancho tensor 1 -2	0.32

<b>Subzona 4 A</b>	<b>Fu (kg)</b>	<b>Fcu (kg)</b>	<b>Verificación</b>
Tensor 1 - 2	31,183.64	31,521.19	Ok
Puntal 3	14,719.78	15,139.32	Ok
Tensor 3	16,212.74	27,647.54	Ok

Todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

**5) Subzona Nodal 4B**

<b>Subzona 4 B</b>	
Esfuerzo	9,762,218.79
Tensor 1	0.08
Tensor 2	0.25
Hipotenusa	0.32

<b>Subzona 4 B</b>	<b>Fu (kg)</b>	<b>Fcu (kg)</b>	<b>Verificación</b>
Tensor 1 - 2	31,183.64	31,521.19	Ok
Tensor 1	8,106.73	8,194.48	Ok
Tensor 2	24,401.05	24,665.19	Ok

Ya que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

**6) Zona Nodal 3**

<b>Zona 3</b>	
Ancho puntal 2	0.35
Ancho Puntal 3	0.15
Ancho puntal 4	0.35

<b>Zona 5</b>	<b>Fu (kg)</b>	<b>Fcu (kg)</b>	<b>Verificación</b>
Puntal 2	44,994.75	58,274.01	Ok
Puntal 3	14,719.78	25,232.20	Ok
Puntal 4	46,586.65	58,274.01	Ok

Debido a que todos los elementos poseen una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

**7) Zona Nodal 5**

<b>Zona 5</b>	
Ancho puntal 4	0.35
Ancho puntal 5	0.32

<b>Zona 5</b>	<b>Fu (kg)</b>	<b>Fcu (kg)</b>	<b>Verificación</b>
Puntal 4	46,586.65	58,274.01	Ok
Puntal 5	4,491.88	52,535.32	Ok

Todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

**5.3.3. Viga #3 (No Compacta)**

**2) Zona Nodal 1 y Puntal 1**

<b>Zona 1</b>	
Angulo Armadura	38.11
Reacción	0.40
Tensor 1	0.39
Ancho puntal 1	0.55

Zona 1	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Puntal 1	32,475.45	34,242.11	Ok
Reacción	19,986.12	24,735.52	Ok
Tensor 1	8,106.73	24,117.13	Ok

Ya que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

### 3) Zona Nodal 2

Zona 2	
Angulo Armadura	38.11
Ancho puntal 2	0.75
base nodo	0.70
Ancho Tensor 2	1.01

Zona 2	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Puntal 1	32,475.45	34,242.11	Ok
Puntal 2	44,994.75	46,379.09	Ok
Tensor 2	24,401.05	62,683.45	Ok

Debido a que todos los elementos poseen una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

### 4) Subzona Nodal 4A

Subzona 4 A	
Angulo Armadura	38.11
Largo zona	0.39
Ancho zona	1.01
Hipotenusa	1.09
Componente H	27,306.15
Componente V	15,059.68
Resultante	31,183.64
Angulo Resultante	28.88
Ancho tensor 1 -2	1.08

Subzona 4 A	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Tensor 1 - 2	31,183.64	49,902.12	Ok
Puntal 3	14,719.78	18,087.85	Ok
Tensor 3	16,212.74	46,508.62	Ok

Todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que le están siendo aplicadas, la zona cumple.

### 5) Subzona Nodal 4B

Subzona 4 B	
Esfuerzo	6,166,407.00
Tensor 1	0.28
Tensor 2	0.84
Hipotenusa	1.08

Subzona 4 B	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Tensor 1 - 2	31,183.64	49,902.12	Ok
Tensor 1	8,106.73	12,972.92	Ok
Tensor 2	24,401.05	39,048.18	Ok

Ya que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

### 6) Zona Nodal 3

Zona 3	
Ancho puntal 2	0.75
Ancho Puntal 3	0.39
Ancho puntal 4	0.75

Zona 5	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Puntal 2	44,994.75	57,973.86	Ok
Puntal 3	14,719.78	30,146.41	Ok
Puntal 4	46,586.65	57,973.86	Ok

Debido a que todos los elementos poseen una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

**7) Zona Nodal 5**

Zona 5	
Ancho puntal 4	0.75
Ancho puntal 5	1.08

Zona 5	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Puntal 4	46,586.65	57,973.86	Ok
Puntal 5	4,491.88	83,170.20	Ok

Todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

- **Optimización del Modelo con Algoritmos Genéticos**

El proceso de optimización del elemento utiliza un algoritmo genético con las características mencionadas en el capítulo 4 de este trabajo.

Para la mejora del elemento se utilizó la misma geometría y armado ficticio mostrado anteriormente, con la diferencia de que el algoritmo genético se dio a la tarea de encontrar la mejor solución mediante la reducción de las dimensiones del ancho y la altura del nodo 2, la altura del nodo 1, y en ancho del puntal 3; cumpliendo además la especificación de que las fuerzas de los elementos superen por una cantidad mínima los esfuerzos a los que están sometidos.

Los resultados de procedimiento de optimización se muestran a continuación:

### 2) Zona Nodal 1 y Puntal 1

Zona 1	
Angulo Armadura	38.11
Reacción	0.50
Tensor 1	0.27
Ancho puntal 1	0.53

Zona 1	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Puntal 1	32,475.45	32,485.21	Ok
Reacción	19,986.12	31,080.79	Ok
Tensor 1	8,106.73	16,907.11	Ok

Ya que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

### 3) Zona Nodal 2

Zona 2	
Angulo Armadura	38.11
Ancho puntal 2	0.73
base nodo	0.22
Ancho Tensor 2	0.62

Zona 2	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Puntal 1	32,475.45	32,485.21	Ok
Puntal 2	44,994.75	45,296.97	Ok
Tensor 2	24,401.05	38,447.66	Ok

Debido a que todos los elementos poseen una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

### 4) Subzona Nodal 4A

Subzona 4 A	
Angulo Armadura	38.11
Largo zona	0.27
Ancho zona	0.62
Hipotenusa	0.68
Componente H	27,306.15

<b>Subzona 4 A</b>	
Componente V	15,059.68
Resultante	31,183.64
Angulo Resultante	28.88
Ancho tensor 1 -2	0.68

<b>Subzona 4 A</b>	<b>Fu (kg)</b>	<b>Fcu (kg)</b>	<b>Verificación</b>
Tensor 1 - 2	31,183.64	31,373.98	Ok
Puntal 3	14,719.78	14,898.88	Ok
Tensor 3	16,212.74	27,610.69	Ok

Todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

### 5) Subzona Nodal 4B

<b>Subzona 4 B</b>	
Esfuerzo	9,808,026.41
Tensor 1	0.18
Tensor 2	0.53
Hipotenusa	0.68

<b>Subzona 4 B</b>	<b>Fu (kg)</b>	<b>Fcu (kg)</b>	<b>Verificación</b>
Tensor 1 - 2	31,183.64	31,373.98	Ok
Tensor 1	8,106.73	8,156.21	Ok
Tensor 2	24,401.05	24,549.99	Ok

Ya que todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

### 6) Zona Nodal 3

<b>Zona 3</b>	
Ancho puntal 2	0.73
Ancho Puntal 3	0.32
Ancho puntal 4	0.73

Zona 3	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Puntal 2	44,994.75	56,621.22	Ok
Puntal 3	14,719.78	24,831.46	Ok
Puntal 4	46,586.65	56,621.22	Ok

Debido a que todos los elementos poseen una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.

### 7) Zona Nodal 5

Zona 5	
Ancho puntal 4	0.73
Ancho puntal 5	0.68

Zona 5	Fu (kg)	Fcu (kg)	Verificación
Puntal 4	46,586.65	56,621.22	Ok
Puntal 5	4,491.88	52,289.96	Ok

Todos los elementos cuentan con una resistencia mayor a las fuerzas que les están siendo aplicadas, la zona cumple.